

POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA

WYDZIAŁ MECHANICZNY  
Katedra Maszyn Roboczych

---



**Mgr inż. Radosław PATYK**

**Rozprawa doktorska**

**KSZTAŁTOWANIE REGULARNYCH  
SYMetryczNYch NIERÓwnoścI o ZARYSIE  
TRÓJKĄTNYM w PROCESIE NAGNIATANIA  
NAPOROWEGO TOCZNEGO  
WĄLKÓw STALOWYch**

PROMOTOR

Prof. dr hab. inż. Leon KUKIEŁKA

---

KOSZALIN 2006

Wykaz ważniejszych oznaczeń .....	6
-----------------------------------	---

### **Część I. Wstęp**

1. Wprowadzenie .....	10
2. Stan zagadnienia w świetle literatury .....	12
2.1. Warstwa wierzchnia po nagniataniu, jej budowa, charakterystyka i właściwości .....	12
2.2. Czynniki wpływające na jakość przedmiotu po nagniataniu .....	14
2.2.1. Struktura geometryczna powierzchni do nagniatania .....	15
2.2.2. Stan poślizgu w obszarach kontaktu i stosunek posuwu nagniatania do posuwu w obróbce poprzedzającej .....	16
2.2.3. Zarys elementu nagniatającego i głębokość nagniatania .....	18
2.2.4. Ustawienie elementu nagniatającego względem nierówności przedmiotu obrabianego .....	19
2.2.5. Kąt wierzchołkowy nierówności trójkątnej .....	20
2.3. Dotychczas stosowane operacje poprzedzające nagniatanie powierzchniowe .....	21
2.4. Odwzorowanie ostrza narzędzia w procesie obróbki skrawaniem .....	23
2.5. Wpływ nagniatania na wybrane właściwości warstwy wierzchniej wyrobu .....	24
2.5.1. Utwardzenie .....	24
2.5.2. Stan naprężeń własnych .....	25
2.6. Wybrane użytkowe skutki nagniatania .....	26
2.6.1. Zużycie zmęczeniowe .....	26
2.6.2. Zużycie ściernie .....	27
3. Wnioski z dotychczasowego stanu badań .....	28
4. Tezy, cele i zakres pracy .....	29

### **Część II. Badania rozpoznawcze możliwości i celowości plastycznego kształtowania regularnych nierówności na wałkach stalowych**

5. Badania procesu plastycznego kształtowania nierówności RST na wałkach stalowych .....	31
5.1. Opis proponowanej technologii .....	31
5.2. Plastyczne kształtowanie nierówności RST krążkiem o zarysie jednego klina w przekroju osiowym .....	32
5.3. Plastyczne kształtowanie nierówności RST krążkiem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym .....	35
5.4. Badania możliwości zastosowania znormalizowanych narzędzi do walcowania gwintów .....	37
6. Nagniatanie gładkościowe powierzchni .....	41
6.1. Nagniatanie gładkościowe wałków w stanie dostawy z huty .....	41
6.2. Nagniatanie gładkościowe nierówności RST .....	43
6.3. Nagniatanie gładkościowe regularnych nierówności ukształtowanych narzędziami do walcowania gwintów .....	48
7. Wnioski .....	49

### **Część III. Badania modelowe procesu kształtowania nierówności trójkątnych**

8. Tworzywo modelowe .....	51
9. Badania modelowe procesu plastycznego kształtowania nierówności RST .....	54
10. Wnioski .....	62

### **Część IV. Analiza teoretyczna procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności trójkątnych**

11. Uproszczenia do analizy procesu plastycznego kształtowania nierówności RST .....	64
--	----

11.1. Kształtowanie nierówności narzędziem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym .....	65
11.2. Kształtowanie nierówności narzędziem o zarysie wielu klinów w przekroju osiowym .....	67
12. Wnioski .....	69
<b>Część V. Modelowanie procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności</b>	
13. Opis przyrostowy zjawisk procesu wygniatania nierówności RST .....	70
13.1. Nieliniowość procesu .....	71
13.2. Przyrostowy opis ruchu i deformacji obiektu .....	71
13.3. Układy współrzędnych .....	73
13.4. Miary przyrostów przemieszczenia, odkształcenia, prędkości odkształcenia oraz naprężenia w procesie plastycznego kształtowania nierówności .....	73
13.5. Zasady akumulacji wielkości przyrostowych .....	75
14. Algorytm modelowania i analizy procesu plastycznego kształtowania nierówności .....	76
15. Założenia do modelowania procesu plastycznego kształtowania nierówności .....	77
15.1. Założenia podstawowe .....	77
15.2. Model fizyczny procesu wygniatania regularnych nierówności trójkątnych .....	83
16. Dynamiczny model naprężeń uplastyczniających .....	84
16.1. Naprężenia uplastyczniające materiały metalowe .....	84
16.2. Przyrostowy model matematyczny dynamicznych naprężeń uplastyczniających .....	87
16.3. Matematyczny model chwilowych dynamicznych naprężeń uplastyczniających .....	87
16.3.1. Ogólny model naprężeń .....	87
16.3.2. Modele jednoparametryczne dla stali 45 .....	90
16.3.3. Model naprężeń uplastyczniających dla stali 45 .....	94
17. Równania konstytutywne ciała sprężysto/lepko – plastycznego .....	96
17.1. Model przyrostu odkształceń całkowitych .....	96
17.2. Składowe tensora przyrostu odkształceń lepko – plastycznych .....	97
17.3. Składowe tensora przyrostu naprężeń .....	98
17.4. Składowe tensora przyrostu translacji .....	99
17.5. Wnioski .....	99
18. Model kontaktu narzędzie – przedmiot obrabiany .....	100
18.1. Siły kontaktowe .....	101
18.2. Sztywność kontaktowa .....	102
18.3. Kontaktowe warunki brzegowe .....	103
18.4. Warunki tarcia w obszarze styku ciał .....	104
19. Warunki jednoznaczności .....	105
19.1. Warunki geometryczne .....	105
19.2. Warunki fizyczne i warunki początkowe .....	106
19.3. Warunki brzegowe .....	106
19.4. Sformułowanie zagadnienia brzegowo – początkowego .....	107
20. Równanie ruchu obiektu .....	109
20.1. Wariacyjne sformułowanie równania ruchu .....	109
20.2. Przyrostowy funkcjonal i warunek jego stacjonarności dla przypadku wygniatania nierówności RST .....	110
20.3. Ogólna postać równania ruchu obiektu dyskretnego.....	112
<b>Część VI. Analiza i symulacja numeryczna</b>	
21. Rozwiązanie dyskretnych równań ruchu .....	113
22. Analiza numeryczna .....	114

22.1 Symulacja procesu plastycznego kształtowania nierówności RST krążkiem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym .....	116
22.2 Symulacja procesu plastycznego kształtowania nierówności RST narzędziem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym .....	117
22.3. Propozycja nowych geometrii krążków do wygniataania nierówności .....	122
22.3.1. Badania odwzorowania krążka typu A .....	124
22.3.2. Badania odwzorowania krążka typu B .....	126
23. Korekcja zarysu narzędzia .....	127
24. Wnioski .....	127

### **Część VII. Badania weryfikacyjne**

25. Badania elementów wygniatających o różnej konstrukcji części wejściowej .....	129
25.1. Określenie czynników badanych, stałych, zakłócających i wynikowych .....	132
25.2. Ustalenie przedziału zmienności czynników badanych .....	133
25.3. Przyjęcie klasy modelu matematycznego .....	133
25.4. Kodowanie czynników badanych .....	133
25.5. Badania właściwe .....	133
25.6. Wyniki eksperymentu .....	134
25.7. Eliminacja wyników obarczonych błędem grubym .....	137
25.8. Obliczenie wariancji międzywierszowej i odchylenia standardowego .....	138
25.9. Sprawdzenie jednorodności wariancji w próbie .....	138
25.10. Obliczenie współczynników w funkcji regresji .....	138
25.11. Analiza statystyczna funkcji regresji .....	139
25.12. Badanie istotności współczynnika korelacji wielowymiarowej .....	140
25.13. Sprawdzenie adekwatności modelu matematycznego .....	141
25.14. Odkodowanie funkcji regresji .....	142
25.15. Funkcje regresji .....	142
26. Ocena wyników badań .....	142
27. Wnioski .....	144

### **CZĘŚĆ VIII. Zakończenie**

28. Podsumowanie .....	145
29. Wnioski .....	146
29.1. Wnioski ogólne .....	146
29.2. Wnioski poznawcze i dotyczące tez pracy .....	146
29.3. Wnioski uytylitarne .....	147
29.4. Wnioski do dalszych badań .....	147
Spis literatury .....	149
Spis tabel .....	157
Spis rysunków .....	158
Załączniki .....	163

### **Załączniki**

Z 1. Właściwości próbek .....	163
Z 1.1. Chropowatość powierzchni .....	163
Z 1.2. Twardość .....	165

---

Z 1.3. Skład chemiczny .....	166
Z 1.4. Struktura metalograficzna .....	166
Z 1.5. Własności mechaniczne .....	167
Z 2. Macra do analizy i symulacji numerycznych napisanych w języku APDL .....	173
Z 2.1 Analiza wygniatania nierówności krążkiem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym .....	173
Z 2.2. Analiza wygniatania nierówności krążkiem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym .....	174
Z 2.3. Analiza wygniatania nierówności krążkiem typu A .....	176
Z 2.4. Analiza wygniatania nierówności krążkiem typu B .....	179
Streszczenie .....	182
Summary .....	184

## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- $d$  [mm] – średnica próbki  
 $n$  [obr/min] – obroty wrzeciona tokarki  
 $f, f_t$  [mm/obr] – posuw toczenia  
 $f_n$  [mm/obr] – posuw nagniatania  
 $f_w$  [mm/obr] – posuw wygniatania  
 $g$  [mm] – głębokość nagniatania  
 $\vartheta = 2\theta, 2\theta'$  [°] – kąt wierzchołkowy klina narzędzia  
 $2\theta'$  [°] – kąt wierzchołkowy nierówności na przedmiocie  
 $\chi$  [°] – kąt główny przystawienia ostrza noża  
 $\chi_1$  [°] – kąt pomocniczy przystawienia ostrza noża  
 $R_a$  – średnie arytmetyczne odchylenie profilu chropowatości  
 $R_z$  – wysokość chropowatości według 10 punktów profilu  
 $[B]$  – macierz odkształceń elementu skończonego  
 $[\bar{B}]$  – macierz liniowej zależności przyrostu odkształceń od przyrostu przemieszczeń punktów węzłowych  
 $[\tilde{B}]$  – macierz nieliniowej zależności przyrostu odkształceń od przyrostu przemieszczeń punktów węzłowych  
 ${}^0C, {}^tC, {}^rC$  – konfiguracje: początkowa, aktualna i poszukiwana  
 $\tilde{C}$  – parametr materiałowy określający umocnienie translacyjne  
 ${}^tC_{ijkl}^{(E)}$  – składowe tensora Hooke'a  $C^{(E)}$  charakteryzującego właściwości sprężyste materiału  
 $[{}^tC_T]$  – globalna macierz tłumienia układu w chwili  $t$   
 $[{}^tC^{(E)}]$  – macierz Hooke'a charakteryzująca ośrodek sprężysty (macierz sztywności materiału) w chwili  $t$   
 $[{}^tC^{(E)(e)}]$  – macierz Hooke'a elementu skończonego  
 $D_\varepsilon$  – dewiator tensora odkształceń względnych  
 $D_{\dot{\varepsilon}}$  – dewiator tensora prędkości odkształceń względnych  
 $D_\sigma$  – dewiator tensora naprężeń  
 $\tilde{D}_\sigma$  – zredukowany dewiator tensora naprężeń  
 $D_{ijkl}^{(E)}$  – składowe tensora  $D^{(E)}$ , będącego odwrotnością tensora Hooke'a  $C^{(E)}$   
 $[D]$  – macierz operatorów różniczkowych  
 $\delta$  – wariacja  
 $\delta_{ij}$  – delta Kroneckera  
 $E$  [MPa] – współczynnik sprężystości wzdłużnej (moduł Younga)  
 $E_c$  [J] – energia całkowita  
 $E_d$  [J] – energia dyssypacji (rozpraszania)  
 $E_f$  [J] – energia potencjalna sił masowych  
 $E_k$  [J] – energia kinetyczna  
 $E_o$  [J] – energia potencjalna sił odkształcenia  
 $E_p$  [J] – energia potencjalna sił powierzchniowych

- ${}^t\mathbf{E}_T = \partial({}^t\sigma_p)/\partial({}^t\varepsilon_i^{(VP)})$  [MPa] – chwilowy moduł wzmocnienia zależny od odkształceń  
 ${}^t\dot{\mathbf{E}}_T = \partial({}^t\sigma_p)/\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$  [MPa] – chwilowy moduł wzmocnienia zależny od prędkości odkształceń  
 $\varepsilon_i$  – intensywność odkształceń względnych  
 $\varepsilon_{ij}$  – składowe tensora  ${}^t\mathbf{T}_\varepsilon$  odkształcenia Greena – Lagrange’a  
 $\varepsilon_i^{(VP)}$  – intensywność odkształceń lepkoplastycznych  
 $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$  [s<sup>-1</sup>] – intensywność prędkości względnych odkształceń lepkoplastycznych  
 $\dot{\varepsilon}_{ij}$  [s<sup>-1</sup>] – składowe tensora  ${}^t\mathbf{T}_\varepsilon$  prędkości odkształceń względnych  
 $\{\varepsilon\}$ ,  $\{{}^\tau\Delta\varepsilon\}$  – wektor kolumnowy odkształceń względnych i jego przyrost  
 $\{\dot{\varepsilon}\}$ ,  $\{{}^\tau\Delta\dot{\varepsilon}\}$  [s<sup>-1</sup>] – wektor kolumnowy prędkości odkształceń i jego przyrost  
 $\dot{f} = \frac{df}{dt}$ ,  $\ddot{f} = \frac{d^2f}{dt^2}$  – pierwsza i druga pochodna funkcji f względem czasu  
 $\{\mathbf{F}_T\}$  [N] – globalny wektor obciążenia obiektu  
 $\Delta f \stackrel{\text{def}}{=} f(\tau) - f(t)$  – przyrost dowolnej funkcji na typowym kroku czasowym  
 $\varphi$  – kąt obszaru kontaktu  
 $\varphi_i$  – intensywność odkształceń logarytmicznych (rzeczywistych)  
 $\varphi_{ij}$  – składowe tensora  $\mathbf{T}_\varphi$  odkształceń logarytmicznych  
 $\varphi_i^{(VP)}$  – intensywność logarytmicznych odkształceń lepkoplastycznych  
 $\dot{\varphi}_i^{(VP)}$  [s<sup>-1</sup>] – intensywność prędkości logarytmicznych odkształceń lepkoplastycznych  
 $\dot{\varphi}_{ij}$  [s<sup>-1</sup>] – składowe tensora  ${}^t\mathbf{T}_\varphi$  logarytmicznych prędkości odkształceń  
G [MPa] – moduł sprężystości poprzecznej (moduł styczny, Kirchhoffa)  
HRC, HV, HB – twardość w skali Rockwela, Vickersa, Brinella  
 $I_2(\tilde{\mathbf{D}}_\sigma)$  [MPa] – drugi niezmiennik zredukowanego dewiatora naprężeń  
 $\{\mathbf{I}^{(e)}\}$  – jednostkowy wektor kolumnowy elementu skończonego  
 $\mathbf{J}$  – funkcjonal  
K [MPa] – moduł odkształcenia objętościowego  
 $\hat{K}$  [MPa] – efektywny moduł ściśliwości  
 $[{}^t\mathbf{K}_T]$  – globalna macierz sztywności układu w chwili t  
 $[{}^t\hat{\mathbf{K}}^{(\sigma)(e)}]$  – symetryczna macierz sztywności elementu zależna od stanu naprężeń w chwili t  
 $[{}^t\hat{\mathbf{K}}_1^{(k)(e)}]$  – macierz sztywności konstytutywnej elementu w chwili t  
 $[{}^\tau\Delta\hat{\mathbf{K}}^{(\sigma)(e)}({}^\tau\Delta\sigma^{*(e)})]$  – przyrost macierzy sztywności elementu zależnej od przyrostu naprężeń Pioli-Kirchhoffa na kroku czasowym  $t \rightarrow \tau$   
 $[{}^\tau\Delta\mathbf{K}_T]$  – globalna macierz przyrostu sztywności obiektu  
L – funkcja Lagrange’a  
 $\lambda$  – stała materiałowa Lamego  
 $\Delta\lambda$  – funkcja (mnożnik) Lagrange’a  
 $[{}^t\mathbf{M}]$  – globalna macierz mas układu w chwili t  
 $\mu$  – współczynnik tarcia

- $N_{(e)}$  – liczba stopni swobody elementu  
 $N_{(we)}$  – liczba stopni swobody w węźle  
 ${}^t\mathbf{N}^{(e)}$  – funkcja kształtu elementu na początku kroku  
 $[{}^t\mathbf{N}]$  – chwilowa macierz kształtu układu  
 $[{}^t\mathbf{N}^{(e)}]$  – chwilowa macierz kształtu elementu skończonego  
 $[{}^t\mathbf{N}_i^{(e)}]$  – chwilowa macierz funkcji kształtu i-tego węzła  
 $\nu$  – współczynnik Poissona  
 $\Delta p, \Delta p_i$  [MPa] – przyrost wypadkowej siły jednostkowej w obszarze kontaktu i jej składowe  
 $q$  – parametr wzmocnienia Odqvista  
 $\{{}^\tau\Delta\mathbf{q}^{(e)}\}$  [m] – wektor kolumnowy przyrostu przemieszczeń węzłów elementu  
 $\{{}^\tau\Delta\dot{\mathbf{q}}^{(e)}\}$  [m/s] – wektor kolumnowy przyrostu prędkości węzłów elementu  
 $\{{}^\tau\Delta\ddot{\mathbf{q}}^{(e)}\}$  [m/s<sup>2</sup>] – wektor kolumnowy przyrostu przyspieszeń węzłów elementu  
 $\{\mathbf{r}^{(e)}\}$  – wektor wodzący elementu skończonego  
 $R_e$  [MPa] – początkowa granica plastyczności  
 $\{{}^\tau\Delta\mathbf{r}\}$  [m] – wektor kolumnowy przyrostu przemieszczeń węzłów obiektu  
 $\{{}^\tau\Delta\dot{\mathbf{r}}\}$  [m/s] – wektor kolumnowy przyrostu prędkości węzłów obiektu  
 $\{{}^\tau\Delta\ddot{\mathbf{r}}\}$  [m/s<sup>2</sup>] – wektor kolumnowy przyrostu przyspieszeń węzłów obiektu  
 $\{{}^\tau\Delta\mathbf{R}_T\}$  [N] – globalny wektor przyrostu obciążeń zewnętrznych obiektu  
 $\rho_0$  [kg/m<sup>3</sup>, g/cm<sup>3</sup>] – gęstość ciała (ośrodka)  
 $\tilde{S}^{**}$  – skalar  
 ${}^tS_{ij}$  [MPa] – składowe dewiatora  ${}^tD_\sigma$  tensora naprężenia w chwili  $t$   
 ${}^t\sigma_i$  [MPa] – chwilowa intensywność naprężeń  
 ${}^t\sigma_p$  [MPa] – chwilowe termodynamiczne naprężenie uplastyczniające materiał  
 $\sigma_{st}$  [MPa] – naprężenia stanu materiału  
 ${}^t\sigma_{ij}$  [MPa] – składowe drugiego tensora naprężenia Pioli-Kirchhoffa  ${}^t\mathbf{T}_\sigma$  zdefiniowane na konfiguracji aktualnej  ${}^tC$  na początku kroku  
 $\{{}^t\boldsymbol{\sigma}\}$  [MPa] – chwilowy wektor kolumnowy naprężeń Pioli-Kirchhoffa  
 $\{{}^\tau\Delta\boldsymbol{\sigma}\}$  – wektor kolumnowy przyrostu naprężeń Pioli-Kirchhoffa  
 $\Sigma_k$  [ $\mu\text{m}^2$ ] – obszar kontaktu  
 $t$  [s, ms] – czas  
 $t_{\underline{i}}$  [MPa] – składowe wektora znanych obciążeń powierzchniowych w obszarze  $\Sigma_\sigma$   
 $\mathbf{T}_\alpha$  [MPa] – tensor przesunięć środka aktualnej powierzchni płynięcia  
 $\mathbf{T}_\sigma$  [MPa] – tensor naprężenia Pioli-Kirchhoffa  
 $\mathbf{T}_c$  [MPa] – tensor naprężenia Cauchy’ego  
 $\mathbf{T}_e$  [MPa] – tensor odkształceń względnych  
 $\mathbf{T}_{\dot{e}}$  [MPa] – tensor prędkości odkształceń względnych  
 $\tilde{\mathbf{T}}_\sigma$  [MPa] – zredukowany tensor naprężeń  
 $\{\mathbf{u}\}, \{u_i\}$  [m] – wektor przemieszczenia i jego składowe



- 
- ${}^{\tau}U_{im}$  – składowe tensora rozciągnięcia  $U$  w nowej konfiguracji odniesienia  ${}^{\tau}C$
- $v$  [obr/min] – prędkość przedmiotu obrabianego
- $V$  [m<sup>3</sup>] – objętość obiektu
- $w, w_i$  [m] – wektor przemieszczenia punktu węzłowego elementu  $i$  i jego składowe
- $W_{(e)}$  – liczba węzłów  $e$ -tego elementu skończonego
- $\gamma$  – kąt położenia strefy przylegania
- $\Delta\gamma$  – kąt występowania strefy przylegania
- $\omega_p, \omega_s$  [rad/s] – prędkość kątowa przedmiotu obrabianego

Niektóre oznaczenia użyte jednorazowo objaśnione zostały w miejscu ich występowania.

## WSTĘP

### 1. Wprowadzenie

Podstawowym problemem współczesnych technik wytwarzania jest kształtowanie wyrobu o z góry określonych właściwościach eksploatacyjnych. Na jakość wyrobu największy wpływ ma warstwa wierzchnia (skrót: WW) i jej właściwości [12, 19, 20, 29, 33, 43, 45, 46, 53, 61, 62, 74, 76, 95, 100, 108, 118, 128, 134, 147, 148, 163, 174, 175, 179, 189 ÷ 199, 206, 208, 211 ÷ 213, 215]. Podczas obróbki wykańczającej zostają ostatecznie ukształtowane podstawowe właściwości warstwy wierzchniej, które w określonych warunkach eksploatacyjnych decydują o trwałości i niezawodności części maszyn.

Jedną z metod obróbki wykańczającej części maszyn, pozwalającej uzyskać warstwę wierzchnią o korzystnych właściwościach jest obróbka nagniataniem. Polega ona na wykorzystaniu miejscowego odkształcenia plastycznego, zachodzącego w warstwie wierzchniej przedmiotu wskutek określonego termodynamicznego działania twardego i gładkiego elementu nagniatającego, w kształcie rolki, krążka, kulki lub koła zębatego, na nierówności powierzchni obrabianej [174, 175]. Odkształcenia plastyczne wywołane tą metodą obróbki powstają w wyniku działania układu sił wywołujących naprężenia w przedmiocie obrabianym przekraczające wartość naprężenia uplastyczniającego. Daje to możliwość otrzymania przedmiotu o dużej gładkości powierzchni połączonej z umocnieniem mechanicznym warstwy wierzchniej oraz konstytuowania w niej naprężeń ściskających, powodując zwiększenie odporności na zużycie w warunkach eksploatacyjnych [19, 20, 33, 52, 58, 74, 84, 95, 100, 114, 155, 173 ÷ 175, 179, 201, 204, 205, 209, 210, 216].

Różnorodność przeznaczenia części oraz różnorodność warunków ich eksploatacji powodują, że wymagania odnośnie stanu warstwy wierzchniej i dokładności wymiarowo – kształtowej są zróżnicowane. Parametrami warstwy wierzchniej, kształtowanej w obróbkach poprzedzających, które istotnie wpływają na jakość technologiczną wyrobu nagniatanego są zarys nierówności (np. trójkątny, trapezowy, łukowy itd.) oraz jego parametry [12, 47, 48, 50, 51, 54, 56, 59, 69, 74, 93, 100 ÷ 102, 107, 119, 126, 130, 133]. Dobierając odpowiednie parametry zarysu po obróbkach poprzedzających możliwe jest sterowanie następującymi parametrami warstwy wierzchniej wyrobu nagniatanego: odległością wgłębień nierówności, wysokością nierówności, kształtem wgłębień nierówności, zarysem i profilem chropowatości części nośnej nierówności oraz wartością i rozkładem naprężeń oraz głębokością ich zalegania.

Pomijanie tych parametrów prowadziło do istotnych rozbieżności w otrzymywanych wynikach badań oraz powodowało trudności wytwarzania wyrobu o założonej jakości technologicznej. Było to jedną z głównych przyczyn niedostatecznego zastosowania obróbki nagniataniem w przemyśle krajowym. W dotychczasowych rozważaniach nie uwzględniano jakości przygotowania powierzchni pod nagniatanie przyjmując, że: profil chropowatości po obróbkach poprzedzających nie ma istotnego wpływu na wyniki nagniatania lub, że rzeczywista powierzchnia pod nagniatanie jest idealnie gładka np. [177, 178] lub, że rzeczywisty zarys nierówności jest zgodny z teoretycznym [12, 49 ÷ 56, 74, 100 ÷ 102, 107, 119]. Losowy charakter procesów przygotowania powierzchni pod nagniatanie powoduje, że rzeczywisty zarys nierówności istotnie różni się od zarysu teoretycznego [130]. Szczególnie ma to miejsce podczas obróbki długich wałów, dla których różnice te zwiększają się wraz ze wzrostem długości części obrabianej.

W związku z tym, w niniejszej pracy analizowano możliwość zastosowania nowej metody przygotowania powierzchni pod nagniatanie końcowe. Metoda ta, zaproponowana przez autora, polega na plastycznym kształtowaniu regularnych nierówności za pomocą krążka o odpowiedniej geometrii części roboczej. Najpierw określono czynniki związane z geometrią narzędzia i parametrami obróbki, które istotnie wpływają na proces kształtowania nierówności, a następnie określono warunki obróbki, dla których zachodzi najlepsze odwzorowanie narzędzia. Wyniki badań mogą być wykorzystane do określenia warunków realizacji obróbki poprzedzającej w celu otrzymania profilu o wymaganych parametrach pod nagniatanie lub odwrotnie prognozować jakość technologiczną wyrobu nagniatanego na podstawie jakości technologicznej półwyrobu po obróbce poprzedzającej. Są to zagadnienia niezbędne dla zwiększenia jakości technologicznej wyrobu oraz dla właściwego projektowania i sterowania procesem nagniatania.

Rozprawa składa się z ośmiu części. Pierwsza obejmuje wprowadzenie do rozpatrywanej tematyki, genezę pracy, charakterystykę procesu nagniatania naporowego tocznego, stan aktualnej wiedzy na podstawie dostępnego piśmiennictwa technicznego. Postawiono tezy pracy i etapy prowadzące do ich udowodnienia.

W części drugiej, przedstawiono wyniki wstępnych badań procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności.

W części trzeciej, zawarto wyniki eksperymentalnych badań modelowych, określono wpływ współczynnika tarcia w strefie kontaktu na kinematykę płynięcia materiału w WW przedmiotu podczas procesu wygniatania nierówności trójkątnych.

W części czwartej, przeprowadzono analizę teoretyczną procesu plastycznego kształtowania regularnych symetrycznych nierówności trójkątnych, wyprowadzono wzory na pierwszą i drugą głębokość graniczną.

W części piątej, przedstawiono proces plastycznego kształtowania regularnych nierówności jako obiekt rzeczywisty oraz jego modelowanie fizyczne i matematyczne. Do opisu zjawisk nieliniowych, na typowym kroku przyrostowym, wykorzystano uaktualniony opis Lagrange'a, przyjmując skokowo – współbrotowy układ współrzędnych. Stany odkształcenia i prędkości odkształcenia opisano zależnościami nieliniowymi bez linearyzacji. Zastosowano adekwatne miary przyrostu odkształceń i przyrostu naprężeń w tym opisie, tj. przyrost tensora odkształceń Greena – Lagrange'a i przyrost drugiego symetrycznego tensora naprężeń Pioli – Kirchhoffa. Podano zasady akumulacji wielkości przyrostowych. Nieliniowości materiału opisano modelem przyrostowym uwzględniając wpływ historii odkształceń i prędkości odkształceń. Rozważono przypadek plastycznego kształtowania na zimno, traktując przedmiot jako ciało, w którym mogą wystąpić odkształcenia sprężyste (w zakresie odkształceń odwracalnych) oraz lepkie i plastyczne (w zakresie odkształceń nieodwracalnych). Ciało to (sprężysto/lepko – plastyczne) oznaczono skrótowo *E/VP*.

Do budowy modelu materiałowego zastosowano nieliniowy warunek plastyczności Hubera – Misesa – Hencky'ego, stowarzyszone prawo płynięcia oraz wzmocnienie mieszane (izotropowo – kinematyczne). Uwzględniono również stan materiału po obróbkach poprzedzających przez wprowadzenie początkowych stanów: przemieszczeń, naprężeń, odkształceń i ich prędkości. Opracowany przyrostowy model kontaktowy obejmuje siły kontaktowe, sztywność kontaktową, kontaktowe warunki brzegowe oraz warunki tarcia w tym obszarze. Model matematyczny uzupełniono przyrostowymi równaniami ruchu obiektu oraz warunkami jednoznaczności.

W części szóstej, przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych według proponowanej metody, w której znajomość warunków brzegowych w obszarze kontaktu nie jest wymagana.

W przedostatniej części rozprawy przedstawiono wyniki weryfikacyjnych badań eksperymentalnych. Pracę kończą wnioski stwierdzające prawdziwość postawionej tezy, wnioski ogólne, szczegółowe i dotyczące kierunków dalszych prac naukowo – badawczych.

## 2. Stan zagadnienia w świetle literatury

Proces plastycznego formowania części jest już znany od końca XIX wieku. O ile powszechnie we współczesnym świecie wykorzystuje się procesy prasowania, głębokiego tłoczenia itd. do wytwarzania elementów maszyn i przedmiotów użytkowych, to zastosowanie powierzchniowej obróbki plastycznej (nagniatanie) w procesach technologicznych części maszyn jest znikome. Obróbka ta, pomimo wielu zalet takich jak: kształtowanie warstwy wierzchniej o korzystnych właściwościach użytkowych, duża wydajność, prosta konstrukcja oprzyrządowania, ekonomiczność obróbki, możliwość realizacji na uniwersalnych obrabiarkach, stosunkowo rzadko znajduje zastosowanie w procesach wytwarzania [17, 18]. Spowodowane jest to przede wszystkim brakiem jednoznacznych wytycznych do przeprowadzenia tego procesu oraz brak jednoznacznych wytycznych dla umiejscowienia tej operacji obróbkowej w procesie technologicznym. Wiele trudności nastęrcza również sterowanie jakością technologiczną przedmiotu nagniatanego. W dostępnej literaturze podejmowana jest różnorodna tematyka dotycząca procesów nagniatania. Z uwagi na temat pracy przeprowadzono szeroką analizę literatury ze szczególnym uwzględnieniem następujących zagadnień:

- 1) Warstwa wierzchnia (WW) po nagniataniu, jej budowa, charakterystyka i właściwości.
- 2) Czynniki wpływające na jakość przedmiotu po nagniataniu.
- 3) Dotychczasowe operacje poprzedzające nagniatanie.
- 4) Odwzorowanie ostrza narzędzia w procesie obróbki skrawaniem.
- 5) Wpływ nagniatania na właściwości warstwy wierzchniej.
- 6) Modelowanie i analiza procesu plastycznego kształtowania nierówności.

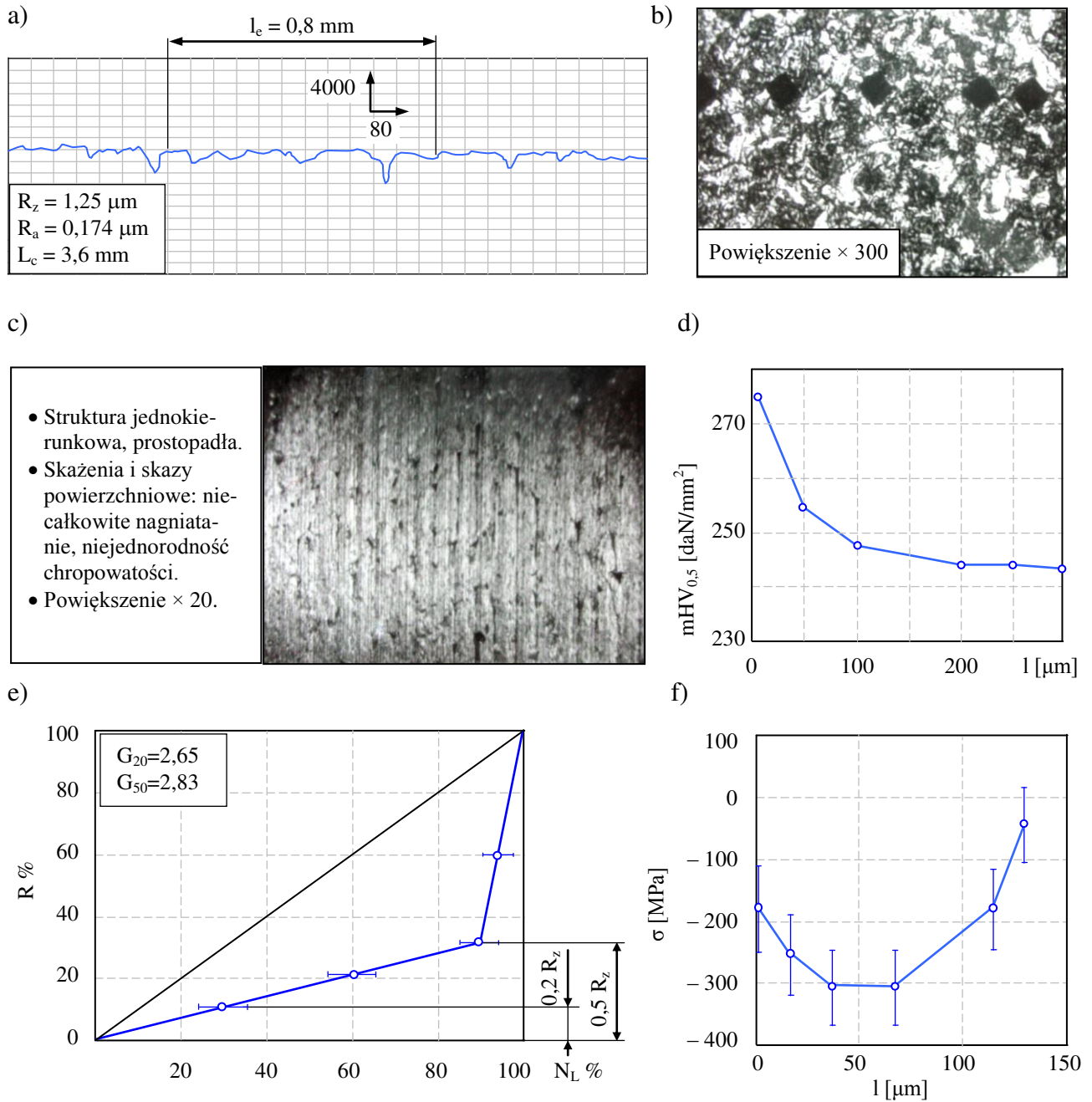
### 2.1. Warstwa wierzchnia po nagniataniu, jej budowa, charakterystyka i właściwości

Jak wynika z badań około 85% awarii maszyn jest spowodowanych uszkodzeniami warstwy wierzchniej poszczególnych jej części składowych [29]. Stwierdzono, że nieodpowiednie właściwości warstwy wierzchniej są przyczyną wzrostu oporów tarcia o 50%. Zatem, warstwa wierzchnia odgrywa bardzo znaczącą rolę we współczesnej technice, wpływając zasadniczo na trwałość i niezawodność maszyn oraz ilość energii traconej na pokonanie tarcia, a jednocześnie na materiałochłonność i koszty produkcji. Wytrzymałość eksploatacyjna jest ściśle związana z właściwościami warstwy wierzchniej. Dlatego też stosuje się zróżnicowane sposoby technologicznego i eksploatacyjnego kształtowania warstwy wierzchniej, oparte na nowoczesnych sposobach obróbki wiórowej, powierzchniowej, plastycznej, elektrochemicznej itp. oraz nowych sposobach eksploatacyjnego docierania maszyn [10, 19, 20, 24 ÷ 26, 33, 35, 43, 45, 46 ÷ 63, 69, 74, 76, 84, 130, 132 ÷ 145, 147, 174, 175, 184, 189 ÷ 201, 204 ÷ 216, 219]. Definicję technologicznej warstwy wierzchniej (TWW), a więc warstwy świadomie wytworzonej przez człowieka określa norma [163]. Jest to: „*zewnątrzna warstwa materiału ograniczona rzeczywistą powierzchnią przedmiotu obejmująca tę powierzchnię oraz część materiału w głąb od powierzchni rzeczywistej, która wykazuje zmienione cechy fizyczne i niekiedy chemiczne w stosunku do cech materiału rdzenia*”.

Podstawowa charakterystyka warstwy wierzchniej opisana w normie zawiera mierzalne i niemierzalne właściwości geometryczne powierzchni oraz właściwości fizyko – mechaniczne. Są to następujące dane:

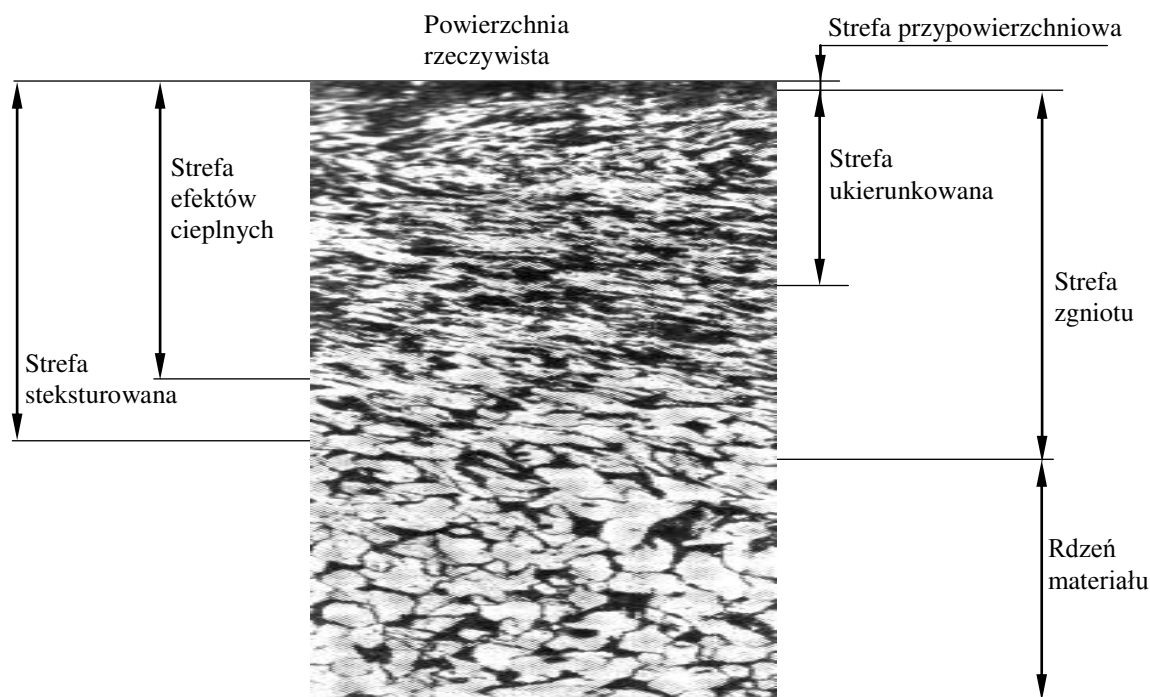
- profilogram nierówności powierzchni,
- wykres liniowego udziału nośnego (krzywa nośności),
- fotografie makro i mikrostruktury powierzchni,
- fotografia zglądu powierzchni,
- rozkład twardości w funkcji odległości od powierzchni,
- rozkład naprężeń własnych w funkcji odległości od powierzchni.

Przykładową charakterystykę warstwy wierzchniej po nagniataniu tocznym z prądem przedstawia rysunek 1.1.



Rys. 1.1. Podstawowa charakterystyka warstwy wierzchniej po nagniataniu tocznym z prądem. Parametry obróbki:  $P = 1541 [\text{N}]$ ,  $f = 0,3 [\text{mm/obr}]$ ,  $v = 0,65 [\text{m/s}]$ ,  $I = 450 [\text{A}]$ , a) profilogram powierzchni; b) mikrofotografia zglądu skośnego; c) fotografia struktury powierzchni; d) rozkład mezotwardości; e) wykres liniowego udziału nośnego; f) rozkład stycznych naprężeń własnych [74]

Technologiczna warstwa wierzchnia jest specjalnie ukształtowana przez człowieka dla określonych celów. W trakcie późniejszej eksploatacji warstwa ta ulega zmianie, zostaje modyfikowana przez proces eksploatacyjny. Jej stan i właściwości zostają zmienione i cały czas się zmieniają. Taką warstwę nazywa się *techniczną warstwą wierzchnią*. Definicja WW zawarta w PN jest nieprecyzyjna, dlatego w literaturze spotyka się inne – rozszerzone definicje WW. Według [174, 175] w WW wyróżnia się różne strefy. Przykładowo strefową budowę WW po obróbce nagniataniem przedstawia rys. 1.2.



Rys. 1.2. Strefowa budowa WW po obróbce nagniataniem

W literaturze [29] można również spotkać inne definicje WW np.: „Warstwa wierzchnia elementu maszyny jest to zbiór punktów materialnych zawartych między jego powierzchnią zewnętrzną a powierzchnią umowną, będącą granicą zmian wartości cech stref podpowierzchniowych powstałych w wyniku wymuszeń zewnętrznych. Zaś pozostałą część elementu maszyny nazywa się rdzeniem.”

## 2.2. Czynniki wpływające na jakość przedmiotu po nagniataniu

W celu otrzymania po nagniataniu wyrobu o wysokiej jakości technologicznej należy jednocześnie zapewnić, aby maksymalne zagłębienie elementu nagniatającego w każdą odkształconą plastycznie nierówność było stałe i równe obliczonej głębokości nagniatania, oraz aby suma pól obszarów kontaktu elementu nagniatającego z nierównościami była niezmienna w czasie nagniatania. Przy założeniu jednorodności materiału poszczególnych nierówności przedmiotu powyższy warunek jest równoważny warunkowi stacjonarności składowej normalnej  $F_3$  siły nagniatania  $F$ , przy maksymalnej głębokości nagniatania równej głębokości obliczonej. Matematycznie warunek ten można zapisać następująco [74]:

$$\frac{d}{dt} \left[ \sum_k \left( \int_{\Sigma_k^P} \mathbf{q}_{3k}^P \mathbf{A}_k^P \mathbf{N}_k^P dS \right) \right]_{\substack{P=k \\ \mathbf{g}_{k,\max} = \mathbf{g}_0}} = 0, \quad (1.1)$$

gdzie:

$\mathbf{q}_{3k}^P$  – składowa siła jednostkowa w obszarze kontaktu  $\Sigma_k^P$  w rozpatrywanym punkcie  $P$ ,

$\mathbf{A}_k^P$  – wektor wodzący rozpatrywanego punktu  $P$  leżącego w obszarze kontaktu  $\Sigma_k^P$ ,

$\mathbf{N}_k^P$  – wektor normalny do powierzchni kontaktu w rozpatrywanym punkcie  $P$ .

Na podstawie literatury [12, 19, 20, 31, 34, 41, 47, 48, 51, 52, 74, 100 ÷ 102, 107, 119] oraz badań własnych [120 ÷ 122, 124, 125] stwierdzono, że najważniejszymi czynnikami geometrycznymi i technologicznymi, istotnie wpływającymi na jakość technologiczną warstwy wierzchniej po nagniataniu i warunkującymi wysoką jakość wyrobu nagniatanego są:

- 1) profil chropowatości powierzchni po obróbce poprzedzającej,
- 2) stan poślizgu w obszarach kontaktu,
- 3) stosunek posuwu nagniatania do posuwu po obróbce poprzedzającej ( $f_n / f_t$ ),
- 4) zarys powierzchni czynnej elementu nagniatającego,
- 5) ustawienie elementu nagniatającego względem nierówności przedmiotu obrabianego,
- 6) głębokość nagniatania,
- 7) kąt wierzchołkowy nierówności trójkątnej.

### 2.2.1. Struktura geometryczna powierzchni do nagniatania

Aktualnie brak jest jednoznacznych wytycznych dotyczących przygotowania powierzchni pod nagniatanie. Różni autorzy zalecają różne wymagania odnośnie struktury geometrycznej jak i zarysu chropowatości powierzchni przedmiotu pod powierzchniową obróbkę nagniataniem.

S. Fic [19, 20] stwierdza, że nierówności powierzchni przedmiotu poddanego obróbce nagniataniem powinny być jak najmniejsze. Jednocześnie zauważa, że wysokość nierówności według parametru  $R_z$  jak i zarys nierówności ma istotny wpływ na proces nagniatania, gdyż istnieje potrzeba odpowiedniego ustawienia narzędzia w procesie obróbczym względem linii średniej profilu powierzchni chropowatej.

St. Laber [133] stwierdza, że najbardziej pożądana pod obróbkę nagniataniem jest powierzchnia charakteryzująca się równomiernym kształtem i wysokością nierówności tworzącymi kąt wierzchołkowy  $90^\circ \div 120^\circ$  i zaokrąglonymi wgłębieniami. Stwierdza również, że najkorzystniejsze pod tym względem jako obróbka poprzedzająca jest toczenie lub wytaczanie.

W. Przybylski [174, 175] stwierdza, że powierzchnie pod nagniatanie powinny być wstępnie obrobione w granicach chropowatości  $R_a = 1,25 \div 5 [\mu m]$ . Chropowatość powierzchni przed nagniataniem decyduje o stanie WW po nagniataniu. Jakość powierzchni po nagniataniu nie zależy tylko od samej chropowatości, ale i od kształtu i rozmieszczenia nierówności.

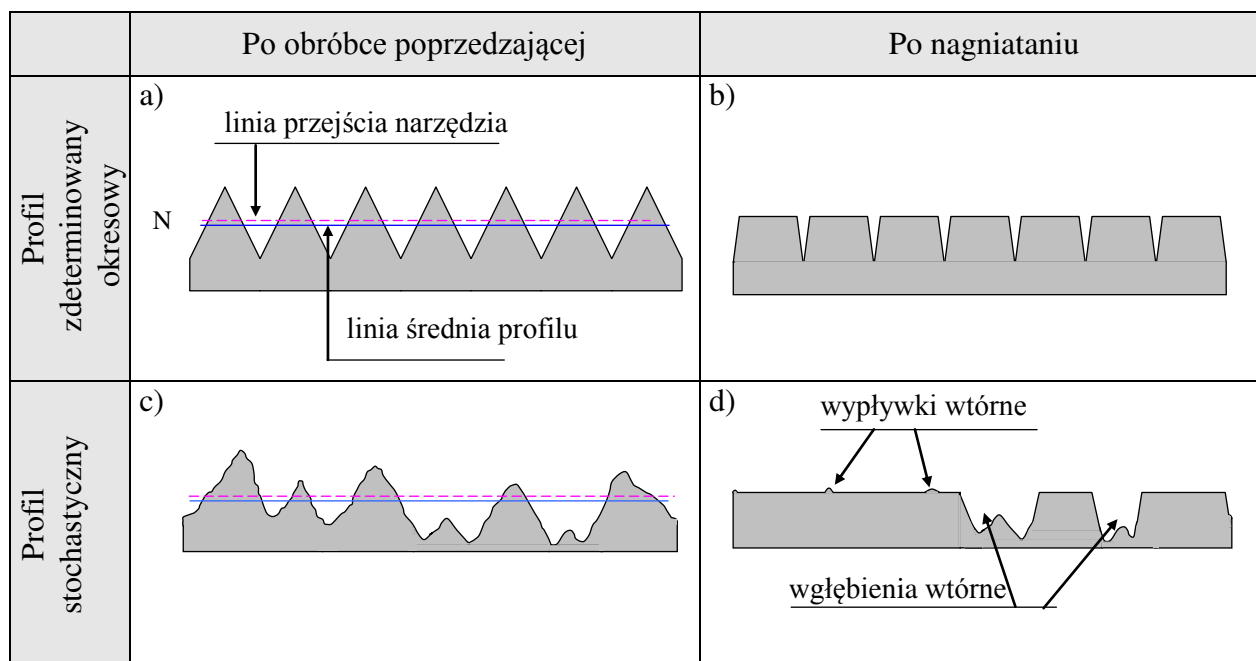
Według M. M. Kozłowskiego [43] chropowatość powierzchni istotnie wpływa na parametry technologiczne nagniatania i do pewnego stopnia na efekty obróbki. Większa chropowatość wymaga stosowania znacznie większych sił nacisku. Natomiast niezależnie od wysokości chropowatości przed nagniataniem uzyskać można podobne wygładzenie powierzchni. Zmiana wymiarów, dla danego rodzaju materiału, jest funkcją parametrów nagniatania, a nie chropowatości wyjściowej.

K. Hauser [28] i M. Hermanns [30] podają wytyczne doboru wysokości chropowatości w zależności od wymaganej tolerancji wykonania, obliczone przy założeniu, że zmiana wymiaru następuje w granicach wysokości nierówności powierzchni przed nagniataniem.

J. Nitta [143] stwierdza, że wygładzenie powierzchni następuje jednocześnie poprzez odkształcenia plastyczne nierówności i rdzenia materiału przedmiotu nagniatanego przy założeniu, że profil chropowatości pod nagniatanie jest zdeterminowany i okresowy. Podają przy tym kąty pochylenia boków nierówności, dla których następuje wyrównanie powierzchni przedmiotu bez płaszczyzn nieciągłości materiału.

L. Kukielka i zespół [12, 45 ÷ 88] stwierdzają, że stan przedmiotu po obróbce poprzedzającej istotnie wpływa na jakość technologiczną wyrobu. Istnieje korelacja pomiędzy stanem przedmiotu po obróbce poprzedzającej a jakością technologiczną wyrobu, na przykład pomiędzy wyjściowym zarysem nierówności a stanem naprężeń i zmianą wymiarów części po nagniataniu.

Spośród trzech rodzajów profili chropowatości: zdeterminowany okresowy (rys. 1.3 a), stochastyczny (rys. 1.3 c) oraz kompozycyjny, najkorzystniejszym pod nagniatanie jest profil zdeterminowany okresowy, gdyż po nagniataniu otrzymuje się również korzystny profil regularny (rys. 1.3 b). Natomiast poddając nagniataniu powierzchnię o profilu stochastycznym otrzymuje się powierzchnię o niekorzystnym stochastycznym profilu chropowatości (rys. 1.3 d). Tak wytworzona WW charakteryzuje się dużą anizotropią umocnienia i utwardzenia, przy czym nierówności leżące poniżej linii przejścia nie kontaktują się z elementem nagniatającym.



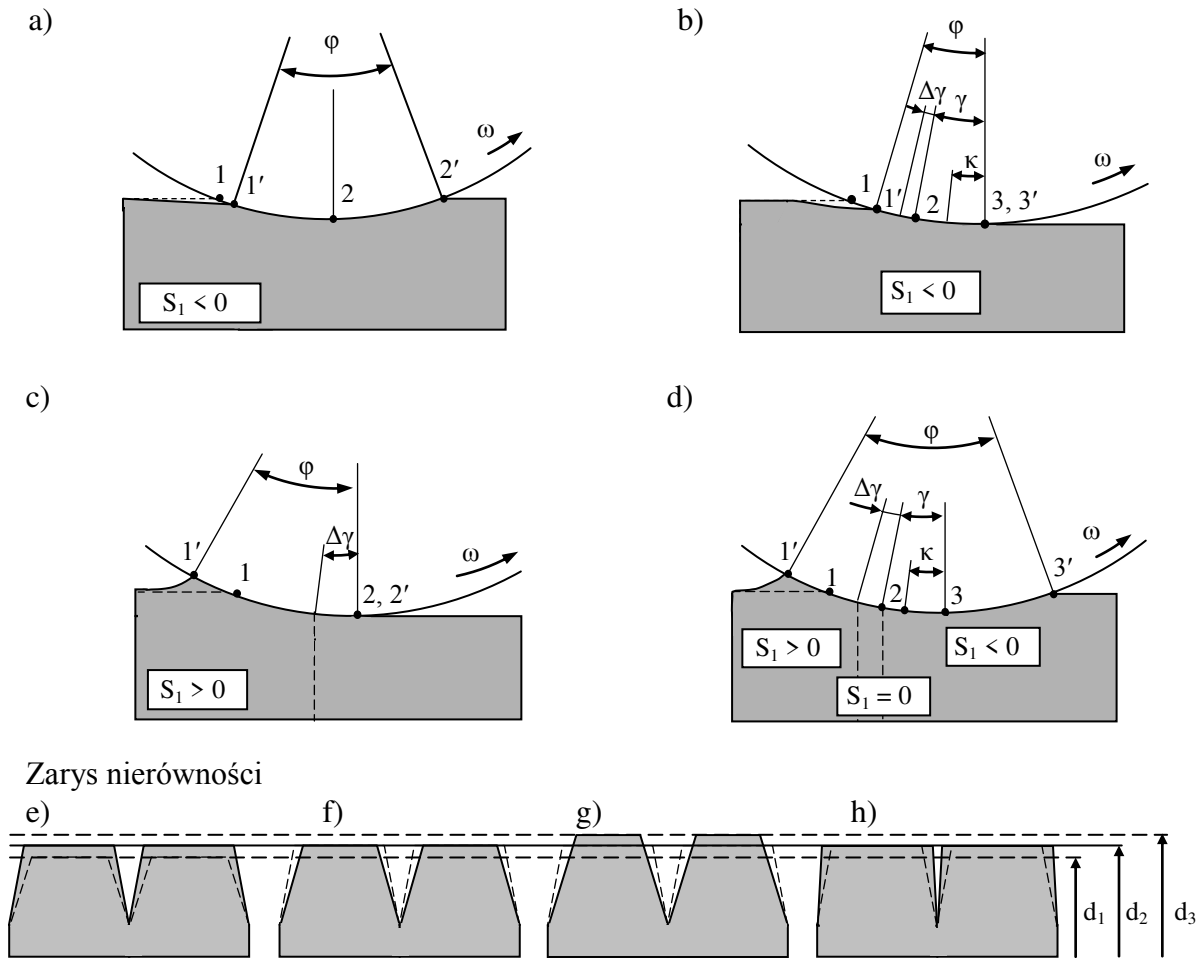
Rys. 1.3. Przykładowe profile chropowatości po obróbce poprzedzającej i po nagniataniu

### 2.2.2. Stan poślizgu w obszarach kontaktu i stosunek posuwu nagniatania do posuwu w obróbce poprzedzającej

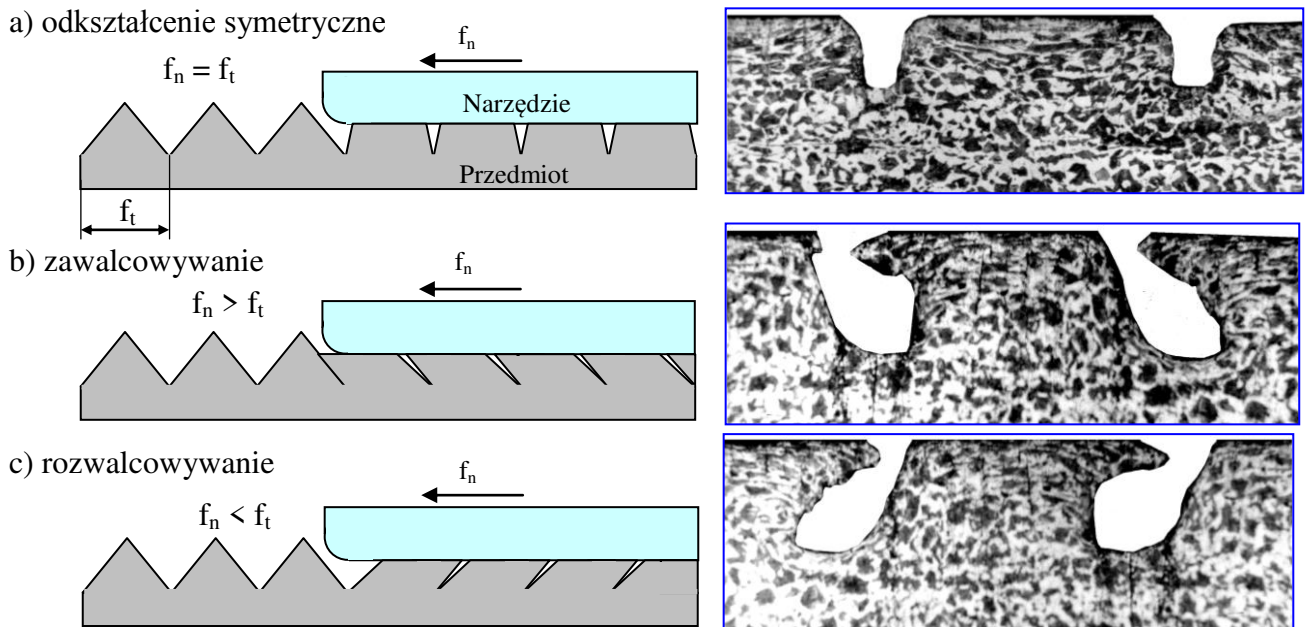
Ze względów technologicznych istotny jest poślizg materiału na kierunku stycznym  $S_1$  i osiowym  $S_2$ . Dla każdego typu części, w zależności od warunków nagniatania, w obszarze kontaktu może istnieć taki podobszar, w którym poślizg  $S_1$  na kierunku stycznym jest równy zero. Położenie tego obszaru określa kąt neutralny  $\gamma$ , zaś jego rozmiar kąt  $\Delta\gamma$  (rys. 1.4). W zależności od wartości kątów  $\gamma$  i  $\Delta\gamma$  oraz znaku poślizgu  $S_1$  zachodzą następujące przypadki przemieszczenia materiału w strefach przypowierzchniowych na kierunku stycznym oraz związane z nim zmiany zarysu nierówności i wymiary przedmiotu [74]:

- 1) Gdy  $S_1 < 0$ , w obszarze kontaktu występuje jedynie strefa opóźnienia. W punkcie 1 następuje obniżenie profilu, natomiast od punktu 2, za elementem nagniatającym, powstaje wypływka (rys. 1.4 a). W przekroju osiowym, otrzymany zarys nierówności, charakteryzuje się zwiększonym udziałem nośnym liniowym (rys. 1.4 e).
- 2) Gdy  $\gamma = 0$  i  $S_1 > 0$ . W obszarze kontaktu występuje jedynie strefa wyprzedzenia materiału, gdy  $\Delta\gamma = 0$  lub strefa przylegania i strefa wyprzedzenia, gdy  $\Delta\gamma > 0$ . Przed elementem nagniatającym tworzy się wypływka materiału, natomiast za narzędziem, następuje obniżenie profilu chropowatości (rys. 1.4 b). Nierówności w przekroju osiowym charakteryzują się zmniejszonym udziałem nośnym liniowym (rys. 1.4 f).
- 3) Dla  $0 < \gamma < \varphi$  i  $S_1 > 0$ , gdy  $\kappa < \gamma$  oraz  $S_1 > 0$  i  $\kappa > \gamma$  (rys. 1.4 c), w obszarze kontaktu występują dwie strefy: opóźnienia 1 – 2 i wyprzedzenia 2 – 3, gdy  $\Delta\gamma = 0$ . Jeśli  $\Delta\gamma > 0$  wówczas między tymi strefami występuje trzecia – przylegania. W efekcie następuje wzrost udziału nośnego liniowego, a wymiar części nie ulega zmianie.
- 4) Gdy  $0 < \gamma < \varphi$  i  $S_1 < 0$  gdy  $\kappa < \gamma$  oraz  $S_1 > 0$ , gdy  $\kappa > \gamma$  (rys. 1.4 d), podobnie jak w przypadku 3) występują dwie strefy ( $\Delta\gamma = 0$ ) lub trzy ( $\Delta\gamma > 0$ ). Wymiar części zwiększa się, natomiast udział nośny liniowy jego powierzchni ulega zmniejszeniu.





Rys. 1.4. Schemat wyjaśniający wpływ poślizgu na kierunku stycznym  $S_1$  i kąta neutralnego  $\gamma$  na zmiany wymiaru i zarysu nierówności po nagniataniu



Rys. 1.5. Wpływ poślizgu na kierunku osiowym  $S_2$  na zarys nierówności powierzchni po nagniataniu oraz mikrofotografie powierzchni wałków w przekroju osiowym po nagniataniu z różnymi posuwami

W zależności od wartości poślizgu na kierunku osiowym  $S_2$ , zachodzą trzy przypadki kształtowania zarysu nierówności [74]:

- 1)  $S_2 = 0$ . Przypadek ten zachodzi, gdy  $f_t = f_n$ . W obszarze kontaktu występują trzy strefy: wypiętrzania, przylegania i opóźnienia. Zarys nierówności wyrobu dla takiego przypadku jest symetryczny (rys. 1.4 a i rys. 1.5 a),
- 2)  $S_2 < 0$ . Przypadek ten zachodzi, gdy  $f_t < f_n$ . W obszarze kontaktu występuje jedynie strefa wyprzedzenia materiału. Materiał jest przemieszczany w stronę przeciwną do zwrotu posuwu. Dla takiego przypadku następuje „zwalcowywanie” nierówności (rys. 1.4 b i rys. 1.5 b).
- 3)  $S_2 > 0$ . Przypadek ten zachodzi, gdy  $f_t > f_n$ . W obszarze kontaktu występuje wówczas jedynie strefa opóźnienia materiału. Materiał jest przemieszczany w stronę zgodną ze zwrotem posuwu. Dla takiego przypadku następuje „rozwalcowywanie” nierówności (rys. 1.4 c i rys. 1.5 c).

W celu uzyskania po nagniataniu symetrycznej nierówności wymagane jest, aby posuw nagniatania  $f_n$  był równy posuwowi w obróbce poprzedzającej  $f_t$ , czyli:

$$f_n f_t^{-1} = 1. \quad (1.2)$$

### 2.2.3. Zarys elementu nagniatającego i głębokość nagniatania

Zarys narzędzia i głębokość nagniatania zależą od zarysu nierówności powierzchni do nagniatania i wymaganego zarysu nierówności powierzchni po nagniataniu. Zarys powierzchni czynnej elementów nagniatających może być prosty lub złożony. Zarys prostych elementów nagniatających opisany jest tylko jednym parametrem np. promieniem lub kątem, przy czym zarys ten może być prostoliniowy lub krzywoliniowy. Nazwę kształtu prostego elementu nagniatającego tworzy się przyjmując nazwę odpowiadającej mu bryły geometrycznej np. walec, kula, stożek, torus itd. Rolki i krążki złożone posiadają zarys, do którego opisu wymagana jest większa od jedności liczba parametrów. Każdy złożony element nagniatający traktować można jako wynik odpowiedniego połączenia prostych elementów nagniatających [73]. Jeżeli pominię się niedokładności wykonania elementu nagniatającego tj. odchyłki zarysu powierzchni czynnej, chropowatość powierzchni czynnej, bicie elementu względem osi otworu, itp. to czynnikami związanymi z elementem nagniatającym istotnie wpływającymi na jakość wyrobu nagniatanego są: zarys elementu nagniatającego i jego ustawienie względem osi symetrii nierówności. Dla przypadku elementów nagniatających o zarysie krzywoliniowym ważne jest, aby zarys jego powierzchni czynnej w przekroju osiowym był symetryczny względem osi  $y_3$  (rys. 1.7). Zarys powierzchni czynnej elementu nagniatającego jest symetryczny, gdy spełniony jest jeden z następujących warunków:

$$F_2(y_1, |y_2|, y_3) \Big|_{\substack{y_1=\text{const} \\ y_3=\text{const}}} = \text{const} \quad (1.3 a)$$

lub

$$f_2(y_1, |y_2|) \Big|_{y_1=\text{const}} = \text{const}, \quad (1.3 b)$$

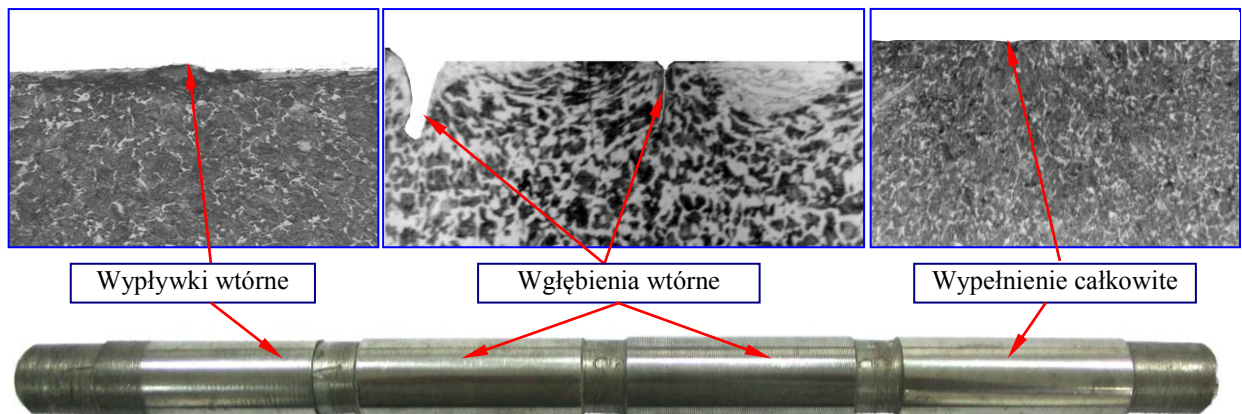
gdzie:

$F_2(y_1, |y_2|, y_3)$  – funkcja uwikłana powierzchni czynnej elementu nagniatającego,

$f_2(y_1, |y_2|)$  – funkcja jawna powierzchni czynnej elementu nagniatającego.

Podczas nagniatania tocznego mogą wystąpić trzy przedziały zmienności głębokości nagniatania oraz dwie głębokości graniczne:  $0 < g < g_{11}$ ,  $g = g_{11}$ ,  $g_{11} < g < g_{21}$ ,  $g = g_{21}$  i  $g > g_{21}$ , gdzie  $g_{11}$ ,  $g_{21}$  jest odpowiednio pierwszą i drugą głębokością graniczną. Pierwsza głębokość graniczna występuje wówczas, gdy powierzchnie swobodne odkształczanych sąsiednich nierówności spotkają się w jednym punkcie. Nagniatanie z głębokościami  $g < g_{21}$  powoduje, że na powierzchni nagniatanej, w odstępach równych posuwowi w obróbce poprzedzającej pozostają szczeliny tzw. wgłębienia

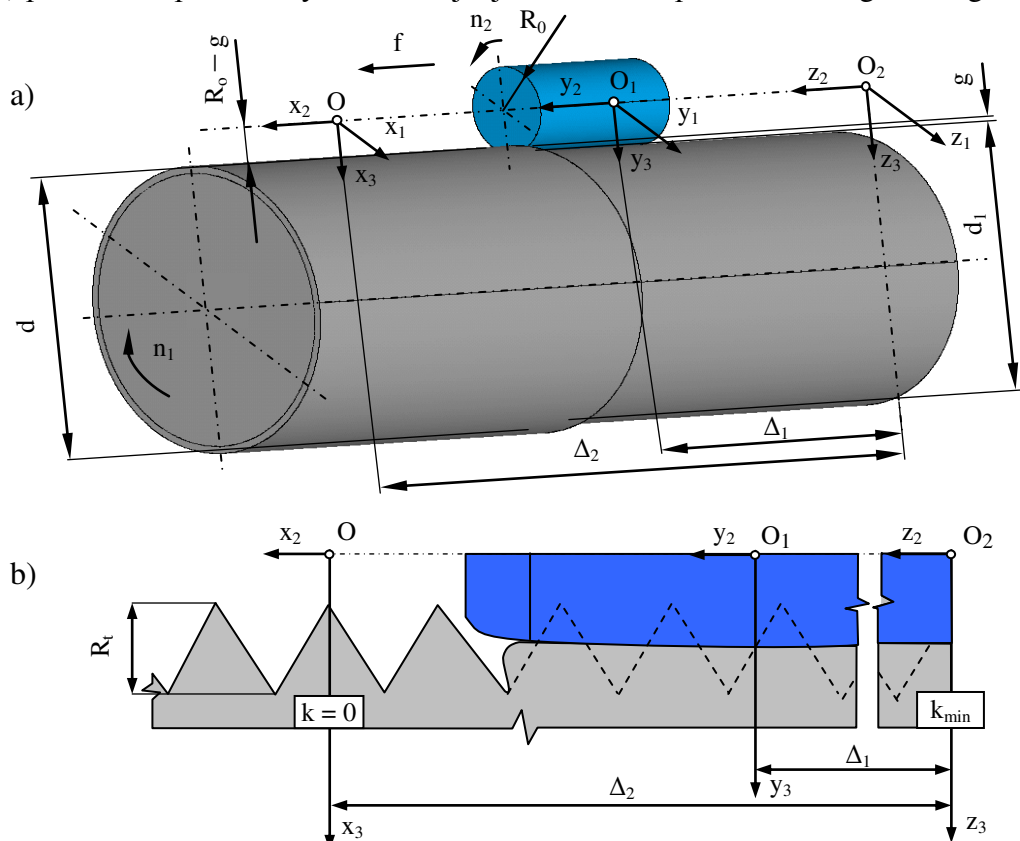
wtórne. Przy  $g = g_{2l}$  następuje całkowite wypełnienie wgłębień po obróbce poprzedzającej. Nagniatanie z głębokościami większymi od drugiej głębokości granicznej powoduje powstawanie na powierzchni obrabianej niekorzystnych wypływek wtórnych (rys. 1.6).



Rys. 1.6. Struktura metalograficzna i powierzchnia wałka po nagniataniu z widocznymi wgłębieniami i wypływkami wtórnymi

#### 2.2.4. Ustawienie elementu nagniatającego względem nierówności przedmiotu obrabianego

Ustawienie elementu nagniatającego, względem odkształcanej nierówności istotnie wpływa na stan przemieszczenia jej materiału. Celem zapewnienia symetrycznego przemieszczenia materiału należy element nagniatający ustawić tak, aby w jego położeniu początkowym, nierówność ulegała całkowitemu odkształceniu. Warunek ten jest spełniony, gdy na początku obróbki oś  $y_3$  (rys. 1.7 i rys.1.8) przechodzi przez oś symetrii skrajnej nierówności przedmiotu nagniatanego.

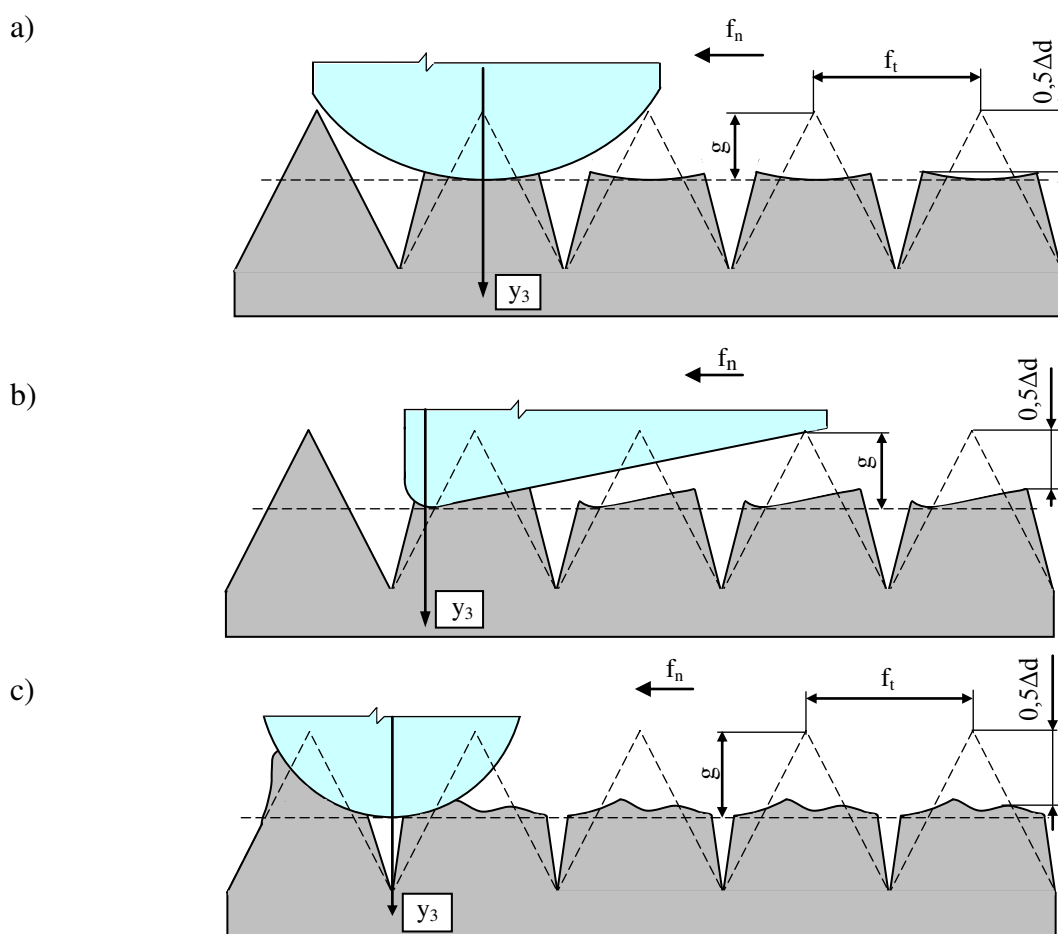


Rys. 1.7. Układy współrzędnych kartezjańskich dla części obrotowej (a) oraz zależności geometryczne w przekroju  $y_2y_3$  (b)

Warunek ten jest spełniony dla krzywoliniowych elementów nagniatających, gdy odległość  $\Delta_2 - \Delta_1$  między osiami  $x_3$  i  $y_3$  wynosi:

$$\Delta_2 - \Delta_1 = |k_{\min}| f_t. \quad (1.4)$$

Jeżeli warunki (1.1 ÷ 1.4) są spełnione, wówczas po nagniataniu otrzymuje się profil zdeterminowany o symetrycznym zarysie nierówności (rys. 1.8 a). Jeżeli warunek symetryczności zarysu elementu nagniatającego lub jego początkowe ustawienia nie są spełnione, natomiast spełniony jest warunek (1.4), wówczas profil chropowatości po nagniataniu jest zdeterminowany lecz zarys nierówności jest niesymetryczny (rys. 1.8 b). Natomiast, jeżeli warunek (1.2) nie jest spełniony, to niezależnie od tego, czy pozostałe warunki są spełnione, czy też nie, po nagniataniu otrzymuje się zawsze profil stochastyczny. Przykład zawarto na rys. 1.8 c.



Rys. 1.8. Wpływ symetryczności zarysu krzywoliniowego elementu nagniatającego i jego ustawienia względem nierówności na profil chropowatości po nagniataniu

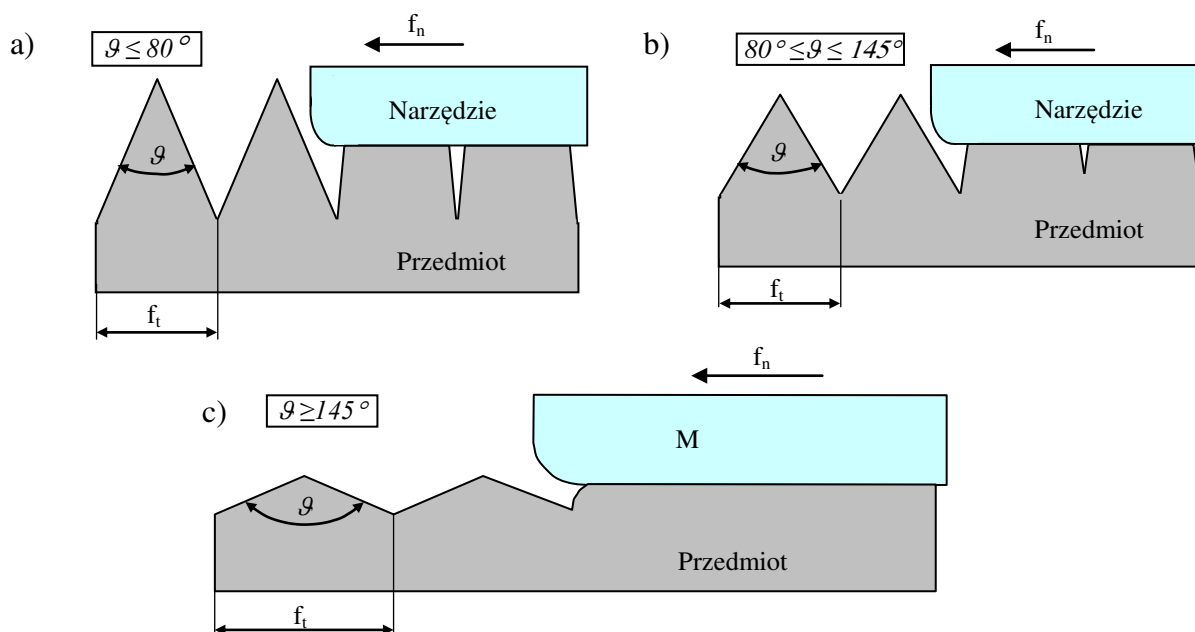
### 2.2.5. Kąt wierzchołkowy nierówności trójkątnej

Autorzy w pracach [12, 74, 100 ÷ 102] wyodrębniają trzy jakościowo różne przypadki płynięcia materiału w WW przedmiotu poddanego nagniataniu zależne jedynie od kąta wierzchołkowego  $2\theta$  regularnej symetrycznej trójkątnej nierówności powierzchni:

- 1) Dla kątów wierzchołkowych ( $\vartheta = 2\theta$ )  $2\theta \leq 80^\circ$  odkształcenie materiału następuje jedynie w obrębie nierówności. Wgłębienia nierówności nie podnoszą się. Rdzeń materiału pozostaje nieodkształcony. Przy całkowitym odkształceniu widoczne są zdeformowane nierówności oddzielone

od siebie szczelinami (płaszczyznami nieciągłości) o głębokości  $0,5R_z$ . Wyrównanie powierzchni następuje w wyniku płynięcia materiału nierówności na boki (rys. 1.9 a).

- 2) Dla kątów  $80^\circ < 2\theta < 145^\circ$  następuje zwiększenie strefy odkształceń plastycznych, które obejmują również rdzeń materiału. Wgłębienia nierówności podnoszą się, przy czym przy całkowitym odkształceniu, na styku sąsiednich wypływek, widoczne są szczeliny, lecz o mniejszej niż uprzednio głębokości (rys. 1.9 b).
- 3) Dla kątów  $2\theta \geq 145^\circ$  wyrównanie powierzchni następuje w wyniku odkształcenia nierówności i rdzenia materiału a nie kosztem wypływek materiału w kierunku boków nierówności. Wartość obniżenia wierzchołka nierówności równa jest wartości o jaką podnosi się jej wgłębienie. W warstwie wierzchniej nie ma płaszczyzn nieciągłości materiału (rys. 1.9 c).



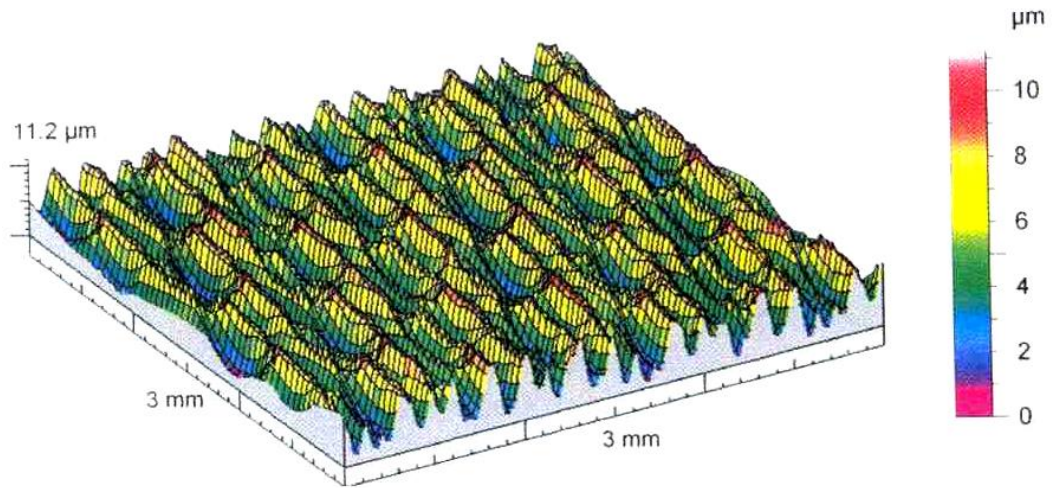
Rys. 1.9. Wpływ kąta wierzchołkowego symetrycznej nierówności trójkątnej na profil chropowatości powierzchni po nagniataniu

### 2.3. Dotychczas stosowane operacje poprzedzające nagniatanie powierzchniowe

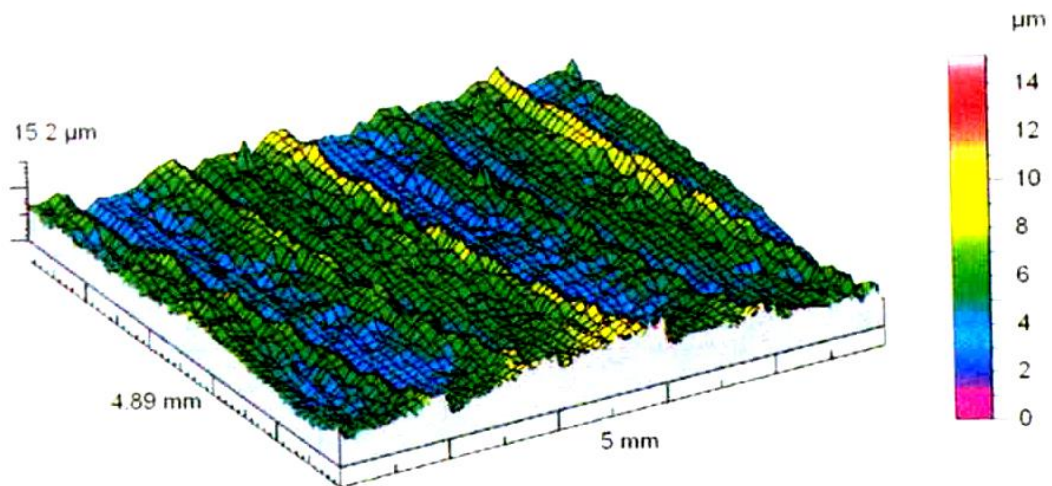
Dotychczas powierzchnie pod nagniatanie przygotowuje się obróbką skrawaniem [174, 175], np. toczeniem (wałki), wytaczaniem (tuleje), struganiem (płaszczyzny) i frezowaniem. Profil taki można również otrzymać za pomocą szlifowania ściernicami wykonanymi z monokryształów węgla krzemu ( $SiC$ ) o ściśle określonym rozmieszczeniu i orientacji ziarn [10].

Rzeczywisty profil chropowatości otrzymany po tych operacjach obróbkowych jest wynikiem oddziaływania zjawisk zdeterminowanych (geometria narzędzia, kinematyka układu OUPN) oraz zjawisk stochastycznych (odkształcenie materiału, tarcie i dekohezja w strefie obróbki, drgania w układzie OUPN) i różni się od zarysu teoretycznego [130]. Wyniki badań zawarte w pracy [130] przedstawiają wpływ odchyłki wysokości i odstępu nierówności otrzymanych po toczeniu. Wyprobowane funkcje regresji stanowią podstawę do określenia maksymalnych dopuszczalnych odchyłek zarysu (wysokości i odstępu) nierówności po toczeniu w zależności od pożądaných właściwości WW po nagniataniu.

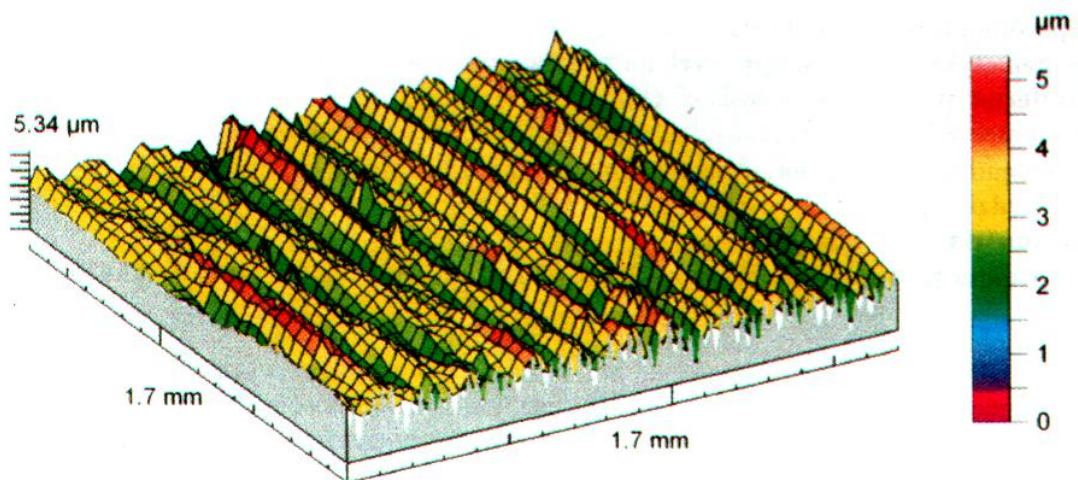
Ocoś i Lubirow [145] przedstawiają przykładowe, przestrzenne stereometrie powierzchni po następujących obróbkach poprzedzających: toczenie (rys. 1.10), frezowanie (rys. 1.11) i szlifowanie (rys. 1.12).



Rys. 1.10. Stereometria powierzchni po toczeniu kształtującym wałka ze stali 45 [145]



Rys. 1.11. Stereometria powierzchni po frezowaniu czołowym kształtującym płyty ze stali 45 w stanie wyżarzonym normalizująco [145]

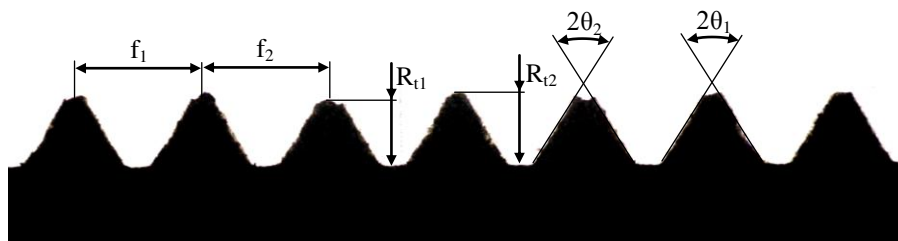


Rys. 1.12. Stereometria powierzchni po szlifowaniu obwodowym wałka ze stali 45H o twardości 42 HRC [145]

## 2.4. Odzworowanie ostrza narzędzia w procesie obróbki skrawaniem

Według E. Górskiego [25, 26] oraz J. Karczmarka [35] ilościowy wpływ zjawisk występujących w procesie skrawania materiału przy określonej geometrii ostrza narzędzia podczas toczenia, na profil chropowatości, zależy głównie od prędkości i posuwu. Autorzy stwierdzają, że przy posuwach większych od posuwu granicznego różnice pomiędzy zarysem rzeczywistym a teoretycznym są praktycznie nieistotne. Z badań przeprowadzonych w Polskich Zakładach Optycznych w Warszawie [26] wynika, że dokładność odzworowania można polepszyć zwiększając gładkość krawędzi skrawających: głównej, przejściowej i pomocniczej. Natomiast A. Zwoliński [219] stwierdza, że przy dużych kątach przystawienia ostrza noża tokarskiego ( $\chi = \chi_1 = 45^\circ$ ) różnica pomiędzy zarysem teoretycznym z zarysem rzeczywistym jest duża i spowodowana jest wpływem materiału nakładającego się na wierzchołek nierówności. Z badań prowadzonych pod kierownictwem L. Kukielki [100, 130] dotyczących dokładności odzworowania ostrza noża tokarskiego wynika, że dla każdej geometrii noża tokarskiego, przy dokładnym toczeniu istnieje taki posuw graniczny, powyżej którego różnice między zarysem teoretycznym a zarysem rzeczywistym na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  są statystycznie nieistotne. Z prac prowadzonych przez A. Kułakowską [130] wynika, że uzyskanie zarysu zdeterminowanego po toczeniu nie jest zawsze możliwe. Gdy kąty przystawienia ostrza wynoszą  $\chi = \chi_1 = 45^\circ$  a posuw  $f_t = 0,2 [mm/obr]$ , przewaga czynników losowych procesu powoduje, że zarys powierzchni odzworowanej ma charakter losowy. Dobierając odpowiednio geometrię ostrza oraz posuw większy od posuwu granicznego i odpowiednią wartość prędkości, powoduje się, że wpływ zjawisk losowych jest nieistotny.

Badania własne wykazują, że obróbką skrawaniem bardzo trudno jest uzyskać zarys regularny, zdeterminowany okresowy, szczególnie dla przedmiotów długich i wiotkich, gdzie decydujący wpływ na jakość mają takie czynniki jak sztywność układu OUPN oraz trwałość narzędzia skrawającego. Przykładowe zdjęcie poprzecznego profilu chropowatości wykonanego obróbką frezowaniem przedstawia rys. 1.13.



Rys. 1.13. Widok powierzchni z regularnymi nierównościami o kącie wierzchołkowym  $\vartheta = 2\theta = 60^\circ$  po frezowaniu. Powiększenie  $\times 2$

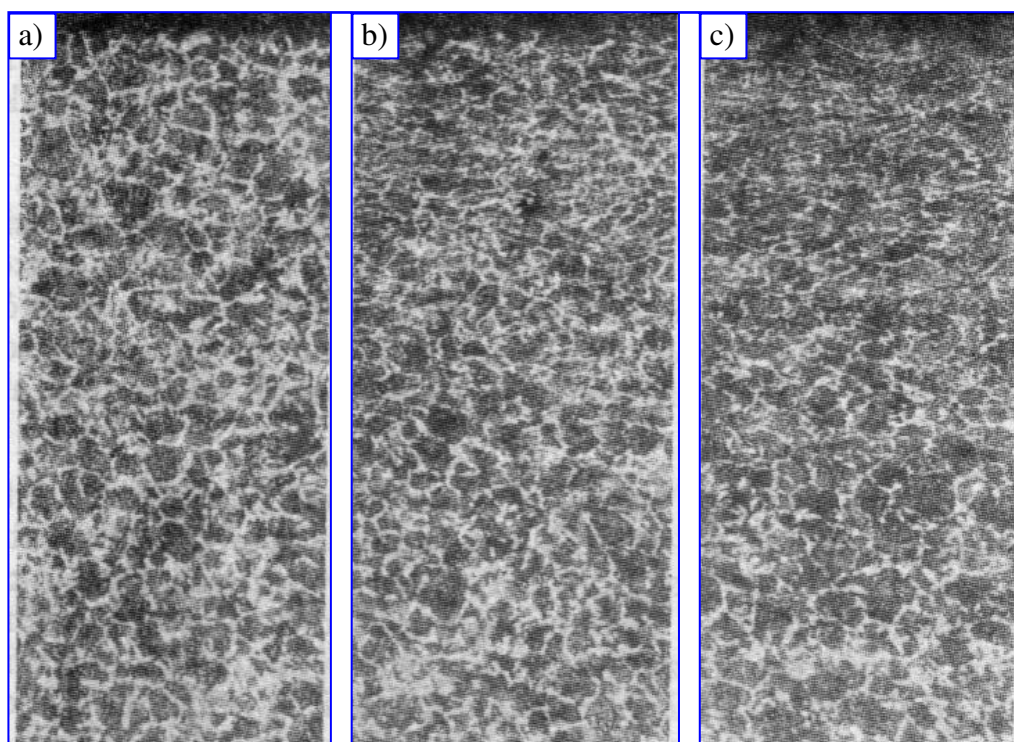
Obróbka frezowaniem podobnie jak i inne obróbki skrawaniem powoduje, że wierzchołki ukształtowanych nierówności są nieregularne i występują oderwania materiału. Nierówności mają różne wysokości  $R_r$ . Kąty wierzchołkowe nierówności zależą od jakości narzędzia i szybkości jego zużycia w procesie wytwarzania, natomiast odstęp nierówności zależy głównie od stopnia zużycia obrabiarki i występujących luzów. Na krótkich powierzchniach możliwe jest uzyskanie regularnych nierówności przy zastosowaniu nowoczesnych obrabiarek i narzędzi (płytek skrawających), co znacznie zwiększa koszty wykonania wyrobu. Poza tym płytki skrawające posiadają znormalizowane kąty ostrza, co powoduje, że uzyskanie kątów wierzchołkowych nierówności innych niż przewidziane w normie wymaga stosowania płytek specjalnych lub ponownego dokładnego ostrzenia płytek znormalizowanych.

## 2.5. Wpływ nagniatania na wybrane właściwości warstwy wierzchniej wyrobu

Nagniatanie istotnie zmienia właściwości WW. W niniejszym punkcie przedstawiono wpływ tej obróbki na wybrane właściwości technologicznej warstwy wierzchniej (utwardzenie, stan naprężeń własnych), które decydują o właściwościach użytkowych (zużycie zmęczeniowe i zużycie ścierne).

### 2.5.1. Utwardzenie

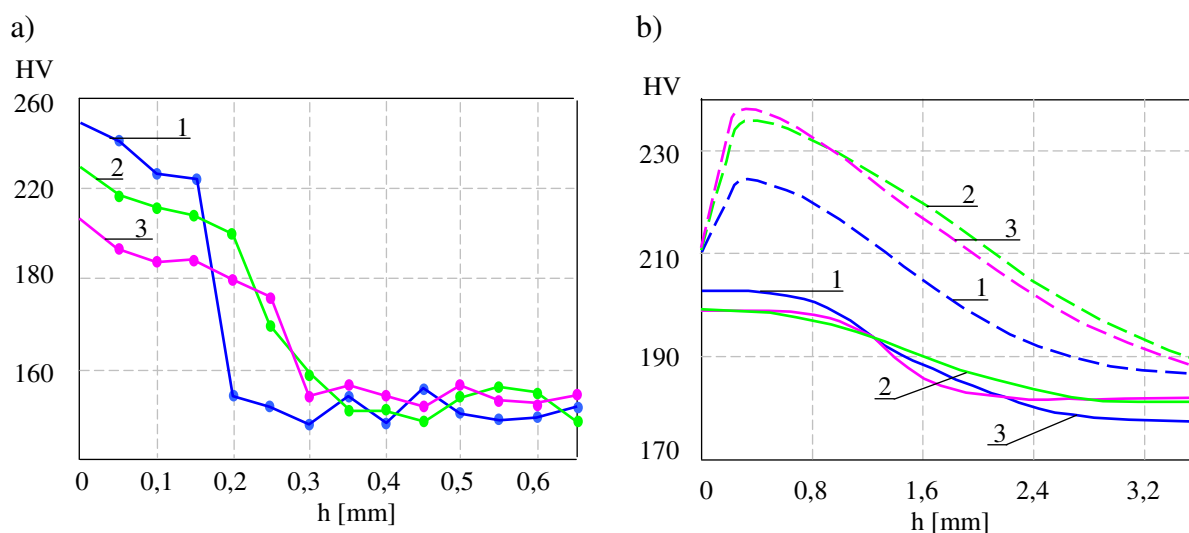
Podczas powierzchniowej obróbki plastycznej element nagniatający pod działaniem siły docisku  $F$  wywołuje lokalne odkształcenia sprężyste i plastyczne. Wskutek oddziaływania twardego i sztywnego elementu nagniatającego na WW przedmiotu obrabianego występują odkształcenia trwałe, powodujące zmianę orientacji kierunkowej ziaren oraz ich pierwotnego kształtu. Ziarna ulegają spłaszczeniu, rozdrobnieniu i wydłużeniu w kierunku największych odkształceń, tworząc teksturę zgniotu. Wymiary ziaren zmniejszają się w kierunku normalnym do obrabianej powierzchni, a zwiększają się w kierunku zgodnym z posuwem nagniatania. Utwardzenie WW zachodzi do pewnej głębokości od powierzchni przedmiotu, która zależy od czynników związanych z procesem nagniatania (rys. 1.14).



Rys. 1.14. Warstwa wierzchnia wałka ze stali 45 o różnym stopniu utwardzenia: a) po toczeniu wykkańczającym – przed nagniataniem; b) po nagniataniu krążkowaniem z siłą docisku  $F = 5$  [kN]; c) po nagniataniu z siłą  $F = 6$  [kN]. Warunki nagniatania: posuw  $f = 0,214$  [mm/obr], promień zarysu krążków  $R = 10$  [mm], liczba przejść  $i = 1$ , liczba elementów nagniatających  $z = 3$ . Zgląd w przekroju osiowym wałka, powiększenie około  $\times 250$  [175]

Głębokość warstwy umocnionej ściśle zależy od warunków obróbkowych związanych z celem stosowania obróbki nagniataniem (rys. 1.15).





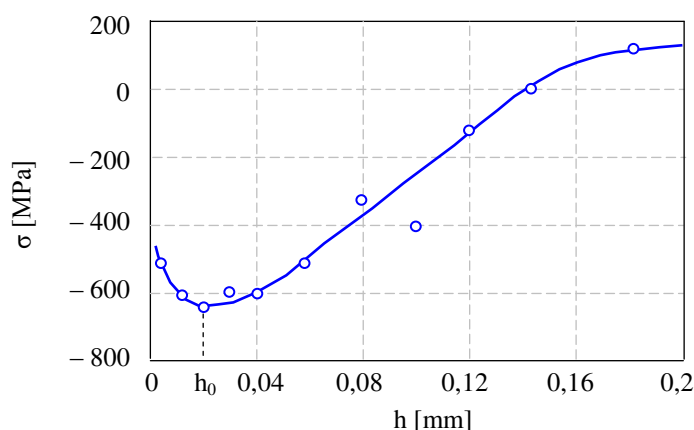
Rys. 1.15. Rozkład twardości w WW stali węglowej po krążkowaniu: a) nagniatanie gładkościowe: 1, 2, 3 – krzywe kolejnych pomiarów; b) dla nagniatania gładkościowego z siłą  $F = 550$  [N/mm] (krzywe ciągłe) oraz dla nagniatania umacniającego z siłą  $F = 2220$  [N/mm] (krzywe kreskowe); średnica krążka  $D = 134$  [mm]; cyfry obok krzywych oznaczają liczbę przejść nagniatających [175]

## 2.5.2. Stan naprężeń własnych

Naprężenia własne wynikające ze skutków obróbki przedmiotu można podzielić na:

- naprężenia I rodzaju równoważące się wzajemnie w objętościach materiału przedmiotu, porównywalne z jego wymiarami gabarytowymi i nazywane z tego względu naprężeniami makroskopowymi,
- naprężenia II rodzaju, tzw. mikroskopowe, występujące w mikroobjętościach, odpowiadających wielkościom jednego lub kilku krystalitów,
- naprężenia III rodzaju, tzw. ultramikroskopowe (elementarne) równoważące się w objętościach jednego lub kilku atomów siatki krystalicznej.

Obróbka nagniataniem wprowadza wszystkie wymienione rodzaje naprężeń. Ze względów praktycznych najczęściej podaje się rozkład naprężeń własnych I rodzaju. Naprężenia te dla większości sposobów nagniatania są ściskające. Przykładowy rozkład naprężeń I rodzaju przedstawia rys. 1.16.



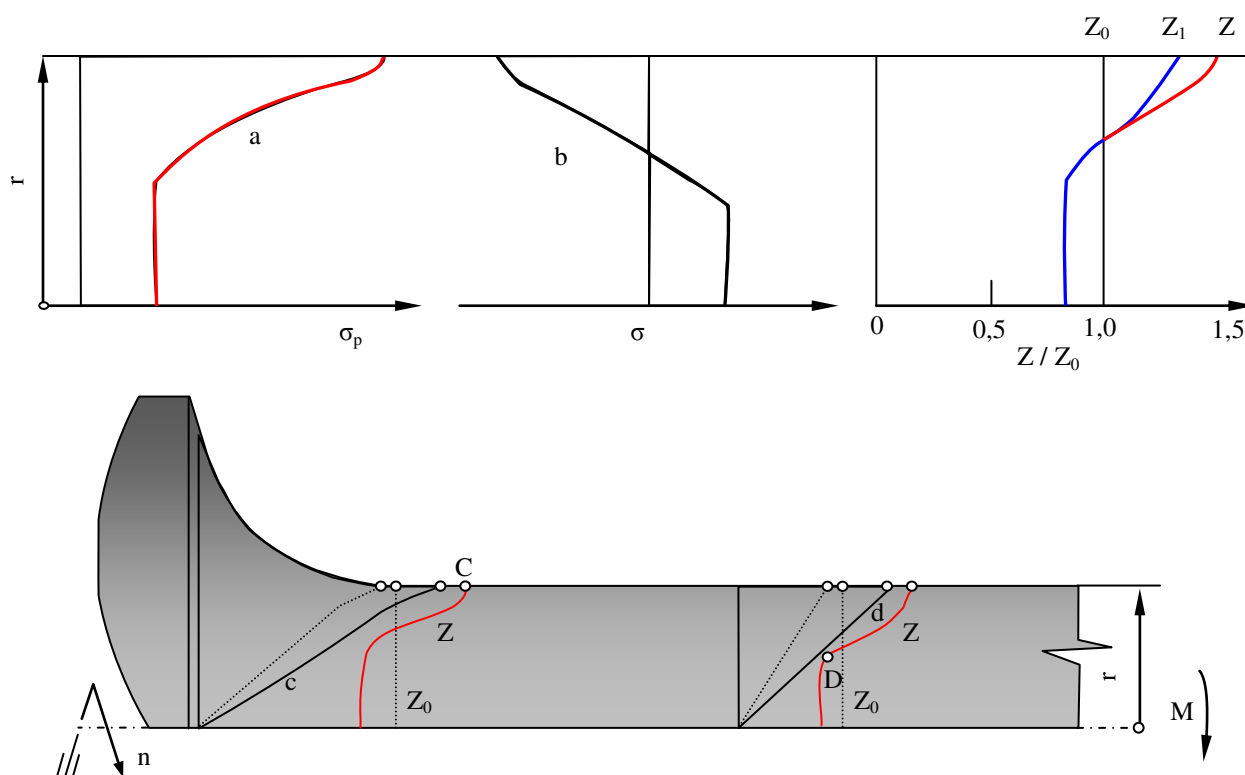
Rys. 1.16. Typowy przebieg krzywej rozkładu naprężeń własnych w warstwie wierzchniej po nagniataniu krążkowaniem ulepszonej stali 45; warunki obróbki:  $F = 3190$  [N],  $f = 0,213$  [mm/obr],  $R_t = 20$  [mm] [175]

## 2.6. Wybrane użytkowe skutki nagniatania

Ze względu na to, że nagniatanie powierzchniowe istotnie zmienia właściwości warstwy wierzchniej wyrobu, ma to również istotny wpływ na proces eksploatacji tak wykonanych części. Z przeprowadzonej analizy literatury [7, 19, 29, 174, 175, 184, 189, 190, 196] oraz z badań własnych [120 ÷ 122] wynika, że nagniatanie powoduje podwyższenie wytrzymałości: na zużycie: zmęczeniowe kontaktowe i postaciowe oraz ściernie.

### 2.6.1. Zużycie zmęczeniowe

Nagniatanie zwiększa odporność na zużycie zmęczeniowe kontaktowe i postaciowe. Zużycie zmęczeniowe kontaktowe jest to zjawisko niszczenia WW przedmiotu polegające na powstawaniu miejscowych ubytków materiału wskutek jego zmęczenia, wywołane cyklicznymi oddziaływaniami obciążeń w obszarze kontaktu ciał. Taki rodzaj zużycia jest charakterystyczny głównie dla węzłów tarcia tocznego, chociaż występuje również w węzłach ślizgowych. Zużycie zmęczeniowe kontaktowe może odbywać się na dwa sposoby: pitting (dla węzła smarowanego) oraz łuszczenie (dla węzła niesmarowanego). Obróbka nagniataniem poprawia odporność na te sposoby zużycia poprzez odpowiednie utwardzenie WW wyrobu oraz uzyskanie bardzo gładkiej powierzchni.



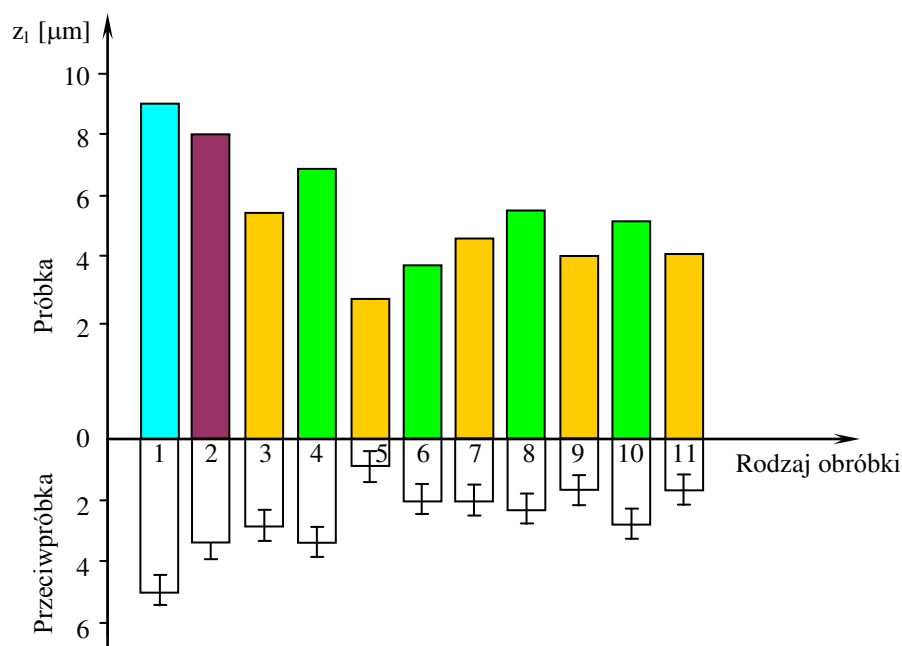
Rys. 1.17. Schemat wyjaśniający wpływ ściskających naprężeń własnych na wytrzymałość zmęczeniową wałka: a – rozkład naprężeń uplastyczniających; b – rozkład naprężeń własnych; c – rozkład naprężeń w karbie od obciążenia zewnętrznego; d – rozkład naprężeń poza karbem od obciążenia zewnętrznego; C, D – punkty inicjacji pęknięć zmęczeniowych;  $Z_0$  – wytrzymałość zmęczeniowa wałka przed obróbką;  $Z_1$  – wytrzymałość zmęczeniowa uwzględniająca umocnienie;  $Z$  – rzeczywista wytrzymałość zmęczeniowa

Natomiast zużycie zmęczeniowe postaciowe występuje podczas oddziaływania cyklicznych obciążeń postaciowych, np. dla cyklicznego zginania. Wpływ nagniatania na zwiększenie odporności na zużycie zmęczeniowe postaciowe wynika z kształtowania w WW wyrobu korzystnego rozkładu

naprężeń ściskających (rys. 1.17). Wzrost naprężeń ściskających powoduje wzrost wytrzymałości zmęczeniowej zarówno w karbie jak i w czopie, co obrazuje krzywa Z.

### 2.6.2. Zużycie ścierne

Proces nagniatania podwyższa również odporność na zużycie ścierne. Cecha ta jest skorelowana ze składem chemicznym materiału oraz z mikrotwardością WW [29]. W punkcie 2.5.1 omówiono pozytywny wpływ nagniatania na utwardzenie. Korzystny wpływ obróbki nagniataniem na odporność na zużycie ścierne liniowe w porównaniu z innymi metodami obróbkowymi potwierdzają wyniki przedstawione na rysunku 1.18.



Rys. 1.18. Wartość zużycia ściernego liniowego pary trącej stal 55 (próbka) – żeliwo ZlNi0,8 (przeciwpróbka) po dwóch godzinach tarcia ze smarowaniem. Czop obrobiono różnymi metodami: 1 – toczeniem; 2 – szlifowaniem; 3, 5, 7, 9 i 11 – nagniataniem tocznym z prądem; 4, 6, 8 i 10 – nagniataniem tocznym bez prądu

Parametry technologiczne nagniatania:

3 –  $F = 2215$  [N];  $p = 0,18$  [mm/2πrad];  $v = 0,65$  [m/s];  $I = 525$  [A];

4 –  $F = 2215$  [N];  $p = 0,18$  [mm/2πrad];  $v = 0,65$  [m/s];  $I = 0$  [A];

5 –  $F = 2889$  [N];  $p = 0,3$  [mm/2πrad];  $v = 0,95$  [m/s];  $I = 450$  [A];

6 –  $F = 2889$  [N];  $p = 0,3$  [mm/2πrad];  $v = 0,95$  [m/s];  $I = 0$  [A];

7 –  $F = 1541$  [N];  $p = 0,05$  [mm/2πrad];  $v = 0,95$  [m/s];  $I = 450$  [A];

8 –  $F = 1541$  [N];  $p = 0,3$  [mm/2πrad];  $v = 0,95$  [m/s];  $I = 0$  [A];

9 –  $F = 1541$  [N];  $p = 0,05$  [mm/2πrad];  $v = 0,95$  [m/s];  $I = 450$  [A];

10 –  $F = 1541$  [N];  $p = 0,05$  [mm/2πrad];  $v = 0,95$  [m/s];  $I = 0$  [A];

11 –  $F = 1541$  [N];  $p = 0,3$  [mm/2πrad];  $v = 0,95$  [m/s];  $I = 600$  [A].

### 3. Wnioski z dotychczasowego stanu badań

Z przeprowadzonej analizy literatury wynikają następujące wnioski:

- 1) Jakość technologiczna i użytkowa wyrobu po obróbce nagniataniem istotnie zależy od jakości przedmiotu po obróbkach poprzedzających. Nagniatanie półwyrobu o złej jakości technologicznej powoduje jej poprawienie, lecz niemożliwe jest uzyskiwanie wyrobu o dużej dokładności wymiarowo – kształtowej i regularnym profilu chropowatości oraz jednakowym rozkładzie naprężeń na długości wyrobu. Jednak w wielu przypadkach nie przykłada się wymaganej staranności do przygotowania powierzchni pod nagniatanie. Stwierdzono, że w celu zwiększenia jakości technologicznej wyrobu nagniatanego należy między innymi zwiększyć dokładność kształtowania profilu chropowatości w obróbkach poprzedzających oraz, że najkorzystniejszym profilem powierzchni pod nagniatanie jest profil zdeterminowany, okresowy i symetryczny. Brak jest natomiast wytycznych przygotowania powierzchni w zależności od wymaganej jakości technologicznej wyrobu.
- 2) Obróbka skrawaniem, w szczególności długich i wiotkich półwyrobów, jako obróbka poprzedzająca nagniatanie gładkościowe, nie zapewnia wymagań dotyczących stereometrii powierzchni. Nawet stosowanie bardzo dokładnej obróbki toczeniem na tokarkach CNC z użyciem płytek z węglików spiekanych nie zapewnia wymaganego zarysu nierówności na całej długości przedmiotu. Brakuje danych na temat doboru warunków toczenia w zależności od wymaganych parametrów profilu chropowatości. Podawane informacje należy traktować jako orientacyjne, gdyż w konkretnych warunkach obróbki, szczególnie materiałów nietypowych, otrzymane wartości parametrów WW mogą się znacznie różnić od tych zamieszczonych w literaturze. Stąd też każdorazowo istnieje konieczność wykonania badań własnych.
- 3) Trwałość elementów nagniatających jest dużo większa od trwałości narzędzi skrawających. Ponadto proces nagniatania jest znacznie tańszy a jakość wyrobu kształtowanego plastycznie jest bardzo wysoka i powtarzalna.
- 4) Nowoczesne metody planowania eksperymentu oraz statystycznego opracowania wyników eksperymentu pozwalają na opracowanie modelu matematycznego obiektu badań w postaci funkcji regresji. Jednak model ten jest zasadny tylko dla identycznych jak podczas badań warunków obróbki. Ponieważ równanie te, opracowuje się przy założeniu tzw. czarnej skrzynki (tzn. nie uwzględnia się wszystkich zjawisk fizycznych towarzyszących procesowi nagniatania), dokładność ich opisu zazwyczaj pokrywa się z 95% przedziałem ufności, co w wielu przypadkach praktycznej stosowalności metody obróbki nagniataniem jest niewystarczające.

Wobec powyższego, niniejsza praca dotyczy nowej metody kształtowania regularnych nierówności, poprzez ich plastyczne wygniatanie. Dokonano analizy numerycznej wpływu różnych czynników geometrycznych i technologicznych na parametry zarysu nierówności trójkątnej. W tym celu opracowano model procesu wygniatania nierówności w ujęciu metod wariacyjnych i metody elementów skończonych. Opracowanie takiego modelu jest niezbędne do kompleksowej analizy stanów przemieszczeń, odkształceń, naprężeń i sił kontaktowych w strefie obróbki. Duży nacisk położono na określenie wpływu geometrii narzędzia i warunków tarcia w strefie kontaktu na zarys nierówności i na wybrane właściwości warstwy wierzchniej półwyrobu przygotowanego pod wykańczające nagniatanie powierzchniowe. Dlatego też, w modelu procesu wygniatania uwzględniono: nieliniowość geometryczną, dynamiczne właściwości materiałów, warunki tarcia w obszarach kontaktu narzędzia z przedmiotem itp. Dla takich warunków, poznanie zjawisk zachodzących podczas wygniatania nierówności oraz występujących przemieszczeń, odkształceń (sprężystych, lepkich i plastycznych) i naprężeń stanowi podstawę do określania właściwości warstwy wierzchniej wyrobu, a zatem i do prognozowania jego jakości technologicznej i użytkowej.

#### 4. Tezy, cele i zakres pracy

Przedstawiona ocena aktualnego stanu wiedzy w zakresie tematu pozwala na sformułowanie następujących tez:

- 1) *Jeżeli odpowiednio dobrać się warunki wygniatania naporowego tocznego, to możliwe będzie wytworzenie na powierzchni zewnętrznej wałków stalowych regularnych symetrycznych nierówności trójkątnych o parametrach wymaganych pod dalszą powierzchniową obróbkę nagniataniem.*
- 2) *Analiza procesu kształtowania wygniataniem naporowym tocznym regularnych symetrycznych trójkątnych nierówności pozwoli prognozować właściwości WW wyrobu. Wyniki symulacji mogą być podstawą do projektowania nowych technologii przygotowania powierzchni pod nagniatanie.*

Celem głównym rozprawy jest opracowanie naukowych podstaw procesu wygniatania regularnych nierówności trójkątnych z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i fizycznej oraz wyjaśnienie zjawisk fizycznych towarzyszących procesowi obróbki.

Celami dodatkowymi są:

- 1) Ustalenie możliwości plastycznego kształtowania regularnych symetrycznych nierówności trójkątnych powierzchni o parametrach wymaganych pod dalszą obróbkę powierzchniową nagniataniem.
- 2) Opracowanie modelu matematycznego kształtowania regularnych symetrycznych nierówności trójkątnych powierzchni z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i materiałowej.
- 3) Opracowanie metody i aplikacji komputerowej w systemie Ansys /LsDyna do symulacji zjawisk fizycznych zachodzących podczas kształtowania regularnych symetrycznych nierówności powierzchni metodą wygniatania naporowego tocznego.

Zakres pracy można podzielić na osiem następujących etapów:

- Etap 1.** Analiza literatury dotycząca właściwości kształtowanej nagniataniem warstwy wierzchniej i modelowania procesu nagniatania.
- Etap 2.** Badania rozpoznawcze uzasadniające celowość wprowadzenia plastycznego kształtowania regularnych, symetrycznych nierówności trójkątnych, jako nowej operacji poprzedzającej nagniatanie powierzchniowe.
- Etap 3.** Badania modelowe procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności w celu wyjaśnienia mechanizmu plastycznego płynięcia materiału dla różnych współczynników tarcia w obszarze kontaktu.
- Etap 4.** Analiza teoretyczna procesu wciskania pojedynczego lub dwóch sąsiednich klinów w ośrodek idealnie sztywno – plastyczny.
- Etap 5.** Opracowanie przyrostowego modelu procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności trójkątnych w uaktualnionym opisie Lagrange’a, przy wykorzystaniu metody wariacyjnej i metody elementów skończonych (MES).
- Etap 6.** Symulacja komputerowa procesu plastycznego kształtowania regularnych symetrycznych nierówności trójkątnych z wykorzystaniem programu Ansys/Ls Dyna.
- Etap 7.** Eksperymentalne badania weryfikujące poprawność wyników analiz numerycznych.
- Etap 8.** Wnioski końcowe. Propozycje dalszych badań.

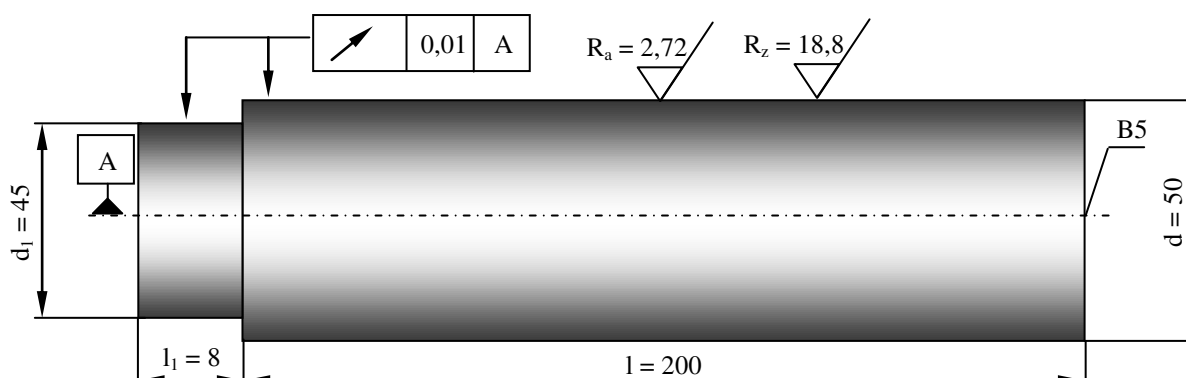


## BADANIA ROZPOZNAWCZE MOŻLIWOŚCI I CELOWOŚCI PLASTYCZNEGO KSZTAŁTOWANIA REGULARNYCH NIERÓWNOŚCI NA WAŁKACH STALOWYCH

Dotychczas stosowane operacje poprzedzające nagniatanie gładkościowe nie zapewniają uzyskania wymaganego zarysu powierzchni (pkt. 2.3 i 2.4), dlatego też zaproponowano nową operację polegającą na plastycznym kształtowaniu nierówności regularnych, symetrycznych i trójkątnych (skrót: RST). W celu określenia możliwości i celowości stosowania tej technologii, jako operacji poprzedzającej nagniatanie gładkościowe, przeprowadzono następujące badania doświadczalne:

- a) plastyczne kształtowanie nierówności RST według proponowanej technologii:
  - ✓ krążkiem o zarysie części roboczej w postaci pojedynczego klina w przekroju osiowym,
  - ✓ krążkiem o zarysie części roboczej w postaci pięciu klinów w przekroju osiowym,
  - ✓ za pomocą typowych narzędzi do walcowania gwintów.
- b) nagniatanie gładkościowe powierzchni:
  - ✓ wałków w stanie dostawy z huty (bez dodatkowej obróbki powierzchni),
  - ✓ z przygotowanymi plastycznie nierównościami RST krążkiem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym,
  - ✓ walcowanych gwintów.

Wszystkie badania za wyjątkiem walcowania gwintów i ich nagniatania gładkościowego przeprowadzono na wałkach ciągnionych w klasie dokładności  $h9$  ze stali 45, w stanie miękkim, zgodnie z PN – 85/H – 93210, o średnicy  $d = 50^{+0}_{-0,062} [mm]$  i długości całkowitej  $L=208 [mm]$ , z czego długość czynna wynosi  $l = 200 [mm]$  a chwytowa  $l_1=8 [mm]$  (rys. 2.1). Wyniki badań właściwości próbek przedstawiono w załączniku Z1. *Właściwości próbek*

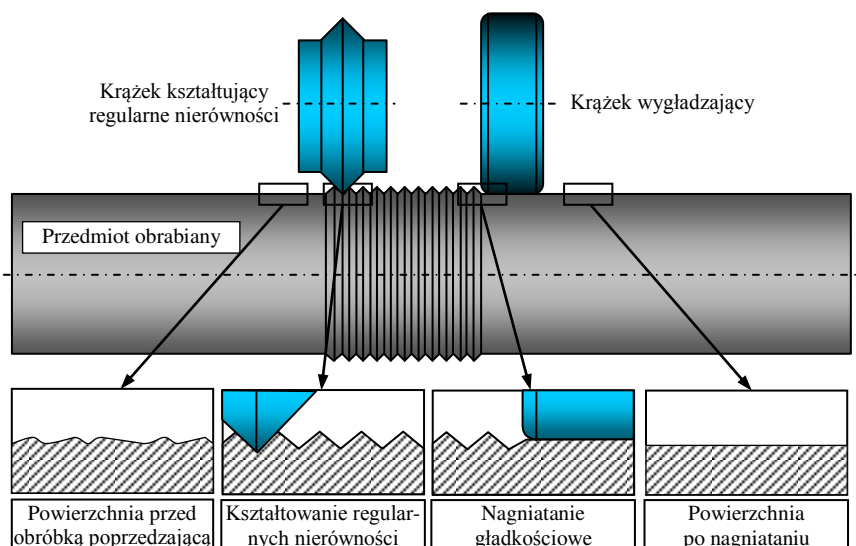


Rys. 2.1. Wymiary próbek użytych w badaniach

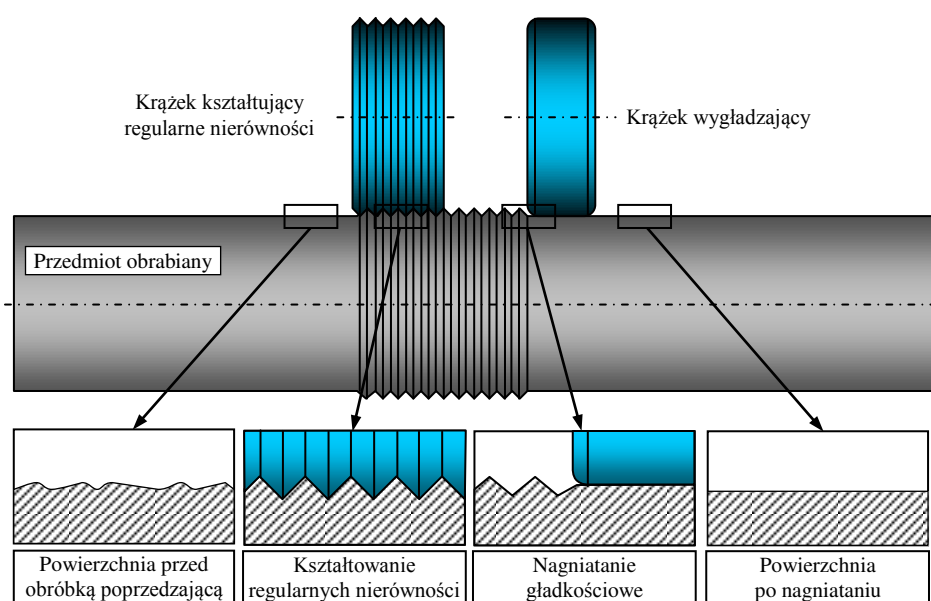
## 5. Badania procesu plastycznego kształtowania nierówności RST na wałkach stalowych

### 5.1. Opis proponowanej technologii

Schematy ideowe nowej operacji technologicznej (plastyczne kształtowanie nierówności RST) jako obróbki poprzedzającej nagniatanie gładkościowe przedstawiono na rysunkach 2.2 i 2.3. Zaproponowano dwa sposoby różniące się geometrią części roboczej krążka wygniatającego tj. w postaci pojedynczego klina (rys. 2.2) lub wielu klinów w przekroju osiowym (rys. 2.3). Konstrukcja narzędzi o wymienionych zarysach części roboczej wynika z analizy procesów walcowania gwintów zewnętrznych i wygniatacia gwintów wewnętrznych [13, 136, 137, 220].

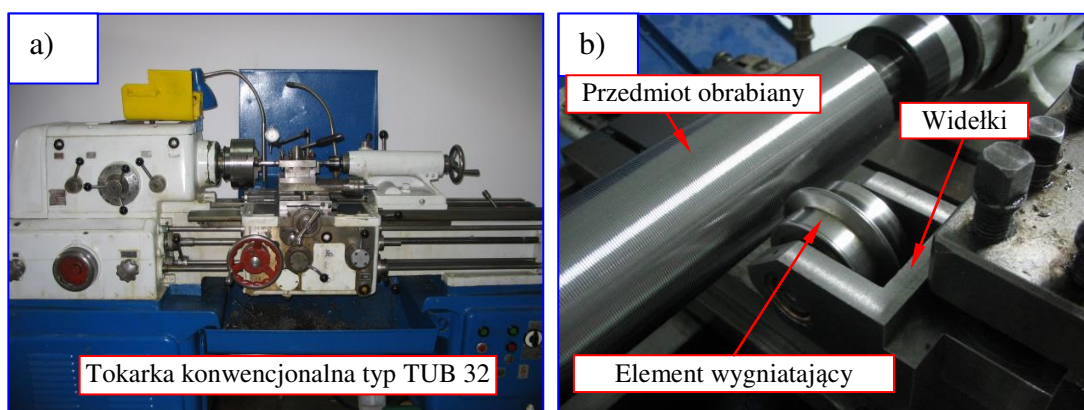


Rys. 2.2. Schemat procesu wygniatacia nierówności RST za pomocą krążka o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym a następnie nagniatania gładkościowego



Rys. 2.3. Schemat procesu wygniatacia nierówności RST za pomocą krążka o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym a następnie nagniatania gładkościowego

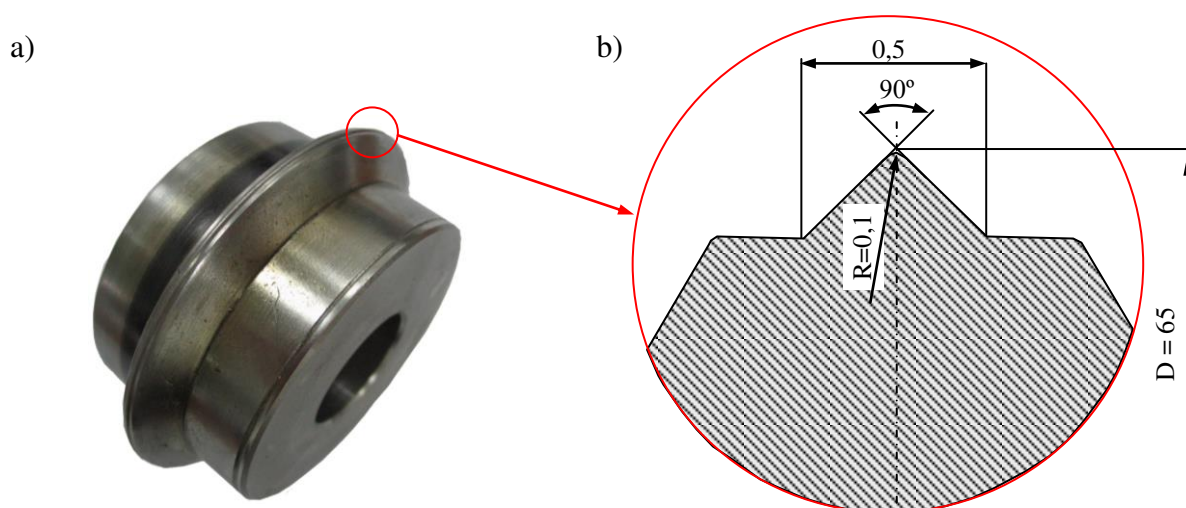
Badania procesu plastycznego kształtowania nierówności RST przeprowadzono na tokarce konwencjonalnej TUB 32 (rys. 2.4). Rozwiązanie to jest proste (i tanie) w realizacji, ponieważ nie trzeba specjalnie przebudowywać istniejących obrabiarek. Wadą tego rozwiązania jest to, że niemożliwe jest kształtowanie nierówności na prętach o dużej smukłości (ze względu na niewielką sztywność układu OUPN). Najmniejsza średnica wałka, jaka może być poddana takiej obróbce zależy od wielu czynników np. od rodzaju materiału przedmiotu, wielkości i kształtu wygniataanej nierówności, długości i zamocowania przedmiotu obrabianego, sztywności obrabiarki i całego układu obróbkowego i inne. W przypadku potrzeby zastosowania operacji poprzedzającej na prętach o niewielkiej średnicy należy zastosować inny układ obróbkowy np. trójkrążkowy układ walcowania gwintów przedstawiony w dalszej części niniejszego rozdziału.



Rys. 2.4. Stanowisko badawcze do kształtowania nierówności RST: a) widok ogólny, b) widok układu OUPN

## 5.2. Plastyczne kształtowanie nierówności RST krążkiem o zarysie jednego klina w przekroju osiowym

Krążek do wygniataania o zarysie jednego klina w przekroju osiowym, wykonany w klasie dokładności IT 6 ze stali NC6 zahartowanej do twardości 65 HRC, przedstawiono na rysunku 2.5.



Rys. 2.5. Krążek do wygniataania nierówności o zarysie jednego klina w przekroju osiowym: a) widok ogólny; b) parametry zarysu części roboczej krążka wygniatającego

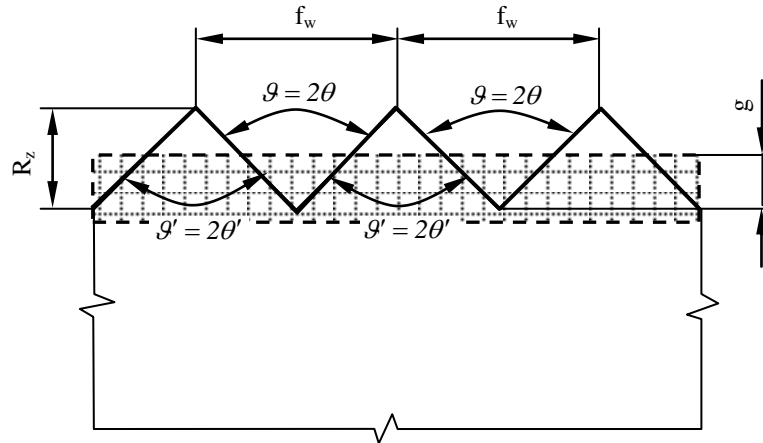
Badania realizowano dla wybranych wartości posuwu wygniataania  $f_w = 0,1$ ;  $f_w = 0,2$ ;  $f_w = 0,4$ ;  $f_w = 0,5$ ;  $f_w = 0,6$ ;  $f_w = 0,7$ ;  $f_w = 0,75$ ; i  $f_w = 0,95$  [mm/obr], przy stałej prędkości wygniataania



$v_w = 0,04$  [m/s]. Element wygniatający zagłębiany na głębokość  $g$  (wygniatanie z dociskiem sztywnym), dla każdej próbki inną, obliczaną z przybliżonej zależności geometrycznej wynikającej z rysunku 2.6, przy założeniu: braku odkształceń sprężystych całego układu OUPN, płaskiego stanu odkształcenia, braku błędów kształtu i przy pominięciu chropowatości powierzchni:

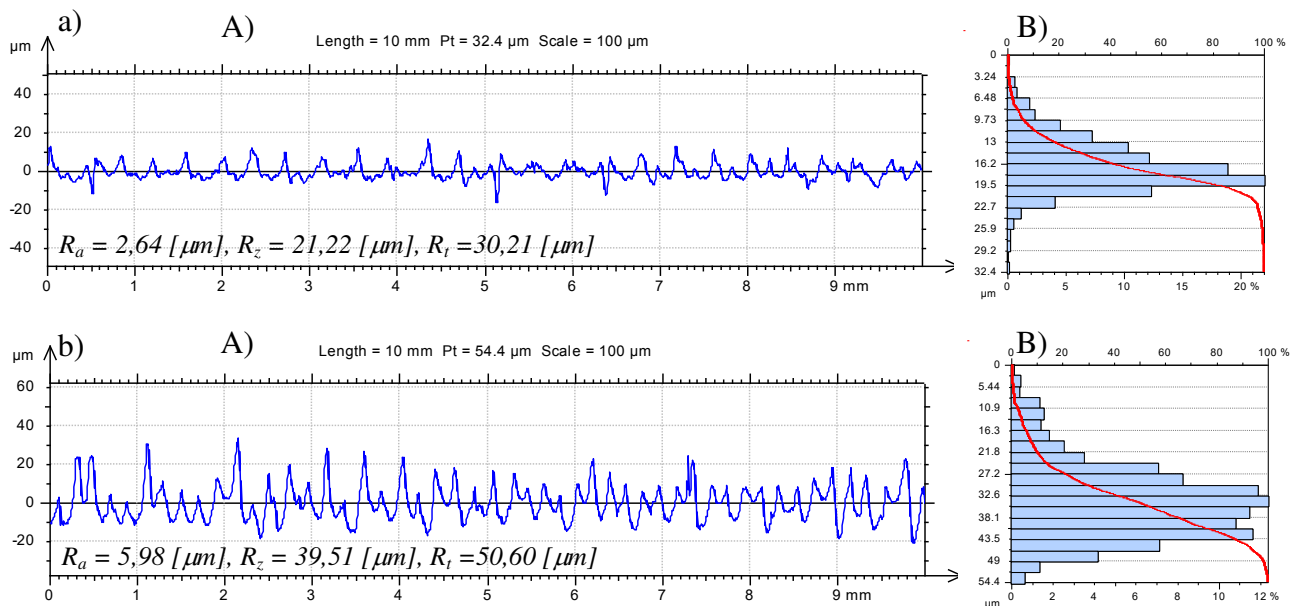
$$g = 0,5 \cdot R_z = 0,25 \cdot f_w \cdot \text{ctg} \theta, \quad (2.1)$$

gdzie:  $\theta$  – połowa kąta wierzchołkowego narzędzia,  $f_w$  – posuw wygniatania,  $R_z$  – wysokość nierówności.

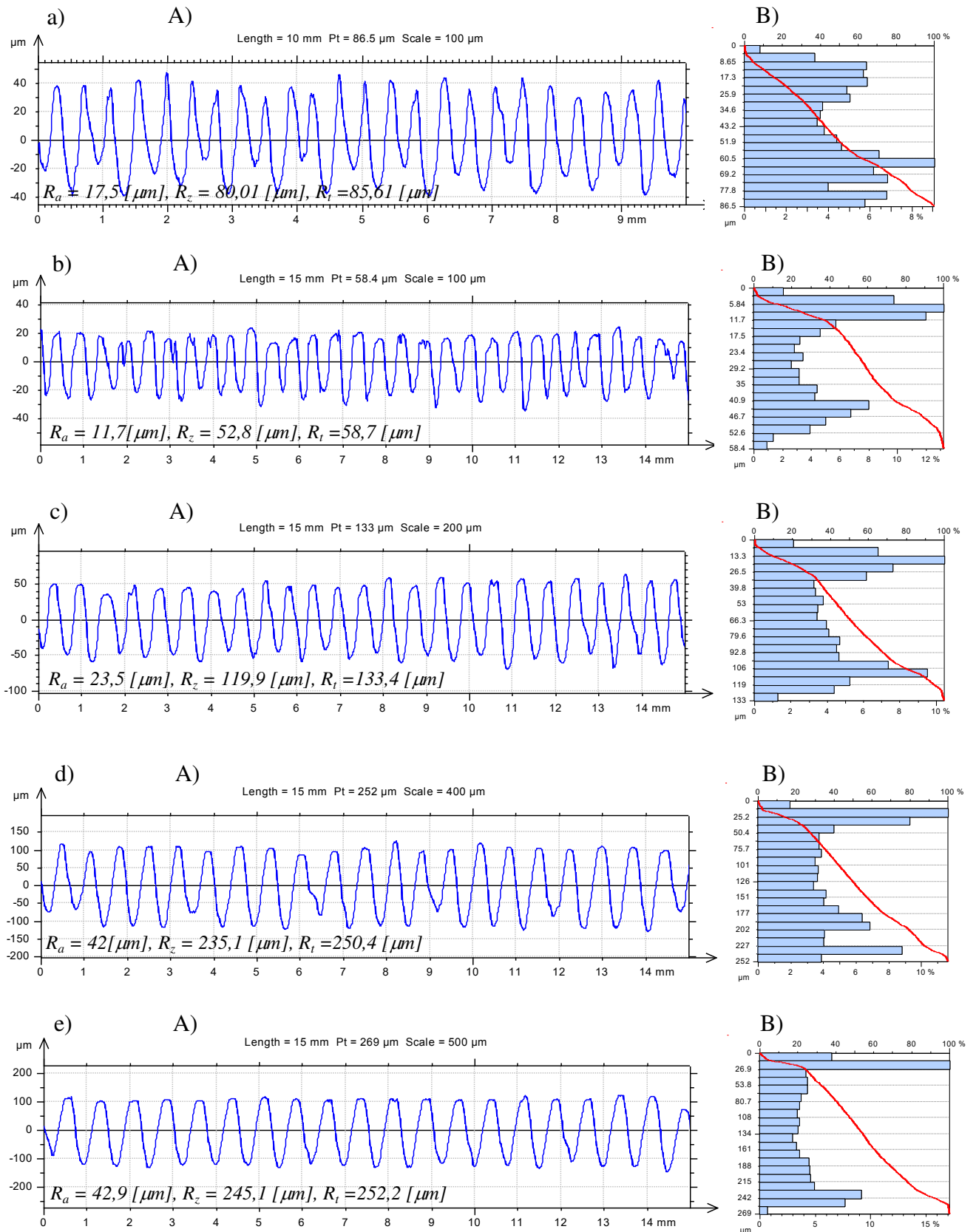


Rys. 2.6. Schemat do wyznaczenia głębokości wygniatania nierówności RST:  $\vartheta = 2\theta$  – kąt wierzchołkowy narzędzia;  $\vartheta' = 2\theta'$  – kąt wierzchołkowy nierówności

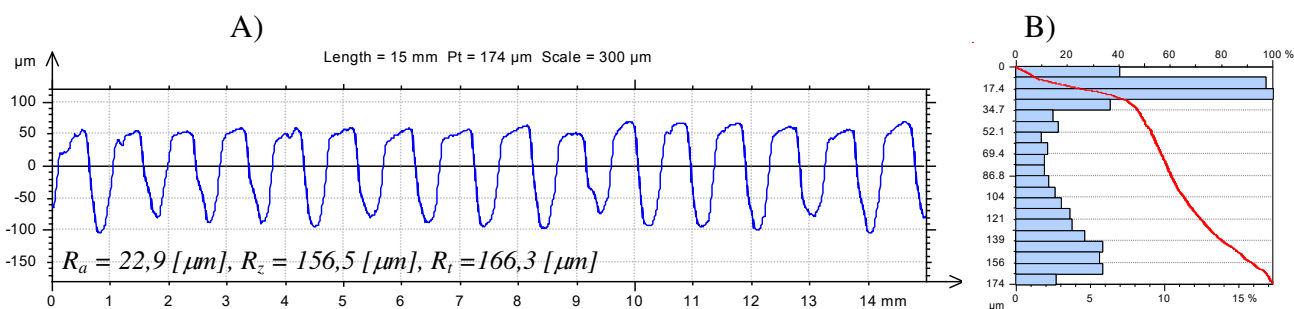
Przykładowe wyniki pomiarów parametrów wysokościowych profilu (średnie arytmetyczne odchylenie profilu od linii średniej  $R_a$ , wysokość chropowatości według dziesięciu punktów profilu  $R_z$  oraz całkowita wysokość profilu  $R_t$ ) oraz profilogramy powierzchni i krzywe nośności powierzchni według Abbotta przedstawiono na rysunkach 2.7 ÷ 2.9.



Rys. 2.7. Profilogramy powierzchni (A) i krzywe nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST z posuwem  $f_w$  i głębokością  $g$ : a)  $f_w = 0,1$  [mm/obr],  $g \approx 0,05$  [mm]; b)  $f_w = 0,2$  [mm/obr],  $g \approx 0,1$  [mm]



Rys. 2.8. Profilogramy powierzchni (A) i krzywe nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST z posuwem  $f_w$  i głębokością  $g$ : a)  $f_w = 0,4 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 0,2 [\text{mm}]$ ; b)  $f_w = 0,5 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 0,25 [\text{mm}]$ ; c)  $f_w = 0,6 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 0,3 [\text{mm}]$ ; d)  $f_w = 0,7 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 0,35 [\text{mm}]$ ; e)  $f_w = 0,75 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 0,375 [\text{mm}]$



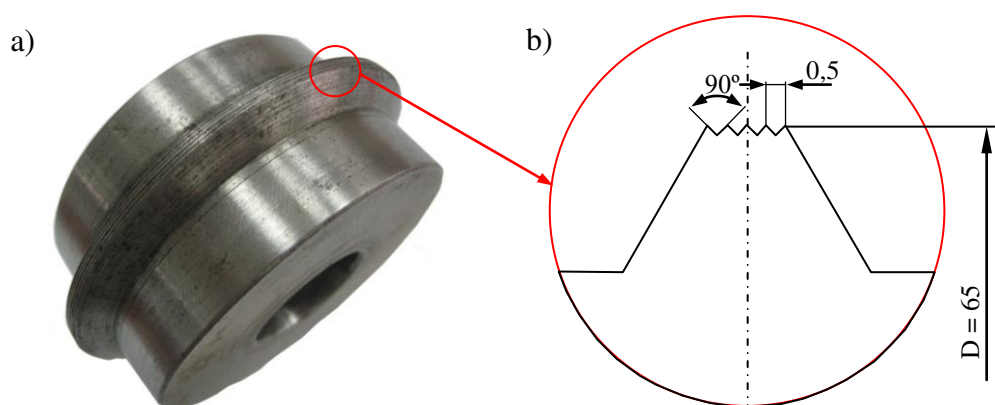
Rys. 2.9. Profilogram powierzchni (A) i krzywa nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST z posuwem  $f_w = 0,95 [\text{mm}/\text{obr}]$  i głębokością  $g \approx 0,475 [\text{mm}]$

Na podstawie przedstawionych wyników badań oraz [150] można stwierdzić, że kształtowanie nierówności RST za pomocą narzędzia o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym jest możliwe, pod warunkiem zapewnienia odpowiednich wartości posuwów  $f_w$ . Dla danych warunków obróbki istnieje taki minimalny posuw graniczny, powyżej którego następuje kształtowanie nierówności RST.

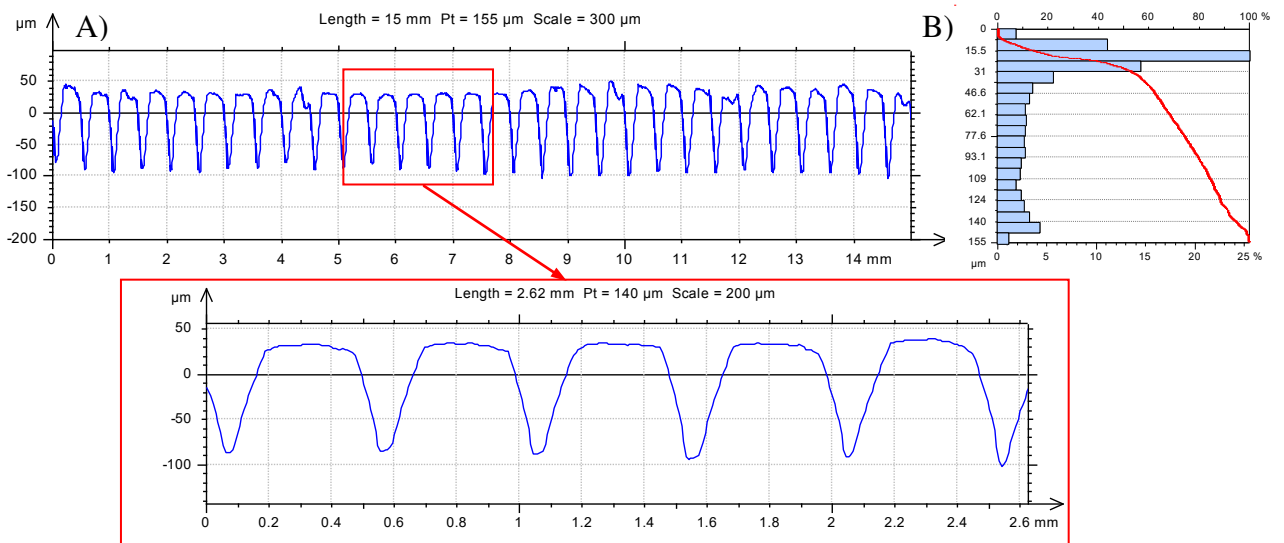
W badanych przypadkach stwierdzono, że regularne nierówności zaczęły się kształtować dla posuwu  $f_w = 0,6 [\text{mm}/\text{obr}]$  i większych (rys. 2.8 c ÷ e i rys. 2.9). Natomiast dla posuwów mniejszych  $0,1 \leq f_w \leq 0,5 [\text{mm}/\text{obr}]$  (rys. 2.7, 2.8 a, b) nie zaobserwowano tworzenia się nierówności RST. Wraz ze wzrostem posuwu (powyżej granicznego) zmniejszają się odchyłki wysokości kształtowanych nierówności, lecz zarys nierówności różni się od zarysu teoretycznego (trójkątnego). Jest to spowodowane swobodnym przemieszczaniem się wypływek na boki (brak ograniczeń) a otrzymywany zarys charakteryzuje się zaokrąglonymi bokami i niepełnym zarysem – płaskie wierzchołki. Można tego uniknąć stosując krążki w postaci wielu klinów w przekroju osiowym. Wówczas każda nierówność jest kształtowana pomiędzy dwoma sąsiednimi klinami, a następnie kalibrowana przez kolejne kliny narzędzia.

### 5.3. Plastyczne kształtowanie nierówności RST krążkiem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym

Krążek wygniatający o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym, wykonany w klasie dokładności IT 6 ze stali NC6 zahartowanej do twardości 65 HRC, przedstawiono na rysunku 2.10.



Rys. 2.10. Krążek do wygniataania nierówności RST o zarysie pięciu klinów: a) widok ogólny, b) parametry zarysu części roboczej

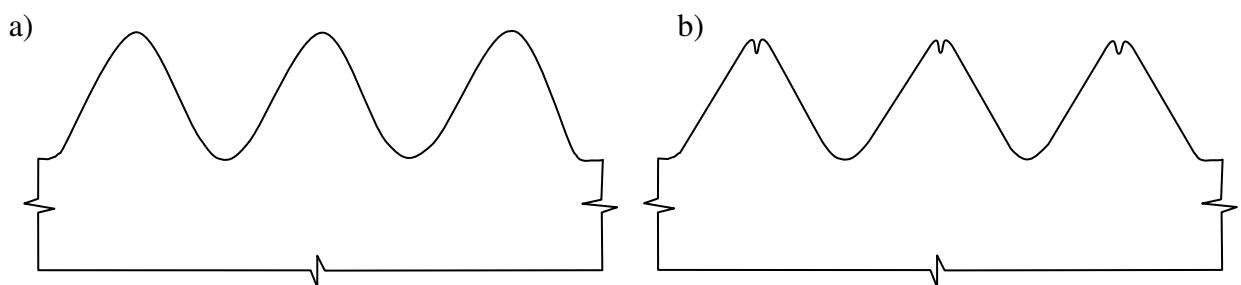


Rys. 2.11. Profilogram powierzchni (A) i krzywa nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST z parametrami:  $f_w = 0,5$  [mm/obr],  $g = 0,25$  [mm],  $v = 0,04$  [m/s]

Wykonano dziesięć prób plastycznego kształtowania nierówności RST ze stałymi parametrami technologicznymi: prędkość  $v = 0,04$  [m/s] oraz posuw  $f_w = 0,5$  [mm/obr] i głębokość  $g = 0,25$  [mm] wygniatania, które zostały odpowiednio dobrane do geometrii części roboczej krążka. Przykładowe wyniki przedstawiono w formie profilogramu powierzchni i krzywej nośności według Abbotta na rysunku 2.11.

Badania wykazały poprawienie jakości uzyskiwanego zarysu nierówności RST w porównaniu ze sposobem ich otrzymywania opisanego w pkt. 5.2. Zmniejszyły się odchyłki wysokości nierówności, wzrosła również dokładność odwzorowania zarysu. Zaobserwowano jednak nowe niekorzystne zjawisko – tworzenie się szczelin na wierzchołkach nierówności RST.

Z danych literaturowych [13, 136, 137, 220] wynika, że podczas wygniatania gwintów (gwinty wewnętrzne) w większości przypadków występuje szczelina na wierzchołku gwintu, natomiast dla gwintów walcowanych (gwinty zewnętrzne) tylko w nielicznych przypadkach można ją zaobserwować (rys. 2.12). Szczelina ta, na pracę gwintu nie ma istotnego wpływu, jednakże w procesie dalszego nagniatania jest niepożądana, gdyż może być przyczyną złuszczenia WW lub pęknięcia wyrobu.



Rys. 2.12. Walcowany gwint o pełnym (a) i niepełnym zarysie (ze szczeliną na wierzchołku) (b)

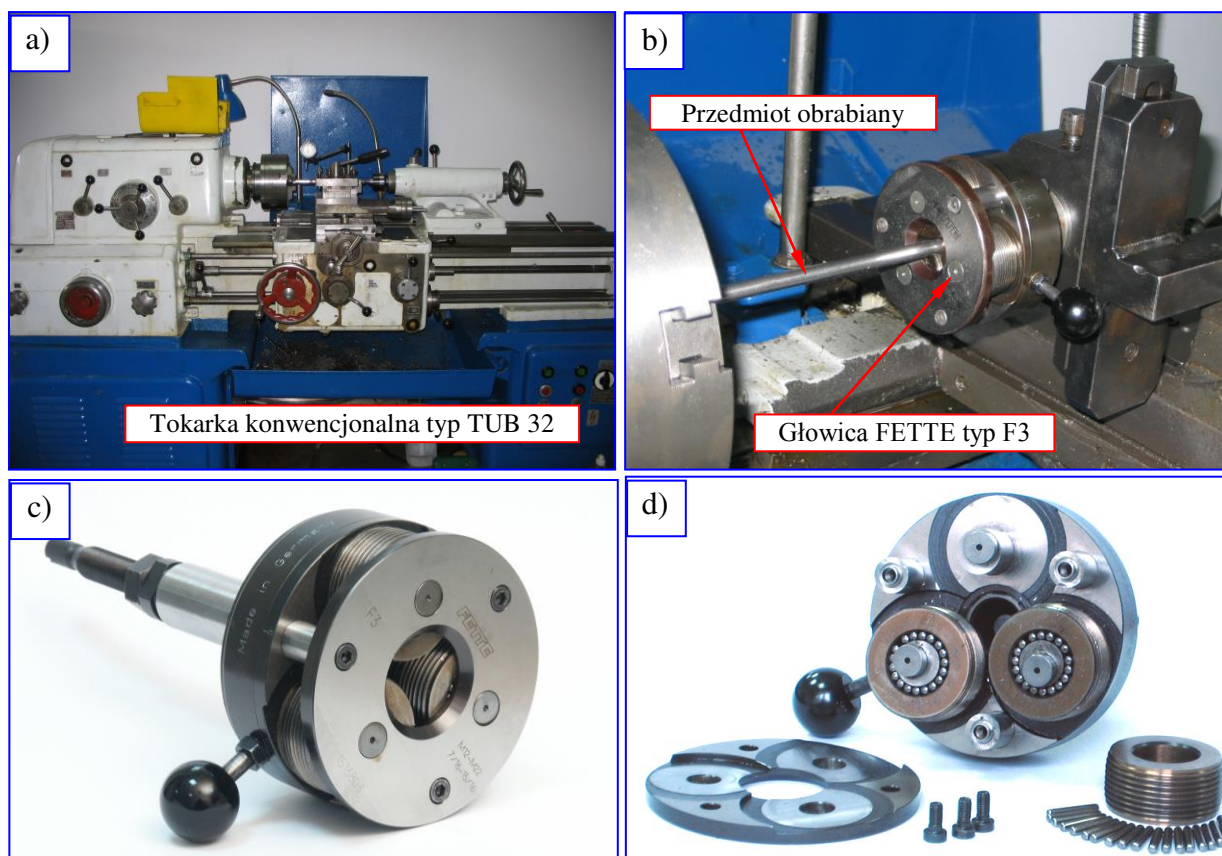
Powstawanie tego zjawiska w procesie plastycznego kształtowania gwintów nie zostało dotychczas wyjaśnione. Twierdzi się, że głównym czynnikiem jest skok gwintu, natomiast wpływ współczynnika tarcia jest niejednoznaczny [136, 137, 220]. Zjawisko to, pojawiające się w procesie wygniatania nierówności, będzie dokładniej analizowane w Części VI niniejszej pracy.

#### 5.4. Badania możliwości zastosowania znormalizowanych narzędzi do walcowania gwintów

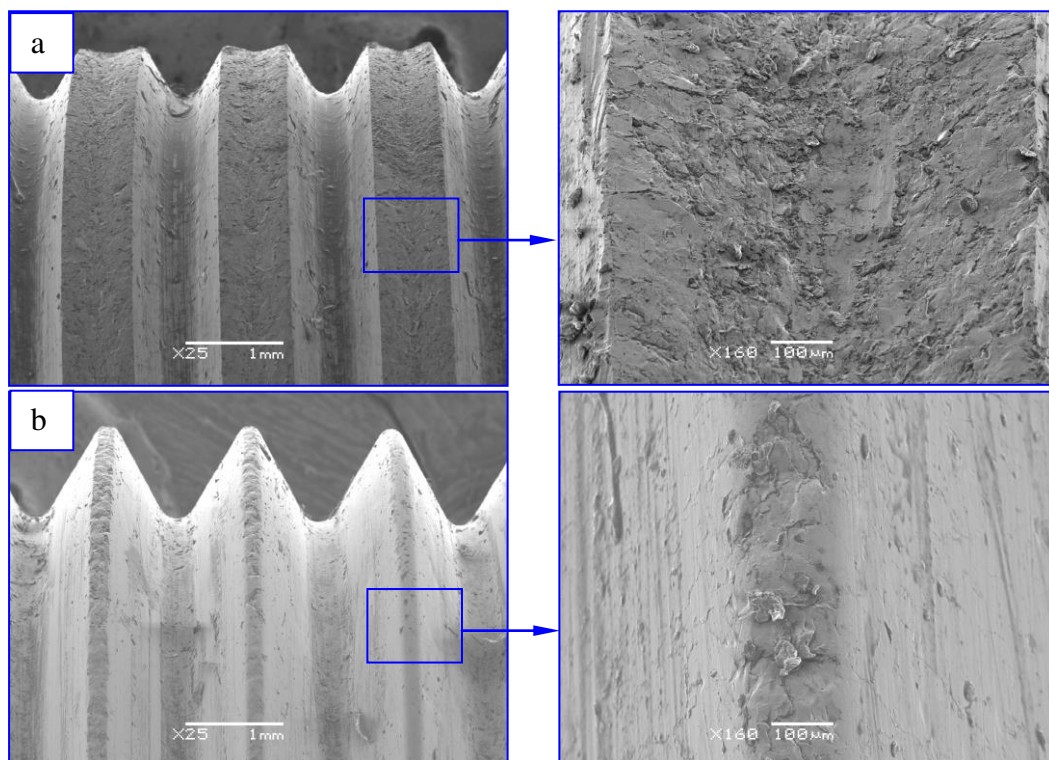
Celem badań jest możliwość wykorzystania znormalizowanych narzędzi do walcowania gwintów do proponowanej technologii kształtowania regularnych nierówności pod obróbkę nagniataniem oraz ocena wpływu wybranych warunków walcowania (rodzaj materiału, średnica gwintu, skok (posuw) i prędkość walcowania) na zjawisko tworzenia się szczeliny na wierzchołku nierówności RST.

Badania przeprowadzono na tokarce konwencjonalnej *TUB 32*. Próbkę mocowano w samocentrującym uchwycie trójścżętkowym *PUTp 350*, natomiast w imaku narzędziowym montowano trójkrążkową głowicę *FETTE* typ *F2* i *F3* (rys. 2.13).

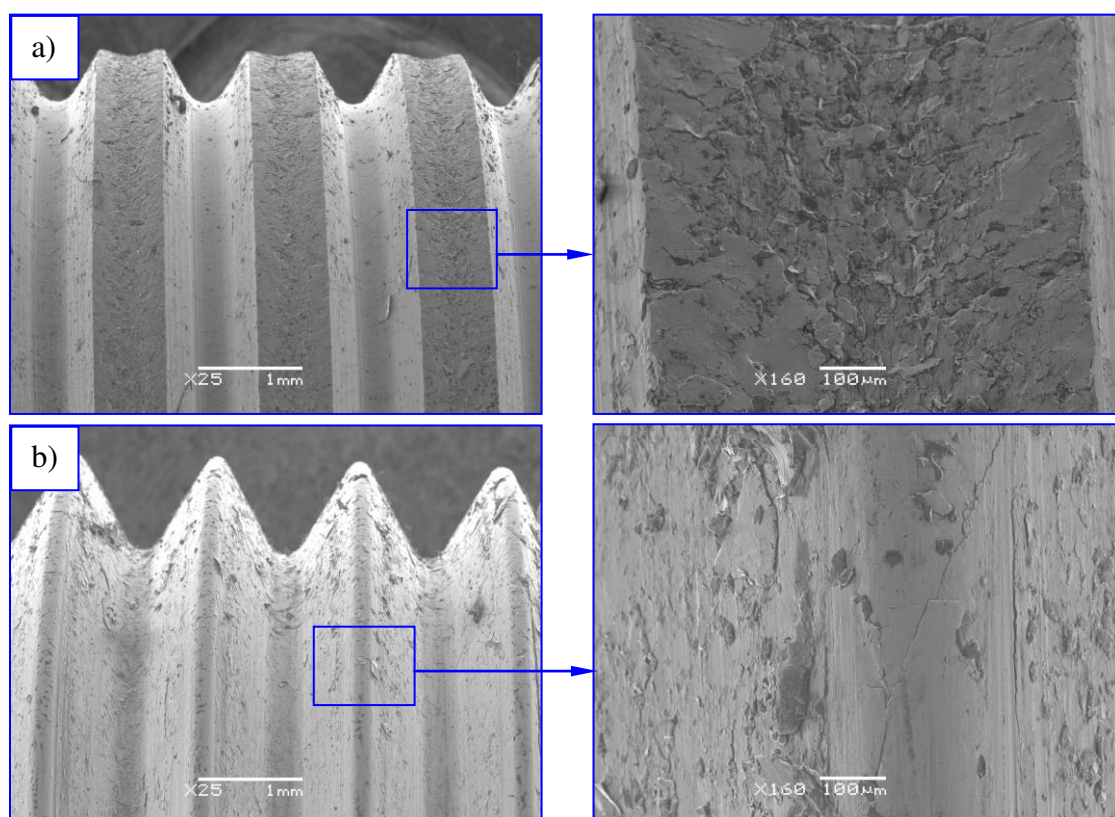
Na próbkach (prętach) ciągniętych zgodnie z PN – 85/H – 93210 ze stali *St3* oraz *45* o średnicach  $d = 9,0^{+0}_{-0,036}$  [mm] i  $d = 20,5^{+0}_{-0,052}$  [mm], długości  $l = 300$  [mm] w stanie miękkim wykonanych w klasie dokładności *h9* walcowano odpowiednio gwinty:  $M10 \times 1,5$  (za pomocą głowicy *F2*) i  $M22 \times 2,5$  (za pomocą głowicy *F3*). Badania przeprowadzono dla dwóch prędkości walcowania dla każdego rodzaju gwintu, tzn. dla gwintu  $M10 \times 1,5$ ,  $v = 0,014$  [m/s] oraz  $v = 0,706$  [m/s], natomiast dla gwintu  $M22 \times 2,5$ ,  $v = 0,029$  [m/s] i  $v = 1,487$  [m/s], przy identycznych warunkach tarcia (obfite smarowanie olejem *ESSO WALZOEL SFM 132*). Badania powierzchni walcowanych gwintów  $M10 \times 1,5$  przeprowadzono w Katedrze Inżynierii Materiałowej na Wydziale Mechanicznym Politechniki Koszalińskiej. Przykładowe zdjęcia z mikroskopu skaningowego typ *JEOL JSM 5500 LV* przedstawiono na rysunkach 2.14 ÷ 2.17.



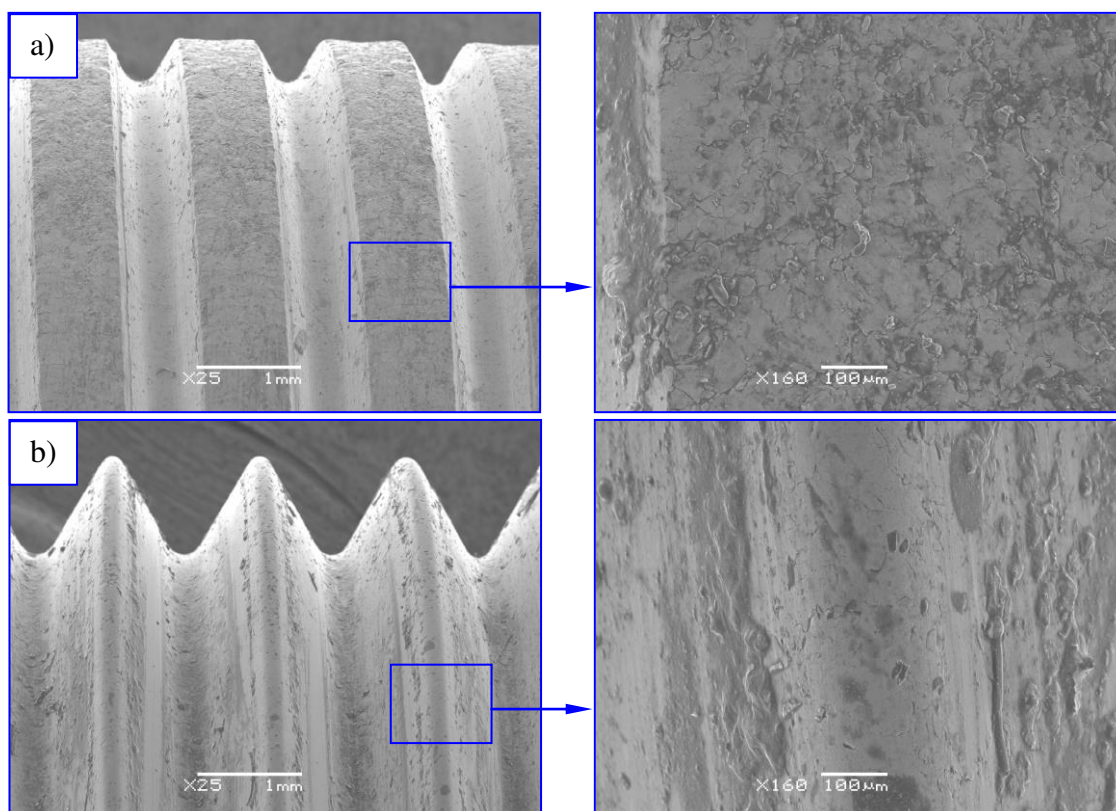
Rys. 2.13. Stanowisko do walcowania gwintów metrycznych: a) widok ogólny, b) widok układu OUPN, c) widok ogólny głowicy typ *F3*, d) widok elementów składowych głowicy typ *F3*



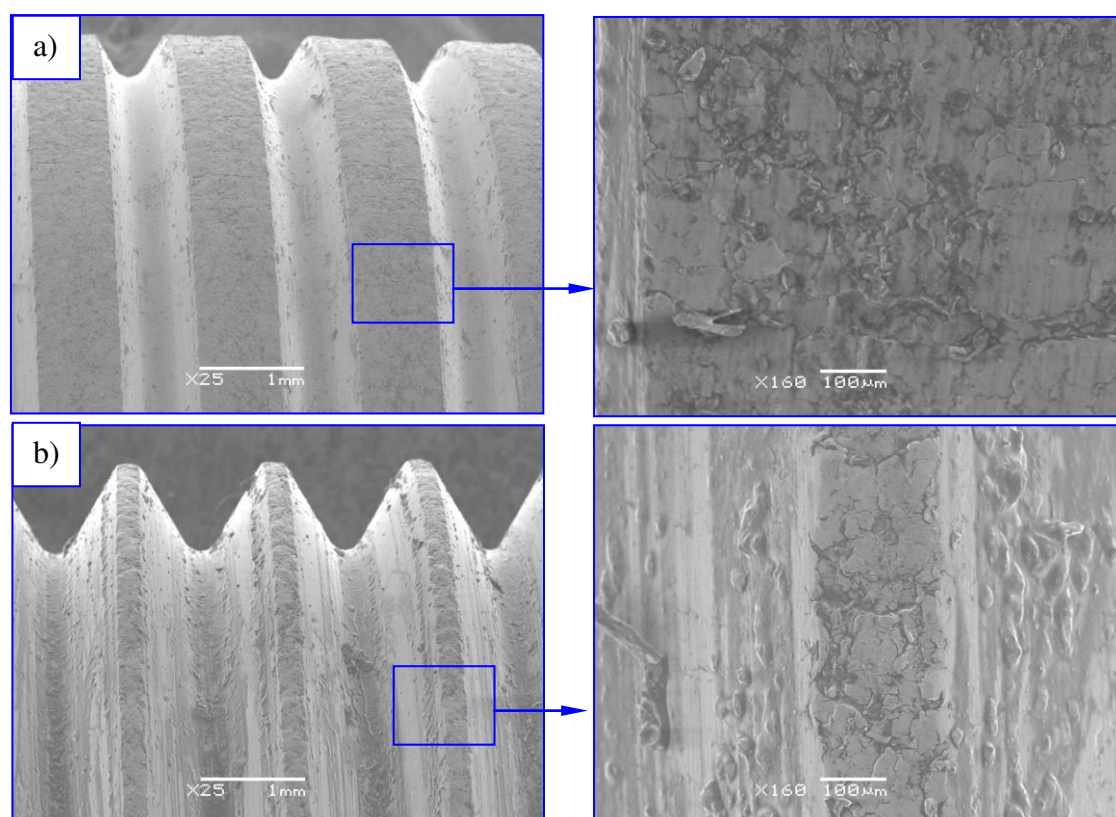
Rys. 2.14. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 0,014$  [m/s]):  
a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu



Rys. 2.15. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 0,706$  [m/s]):  
a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu

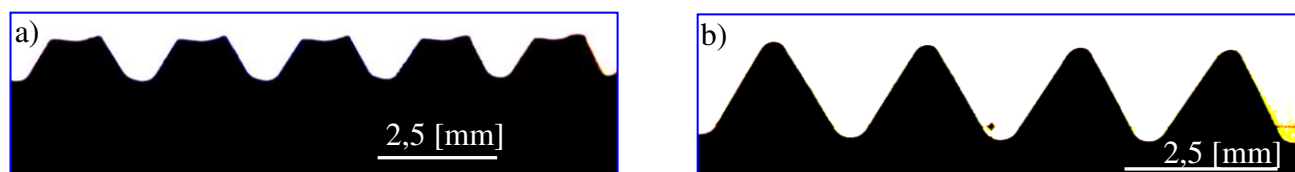


Rys. 2.16. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na walcach ze stali 45 ( $v = 0,029$  [m/s]):  
a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu

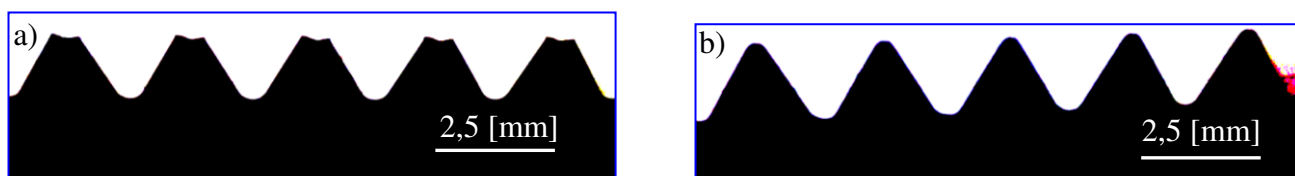


Rys. 2.17. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na walcach ze stali 45 ( $v = 1,487$  [m/s]):  
a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu

Badania zarysu gwintu  $M22 \times 2,5$  przeprowadzono na mikroskopie warsztatowym oraz optoelektronicznym mikroskopie Werth będącym na wyposażeniu Zakładu Metrologii i Jakości na Wydziale Mechanicznym Politechniki Koszalińskiej.



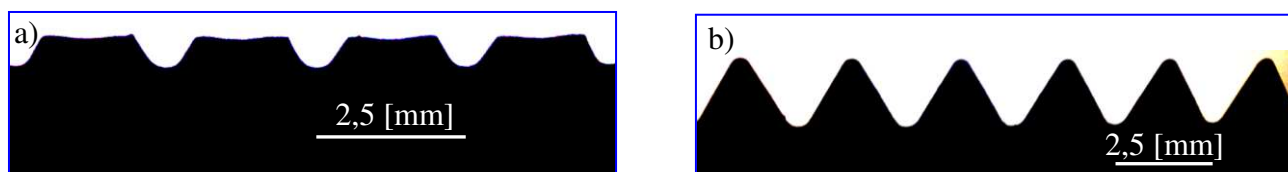
Rys. 2.18. Zdjęcia gwintu  $M22 \times 2,5$  walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 0,029$  [m/s]):  
a) 50%` zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu



Rys. 2.19. Zdjęcia gwintu  $M22 \times 2,5$  walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 1,487$  [m/s]):  
a) 85% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu



Rys. 2.20. Zdjęcia gwintu  $M22 \times 2,5$  walcowanego na wałkach ze stali 45 ( $v = 0,029$  [m/s]):  
a) 45% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu



Rys. 2.21. Zdjęcia gwintu  $M22 \times 2,5$  walcowanego na wałkach ze stali 45 ( $v = 1,487$  [m/s]):  
a) 45% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu

Dokładność odwzorowania narzędzia określono za pomocą następujących wartości różnic:

$$\Delta\vartheta = \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}', \quad (2.2 \text{ a})$$

$$\Delta f_w = \bar{f}_w - \bar{f}'_w, \quad (2.2 \text{ b})$$

$$\Delta R_z = \bar{R}_z - \bar{R}'_z, \quad (2.2 \text{ c})$$

gdzie:

$\bar{\vartheta}$  i  $\bar{\vartheta}'$  – średni kąt wierzchołkowy, odpowiednio narzędzia i nierówności przedmiotu,

$\bar{f}_w$  i  $\bar{f}'_w$  – średnia odległość, odpowiednio klinów narzędzia i nierówności przedmiotu,

$\bar{R}_z$  i  $\bar{R}'_z$  – średnia wysokość, odpowiednio klinów narzędzia i nierówności RST.

Wyniki pomiarów odwzorowania narzędzia na przedmiocie obrabianym dla walcowanych gwintów  $M10 \times 1,5$  i  $M22 \times 2,5$ , przy wybranych prędkościach walcowania zestawiono w tabeli 2.1.



Tabela 2.1. Zestawienie wyników pomiarów wielkości geometrycznych gwintów

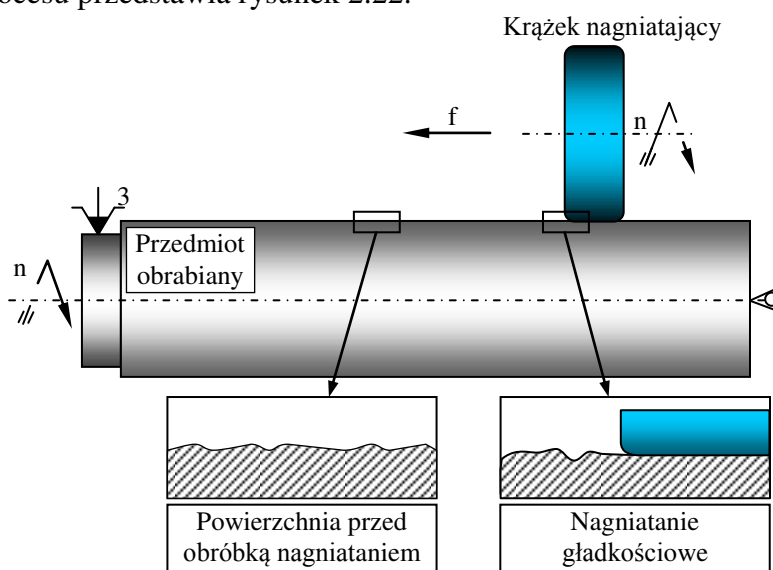
Dokładność odwzorowania mierzona różnicami	Gwint M10 × 1,5		Gwint M22 × 2,5	
	Prędkość wygniatania $v_w$ [m/s]			
	0,014	0,7	0,03	1,5
$\Delta\vartheta = \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'$ [°]	0,05	0,04	0,04	0,05
$\Delta f_w = \bar{f}_w - \bar{f}'_w$ [mm]	0,007	0,007	0,01	0,01
$\Delta R_z = \bar{R}_z - \bar{R}'_z$ [mm]	0,09	0,08	0,08	0,09

Na zdjęciach skaningowych gwintów  $M10 \times 1,5$  (rys. 2.14 ÷ 2.17) nie zaobserwowano istotnego wpływu prędkości walcowania. Natomiast zaobserwowano wyraźne różnice w mechanizmie plastycznego płynięcia kształtowanych nierówności RST dla różnych gatunków stali. Dla stali St3 występuje zjawisko tworzenia się wgłębienia na wierzchołku (rys. 2.14 a i 2.15 a). Obserwacja wierzchołków wykazała ich pęknięcia i zawalcowania materiału (rys. 2.14 b i 2.15 b). Natomiast dla stali 45 nie zaobserwowano tworzenia się szczelin, pęknięć oraz zawalcowania na wierzchołkach (rys. 2.16 a i 2.17 a). Podobne wyniki uzyskano dla gwintów  $M22 \times 2,5$  (rys. 2.18 ÷ 2.21). Dla poszczególnych wartości odchyłek według wzorów (2.2 a – c), przeprowadzono test istotności  $t$  – Studenta. Postawiono następujące hipotezy statystyczne:  $H_0$  – średnie arytmetyczne wartości odchyłek nie różnią się istotnie, wobec hipotezy alternatywnej:  $H_1$  – średnie arytmetyczne wartości odchyłek różnią się istotnie. Wartość statystyki testowej, na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , wynosi:  $t = 2,0$ , natomiast  $t_{kr} = 3,182$ . Na podstawie testu  $t$  – Studenta stwierdzono, że wpływ prędkości (dla badanego przedziału) na odwzorowanie narzędzia mierzone wielkościami zestawionymi w tabeli 2.1 jest nieistotny.

## 6. Nagniatanie gładkościowe powierzchni

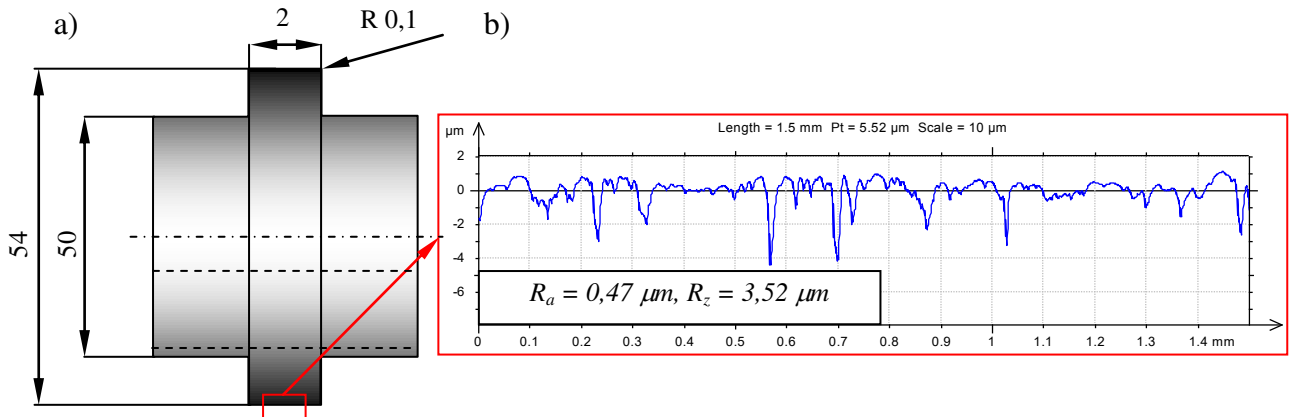
### 6.1 Nagniatanie gładkościowe wałków w stanie dostawy z huty

Badania procesu nagniatania gładkościowego wałków realizowano na tokarce konwencjonalnej typ *TUB 32*. Zastosowano nagniatanie toczne z dociskiem sztywnym, w którym parametrami technologicznymi procesu są: prędkość nagniatania  $v_n$ , posuw nagniatania  $f_n$  i głębokość nagniatania  $g$ . Schemat procesu przedstawia rysunek 2.22.



Rys. 2.22. Schemat procesu nagniatania gładkościowego wałka bez specjalnego przygotowania powierzchni zewnętrznych

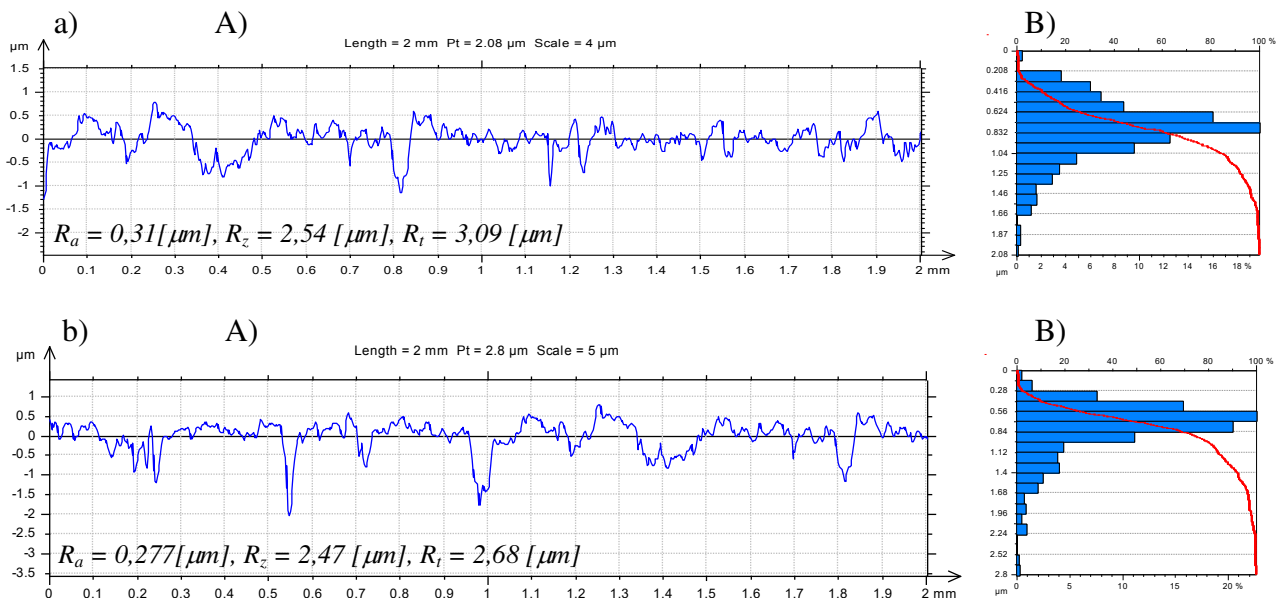
Jako narzędzia nagniatającego użyto krążka dwutoroidalno – walcowego, wykonanego ze stali narzędziowej NC6, ulepszonej cieplnie do twardości 65 HRC, o geometrii przedstawionej na rysunku 2.23 a, natomiast profil chropowatości jego powierzchni czynnej – na rysunku 2.23 b.



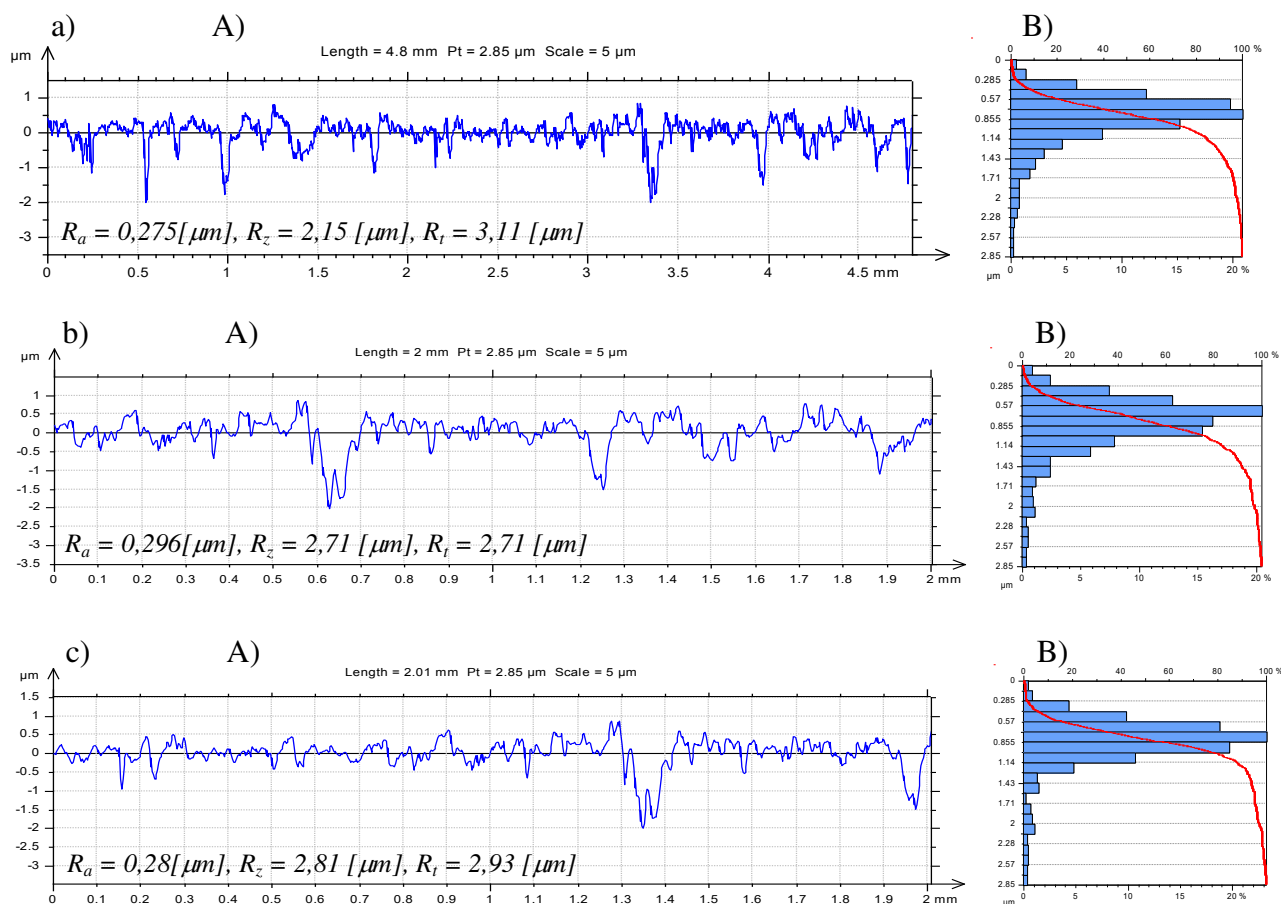
Rys. 2.23. Krążek dwutoroidalno – walcowy do nagniatania gładkościowego wykonany ze stali NC6 o twardości 65 HRC (a) i profilogram powierzchni roboczej (b)

Proces nagniatania gładkościowego próbek przeprowadzono zgodnie z rysunkiem 2.22. Element nagniatający zamocowano w imaku nożowym za pomocą specjalnych widełek. Stosowano trzy wartości posuwu:  $f_n = 0,05$ ;  $f_n = 0,2$  i  $f_n = 0,5$  [mm/obr], trzy wartości prędkości nagniatania:  $v_n = 0,04$ ;  $v_n = 0,82$  i  $v_n = 1,86$  [m/s], oraz stałą głębokość nagniatania  $g = 0,05$  [mm].

Przykładowe wyniki pomiarów chropowatości powierzchni w postaci profilogramów i krzywych nośności według Abbotta przedstawiono na rysunkach 2.24 ÷ 2.25. Profilogramy uzyskano metodą stykową na profilografometrze Hommeltester 8000 będący na wyposażeniu Zakładu Metrologii i Jakości na Wydziale Mechanicznym Politechniki Koszalińskiej.



Rys. 2.24. Profilogramy powierzchni (A) oraz krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu z parametrami technologicznymi: a)  $f_n = 0,05$  [mm/obr],  $v_n = 0,04$  [m/s],  $g = 0,05$  [mm]; b)  $f_n = 0,5$  [mm/obr],  $v_n = 0,04$  [m/s],  $g = 0,05$  [mm]



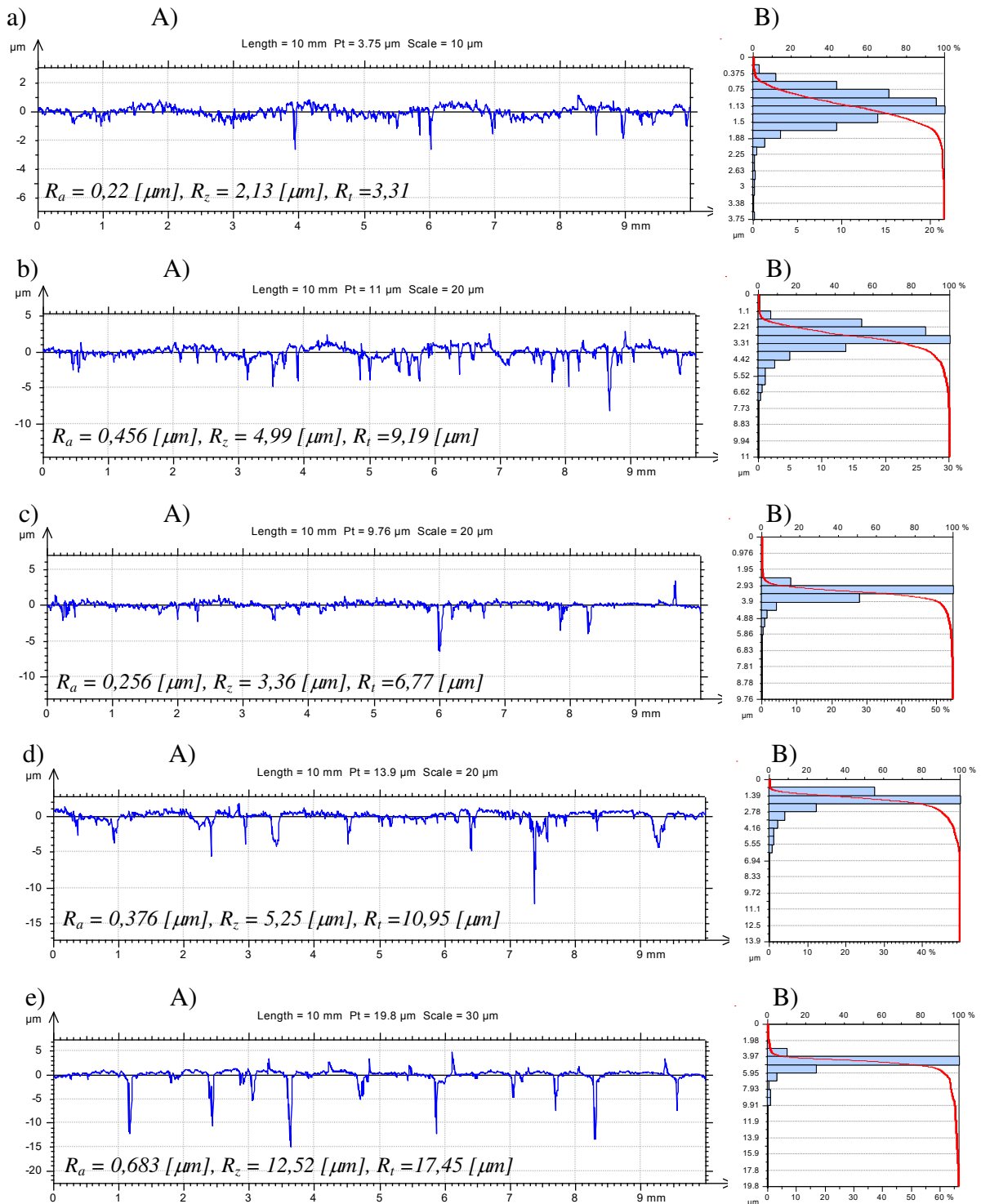
Rys. 2.25. Profilogramy powierzchni (A) oraz krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu z parametrami technologicznymi: a)  $f_n = 0,2 [\text{mm/obr}]$ ,  $v_n = 0,82 [\text{m/s}]$ ,  $g = 0,05 [\text{mm}]$ ; b)  $f_n = 0,05 [\text{mm/obr}]$ ,  $v_n = 1,86 [\text{m/s}]$ ,  $g = 0,05 [\text{mm}]$ ; c)  $f_n = 0,5 [\text{mm/obr}]$ ,  $v_n = 1,86 [\text{m/s}]$ ,  $g = 0,05 [\text{mm}]$

Najlepszy wynik nagniatania gładkościowego ( $R_a = 0,275 [\mu\text{m}]$ ) uzyskano dla następujących parametrów technologicznych procesu:  $f_n = 0,2 [\text{mm/obr}]$ ,  $v_n = 0,82 [\text{m/s}]$  i  $g = 0,05 [\text{mm}]$  (rys. 2.25 a). W tym przypadku nastąpiło ok. 10 – krotne zmniejszenie wysokości nierówności, a wartości parametrów chropowatości powierzchni są porównywalne z wartościami parametrów chropowatości powierzchni po szlifowaniu dokładnym. Jednak otrzymany profil chropowatości jest nieregularny. Spowodowane to jest niedokładnym przygotowaniem powierzchni pod nagniatanie, charakteryzujące się również nieregularnym zarysem. W wielu przypadkach, wymagania odnośnie stanu powierzchni po nagniataniu są znacznie rygorystyczne – regularny zarys o chropowatości  $R_a < 0,2 [\mu\text{m}]$ , a nawet  $R_a < 0,1 [\mu\text{m}]$ . Uzyskanie takiej powierzchni wymaga specjalnego przygotowania powierzchni pod nagniatanie poprzez np. dokładne szlifowanie lub kształtowanie regularnych nierówności na tokarkach CNC [130].

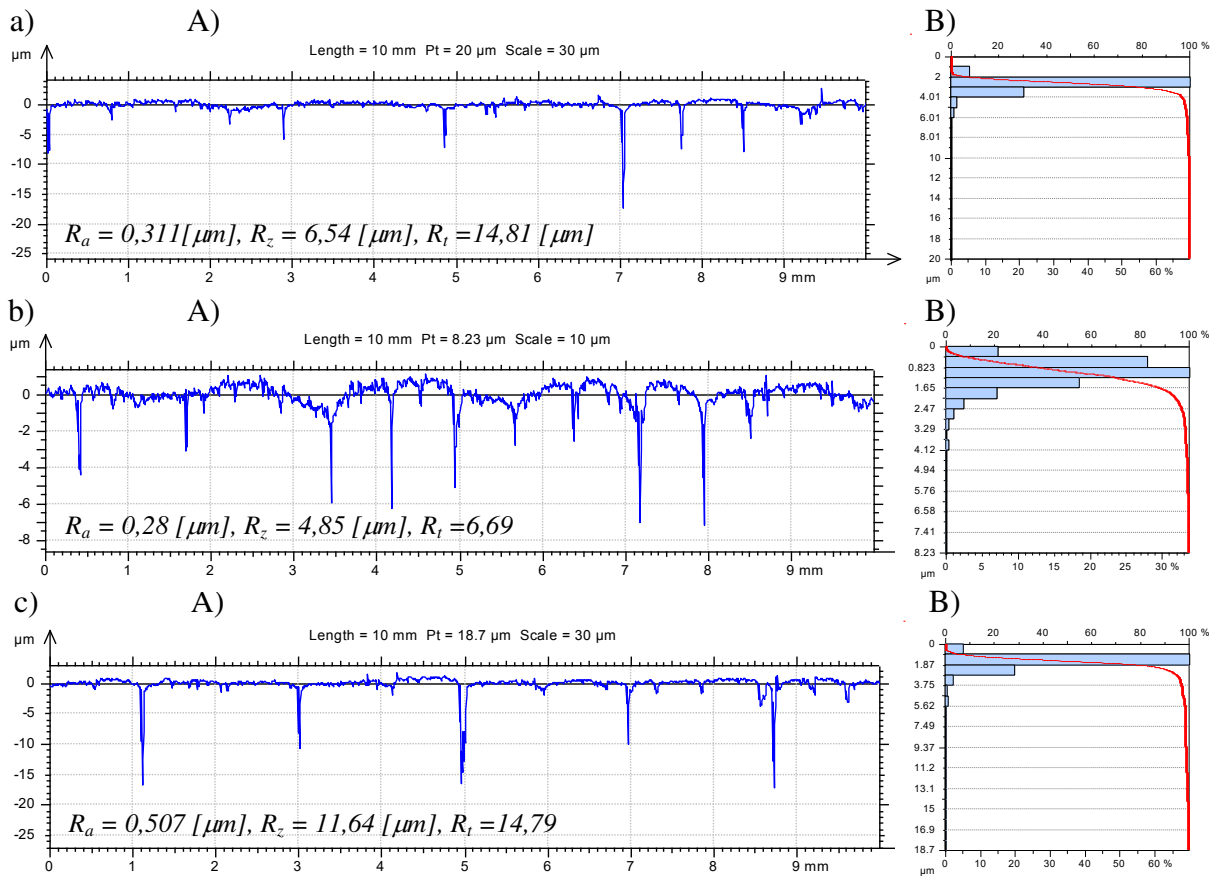
## 6.2 Nagniatanie gładkościowe nierówności RST

Nagniatanie gładkościowe nierówności RST wykonano na próbkach przygotowanych zgodnie z technologią opisaną w pkt. 5.2. Badania realizowano na stanowisku przedstawionym na rys. 2.4, z użyciem krążka dwutoroidalno – walcowego (rys. 2.23). Ustalono następujące parametry technologiczne procesu: posuw nagniatania równy posuwowi wygniatania  $f_n = f_w$ , głębokość nagniatania równa połowie wysokości nierówności  $R_z$  powierzchni po obróbce poprzedzającej ( $g = 0,5 \cdot R_z$ ),

prędkość nagniatania  $v_n = 0,15 [m/s]$ . Profilogramy powierzchni (w przekroju poprzecznym) wraz parametrami wysokościowymi nierówności oraz krzywe nośności według Abbotta przedstawiono na rysunkach 2.26 ÷ 2.27.

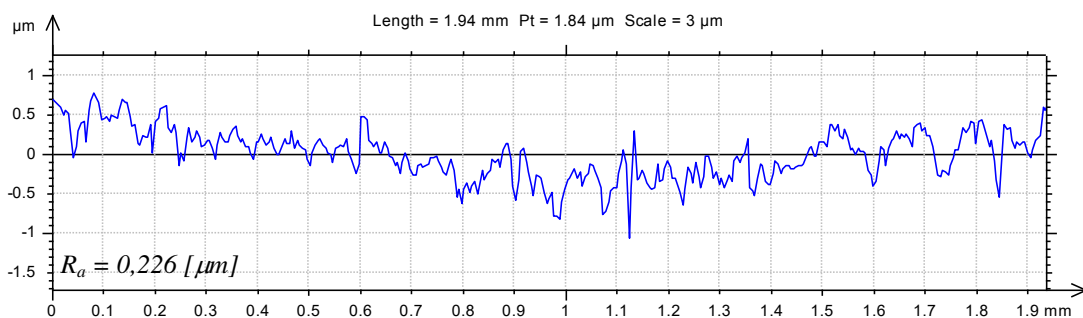


Rys. 2.26. Profilogramy powierzchni (A) i krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu gładkościowym z parametrami technologicznymi: a)  $f_n = 0,1 [mm/obr]$ ,  $g \approx 11 [\mu\text{m}]$ ; b)  $f_n = 0,2 [mm/obr]$ ,  $g \approx 20 [\mu\text{m}]$ ; c)  $f_n = 0,4 [mm/obr]$ ,  $g \approx 40 [\mu\text{m}]$ ; d)  $f_n = 0,5 [mm/obr]$ ,  $g \approx 27 [\mu\text{m}]$ ; e)  $f_n = 0,6 [mm/obr]$ ,  $g \approx 60 [\mu\text{m}]$

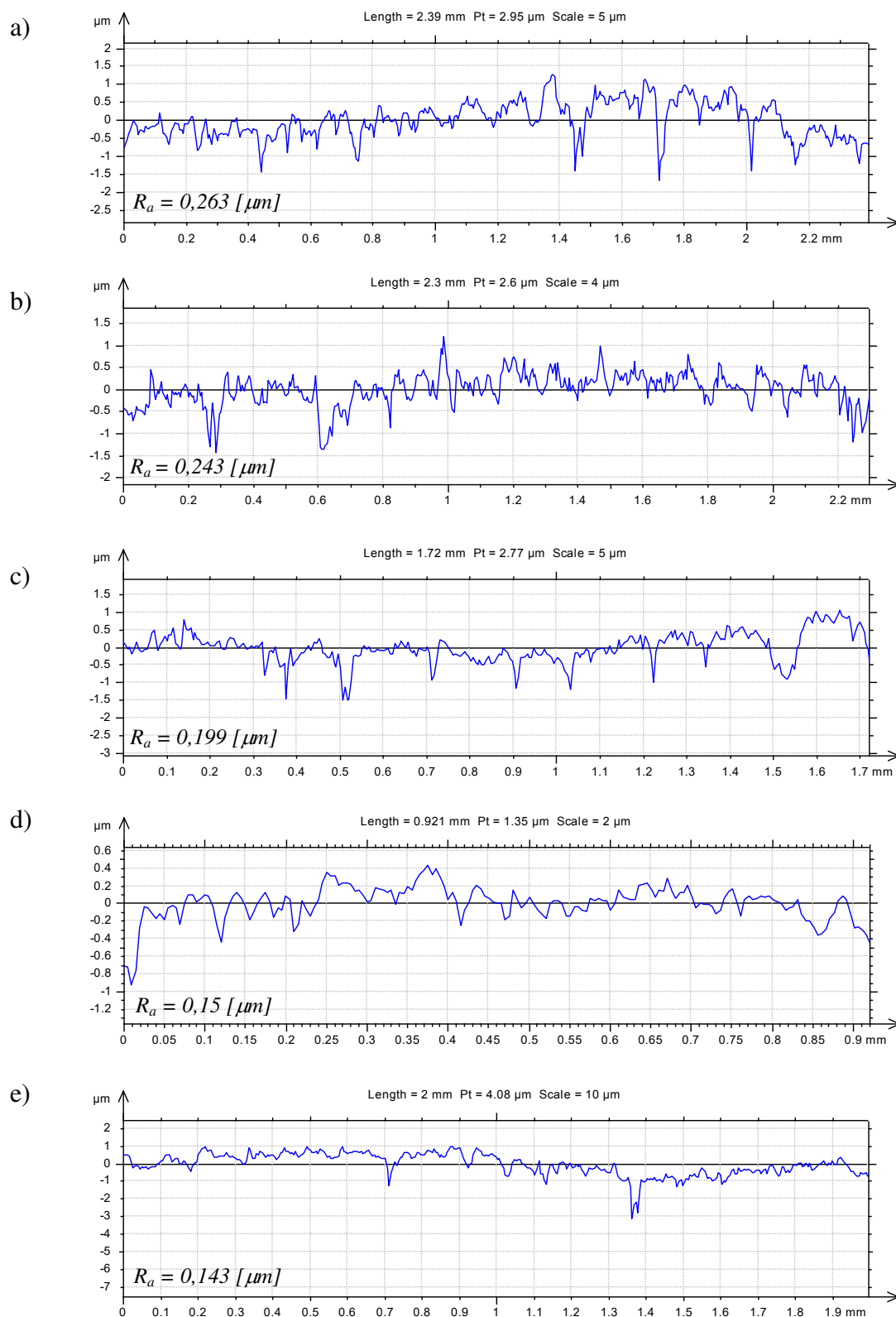


Rys. 2.27. Profilogramy powierzchni (A) i krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu gładkościowym z parametrami technologicznymi: a)  $f_n = 0,7 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 120 [\mu\text{m}]$ ; b)  $f_n = 0,75 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 123 [\mu\text{m}]$ ; c)  $f_n = 0,95 [\text{mm/obr}]$ ,  $g \approx 80 [\mu\text{m}]$

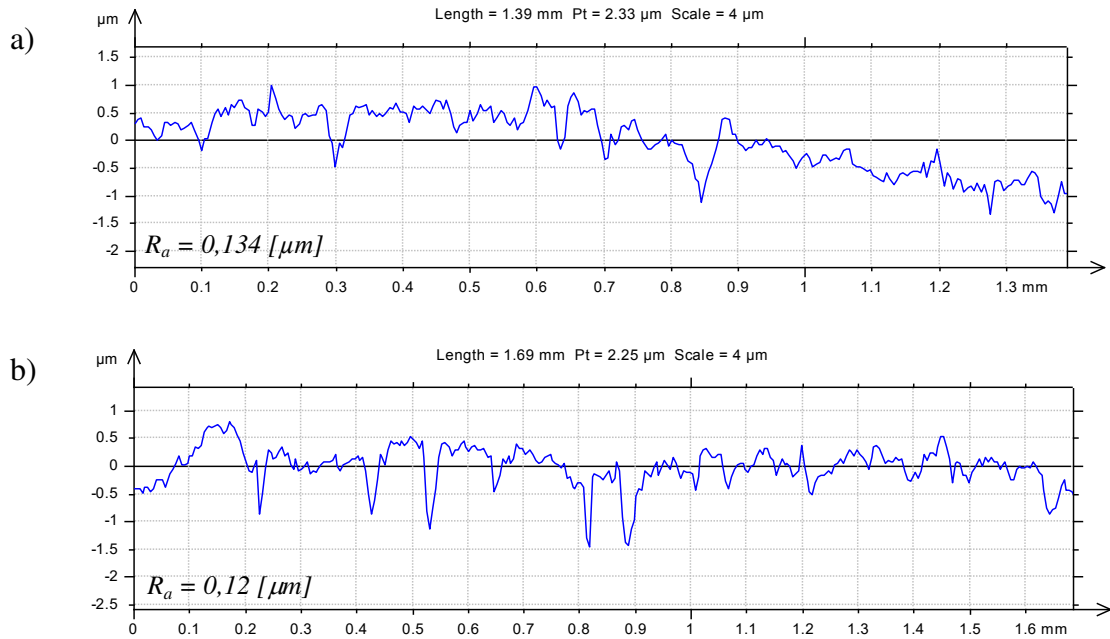
Ze względu na to, że po przeprowadzonych obróbkach uzyskiwano zarys płaskowierzchołkowy (rys. 2.26, rys. 2.27), charakteryzujący się dużymi i gładkimi powierzchniami nośnymi oraz głębokimi rysami, pomiar parametrów wysokościowych chropowatości powierzchni obarczony był błędem. Dlatego też przeprowadzono dodatkowe pomiary chropowatości, lecz tylko na powierzchniach nośnych. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 2.28 ÷ 2.30.



Rys. 2.28. Profilogram powierzchni po nagniataniu gładkościowym z posuwem  $f_w = f_n = 0,1 [\text{mm/obr}]$

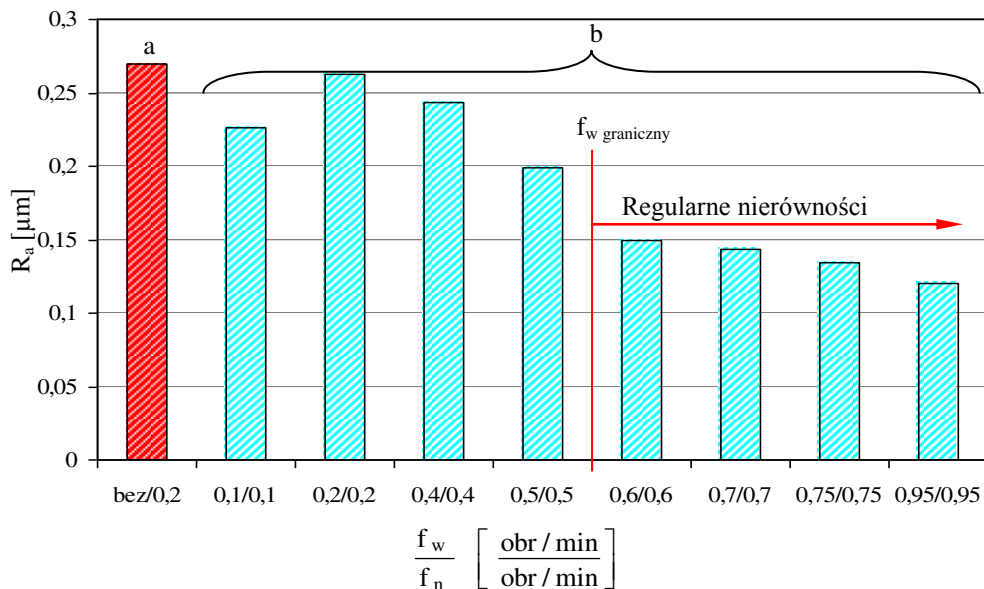


Rys. 2.29. Profilogramy powierzchni po nagniataniu gładkościowym z posuwami: a)  $f_w = f_n = 0,2$  [mm/obr]; b)  $f_w = f_n = 0,4$  [mm/obr]; c)  $f_w = f_n = 0,5$  [mm/obr]; d)  $f_w = f_n = 0,6$  [mm/obr]; e)  $f_w = f_n = 0,7$  [mm/obr]



Rys. 2.30. Profilogramy powierzchni po nagniataniu gładkościowym z posuwami:  
 a)  $f_w = f_n = 0,75 [\text{mm/obr}]$ ; b)  $f_w = f_n = 0,95 [\text{mm/obr}]$

Wyniki pomiaru parametru  $R_a$  chropowatości powierzchni po nagniataniu gładkościowym wałków w stanie dostawy (rys. 2.25 a) oraz wałków z wygniecionymi regularnymi nierównościami trójkątnymi (rys. 2.29 ÷ 2.30) zestawiono na wykresie (rys. 2.31).



Rys. 2.31. Wpływ nieregularności zarysu powierzchni po obróbkach poprzedzających na parametr chropowatości  $R_a$  powierzchni po nagniataniu gładkościowym wałków: a – w stanie dostawy, b – po plastycznym kształtowaniu nierówności RST:  $f_w$  – posuw wygniatania,  $f_n$  – posuw nagniatania

Z wykresu wynika, że sposób przygotowania powierzchni pod nagniatanie ma istotny wpływ na jakość powierzchni wyrobu po nagniataniu gładkościowym. Największe chropowatości powierzch-

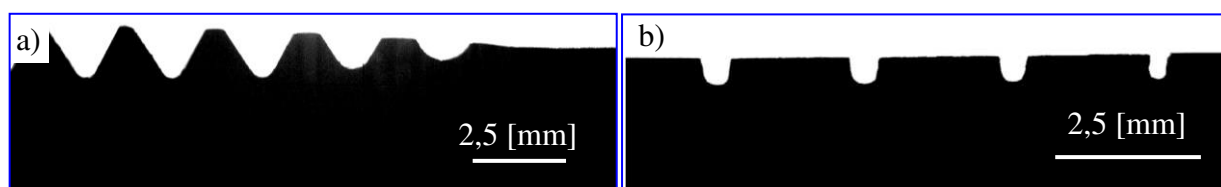
ni według parametru  $R_a$  otrzymano po nagniataniu gładkościowym próbek w stanie dostawy oraz z wygniecionymi plastycznie nierównościami, lecz ze zbyt małymi posuwami obróbki, dla których otrzymuje się nieregularny zarys (pkt. 5.2). Chropowatość powierzchni wyrobu zmalała nawet o 40% w przypadku nagniatania gładkościowego powierzchni, które miały wcześniej ukształtowany zarys regularny.

### 6.3. Nagniatanie gładkościowe regularnych nierówności ukształtowanych narzędziami do walcowania gwintów

Próbki z ukształtowanymi nierównościami w procesie walcowania (pkt. 5.4), poddano następnie powierzchniowemu nagniataniu gładkościowemu, głowicą FETTE typ T 27, ze sztywnym dociskiem elementów nagniatających (rys. 2.32). Badaniami objęto gwinty  $M22 \times 2,5$ . Nagniatanie dziesięciu próbek (pięć wykonanych ze stali St3 i pięć ze stali 45) przeprowadzono dla stałych parametrów technologicznych: posuw (wynikający z konstrukcji gwintu)  $f_n = 2,5$  [mm/obr], prędkość  $v_n = 0,13$  [m/s] i głębokość nagniatania  $g \approx (2/3) \cdot R_z = 1,05$  [mm]. Przykładowe zdjęcia zarysu nierówności po walcowaniu oraz po nagniataniu gładkościowym, otrzymanego na mikroskopie Werth, przedstawiono na rysunku 2.33.



Rys. 2.32. Głowica FETTE typ T27 a) widok układu obróbkowego, b) widok głowicy, c) części składowe



Rys. 2.33. Zdjęcia zarysu gwintu  $M22$  walcowanego na stali 45: a) przed nagniataniem z widoczną częścią wyjściową, b) zarys płaskowierzchołkowy otrzymany po nagniataniu gładkościowym dla  $g = 1,05$  [mm]

Otrzymane wyniki badań (rys. 2.33 b) potwierdzają możliwość zastosowania operacji walcowania gwintów jako operacji poprzedzającej nagniatanie gładkościowe. Finalny zarys jest płaskowierzchołkowy, co jest zgodne z wcześniejszymi rozważaniami (pkt. 2.2.5). Jakość części nośnej zarysu płaskowierzchołkowego dla stali 45 była wyższa w porównaniu z jakością powierzchni próbek ze stali St3. Gorsza jakość jest wynikiem zawalcowania i pęknięć materiału na wierzchołkach gwintu. Pomimo, że walcowane gwinty nadają się do dalszej obróbki nagniataniem to ich zastosowanie jest ograniczone możliwością kształtowania nierówności tylko o kątach wierzchołkowych znormalizowanych, tzn. wynoszących  $2\theta = 60^\circ$  lub  $2\theta = 55^\circ$  oraz znormalizowanych skokach. Ponieważ w zależności od wymagań eksploatacyjnych wyrobu, należy kształtować nierówności RST o innych kątach wierzchołkowych, celowe jest prowadzenie badań nad proponowaną, nową technologią plastycznego kształtowania nierówności RST.



## 7. Wnioski

Z przeprowadzonej analizy wyników wstępnych badań eksperymentalnych można wyciągnąć następujące wnioski:

- 1) Wprowadzenie wygniatacia nierówności RST, jako nowej operacji poprzedzającej nagniatanie gładkościowe, jest technologicznie uzasadnione. Po nagniataniu gładkościowym, tak przygotowanej powierzchni, wyrób posiada wymagany profil chropowatości o parametrze  $R_a$  nawet do 40% mniejszym w porównaniu z chropowatością po nagniataniu gładkościowym powierzchni o zarysie nieregularnym.
- 2) Dokładność kształtowania nierówności RST zależy od liczby klinów krążka i posuwu wygniatacia. W przypadku wygniatacia nierówności krążkiem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym (pkt. 5.2), dokładność kształtowania wzrasta wraz ze wzrostem posuwu. Dla danych warunków wygniatacia istnieje pewien posuw graniczny (w przeprowadzonych badaniach  $f_w = 0,6 [mm/obr]$ ), powyżej którego następuje kształtowanie nierówności regularnych (pod względem kształtu i wysokości). Jednak uzyskiwane zarysy nierówności były zbliżone do zarysu łukowego a nie trójkątnego. W celu uzyskania regularnego zarysu trójkątnego nierówności należy zastosować narzędzie o większej liczbie klinów.
- 3) Kształtowanie nierówności za pomocą krążka o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym (pkt. 5.3) pozwala uzyskiwać nierówności trójkątne, regularne i symetryczne. Zaobserwowano, że w pewnych warunkach wygniatacia, zjawisko tworzenia się szczelin na wierzchołkach nierówności. Szczeliny te są niepożądane, gdyż w kolejnej operacji (nagniatania gładkościowego), materiał nierówności ulega złuszczeniu. Stwierdzono nieistotny wpływ na to zjawisko średnicy przedmiotu (w zakresie  $d = 10 \div 50 [mm]$ ) oraz skoku (w zakresie  $f_w = 0,5 \div 2,5 [mm]$ ) i prędkości ( $v = 0,014 \div 1,5 [m/s]$ ), natomiast istotny wpływ rodzaju użytego materiału. Dla stali St3 mogą wystąpić przypadki otrzymywania gwintu o niepełnym zarysie (ze szczelinami na wierzchołkach), natomiast dla stali 45 nie zaobserwowano takiej tendencji. Tworzenie się lub nie szczeliny na wierzchołku może być spowodowane wpływem granicy plastyczności  $R_e$  i modułu wzmocnienia  $E_T$  materiału, gdyż badane gatunki stali istotnie różnią się od siebie pod względem właściwości plastycznych. Stal St3 charakteryzuje się mniejszymi wartościami granicy plastyczności i modułu wzmocnienia w stosunku do stali 45.
- 4) Prędkość walcowania (w zakresie  $v = 0,014 \div 1,5 [m/s]$ ) nie ma istotnego wpływu na dokładność odwzorowania zarysu części roboczej krążka na powierzchni obrabianej.
- 5) Zastosowanie znormalizowanych narzędzi do walcowania gwintów (pkt. 5.4) o kątach wierzchołkowych  $55^\circ$  i  $60^\circ$ , pozwala uzyskiwać regularny zarys nierówności. Możliwe jest również poddawanie go dalszej obróbce nagniataniem. Jednak zawsze uzyskuje się powierzchnię o zarysie płaskowierzchołkowym. Ze względu na zróżnicowane wymagania dotyczące wygniatacia nierówności o różnych kątach wierzchołkowych, celowym jest dalsze badanie procesu plastycznego kształtowania nierówności RST o innych niż znormalizowane wartości kątów wierzchołkowych krążków.



## BADANIA MODELWE PROCESU KSZTAŁTOWANIA NIERÓWNOŚCI TRÓJKĄTNYCH

Badania przeprowadzono w celu zaobserwowania kinematyki płynięcia materiału, określenia stanów przemieszczeń i odkształceń oraz oceny istotności wpływu współczynnika tarcia na proces plastycznego kształtowania nierówności.

Modelowanie fizyczne polega na zastąpieniu rzeczywistego obiektu badań, obiektem modelowym. Obiekt rzeczywisty i modelowy tworzą system obiektów ekwiwalentnych, których podobieństwo określa zależność matematyczne. Wówczas wyniki modelowania można transponować na rzeczywisty obiekt badań. Podobieństwo obiektów ekwiwalentnych określa się za pomocą następujących skal modelowania: reologicznej (stosunek parametrów homologicznych obiektu rzeczywistego i modelowego), geometrycznej i czasowej:

$$k_r = \sigma_p^* / \sigma_p, \quad (3.1a)$$

$$k_g = X^* / X, \quad (3.1b)$$

$$k_t = t^* / t, \quad (3.1c)$$

gdzie:  $\sigma_p^*$  – parametr homologiczny obiektu rzeczywistego,  $\sigma_p$  – parametr homologiczny obiektu modelowego,  $X^*$ ,  $t^*$  – parametry obiektu rzeczywistego,  $X$ ,  $t$  – parametry obiektu modelowego.

Podstawowym warunkiem poprawnego modelowania fizycznego jest spełnienie kryterium podobieństwa według zależności:

$$Q^*(\sigma_p^*, X^*, t^*) = k_Q \left( \frac{\sigma_p^*}{k_r}, \frac{X^*}{k_g}, \frac{t^*}{k_t} \right). \quad (3.2)$$

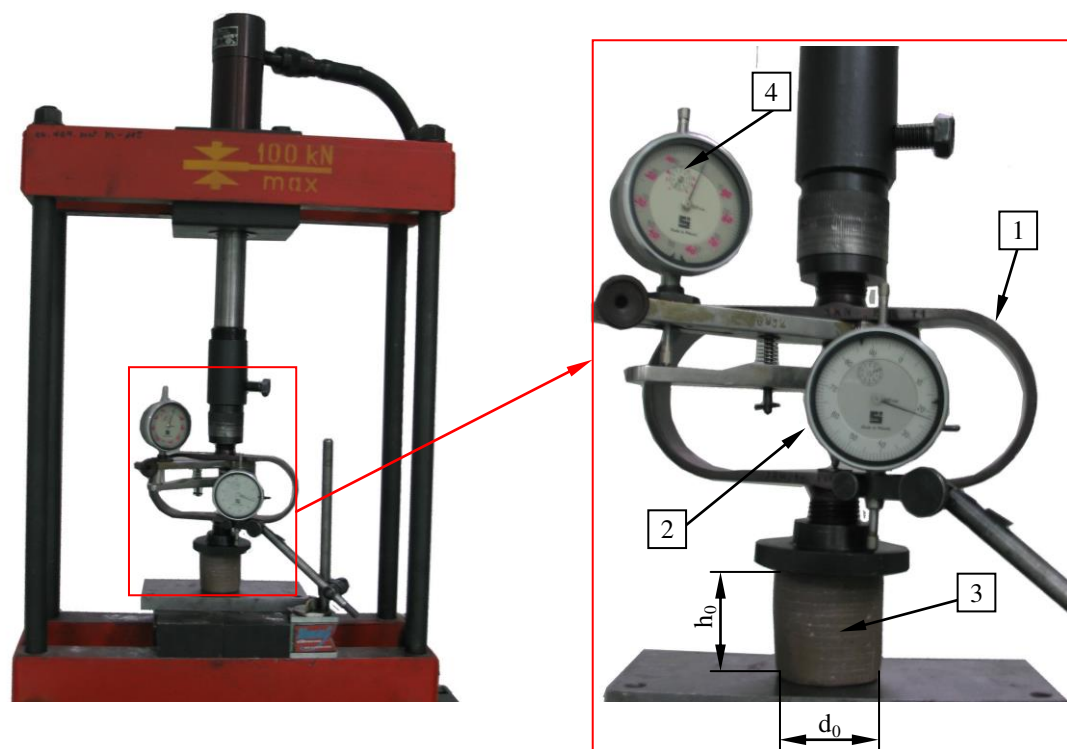
Modelowanie fizyczne na materiale zastępczym znajduje zastosowanie w doświadczalnej analizie jakościowej i ilościowej. Jako tworzywo modelowe zastępujące metal najczęściej używany jest materiał niemetalowy np.: plastelina, wosk, kit itp. Są to materiały o znacznie mniejszym oporze plastycznego płynięcia. Do doświadczalnej analizy jakościowej i ilościowej procesów obróbki plastycznej stosowane jest modelowanie fizyczne na plastelinie. Analiza jakościowa dotyczy przede wszystkim kinematyki procesu plastycznego płynięcia materiału, natomiast analiza fizyczna obejmuje badanie parametrów siłowo – energetycznych (siła, naciski jednostkowe na powierzchni kontaktu narzędzie – tworzywo modelowe). Znaczną popularność w doświadczalnym badaniu procesów obróbki plastycznej w ostatnich latach zyskała technika wizualizacji trajektorii płynięcia cząstek materialnych materiału kształtowanego, tzw. metoda wizjoplastyczności. Jest ona oparta na badaniu kinematyki plastycznego płynięcia w oparciu o obserwację i pomiary siatki koordynacyjnej. Wykonanie badań doświadczalnych wizualizacji na rzeczywistych materiałach metalowych jest pracochłonne i kosztowne oraz wymaga stanowiska o bardzo dużych siłach nacisku. Dlatego też obecne doświadczenia idą w kierunku zastąpienia rzeczywistego materiału tzw. tworzywem modelowym [22, 42, 100, 107, 132].

## 8. Tworzywo modelowe

Celem zapewnienia warunku podobieństwa reologicznego wyznaczono charakterystykę dla materiału modelowego – plasteliny. Wynika to z jej dostępności, niskiej ceny, łatwej obrabialności, plastyczności (naprężenia uplastyczniające są 100 – 1000 razy mniejsze od odpowiednich naprężeń metalu), możliwości jej modyfikacji i regeneracji a przez co wielokrotnego użycia. Podstawowym składnikiem plasteliny jest węglan wapnia  $CaCO_3$  oraz środki wiążące takie jak: woda, tłuszcze pochodzenia mineralnego, roślinnego, zwierzęcego i inne środki zmiękczone i utwardzające i barwniki. Dobierając odpowiedni skład plasteliny można tworzyć różne modele reologiczne ciał (tj. idealnie plastycznych, sztywno – plastycznych, umacniających się, itp.) oraz o takim samym modelu reologicznym, lecz o różnym oporze plastycznym [42, 74, 100].

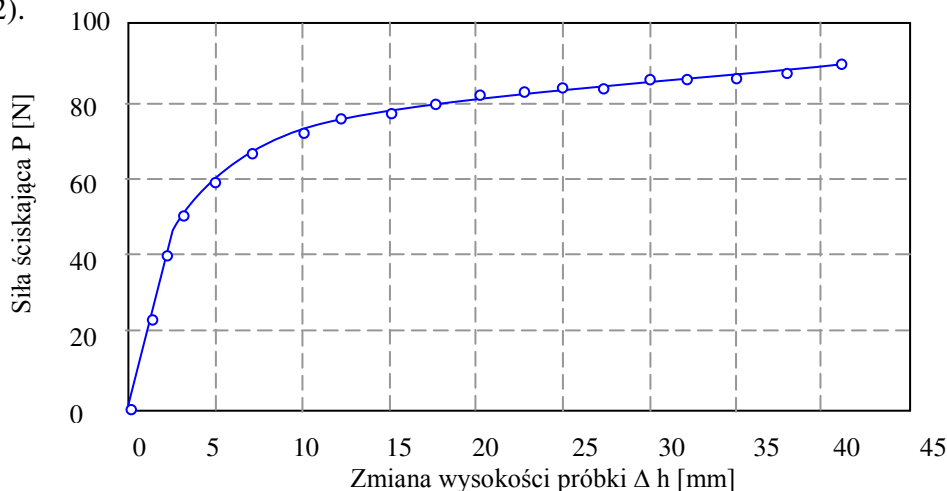
Model materiałowy opracowano w oparciu o statyczną próbę ściskania [162]. Wyniki z tej próby są danymi orientacyjnymi ze względu na występowanie zakłóceń w pomiarze siły ściskania. Czynnikiem zakłócającym pomiar siły ściskania jest tarcie występujące na powierzchniach czołowych próbki walcowej. W warunkach idealnych podczas statycznej próby ściskania średnica próbki walcowej zmieniałaby się równomiernie na całej jej wysokości. Jednakże dla warunków rzeczywistych wpływ tarcia powoduje, że materiał próbki płynie nierównomiernie (tworzy się beczka), jest to wynik blokowania płynięcia materiału na czołowych powierzchniach kontaktu próbki z podłożem i stemplem. Wady tej pozbawiona jest statyczna próba rozciągania jednakże ze względu na charakter tworzywa przeprowadzenie jej jest niemożliwe.

Próbę ściskania przeprowadzono na stanowisku przedstawionym na rysunku 3.1. Do badań wykorzystano próbkę walcową o wysokości początkowej  $h_0 = 50 [mm]$  i średnicy początkowej  $d_0 = 2r_0 = 40 [mm]$ .



Rys. 3.1. Stanowisko do przeprowadzania statycznej próby ściskania na tworzywie modelowym:  
1 – siłomierz kabłąkowy; 2 – zegarowy czujnik przemieszczenia; 3 – próbka ściskana;  
4 – zegarowy czujnik wyskalowany w jednostkach siły

Na podstawie tej próby opracowano zależność siły w funkcji zmiany wysokości próbki  $P = f(\Delta h)$  (rys. 3.2).



Rys. 3.2. Wykres zmian siły ściskającej  $P$  w funkcji zmiany wysokości  $\Delta h$  próbki walcowej

Ze względu na to, że podczas statycznej próby ściskania praktycznie nie jest możliwe wyeliminowanie wpływu tarcia, w próbce występuje trójosiowy stan naprężeń i odkształceń, a nie jak zakłada próba – jednoosiowy. Dlatego też uwzględniono trójosiowy stan naprężeń i odkształceń tj. poza naprężeniami i odkształceniami występującymi na kierunku działania siły ściskającej uwzględniono naprężenia i odkształcenia obwodowe i promieniowe. Posłużono się rozwiązaniami znanymi z prac Dawidenkowa i Spiridonowej [74, 100, 138, 203, 221]. Wykorzystując zależności geometryczne (rys. 3.3) przy założeniach, że: materiał jest nieściśliwy, odkształcenia logarytmiczne obwodowe i promieniowe w punktach największego przekroju poprzecznego beczki są sobie równe i stałe, wówczas krzywiznę trajektorii jednego z głównych naprężeń w dowolnym punkcie największego przekroju poprzecznego beczki w odległości  $r$  od osi można przedstawić za pomocą wzoru:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{r}{r_1 \rho_1} \quad (3.3)$$

Natomiast intensywność naprężeń określono z zależności siły ściskającej  $P$ , od naprężeń osiowych:

$$\sigma_i = \frac{P}{\pi r_1 \left(1 + \frac{r_1}{4\rho_1}\right)} = \frac{P}{1,25\pi r_1^2} \quad (3.4)$$

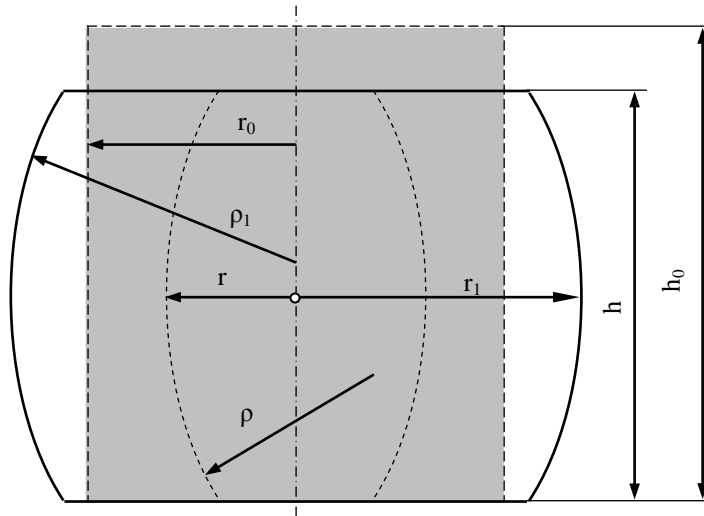
Zaś intensywność odkształceń logarytmicznych obliczano ze wzoru:

$$\varphi_i = \ln \frac{F}{F_0} = \ln \frac{r_1^2}{r_0^2}, \quad (3.5)$$

gdzie:

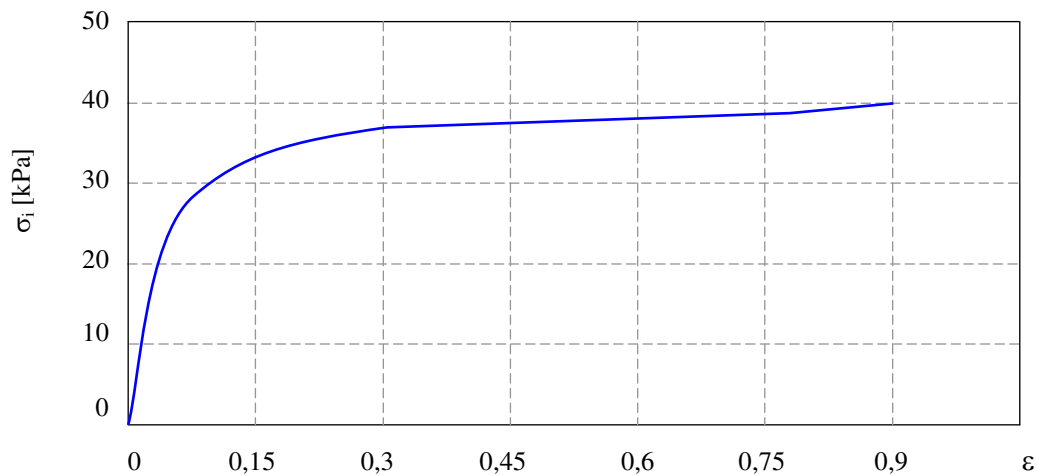
- $P$  – siła ściskająca,
- $r$  – promień w dowolnym punkcie największego przekroju poprzecznego beczki,
- $r_0$  – promień przekroju poprzecznego beczki przed odkształceniem,
- $r_1$  – promień największego przekroju poprzecznego beczki po odkształceniu,
- $\rho$  – promień krzywizny konturu beczki dla dowolnego przekroju poprzecznego beczki,

$\rho_l$  – promień krzywizny konturu becзки w punkcie największego przekroju poprzecznego,  
 $F_l$  – pole przekroju poprzecznego becзки po odkształceniu,  
 $F_0$  – pole przekroju poprzecznego becзки przed odkształceniem.

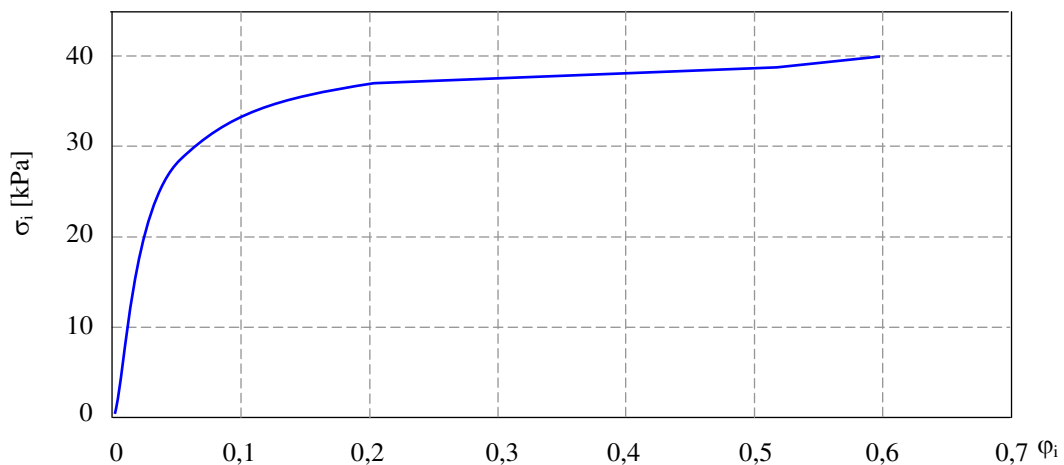


Rys. 3.3. Zależności geometryczne w największym przekroju poprzecznym

Wykorzystując przedstawione zależności i wyniki z próby ściskania opracowano model materiałowy w postaci umownego wykresu ściskania (rys. 3.4) oraz rzeczywistego wykresu ściskania (rys. 3.5).

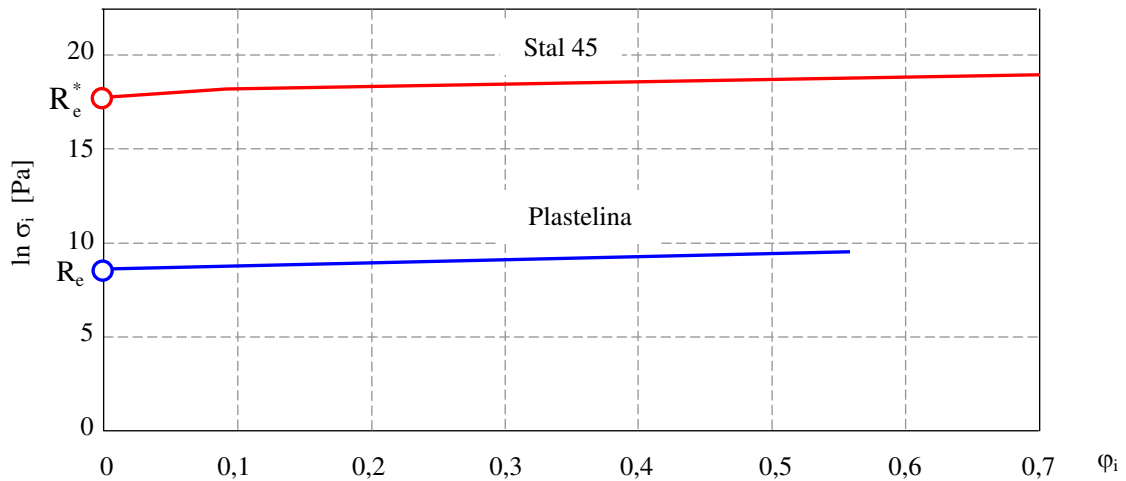


Rys. 3.4. Umowny wykres ściskania dla tworzywa modelowego



Rys. 3.5. Rzeczywisty wykres ściskania dla tworzywa modelowego

Celem porównania otrzymanej charakterystyki materiałowej tworzywa modelowego z materiałem rzeczywistym (stal 45, otrzymaną na podstawie badań własnych przedstawionych w załączniku Z1. Właściwości próbek) zestawiono wyniki na wykresie (rys. 3.6) we współrzędnych logarytmicznych dla naprężeń.



Rys. 3.6. Porównanie charakterystyki materiałowej plasteliny z charakterystyką stali 45

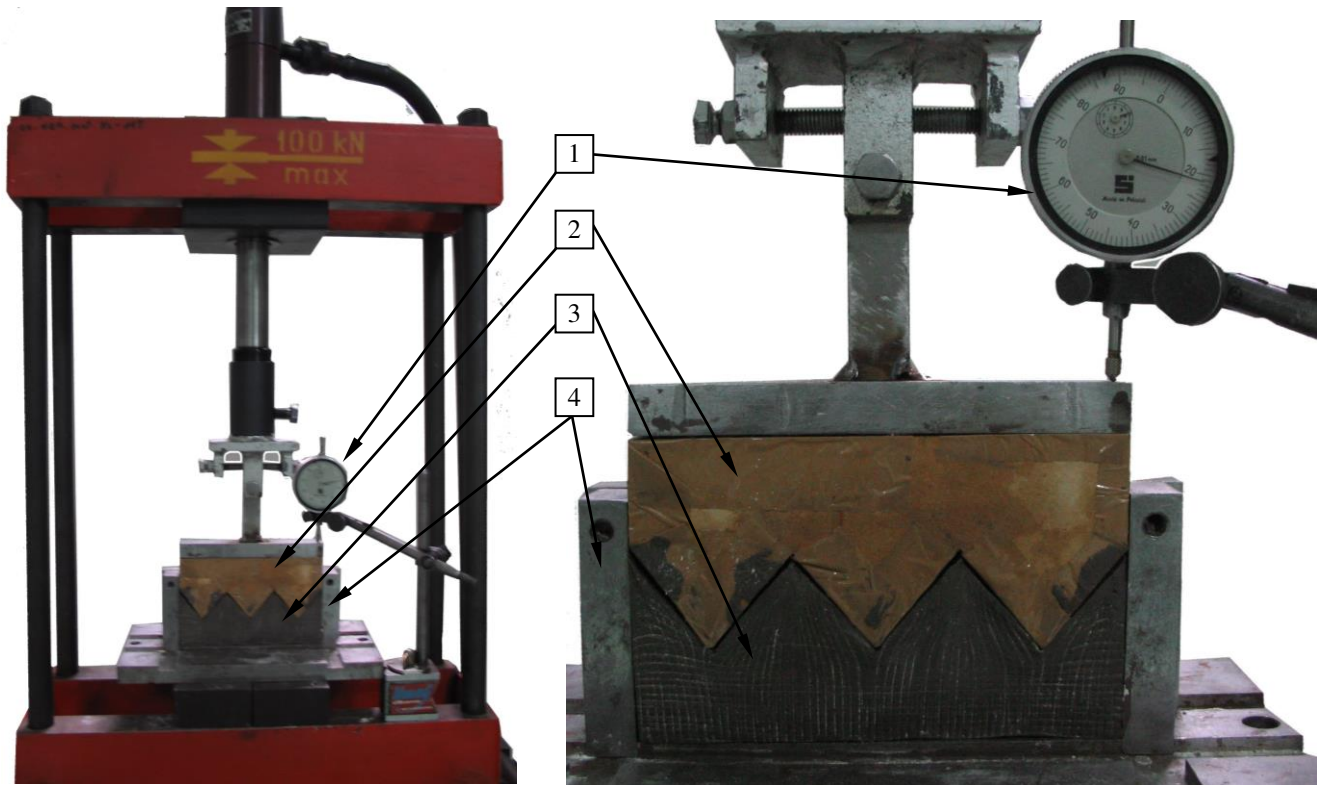
Otrzymana charakterystyka materiałowa dla tworzywa modelowego wykazuje podobieństwo do charakterystyki materiałowej stali 45. Na podstawie badań wytrzymałościowych wyznaczono wartości początkowej granicy plastyczności dla tworzywa modelowego i stali 45 wynoszące odpowiednio  $R_e = 0,014 [MPa]$  i  $R_e^* = 420 [MPa]$ . Zatem zależności (3.1 a), wartość współczynnika skali reologicznej wynosi  $k_r = 30000$ . Wartość ta odbiega od danych literaturowych, przyczyną może być to, że do badań użyto plasteliny o niewielkim module umocnienia.

## 9. Badania modelowe procesu plastycznego kształtowania nierówności RST

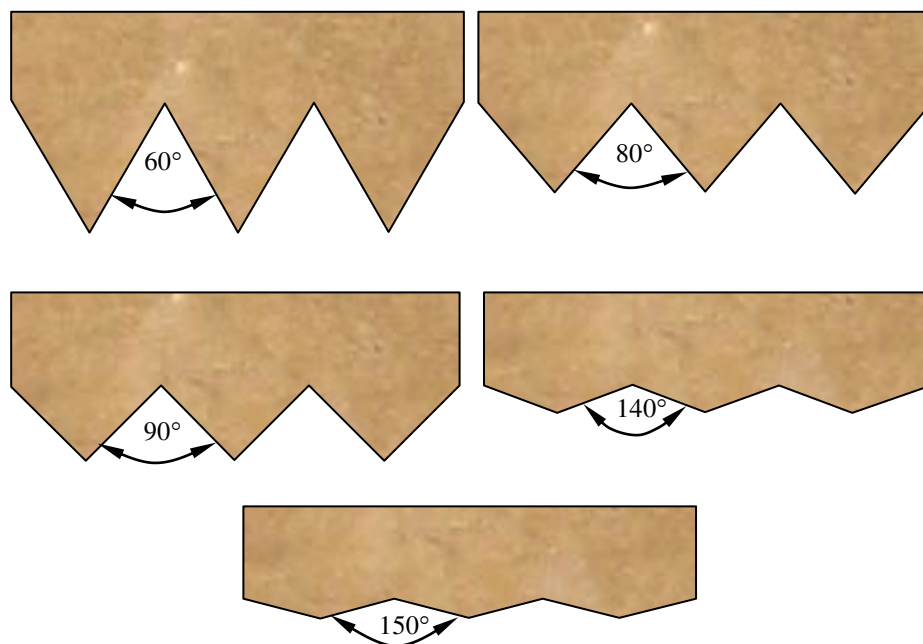
Stacyczna próba ściskania [162] pozwoliła wyznaczyć jeden z parametrów modelowania fizykalnego niezbędnego do spełnienia kryterium podobieństwa (zależność 3.2). W badaniach modelowych plastycznie kształtowaną nierówność RST powiększono w zależności od przypadku od 100 do 300 razy tzn. parametr  $k_g = 0,00333 \div 0,01$  (zgodnie z zależnością 3.1 b). Badania modelowe realizowano w warunkach quasi statycznych, dlatego zaniedbano wpływ czasu.

Badania modelowe procesu plastycznego kształtowania nierówności RST przeprowadzono na specjalnym stanowisku (rys. 3.7). Tworzywo modelowe umieszczono w formie o sztywnych (nieodkształcalnych) ściankach. Forma umożliwia wprowadzenie płaskiego stanu odkształceń i przestrzennego stanu naprężeń w materiał modelowy. Proces plastycznego kształtowania nierówności RST przeprowadzono z wykorzystaniem stempli (rys. 3.8) wykonanych z płyty MDF. Badania realizowano w następujący sposób. Na prasie hydraulicznej wciskano stemple w materiał modelowy przy różnych warunkach tarcia. Badania te nie mają na celu określenie ilościowego wpływu współczynnika tarcia a jedynie jakościowy wpływ na proces. W celu spowodowania istotnych różnic w wartości współczynnika tarcia badania wykonano dla dwóch przypadków. Dla uzyskania małej wartości współczynnika tarcia stemple oklejano taśmą foliową o dużej gładkości i podawano olej maszynowy w strefę kontaktu. W celu zwiększenia wartości współczynnika tarcia – na stemple

(w miejscach kontaktu z tworzywem modelowym) naklejano papier ścierny o granulacji ziarn ściernych 400.



Rys. 3.7. Stanowisko do badań na tworzywie modelowym: 1 – zegarowy czujnik przemieszczenia; 2 – stempel; 3 – materiał modelowy; 4 – nieodkształcalna forma



Rys. 3.8. Stemple do wygniatania nierówności RST o różnych kątach wierzchołkowych

Do badań procesu plastycznego kształtowania nierówności RST wykonano stemple o kątach wierzchołkowych  $\vartheta = 2\theta$  z zakresu od  $60^\circ \div 150^\circ$ . Dobór kątów wynika po pierwsze, z łatwości interpretacji wyników i określenia istotności wpływu współczynnika tarcia na proces kształtowania nierówności, ze względu na występowanie większych odkształceń, w stosunku do kątów wierzchołkowych z zakresu  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ \div 180^\circ$ . Po drugie, kształtowane regularne nierówności, z kątami przewidzianymi w badaniach poddane dalszemu nagniataniu, powodują uzyskiwanie zarysu płaskowierzchołkowego, co jest korzystne w procesie eksploatacji ślizgowych węzłów kinematycznych maszyn.

Przed wygniataniem nierówności RST, na materiał modelowy o kształcie prostopadłościanu, naniesiono kwadratową siatkę koordynacyjną o wymiarach  $2,5 \times 2,5$  [mm] (rys. 3.9 a i rys. 3.10 a). Poprzez obserwację przemieszczeń węzłów siatki koordynacyjnej, dla różnych warunków tarcia, można wnioskować odnośnie wpływu współczynnika tarcia na proces kształtowania.

Wyniki badań odwzorowania (na podstawie pomiaru wartości kąta wierzchołkowego  $\vartheta'$  nierówności RST i wysokości nierówności  $R'_z$ ) zarysu stempli na materiale modelowym zestawiono w tabeli 3.1.

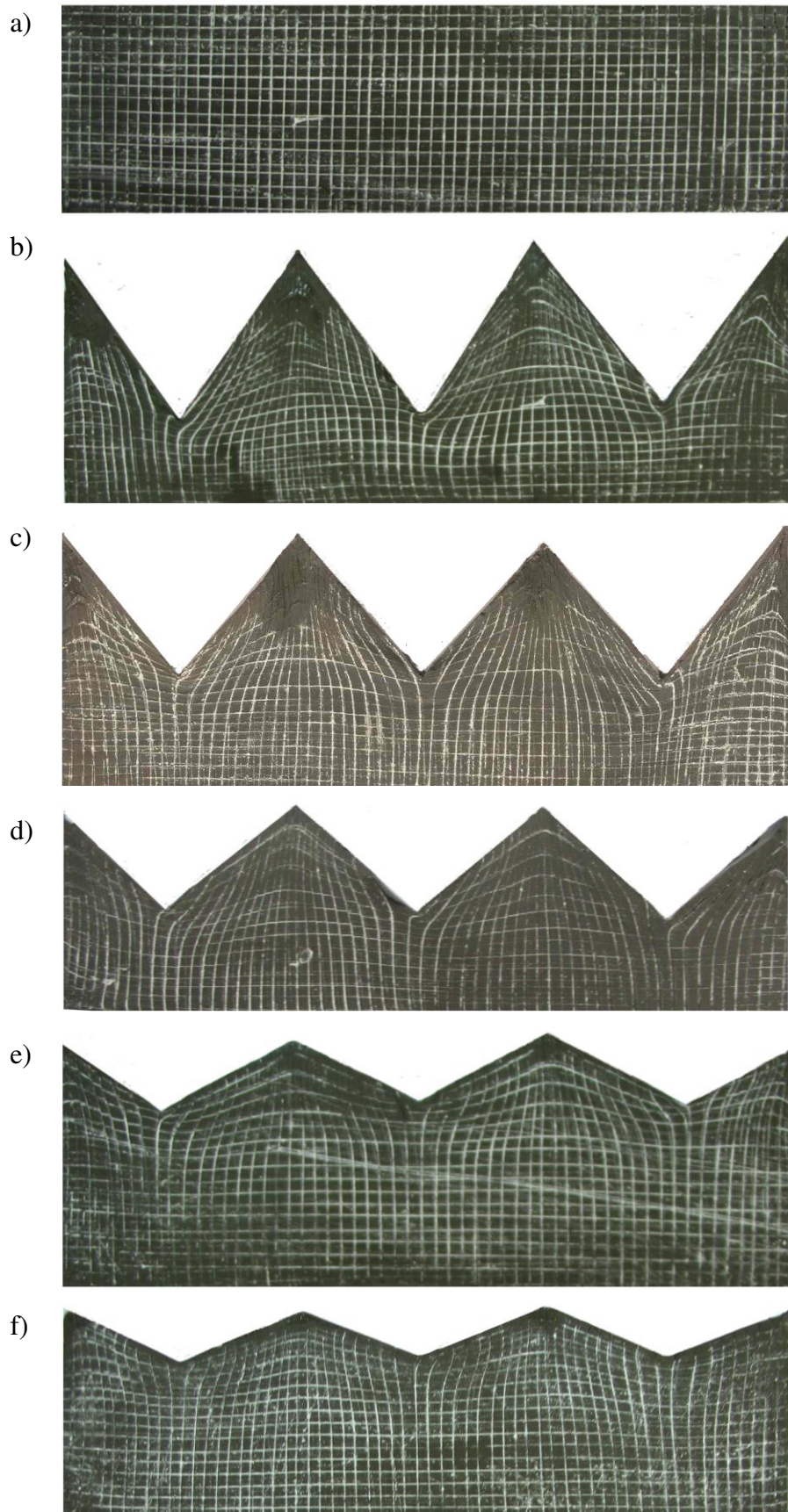
Tabela 3.1. Wyniki pomiarów wielkości geometrycznych nierówności RST

Warunki tarcia		Dokładność odwzorowania mierzona różnicami							
		Kąt wierzchołkowy $\vartheta'$ [°] nierówności RST				Wysokość $R'_z$ [mm] nierówności RST			
Tarcie	Kąt $\vartheta = 2\theta$	Nr próbki							
		1	2	3	$\overline{\vartheta}'$ [°]	1	2	3	$\overline{R}'_z$ [mm]
	60°	60,5	60	59,5	60	42,5	42	41,5	42
	80°	80,5	80,5	79,5	80,17	29,1	28,5	29,2	28,9
	90°	90,5	90	90	90,17	24,2	23,5	24,5	24,1
	140°	139,5	140,5	139,5	139,8	8,8	8,2	8,7	8,6
150°	150	149,5	151	150,17	6,5	6,4	5,9	6,3	
Smarowanie	Kąt $\vartheta = 2\theta$	Nr próbki							
		1	2	3	$\overline{\vartheta}'$ [°]	1	2	3	$\overline{R}'_z$ [mm]
	60°	59,5	59,5	60,5	59,8	42,7	41,8	42,1	42,2
	80°	80,5	79,5	80,5	80,17	29,4	28,3	29	28,9
	90°	89,5	89	90,5	89,7	24,7	24,2	23,6	24,2
	140°	139	139,5	140,5	139,7	8,8	8,4	8,1	8,4
150°	151	149	151	150,3	6,6	6,4	6,2	6,4	

Przykładowe wyniki plastycznego kształtowania nierówności RST na materiale modelowym, dla różnych warunków tarcia, przedstawiono na rysunkach 3.9 b ÷ f oraz 3.10 b ÷ f.

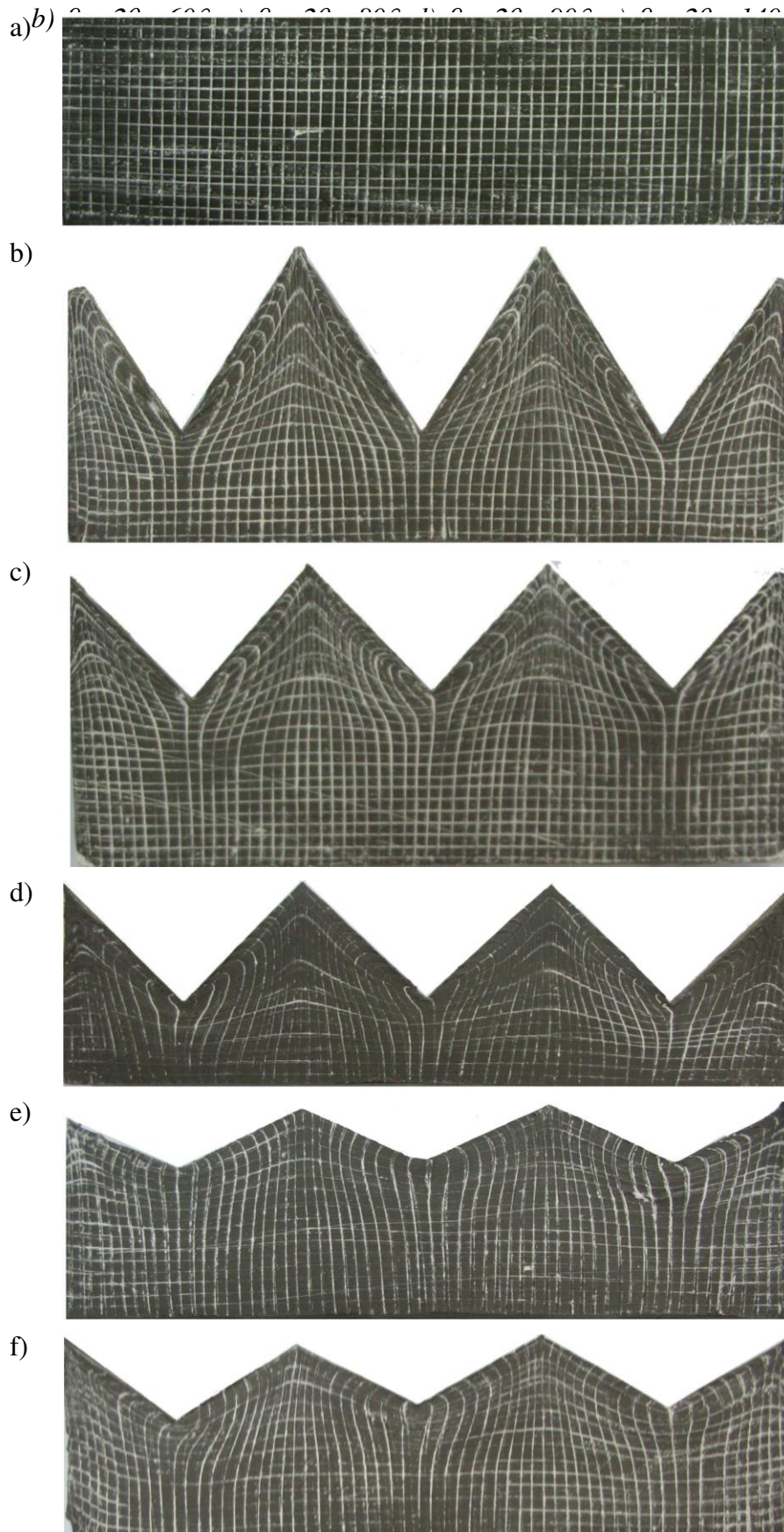
Przeprowadzono testy statystyczne [11, 160, 161, 181] testując hipotezę zerową  $H_0$ :  $\overline{\vartheta}'_{Tarcie} - \overline{\vartheta}'_{Smarowanie} = 0$  wobec hipotezy alternatywnej  $H_1$ :  $\overline{\vartheta}'_{Tarcie} - \overline{\vartheta}'_{Smarowanie} \neq 0$  oraz  $H_0$ :  $\overline{R}'_{zTarcie} - \overline{R}'_{zSmarowanie} = 0$  wobec hipotezy alternatywnej  $\overline{R}'_{zTarcie} - \overline{R}'_{zSmarowanie} \neq 0$ , gdzie  $\overline{\vartheta}'_{Tarcie}$ ,  $\overline{\vartheta}'_{Smarowanie}$  oraz  $\overline{R}'_{zTarcie}$ ,  $\overline{R}'_{zSmarowanie}$  są wartościami oczekiwanymi badanych zmiennych losowych. Do weryfikacji zastosowano test  $t$  – Studenta przyjmując poziom istotności  $\alpha = 0,05$ . Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 3.2. Porównanie odpowiednich wartości średnich arytmetycznych dla poszczególnych pomiarów (tabela 3.1) kąta wierzchołkowego  $\overline{\vartheta}'$  nierówności i wysokości  $\overline{R}'_z$  nierówności nie wykazuje istotnego wpływu współczynnika tarcia na wspomniane wielkości.





Rys. 3.9. Widok próbki przed odkształceniem (a) i po wygniataniu nierówności RST w warunkach występowania bardzo małego współczynnika tarcia ( $\mu_1 \approx 0$ ) w strefie kontaktu (b – f):

a)  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ ; b)  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ ; c)  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ ; d)  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ ; e)  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ ; f)  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$



Rys. 3.10. Widok próbki przed odkształceniem (a) i po wygniataniu nierówności RST z dużym współczynnikiem tarcia ( $\mu_2 > 0$ ) w strefie kontaktu (b – f): b)  $\vartheta = 2\theta = 60^\circ$ ; c)  $\vartheta = 2\theta = 80^\circ$ ; d)  $\vartheta = 2\theta = 90^\circ$ ; e)  $\vartheta = 2\theta = 140^\circ$ ; f)  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$

Tabela 3.2. Analiza statystyczna wyników pomiarów kątów wierzchołkowych nierówności RST

Obliczana wielkość	Wyniki obliczeń									
	Kąty wierzchołkowe narzędzia									
	60°		80°		90°		140°		150°	
Współczynnik tarcia	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$
Liczba pomiarów	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Wartość średnia kąta wierzchołkowego nierówności RST	60	59,8	80,17	80,17	90,17	89,7	139,8	139,7	150,17	150,3
Wariancja	0,25	0,33	0,33	0,33	0,08	0,58	0,33	0,58	0,58	1,33
Odchylenie standardowe	0,5	0,58	0,58	0,58	0,29	0,76	0,58	0,76	0,76	1,15
Mediana	60	59,5	80,5	80,5	90	89,5	139,5	139,5	150	151
Hipoteza zerowa	$\bar{g}'_{\text{Tarcie}} - \bar{g}'_{\text{Smarowanie}} = 0$									
Hipoteza alternatywna	$\bar{g}'_{\text{Tarcie}} - \bar{g}'_{\text{Smarowanie}} \neq 0$									
Poziom istotności	$\alpha = 0,05$									
Wartość statystyki t – Studenta z próby	0,277		0		1,73		0,277		0,378	
Wartość krytyczna statystyki t – Studenta	3,1824									
Poziom istotności odpowiadający wyliczonej z próby wartości statystyki t – Studenta	0,725		1		0,349		0,778		0,845	
Konkluzja	Nie odrzucać $H_0$		Nie odrzucać $H_0$		Nie odrzucać $H_0$		Nie odrzucać $H_0$		Nie odrzucać $H_0$	

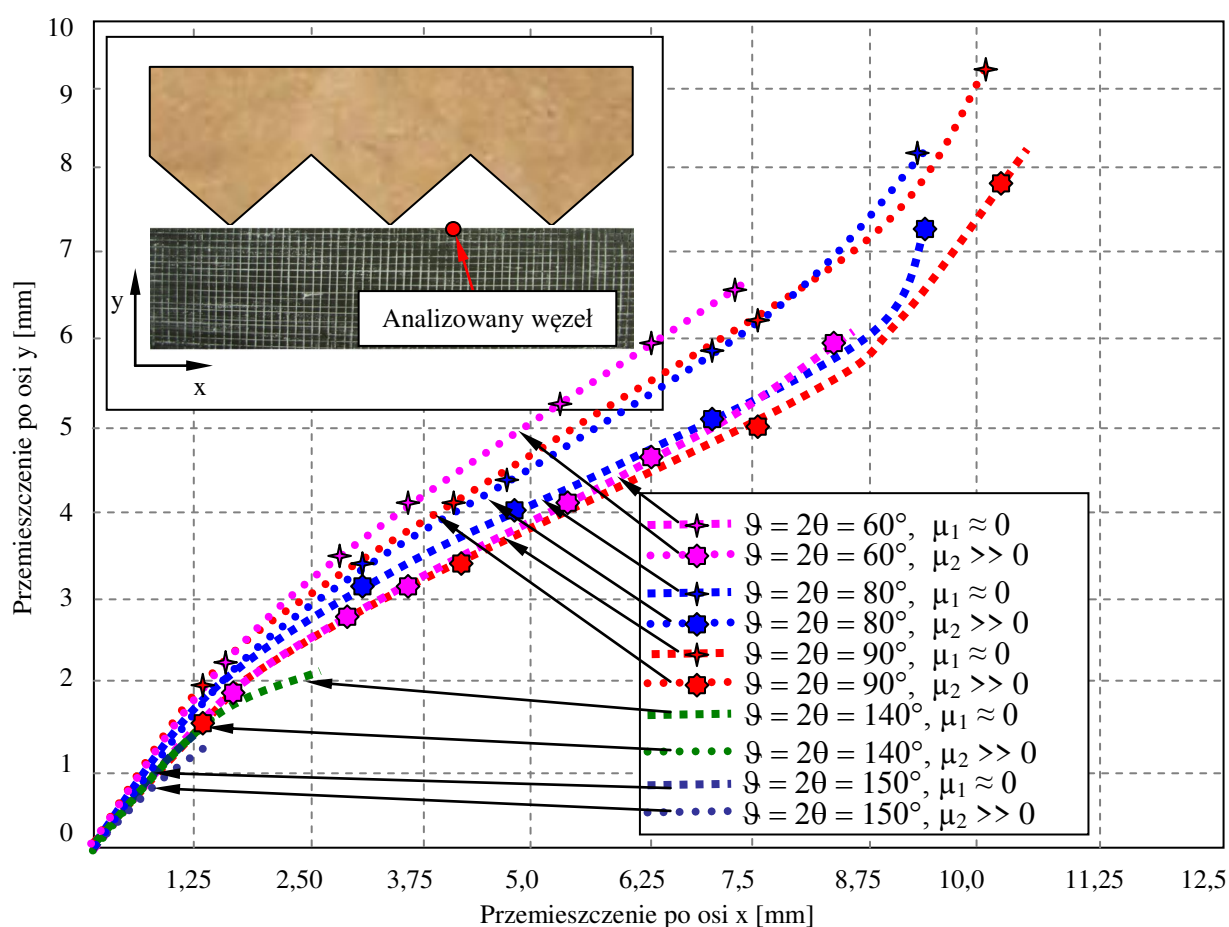
Tabela 3.3. Analiza statystyczna wyników pomiarów wysokości nierówności RST

Obliczana wielkość	Wyniki obliczeń									
	Kąty wierzchołkowe narzędzia									
	60°		80°		90°		140°		150°	
Współczynnik tarcia	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$	$\mu_2 \gg 0$	$\mu_1 \approx 0$
Liczba pomiarów	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Wartość średnia wysokości nierówności RST	42	42,2	28,9	28,9	24,1	24,2	8,6	8,4	6,3	6,4
Wariancja	0,25	0,21	0,143	0,31	0,263	0,30	0,103	0,12	0,103	0,04
Odchylenie standardowe	0,5	0,46	0,38	0,56	0,51	0,55	0,32	0,35	0,32	0,2
Mediana	42	42,1	29,1	29	24,2	24,2	8,7	8,4	6,4	6,4
Hipoteza zerowa	$\bar{R}'_{\text{Tarcie}} - \bar{R}'_{\text{Smarowanie}} = 0$									
Hipoteza alternatywna	$\bar{R}'_{\text{Tarcie}} - \bar{R}'_{\text{Smarowanie}} \neq 0$									
Poziom istotności	$\alpha = 0,05$									
Wartość statystyki t – Studenta z próby	0,87		0,2		0,2		0,55		1,51	
Wartość krytyczna statystyki t – Studenta	3,1824									
Poziom istotności odpowiadający wyliczonej z próby wartości statystyki t – Studenta	0,636421		0,935786		0,82931		0,652994		0,574819	

Konkluzja	Nie odrzucać $H_0$	Nie odrzucać $H_0$	Nie odrzucać $H_0$	Nie odrzucać $H_0$	Nie odrzucać $H_0$
-----------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

Przeprowadzone analizy statystyczne nie wykazały istotnego wpływu współczynnika tarcia na odwzorowanie stempla na materiale obrabianym. Jednak po obserwacji deformacji siatki koordynacyjnej (rys. 3.9 i rys. 3.10) można stwierdzić różnice w mechanizmie plastycznego płynięcia materiału w zależności od współczynnika tarcia.

Tor płynięcia wybranego punktu węzłowego siatki koordynacyjnej naniesionej na materiale modelowym dla różnych warunków tarcia w strefie kontaktu przedstawia rysunek 3.11. Wybór punktu węzłowego wynikał z potrzeby określenia kinematyki płynięcia materiału na boku nierówności a nie na wierzchołku czy też we wgłębieniu.

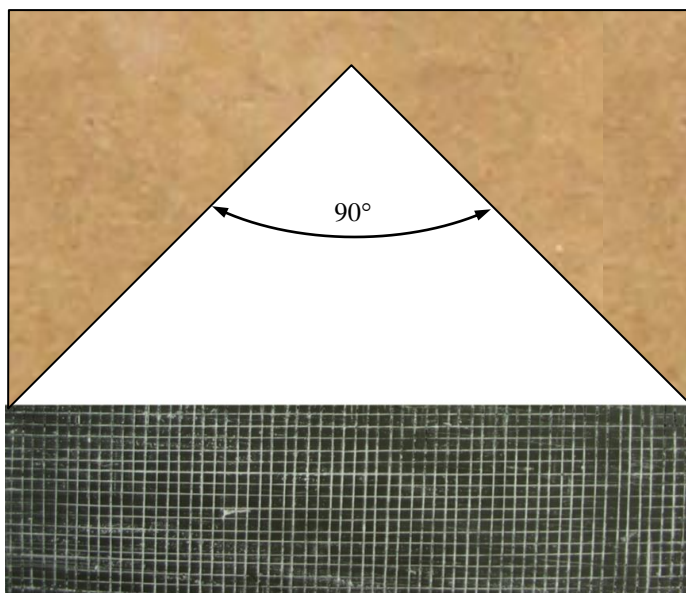


Rys. 3.11. Tor ruchu punktu węzłowego leżącego na boku kształtowanej nierówności

Na wykresie (rys. 3.11) można zaobserwować różnice w kinematyce płynięcia (szczególnie dla mniejszych kątów wierzchołkowych  $\vartheta = 2\theta = 60^\circ$ ,  $80^\circ$  i  $90^\circ$ ). Dla większych kątów wierzchołkowych narzędzia (szczególnie dla  $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ ), nie zaobserwowano istotnych różnic w kinematyce płynięcia dla różnych warunków tarcia.

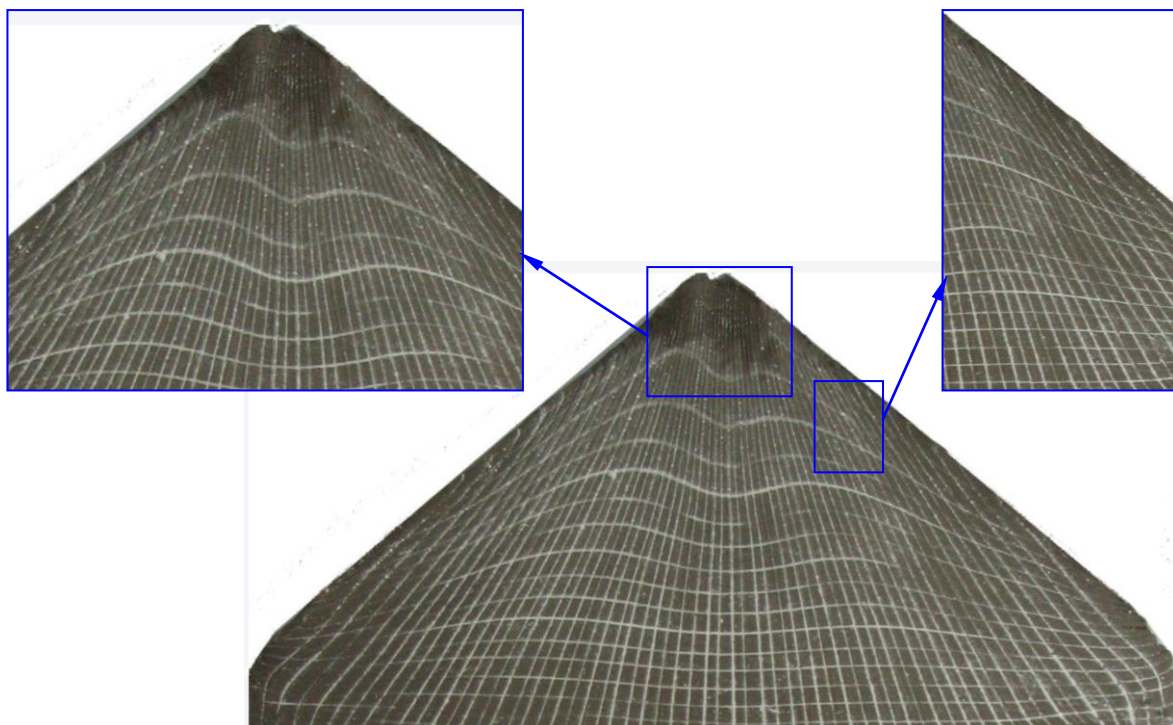
Z powodu utrudnionej obserwacji niekorzystnego zjawiska tworzenia się szczeliny na wierzchołku (dla przypadku znikomego współczynnika tarcia  $\mu_1 \approx 0$  strefie kontaktu) powiększono geometrycznie model plastycznie kształtowanej nierówności RST. Zadbano, aby powiększenie geometryczne modelu nie spowodowało zmian w warunkach brzegowych i początkowych w stosunku do

badań już opisanych w niniejszym punkcie. Badania przeprowadzono dla jednej wartości kąta wierzchołkowego narzędzia  $\vartheta = 2\theta = 90^\circ$  (rys. 3.12).

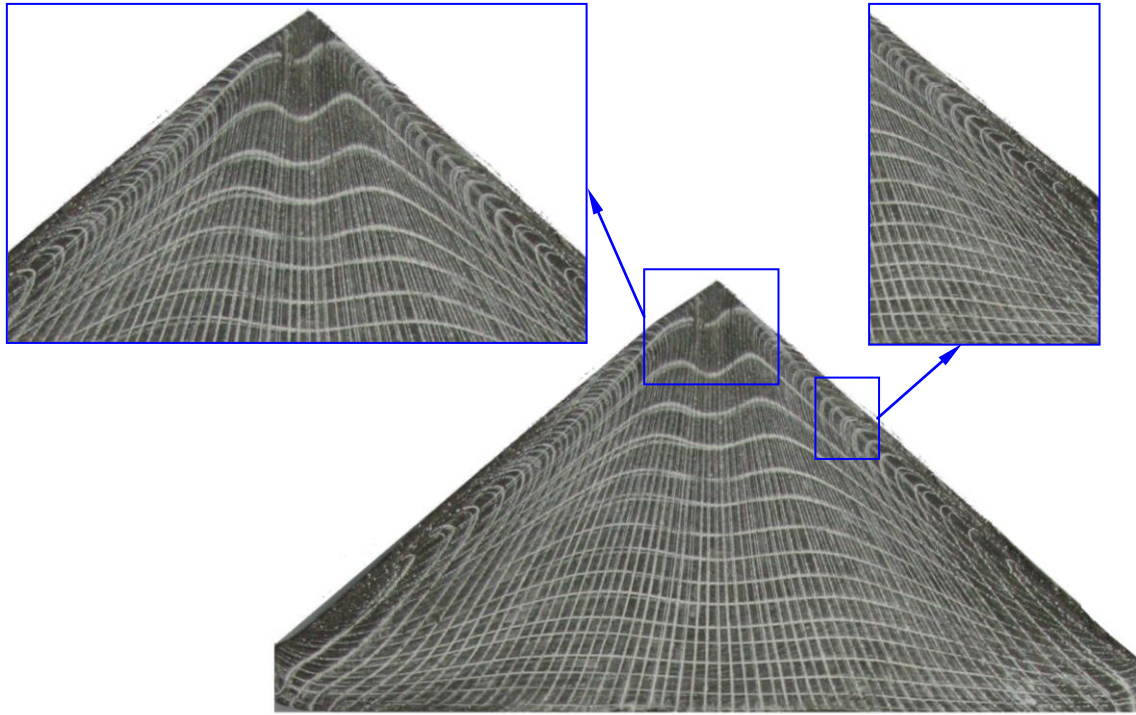


Rys. 3.12. Stempel do badań wygniatania regularnych nierówności o kącie wierzchołkowym  $90^\circ$

Wyniki wygniatania regularnej nierówności trójkątnej, z widoczną zdeformowaną siatką koordynacyjną, dla przypadku występowania niewielkiego tarcia ( $\mu_1 \approx 0$ ) w strefie kontaktu, przedstawia rysunek 3.13, a dla dużego współczynnika tarcia ( $\mu_2 > 0$ ) rysunek 3.14.



Rys. 3.13. Wyniki wygniatania nierówności RST o kącie wierzchołkowym  $2\theta = 90^\circ$  w warunkach występowania bardzo małego współczynnika tarcia ( $\mu_1 \approx 0$ ) w strefie kontaktu



Rys. 3.14. Wyniki wygniatania nierówności RST o kącie wierzchołkowym  $2\theta = 90^\circ$  w warunkach występowania bardzo dużego współczynnika tarcia w strefie kontaktu ( $\mu_2 \gg 0$ )

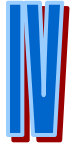
Analiza procesu wygniatania nierówności RST dla powiększonego geometrycznie modelu, potwierdziła wcześniejsze spostrzeżenia odnośnie różnej kinematyki płynięcia materiału w WW przedmiotu, dla różnych wartości współczynnika tarcia w strefie kontaktu. Jednocześnie zaobserwowano wpływ współczynnika tarcia na zjawisko tworzenia się szczeliny na wierzchołku kształtowanej nierówności. Stwierdzono, że zjawisko to może zachodzić przy niewielkim współczynnika tarcia, natomiast dla dużego współczynnika tarcia takiego zjawiska nie zaobserwowano.

## 10. Wnioski

- 1) Wykazane podobieństwo właściwości mechanicznych tworzywa modelowego i stali, potwierdza poprawność doboru plasteliny na tworzywo modelowe i pozwala aproksymować wyniki badań modelowych na rzeczywisty obiekt badań.
- 2) Współczynnik tarcia nie ma wpływu na odwzorowanie narzędzia na przedmiocie obrabianym (kąty wierzchołkowe, wysokości nierówności), jednak ma istotny wpływ na kinematykę płynięcia materiału, a zatem na odkształcenia i naprężenia w WW wyrobu.
- 3) Dla przypadku niewielkiego współczynnika tarcia ( $\mu_1 \approx 0$ ), ruch materiału na bokach nierówności nie jest hamowany, a linie siatki koordynacyjnej są prostoliniowe. Natomiast dla przypadku występowania dużego współczynnika tarcia w strefie kontaktu obserwuje się bardzo silne zakrzywienia linii siatki koordynacyjnej (szczególnie dla kątów wierzchołkowych z zakresu  $\vartheta = 2\theta = 60^\circ \div 90^\circ$ ). Wówczas ruch materiału w strefie kontaktu jest zablokowany, natomiast płynie pod powierzchnią. WW przed-

miotu tak obrabionego półwyrobu może ulec złuszczeniu przy poddaniu jej dalszej obróbce plastycznej.

- 4) Zastosowanie w badaniach oleju, dla którego uzyskano bardzo mały współczynnik tarcia w strefie kontaktu, może prowadzić do występowania niekorzystnego zjawiska – tworzenia się szczelin na wierzchołkach nierówności RST.



## ANALIZA TEORETYCZNA PROCESU PLASTYCZNEGO KSZTAŁTOWANIA REGULARNYCH NIERÓWNOŚCI TRÓJKĄTNYCH

Do analizy procesów obróbki plastycznej można zastosować różne metody np. energetyczną, analizy uproszczonej, ocen granicznych, linii poślizgu i charakterystyk, wariacyjna i elementów skończonych [27, 202].

Metoda energetyczna oparta jest na zasadzie zachowania energii. Praca sił zewnętrznych zamieniana jest na pracę odkształcenia plastycznego i pracę na pokonanie sił tarcia [5 ÷ 7, 15, 16, 44, 131, 176, 180, 182, 183].

Metoda analizy uproszczonej opiera się na równaniach równowagi i warunku plastyczności. W niektórych przypadkach zbyt duże uproszczenia prowadzą do tego, że otrzymane rozwiązanie można traktować jako przybliżone. Metoda ta polega na opracowaniu warunków równowagi elementarnej objętości wyciętej myślowo z odkształcanego ciała. Przy tej metodzie stosuje się następujące założenia [31, 34, 182, 183, 203]:

- zagadnienie sprowadza się do układu osiowo – symetrycznego lub płaskiego, gdzie może zachodzić płaski stan odkształcenia lub płaski stan naprężenia,
- elementy o złożonym kształcie dzieli się umownie na objętości, w których stan naprężenia można w przybliżeniu przyjąć jako płaski lub osiowo – symetryczny,
- równania plastyczności przyjmuje się w uproszczonej formie odpowiadającej przyjętym stanom.

Dzięki przyjętym uproszczeniom otrzymuje się z reguły jedno różniczkowe równanie równowagi, w którym pochodne cząstkowe zastępuje się pochodnymi zwykłymi.

Metoda ocen granicznych jest metodą przybliżoną pozwalającą na oszacowanie obciążeń uplastyczniających niezbędnych do realizacji procesu. Metoda ta nie pozwala na wyznaczenie ani rzeczywistego pola naprężeń, ani rzeczywistego pola prędkości. Jedynie w przypadku szczególnym, gdy oszacowania dolne i górne są sobie równe otrzymuje się rozwiązania ściśle. W metodzie tej do wyznaczenia obciążeń granicznych potrzebna jest znajomość lub założenie z góry dopuszczalnych pól naprężeń, pól prędkości odkształceń oraz warunku plastyczności i prawa plastycznego płynięcia. Warunkiem wystarczającym jest, aby znane lub założone pole naprężeń było statycznie dopuszczalne, a pole prędkości odkształceń było kinematycznie dopuszczalne [5, 15, 202, 203].

W niektórych procesach obróbki plastycznej na powierzchni odkształcanego metalu pojawiają się charakterystyczne linie, wykazujące prawidłowy i regularny przebieg. Po raz pierwszy obserwowane przez Piobert'a w 1842 r., następnie W. Lüders'a w 1860 r. na powierzchni próbek zginaanych ze stali miękkiej oraz D. K. Czernow'a w 1884 r. na próbkach rozciąganych oraz dookoła otworów przebijanych. Charakterystyczne linie tworzą ortogonalną sieć krzywych i są zawsze nachylone pod kątem  $45^\circ$  do kierunku naprężeń głównych, więc przebiegają zgodnie z kierunkiem największych naprężeń stycznych. Zauważono, że wzdłuż tych linii występują wzajemne przesunięcia materiału i dlatego nazwano je liniami poślizgu [31, 34, 182, 183, 203]. Metoda charakterystyk stosowana jest do analizy rozkładu odkształceń i naprężeń oraz obliczania wielkości nacisków występujących w strefie kontaktu dla procesów przebiegających w płaskim stanie odkształcenia lub osiowosymetrycznym. Możliwe jest analizowanie wpływu tarcia w strefie kontaktu, za pomocą tej



metody opracowano w [31, 182, 183] mechanizmy plastycznego płynięcia materiału w różnych obróbkach plastycznych.

Metoda wariacyjna opiera się na założeniu, że suma prac wszystkich zewnętrznych i wewnętrznych sił na możliwych przemieszczeniach bliskich stanu równowagi jest równa zero. Pozwala ona określić naciski jednostkowe, rozkład naprężeń, rozkład odkształceń, kształt i wymiary ciała po odkształceniu plastycznym.

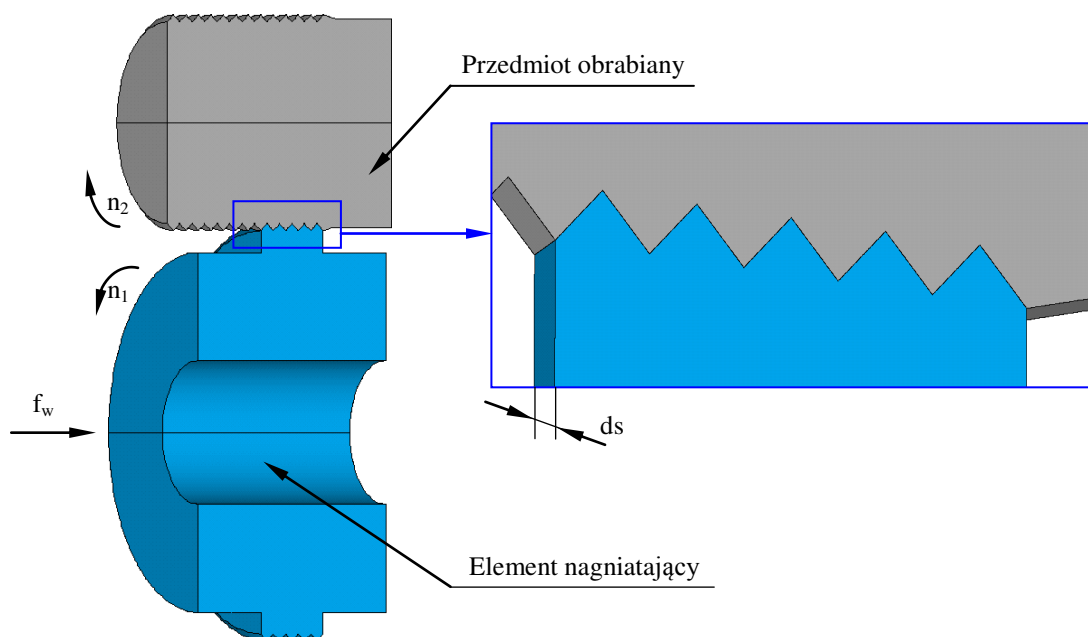
Istotą Metody Elementów Skończonych (MES) jest podział obszaru na skończoną liczbę elementów połączonych ze sobą za pomocą skończonej liczby węzłów. W węzłach występują siły węzłowe powstające w wyniku przemieszczenia, które dają równowagę węzłów, elementów i całego układu. Węzły ulegają przemieszczeniom za pomocą, których wyznaczane są odkształcenia a następnie na podstawie modelu materiałowego naprężenia we wszystkich punktach ciała. Metoda elementów skończonych i metoda wariacyjna są bardzo dobrymi metodami analiz procesów, lecz wymagają znajomości skomplikowanego aparatu matematycznego oraz różnorodnych dyscyplin nauki.

Ze względu na nieskomplikowany aparat matematyczny procesy obróbki plastycznej od wielu lat były analizowane teoretycznie wykorzystując metodę linii poślizgu i charakterystyk.

## 11. Uproszczenia do analizy procesu plastycznego kształtowania nierówności RST

Wykorzystując metodę linii poślizgu i charakterystyk można wyznaczyć naprężenia w każdym punkcie ciała przy założeniu materiału idealnie sztywno – plastycznego oraz quasi – statycznego przebiegu procesu [203].

Proces kształtowania plastycznego nierówności RST można analizować przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia i płaskiego stanu naprężenia. W tym celu z przedmiotu obrabianego i krążka wygniatającego wyodrębnia się elementarne objętości o szerokości  $ds$ , w których odkształcenie nierówności w przedmiocie obrabianym zachodzi na kierunku promieniowym bez występowania zjawiska płynięcia fali materiału w kierunku obwodowym. Przy małej wartości  $ds$  można pominąć zaokrąglenia powierzchni walcowych przedmiotu i narzędzia (rys. 4.1).



Rys. 4.1. Uproszczenia dla analizy teoretycznej procesu plastycznego kształtowania nierówności

Przy powyższych założeniach określenie stanu naprężeń sprowadza się to do rozwiązania następującego układu równań:

- 1) warunku równowagi statycznej w układzie płaskim:

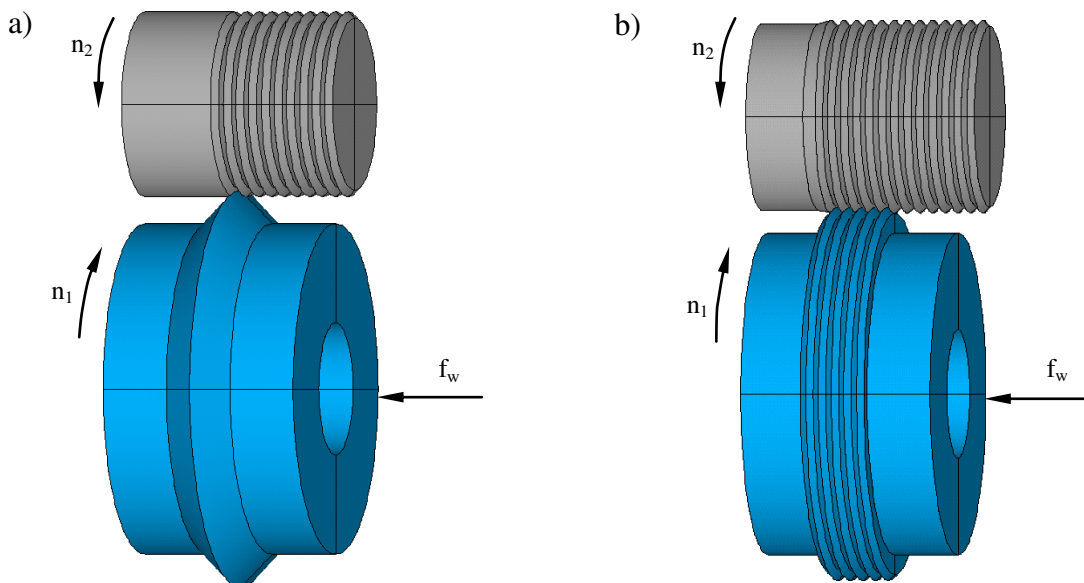
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 ; \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0, \quad (4.1)$$

- 2) warunku plastyczności Hubera – Misesa – Hencky’ego;

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4k^2, \quad (4.2)$$

gdzie:  $k = R_e / \sqrt{3}$  jest granicą plastyczności na ścinanie,  $R_e$  jest granicą plastyczności.

Przedstawiono rozwiązania dla przypadku kształtowania nierówności RST narzędziem o zarysie pojedynczego klina oraz narzędziem o zarysie kilku klinów w przekroju osiowym części roboczej (rys. 4.2).



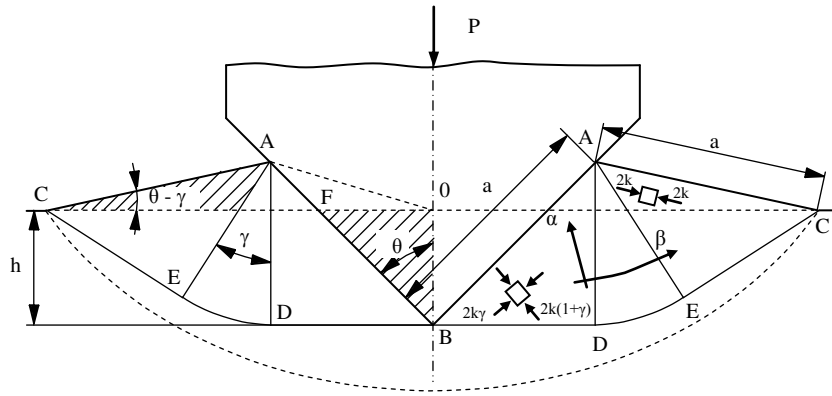
Rys. 4.2. Kształtowanie nierówności za pomocą krążków o zarysach: a) pojedynczego klina; b) kilku klinów w przekroju osiowym

### 11.1. Kształtowanie nierówności narzędziem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym

Jednym z podstawowych zagadnień dotyczących powierzchniowej obróbki plastycznej jest wciskanie sztywnego klina w ośrodek plastyczny [182, 183]. Rozwiązanie teoretyczne tego zagadnienia można zastosować do analizy teoretycznej procesu plastycznego kształtowania gwintów, przygotowania odpowiednich nierówności powierzchni pod obróbkę nagniataniem, czy też do analizy procesu plastycznego przecinania materiału.

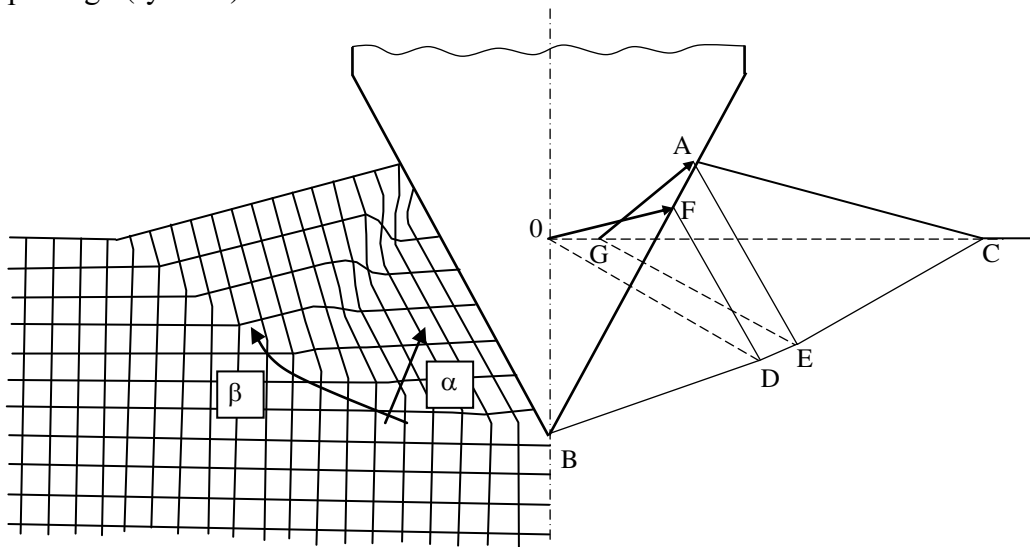
W pracach [31, 34, 182, 183, 203] przedstawiono analizę teoretyczną procesu wciskania sztywnego klina w ośrodek idealnie sztywno – plastyczny. Zawierają one między innymi schematy kinematyki płynięcia materiału w WW przedmiotu z wydzielonymi obszarami różniącymi się od siebie stanem naprężeń.

Zgodnie z wcześniejszymi uproszczeniami rozważano klin o kącie wierzchołkowym  $\vartheta = 2\theta > \theta_{gr}$ , wciskany w półnieskończony ośrodek idealnie sztywno – plastyczny, gdzie:  $\theta_{gr}$  jest graniczną wartością kąta wierzchołkowego klina, poniżej której zachodzi proces plastycznego przecinania materiału (rys. 4.3).



Rys. 4.3. Schemat odkształcenia przy wciskaniu klina w ośrodek plastyczny według R. Hill'a

W dowolnym punkcie przekroju ciała znajdującego się w płaskim stanie odkształcenia plastycznego, istnieją dwa wzajemnie prostopadłe do siebie kierunki, wzdłuż których naprężenia styczne osiągają wartość maksymalną. Wyznaczając w każdym punkcie ciała kierunki maksymalnych naprężeń stycznych otrzymuje się siatkę ortogonalną, składającą się z dwóch rodzin linii  $\alpha$  i  $\beta$ . Styczne do tych linii pokrywają się z kierunkami maksymalnych naprężeń stycznych. Linie te zwane są liniami poślizgu (rys. 4.4).



Rys. 4.4. Schemat odkształcenia początkowo kwadratowej siatki i przemieszczanie się poszczególnych obszarów materiału

Zgodnie z proponowaną metodą wartość nacisków, w strefie kontaktu, wyznacza się z nieliniowego warunku plastyczności Hubera – Misesa – Hencky'ego:

$$p = 2k(1 + \gamma). \quad (4.3)$$

Stopień zaawansowania procesu wciskania klina jest określony głębokością  $h$ , na którą zagłębia się ostrze klina. Po obu stronach klina występuje lokalne wypchnięcie materiału, a objętość wzniesień nad początkową powierzchnię równa jest objętości materiału zajętej przez zagłębioną część klinowego stempla. Założono, że swobodna krawędź wzniesień  $AC$  jest prostoliniowa. Siatka linii poślizgu składa się z dwóch trójkątów prostokątnych  $AEC$  i  $ADB$ , w których panują jednorodne stany naprężenia oraz wycinka biegunowego  $DAE$  o kącie wierzchołkowym  $\gamma$  (rys. 4.3). W celu określenia długości obszaru kontaktu  $2a$  należy wyznaczyć wartość kąta  $\gamma$  oraz długości boków  $AB$  i  $AC$ , przy czym  $AB = AC = a$ . Po zrzutowaniu odcinków  $AB$  i  $AC$  na oś stempla otrzymano zależ-

ność na połowę długości linii kontaktu  $a$ :

$$a = \frac{h}{\cos \theta - \sin(\theta - \gamma)}. \quad (4.4)$$

Natomiast z warunku zachowania stałego pola przekroju poprzecznego ośrodka, które w tym przypadku sprowadza się do równości pola powierzchni trójkątów  $FOB$  oraz  $CAF$  (materiał nieściśliwy), otrzymano następującą zależność:

$$a^2[\cos(\theta - \gamma) + \sin \theta] \cdot \sin(\theta - \gamma) = a \cdot h \cdot \sin \theta. \quad (4.5)$$

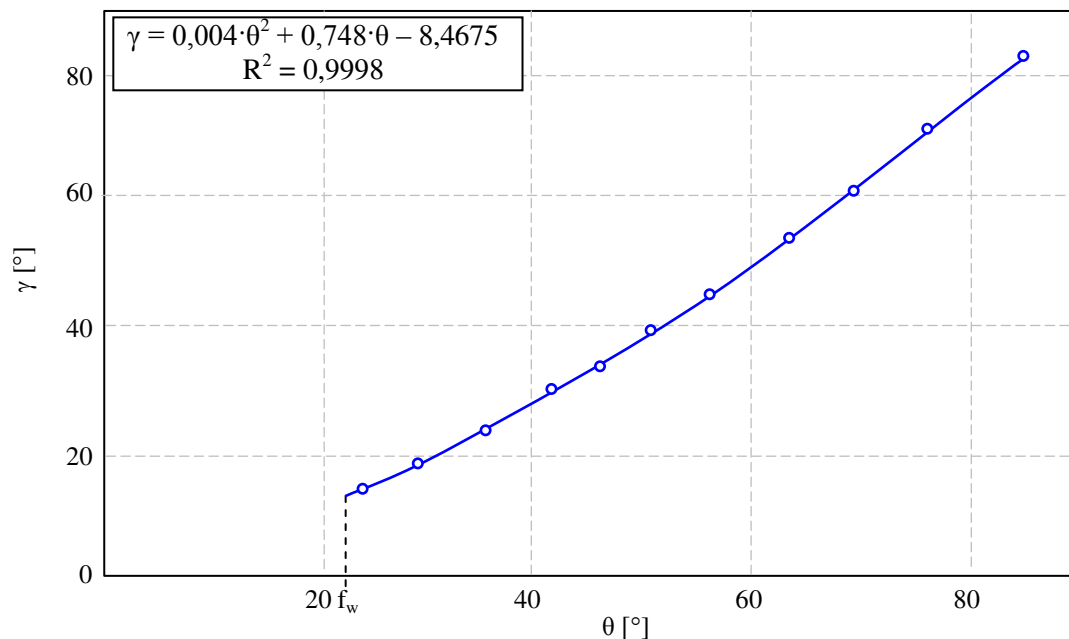
Na podstawie zależności (4.4) i (4.5), po dokonaniu przekształceń, otrzymuje się zależności:

$$\cos(2\theta - \gamma) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right), \quad (4.6 a)$$

lub

$$\cos(2\theta - \gamma) = \frac{\cos \gamma}{1 + \sin \gamma}. \quad (4.6 b)$$

Zależności (4.6 a) i (4.6 b) są tożsame. Znajomość kąta wycinka biegunowego  $\gamma$  pozwala obliczyć długości obszaru kontaktu  $a$  oraz wartości nacisków kontaktowych  $p$  (wzór 4.3). Z zależności (4.6) wynika, że kąt  $\gamma$  zależy jedynie od połowy kąta wierzchołkowego klina  $\theta$ . Rozwiązanie równania (4.6) w sposób analityczny jest złożone. Dlatego też równanie to rozwiązano iteracyjne. W efekcie wyznaczono funkcję  $\gamma = f(\theta)$ , z której można obliczyć wartość kąta wycinka biegunowego  $\gamma$  (rys. 4.5).

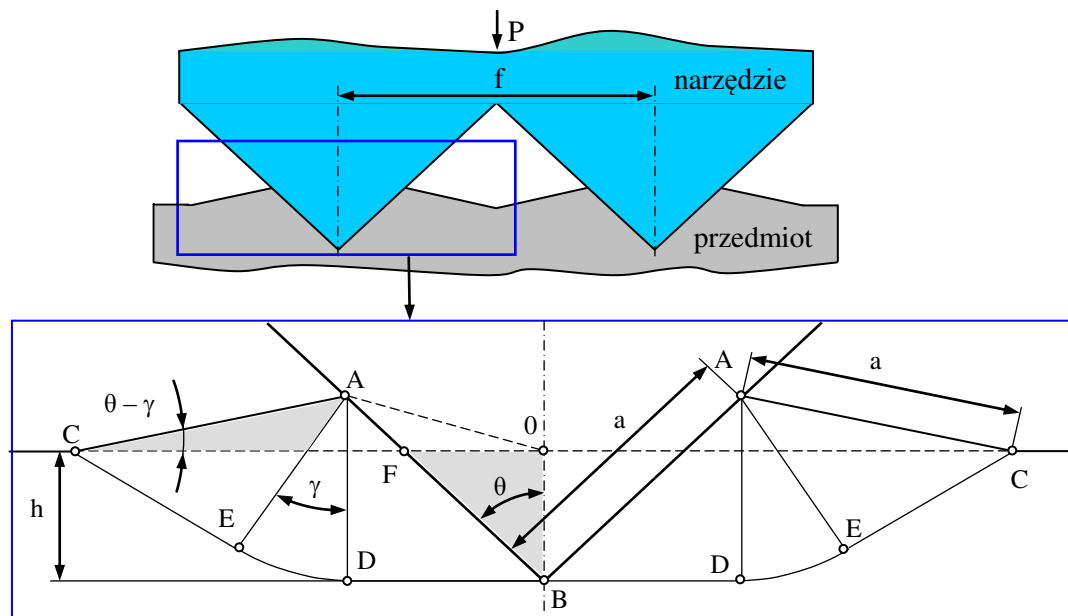


Rys. 4.5. Wykres zależności  $\gamma = f(\theta)$  dla wciskania klina w ośrodek plastyczny [151]

## 11.2. Kształtowanie nierówności narzędziem o zarysie wielu klinów w przekroju osiowym

W niniejszym punkcie przedstawiono wyniki analizy teoretycznej dla narzędzia, zawierającego minimum dwa kliny w przekroju osiowym, każdy o kącie wierzchołkowym  $\vartheta = 2\theta$  (rys. 4.6.), wciśnięty w ośrodek idealnie sztywno – plastyczny. Takie rozwiązanie powoduje ograniczenie swobodnego płynięcia materiału nierówności w procesie plastycznego kształtowania nierówności RST.

Podczas procesu wygniataania nierówności trójkątnej mogą wystąpić trzy następujące przedziały zmienności głębokości wygniataania i dwie głębokości graniczne:  $0 < h < h_I$ ,  $h = h_I$ ,  $h_I < h < h_{II}$ ,  $h = h_{II}$ ,  $h > h_{II}$ , gdzie  $h_I$  i  $h_{II}$  jest odpowiednio pierwszą i drugą głębokością graniczną. Wygniataanie nierówności z głębokościami  $0 < h < h_I$  jest to pierwsza faza kształtowania nierówności i występuje do pierwszej głębokości granicznej. Przy  $h = h_I$  następuje blokowanie się dwóch sąsiednich wypływek. Wygniataanie nierówności z głębokościami przekraczającymi pierwszą głębokość graniczną  $h_I < h < h_{II}$  powoduje dalsze wypiętrzanie nierówności z dokładnym odwzorowaniem geometrii narzędzia. Dla  $h = h_{II}$  występuje całkowite wypełnienie przestrzeni utworzonej między sąsiednimi klinami narzędzia i ukształtowanie pełnego zarysu nierówności. Wygniataanie nierówności z głębokościami przekraczającymi drugą głębokość graniczną  $h > h_{II}$  powoduje znaczny wzrost sił oraz powstawanie niekorzystnych wypływek materiału przed narzędziem. Dlatego też nie jest przez autora zalecane.



Rys. 4.6. Schemat procesu wygniataania regularnych nierówności trójkątnych, jako operacji poprzedzającej nagniatanie

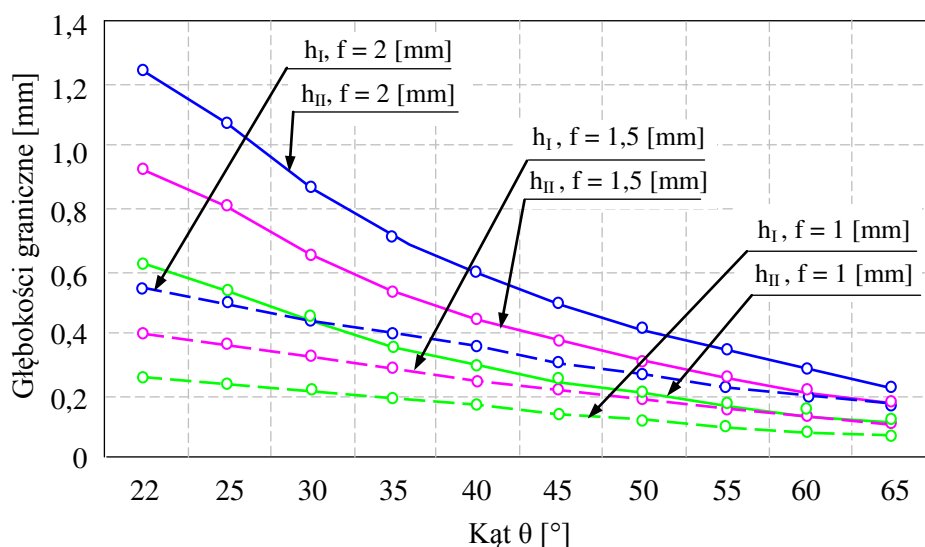
Pierwszą i drugą graniczną głębokość wygniataania wyznaczono przy założeniu, że odkształcenia sprężyste są pomijalnie małe. Wówczas pierwsza głębokość graniczna występuje, gdy sąsiednie wypływki stykają się (rys. 4.6), czyli:  $OC = 0,5 \cdot f$ , stąd:

$$h_I = \frac{0,5 \cdot f \cdot [\cos \theta - \sin (\theta - \gamma)]}{\sin \theta + \cos (\theta - \gamma)} . \quad (4.7)$$

Druga głębokość graniczna równa jest połowie wysokości nierówności trójkątnej:

$$h_{II} = 0,5 \cdot R_z = 0,25 \cdot f \cdot \operatorname{ctg} \theta . \quad (4.8)$$

Na rysunku 4.7 przedstawiono wykresy zależności pierwszej i drugiej głębokości granicznej wygniataania w zależności od połowy kąta wierzchołkowego  $\theta$  dla wybranych wartości odległości  $f$  dwóch sąsiednich klinów.

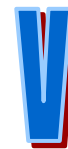


Rys. 4.7. Wykres zależności głębokości granicznych  $h_I$  i  $h_{II}$  od połowy kąta wierzchołkowego  $\theta$ , dla wybranych wielkości  $f$  odległości dwóch sąsiednich klinów wciskanych w ośrodek idealnie sztywno – plastyczny

Na podstawie zmian głębokości granicznych w zależności od połowy kąta wierzchołkowego klinów (rys. 4.7) można stwierdzić, że ze wzrostem kąta wierzchołkowego klinów głębokości graniczne maleją nieliniowo i są tym mniejsze im mniejsze są wartości odległości  $f$  dwóch sąsiednich klinów. Ze względu na zastosowane uproszczenia w analizie teoretycznej obliczone wartości głębokości granicznych różnią się od rzeczywistych o wartość odkształceń sprężystych.

## 12. Wnioski

- 1) Analiza teoretyczna jest jedynie zasadna dla materiałów idealnie sztywno – plastycznych i dla przypadku braku tarcia w strefie kontaktu oraz występowania płaskich stanów odkształceń i naprężeń. Ograniczenia te spowodowały, że wyznaczenie parametrów siłowych procesu dla materiałów innych niż założone obarczone jest znacznymi błędami.
- 2) Analiza teoretyczna potwierdziła wyniki badań rozpoznawczych (Część II pkt. 5.2). Dla przypadku wciskania pojedynczego klina w pół nieskończony ośrodek idealnie sztywno – plastyczny kształtowanie nierówności RST jest utrudnione, ze względu na swobodne płynięcie materiału.
- 3) Wyznaczona iteracyjnie zależność (rys. 4.5) może posłużyć do obliczenia wartości kąta  $\gamma$  wycinka biegunowego, niezbędnego do określenia naprężeń składowych, nacisków kontaktowych oraz długości obszaru kontaktu.
- 4) Rzeczywista głębokość wygniatania różni się od teoretycznej o niewielką wartość odkształceń sprężystych całego układu. Opracowane wzory na pierwszą i drugą głębokość graniczną mogą posłużyć do obliczenia z dokładnością 0,1 % głębokości wygniatania.
- 5) Analiza teoretyczna procesu plastycznego kształtowania nierówności RST narzędziem zawierającym kilka sąsiadujących klinów potwierdza inicjację tworzenia się szczeliny na wierzchołku (rys. 4.6).
- 6) W celu uwzględnienia rzeczywistych warunków wygniatania nierówności RST (przestrzenny stan naprężeń, umocnienie materiału, odkształcenia sprężyste, warunki tarcia w obszarze kontaktu) należy podjąć dalsze badania umożliwiające kompleksową analizę procesu. W tym celu niezbędne jest opracowanie uniwersalnego modelu matematycznego procesu oraz zastosowanie przybliżonych metod jego rozwiązania przy użyciu metody elementów skończonych (MES).



## MODELOWANIE PROCESU PLASTYCZNEGO KSZTAŁTOWANIA REGULARNYCH NIERÓWNOŚCI

Zagadnienie modelowania procesu plastycznego kształtowania nierówności powierzchni (gwinty) jest przedmiotem zainteresowania badaczy od kilkudziesięciu lat. Na początku zagadnienie to próbowano rozwiązać analitycznie. Innym trendem, powstałym po II wojnie światowej, było nowoczesne podejście do planowania eksperymentu oraz statystycznego opracowania wyników. Postęp w dziedzinie planowania eksperymentu oraz identyfikacji nieliniowych obiektów wielowymiarowych pozwolił na nowy sposób modelowania procesu nagniatania. Zgodnie z cybernetyczną zasadą „czarnej skrzynki” modelowano procesy technologiczne, gdzie nie była konieczna znajomość mechanizmów fizykalnych a jedynie związków pomiędzy zmiennymi wyjściowymi a zmiennymi wejściowymi, przy założeniu występowania czynników stałych i zakłócających. Prekursorem w tak pojętym modelowaniu procesu nagniatania był S. Fic. W oparciu o metodę analizy wymiarowej opracował równania regresji w postaci potęgowej, ujmujące wpływ wysokości chropowatości wyjściowej i parametrów technologicznych nagniatania ślizgowego na chropowatość powierzchni wyrobu oraz na głębokość warstwy umocnionej [20]. Prace [177 ÷ 179] K. Skalskiego zawierają nowoczesne metody modelowania procesu nagniatania wykorzystując mechanikę kontaktu. Dotyczą one zagadnienia kontaktowego ciała idealnie sztywnego (narzędzie) z ciałem odkształcalnym (sprężysto – sztywno – plastycznym lub idealnie sztywno – plastycznym), dla przypadków występowania odkształceń plastycznych rzędu sprężystych. Bardzo duży wkład w modelowanie zjawisk fizycznych zachodzących podczas nagniatania miały prace K. Wieczorowskiego i jego zespołu [204 ÷ 216]. Opracowano modele doświadczalne ujmujące wpływ wszystkich parametrów technologicznych nagniatania tocznego na wybrany parametr jakości technologicznej wyrobu. Prace L. Kukielki zawierają nowoczesne metody planowania oraz metody statystycznego opracowania wyników pomiaru [45 ÷ 63, 73, 74, 87, 88, 94, 100, 110 ÷ 113, 120 ÷ 122, 124, 125].

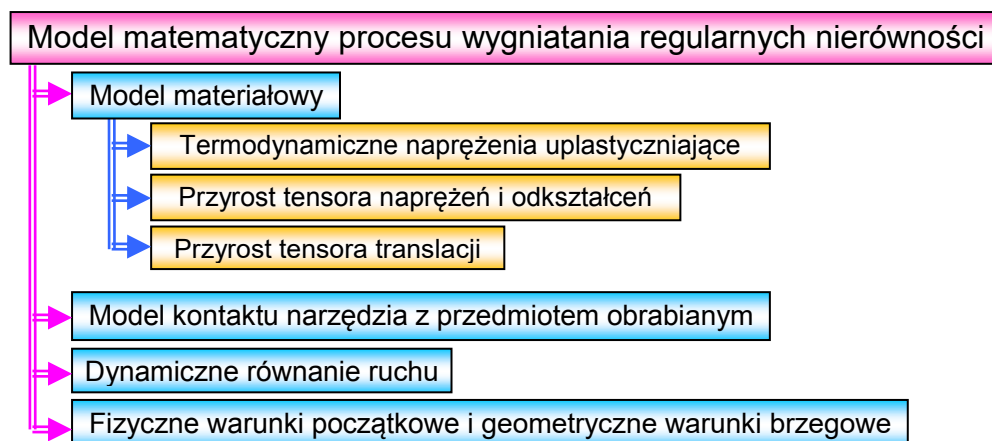
Najnowszym trendem w dziedzinie modelowania i analizy procesu plastycznego kształtowania nierówności jest modelowanie numeryczne przy użyciu Metody Elementów Skończonych. Polega ona na zastąpieniu ciągłego obiektu dyskretnym modelem z wyodrębnionymi podobjętościami i/lub podobszarami opierającymi się na węzłach. Rozwój możliwości obliczeniowych komputerów oraz oprogramowania pozwala na analizę procesów technologicznych przy użyciu programów komputerowych wykorzystujących MES oraz obliczenia iteracyjne z wykorzystaniem uaktualnionego opisu Lagrange’a [2, 3, 9, 36 ÷ 40, 115, 116, 123, 135, 139, 149, 152, 153, 187, 218].

W niniejszym rozdziale zawarto opis przyrostowy zjawisk procesu wygniatania nierówności RST, algorytm modelowania i analizy procesu, założenia do modelowania analizowanego procesu, równania konstytutywne dla materiału sprężysto/lepko – plastycznego ze wzmocnieniem mieszanym, model kontaktu element wygniatający – przedmiot obrabiany, warunki jednoznaczności i równanie ruchu obiektu.

### 13. Opis przyrostowy zjawisk procesu wygniatania nierówności RST

Niezbędnym etapem we współczesnym pojęciu modelowania jest modelowanie matematyczne. Model matematyczny składa się ze zbioru związków matematycznych (równań algebraicznych

i różniczkowych, nierówności, funkcji warunkowych itd.) na podstawie, których można przewidzieć przebieg modelowanego procesu. Niezwykle istotne jest aby poprawnie wyodrębnić założenia, czyli te warunki, które określają zakres ważności modelu (zmniejszają zakres ogólności modelu) oraz uproszczenia, czyli te warunki, które pogarszają dokładność modelu (pomijają się w modelu fizycznym zjawiska, o których sądzi się, że w konkretnych warunkach mało wpływają na dokładność odwzorowania modelu na obiekt badań) [185 ÷ 188]. Składowe modelu matematycznego procesu plastycznego kształtowania nierówności RST przedstawiono na schemacie (rys. 5.1).



Rys. 5.1. Model matematyczny procesu plastycznego kształtowania nierówności RST

Zjawiska zachodzące w badanym procesie są nieliniowe, dlatego też do opisu matematycznego zastosowano równania nieliniowe bez linearyzacji.

### 13.1. Nieliniowość procesu

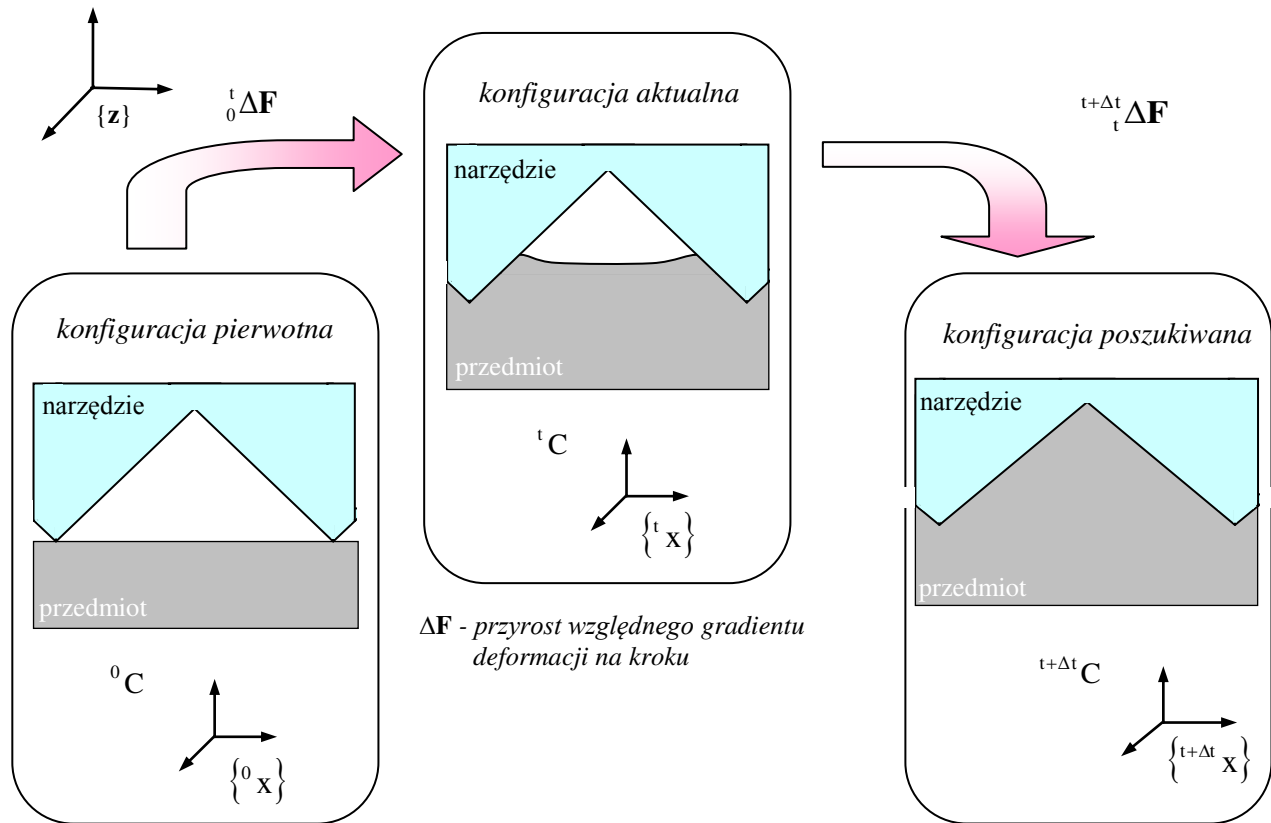
Zgodnie z teorią dynamiki ośrodków ciągłych proces plastycznego kształtowania nierówności RST powierzchni jest geometrycznie fizycznie nieliniowy. Nieliniowość geometryczną wywołują zmiany geometrii przedmiotu podczas procesu plastycznego kształtowania nierówności RST, co prowadzi do nieliniowych zależności odkształcenie – przemieszczenie. Nieliniowość fizyczna, zwana materiałową, jest spowodowana nieliniowym opisem właściwości mechanicznych materiału naprężenie – odkształcenie.

### 13.2. Przyrostowy opis ruchu i deformacji obiektu

Matematyczny opis zjawisk nieliniowych, wymaga stosowania innych niż w zagadnieniach liniowych, zasad formułowania problemów brzegowo – początkowych i bardziej złożonych metod ich rozwiązywania. Współcześnie znane są sposoby analizy zjawisk nieliniowych za pomocą opisu przyrostowego. Celem jest określenie geometrii ciała oraz istniejącego w tym ciele stanów przyrostu przemieszczenia, odkształcenia, naprężeń itd., w kolejnych dyskretnych chwilach czasu  $\tau = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$ , odpowiadających pewnemu niewielkiemu przyrostowi czasu. Zakłada się, że znane są rozwiązania dla wszystkich kroków czasowych z przedziału  $[0, t]$ , poszukiwane zaś będą rozwiązania w chwili  $t + \Delta t$ . Powtarzając ten proces dla kolejnych chwil  $\Delta t$  uzyskuje się rozwiązanie w zadanym przedziale czasu. Szerokie omówienie zagadnień związanych z opisem przyrostowym zawierają prace M. Kleibera np. [37, 38]. W pracach tych dokonano analizy zastosowania istniejących koncepcji opisu przyrostowego w nieliniowej mechanice tj. ogólnego i uaktualnionego opisu Lagrange’a, do opisu deformacji ciała. Zaproponowano nową koncepcję zwaną uogólnionym opisem Kleibera. Podstawą tego opisu jest przyjęcie pewnej porównawczej konfiguracji odniesienia (nazywanej beznaprężeniową), która nie musi być konfiguracją przyjmowaną przez ciało w trakcie jego ruchu. W znanych aktualnie systemach i programach nieliniowej analizy procesów koncepcja konfiguracji beznaprężeniowej nie znalazła jeszcze szerokiego zastosowania. Powszechnie stosowany jest ogólny opis Lagrange’a lub uaktualniony opis Lagrange’a, bazujące na



założeniu addytywności poszczególnych składowych odkształcenia na konfiguracji pierwotnej lub aktualnej. Koncepcja uaktualnionego opisu Lagrange'a charakteryzuje się dużą uniwersalnością i może być wykorzystana do nieliniowej analizy procesu w ramach różnych teorii.



Rys. 5.2. Uaktualniony opis Lagrange'a dla stanu deformacji ciała

Do opisu procesu plastycznego kształtowania nierówności przyjęto uaktualniony opis Lagrange'a (rys. 5.2). Zgodnie z tym opisem w chwili aktualnej  $t$  znana jest konfiguracja pierwotna ciała  ${}^0C$  i konfiguracja aktualna  ${}^tC$ . To znaczy, że znane są w tych chwilach oraz we wszystkich innych chwilach  $\tau < t$  wartości wszystkich występujących w zagadnieniu funkcji. Poszukiwana jest natomiast następna konfiguracja równowagi  ${}^{t+\Delta t}C$ , w chwili  $\tau = t + \Delta t$ .

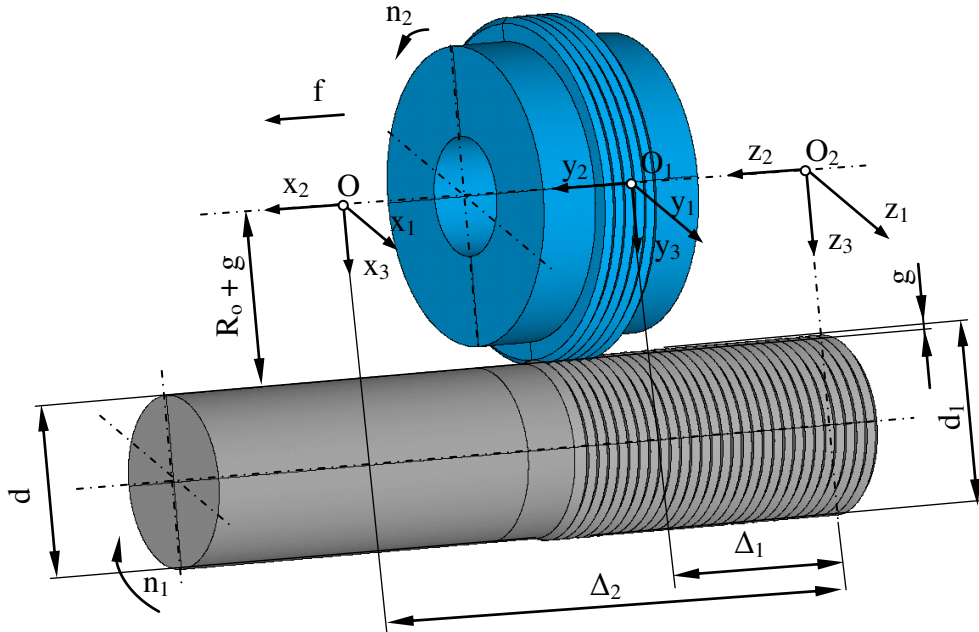
Proponowany algorytm rozwiązania dla jednego, typowego kroku przyrostowego  $t \rightarrow \tau = t + \Delta t$ , jest następujący:

1. Rozwiązując iteracyjnie przyrostowy układ równań ruchu ciał, w układzie współrzędnych  $\{{}^t x\}$ , względem konfiguracji  ${}^tC$ , określa się odpowiednie przyrosty odkształceń i naprężeń.
2. Zgodnie z regułami akumulacji wielkości przyrostowych znajduje się wszystkie parametry charakteryzujące konfigurację  ${}^tC$ , względem konfiguracji  ${}^tC$  i w układzie  $\{{}^t x\}$ .
3. Znajduje się nową konfigurację odniesienia  ${}^tC$  z nowym układem współrzędnych  $\{{}^t x\}$  obróconym względem układu  $\{{}^t x\}$  o kąt odpowiadający przyrostowi ortogonalnego tensora obrotu  ${}^t\Delta\mathbf{R}$ . Wykorzystuje się przy tym następujące twierdzenie o rozkładzie polarnym tensora deformacji względnej dla małych przyrostów po czasie:  ${}^t\Delta\mathbf{F} = {}^t\Delta\mathbf{R} \cdot {}^t\mathbf{U} + {}^t\mathbf{R} \cdot {}^t\Delta\mathbf{U}$ , gdzie  ${}^t\mathbf{R}$  jest ortogonalnym tensorem obrotu,  ${}^t\mathbf{U}$  jest symetrycznym (prawym) tensorem rozciągania, zaś  ${}^t\Delta\mathbf{R}$  i  ${}^t\Delta\mathbf{U}$  są przyrostami tych tensorów na rozpatrywanym kroku przyrostowym. Po uwzględnieniu zależności  ${}^t\mathbf{U} = 1$  i  ${}^t\mathbf{R} = 1$  otrzymuje się wzór:  ${}^t\Delta\mathbf{F} = {}^t\Delta\mathbf{R} + {}^t\Delta\mathbf{U}$ .

4. Wszystkie wielkości charakteryzujące konfigurację  ${}^tC$  odnosi się do nowego układu współrzędnych  $\{{}^t x\}$ . Dla określenia kolejnej konfiguracji równowagi  ${}^{t+2\Delta t}C$  należy powtórzyć kroki 1 ÷ 4.

### 13.3. Układy współrzędnych

Do rozważań przyjęto trzy układy ortogonalnych współrzędnych kartezjańskich (rys. 5.3):  $\{x\}$  – ruchomy, związany z powierzchnią przedmiotu,  $\{y\}$  – ruchomy związany z krążkiem wygniatającym i  $\{z\}$  – stały układ odniesienia. Osie  $x_2$  i  $y_2$  pokrywają się z osią obrotu elementu wygniatającego.



Rys. 5.3. Układy współrzędnych kartezjańskich dla części obrotowej w procesie wygniataania regularnych nierówności

Pomiędzy poszczególnymi współrzędnymi układów zachodzą następujące związki:

$$\begin{cases} z_1 = y_1 = x_1 \\ z_2 = y_2 + \Delta_1 = x_2 + \Delta_2, \\ z_3 = y_3 = x_3 \end{cases} \quad (5.1)$$

gdzie:  $\Delta_1$  i  $\Delta_2$  są odległościami odpowiednio osi  $y_3$  i  $x_3$  od płaszczyzny  $z_1z_2$ . Odległość między osiami  $x_3$  i  $y_3$  wynosi:  $\Delta_2 - \Delta_1$ .

### 13.4. Miary przyrostów przemieszczenia, odkształcenia, prędkości odkształcenia oraz naprężenia w procesie plastycznego kształtowania nierówności

W analizie przyrostowej zasadniczą rolę odgrywają przyrosty poszczególnych wielkości. Zastosowano konwencję oznaczeń znaną z mechaniki ośrodków ciągłych. Przyrost  ${}^t\Delta f({}^\tau\mathbf{x}, \tau)$  dowolnej funkcji  ${}^t f({}^t\mathbf{x}, t)$  na typowym kroku  $t \rightarrow \tau = t + \Delta t$  definiuje się, stosując formalizm różnicowy, w postaci:

$${}^\tau\Delta f({}^\tau\mathbf{x}, \tau) \stackrel{\text{df}}{=} {}^\tau f({}^\tau\mathbf{x}, \tau = t + \Delta t) - {}^t f({}^t\mathbf{x}, t), \quad (5.2)$$

gdzie  ${}^\tau\mathbf{x}$  jest wektorem (o składowych  ${}^\tau x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ) położenia cząstki ciała  $X$  w dowolnej chwili czasu  $\tau$ . Zapis  ${}^\tau\Delta f$  oznacza przyrost funkcji  $f$  od chwili  $t$  do chwili  $\tau$  (indeks górny lewy) wyrażony w układzie  $\{{}^t\mathbf{x}\}$  i odniesiony do konfiguracji  ${}^tC$  w chwili  $t$  (indeks dolny lewy).

Ruch ciała opisywany będzie za pomocą gładkiego odwzorowania:

$${}^{\tau}\mathbf{x} = {}^{\tau}\mathbf{x}({}^0\mathbf{x}, \tau). \quad (5.3)$$

Wektor  ${}^{\tau}u$  przemieszczenia węzła i jego składowe  ${}^{\tau}u_i$  oraz wektor  ${}^{\tau}\Delta u$  przyrostu (w czasie) przemieszczenia węzła i jego składowe  ${}^{\tau}\Delta u_i$  mają postać:

$${}^{\tau}\mathbf{u} = {}^{\tau}\mathbf{x} - {}^t\mathbf{x}, \quad {}^{\tau}u_i = {}^{\tau}x_i - {}^t x_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (5.4)$$

$${}^{\tau}\Delta \mathbf{u} = {}^{\tau}\mathbf{u} - {}^t\mathbf{u}, \quad {}^{\tau}\Delta u_i = {}^{\tau}u_i - {}^t u_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (5.5)$$

gdzie: wszystkie składowe wektorów odniesione są do wspólnego układu odniesienia  ${}^tC$ .

Adekwatną miarą stanu odkształcenia przedmiotu obrabianego, w przyjętym uaktualnionym opisie Lagrange'a jest tensor odkształcenia Greena – Lagrange'a  ${}^t\mathbf{T}_{\varepsilon}$ , natomiast miarą stanu prędkości odkształcenia jest tensor prędkości odkształcenia Greena – Lagrange'a  ${}^t\mathbf{T}_{\dot{\varepsilon}}$ , zaś miarą stanu naprężenia jest drugi (symetryczny) tensor naprężenia Pioli – Kirchhoffa  ${}^t\mathbf{T}_{\sigma}$ . Wymienione tensory zdefiniowane są i odniesione do konfiguracji aktualnej  ${}^tC$ . Miarą przyrostu odkształcenia, prędkości odkształcenia i przyrostu naprężenia są odpowiednio przyrosty tensorów odkształcenia  ${}^{\tau}\Delta \mathbf{T}_{\varepsilon}$  i prędkości odkształcenia  ${}^{\tau}\Delta \mathbf{T}_{\dot{\varepsilon}}$  Greena – Lagrange'a oraz przyrost drugiego tensora naprężenia Pioli – Kirchhoffa  ${}^{\tau}\Delta \mathbf{T}_{\sigma}$ . Składowe  ${}^t\varepsilon_{ij}$  tensora  ${}^t\mathbf{T}_{\varepsilon}$  związane są z przemieszczeniami  $u_i$  zgodnie ze wzorem w postaci wskaźnikowej [38, 39]:

$${}^t\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}({}^t u_{i,j} + {}^t u_{j,i} + {}^t u_{k,i} \cdot {}^t u_{k,j}), \quad (5.6)$$

gdzie  ${}^t u_{i,j}$  oznacza pochodną cząstkową:  ${}^t u_{i,j} = \partial({}^t u_i) / \partial x_j$ . Składowe  ${}^t\varepsilon_{ij}$  rozłożyć można na część liniową:

$${}^t\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}({}^t u_{i,j} + {}^t u_{j,i}), \quad (5.7)$$

i część nieliniową:

$${}^t\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}({}^t u_{k,i} \cdot {}^t u_{k,j}). \quad (5.8)$$

Przyrost składowych  ${}^{\tau}\Delta \varepsilon_{ij}$  tensora  ${}^{\tau}\Delta \mathbf{T}_{\varepsilon}$  wyprowadzony zostanie w oparciu o definicję przyrostu dowolnej funkcji. Zatem podstawiając składowe tensora (wg wzoru 5.6) w chwilach  $\tau$  oraz  $t$  do wzoru (5.2), po zastosowaniu dekompozycji przyrostowej ( ${}^{\tau}u_{i,j} = {}^t u_{i,j} + {}^{\tau}\Delta u_{i,j}$ ) oraz wykonaniu odpowiednich działań algebraicznych, otrzymano:

$$\begin{aligned} {}^{\tau}\Delta \varepsilon_{ij} &= {}^{\tau}\varepsilon_{ij} - {}^t\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[ ({}^{\tau}u_{i,j} + {}^{\tau}u_{j,i} + {}^{\tau}u_{k,i} \cdot {}^{\tau}u_{k,j}) - ({}^t u_{i,j} + {}^t u_{j,i} + {}^t u_{k,i} \cdot {}^t u_{k,j}) \right] = \\ &= \frac{1}{2} ({}^{\tau}\Delta u_{i,j} + {}^{\tau}\Delta u_{j,i} + {}^t u_{k,i} \cdot {}^{\tau}\Delta u_{k,j} + {}^{\tau}\Delta u_{k,i} \cdot {}^t u_{k,j} + {}^{\tau}\Delta u_{k,i} \cdot {}^{\tau}\Delta u_{k,j}), \end{aligned} \quad (5.9)$$

gdzie  ${}^{\tau}\Delta u_{i,j} = \partial({}^{\tau}\Delta u_i) / \partial x_j$  oznacza pochodną cząstkową.

Wzór (5.9) jest słuszny dla różnych opisów przyrostowych. Dla konkretnego opisu należy zastosować odpowiednie jego uproszczenie. Dla przyjętego uaktualnionego opisu Lagrange'a, wyrażenie  ${}^t u_{k,i} \cdot {}^{\tau}\Delta u_{k,j} + {}^{\tau}\Delta u_{k,i} \cdot {}^t u_{k,j} = 0$ , gdyż  ${}^t u_{k,i} = 0$ . Przyrost składowych  ${}^{\tau}\Delta \varepsilon_{ij}$  można rozłożyć na część liniową:

$${}^{\tau}\Delta\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}({}^{\tau}\Delta u_{i,j} + {}^{\tau}\Delta u_{j,i}), \quad (5.10)$$

oraz nieliniową:

$${}^{\tau}\Delta\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}({}^{\tau}\Delta u_{k,i} \cdot {}^{\tau}\Delta u_{k,j}). \quad (5.11)$$

W podobny sposób otrzymano wzory na przyrosty składowych  ${}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}$  tensora przyrostu prędkości odkształceń  ${}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_{\dot{\varepsilon}}$  dla części liniowej  ${}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}$ :

$${}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}({}^{\tau}\Delta\dot{u}_{i,j} + {}^{\tau}\Delta\dot{u}_{j,i}), \quad (5.12)$$

i nieliniowej  ${}^{\tau}\Delta\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}$ :

$${}^{\tau}\Delta\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij} = \frac{1}{2}({}^{\tau}\Delta\dot{u}_{k,i} \cdot {}^{\tau}\Delta\dot{u}_{k,j}). \quad (5.13)$$

Wprowadzenie członów nieliniowych oznacza, że wykorzystywane będą wzory dokładne, bez linearyzacji.

### 13.5. Zasady akumulacji wielkości przyrostowych

W rachunku wektorowym akumulację wektorów przyrostu przemieszczenia i tensorów przyrostu odkształcenia polega na dodawaniu odpowiednich ich składowych. Natomiast akumulacja tensorów naprężeń nie jest już tak trywialna i przebiega wg punktów:

1. Na początku kroku (w chwili  $t$ ) znany jest drugi tensor naprężenia Pioli – Kirchhoffa  ${}^t\mathbf{T}_{\sigma}$ , o składowych  ${}^t\sigma_{ij}$  zdefiniowany na konfiguracji aktualnej  ${}^tC$  i wyrażony poprzez składowe w układzie współrzędnych kartezjańskich  $\{{}^t\mathbf{x}\}$ . Tensor ten równy jest tensorowi naprężenia Cauchy'ego  ${}^t\mathbf{T}_C$ , o składowych  ${}^tT_{ij}$  [37, 38]. Zachodzi zatem następująca równość tensorów i ich składowych:

$${}^t\mathbf{T}_{\sigma} = {}^t\mathbf{T}_C, \quad {}^t\sigma_{ij} = {}^tT_{ij}. \quad (5.14)$$

2. W wyniku rozwiązania problemu przyrostowego otrzymuje się przyrost drugiego tensora naprężenia Pioli – Kirchhoffa  ${}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_{\sigma}$ , wyrażony poprzez składowe w tym samym układzie współrzędnych  $\{{}^t\mathbf{x}\}$ .
3. Dodając otrzymany przyrost naprężenia do naprężenia całkowitego  ${}^t\mathbf{T}_{\sigma}$  otrzymuje się drugi tensor naprężenia Pioli – Kirchhoffa w chwili  $t+\Delta t$ , zdefiniowany na konfiguracji aktualnej  ${}^tC$  przez składowe w pierwotnym układzie współrzędnych  $\{{}^t\mathbf{x}\}$ :

$${}^t\mathbf{T}_{\sigma} = {}^t\mathbf{T}_{\sigma} + {}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_{\sigma}. \quad (5.15)$$

4. Dokonując transformacji składowych  ${}^{\tau}\sigma_{ij}$  tensora  ${}^{\tau}\mathbf{T}_{\sigma}$  zgodnie ze wzorem:

$${}^{\tau}\sigma_{ij} = {}^{\tau}\mathbf{J} \cdot {}^{\tau}\mathbf{U}_{im} \cdot {}^{\tau}\sigma_{mn} \cdot {}^{\tau}\mathbf{U}_{nj}, \quad (5.16)$$

gdzie:  ${}^{\tau}J = {}^{\tau}\rho / {}^t\rho$ , zaś  ${}^t\rho$  i  ${}^{\tau}\rho$  są gęstościami ośrodka na początku i na końcu kroku,  ${}^{\tau}U_{im}$  są składowymi tensora rozciągnięcia  $\mathbf{U}$ , otrzymuje się drugi tensor naprężenia Pioli – Kirchhoffa  ${}^{\tau}\mathbf{T}_{\sigma}$  w nowej konfiguracji odniesienia  ${}^{\tau}C$  w nowym układzie współrzędnych kartezjańskich  $\{{}^{\tau}\mathbf{x}\}$ .

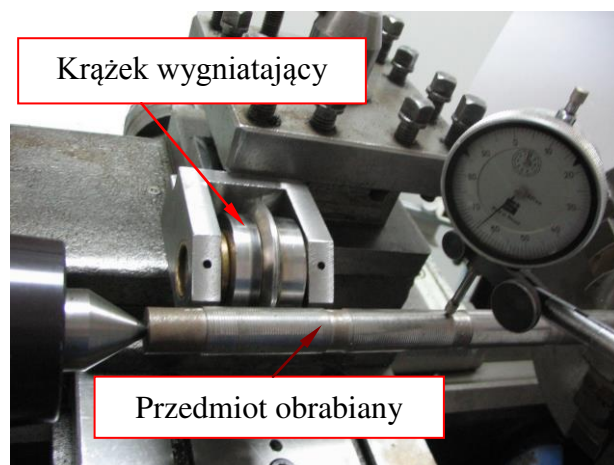
Obliczenia następnego kroku rozpoczyna się dysponując w chwili  $\tau$  drugim tensorem naprężenia Pioli – Kirchhoffa  ${}^{\tau}T_{\sigma}$ . Przedstawiona koncepcja opisu przyrostowego wymaga stosowania innych niż w zagadnieniach liniowych, zasad formułowania problemów brzegowo – początkowych oraz bardziej złożonych metod ich rozwiązywania.

Z przeanalizowanych różnych metod analizy procesu plastycznego kształtowania nierówności RST aktualnie najlepszym rozwiązaniem jest ujęcie przyrostowe. Pozwala ono rozwiązać problemy związane z procesem tj:

- ✓ określenie mechanizmu plastycznego płynięcia materiału,
- ✓ określenie stanów naprężeń i odkształceń,
- ✓ dobór warunków realizacji procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności trójkątnych.

#### 14. Algorytm modelowania i analizy procesu plastycznego kształtowania nierówności

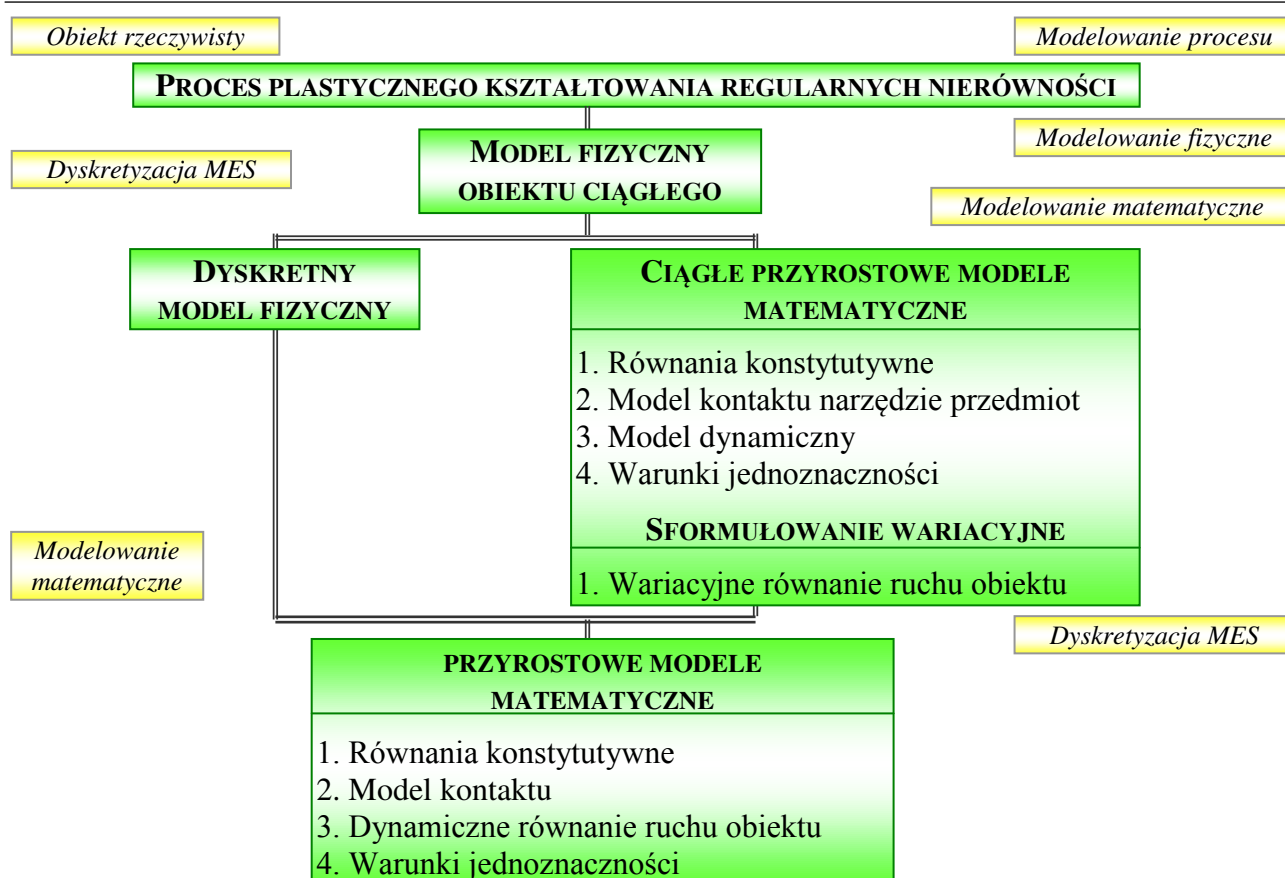
Modelując proces plastycznego kształtowania regularnych, symetrycznych nierówności trójkątnych wzięto pod uwagę oddziaływanie przedmiotu obrabianego i narzędzia oraz wpływ otoczenia. Proces rozpoczyna się od obrotu przedmiotu obrabianego, jego kontaktu z elementem wygniatającym i podaniem płynu obróbkowego. Widok układu obróbkowego przedstawia rys. 5.4.



Rys. 5.4. Obiekt rzeczywisty – układ obróbkowy do kształtowania nierówności RST

Kompleksową analizę procesu plastycznego kształtowania nierówności RST na wałkach przeprowadzono zgodnie z przedstawionym algorytmem (rys. 5.5). Modelowanie procesu przy zastosowaniu metod wariacyjnych i elementów skończonych przebiega wg następujących etapów:

- 1) Modelowanie fizyczne obiektu rzeczywistego w wyniku, czego uzyskuje się model fizyczny procesu wygniatacia nierówności (zbiór zjawisk i procesów, jakie występują w badanym obiekcie, zbiór założeń i uproszczeń).
- 2) Modelowanie matematyczne modelu fizycznego w wyniku, którego otrzymuje się ciągle, przyrostowe modele matematyczne, to jest: równania konstytutywne, model kontaktu narzędzie wygniatające – przedmiot, model dynamiczny i warunki jednoznaczności. W wyniku sformułowania wariacyjnego otrzymuje się ponadto dynamiczne równanie ruchu obiektu. Alternatywą jest dyskretyzacja obiektu elementami skończonymi, w wyniku, której otrzymuje się dyskretny model fizyczny.
- 3) Aproksymacja ciągłego modelu matematycznego za pomocą metody elementów skończonych (MES) lub modelowanie matematyczne dyskretnego modelu fizycznego, prowadzące do dyskretnych, przyrostowych modeli matematycznych modelu fizycznego.



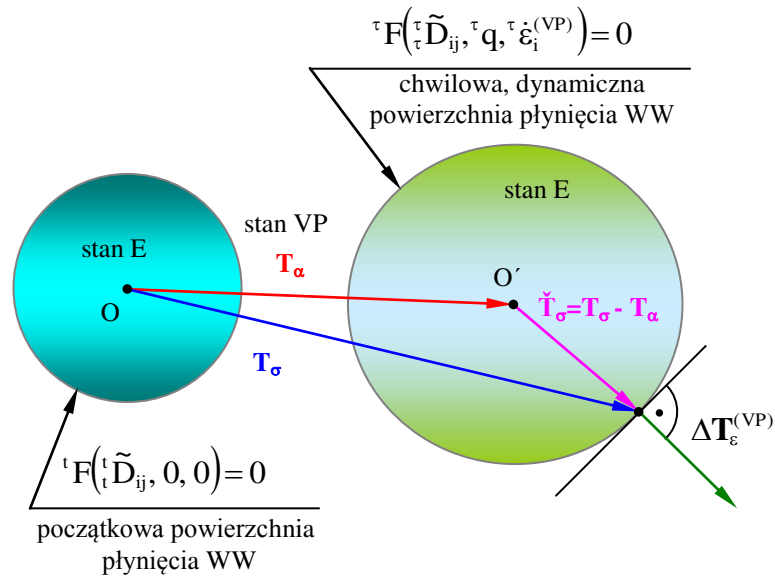
Rys. 5.5. Schemat modelowania procesu plastycznego kształtowania regularnych, symetrycznych trójkątnych nierówności powierzchni

## 15. Założenia do modelowania procesu plastycznego kształtowania nierówności

### 15.1. Założenia podstawowe

W celu uzyskania konsekwentnego i ogólnego sformułowania modelu matematycznego procesu plastycznego kształtowania nierówności w aspekcie kształtowania WW, wprowadzono następujące założenia i definicje modelu fizycznego procesu:

1. W ogólnym przypadku w procesie wygniatania nierówności mogą wystąpić odkształcenia sprężyste ( $E$ ), lepkie ( $V$ ) i plastyczne ( $P$ ). Odkształcenia sprężyste są odwracalne, zaś odkształcenia lepko – plastyczne ( $VP$ ) są trwałe i pozostają w materiale po ustąpieniu obciążenia, szczególnie w warstwie wierzchniej przedmiotu. W warstwie wierzchniej materiału pozostaje określony stan odkształceń pozostałych ( $R$ ) po obróbkach poprzedzających, tzw. historii obróbki. Występowanie poszczególnych odkształceń i ich kolejność zależą od rodzaju materiału i jego stanu oraz od historii obciążania i odciążania dynamicznego przedmiotu. Na początku procesu obciążania występują odkształcenia sprężyste. Jest to zakres odkształceń liniowych, które zanikają po usunięciu przyczyn. Oznaczono je skrótowo  $E$ . W zakresie tym obowiązuje uogólnione prawo Hooke'a liniowej sprężystości [1, 156, 157]. Po osiągnięciu stanu uplastycznienia, określonego początkową powierzchnią płynięcia warstwy wierzchniej  $F = 0$  (rys. 5.6), występują nieliniowe odkształcenia plastyczne i lepkie, które są ze sobą sprzężone. Na skutek wzmocnienia materiału powierzchnia płynięcia ulega zmianom. Stan ten jest nieodwracalny, w którym obowiązuje teoria lepko – plastyczności [156, 157]. Zadaniem tej teorii jest jednoczesny opis właściwości reologicznych, uwzględniających efekty dynamiczne i właściwości plastycznych materiału. Taki stan materiału oznaczono skrótowo  $VP$ .



Rys. 5.6. Chwilowe, dynamiczne powierzchnie płynięcia  $f_i = 0$  materiału, tensor naprężenia  $\mathbf{T}_\sigma$ , tensor translacji  $\mathbf{T}_\alpha$  oraz przyrost tensora odkształceń lepko – plastycznych  $\Delta \mathbf{T}_\varepsilon^{(VP)}$

- 2) Materiał przedmiotu obrabianego jest izotropowy i homogenny, a przyrosty odkształceń na kroku są bardzo małe (infinitesimalne) i addytywne. Materiał przedmiotu obrabianego należy do klasy materiałów prostych z pamięcią typu prędkościowego rzędu pierwszego [221]. Oznacza to, że w zakresie odkształceń trwałych VP materiał ten będzie opisywany innym układem równań konstytutywnych w procesie obciążania i innym w procesie odciążania. Ponadto tę klasę materiałów ograniczono do materiałów statecznych. Zgodnie z postulatem Druckera praca wykonana przez przyrost sił zewnętrznych na odpowiednich przyrostach składowych wektora przemieszczenia jest dodatnia.
- 3) Założono, że naprężenie uplastyczniające dla stali 45 jest funkcją intensywności odkształceń lepko – plastycznych  $\varepsilon_i^{(VP)}$  i intensywności prędkości odkształceń lepko – plastycznych  $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$ . Naprężenie takie nazywa się chwilowym dynamicznym naprężeniem uplastyczniającym i ma postać:

$${}^t\sigma_p = {}^t\sigma_p(\varepsilon_i^{(VP)}, \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}) = {}^tC, \quad (5.17)$$

gdzie:  ${}^tC$  jest stałą w rozpatrywanej chwili czasu, natomiast intensywność przyrostu odkształceń lepko – plastycznych  ${}^t\Delta\varepsilon_i^{(VP)}$  oraz przyrostu prędkości odkształceń lepko – plastycznych  ${}^t\Delta\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$  są zdefiniowane następującymi wzorami [7]:

$${}^t\Delta\varepsilon_i^{(VP)} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot {}^t\Delta\mathbf{D}_\varepsilon * {}^t\Delta\mathbf{D}_\varepsilon}, \quad (5.18)$$

$${}^t\Delta\dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot {}^t\Delta\mathbf{D}_{\dot{\varepsilon}} * {}^t\Delta\mathbf{D}_{\dot{\varepsilon}}}, \quad (5.19)$$

gdzie: znak „\*” oznacza mnożenie tensorów,  ${}^t\Delta\mathbf{D}_\varepsilon$  i  ${}^t\Delta\mathbf{D}_{\dot{\varepsilon}}$  są przyrostami dewiatorów odkształcenia i prędkości odkształcenia. Składowe  ${}^t\Delta\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$  dewiatora  ${}^t\Delta\mathbf{D}_{\dot{\varepsilon}}$  obliczano stosując metodę różnic centralnych [2, 37, 38].

- 4) Naprężenie uplastyczniające  ${}^t\sigma_p$  równe jest chwilowej intensywności naprężeń  ${}^t\sigma_i$ . Warunek ten przy założeniu wzmocnienia mieszanego ma postać [138]:

$${}^t\sigma_p = {}^t\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} {}^t\tilde{\mathbf{D}}_\sigma * {}^t\tilde{\mathbf{D}}_\sigma}, \quad (5.20)$$

zaś  $\tilde{\mathbf{D}}_\sigma$  jest określony wzorem:

$$\mathbf{D}_\sigma = \tilde{\mathbf{T}}_\sigma - \tilde{\mathbf{A}}_\sigma, \quad (5.21)$$

w którym  $\tilde{\mathbf{A}}_\sigma$  jest zredukowanym aksjatorem, a  $\tilde{\mathbf{T}}_\sigma$  zredukowanym tensorem naprężenia w postaci:

$$\tilde{\mathbf{T}}_\sigma = \mathbf{T}_\sigma - \mathbf{T}_\alpha, \quad (5.22)$$

zaś  $\mathbf{T}_\sigma$  jest tensorem naprężenia,  $\mathbf{T}_\alpha$  jest tensorem przesunięć środka aktualnej powierzchni płynięcia (rys.5.6). Postać tensora  $\mathbf{T}_\alpha$  zależy od przyjętej hipotezy wzmocnienia.

- 5) Dla rozgraniczenia stanów  $E$  i  $VP$  w jedenastoelementowej przestrzeni naprężeń, intensywności odkształceń, intensywności prędkości odkształceń przyjęto chwilowy, dynamiczny warunek plastyczności M.T. Hubera, R. von Misesa i H. Hencky'ego (HMH) w postaci:

$${}^tF = {}^tF({}^t\tilde{\mathbf{D}}_{ij}, {}^t\varepsilon_i^{(VP)}, {}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}) = \text{const}. \quad (5.23)$$

Warunek (5.23), wobec równości (5.17), (5.18) i (5.19) oraz przy założeniu wzmocnienia mieszanego materiału obrabianego, ma postać:

$${}^tF = {}^tF({}^t\tilde{\mathbf{D}}_{ij}, {}^t\varepsilon_i^{(VP)}, {}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}) = \frac{1}{2} {}^t\tilde{\mathbf{D}}_{ij} \cdot {}^t\tilde{\mathbf{D}}_{ij} - \frac{1}{3} \cdot {}^t\sigma_p^2({}^t\varepsilon_i^{(VP)}, {}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}) = 0, \quad (5.24)$$

gdzie  ${}^t\sigma_p$  jest chwilowym, dynamicznym naprężeniem uplastyczniającym obrabiany materiał.

Stan odwracalny ( $E$ ) określony jest warunkiem  ${}^tF < 0$ , a stanom nieodwracalnym ( $VP$ ) odpowiada warunek  ${}^tF = 0$ .

- 6) Założono, że w materiale obrabianym istnieje potencjał lepko – plastyczny:

$$f = f[I_2(\tilde{\mathbf{D}}_\sigma), q, \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}], \quad (5.25)$$

gdzie:  $I_2(\tilde{\mathbf{D}}_\sigma)$  jest drugim niezmiennikiem zredukowanego dewiatora naprężeń  $\tilde{\mathbf{D}}_\sigma$  określonego wzorem (5.21), zaś  $q$  jest parametrem wzmocnienia Odqvista. Według propozycji F.K.G. Odqvista [137] i W. Pragera [172], parametr  $q$  równy jest intensywności odkształceń lepko – plastycznych  $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$ :

$$q = \varepsilon_i^{(VP)} = \int_0^{\varepsilon_i^{(VP)}} d\varepsilon_i^{(VP)}, \quad (5.26)$$

natomiast według propozycji G.I Taylora i H. Quinney'a [138] parametr ten jest równy pracy  $W^{(VP)}$  odkształcenia lepko – plastycznego:

$$q = W^{(VP)} = \int_0^{\varepsilon_{ij}^{(VP)}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{(VP)}. \quad (5.27)$$

W przypadku warunku plastyczności HMH obie formy (5.26) i (5.27) są równoważne, gdyż prowadzą do tych samych rezultatów. Założenie według wzoru (5.25) jest uogólnieniem hipotezy istnienia potencjału plastycznego, wprowadzonej przez R. Misesa dla przypadku idealnej plastyczności. Zatem w jedenastoelementowej przestrzeni naprężeń, intensywności odkształ-



ceń, intensywności prędkości odkształceń, istnieje chwilowa hiperpowierzchnia uplastycznienia materiału nazywana również chwilową lub aktualną, dynamiczną powierzchnią płynięcia (rys. 5.6). Równanie tej powierzchni na początku typowego kroku przyrostowego  $t$  ma postać [157, 221]:

$${}^t f = {}^t f [I_2({}^t \tilde{\mathbf{D}}_\sigma), {}^t q, {}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}] = 0. \quad (5.28)$$

- 7) Chwilowa dynamiczna powierzchnia płynięcia warstwy wierzchniej określona równaniem (5.28) pokrywa się z chwilowym dynamicznym warunkiem plastyczności określonym równaniem (5.24), otrzymuje się więc tożsamość:

$${}^t F \equiv {}^t f. \quad (5.29)$$

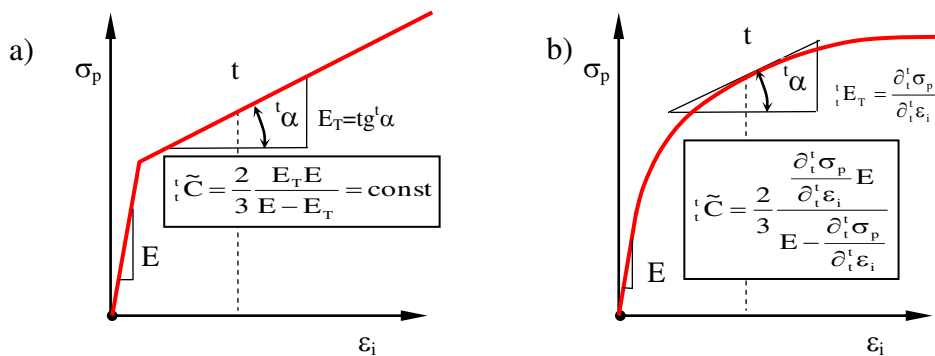
Konsekwencją postulatu Druckera uogólnionego na materiały  $E/VP$  [103] jest wypukłość i gładkość chwilowej, dynamicznej powierzchni płynięcia oraz ortogonalność tensora przyrostu odkształcenia lepko – plastycznego  ${}^t \Delta \mathbf{T}_\varepsilon^{(VP)}$  do tej powierzchni. Analitycznie związek fizyczny dla tego warunku, można zapisać następująco [138]:

$${}^t \Delta \varepsilon_{ij}^{(VP)} = {}^t \Delta \lambda \cdot \frac{\partial ({}^t f)}{\partial ({}^t \tilde{S}_{ij})}, \quad (5.30)$$

gdzie:  ${}^t \Delta \lambda$  jest przyrostem funkcji skalarnej, tzw. mnożnika Lagrange'a, zależnym od naprężenia, przyrostu odkształceń i przyrostu obciążenia dynamicznego na kroku,  ${}^t \tilde{S}_{ij}$  są składowymi zredukowanego dewiatora naprężenia  ${}^t \tilde{\mathbf{D}}_\sigma$  i mają postać:

$${}^t \tilde{S}_{ij} = {}^t S_{ij} - {}^t \alpha_{ij}, \quad (5.31)$$

przy czym  ${}^t S_{ij}$  są składowymi dewiatora  ${}^t \mathbf{D}_\sigma$  tensora naprężenia,  ${}^t \alpha_{ij}$  są składowymi tensora translacji  ${}^t \mathbf{T}_\alpha$ ,  ${}^t \tilde{C}$  jest parametrem materiałowym określającym składowe  ${}^t \Delta \alpha_{ij}$  przyrostu tensora translacji  ${}^t \Delta \mathbf{T}_\alpha$ . Graficzną interpretację parametru  ${}^t \tilde{C}$ , chwilowego modułu  ${}^t E_T$  wzmocnienia i modułu sprężystości  $E$  dla analizowanych przypadków przedstawiono na rysunku 5.7.



Rys. 5.7. Interpretacja graficzna parametru  ${}^t \tilde{C}$ , chwilowego modułu wzmocnienia  ${}^t E_T$  i modułu sprężystości  $E$  dla różnych przypadków schematyzacji wykresu rozciągania oraz dla  ${}^t T = \text{const}$  i  ${}^t \dot{\varepsilon}_i = \text{const}$ : a) materiał sprężysto – plastyczny z liniowym wzmocnieniem; b) materiał sprężysto – plastyczny z nieliniowym wzmocnieniem [102]

- 8) Równanie (5.30) zwane jest stowarzyszonym (zasocjowanym) prawem płynięcia lepkoplastycznego [155], gdyż jest stowarzyszone z warunkiem plastyczności HMH (5.24). Proces neutralny, rozgraniczający procesy czynne od biernych, zachodzi wówczas, gdy spełnione jest równanie (5.28), natomiast odkształcenia lepkoplastyczne nie ulegają zmianie:

$${}^{\tau}\Delta\varepsilon_i^{(VP)} = 0 \quad \text{oraz} \quad {}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = 0. \quad (5.32)$$

Dla sformułowania analitycznej postaci tego warunku rozważyć trzeba przyrost powierzchni płynięcia warstwy wierzchniej na kroku. W tym celu funkcję (5.28) chwilowej, dynamicznej powierzchni płynięcia wyraża się w postaci przyrostowej:

$${}^{\tau}\Delta f_{ij} = {}^tq_{ij} \cdot {}^{\tau}\Delta S_{ij} - {}^tl_{ij} \cdot {}^{\tau}\Delta\alpha_{ij} - {}^tp \cdot {}^{\tau}\Delta\varepsilon_i^{(VP)} - {}^t\dot{p} \cdot {}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = 0 \quad (5.33)$$

gdzie oznaczono:

$$\begin{aligned} {}^tq_{ij} &= \partial({}^t f) / \partial({}^t S_{ij}), \\ {}^tl_{ij} &= -\partial({}^t f) / \partial({}^t \alpha_{ij}), \\ {}^tp_{ij} &= -\partial({}^t f) / \partial({}^t \varepsilon_{ij}), \\ {}^t\dot{p}_{ij} &= -\partial({}^t f) / \partial({}^t \dot{\varepsilon}_{ij}). \end{aligned} \quad (5.34)$$

Zatem wobec warunków (5.32), jeżeli zachodzą związki:

$${}^t f = 0, \quad \text{oraz} \quad {}^tq_{ij} \cdot {}^{\tau}\Delta S_{ij} - {}^tl_{ij} \cdot {}^{\tau}\Delta\alpha_{ij} = 0 \quad (5.35)$$

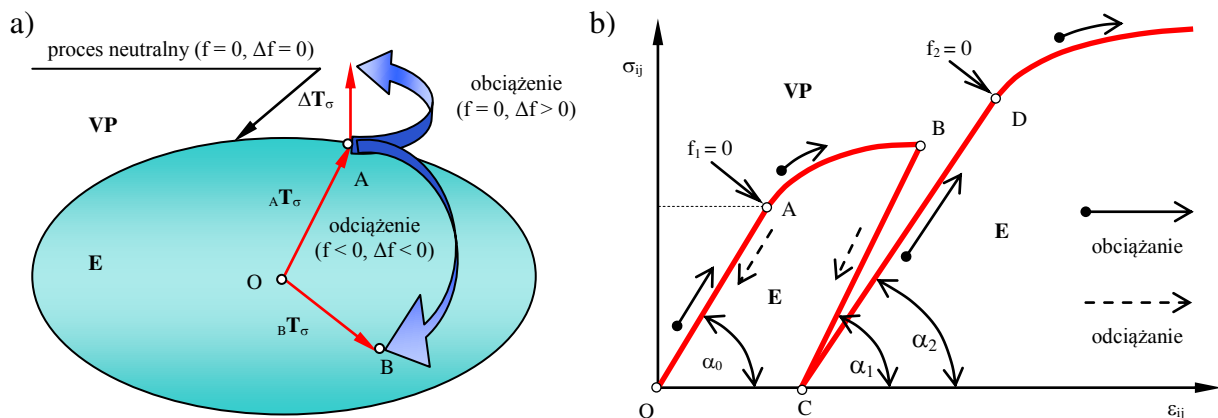
to taką zmianę stanu nazywa się procesem neutralnym. Natomiast, jeżeli:

$${}^t f = 0 \quad \text{i} \quad {}^{\tau}\Delta f > 0, \quad (5.36)$$

zachodzi proces obciążania, zaś gdy:

$${}^t f < 0 \quad \text{i} \quad {}^{\tau}\Delta f < 0, \quad (5.37)$$

zachodzi proces odciążania (rys. 5.8).



Rys. 5.8. Definicje procesu neutralnego oraz procesów obciążania i odciążania dynamicznego dla stanów: a) przestrzennych; b) płaskich

- 9) Przyjęto, że podczas odciążania materiał odkształca się zawsze liniowo (rys. 5.8). Obowiązuje wówczas liniowa teoria sprężystości, analogicznie jak dla zakresu odkształceń  $E$ . Teoria ta obowiązuje również przy powtórnym obciążeniu aż do stanu ponownego uplastycznienia materiału, przy czym w ogólnym przypadku, ze względu na różną historię odciążania (odcinek  $BC$ )

i powtórnego obciążania (odcinek  $CD$ ), kąty  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  pochylenia odcinków odpowiednio  $BC$  i  $CD$  mogą być różne ( $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ). Również stan naprężenia, przy którym nastąpi powtórne uplastycznienie ( $f_2 = 0$ , punkt  $D$ ), może się nie pokrywać ze stanem naprężenia odpowiadającym początkowi odciążania (punkt  $B$ ).

- 10) W zakresie odkształceń lepko – plastycznych materiał jest nieściśliwy. Wówczas średni przyrost odkształcenia lepko – plastycznego  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_m^{(VP)}$  i średnia prędkość odkształceń lepko – plastycznych  ${}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_m^{(VP)}$  są równe zero:

$${}^{\tau}\Delta\varepsilon_m^{(VP)} = \frac{1}{3} \left( {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{11}^{(VP)} + {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{22}^{(VP)} + {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{33}^{(VP)} \right) = 0, \quad (5.38)$$

$${}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_m^{(VP)} = \frac{1}{3} \left( {}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_{11}^{(VP)} + {}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_{22}^{(VP)} + {}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_{33}^{(VP)} \right) = 0. \quad (5.39)$$

Oznacza to, że tensor przyrostu odkształceń lepko – plastycznych  ${}^{\tau}\mathbf{T}_{\Delta\varepsilon}^{(VP)}$ , tensor przyrostu prędkości odkształceń lepko – plastycznych  ${}^{\tau}\mathbf{T}_{\Delta\dot{\varepsilon}}^{(VP)}$  i tensor naprężeń lepko – plastycznych  ${}^{\tau}\mathbf{T}_{\sigma}^{(VP)}$  pokrywają się z dewiatorami odpowiednio  ${}^{\tau}\mathbf{D}_{\Delta\varepsilon}^{(VP)}$ ,  ${}^{\tau}\mathbf{D}_{\Delta\dot{\varepsilon}}^{(VP)}$  i  ${}^{\tau}\mathbf{D}_{\sigma}^{(VP)}$ , gdyż:

$${}^{\tau}\mathbf{T}_{\Delta\varepsilon}^{(VP)} = {}^{\tau}\mathbf{D}_{\Delta\varepsilon}^{(VP)} - \delta_{ij} \cdot {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ii}^{(VP)} = {}^{\tau}\mathbf{D}_{\Delta\varepsilon}^{(VP)}, \quad (5.40)$$

$${}^{\tau}\mathbf{T}_{\Delta\dot{\varepsilon}}^{(VP)} = {}^{\tau}\mathbf{D}_{\Delta\dot{\varepsilon}}^{(VP)} - \delta_{ij} \cdot {}^{\tau}\Delta\dot{\varepsilon}_{ii}^{(VP)} = {}^{\tau}\mathbf{D}_{\Delta\dot{\varepsilon}}^{(VP)}, \quad (5.41)$$

$${}^{\tau}\mathbf{T}_{\sigma}^{(VP)} = {}^{\tau}\mathbf{D}_{\sigma}^{(VP)} - \delta_{ij} \cdot {}^{\tau}\Delta\sigma_{ii}^{(VP)} = {}^{\tau}\mathbf{D}_{\sigma}^{(VP)}, \quad (5.42)$$

gdzie  $\delta_{ij}$  jest deltą Kroneckera, wynoszącą 1 dla  $i = j$  oraz 0 dla  $i \neq j$ . Z warunków (5.38) ÷ (5.42) wynikają również następujące związki:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{ij}^{(VP)} &= \sigma_{ij}^{(VP)}, & \tilde{\mathbf{S}}_{ij}^{(VP)} &= \tilde{\sigma}_{ij}^{(VP)} = \sigma_{ij}^{(VP)} - \alpha_{ij}^{(VP)}, \\ \Delta\mathbf{e}_{ij}^{(VP)} &= \Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)}, & \Delta\dot{\mathbf{e}}_{ij}^{(VP)} &= \Delta\dot{\varepsilon}_{ij}^{(VP)}, \end{aligned} \quad (5.43)$$

zaś  $\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)}$  i  $\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}^{(VP)}$  są składowymi dewiatorów odpowiednio  $\mathbf{D}_{\Delta\varepsilon}^{(VP)}$  i  $\mathbf{D}_{\Delta\dot{\varepsilon}}^{(VP)}$ .

- 11) Składowe tensorów  ${}^tq_{ij}$  i  ${}^tl_{ij}$  oraz skalarów  ${}^tp$ ,  ${}^t\dot{p}$  i  ${}^tE_T$  według wzorów (5.34), określano po obliczeniu występujących w nich pochodnych. Pochodne wyznaczono z dynamicznego warunku plastyczności HMH danego wzorem (5.24), przy uwzględnieniu warunku (5.29). Wówczas:

$${}^tq_{ij} = \frac{\partial({}^tf)}{\partial({}^t\mathbf{S}_{ij})} = {}^t\tilde{\mathbf{S}}_{ij} = {}^t\mathbf{S}_{ij} - {}^t\alpha_{ij}, \quad (5.44)$$

$${}^tl_{ij} = -\frac{\partial({}^tf)}{\partial({}^t\alpha_{ij})} = {}^t\tilde{\mathbf{S}}_{ij} = {}^t\mathbf{S}_{ij} - {}^t\alpha_{ij}, \quad (5.45)$$

$${}^tp = -\frac{\partial({}^tf)}{\partial({}^t\varepsilon_i^{(VP)})} = -\frac{\partial({}^tf)}{\partial({}^t\sigma_p)} \cdot \frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^t\varepsilon_i^{(VP)})} = \frac{2}{3} \cdot {}^t\sigma_p \cdot {}^tE_T, \quad (5.46)$$

$${}^t\dot{p} = -\frac{\partial({}^tf)}{\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)})} = -\frac{\partial({}^tf)}{\partial({}^t\sigma_p)} \cdot \frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)})} = \frac{2}{3} \cdot {}^t\sigma_p \cdot \frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)})} = \frac{2}{3} \cdot {}^t\sigma_p \cdot {}^t\dot{E}_T, \quad (5.47)$$

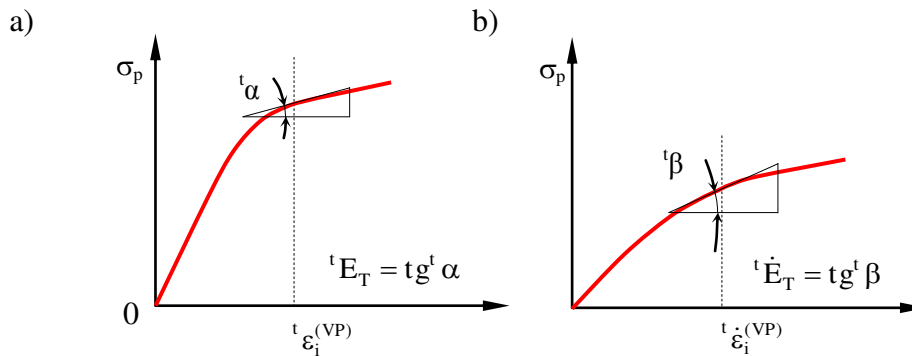
gdzie  ${}^tE_T$  jest chwilowym modułem umocnienia (rys. 5.9).

Analityczne obliczenie następujących pochodnych występujących we wzorach (5.44) ÷ (5.47) pochodne cząstkowe:

$${}^t E_T = \partial({}^t \sigma_p) / \partial({}^t \varepsilon_i^{(VP)}), \text{ dla } {}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = \text{const.}, \quad (5.48)$$

$${}^t \dot{E}_T = \partial({}^t \sigma_p) / \partial({}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}), \text{ dla } {}^t \varepsilon_i^{(VP)} = \text{const.}, \quad (5.49)$$

jest niemożliwe, dlatego w niniejszej pracy zaproponowano uproszczony sposób wyznaczania tych pochodnych wykorzystując definicję geometryczną i funkcję  ${}^t \sigma_p$  dynamicznych naprężeń uplastyczniających materiał w postaci (5.17). Graficzną interpretację tych pochodnych, w dowolnej chwili  $t$ , przedstawiono na rysunku 5.9.



Rys. 5.9. Jednoparametryczne wykresy: a)  ${}^t \sigma_p = {}^t \sigma_p({}^t \varepsilon_i^{(VP)})$  dla  ${}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = \text{const.}$ ; b)  ${}^t \sigma_p = {}^t \sigma_p({}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$  dla  ${}^t \varepsilon_i^{(VP)} = \text{const.}$ , oraz graficzna interpretacja pochodnych cząstkowych  ${}^t E_T = \partial({}^t \sigma_p) / \partial({}^t \varepsilon_i^{(VP)})$ ,  ${}^t \dot{E}_T = \partial({}^t \sigma_p) / \partial({}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$  [103]

- 12) Materiał umacnia się (synonim: wzmacnia się), tzn. następuje wzrost granicy plastyczności wywołany wzrostem odkształcenia lepko – plastycznego, a zatem zmienia się powierzchnia płynięcia warstwy wierzchniej. Jeżeli następuje tylko jej izotropowe rozszerzenie się, to efekt ten nazywa się umocnieniem izotropowym. Jeżeli powierzchnia płynięcia ulega sztywnej translacji, to następuje wzmocnienie kinematyczne, w którym uwzględnia się efekt Bauschingera. Przy jednoczesnym rozszerzaniu się i przesuwaniu powierzchni płynięcia warstwy wierzchniej występuje wzmocnienie mieszane (izotropowo – kinematyczne) [138, 157]. Dla ogólności rozważań przyjęto przypadek umocnienia mieszanego, gdyż otrzymane równanie ma ogólną postać i może być następnie wykorzystane do otrzymywania rozwiązań szczególnych dla materiałów charakteryzowanych izotropowym i kinematycznym modelem wzmocnienia oraz materiałów nielepkich.

## 15.2. Model fizyczny procesu wygniatania regularnych nierówności trójkątnych

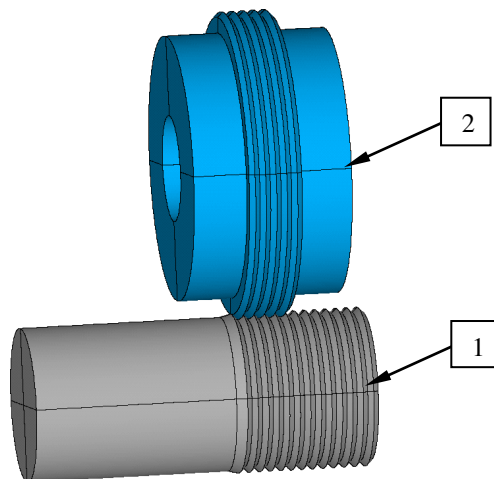
Model fizyczny jest niezbędny do tworzenia modelu komputerowego. Od dokładności modelowania fizycznego zależy również dokładność obliczeń. Dlatego też tworząc model uwzględniono rzeczywiste warunki wygniatania nierówności RST takie jak: kinematyka procesu, warunki tarcia w obszarze kontaktu, przestrzenny stan naprężeń, umocnienie materiału. Pozwoli to prognozować jakość technologiczną a zatem i eksploatacyjną wyrobu już na etapie jego projektowania.

W procesie wygniatania nierówności RST wyróżnia się następujące ruchy składające się na kinematykę obróbki:

- ✓ główny ruch roboczy, którym jest ruch obrotowy elementu wygniatającego dokoła własnej osi, wynikający z konieczności zapewnienia wymaganej prędkości wygniatania ( $v_w$ ), przy czym obrót elementu wygniatającego może być wymuszony momentem przyłożonym do jego osi

- (wymuszenie czynne), lub momentem pochodzącym od sił składowych (wymuszenie bierne);
- ✓ posuwowy ruch wzdluzny, który może być wykonywany przez przedmiot lub element wygniatający.

Kinematykę wygniatania regularnych nierówności na wałkach można rozpatrywać jako toczenie się z poślizgiem sztywnego ciała obrotowego po drugim ciele odkształcalnym, z jednoczesnym posuwem wzdluznym (rys. 5.10).



Rys. 5.10. Schemat wygniatania regularnych nierówności na wałkach: 1 – przedmiot obrabiany; 2 – element wygniatający

## 16. Dynamiczny model naprężeń uplastyczniających

Równania konstytutywne są to zależności pomiędzy tensorem odkształcenia i odpowiednim tensorem naprężenia. Są to równania zwane również modelem materiałowym, który stanowią: dynamiczne naprężenia uplastyczniające, przyrost odkształceń, przyrost naprężeń oraz przyrost translacji. Tak opracowany model materiałowy charakteryzuje fizycznie nieliniowy, izotropowy ośrodek ciągły, przy założeniu wzmocnienia mieszanego oraz możliwości występowania w nim odkształceń sprężystych, lepkich i plastycznych (ciało  $E/VP$ ). Wyprowadzone równania konstytutywne wykorzystano podczas tworzenia modelu komputerowego obiektu badań. Przedstawiono sposób wykorzystania tych równań do otrzymywania rozwiązań szczególnych, dla materiałów charakteryzujących się izotropowym lub kinematycznym modelem wzmocnienia, materiałów nielepkich i procesów statycznych oraz procesów czynnych i biernych.

### 16.1. Naprężenia uplastyczniające materiały metalowe

W zakresie małych odkształceń reakcja materiału jest zwykle liniowo zależna od przyłożonych naprężeń, małe odkształcenia po zdjęciu obciążenia zanikają. Odkształcenia te zwane odkształceniami sprężystymi (odwracalnymi) opisuje prawo Hooke'a. Zaś trwałe odkształcenia materiału zwane są plastycznymi. Należy jednak podkreślić, że odkształcenia plastyczne mają zazwyczaj duże wartości w stosunku do odkształceń sprężystych. Z formalnego punktu widzenia oba typy odkształceń mogą być opisywane w ten sam sposób. Jednakże ze względu na dużą różnicę wartości odkształceń plastycznych w ich analizie należy rozróżniać między konfiguracją początkową i końcową ciała odkształcalnego. Problem ten można rozwiązać dwojako. Po pierwsze, proces odkształcenia można podzielić na kolejne etapy wprowadzania małych odkształceń  $\delta\epsilon_{ij}$  i przedmiotem analizy uczynić tensor opisujący przyrosty odkształcenia plastycznego lub drugi sposób: wyznaczyć odkształcenia lokalne np. za pomocą siatki koordynacyjnej (załącznik Z1. Właściwości próbek). W przypadku odkształceń sprężystych, ze względu na ich małe wartości przyjmuje się, że jest to proces natychmiastowy. Podejście takie pozwala zaniedbać czas a w konsekwencji prędkość odkształcenia. Dla przypadku odkształceń plastycznych czas osiągnięcia odkształceń oraz co za tym idzie prędkość od-

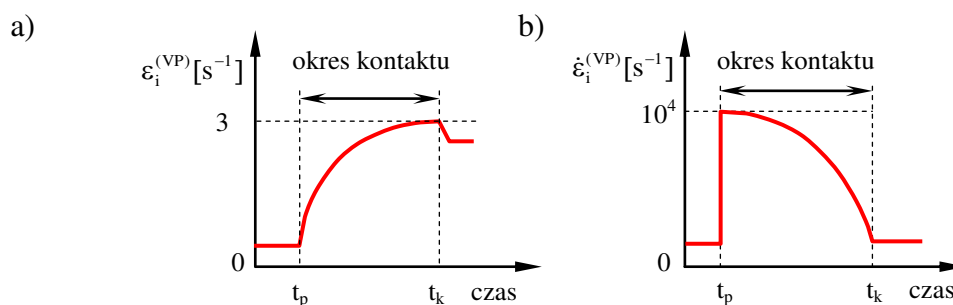
kształceń zmieniają się w szerokim zakresie i są parametrem determinującym w dużym stopniu reakcję materiału. Związane jest to z niezachowawczym charakterem procesu. W zakresie odkształceń plastycznych obowiązuje nieliniowa zależność naprężeń od odkształceń i prędkości odkształceń.

Najważniejszym parametrem charakteryzującym opór plastyczny odkształcanego materiału jest wartość naprężenia uplastyczniającego  $\sigma_p$ . Znajomość tego naprężenia jest niezbędna m.in. do analizy procesu odkształcania materiału oraz do określenia: pól tensorowych naprężeń chwilowych i wynikowych, pól wektorowych obciążenia przedmiotu i narzędzia, pracy odkształcenia plastycznego i wielkości odkształcenia granicznego, pól temperatur itp. Pośrednio, naprężenia te są wykorzystywane głównie do obliczania: nacisków i sił w procesie wygniataania nierówności oraz do określenia właściwości fizycznych stref warstwy wierzchniej po procesie wygniataania nierówności.

Opracowanie modelu naprężeń uplastyczniających, który będzie przydatny dla powyższych celów, wymaga ustalenia:

- zbioru czynników badanych i zakresu ich zmienności w procesie wygniataania nierówności,
- ogólnego modelu konstytutywnego naprężeń uplastyczniających w funkcji czynników różnicujących,
- ogólnych modeli jednoparametrycznych naprężeń w funkcji czynników różnicujących,
- wartości stałych w modelach jednoparametrycznych, w zależności od składu chemicznego materiału i jego historii,
- wartości współczynników w modelu konstytutywnym, w zależności od warunków dynamicznych obciążania,
- zależności matematycznych, wiążących czynniki bezpośrednio wpływające na naprężenia uplastyczniające ze stanem wyjściowym przedmiotu i warunkami nagniatania.

W procesie wygniataania nierówności RST występują duże deformacje lepko – plastyczne ( $\varepsilon_i^{(VP)} \leq 3$ ), przebiegające z prędkościami dochodzącymi do  $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = 10^4 \text{ s}^{-1}$ . Efekty prędkości deformacji zmieniają charakter umocnienia plastycznego warstwy wierzchniej przedmiotu, mierzonego przyrostem naprężenia uplastyczniającego oraz zdolność materiału do odkształceń plastycznych.



Rys. 5.11. Historia intensywności odkształcenia i intensywności prędkości odkształcenia w obszarze kontaktu narzędzia z przedmiotem [98]

Na podstawie analizy literatury [16, 92, 117, 154 ÷ 156, 210] stwierdzono, że głównymi czynnikami, które bezpośrednio wpływają na naprężenia uplastyczniające  $\sigma_p$  materiałów metalowych są:

- skład chemiczny, struktura materiału i jego stan ( $y$ ) – np. wielkość i kształt ziaren,
- intensywność odkształceń lepko – plastycznych ( $\varepsilon_i^{(VP)}$ ),
- intensywność prędkości odkształceń lepko – plastycznych ( $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$ ).

Dla przypadku procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności model  $\sigma_p$  może mieć następującą postać jakościową:

$$\sigma_p = (y, \varepsilon_i^{(VP)}, \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}). \quad (5.50)$$

Przeważnie funkcję taką przedstawia się w formie wykresów:

$$\sigma_p(\varepsilon_i^{(VP)}), \sigma_p(\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}), \sigma_p(\varepsilon_i^{(VP)}, \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}), \quad (5.51)$$

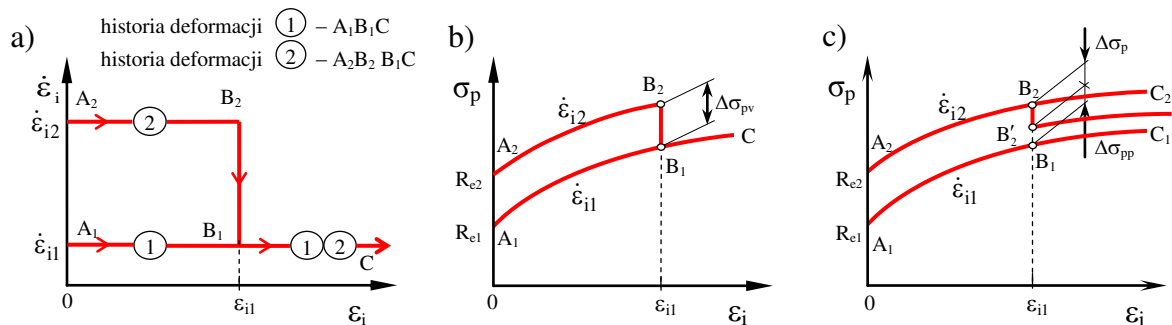
lub też podaje się postać analityczną np. [88 ÷ 91]:

$$\sigma_p = R_e(y)(\varepsilon_0 + \varepsilon_i^{(VP)})^{n_1} (1 + \dot{\varepsilon}_i^{(VP)})^{n_2}, \quad (5.52)$$

gdzie:  $R_e(y)$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $\varepsilon_0$  są stałymi materiałowymi.

W dotychczasowej praktyce obliczeniowej, w mechanice nieliniowej, naprężenia uplastyczniające opisuje się za pomocą funkcji regresji typu:  $\sigma_p = (\varepsilon_i^{(VP)})$  i  $\sigma_p = (\dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$  oraz rzadziej dwuparametrycznych  $\sigma_p = (\varepsilon_i^{(VP)}, \dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$ . W nielicznych publikacjach próbowano do izotermicznych funkcji typu  $\sigma_p = (\varepsilon_i^{(VP)}, \dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$  wprowadzić zmienność temperatury. Funkcje te dla celów modelowania i analizy procesu nagniatania są nieprzydatne gdyż:

1. Nie uwzględniają wszystkich czynników istotnie wpływających na naprężenia uplastyczniające.
2. Przedziały zmienności argumentów  $\varepsilon_i^{(VP)}$ ,  $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$  są zbyt wąskie. Przedział zmienności  $\varepsilon_i^{(VP)}$  wynosi (0; 0,8). Ponadto powinno się operować nie odkształceniem umownym  $\varepsilon_i^{(VP)}$ , lecz logarytmicznym (rzeczywistym)  $\varphi_i^{(VP)}$ , gdyż już przy  $\varepsilon = 0,4$  różnice między nimi wynoszą 6,35 %.
3. Brak jest uzależnienia argumentów od stanu wyjściowego przedmiotu i warunków obróbki. Ponadto modele naprężeń (5.51) i (5.52) mogą być zastosowane jedynie w przypadku, gdy właściwości materiału nie zależą od historii deformacji (rys.5.12.b).



Rys. 5.12. Historia odkształcania (a) oraz naprężenie uplastyczniające dla materiałów niezależnych od historii obciążenia (b) i zależnych od historii obciążenia (c)

W przypadku procesu plastycznego kształtowania nierówności RST właściwości materiału zależą od historii deformacji (rys. 5.12 c). Dlatego też naprężeń uplastyczniających nie można opisywać za pomocą funkcji (5.50), gdyż funkcja taka nie istnieje, albowiem dla różnej historii procesu, pomimo osiągnięcia identycznych wartości zmiennych w rozpatrywanej chwili, wartości naprężeń uplastyczniających są różne. Konieczne jest natomiast zastosowanie opisu przyrostowego. Na podstawie powyższych stwierdzeń konieczne jest określenie, z dostateczną dla praktyki inżynierskiej, ogólnych równań konstytutywnych dynamicznych naprężeń uplastyczniających, ujmujących wpływ wszystkich istotnych czynników bezpośrednich, których przedziały wyznaczone są warunkami analizowanego procesu i słusznych dla różnych materiałów metalicznych. Następnie dla określonego rodzaju materiału – określenie równań szczególnych.

## 16.2. Przyrostowy model matematyczny dynamicznych naprężeń uplastyczniających

Przyrost naprężenia uplastyczniającego na typowym kroku czasowym  $t \rightarrow t + \Delta t$  procesu plastycznego kształtowania nierówności RST określa następujące równanie [88 ÷ 90]:

$${}^t \Delta \sigma_p = {}^t F_2({}^t y)_i \Delta y + \left. \frac{\partial {}^t F_1(\cdot)}{\partial {}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}} \tau \Delta \dot{\varepsilon}_i^{(VP)} + \frac{\partial {}^t F_1(\cdot)}{\partial {}^t \sigma_{st}} {}^t F_3({}^t \varepsilon_i^{(VP)}) \right|_{t=c} {}^t \Delta \varepsilon_i^{(VP)} \quad (5.53)$$

gdzie  ${}^t \Delta \varepsilon_i^{(VP)} = \sqrt{2 {}^t \Delta \varepsilon_{ij}^{(VP)} {}^t \Delta \varepsilon_{ij}^{(VP)}} / \sqrt{3}$  i  ${}^t \Delta \dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = \sqrt{2 {}^t \Delta \dot{\varepsilon}_{ij}^{(VP)} {}^t \Delta \dot{\varepsilon}_{ij}^{(VP)}} / \sqrt{3}$  są przyrostami intensywności odpowiednio: odkształceń i prędkości odkształceń lepko – plastycznych na kroku;

${}^t F_2({}^t y)_i \Delta y = \frac{\partial R_e({}^t y)}{\partial y} {}^t \Delta y$  – określa zmianę początkowej granicy plastyczności wynikającą ze zmiany

struktury i jest określona funkcją  $R_e(y)$ :

$\frac{\partial {}^t F_1(\cdot)}{\partial {}^t \sigma_{st}} {}^t F_3({}^t \varepsilon_i^{(VP)}) \Big|_{t=c} {}^t \Delta \varepsilon_i^{(VP)} = \frac{\partial {}^t F_1(\cdot)}{\partial {}^t \sigma_{st}} \frac{\partial {}^t \sigma_{st}({}^t \varepsilon_i^{(VP)}, t)}{\partial {}^t \sigma_{st}({}^t \varepsilon_i^{(VP)})} \frac{\partial {}^t \sigma_{st}^{(1)}({}^t \varepsilon_i^{(VP)})}{\partial {}^t \varepsilon_i^{(VP)}} {}^t \sigma_{st}^{(2)}(t) {}^t \Delta \varepsilon_i^{(VP)}$  – opisuje umacnianie

lub osłabianie materiału wywołane jego odkształceniem i wynika z funkcji  $\sigma_p - \varepsilon_i^{(VP)}$ ;

$\frac{\partial {}^t F_1(\cdot)}{\partial {}^t \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}} {}^t \Delta \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$  – składowa charakteryzująca zmianę chwilowej granicy plastyczności wraz ze

zmianą intensywności prędkości odkształceń lepko – plastycznych i wynika z relacji  $\sigma_p - \dot{\varepsilon}_i^{(VP)}$ .

Najlepszym rozwiązaniem tego zagadnienia byłoby wyznaczenie tych funkcji w oparciu o znajomość zjawisk fizycznych decydujących o właściwościach lepko – plastycznych metali. Dotychczasowe próby sformułowania fizykalnie uzasadnionych związków konstytutywnych napotykały szereg poważnych trudności i nie dały rezultatów przydatnych do praktyki inżynierskiej. Natomiast możliwe jest uzyskanie równań konstytutywnych w oparciu o zastosowane w niniejszej pracy, planowane badania eksperymentalne. Przedstawiony przyrostowy model naprężenia uplastyczniającego jest modelem makroskopowym, tzn. równania konstytutywne odniesiono do całego przedmiotu jako jednorodnego materiału.

## 16.3. Matematyczny model chwilowych dynamicznych naprężeń uplastyczniających

### 16.3.1. Ogólny model naprężeń

Pod wpływem odkształceń plastycznych właściwości materiału ulegają zmianie. Najbardziej istotną wielkością w procesie plastycznego kształtowania regularnych nierówności, która ulega ciągłym zmianom jest chwilowa granica plastyczności materiału, która dla tego przypadku zwana jest naprężaniem uplastyczniającym  $\sigma_p$ . Wzrost naprężenia uplastyczniającego wpływa bezpośrednio na wzrost naprężeń i nacisków, które występują w różnych operacjach procesu technologicznego części. Znajomość zależności pomiędzy granicą plastyczności materiału a wielkością odkształcenia jest bardzo istotna. Zależność ta najczęściej ujmowana jest w postaci [21] tzw. krzywej umocnienia:

$$\sigma_p = f(\psi), \quad (5.54)$$

gdzie  $\psi$  jest przyjętą miarą odkształcenia.

Dla przypadku, gdy odkształcenie przebiega przy złożonym dwu – lub trójosiowym stanie naprężenia i odkształcenia, wartość naprężenia uplastyczniającego  $\sigma_p$  oblicza się zgodnie z hipotezą energetyczną Hubera z zależności (załącznik Z1. Właściwości próbek):



$$\sigma_p = \sigma_H = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (5.55)$$

Wartość naprężenia uplastyczniającego obliczoną ze wzoru (5.55) należy odnieść do wartości odkształcenia zastępczego, obliczanego z zależności:

$$\varphi_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + (\varphi_2 - \varphi_3)^2 + (\varphi_3 - \varphi_1)^2} \quad (5.56)$$

gdzie:

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – wartości odkształceń logarytmicznych.

W literaturze [15, 21, 131, 138] krzywe umocnienia najczęściej wykreślane są we współrzędnych  $\sigma_p - A$ , gdzie  $A$  jest wydłużeniem próbki w procesie rozciągania według wzoru:

$$A = \frac{S_0 - S_u}{S_0} \quad (5.57)$$

natomiast  $S_0$  jest początkową powierzchnią przekroju poprzecznego w części roboczej próbki, a  $S_u$  jest najmniejszą powierzchnią przekroju poprzecznego próbki.

Miara ta jest miarą nierównomierną, szczególnie w zakresie dużych odkształceń, gdzie dużym przyrostom odkształcania odpowiadają coraz mniejsze przyrosty wartości  $A$ . Ma to wpływ na przebieg krzywych umocnienia, przedstawiających zmiany mechanicznych własności materiału, które w zakresie dużych odkształceń gwałtownie wznoszą się ku górze, lub gwałtownie opadają. Często spotykaną miarą odkształcenia jest tzw. odkształcenie logarytmiczne [21, 138], obliczane z zależności:

$$\varphi_i = \ln \frac{l}{l_0} = \ln(1 + \varepsilon_i). \quad (5.58)$$

Odształcanie logarytmiczne traktowane jest jako miara równomierna. Sumaryczne odkształcenie, odpowiadające następującym po sobie odkształceniom  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$  przy tym samym sposobie odkształcenia, jest sumą tych odkształceń:

$$\varphi_c = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots \quad (5.59)$$

Krzywa umocnienia sporządzana jest również we współrzędnych  $\sigma_p - \varepsilon_i$ , gdzie  $\varepsilon_i$  jest intensywnością odkształcenia względnego, jakiego doznała odkształcana próbka. Zależności między wybranymi miarami odkształcenia zawarto w załączniku Z1. *Właściwości próbek.*

Analiza procesu plastycznego kształtowania nierówności wymaga zastosowania modelu matematycznego dynamicznych naprężeń, który powinien być ciągły i różniczkowalny w całym przedziale zmienności czynników: intensywność odkształceń lepko – plastycznych ( $\varphi_i^{(VP)}$ ) oraz intensywność prędkości odkształceń lepko – plastycznych ( $\dot{\varphi}_i^{(VP)}$ ). Stwierdzono, że krzywe umocnienia otrzymane dla różnych warunków badań są podobne, tzn. można je otrzymać mnożąc krzywe statyczne umocnienia przez parametr, który jest funkcją prędkości odkształcenia. Oznacza to, że poszukuje się modelu w postaci [89]:

$$\sigma_p = \sigma_{p0}(y) \left|_{\substack{\varphi_i^{(VP)}=0 \\ \dot{\varphi}_i^{(VP)}=0}} \times \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}) \right|_{\dot{\varphi}_i^{(VP)}=0} \times \sigma_{p2}(\dot{\varphi}_i^{(VP)}) \Big|_{\varphi_i^{(VP)}=0}, \quad (5.60)$$

gdzie:  $\varphi_i^{(VP)}$  oznacza intensywność odkształcenia rzeczywistego  $\varphi_i^{(VP)} = \ln(1 + \varepsilon_i^{(VP)})$ ,  $\dot{\varphi}_i^{(VP)}$  intensywność prędkości odkształcenia rzeczywistego. Równanie (5.60) można również zapisać w postaci :

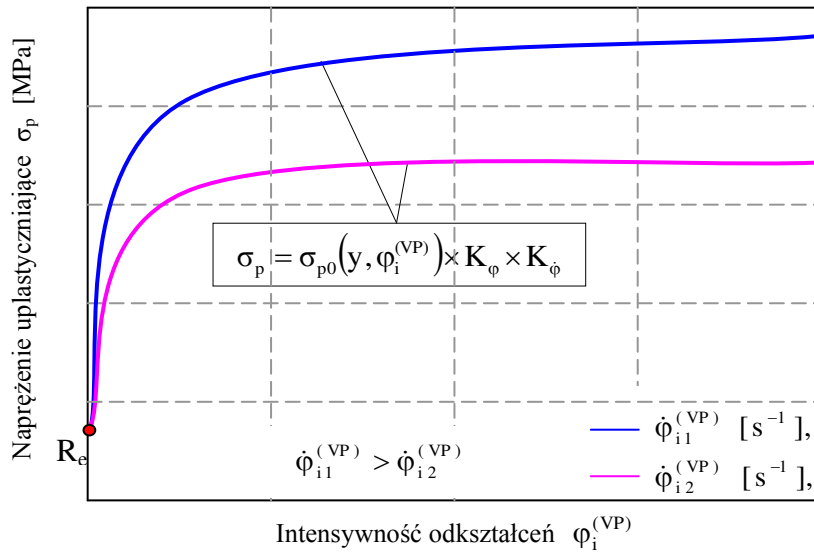
$$\sigma_p = \sigma_{p0}(y, \varphi_i^{(VP)}) \times \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}) \times K_\varphi, \quad (5.61)$$

lub (rys. 5.13)

$$\sigma_p = \sigma_{p0}(y, \varphi_i^{(VP)}) \times K_\varphi \times K_\dot{\varphi} = \sigma_{p0} \times K_\varphi \times K_\dot{\varphi} = \sigma_{p0} \times K, \quad (5.62)$$

gdzie:

$$K = K_\varphi \times K_\dot{\varphi}. \quad (5.63)$$



Rys. 5. 13. Krzywa naprężenia uplastyczniającego  $\sigma_p - \varphi_i^{(VP)}$  dla stałej intensywności prędkości odkształcenia

W równaniach (5.60) i (5.61) zastosowano następujące oznaczenia:

$$\sigma_{p0}(y, \varphi_i^{(VP)}) = \sigma_{p0}(y) \Big|_{\substack{\varphi_i^{(VP)}=0 \\ \dot{\varphi}_i^{(VP)} \neq 0}} \times \sigma_{p0}(\varphi_i^{(VP)}) \Big|_{\varphi_i^{(VP)}=0}, \quad (5.64)$$

jest początkową granicą plastyczności (granicy sprężystości) materiału zależną od odkształceń początkowych materiału  $\varphi_0$  natomiast:

$$\sigma_{p0}(y, \varphi_i^{(VP)}) \times \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}) = \sigma_{p0}(y) \Big|_{\substack{\varphi_i^{(VP)}=0 \\ \dot{\varphi}_i^{(VP)} \neq 0}} \times \sigma_{p0}(\varphi_i^{(VP)}) \Big|_{\varphi_i^{(VP)} \neq 0} \times \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}) \Big|_{\varphi_i^{(VP)} \neq 0}, \quad (5.65)$$

jest chwilowym naprężeniem uplastyczniającym materiał [96, 132], dla  $K_\varphi = 1$  i  $K_\dot{\varphi} = 1$ , natomiast:

$$K_\varphi = \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}) \Big|_{\varphi_i^{(VP)} \neq 0}, \quad K_\dot{\varphi} = \sigma_{p2}(\dot{\varphi}_i^{(VP)}) \Big|_{\varphi_i^{(VP)}=0}, \quad (5.66)$$

są współczynnikami (funkcjami) ujmującymi wpływ na naprężenia uplastyczniające odpowiednio intensywności odkształceń i intensywności prędkości odkształceń.

Przyjęcie modelu naprężeń uplastyczniających w postaci (5.61) wymaga, aby jednoparametryczne funkcje (współczynniki) spełniały następujące warunki początkowe:

$$\sigma_{p0}(y) \left|_{\substack{\varphi_i^{(VP)}=0 \\ \dot{\varphi}_i^{(VP)}=0}} \times \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}=0) \left|_{\dot{\varphi}_i^{(VP)}=0} = R_e(y), \quad (5.67)$$

$$\sigma_{p2}(\dot{\varphi}_i^{(VP)}=0) \left|_{\varphi_i^{(VP)}=0} = 1, \quad (5.68)$$

gdzie:  $R_e(y) = \sigma_{p0}(y, \varphi_i^{(VP)})$  jest początkową granicą plastyczności (granicą sprężystości) materiału (rys. 5.13).

Aby otrzymać ogólną postać modelu matematycznego (5.60) należy podać ogólne postacie występujących w nim funkcji jednoparametrycznych. Natomiast w celu otrzymania szczególnej postaci funkcji naprężeń uplastyczniających, obowiązującej tylko dla danego rodzaju materiału i jego stanu należy, po ustaleniu ogólnych postaci występujących funkcji jednoparametrycznych, określić stałe materiałowe na podstawie doświadczalnych badań identyfikacyjnych.

W dalszej części pracy (pkt. 16.3.2) przedstawiono wyniki aproksymacji pomiarów funkcjami jednoparametrycznymi, obowiązującymi dla wybranego materiału metalowego, a następnie funkcje szczególne obowiązujące dla stali 45.

### 16.3.2. Modele jednoparametryczne dla stali 45

Wybór gatunku stali 45 wynika z powszechnego jej zastosowania w przemyśle oraz ze względu na to, że rozpoznawcze badania eksperymentalne przeprowadzono na walcach ciągnionych również ze stali 45.

#### A. Wpływ odkształceń na naprężenia uplastyczniające

Na podstawie wyników badań własnych (załącznik Z1. Właściwości próbek) opracowano wykres zależności naprężeń uplastyczniających od intensywności odkształceń. Wyniki te aproksymowano funkcjami uzyskując następujące równania i współczynniki korelacji wielowymiarowej (rys. 5.15):

a) funkcja logarytmiczna:

$$\sigma_p = 87,579 \cdot \ln(\varphi_i) + 950,42, \quad \text{dla } R^2 = 0,9503 \quad (5.69)$$

b) funkcja potęgowa:

$$\sigma_p = 985,64 \cdot \varphi_i^{0,1323}, \quad \text{dla } R^2 = 0,9900 \quad (5.70)$$

c) funkcja wielomianowa drugiego stopnia:

$$\sigma_p = -1642,8,25 \cdot \varphi_i^2 + 1954,4 \cdot \varphi_i + 420, \quad \text{dla } R^2 = 0,7481 \quad (5.71)$$

d) funkcja wielomianowa trzeciego stopnia:

$$\sigma_p = 6052,6 \cdot \varphi_i^3 - 7980,9 \cdot \varphi_i^2 + 3347,3 \cdot \varphi_i + 420, \quad \text{dla } R^2 = 0,9268 \quad (5.72)$$

Ze względu na najwyższy współczynnik korelacji wielowymiarowej do dalszej analizy wybrano funkcję potęgową (5.70). Taka postać funkcji znajduje szerokie zastosowanie w literaturze. Funkcję tę można przedstawić w postaci ogólnej:

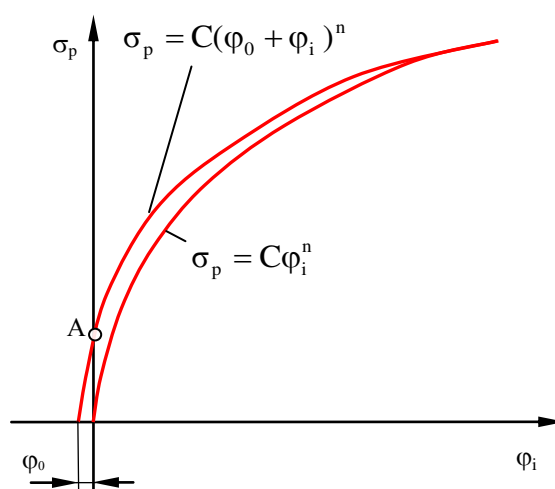
$$\sigma_p = C(\varphi_0 + \varphi_i)^n \quad (5.73)$$

$$\text{lub} \quad \sigma_p = \sigma_0 + C\varphi^n \quad (5.74)$$

gdzie  $\varphi_0$  jest odkształceniem wstępnym,  $n$  jest potęgowym współczynnikiem umocnienia i charakteryzuje zdolność materiału do umacniania się pod wpływem zachodzących odkształceń,  $C$  charakteryzuje własności wytrzymałościowe materiału. Przy całkowitym odkształceniu  $\varphi_i + \varphi_0 = l$  a  $\sigma_p = C$ . Dla metalu wyżarzonego przyjmuje się  $\varphi_0 = 0$ . Krzywą umocnienie przedstawia wówczas zależność:

$$\sigma_p = C\varphi^n. \quad (5.75)$$

Jeżeli krzywa przechodzi przez początek układu (zależność (5.75)) jak na rysunku 5.14, to jest to niezgodne z rzeczywistością, gdyż materiał wyżarzony ma określoną granicę plastyczności. Niezgodność tę można ominąć wprowadzając do wzoru (5.75) wartość  $\varphi_0$  otrzymując wzór (5.73).



Rys. 5.14. Krzywa umocnienia wykreślona zgodnie z zależnościami

Przyjmując jako podstawowe zależności do opisu krzywych umocnienia wzór (5.73) należy posługując się krzywą umocnienia otrzymaną doświadczalnie wyznaczyć pozostałe wielkości występujące w tych wzorach  $C$  i  $\varphi_0$ . Zatem w analizowanym przypadku pomijając część sprężystą rzeczywistego odkształcenia całkowitego, krzywe umocnienia można aproksymować funkcją potęgową w postaci:

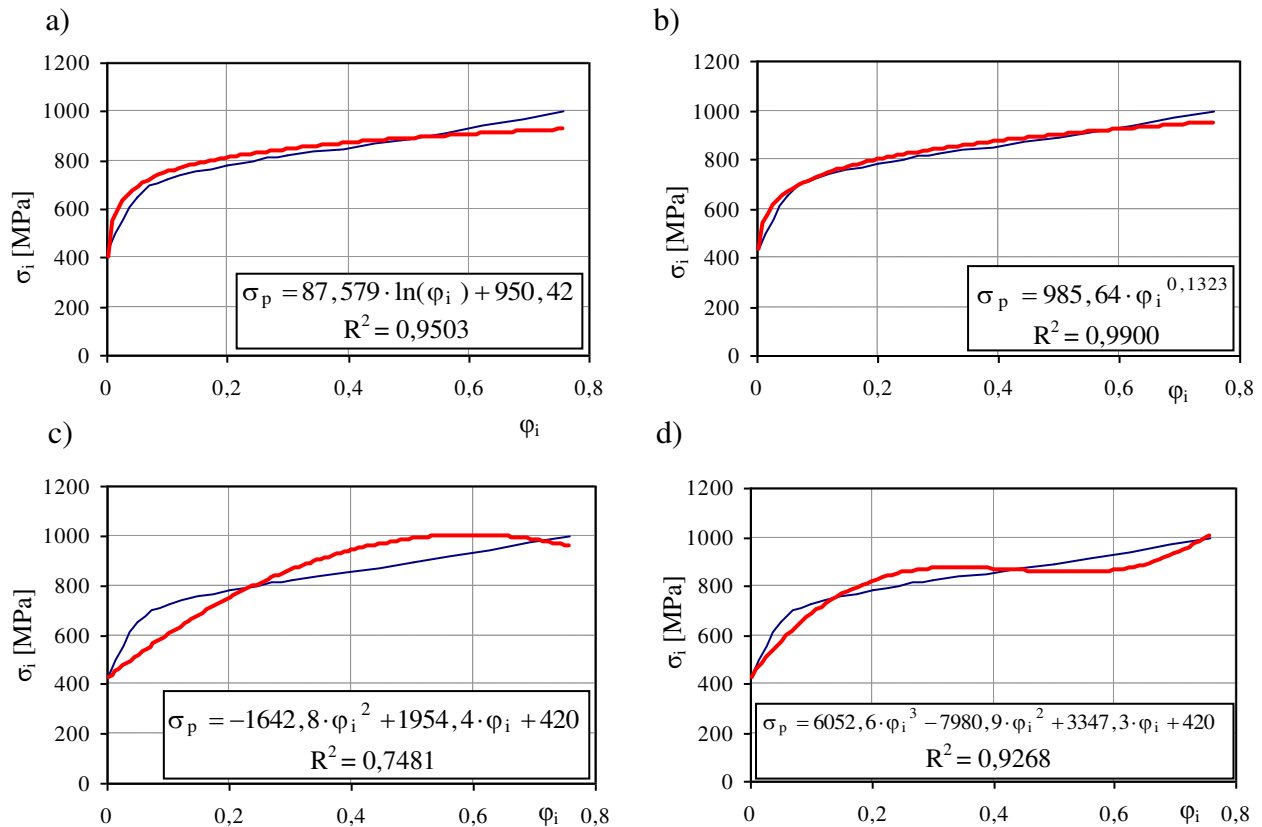
$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sigma_{p0}(y) \Big|_{\substack{\varphi_i^{(VP)}=0 \\ \dot{\varphi}_i^{(VP)} \neq 0}} \times \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}) \Big|_{\dot{\varphi}_i^{(VP)} \neq 0} = \\ &= R_e(y) \times (\varphi_0 + \varphi_i^{(VP)})^{n_1} = R_e(y) \times (\Phi_1[\varphi_i^{(VP)}])^{n_1}, \end{aligned} \quad (5.76)$$

gdzie:

$R_e(y)$  – jest początkową granicą plastyczności materiału,

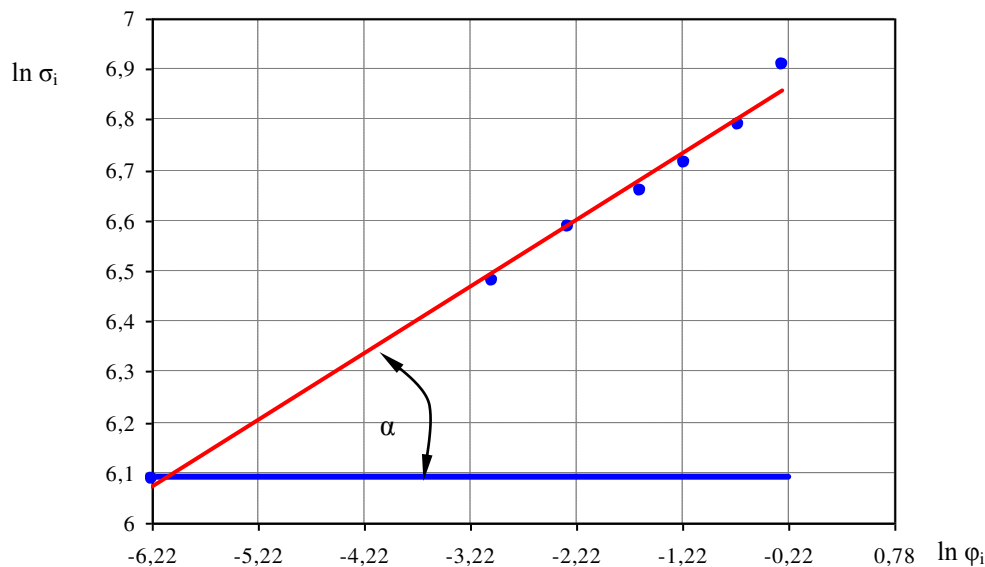
$\varphi_0$  – jest początkowym odkształceniem,

$n_1$  – jest potęgowym współczynnikiem umocnienia.



Rys. 5.15. Aproksymacja wyników eksperymentalnych z próby rozciągania

Krzywą umocnienia sporządzono we współrzędnych podwójnie logarymicznych, wykreślona zgodnie z zależnością:  $\lg \sigma_p = n \lg \varphi_i + \lg C$  (rys. 5.16). Jest to równanie linii prostej, dla której kąt pochylania  $\alpha$  pozwala wyznaczyć wartość potęgowego współczynnika umocnienia z zależności  $n = \operatorname{tg} \alpha$ . Na wykres naniesiono również punkty pomiarowe, które tworzą również linię prostą, co potwierdza słuszność przyjętego wzoru potęgowego oraz odpowiedniej miary odkształcenia. W badanym przypadku dla stali 45 otrzymano następujące wartości stałych:  $n = 0,1323$  oraz  $\varphi_0 = 0,0066$  i  $C = 924$ .



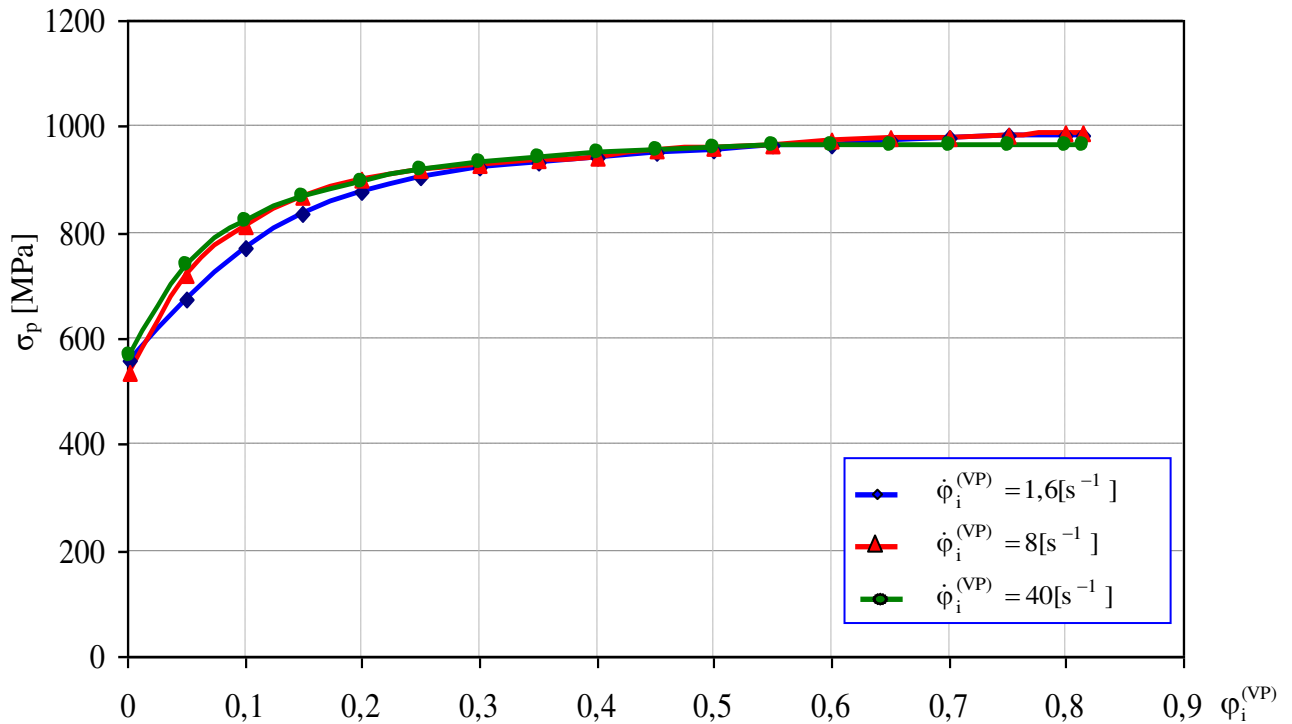
Rys. 5.16. Wykres krzywej umocnienia we współrzędnych podwójnie logarymicznych

## B. Wpływ prędkości odkształceń na naprężenia uplastyczniające

Wpływ prędkości odkształcenia na granicę plastyczności materiału był przedmiotem badań wielu eksperymentatorów. W wyniku analizy literatury [5÷7, 166, 167, 171, 187] pod względem wpływu prędkości odkształcenia na naprężenia uplastyczniające, otrzymano następujące wnioski:

1. Większość wyników badań metali potwierdza tezę, że prędkość odkształcenia istotnie wpływa na naprężenia uplastyczniające. Zjawisko to nazwane zostało wrażliwością materiału na prędkość odkształcenia.
2. Dynamiczna granica plastyczności wzrasta w stosunku do granicy statycznej.
3. Efekt wpływu prędkości odkształcenia dla większości metali jest na tyle duży, że nie można opisywać własności dynamicznych za pomocą zależności otrzymanych podczas badań statycznych.

W badaniach dla stali 45 na podstawie norm [14] uzyskano wykres przedstawiony na rysunku 5.17.



Rys. 5.17. Jednoparametryczne krzywe zależności naprężeń uplastyczniających stali 45 od intensywności prędkości odkształceń  $\dot{\varphi}_i^{(VP)} = 1,6; 8; 40 [s^{-1}]$

Z licznych badań empirycznych wynika, że zależność naprężeń uplastyczniających od prędkości odkształceń logarymicznych ma postać potęgową. Po uwzględnieniu w niej warunków (5.67) i (5.68) otrzymano:

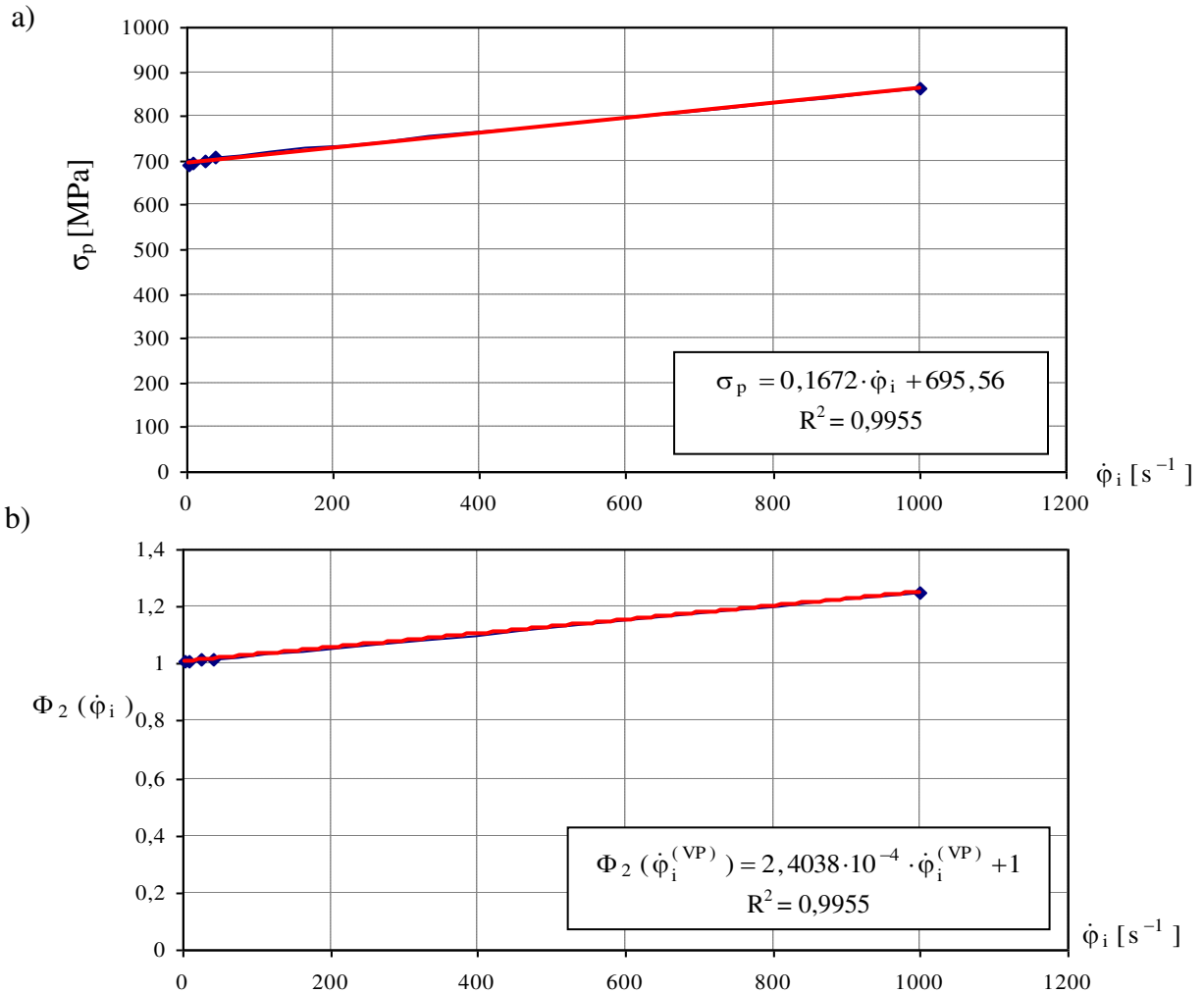
$$\sigma_p = C_2 \times [\Phi_2(\dot{\varphi}_i^{(VP)})]^{n_2}, \quad (5.77)$$

gdzie:  $n_2$  jest wrażliwością materiału na prędkość odkształcenia, natomiast stałą  $C_2$  określa wzór:

$$C_2 = \sigma_{p0}(y) \left|_{\substack{\varphi_i^{(VP)}=0 \\ \dot{\varphi}_i^{(VP)} \geq 0}} \times \sigma_{p1}(\varphi_i^{(VP)}) \left|_{\varphi_i^{(VP)} \geq 0} \right. \quad (5.78)$$

Funkcję  $\Phi_2(\dot{\varphi}_i^{(VP)})$  wyznaczono z zależności naprężeń uplastyczniających od prędkości odkształceń (rys. 5.17). Z powodu braku możliwości wykonania badań przez autora dla dużych prędko-

ści odkształcenia przyjęto, że naprężenia uplastyczniające  $\sigma_p$  dla znacznych prędkości odkształcenia ( $\dot{\varphi}_i = 1000 [s^{-1}]$ ) wzrastają o ok. 21 % w stosunku do małych prędkości odkształcenia (rys. 5.18). Po aproksymacji najlepszy wynik uzyskano dla przypadku funkcji liniowej w postaci:  $\sigma_p = 0,1672 \cdot \dot{\varphi}_i + 695,56$ , przy współczynniku korelacji wielowymiarowej  $R^2 = 0,99$  (rys. 5.18 a).



Rys. 5.18. Wykres jednoparametrycznej funkcji: a)  $\sigma_p (\dot{\varphi}_i^{(VP)})$  oraz b)  $\Phi_2 (\dot{\varphi}_i^{(VP)})$  dla stali 45

Po przeskalowaniu (podzieleniu przez wyraz wolny) (rys.5.18.b) otrzymano poszukiwaną funkcję w postaci:

$$\Phi_2 (\dot{\varphi}_i^{(VP)}) = 2,4038 \cdot 10^{-4} \cdot \dot{\varphi}_i^{(VP)} + 1. \quad (5.79)$$

### 16.3.3. Model naprężeń uplastyczniających dla stali 45

Podstawiając zależności (5.77), (5.78) do modelu (5.60) otrzymuje się następujący model dynamicznych naprężeń uplastyczniających w postaci ogólnej [115, 119]:

$${}^t\sigma_p = R_e(y) (\varphi_0 + {}^t\varphi_i^{(VP)})^{n_1} (A\dot{\varphi}_i^{(VP)} + B)^{n_2}, \quad (5.80)$$

gdzie:  $A = 2,4038 \cdot 10^{-4}$ ,  $B = 1$ ,  $\varphi_0 = 0,0066$ . W celu określenia stałych materiałowych  $R_e(y)$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  wykonano planowane badania eksperymentalne, wykorzystując teorię planowania eksperymentu [78, 129, 130, 137, 162] oraz analizę statystyczną wyników i teorię identyfikacji.

W tym celu model (5.80) zapisano w postaci:

$$\hat{y} = x_0^{n_0} x_1^{n_1} x_2^{n_2}, \quad (5.81)$$

gdzie:  $x_0^{n_0} = R_e(y)$ ;  $x_1 = \varphi_0 + \varphi_i^{(VP)}$ ;  $x_2 = A\dot{\varphi}_i^{(VP)} + B$ .

Następnie dokonano linearyzacji równania (5.81) i normowania wykorzystując wzór:

$$\tilde{x}_i = \frac{2(\ln x_i - \ln x_{i \max})}{\ln x_{i \max} - \ln x_{i \min}} + 1, \quad (5.82)$$

przekształcony do postaci:

$$\ln \bar{x}_i = \frac{1}{2} [\tilde{x}_i (\ln \bar{x}_{i \max} - \ln \bar{x}_{i \min}) + \ln \bar{x}_{i \max} + \ln \bar{x}_{i \min}], \quad (5.83)$$

gdzie  $x_i$  jest rzeczywistą wartością zmiennej z przedziału  $x_{i \min} \leq \tilde{x}_i \leq x_{i \max}$ .

Ostatecznie otrzymano następującą zależność:

$$\hat{Y} = k_0 + k_1 \tilde{x}_1 + k_2 \tilde{x}_2, \quad (5.84)$$

gdzie:

$$\hat{Y} = \ln \hat{y},$$

$k_0, k_1, k_2$  – współczynniki, których wartości należy wyznaczyć,

$\tilde{x}_i$  – zakodowana wartość czynnika  $x_i$  należąca do przedziału  $-1 \leq \tilde{x}_i \leq +1$ ,  $i = 1, 2$ .

Planowanie eksperymentu oraz wszystkie obliczenia statystyczne i identyfikację wykonano za pomocą programu *EXPERIMENT PLANNER 1.01* [80, 131, 132, 139]. Rzeczywiste i zakodowane wartości czynników badanych zestawiono w tabeli 5.1.

Tabela 5.1. Rzeczywiste i zakodowane wartości badanych czynników

poziom czynnika	$\varphi_i^{(VP)} \in [0,0066; 0,8]$	$\Phi_2(\dot{\varphi}_i^{(VP)}) \in [1; 1,251] \text{ s}^{-1}$
	$x_1$	$x_2$
górnny (+)	0,8	1,251
dolny (-)	0,0066	1

Plan eksperymentu zakodowany z wynikami badań przedstawiono w tabeli 5.2.

Tabela 5.2. Plan eksperymentu  $2^2$  i wartość czynnika wynikowego

Nr	Poziom czynnika		Średnia wartość czynnika wynikowego $\sigma_p$
	$x_1$	$x_2$	$\bar{Y}$
1	-	-	507,2
2	+	-	956,9
3	-	+	634,6
4	+	+	1199,1

W wyniku obliczeń otrzymano następujące równanie regresji w postaci odkodowanej:

$$\hat{\sigma}_p = 986,1 \cdot x_1^{0,1324} \cdot x_2^{1,0037}. \quad (5.85)$$

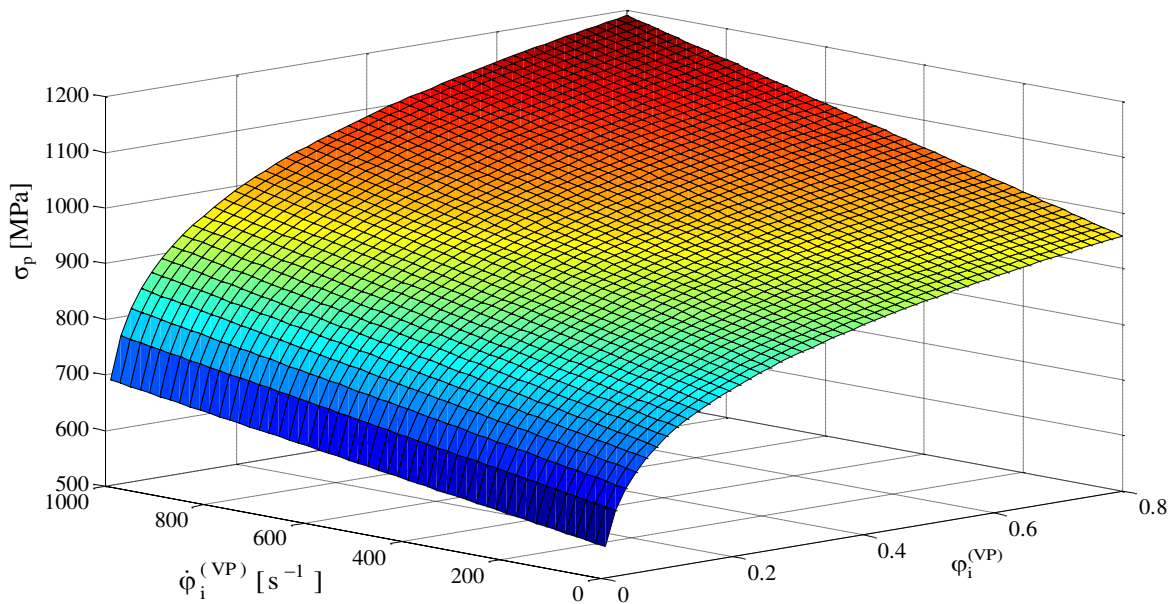


Po wstawieniu do równania (5.85) wartości zmiennych zgodnych z równaniem (5.84) oraz po odpowiednich przekształceniach otrzymuje się ostatecznie poszukiwany model matematyczny opisujący naprężenia uplastyczniające:

$$\hat{\sigma}_p = 986,1 \cdot (0,0066 + \varphi_i^{(VP)})^{0,1324} \cdot (2,4038 \cdot 10^{-4} \cdot \dot{\varphi}_i^{(VP)} + 1)^{1,0037} . \quad (5.86)$$

Graficzną ilustrację wpływu analizowanych czynników przedstawia rysunek 5.19.

Należy podkreślić, że zamierzone cele proponowanego modelu zostały osiągnięte. Opracowany model charakteryzuje się wymaganą dokładnością przybliżenia wyników pomiarów (współczynnik korelacji wielowymiarowej wynosi  $R^2 = 0,99$ ). Postać modelu umożliwia jego wykorzystanie do obliczeń numerycznych, dla dowolnego przebiegu odkształcania, w szerokim zakresie zmian prędkości odkształcania w procesie plastycznego kształtowania regularnych nierówności. Zgodność uzyskanych wyników obliczeń numerycznych naprężeń uplastyczniających dla stali 45 wskazuje na poprawność modelowania naprężeń.



Rys. 5.19. Wykres funkcji  $\sigma_p (\varphi_i^{(VP)}, \dot{\varphi}_i^{(VP)})$  dla stali 45

## 17. Równania konstytutywne ciała sprężysto/lepko – plastycznego

### 17.1. Model przyrostu odkształceń całkowitych

Składowe  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}$  tensora  ${}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_e$  przyrostu odkształceń całkowitych, w złożonym przypadku obciążenia tj. występowania odkształceń sprężystych (w zakresie odkształceń odwracalnych) i lepko – plastycznych (w zakresie odkształceń trwałych), można przedstawić w postaci:

$${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij} = {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(E)} + {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(V)} + {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(P)} = {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(E)} + {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)}, \quad (5.87)$$

gdzie  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(E)}$ ,  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(V)}$ ,  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(F)}$ ,  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)}$  są składowymi tensorów przyrostu odkształceń odpowiednio sprężystych  ${}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_e$ , lepkich  ${}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_e$ , plastycznych  ${}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_e$  i lepko – plastycznych  ${}^{\tau}\Delta\mathbf{T}_e^{(VP)}$ .

Składowe tensora przyrostu odkształceń sprężystych określa zależność:

$${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(E)} = D_{ijkl}^{(E)} {}^{\tau}\Delta\sigma_{kl}, \quad (5.88)$$

gdzie:  ${}^t\Delta\mathbf{T}_e$  są składowymi tensora  ${}^t\Delta\mathbf{T}_e$  przyrostu naprężeń na kroku,  $D_{ijkl}^{(E)}$  są składowymi tensora  $\mathbf{D}^{(E)}$ , który jest odwrotnością tensora Hooke'a  $\mathbf{C}^{(E)}$  charakteryzującego właściwości sprężyste materiału, o składowych:

$$C_{ijkl}^{(E)} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (5.89)$$

w którym  $\lambda$  i  $\mu$  są stałymi Lamego,  $\delta_{ij}$  jest deltą Kroneckera.

## 17.2. Składowe tensora przyrostu odkształceń lepko – plastycznych

W celu wyprowadzenia równania na składowe tensora przyrostu odkształceń lepko – plastycznych wykorzystuje się związek fizyczny dla postulatu Druckera, nazywany stowarzyszonym z warunkiem plastyczności prawem płynięcia lepko – plastycznego (zwanym również poprawnie prawem przyrostowym), postaci:

$${}^t\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)} = {}^t\Delta\lambda \frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t \tilde{S}_{ij})}, \quad (5.90)$$

gdzie  ${}^t\tilde{S}_{ij}$  są składowymi zredukowanego dewiatora naprężeń  ${}^t\tilde{D}_\sigma$  i mają postać:  ${}^t\tilde{S}_{ij} = {}^tS_{ij} - {}^t\alpha_{ij}$ , w którym  ${}^tS_{ij}$  są składowymi dewiatora naprężeń  ${}^t\mathbf{D}_\sigma = {}^t\mathbf{T}_\sigma - {}^t\mathbf{A}_\sigma$ ,  ${}^t\alpha_{ij}$  są składowymi tensora translacji  ${}^t\mathbf{T}_\alpha$ ,  ${}^t\Delta\lambda$  jest przyrostem funkcji skalarnej, tzw. mnożnika Lagrange'a, zależnym od: odkształceń, naprężeń, prędkości odkształceń na początku kroku oraz od przyrostu odkształceń, przyrostu prędkości odkształceń, przyrostu naprężeń.

Mnożnik Lagrange'a  ${}^t\Delta\lambda$ , w rozważanym przypadku występowania obciążeń złożonych, ma postać:

$$\begin{aligned} {}^t\Delta\lambda &= \frac{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^t\Delta\varepsilon_{kl} - \frac{2}{3} {}^t\sigma_p \frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i)} {}^t\Delta\dot{\varepsilon}_i}{\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} \tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} \frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i)} \right)} = \frac{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^t\Delta\varepsilon_{kl} - \frac{2}{3} {}^t\sigma_p \dot{E}_T {}^t\Delta\dot{\varepsilon}_i}{\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} \tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right)} = \\ &= \frac{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^t\Delta\varepsilon_{kl} - {}^tA}{\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} \tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right)}, \end{aligned} \quad (5.91)$$

gdzie  ${}^tA = \frac{2}{3} {}^t\sigma_p {}^t\dot{E}_T {}^t\Delta\dot{\varepsilon}_i$  jest skalarzem,  ${}^t\tilde{C}$  jest parametrem materiałowym określającym składowe  ${}^t\Delta\alpha_{ij}$  przyrostu tensora translacji  ${}^t\mathbf{T}_\alpha$ ,  ${}^t\varepsilon_{ij}^{(E)}$  jest skumulowaną składową tensora odkształceń sprężystych w chwili  $t$ ,  ${}^t\Delta E_T = \partial({}^t\sigma_p)/\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i)$  jest chwilowym modułem wzmocnienia, zaś  ${}^t\dot{E}_T = \partial({}^t\sigma_p)/\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i)$  określa wrażliwość materiału na prędkość odkształceń,  ${}^t\sigma_p({}^t\varepsilon_i^{(VP)}, {}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$  są dynamicznymi naprężeniami materiału.

Po podstawieniu do wzoru (5.90), zależności (5.91) i pochodnej cząstkowej  ${}^t\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)} = {}^t\Delta\lambda \frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t \tilde{S}_{ij})}$ , otrzymuje się następujący wzór na przyrost składowych tensora odkształceń lepko – plastycznych:

$$\begin{aligned} {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)} &= {}^{\tau}\Delta\lambda \cdot {}^t\tilde{S}_{ij} = \frac{{}^t\tilde{S}_{ij} C_{ijkl}^{(E)} \Delta\varepsilon_{kl} - {}^tA}{{}^t\tilde{S}_{ij} C_{ijkl}^{(E)} \tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right)} {}^t\tilde{S}_{ij} = \\ &= {}^t\tilde{S}_{ij}^* {}^t\tilde{S}_{kl} C_{klmn}^{(E)} \Delta\varepsilon_{mn} - {}^tA {}^t\tilde{S}_{ij} = {}^t\tilde{S}^{**} \Delta\varepsilon_{ij} + {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{**}, \end{aligned} \quad (5.92)$$

gdzie zastosowano następujące oznaczenia zastępcze:

$${}^t\tilde{S}^{**} = {}^t\tilde{S}_{ij}^* {}^t\tilde{S}_{mn} C_{ijmn}^{(E)}, \quad (5.93)$$

$${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{**} = -{}^t\tilde{S}_{ij}^* {}^tA, \quad (5.94)$$

$${}^t\tilde{S}_{ij}^* = \frac{{}^t\tilde{S}_{ij}}{{}^t\tilde{S}_{ij} C_{ijkl}^{(E)} {}^t\tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right)}, \quad (5.95)$$

przy czym  ${}^t\tilde{S}^{**}$  jest skalarem, natomiast  ${}^t\tilde{S}_{ij}^*$  i  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{**}$  są składowymi tensorów.

Natomiast wzór na przyrost składowych tensora odkształceń całkowitych ma postać:

$${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{D_{ijkl}^{(E)} \Delta\sigma_{kl} - \frac{2}{3} {}^t\sigma_p {}^t\dot{E}_T \Delta\varepsilon_{ij}}{1 - {}^t\tilde{S}^{**}}. \quad (5.96)$$

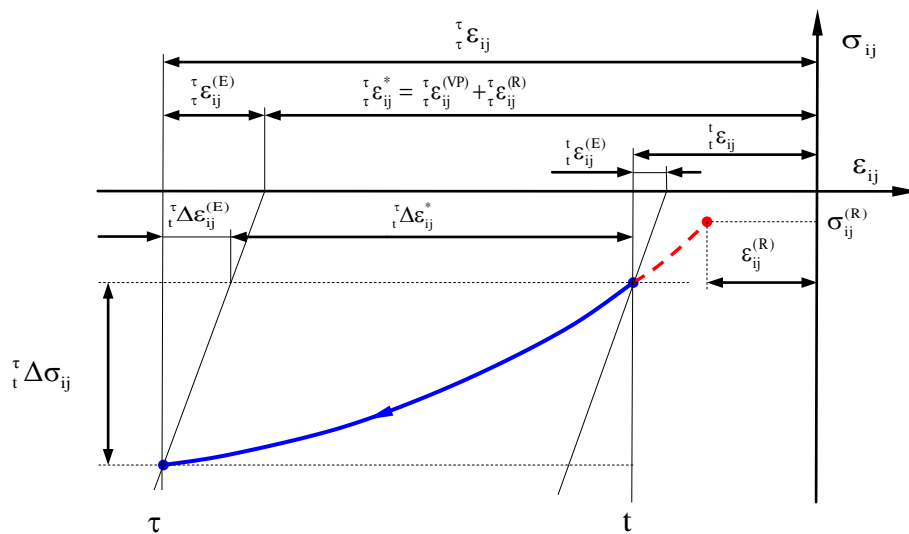
### 17.3. Składowe tensora przyrostu naprężeń

Równanie konstytutywne ma składowe przyrostu tensora naprężeń wypadkowych ma postać:

$${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{(E)} \Delta\varepsilon_{kl}^{(E)}, \quad (5.97)$$

gdzie zastosowano następujące oznaczenia zastępcze:

$${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{(E)*} ({}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij} - {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)}). \quad (5.98)$$



Rys.5.20. Geometryczna interpretacja składowych tensorów naprężenia i odkształcenia oraz ich przyrostów na kroku w zakresie odkształceń trwałych

Po podstawieniu do równania (5.97) zależności (5.91) i (5.92) otrzymuje się:

$${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{(E)} \left\{ \begin{array}{l} {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{kl} - \frac{{}^t\tilde{S}_{ij} \left( {}^tC_{ijkl}^{(E)} \tau\Delta\varepsilon_{kl} - \frac{2}{3} {}^t\sigma_p \dot{E}_T \tau\Delta\dot{\varepsilon}_i \right)}{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} \tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right)} \end{array} \right\}, \quad (5.99)$$

co można przedstawić w prostej postaci:

$${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij} = {}^tC_{ijkl}^{(E)*} \tau\Delta\varepsilon_{kl} + {}^{\tau}\Delta\sigma_{ij}^*, \quad (5.100)$$

gdzie zastosowano następujące oznaczenia zastępcze:

$${}^tC_{ijkl}^{(E)*} = \left( 1 - {}^t\tilde{S}^{**} \right) {}^tC_{ijkl}^{(E)}, \quad (5.101)$$

$${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij}^* = -{}^tC_{ijkl}^{(E)} \tau\Delta\varepsilon_{kl}^{**}. \quad (5.102)$$

zależność (5.100) jest wykorzystywana do wariacyjnego sformułowania równań ruchu obiektu.

#### 17.4. Składowe tensora przyrostu translacji

Tensor translacji  ${}^tT_{\alpha}$  posiada cechy tensora naprężenia  ${}^tT_{\sigma}$ . Składowe  ${}^t\alpha_{ij}$  tensora  ${}^tT_{\alpha}$  muszą być tak określone, aby były równe zero, gdy nie ma odkształceń plastycznych. W literaturze podawane są różne hipotezy wzmocnienia kinematycznego i różne postacie zależności na składowe  ${}^{\tau}\Delta\alpha_{ij}$  przyrostu tensora translacji. Należą do nich hipotezy Pragera [172], Kadeszewicza i Nowożyłowa, Mroza, Shrivastova i Debey'a oraz Zieglera. Przykładowo rozważony zostanie jeden z przypadków umocnienia kinematycznego tzw. translacji liniowej zgodnie z prawem Pragera. Wówczas przesunięcie środka powierzchni płynięcia zachodzi w kierunku odkształcenia, a składowe  ${}^{\tau}\Delta\alpha_{ij}$  są proporcjonalne do składowych przyrostu tensora odkształceń lepko – plastycznych  ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)}$ :

$${}^{\tau}\Delta\alpha_{ij} = {}^t\tilde{C} \cdot {}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}^{(VP)}, \quad (5.103)$$

przy czym chwilowa wartość parametru  ${}^t\tilde{C}({}^t\varepsilon_i^{(VP)}, {}^t\varepsilon_i^{(VP)})$  związana jest z chwilowym modułem umocnienia  $E_T$  i modułem sprężystości  $E$  wyrażeniem:  ${}^t\tilde{C} = 2{}^tE_T \cdot E / [3(E - {}^tE_T)]$ , dla  ${}^t\varepsilon_i^{(VP)} = const.$  [172]. Po podstawieniu odpowiednich wzorów otrzymuje się:

$${}^{\tau}\Delta\alpha_{ij} = {}^t\tilde{C} \cdot {}^{\tau}\Delta\lambda \cdot {}^t\tilde{S}_{ij} = 2{}^tE_T \cdot E / [3(E - {}^tE_T)] \cdot {}^t\Delta\lambda \cdot {}^t\tilde{S}_{ij}, \quad (5.104)$$

gdzie  ${}^{\tau}\Delta\lambda$  jest mnożnikiem Lagrange'a według wzoru (5.91). W podobny sposób otrzymuje się wzory na składowe przyrostu tensora translacji dla innych przypadków umocnienia kinematycznego.

#### 17.5. Wnioski

Wyprowadzone wzory na przyrost odkształceń (5.96) i naprężeń (5.98) mają ogólną postać. Są one słuszne dla przypadków wzmocnienia izotropowego i kinematycznego, które są szczególnymi przypadkami rozważanego wzmocnienia mieszane.

Zakładając  ${}^t\alpha_{ij} = 0$  oraz  ${}^t\tilde{C} = 0$ , wzory redukują się do wzorów teorii lepko – plastyczności ze wzmocnieniem izotropowym, natomiast dla  $E_T = 0$  otrzymuje się wzory teorii ze wzmocnieniem kinematycznym. Wzory te są również słuszne dla materiałów nielepkich i procesów statycznych

( ${}^t\dot{E}_T = \frac{\partial({}^t\dot{\sigma}_p)}{\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i)} = 0$  i  ${}^t\Delta\dot{\varepsilon}_i^{(VP)} = 0$ ). Są to, więc szczególne przypadki rozważanego w pracy przypadku

ogólnego. Zatem wzory (5.96) i (5.98) są uogólnieniem istniejących teorii przyrostowych dla ciała sprężysto – plastycznego, w których nie uwzględnia się dynamiki procesu (traktując go jako proces statyczny).

Wyprowadzone wzory mają więc duże znaczenie praktyczne i mogą być wykorzystane dla różnych procesów dynamicznych ciała stałego. Modele te mają dogodną postać, gdyż są tak sformułowane, że w prosty sposób można z nich otrzymać postacie szczególne. Przykładowo, dla modelu sprężysto – plastycznego (brak odkształceń lepkich) ze wzmocnieniem mieszanym:

$${}^t\dot{E}_T {}^\tau\Delta\dot{\varepsilon}_i = 0, \quad (5.105)$$

zatem wzór (5.98) przyjmuje postać:

$${}^\tau\Delta\sigma_{ij} = {}^tC_{ijkl}^{(E)} \left[ 1 - \psi \frac{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^t\tilde{S}_{kl}}{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^t\tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right)} \right] {}^\tau\Delta\varepsilon_{kl} = {}^tC_{ijkl}^{(E-P)} {}^\tau\Delta\varepsilon_{kl}, \quad (5.106)$$

gdzie:

$${}^tC_{ijkl}^{(E-P)} = {}^tC_{ijkl}^{(E)} \left[ 1 - \psi \frac{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^t\tilde{S}_{kl}}{{}^t\tilde{S}_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^t\tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left( {}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right)} \right], \quad (5.107)$$

jest składową tensora konstytutywnego sprężysto – plastyczności, natomiast wprowadzony tutaj  $\psi$  jest współczynnikiem obciążenia i wynosi  $\psi = 1$  dla procesów czynnych, oraz  $\psi = 0$  dla procesów biernych. Czyniąc dalsze uproszczenia, dla materiałów umacniających się izotropowo:  ${}^t\tilde{C} = 0$ ,  ${}^t\alpha_{ij} = 0$ ,  ${}^t\tilde{S}_{ij} = {}^tS_{ij}$ , wzór na składowe tensora  ${}^tC_{ijkl}^{(E-P)}$  przyjmuje następującą postać szczególną:

$${}^tC_{ijkl}^{(E-P)} = {}^tC_{ijkl}^{(E)} \left( 1 - \psi \frac{{}^tS_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^tS_{kl}}{{}^tS_{ij} {}^tC_{ijkl}^{(E)} {}^tS_{kl} + \frac{4}{9} {}^t\sigma_p^2 {}^tE_T} \right). \quad (5.108)$$

## 18. Model kontaktu narzędzie – przedmiot obrabiany

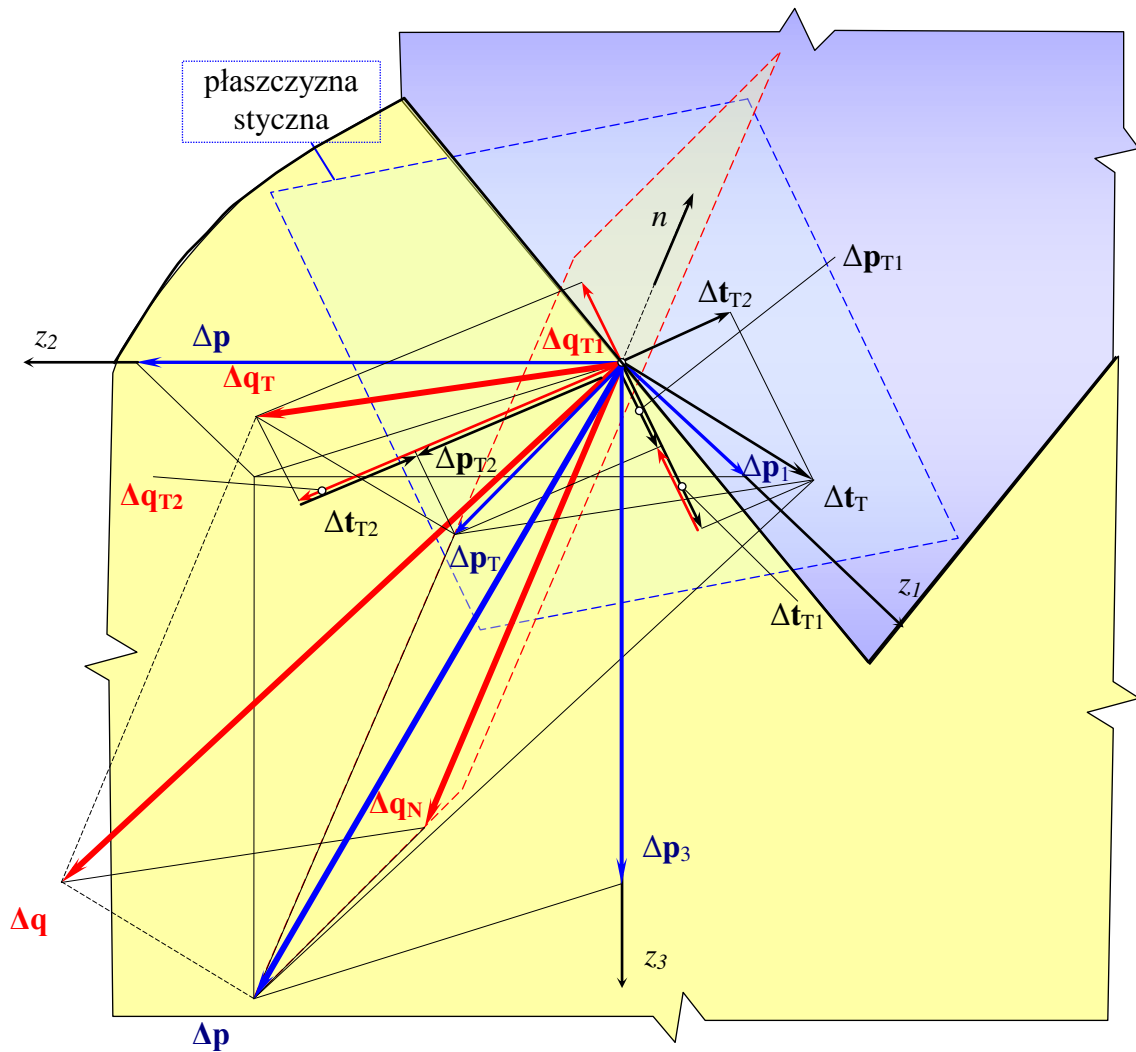
W klasycznych problemach brzegowo – początkowych brzeg ciała, jego obciążenie i warunki brzegowe są zazwyczaj dane i jednoznacznie określone. W przypadku procesu wygniatania nierówności RST obszar kontaktu (kształt i pole) oraz stan obciążenia dynamicznego w tym obszarze są nieznanne, a ich określenie jest jednym z celów analizy [4, 97 ÷ 99]. Ponadto wielkości te są ze sobą sprzężone w ten sposób, że obszar kontaktu narzędzia z przedmiotem zmienia się wraz z narastającym obciążeniem i zagłębieniem. Określenie rzeczywistego kształtu obszaru styku ciał wiąże się z koniecznością określenia występujących w tych obszarach stanów obciążenia mechanicznego (naciski, siły tarcia) oraz stanu deformacji materiału przedmiotu, i odwrotnie. W rozważaniach praktycznych stany te rozprzęgają się w ten sposób, że uprzednio określa się kształt i pole obszaru styku ciał, a następnie, wynikłych dla tych warunków, obciążeń. Z powyższego względu, w omawianym tutaj zagadnieniu kontaktowym, istotne znaczenie mają siły kontaktowe, sztywność kontaktowa, kształt i pole obszaru styku ciał, kontaktowe warunki brzegowe oraz warunki tarcia w tym obszarze.

### 18.1. Siły kontaktowe

W dowolnej chwili  $t$ , obciążenie obiektu siłami  ${}^tF_i^{(n)}$  i  ${}^tF_i^{(p)}$ , ( $i=1,2,3$ ) oraz momentami  ${}^tM^{(n)}$  i  ${}^tM^{(p)}$ , a także przemieszczanie się odkształcanego materiału powoduje, że w obszarze wzajemnego styku narzędzia z przedmiotem występują jednostkowa siła nacisku  ${}^t p_N$ , jednostkowe siły styczne  ${}^t p_{Tj}$  i jednostkowe siły tarcia  ${}^t t_{Tj}$ ,  $j=1,2$ . Siła  ${}^t p_N$  działa prostopadłe do powierzchni kontaktu, natomiast siły  ${}^t p_{Tj}$ ,  ${}^t t_{Tj}$  są do tej powierzchni styczne. W chwili  $\Delta t$  przyrostowi obciążenia  $\Delta F_i^{(n)}$ ,  $\Delta F_i^{(p)}$  oraz  $\Delta M^{(n)}$  i  $\Delta M^{(p)}$  odpowiadają przyrosty sił jednostkowych  $\Delta p_{Tj}$  i  $\Delta t_{Tj}$ ,  $j=1,2$ . Z rysunku 5.21 wynikają następujące zależności pomiędzy przyrostami poszczególnych sił jednostkowych:

$$\begin{aligned} \Delta t_T &= \Delta t_{T1} + \Delta t_{T2}, & \Delta p_T &= \Delta p_{T1} + \Delta p_{T2}, & \Delta q_T &= \Delta q_{T1} + \Delta q_{T2} = \Delta t_T + \Delta p_T \\ \Delta p &= \Delta p_N + \Delta p_T, & \Delta q &= \Delta q_T + \Delta p_N = \Delta p + \Delta t_T, \end{aligned} \quad (5.109)$$

gdzie:  $\Delta q$  jest przyrostem jednostkowej siły wypadkowej o składowych  $\Delta q_i$  ( $i=1,2,3$ ).



Rys. 5.21. Przyrosty jednostkowych sił kontaktowych w dowolnym punkcie styku ciał

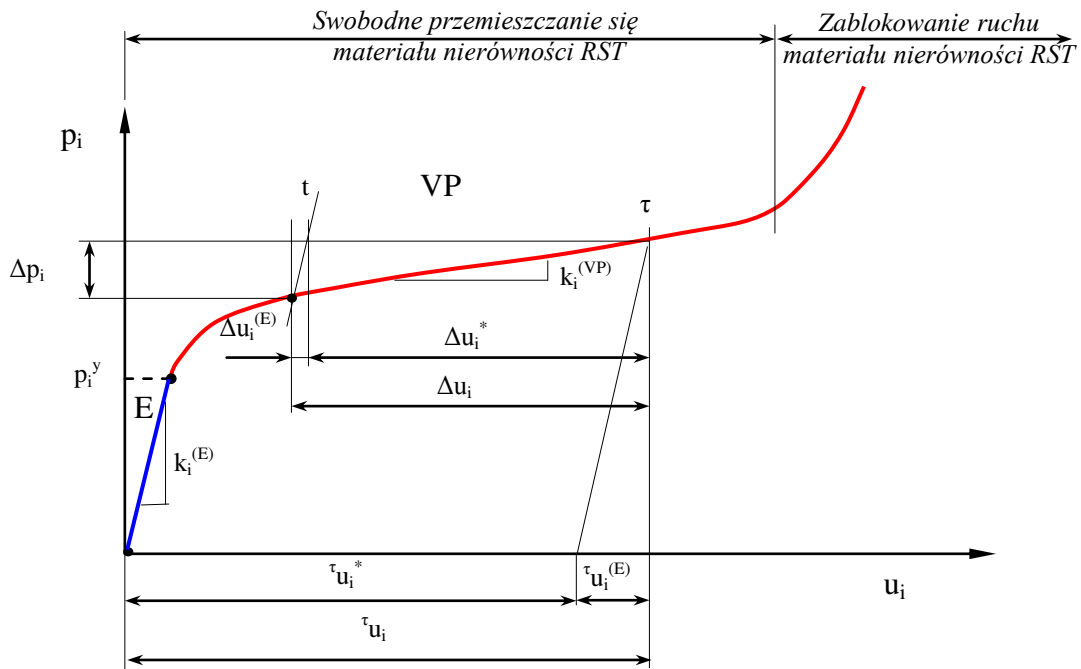
Siły składowe  $\Delta p_{Tj}$  i  $\Delta t_{Tj}$ , dodają się skalarnie dając składowe  $\Delta q_{Tj}$  siły wypadkowej  $\Delta q_T$ , działające stycznie do powierzchni kontaktu:

$$\Delta \mathbf{q}_{Tj} = \Delta \mathbf{p}_{Tj} \pm \Delta \mathbf{t}_{Tj}, \quad j = 1, 2. \quad (5.110)$$

Podwójny znak sumy umieszczony przed przyrostem jednostkowych sił tarcia wynika z faktu, że w trakcie procesu plastycznego kształtowania nierówności RST siła ta zmienia swój zwrot.

## 18.2. Sztywność kontaktowa

Siły kontaktowe powodują przemieszczenie brzegu ciał będących w kontakcie. Wartość tego przemieszczenia uzależniona jest od tzw. sztywności kontaktowej, którą określa się stosunkiem siły działającej na powierzchnię do wartości przemieszczenia się powierzchni kontaktu w kierunku działania siły. Rozróżnia się sztywność kontaktową normalną i styczną. Zależność siły jednostkowej – przemieszczenie ( $p_i - u_i$ ) aproksymować można za pomocą dwóch linii (rys. 5.22). Pierwsza dotyczy zakresu liniowych przemieszczeń odwracalnych do granicy plastyczności  $p_i^y$  (zakres E), natomiast druga obejmuje nieliniowe przemieszczenia trwałe (zakres VP).



Rys. 5.22. Wykres  $p_i - u_i$  dla kontaktu narzędzia z przedmiotem

Przyrost przemieszczeń całkowitych na kierunku  $i$ , na typowym kroku przyrostowym, przy założeniu addytywności przemieszczeń składowych wynosi:

$${}^t \Delta u_i = {}^t \Delta u_i^{(E)} + {}^t \Delta u_i^*, \quad (5.111)$$

gdzie  ${}^t \Delta u_i^{(E)}$  jest przyrostem przemieszczeń sprężystych,  ${}^t \Delta u_i^*$  jest sumą przyrostów lepko – plastycznych. Z wykresu  $p_i - u_i$  wynika, że:

$${}^t \Delta p_i = {}^t k_i^{(E)} {}^t \Delta u_i^{(E)}, \quad {}^t \Delta p_i = {}^t k_i^{(VP)} {}^t \Delta u_i^*, \quad (5.112)$$

gdzie  ${}^t k_i^{(E)}$  i  ${}^t k_i^{(VP)}$  są chwilowymi współczynnikami sztywności kontaktowej na kierunku  $i$ , w zakresie przemieszczeń odpowiednio odwracalnych i trwałych. Współczynniki te oblicza się ze wzorów:

$${}^t k_i^{(E)} = \frac{\partial p_i}{\partial u_i}, \text{ dla } p_i \leq p_i^y, \text{ oraz } {}^t k_i^{(E)} = \frac{p_i}{u_i^{(E)}}, \text{ dla } p_i > p_i^y, \quad (5.113)$$

$${}^t k_i^{(VP)} = 0, \text{ dla } p_i \leq p_i^y, \text{ oraz } {}^t k_i^{(VP)} = \frac{\partial p_i}{\partial u_i}, \text{ dla } p_i > p_i^y, \quad (5.114)$$

gdzie  ${}^t u_i^{(E)}$  jest skumulowaną składową przemieszczenia sprężystego,  ${}^t p_i$  jest skumulowaną składową jednostkowej siły nacisku w chwili  $t$ .

Z zależności (5.112) i (5.113) oraz (5.114) otrzymuje się następujące związki pomiędzy przyrostem przemieszczeń całkowitych  ${}^\tau \Delta u_i$  i przyrostem nacisków  ${}^\tau \Delta p_i$ :

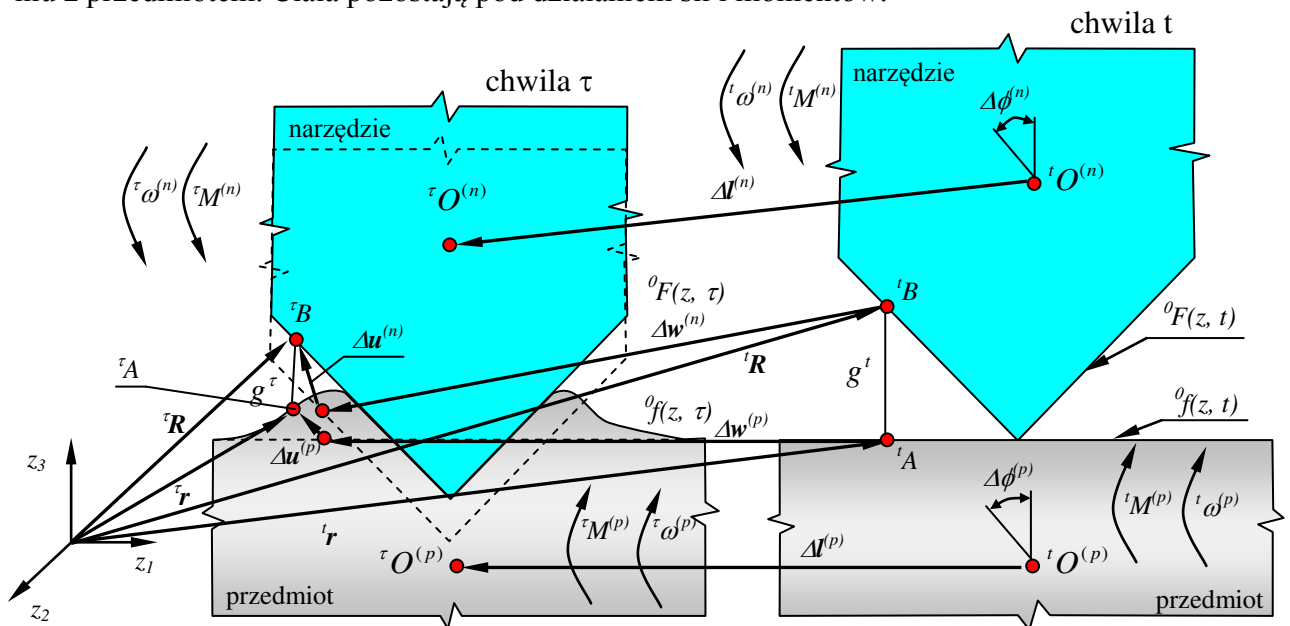
$${}^\tau \Delta u_i = [{}^t k_i^{(E)}]^{-1} {}^\tau \Delta p_i, \text{ dla } p_i \leq p_i^y, \quad (5.115)$$

$${}^\tau \Delta u_i = {}^\tau \Delta u_i^{(E)} + \{ [{}^t k_i^{(VP)}]^{-1} - [{}^t k_i^{(E)}]^{-1} \} {}^\tau \Delta p_i, \text{ dla } p_i > p_i^y. \quad (5.116)$$

Z postaci związków (5.115) i (5.116) wynika, że przyrost wypadkowych nacisków jednostkowych jest funkcją przyrostu przemieszczenia brzegu. Określenie tych związków wymaga znajomości krzywej eksperymentalnej  $p_i - u_i$ , dla rzeczywistych warunków kontaktu. Wyznaczenie takiej zależności jest często bardzo trudne do zrealizowania, lub wręcz niewykonalne. W niniejszej pracy, trudności te wyeliminowało poprzez wariacyjne sformułowanie równań ruchu oraz zastosowanie iteracyjnych metod ich rozwiązywania. Przyjmując, że stan przyrostów sił nacisku i tarcia jest znany z poprzedniej iteracji, chwilowe współczynniki sztywności kontaktowej  ${}^t k_i^{(E)}$  i  ${}^t k_i^{(VP)}$  oraz zależność  $p_i - u_i$  można określić analitycznie.

### 18.3. Kontaktowe warunki brzegowe

Warunek geometryczny kontaktu określa aktualną odległość  $g$  między punktami na powierzchniach stykających się ciał wzdłuż kierunku normalnego, tj. prostopadłego do płaszczyzny stycznej do obu ciał. Warunek geometryczny kontaktu zostanie sformułowany w przyrostach w ogólniejszej postaci, tj. dla stanów przestrzennych, przy założeniu, że zarówno przedmiot, jak i narzędzie odkształcają się oraz ulegają translacji i obrotowi, przy czym narzędzie ma dużo większą sztywność w porównaniu z przedmiotem. Ciała pozostają pod działaniem sił i momentów.



Rys. 5.23. Ilustracja geometrycznego warunku kontaktu



Chwilowa odległość  ${}^{\tau}g(z, t)$  powierzchni przedmiotu od powierzchni czynnej narzędzia, na kierunku normalnym, wyraża następującą zależność między składowymi wektorów:

$$\begin{aligned} {}^{\tau}g(z; \tau) = & {}^t g(z; t) + {}^0 F(z_i - {}^0 z_i^{(On)} - \Delta l_i^{(n)}) - {}^0 F(z_i - {}^0 z_i^{(On)} - {}^t l_i^{(n)}) + {}^t y_1 \omega^{(n)} \Delta t \\ & - {}^0 f(z_i - {}^0 z_i^{(Op)} - \Delta l_i^{(p)}) + {}^0 f(z_i - {}^0 z_i^{(Op)} - {}^t l_i^{(p)}) - {}^t y_1 \omega^{(p)} \Delta t + \Delta l_3^{(n)} - \Delta l_3^{(p)} \\ & - \Delta u_3^{(p)}(z; \Delta t) - \Delta u_3^{(n)}(z; \Delta t) \geq 0 \end{aligned} \quad (5.117)$$

lub krócej:

$${}^{\tau}g(z; \tau) = {}^t g(z; t) + {}^{\tau} \Delta K^{(n,p)}(\bullet) - \Delta u_3^{(p)}(z; \Delta t) - \Delta u_3^{(n)}(z; \Delta t) \geq 0, \quad (5.118)$$

gdzie  ${}^{\tau} \Delta K^{(n,p)}(\bullet)$  jest łącznym wpływem przyrostów translacji oraz obrotów narzędzia i przedmiotu na przyrost przemieszczenia powierzchni przedmiotu  $\Delta u_3^{(p)}(z; \Delta t)$  i narzędzia  $\Delta u_3^{(n)}(z; \Delta t)$ .

Z postaci warunku (5.118) wynikają następujące przypadki:

- jeżeli  ${}^{\tau}g(\bullet) > 0$  i  ${}^t g(\bullet) > 0$  to rozpatrywany punkt leży poza obszarem kontaktu,
- jeżeli  ${}^{\tau}g(\bullet) > 0$  i  ${}^t g(\bullet) = 0$  to w rozpatrywanym punkcie został utracony kontakt,
- jeżeli  ${}^{\tau}g(\bullet) = 0$  i  ${}^t g(\bullet) = 0$  to rozpatrywany punkt będący w obszarze kontaktu pozostaje w nim nadal,
- jeżeli  ${}^{\tau}g(\bullet) = 0$  i  ${}^t g(\bullet) > 0$  to w rozpatrywanym punkcie nastąpił kontakt.

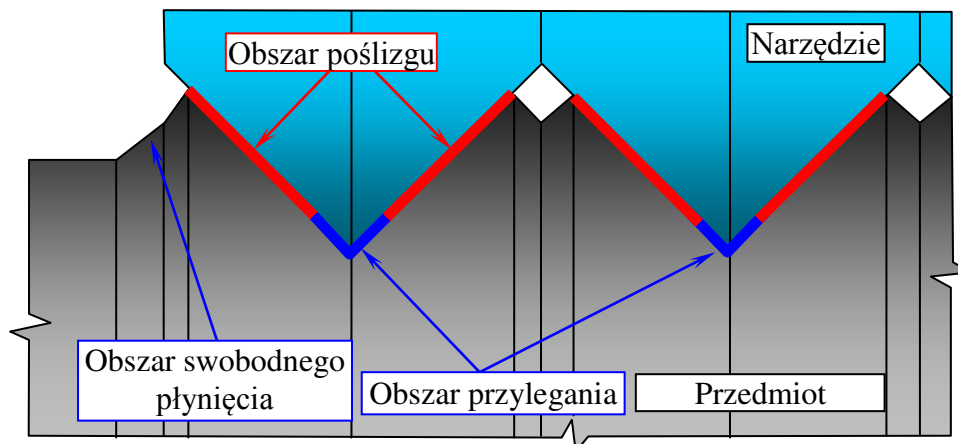
Warunek (5.118) jest wykorzystywany w obliczeniach numerycznych. Stosując procedurę iteracyjną, z warunku określa się przemieszczeniowe warunki brzegowe w obszarze kontaktu. Wówczas, w procesie iteracji przyjmuje się, że odległości  ${}^{\tau}g(\bullet) = 0$  i  ${}^t g(\bullet) = 0$  (funkcje są znane z założenia), przyrost przemieszczenia powierzchni narzędzia  $\Delta u_3^{(n)}$  w wyniku odkształcenia jest znany z poprzedniej iteracji, natomiast poszukuje się przyrostu przemieszczenia brzegu przedmiotu  $\Delta u_3^{(p)}$ , z przekształconego wzoru (5.118) do postaci:

$$\Delta u_3^{(p)}(z; \Delta t)^{[i]} = {}^{\tau} \Delta K^{(n,p)}(\bullet)^{[i]} - \Delta u_3^{(n)}(z; \Delta t)^{[i-1]}. \quad (5.119)$$

Przemieszczeniowe warunki brzegowe (5.119) są wykorzystywane w numerycznej analizie rozpatrywanego zagadnienia kontaktowego.

#### 18.4. Warunki tarcia w obszarze styku ciał

Podczas wygniataania nierówności RST powierzchni, procesowi odkształcania materiału przedmiotu, towarzyszy zjawisko przylegania i poślizgu, występującego w obszarach kontaktu elementu wygniatającego z materiałem obrabianym. Warunki wystąpienia poślizgu lub przylegania zależą od przyjętego prawa tarcia.



Rys.5.24. Strefy tarcia w obszarach kontaktu

W całym obszarze kontaktu tarcie modelowane jest anizotropowym prawem Columbowskim ze wzmocnieniem i w dowolnej chwili  $t$  może być wyrażone poprzez wypukłą funkcję w postaci różnicowej:

$${}^{\tau}\Delta f({}^t t_{Ti}, {}^t p_N) = \frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t t_{Ti})} {}^{\tau}\Delta t_{Ti} + \frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t p_N)} {}^{\tau}\Delta p_N, \quad i = 1, 2, \quad (5.120)$$

gdzie  ${}^t t_{Ti}$  jest jednostkową siłą tarcia na  $i$  – tym kierunku,  ${}^t p_N$  jest jednostkową siłą normalną,  ${}^t \mu_i$  jest współczynnikiem tarcia, w chwili  $t$ .

W obszarze przylegania brak jest przemieszczeń względnych na rozpatrywanym kroku. Wówczas  $|{}^{\tau}\Delta t_{Ti}| \geq |{}^{\tau}\Delta p_{Ti}({}^{\tau}\Delta u)|$ ,  ${}^{\tau}\Delta f({}^t t_{Ti}, {}^t p_N) < 0$ , zatem warunek tarcia:  $|{}^{\tau}\Delta t_{Ti}| < {}^t \mu_i |{}^{\tau}\Delta p_N({}^{\tau}\Delta u)|$ , przy  ${}^{\tau}\Delta u_{Ti}^{(n)} = {}^{\tau}\Delta u_{Ti}^{(p)}$ , natomiast w obszarach poślizgów  $|{}^{\tau}\Delta t_{Ti}| < |{}^{\tau}\Delta p_{Ti}({}^{\tau}\Delta u)|$  występuje rozwinięta forma tarcia, której odpowiada powierzchnia graniczna  ${}^{\tau}\Delta f({}^t t_{Ti}, {}^t p_N) = 0$  oraz warunek tarcia:  $|{}^{\tau}\Delta t_{Ti}| = {}^t \mu_i |{}^{\tau}\Delta p_N({}^{\tau}\Delta u)|$ , przy  ${}^{\tau}\Delta u_{Ti}^{(n)} \neq {}^{\tau}\Delta u_{Ti}^{(p)}$ . Dla obu warunków tarcia, istotnym problemem jest obliczanie przyrostów przemieszczeń brzegu na kierunku stycznym  ${}^{\tau}\Delta u_{Ti}$ , zachodzących pod wpływem obciążenia siłami kontaktowymi. W niniejszej pracy przyrosty te oblicza się iteracyjnie, rozwiązując sformułowane w przyrostach przemieszczeń równanie ruchu.

Współczynnik tarcia jest funkcją mierzalną zależną od lokalnych zjawisk zachodzących w procesie i może być opisany funkcją:

$${}^t \mu_i = k_1^{(p)} k_1^{(n)} k_{2i}^{(p)} k_{2i}^{(n)} \mu_F(u_i^{(p)}) \mu(v_r) \mu_m, \quad \text{dla } i = 1, 2, \quad (5.121)$$

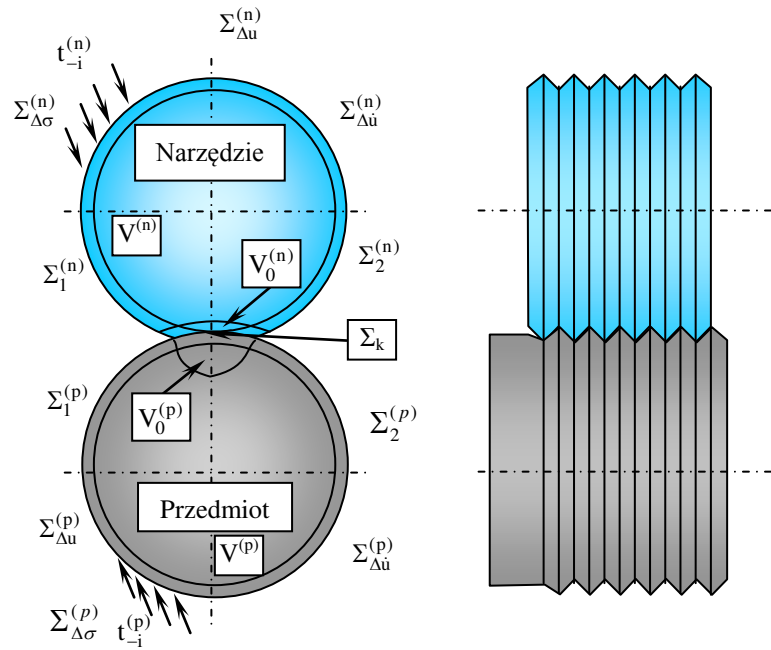
gdzie  $k_1^{(p)}$  i  $k_1^{(n)}$  są współczynnikami uwzględniającymi rodzaj i właściwości materiału przedmiotu i narzędzia,  $k_{2i}^{(p)}$  i  $k_{2i}^{(n)}$  są współczynnikami zależnymi od struktury geometrycznej powierzchni i narzędzia na  $i$  – tym kierunku, funkcja  $\mu(v_r)$  ujmuje zależność współczynnika tarcia od prędkości  $v_r$  wzajemnego poślizgu,  $\mu_m$  jest współczynnikiem tarcia statycznego, natomiast funkcja  $\mu_F(u_i^{(p)})$  ujmuje wpływ przemieszczenia plastycznego materiału.

## 19. Warunki jednoznaczności

Pełny opis matematyczny procesu plastycznego kształtowania nierówności RST wymaga uzupełnienia równań ruchu tak zwanymi warunkami jednoznaczności, którymi są warunki: geometryczne, fizyczne, początkowe i brzegowe [104].

### 19.1. Warunki geometryczne

Warunki geometryczne określają geometrię rozpatrywanego obiektu, składającego się z narzędzia i przedmiotu, jego podział na podobieństwa i na podobszary. Na rysunku 5.25. pokazano niejednorodny obiekt o objętości  $V = V^{(n)} + V^{(p)}$ , który podzielono na podobieństwa odkształcaną  $V_o = V_o^{(n)} + V_o^{(p)}$  i pozostałą  $V_R = V - V_o$ . Natomiast na niejednorodnym brzegu obiektu wyróżniono podobszary: kontaktu  $\Sigma_k$ , nacisków jednostkowych  $\Sigma_{\Delta\sigma}^{(n,p)}$ , przemieszczeń  $\Sigma_{\Delta u}^{(n,p)}$ , prędkości przemieszczeń  $\Sigma_{\Delta \dot{u}}^{(n,p)}$  i podobszary o nieznanym warunkach brzegowych narzędzia  $\Sigma_i^{(n)}$  oraz przedmiotu  $\Sigma_i^{(p)}$ ,  $i = 1, 2$ .



Rys. 5.25. Podział obiektu o objętości  $V$  na podobjętości oraz podział brzegu  $\Sigma$  na podobszary

## 19.2. Warunki fizyczne i warunki początkowe

Warunki fizyczne w rozpatrywanym zagadnieniu stanowi zbiór parametrów fizycznych, np.  $(\nu, \mu, \alpha_r, \alpha_c, C, C_{ijkl}, \rho, \lambda)$ . Warunki początkowe opisują pola wielkości fizycznych  $({}^t u_i, {}^t \dot{u}_i, {}^t \ddot{u}_i, {}^t \varepsilon_{ij}, {}^t \sigma_{ij})$  w podobjętościach i podobszarach obiektu, w chwili przyjętej jako początkowa  $t = t_0$ . W rozważanym przypadku rozpatruje się następujące warunki początkowe wyrażone dla:

a) przemieszczeń:

$${}^t u_i(\mathbf{z}, t = t_0) = u_i^0(\mathbf{z}), \mathbf{z} \in V, \quad (5.122)$$

b) prędkości:

$${}^t \dot{u}_i(\mathbf{z}, t = t_0) = \dot{u}_i^0(\mathbf{z}), \mathbf{z} \in V, \quad (5.123)$$

c) przyspieszeń:

$${}^t \ddot{u}_i(\mathbf{z}, t = t_0) = \ddot{u}_i^0(\mathbf{z}), \mathbf{z} \in V, \quad (5.124)$$

d) odkształceń:

$${}^t \varepsilon_{ij}(\mathbf{z}, t = t_0) = \varepsilon_{ij}^0(\mathbf{z}), \mathbf{z} \in V, \quad (5.125)$$

e) naprężeń:

$${}^t \sigma_{ij}(\mathbf{z}, t = t_0) = \sigma_{ij}^0(\mathbf{z}), \mathbf{z} \in V. \quad (5.126)$$

## 19.3. Warunki brzegowe

Warunki brzegowe opisują pola przyrostu wielkości fizycznych  $({}^t \Delta u_i, {}^t \Delta \dot{u}_i, {}^t \Delta \ddot{u}_i, {}^t \Delta \varepsilon_{ij}, {}^t \Delta \sigma_{ij})$  w wybranych podobszarach brzegu. W rozważanym przypadku występują złożone warunki brzegowe wyrażone dla:

1. Przyrostu przemieszczeń:

a) geometryczny warunek kontaktu:

$$\Delta u_3^{(p)}(z, \Delta t)^{[i]} = {}^t \Delta K^{(n,p)}(\cdot)^{[i]} - \Delta u_3^{(n)}(z, \Delta t)^{[i-1]}, \quad (5.127)$$

b)  ${}^t \Delta u_i = {}^t \Delta u_i$ , w podobszarze  $\Sigma_{\Delta u} = \Sigma_{\Delta u}^{(p)} \cup \Sigma_{\Delta u}^{(n)}$ , gdzie  ${}^t \Delta u_i$  są zadanymi lub znanymi przyrostami przemieszczeń brzegu,

2. Przyrostu naprężeń:

a) dynamiczny warunek brzegowy [74]:

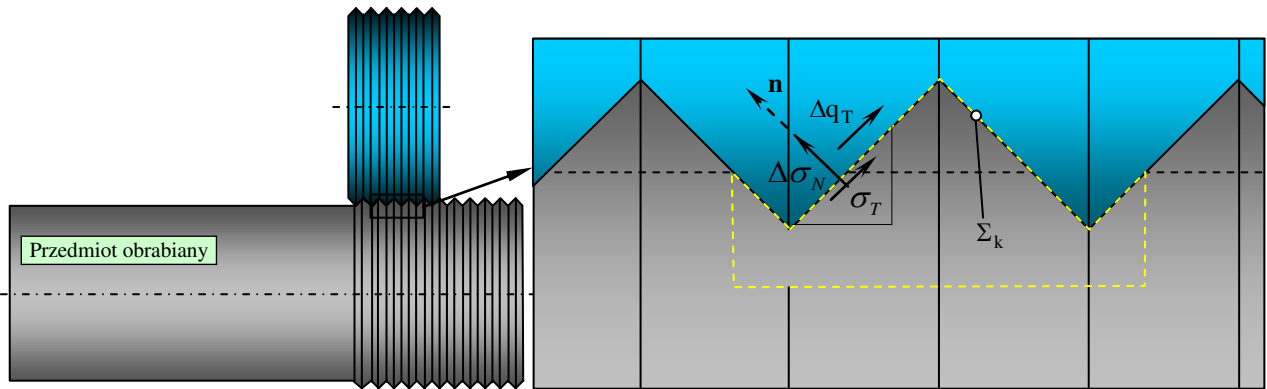
$${}^t \Delta q_i = \sum_j (A_{jt} {}^t \Delta \sigma_{ij}) + \Delta y_3 ({}^t \rho {}^t \Delta \ddot{u}_i \pm {}^t \Delta X_i) \text{ w } \Sigma_k, \text{ gdzie } i, j = 1, 2, 3, \quad (5.128)$$

b) zależności pomiędzy siłami kontaktowymi:

- $\Delta \sigma_{ij} n_j = \Delta t_i$ , w podobszarach  $\Sigma_{pb}$ , gdzie  $\Delta t_i$  są zadanymi lub znanymi przyrostami sił jednostkowych,
- poza podobszarem kontaktu  $\Sigma_k$  i  $\Sigma_{\Delta \sigma}^{(p)}$  i  $\Sigma_{\Delta \sigma}^{(n)}$ , na powierzchniach swobodnych:

$$\Delta \sigma_{ij} n_i n_j = 0, \quad (5.129)$$

gdzie  $n_i$  jest cosinusem kierunkowym wektora  $\mathbf{n}$ .



Rys. 5.26. Warunki brzegowe dla naprężeń

Wykorzystując zależność (5.129) w dynamicznym warunku brzegowym (5.128), przy pominięciu sił masowych i sił bezwładności, otrzymuje się następującą zależność na składowe  $\Delta q_i$  siły wypadkowej  $\Delta q$ , która wiąże poszczególne składowe naprężeń działające na ścianki brzegowego elementu skończonego:

$$\Delta q_i = \Delta \sigma_{ij} n_j = 0, \quad \Delta \underline{\sigma}_N = 0 \quad \text{i} \quad \Delta \underline{\sigma}_T = 0. \quad (5.130)$$

#### 19.4. Sformułowanie zagadnienia brzegowo – początkowego

W oparciu o przedstawiony dotychczas model fizyczny (pkt. 15.2) i matematyczny (pkt. 16 do 18) procesu plastycznego kształtowania nierówności RST, można sformułować odpowiednie zagadnienie brzegowo – początkowe. Rozważa się obiekt (rys. 5.23) o objętości  $V$ , ograniczony brzegiem  $\Sigma$ . Wzajemny kontakt ciał podczas obróbki jest dany przez wartości sztywnych przesunięć przedmiotu  $l_3^{(p)}$  oraz wartości sztywnych obrotów krążka wygniatającego  $\alpha^{(s)}$  i przedmiotu  $\alpha^{(p)}$ . Znane są siły  $F_i$  plastycznego kształtowania nierówności RST działające na przedmiot obrabiany oraz momenty obciążenia krążka wygniatającego  $M^{(n)}$  i przedmiotu  $M^{(p)}$ , a także posuw  $f_w$ , prędkość  $v_p$  wzdłużna przedmiotu obrabianego oraz prędkość wygniatacia  $v_w$ . Nieznanymi są natomiast wyniki dla tych warunków przemieszczenia. Zgodnie z założeniem (pkt. 13.2), w dowolnej chwili  $t$  znana jest konfiguracja początkowa ciała  ${}^0C$  i aktualna  ${}^tC$  oraz związane z nimi wszystkie pola wektorowe

i tensorowe. Poszukiwana jest natomiast następną konfiguracją  ${}^{t+\Delta t}C$  równowagi dynamicznej obiektu. Przyjmując, że w strefach kontaktu występują siły tarcia, rozważane tutaj zagadnienie dla typowego kroku przyrostowego  $t \rightarrow t+\Delta t$  deformacji ciała  $E/VP$ , można sformułować przez następujący, przyrostowy układ równań i nierówności:

1. Przyrostowe równanie ruchu ośrodków ciągłych Naviera z uwzględnieniem przyrostów sił masowych i sił bezwładności d'Alemberta:

$${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij,j}^{\text{II}} + {}^t\rho_i^{\tau}\Delta f_i = {}^t\rho_i^{\tau}\Delta\ddot{u}_i \quad \text{dla } i, j = 1, 2, 3, \mathbf{z} \in V, \quad (5.131)$$

gdzie:  ${}^t\rho_i^{\tau}\Delta f_i = {}^{\tau}\Delta X_i$  jest przyrostem sił masowych,  ${}^t\rho_i^{\tau}\Delta\ddot{u}_i = {}^{\tau}\Delta B_i$  jest przyrostem sił d'Alemberta,  ${}^{\tau}\Delta\ddot{u}_i$  jest przyrostem przyspieszenia wypadkowego, który jest sumą przyrostów przyspieszeń  ${}^{\tau}\Delta\ddot{u}_i'$  wynikających z odkształcenia i przyrostów przyspieszeń  ${}^{\tau}\Delta\ddot{u}_i''$  wynikających z kinematyki procesu ( ${}^{\tau}\Delta\ddot{u}_i = {}^{\tau}\Delta\ddot{u}_i' + {}^{\tau}\Delta\ddot{u}_i''$ ),  ${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij}^{\text{II}}$  są składowymi przyrostu pierwszego tensora naprężenia Pioli – Kirchhoffa na konfiguracji  ${}^tC$ ,  ${}^t\rho$  jest gęstością masy.

2. Równania geometryczne:

- a) przyrost składowych ( ${}^{\tau}\Delta\varepsilon_{ij}$ ) tensora odkształceń Greena – Lagrange'a (5.9), które składają się z addytywnych części: liniowej ( ${}^{\tau}\Delta\bar{\varepsilon}_{ij}$ ) i nieliniowej ( ${}^{\tau}\Delta\tilde{\varepsilon}_{ij}$ ), określone wzorami odpowiednio (5.10) i (5.11),
- b) intensywność przyrostu odkształceń według wzoru (5.18).

3. Równania fizyczne:

- a) nieściśliwości materiału w zakresie odkształceń lepko – plastycznych określone związkami (5.38) i (5.39),
- b) stowarzyszone z chwilowym, termodynamicznym warunkiem plastyczności (5.24) przyrostowe prawo płynięcia (5.30),
- c) przyrost składowych tensora odkształcenia całkowitego według wzoru (5.87),
- d) przyrost składowych tensora naprężenia całkowitego według wzoru (5.99),
- e) przyrost składowych tensora translacji według wzoru (5.104),
- f) zależności pomiędzy przyrostami pierwszego  ${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij}^{\text{II}}$  i drugiego  ${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij}^{\text{III}}$  tensora naprężenia Pioli – Kirchhoffa określa wzór (5.132).

$${}^{\tau}\Delta\sigma_{ij,j}^{\text{II}} = (\delta_{im} + {}^{\tau}\Delta u_{i,m}) {}^{\tau}\Delta\sigma_{ij,j}^{\text{III}}, \quad {}^t\sigma_{ij,j}^{\text{II}} = {}^t\sigma_{ij,j}^{\text{III}} \quad (5.132)$$

gdzie:  ${}^{\tau}\Delta u_i$  jest przyrostem przemieszczenia,  $\delta_{im}$  jest deltą Kroneckera.

4. Równania kinematyczne:

- a) składowe prędkości odkształcenia całkowitego:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{1 - {}^t\tilde{S}^{**}} (\dot{\varepsilon}_{ij}^{(E)} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{**}) \quad (5.133)$$

i ich przyrosty według wzoru:

$$\Delta\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{1 - {}^t\tilde{S}^{**}} (\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}^{(E)} + \Delta\dot{\varepsilon}_{ij}^{**}), \quad (5.134)$$

- b) intensywność prędkości odkształcenia według wzoru (5.19).

5. Model dynamicznych naprężeń uplastyczniających (5.17).

Powyższe równania rozpatrywać należy z następującymi warunkami:

- chwilowy, dynamiczny warunek plastyczności HMM – równanie (5.23),
- warunki tarcia w strefie kontaktu – wzory z pkt 18.4,

- warunki początkowe opisane w pkt. 19.2,
- warunki brzegowe – pkt. 19.3,
- warunki równowagi przyrostów sił i momentów:

$$\iint_{\Sigma_{zw}} {}^t \mathbf{A} {}^t \mathbf{N}_t {}^t \Delta \mathbf{q}_i d^t \Sigma_k = {}^t \Delta \mathbf{F}_i, \quad (5.135)$$

$$\iint_{\Sigma_k} (z_{1t} {}^t \Delta \mathbf{q}_3 + z_{3t} {}^t \Delta \mathbf{q}_1) d^t \Sigma_k = {}^t \Delta \mathbf{M}, \quad (5.136)$$

gdzie:  $\mathbf{A}$  jest wektorem wodzącym dowolnego punktu leżącego na powierzchni kontaktu, a  $\mathbf{N}$  jest wektorem normalnym do tej powierzchni w rozpatrywanym punkcie.

Powyższy układ związków stanowi sformułowanie zagadnienia brzegowo – początkowego dla przypadku plastycznego kształtowania nierówności RST. Analityczne ich rozwiązanie, tj. określenie przyrostowych pól: przemieszczeń  $\Delta u_i$ , odkształceń  $\Delta \varepsilon_{ij}$ , prędkości  $\Delta \dot{u}_i$ , przyspieszeń  $\Delta \ddot{u}_i$ , prędkości odkształceń  $\Delta \dot{\varepsilon}_{ij}$ , naprężeń  $\Delta \sigma_{ij}$  jest niemożliwe, m.in. ze względu na złożony układ równań różniczkowych i postać równań konstytutywnych. Dodatkowymi utrudnieniami uniemożliwiającymi ściśle rozwiązanie problemu jest złożona postać funkcji  $f(\mathbf{z})$  struktury geometrycznej powierzchni warstwy wierzchniej po obróbce poprzedzającej i funkcji  $F(\mathbf{z})$  powierzchni elementu wygniatającego. Dlatego też dla celów inżynierskich stosuje się przybliżone metody rozwiązania problemu. Efektywne rozwiązanie problemu otrzymuje się stosując sformułowanie wariacyjne równań ruchu. Równania wariacyjne dyskretyzuje się metodą elementów skończonych otrzymując odpowiednie układy równań, w których niewiadomymi są pola przyrostu przemieszczeń węzłów.

## 20. Równanie ruchu obiektu

### 20.1. Wariacyjne sformułowanie równania ruchu

Na temat zastosowania metod wariacyjnych w mechanice ciała stałego istnieje bogata literatura dotycząca zagadnień liniowych np. [217] oraz nieliniowych np. [2, 3, 37, 38]. Brak jest natomiast wariacyjnych sformułowań podwójnie nieliniowej dynamiki. Dlatego też, w niniejszym punkcie przedstawione będzie wariacyjne sformułowanie problemu brzegowo – początkowego opisanego w punkcie 19.4. Badania nad wykorzystaniem metod wariacyjnych do sformułowania przyrostowego równania ruchu obiektu w procesie nagniatania są realizowane pod kierownictwem naukowym L. Kukielki. W niniejszej pracy model ten dostosowano do analizowanego tutaj przypadku wygniatacia nierówności RST poddanych dalszemu nagniataniu gładkościowemu.

Zgodnie z przyjętym modelem fizycznym procesu wygniatacia nierówności RST (pkt. 15.2), element wygniatający traktowany jest jako ciało sprężyste o dużej sztywności, natomiast przedmiot traktuje się jako ciało, w którym mogą wystąpić odkształcenia sprężyste ( $E$ ) i lepko – plastyczne ( $VP$ ). Ciało to (skrót:  $E/VP$ ) charakteryzowane jest izotropowym, kinematycznym lub mieszanym (izotropowo – kinematycznym) modelem wzmocnienia. Rozważony będzie przypadek wzmocnienia mieszanego, gdyż otrzymane równania mają ogólną postać i mogą być następnie wykorzystane do otrzymania rozwiązań szczególnych dla materiałów charakteryzowanych izotropowym lub kinematycznym modelem wzmocnienia. Są to fizycznie i geometrycznie nieliniowe problemy dynamiki ciała  $E/VP$  a w takich przypadkach konieczne jest zastosowanie opisu przyrostowego. Rozpatrywane więc będą przyrostowe, przestrzenne problemy brzegowo – początkowe w dynamice opisane układem równań i warunków podanych w punkcie 19.4.

W niniejszej pracy w celu sformułowania wariacyjnego równania ruchu dobrano funkcjonalą będącą przyrostem całkowitej energii układu, którego warunkiem stacjonarności są odpowiednie równania problemu.

## 20.2. Przyrostowy funkcjonal i warunek jego stacjonarności dla przypadku wygniatania nierówności RST

W celu wariacyjnego sformułowania przyrostowego równania ruchu obiektu dla przypadku wygniatania nierówności RST wprowadzono funkcjonal wariacyjny, w którym występuje tylko jedno niezależne pole, a mianowicie pole przyrostu przemieszczeń, natomiast warunkiem stacjonarności tego funkcjonala są równania problemu wymienione w punktach 15 i 16. Ponadto przyjęto, że spełnione są równania zgodności (pkt. 19.1) oraz warunki początkowe (pkt. 19.2) i brzegowe (pkt. 19.3). Takie założenia prowadzą do tak zwanego zgodnego, wyrażonego w przyrostach przemieszczeń, modelu dla zagadnień nieliniowej dynamiki.

W celu sformułowania przyrostowego równania ruchu zastosowano zasadę wariacyjną, która pochodzi ze znanego równania Lagrange'a [21, 37], zmodyfikowanego tutaj w taki sposób, że wartość stacjonarna jest poszukiwana dla funkcjonala przyrostowego  $\mathbf{J}[\tau \Delta u_i]$ , określonego całką względem czasu:

$$\mathbf{J}[\tau \Delta u_i] = \int_{t_p}^{t_k} \tau \Delta E_c dt, \quad (5.137)$$

gdzie:  $\tau \Delta u_i$  jest przyrostem wektora przemieszczeń,  $\tau \Delta E_c$  jest przyrostem całkowitej energii obiektu i w rozważanym przypadku ma postać:

$$\begin{aligned} \tau \Delta E_c &= \tau \Delta U - \tau \Delta E_k + \tau \Delta E_d = \tau \Delta L + \tau \Delta E_d + \tau \Delta E_f = \\ &= \tau \Delta E_d - \tau \Delta E_k + \tau \Delta E_f + \tau \Delta E_o + \tau \Delta E_q, \end{aligned} \quad (5.138)$$

gdzie:

$\tau \Delta E_k$  – przyrost energii kinetycznej poruszającego się obiektu,

$\tau \Delta U = \tau \Delta E_f + \tau \Delta E_o + \tau \Delta E_q$  – przyrost całkowitej energii potencjalnej obiektu,

$\tau \Delta E_d$  – przyrost energii dyssypacji (rozpraszania),

$\tau \Delta E_f, \tau \Delta E_o, \tau \Delta E_q$  – przyrost energii potencjalnej sił masowych  $f$ , odkształcenia  $o$  i obciążeń powierzchniowych  $q$ ,

$\tau \Delta L = \tau \Delta E_o - \tau \Delta E_k + \tau \Delta E_q$  – przyrost funkcji Lagrange'a.

Podstawowym twierdzeniem do wariacyjnego sformułowania równań ruchu w liniowej dynamice jest zasada Hamiltona [21, 221], natomiast w fizycznie i geometrycznie nieliniowej dynamice - przyrostowa wersja tej zasady [77]. Według tej wersji twierdzi się, że *wśród wszystkich dopuszczalnych pól przyrostu przemieszczeń  $\tau \Delta u_i(x, \tau)$  spełniających zadane kinematyczne warunki brzegowe, tj. dla przyrostu przemieszczeń oraz przyjmujących zadane warunki w chwilach  $\tau = t_p$  i  $\tau = t_k$ , rzeczywiste pole przemieszczeń czyni stacjonarnym funkcjonal zdefiniowany wzorem (5.137), wówczas:*

$$\delta(\mathbf{J}[\tau \Delta u_i]) = \frac{\partial(\mathbf{J}[\tau \Delta u_i])}{\partial(\tau \Delta u_i)} \delta(\tau \Delta u_i) = 0, \quad (5.139)$$

przy czym wariacja  $\delta$  liczona jest względem przyrostu przemieszczenia  $\tau \Delta u_i(x, \tau)$ . O wariacjach  $\delta(\tau \Delta u_i)$  zakłada się, że znikają na części powierzchni granicznej  $\Sigma_{\Delta u}$ , gdzie zadane są przyrosty przemieszczenia (rys. 5.26). Stąd też całka powierzchniowa może być rozpostarta na  $\Sigma - \Sigma_{\Delta u}$  zamiast na całej powierzchni  $\Sigma$ .

Warunek (5.136) jest ogólnym warunkiem stacjonarności funkcjonala przyrostowego dla nieliniowych zagadnień dynamicznych i jest słuszny dla dowolnie przyjętego opisu procesu deformacji oraz dla dowolnych ośrodków ciągłych. Postacie szczególne tego warunku otrzymuje się przez zastosowanie:

- a) odpowiedniego opisu procesu deformacji,
- b) właściwych równań konstytutywnych wiążących przyrosty naprężenia i przyrosty odkształcenia,
- c) adekwatnych miar opisu stanu przyrostu: odkształcenia i naprężenia.

Warunek (5.136) zostanie wykorzystany do sformułowania równania ruchu dla omawianych tutaj zagadnień fizycznie i geometrycznie nieliniowej dynamiki procesu wygniatania nierówności RST na materiale o właściwościach  $E/VP$  ze wzmocnieniem mieszanym.

Do rozważań przyjęto wirujące ciało odkształcalne. Uzyskane zgodnie z wzorem (5.137) przyrostowy funkcjonal poddano operacji wariacji zgodnie ze wzorem (5.139), a następnie całkowania przez części względem zmiennej czasowej  $t$  oraz dyskretyzacji metodą elementów skończonych (MES) otrzymując układ równań dyskretnych.

Ważnym etapem modelowania jest dyskretyzacja obiektu. W nowoczesnych systemach obliczeniowych proces ten w dużym stopniu jest zautomatyzowany. Źle przeprowadzona dyskretyzacja jest powodem uzyskiwania znacznych błędów w wynikach symulacji. Najczęściej stosuje się następujące sposoby dyskretyzacji: technika prymitywów, technika superelementów, triangularyzacja i algorytmy adaptacyjne.

W technice prymitywów tworzy się algorytmy podziału siatki dla wybranych najczęściej używanych figur geometrycznych i brył. W systemach obliczeniowych są zaimplementowane gotowe siatki dla np. prostokąta, trójkąta, pierścienia, stożka ściętego, walca sfery i inne. Siatki dla obszarów złożonych można otrzymywać poprzez stosowanie kombinacji różnych prymitywów, odejmowanie lub dodawanie węzłów. Wadą tej techniki jest jej ograniczone zastosowanie dotyczy to głównie obszarów złożonych geometrycznie.

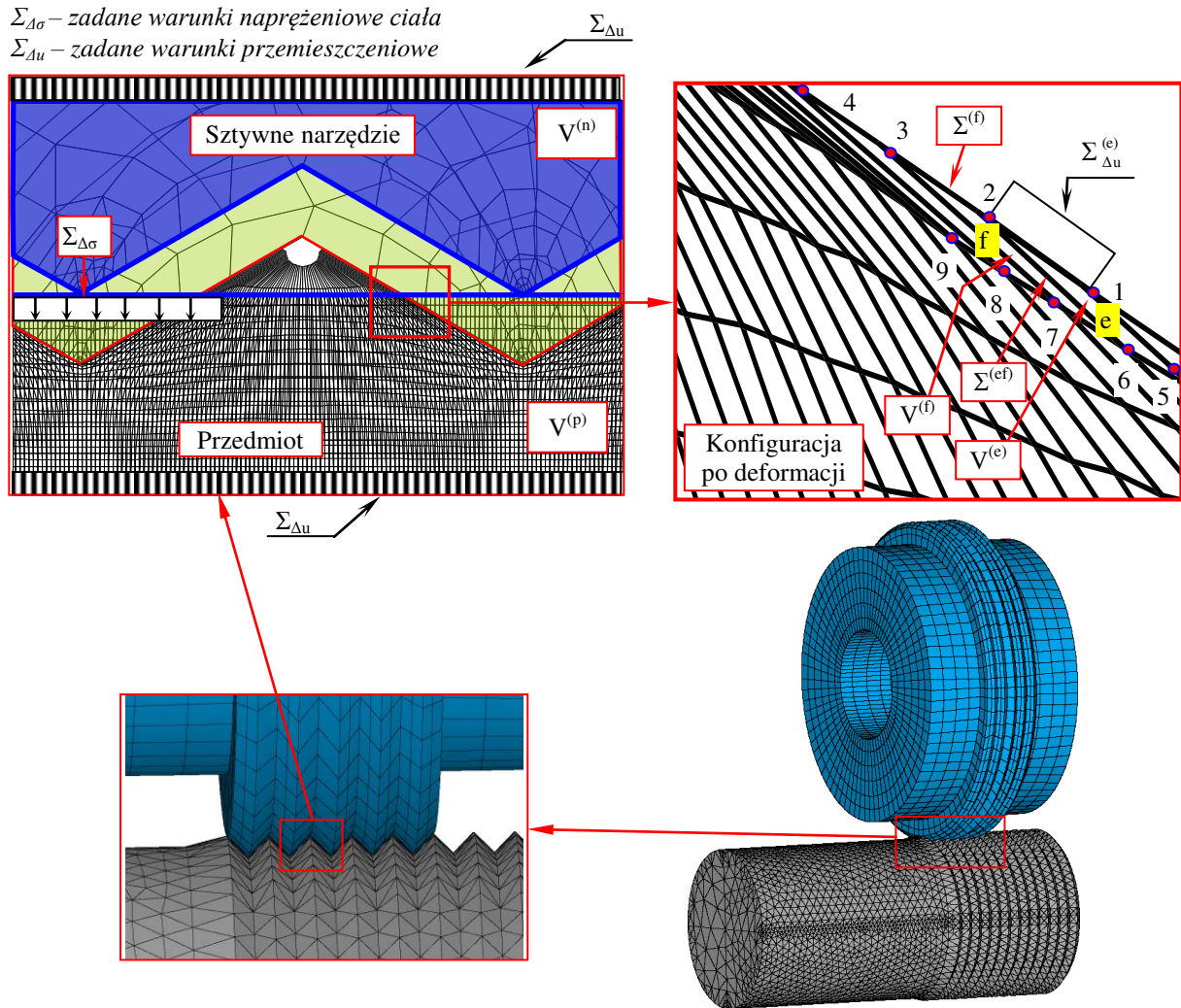
Technika superelementów polega na tym, że obszar dzieli się najpierw zgrubnie na duże elementy skończone (superelementy), a następnie określa się podział z potrzebną gęstością. Technika ta jest bardzo efektywna, szczególnie do tworzenia siatek dla izoparametrowego sformułowania MES oraz w technikach adaptacyjnych.

Technika generowania siatek elementów skończonych zwana triangularyzacją polega na podziale dowolnego obszaru na trójkąty. Najczęściej zadanie to jest definiowane poprzez podanie węzłów leżących na brzegach, węzłów stałych (np. dla zadania warunków brzegowych, obciążeń, itd.) oraz gęstości podziału. Odpowiednio podając te parametry można dyskretyzować każdy obszar z narzuconymi węzłami stałymi, z miejscami zagęszczenia siatki. Algorytmy realizujące triangularyzację charakteryzują się dużą złożonością oraz często są zawodne dla pewnych szczególnych danych.

Szerokie uznanie zyskują techniki adaptacyjne do generowania siatki. Polegają one na tym, że na kroku obliczeniowym jest modyfikowana siatka. Technika ta jest niezwykle przydatna przy modelowaniu dużych deformacji ciała lub podczas modelowania procesów obróbki plastycznej, gdy ciągle zmienia się obszar kontaktu ciał.

W analizowanym przypadku rozpatrzono objętość  $V$  będącą sumą objętości przedmiotu ( $V^p$ ) i objętości narzędzia ( $V^n$ ). Objętość  $V$  dzieli się na  $E$  rozłącznych podobieństw ( $V^e$ ) o prostych kształtach zwane elementami skończonymi. Przy czym, w celu zwiększenia dokładności obliczeń, siatkę elementów w strefie kontaktu ciał zagęszczano. W każdym elemencie skończonym ustala się zbiór  $W_{(e)}$  punktów węzłowych. Elementy łączą się we wspólnych węzłach. Brzeg elementu  $e$  oznaczony jest symbolem  $\Sigma^{(e)}$  zaś wspólny brzeg dwu sąsiadujących za sobą elementów  $e$  i  $f$  symbolem  $\Sigma^{(ef)}$ ,  $ef = 1, \dots, E$ ,  $e \neq f$ . Każdy z wydzielonych elementów skończonych opisany będzie względem lokalnego układu współrzędnych  $\{^t x^{(e)}\}$  (rys. 5.27).





Rys. 5.27. Przykład dyskretyzacji obiektu oraz widok siatki elementów skończonych przed i po deformacji

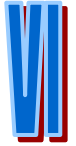
### 20.3. Ogólna postać równania ruchu obiektu dyskretnego

Pisząc szczególne równania ruchu dla wszystkich elementów skończonych wydzielonych z narzędzia i przedmiotu, po ich sumowaniu otrzymuje się równanie ruchu procesu plastycznego kształtowania nierówności RST. Ogólne równanie ruchu obiektu dyskretnego ma wówczas postać:

$$[{}^t\mathbf{M}]\{{}^t\Delta\ddot{\mathbf{r}}\} + [{}^t\mathbf{C}_T(\cdot)]\{{}^t\Delta\dot{\mathbf{r}}\} + ([{}^t\mathbf{K}_T(\cdot)] + [{}^t\Delta\mathbf{K}_T(\cdot)])\{{}^t\Delta\mathbf{r}\} = \{{}^t\Delta\mathbf{R}_T(\cdot)\} + \{{}^t\Delta\mathbf{F}(\cdot)\} + \{{}^t\mathbf{F}_T(\cdot)\}, \quad (5.140)$$

gdzie  $[{}^t\mathbf{M}]$  – chwilowa macierz mas układu,  $[{}^t\mathbf{C}_T]$  – chwilowa macierz tłumienia,  $[{}^t\mathbf{K}_T]$  – chwilowa macierz sztywności,  $\{{}^t\mathbf{F}_T\}$ ,  $\{{}^t\Delta\mathbf{F}_T\}$  – odpowiednio chwilowy wektor obciążeń wewnętrznych węzłów oraz jego przyrost,  $\{{}^t\mathbf{R}\}$ ,  $\{{}^t\Delta\mathbf{R}\}$  – odpowiednio wektor obciążeń powierzchniowych oraz jego przyrost,  $\{{}^t\Delta\mathbf{r}\}$  – wektor przyrostów przemieszczeń węzłów,  $\{{}^t\Delta\dot{\mathbf{r}}\}$  – wektor przyrostu prędkości węzłów,  $\{{}^t\Delta\ddot{\mathbf{r}}\}$  – wektor przyrostów przyspieszeń węzłów.

Równanie macierzowe (5.140) będące układem  $N$  równań różniczkowych zwyczajnych rzędu drugiego o stałych (na kroku przyrostowym) współczynnikach wraz z warunkami początkowymi (pkt. 19.2) i brzegowymi (pkt. 19.3) są sformułowaniem przyrostowym równowagi dynamicznej procesu wygniataania nierówności RST dla przypadku ogólnego.



## ANALIZA I SYMULACJA NUMERYCZNA

### 21. Rozwiązanie dyskretnych równań ruchu

Rozwiązanie równania ruchu (układu równań) (5.140) nie jest możliwe, gdyż liczba występujących niewiadomych znacznie przewyższa liczbę równań, zawiera:  $N$  równań, w których występuje  $3N$  niewiadomych tj. składowych wektorów:  $\{^t\Delta\mathbf{r}\}$ ,  $\{^t\Delta\dot{\mathbf{r}}\}$  i  $\{^t\Delta\ddot{\mathbf{r}}\}$  i  $2N$  niewiadomych – składowych wektorów  $\{^t\Delta\mathbf{F}_T\}$  i  $\{^t\Delta\mathbf{R}\}$  oraz  $N^2$  niewiadomych elementów macierzy  $[^t\Delta\mathbf{K}_T]$ . W celu redukcji liczby zmiennych stosuje się znane w literaturze np. [105, 106, 109, 127, 175] następujące metody aproksymacji: różnic centralnych, Houbolta, Wilsona i Newmarka. Zaproponowane metody umożliwiają jedynie rozwiązanie przybliżone. W tym celu konieczne jest zmniejszenie liczby występujących w nich zmiennych. Polega to na wyrażeniu wektorów  $\{^t\Delta\dot{\mathbf{r}}\}$  i  $\{^t\Delta\ddot{\mathbf{r}}\}$  za pomocą wektora  $\{^t\Delta\mathbf{r}\}$ . Po zastosowaniu metod bezpośredniego całkowania i po odpowiednim uwzględnieniu w równaniu ruchu warunków początkowych i brzegowych podanych w sposób jawny, otrzymuje się odpowiedni układ  $N$  równań zawierających  $N$  niewiadomych.

Wybór sposobu rozwiązania równania ruchu zależy od tego czy w modelowanym procesie występują małe czy też duże odkształcenia lub czy jest to proces wolno czy też szybkozmienny. Rozwiązanie dla procesów wolnozmiennych oraz niewielkich odkształceń uzyskuje się zazwyczaj metodami całkowania niejawnego. Natomiast do analizy procesów szybkozmiennych oraz występujących dużych odkształceń wykorzystuje się całkowanie równania ruchu metodami jawnymi (explicit). Po przeanalizowaniu obu sposobów rozwiązania równania ruchu oraz przeprowadzeniu analiz procesu plastycznego kształtowania nierówności RST stwierdzono, że występują w nim duże odkształcenia lepko – plastyczne, dlatego też do rozwiązania numerycznego użyto metodę całkowania jawnego.

W metodzie explicit przyjmuje się różnicową aproksymację pochodnych cząstkowych przemieszczeń zgodnie z równaniami:

$$\{^t\dot{\mathbf{r}}\} = \frac{1}{2\Delta t} \{^{t+\Delta t}\mathbf{r}\} - \{^{t-\Delta t}\mathbf{r}\}, \quad (6.2)$$

$$\{^t\ddot{\mathbf{r}}\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{^{t+\Delta t}\mathbf{r}\} - 2\{^t\mathbf{r}\} + \{^{t-\Delta t}\mathbf{r}\}, \quad (6.3)$$

gdzie  $\Delta t$  jest przyrostem czasu.

Pisząc równanie (5.140) dla chwili  $t$

$$[^{t-\Delta t}\mathbf{M}]\{_{t-\Delta t}^t\ddot{\mathbf{r}}\} + [_{t-\Delta t}^t\mathbf{C}_T]\{_{t-\Delta t}^t\dot{\mathbf{r}}\} + [_{t-\Delta t}^t\mathbf{K}_T]\{_{t-\Delta t}^t\mathbf{r}\} = \{_{t-\Delta t}^t\mathbf{F}_T\} + \{_{t-\Delta t}^t\mathbf{R}\}, \quad (6.4)$$

oraz wprowadzając do niego zależności (6.2) i (6.3) otrzymuje się układ równań, pozwalających na określenie stanu przemieszczenia węzłów układu w chwili  $t$ .

$$[^{t-\Delta t}\tilde{\mathbf{M}}]\{^t\mathbf{r}\} = \{_{t-\Delta t}^t\tilde{\mathbf{R}}_T\}, \quad (6.5)$$

gdzie oznaczono:

$$\begin{aligned} \left[ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \tilde{\mathbf{M}} \\ {}^{t-\Delta t} \tilde{\mathbf{R}}_T \end{matrix} \right] &= \frac{1}{\Delta t^2} \left[ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \mathbf{M} \\ {}^{t-\Delta t} \mathbf{F}_T \end{matrix} \right] + \frac{1}{2\Delta t} \left[ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \mathbf{C}_T \\ {}^{t-\Delta t} \mathbf{R} \end{matrix} \right] \\ \left\{ \begin{matrix} {}^t \tilde{\mathbf{R}}_T \\ {}^t \mathbf{r} \end{matrix} \right\} &= \left\{ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \mathbf{F}_T \\ {}^{t-\Delta t} \mathbf{R} \end{matrix} \right\} - \left[ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \mathbf{K}_T \\ {}^{t-\Delta t} \mathbf{C}_T \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \mathbf{r} \\ {}^{t-\Delta t} \mathbf{r} \end{matrix} \right\} + \frac{2\mathbf{r}^t - \mathbf{r}^{t-\Delta t}}{\Delta t^2} \left[ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \mathbf{M} \\ {}^{t-\Delta t} \mathbf{C}_T \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} {}^{t-\Delta t} \mathbf{r} \\ {}^{t-\Delta t} \mathbf{r} \end{matrix} \right\}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

W celu zapewnienia zbieżności rozwiązania musi być spełniona zależność:

$$\Delta t \leq \Delta t_{kr} = \frac{T_N}{\pi}, \quad (6.7)$$

gdzie  $T_N$  jest najmniejszym okresem drgań własnych układu dyskretnego o  $N$  stopniach swobody. Dla celów praktycznych zachowanie się układu może być opisane z dostateczną dokładnością na drodze superpozycji kilku pierwszych postaci drgań; tym samym przyjęcie nawet wielokrotnie większego przyrostu  $\Delta t$  prowadzić może do zadowalającego wyniku.

Wyprowadzone równanie (6.6) obok liniowych składników tłumienia zawiera również składniki nieliniowe. Ponieważ problematyka tłumienia w ciałach stałych dla różnych przypadków drgań nie została dotychczas wyjaśniona, dlatego też za [64] przyjęto tłumienie proporcjonalne (liniowe) Rayleigh'a według wzoru:

$$[\mathbf{C}_T] = \alpha_0[\mathbf{K}] + \alpha_1[\mathbf{M}]. \quad (6.8)$$

Algorytm metody różnic centralnych, obejmujący omówione sformułowania, można przedstawić w następujący sposób:

#### Etap I

1. Utworzenie macierzy mas  $[\mathbf{M}]$  i tłumienia  $[\mathbf{C}]$  oraz początkowych wektorów zewnętrznych obciążeń węzłowych  $\{ {}^t_0 \mathbf{R} \}$  i wewnętrznych sił węzłowych  $\{ {}^t_0 \mathbf{F}_T \}$ .
2. Określenie kroku przyrostowego  $\Delta t$  na podstawie  $\Delta t_{kr}$ .
3. Wprowadzenie wartości początkowych  $\{ {}^t_0 \mathbf{r} \}$  i  $\{ {}^t_0 \dot{\mathbf{r}} \}$  do wektorów  $\{ {}^t \mathbf{r} \}$  i  $\{ {}^{t-\Delta t} \mathbf{r} \}$ .
4. Utworzenie efektywnej macierzy mas  $[\tilde{\mathbf{M}}]$ .

#### Etap II

1. Wyznaczenie wektora efektywnych obciążeń węzłowych  $\{ {}^t \tilde{\mathbf{R}} \}$ .
2. Rozwiązanie równania (określenie wektora przemieszczeń węzłowych)  $[\tilde{\mathbf{M}}] \{ {}^t \mathbf{r} \} = \{ {}^t \tilde{\mathbf{R}} \}$ .
3. Aktualizacja wartości wektorów przemieszczeń  $\{ {}^t \mathbf{r} \} \rightarrow \{ {}^{t-\Delta t} \mathbf{r} \}$ ,  $\{ {}^{t+\Delta t} \mathbf{r} \} \rightarrow \{ {}^t \mathbf{r} \}$ .
4. powtarzanie czynności drugiego etapu obliczeń (1 ÷ 3) aż do chwili  $t_k$ .

## 22. Analiza numeryczna

Początki komputerowego wspomaganie projektowania wiążą się z opublikowaniem idei metody elementów skończonych (1956 r) [218]. Obecnie istnieje wiele programów komputerowych wykorzystujących metodę elementów skończonych np. *Abaqus*, *Nastran*, *Patran*, *Adina*, *Ansys*. Wybór systemu obliczeniowego jest zależny od wielu czynników np.: czy dany system może rozwiązywać dany problem, czy zaimplementowane równania w systemie są poprawne (użycie różnych rozwiązań teoretycznych), cena produktu, dostępność do szkoleń, publikacji i inne.

Do analizy procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności zastosowano program *Ansys/LsDyna* firmy SWANSON ANALYSIS SYSTEMS Inc. Jest to jeden z wielu produktów komercyjnych umożliwiających analizę różnorodnych procesów. O wyborze tego oprogramowania zdecydowało przede wszystkim to, że użytkownik ma znaczny wpływ na proces modelowania, wybór algorytmów, możliwość ustawiania wielu opcji. Brak wielu automatycznych ustawień powoduje, że oprogramowanie to nie jest zbyt wygodne dla inżyniera, lecz niezwykle przydatne dla pracy naukowej, gdzie niejednokrotnie wymaga się niestandardowego podejścia do problemu.

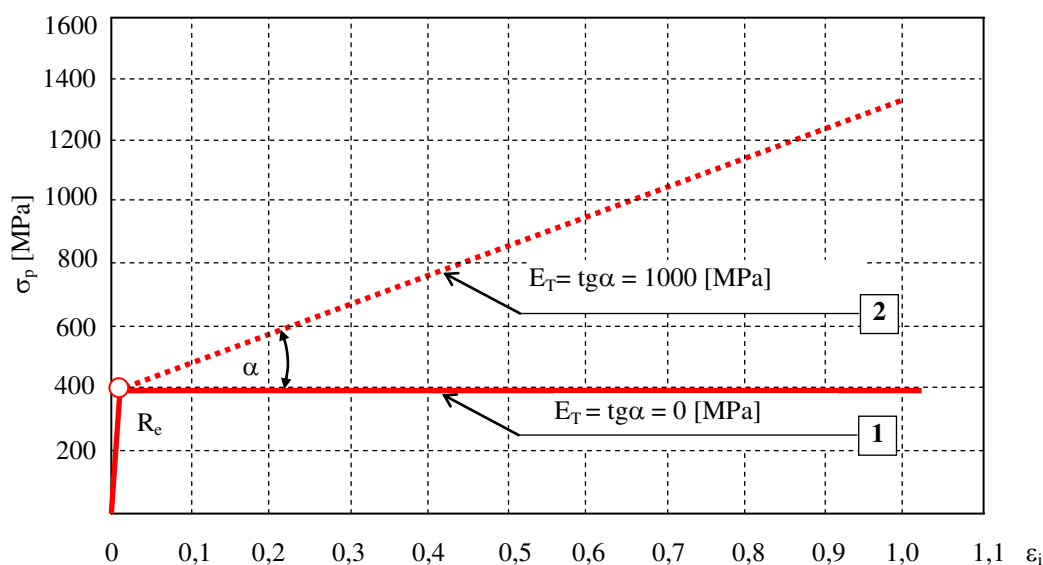
Symulacje komputerowe przeprowadzono dla następujących przypadków:

- a) symulacja procesu plastycznego kształtowania nierówności RST narzędziem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym,
  - b) symulacja procesu plastycznego kształtowania nierówności RST narzędziem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym,
  - c) propozycja własnych narzędzi do kształtowania nierówności RST:
    - narzędzie typ *A*,
    - narzędzie typ *B*,
  - d) korekcja narzędzia, uwzględniająca wpływ odkształceń sprężystych materiału obrabianego.
- Celem przeprowadzonych analiz komputerowych jest:

- 1) walidacja – sprawdzenie poprawności działania systemu komputerowego oraz słuszności zaimplementowanych rozważań teoretycznych poprzez porównanie rozwiązania komputerowego z wynikami badań eksperymentalnych,
- 2) wyznaczenie czynników istotnie wpływających na zjawisko tworzenia się szczelin na wierzchołkach wygniatających nierówności RST,
- 3) propozycja nowych geometrii części roboczych narzędzi.

Wszystkie symulacje komputerowe zrealizowano dla płaskiego stanu odkształcenia i przestrzennego stanu naprężenia. Takie rozwiązanie pozwala transponować wyniki na obiekt trójwymiarowy, przy założeniu, że nie powstaje fala przed i za narzędziem na obwodzie przedmiotu. Dla poszczególnych przypadków analizy numerycznej opracowano makra w języku *APDL* (Załącznik II). W każdym z makr można dokonywać zmian wartości zadeklarowanych parametrów: wielkości geometryczne narzędzia i przedmiotu, parametry modelu materiałowego, współczynnik tarcia i inne.

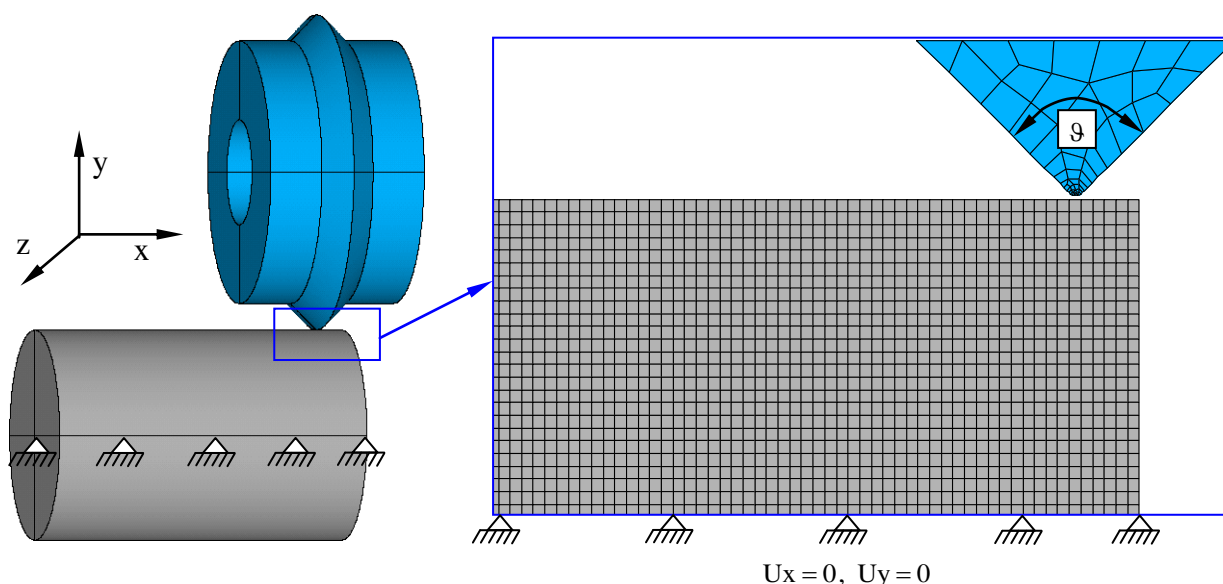
Do symulacji komputerowych użyto modelu materiałowego sprężysto/lepko – plastycznego z liniowym wzmocnieniem (rys. 6.1). Zastosowanie takiego modelu pozwala na analizę dla różnych wartości parametrów materiału tj. zmianę granicy plastyczności  $R_e$  oraz modułu wzmocnienia  $E_T$ . Ze względu na to, że wyniki badań wstępnych nie wykazują istotnego wpływu prędkości odkształcenia (dla wybranych przedziałów zmienności parametrów), do symulacji komputerowych przyjęto jedną wartość prędkości odkształcenia  $\dot{\varphi}_i = 1,6 [s^{-1}]$ . Natomiast do analiz komputerowych mających na celu: walidację programu, opracowanie nowej konstrukcji części roboczej krążka wygniatającego nierówności RST oraz opracowanie funkcji korekcji narzędzia, zastosowano własny model materiałowy dla stali 45, opracowany w Części V niniejszej pracy.



Rys. 6.1. Modele materiału: 1 – sprężysto/lepko – plastyczny bez umocnienia, 2 – sprężysto/lepko – plastyczny z umocnieniem liniowym dla  $\dot{\varphi}_i = 1,6 [s^{-1}]$

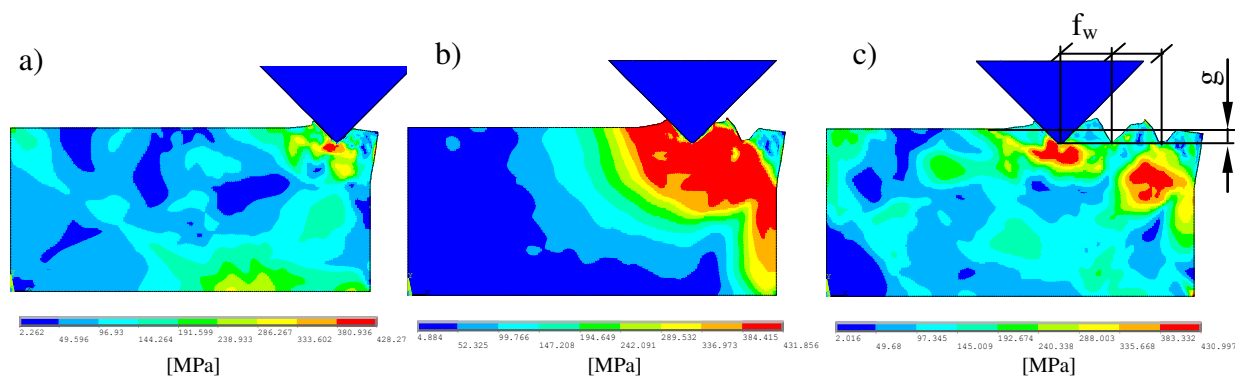
## 22.1 Symulacja procesu plastycznego kształtowania nierówności RST krążkiem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym

Pierwszy etap badań symulacyjnych (walidacja programu *Ansys/LsDyna*) ma na celu porównanie wyników obliczeń z wynikami wstępnych badań eksperymentalnych, których wyniki przedstawiono w pkt. 5.2. Walidacji dokonano modelując i symulując proces plastycznego kształtowania nierówności RST za pomocą krążka o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym. Geometrię narzędzia i przedmiotu oraz ich modele dyskretne przedstawiono na rysunku 6.2.

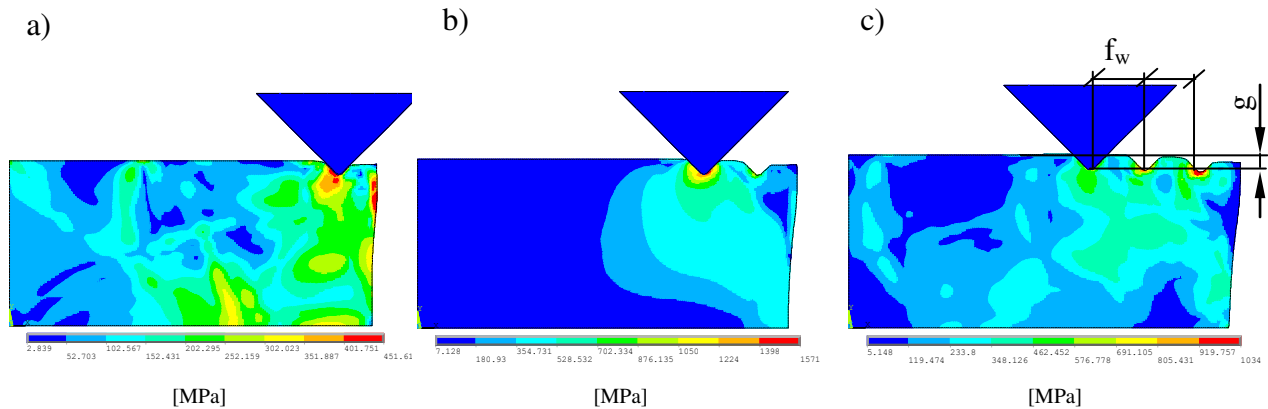


Rys. 6.2. Obiekt badań i jego model dyskretny

Analizowano klin o kącie wierzchołkowym  $\vartheta = 2\theta = 90^\circ$ . W dolnej części modelu każdemu węzłowi siatki elementów skończonych odebrano translacyjne stopnie swobody na kierunku  $U_x$  oraz  $U_y$ . Na boki modelu nie nałożono żadnych warunków brzożowych, ani początkowych. Zgodnie z badaniami wstępnymi, narzędzie wciskano na różne głębokości  $g$  oraz zadawano różne posuwy  $f_w$ . Wybrane wyniki symulacji przedstawiono na rysunkach 6.3 i 6.4.



Rys. 6.3. Intensywność naprężeń po pierwszym (a), drugim (b) i trzecim zagłębieniu klina (c), dla  $\mu = 0,05$ ,  $f_w = 0,4$  [mm/obr] oraz  $g \approx 0,2$  [mm]



Rys. 6.4. Intensywność naprężeń pierwszym (a), drugim (b) i trzecim zagłębieniu klina (c), dla  $\mu = 0,05$ ,  $f_w = 0,95$  [mm/obr] oraz  $g \approx 0,475$  [mm]

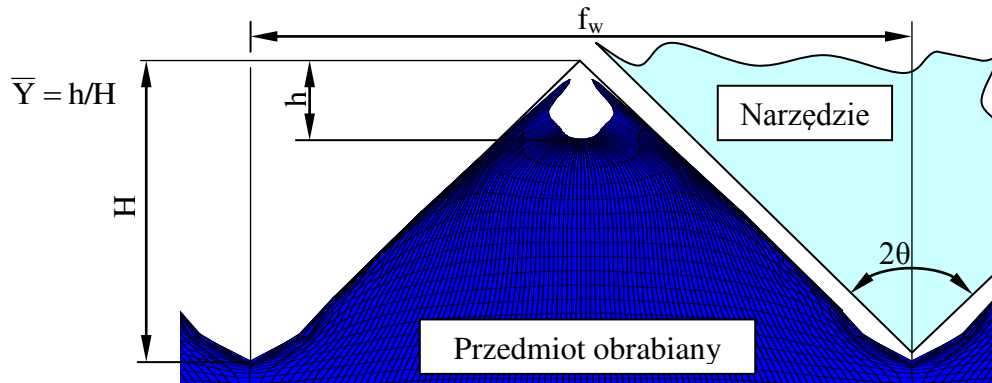
Dla symulowanego przypadku uzyskano zgodność 98% z wynikami badań eksperymentalnych (pkt. 5.2). Analogicznie jak w przypadku badań eksperymentalnych dla małych posuwów  $f_w$  nie uzyskiwano nierówności RST (rys. 6.3). Ze wzrostem posuwu  $f_w$  poprawia się regularność kształtowanych nierówności. Na rysunku 6.4 potwierdzono możliwość kształtowania nierówności RST, jednak o niepełnym zarysie. Wyniki symulacji potwierdzają, że kilka początkowych nierówności RST posiada niższą wysokość w stosunku do pozostałych. Jest to spowodowane swobodnym płynięciem materiału na boki.

## 22.2 Symulacja procesu plastycznego kształtowania nierówności RST narzędziem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym

Przeprowadzone w ramach niniejszej pracy badania eksperymentalne (Część II i Część III) pozwoliły na wyodrębnienie kilku czynników mogących istotnie wpływać na proces plastycznego kształtowania nierówności RST a dokładniej na niekorzystne zjawisko tworzenia się szczeliny na wierzchołku nierówności. Ze względu na bardzo dużą zgodność wyników badań eksperymentalnych z symulacjami komputerowymi oraz ze względu na wysoką cenę prowadzenia badań eksperymentalnych nad wyeliminowaniem tego niekorzystnego zjawiska z procesu zastosowano nowe podejście – połączenie analizy numerycznej z zastosowaniem MES z planowaniem doświadczeń i opracowaniem ich wyników [8]. Połączenie tych dwóch metod pozwoli na ilościowy opis wpływu poszczególnych czynników na zjawisko tworzenia się szczeliny na wierzchołku nierówności RST. Wadą takiego podejścia jest niemożliwość uwzględnienia zakłóceń występujących w rzeczywistych badaniach eksperymentalnych oraz brak losowości wyników eksperymentu. Dlatego przy takim podejściu należy wiele uwagi poświęcić na poprawne opracowanie modelu fizycznego a następnie matematycznego. Proponowane podejście może być wykorzystane do optymalizacji procesu i poważnie ograniczyć obszar poszukiwań, co zaowocuje znacznym spadkiem kosztowności badań eksperymentalnych. Ocenę istotności wpływu czynników wpływających na zjawisko tworzenia się szczeliny na wierzchołku kształtowanej nierówności przeprowadzono za pomocą planu Placketta – Burmana. Na podstawie analizy literatury, wstępnych badań eksperymentalnych (Część II) i badań modelowych (Część III) wytypowano następujące czynniki i ich zakres wpływające na obiekt badań:

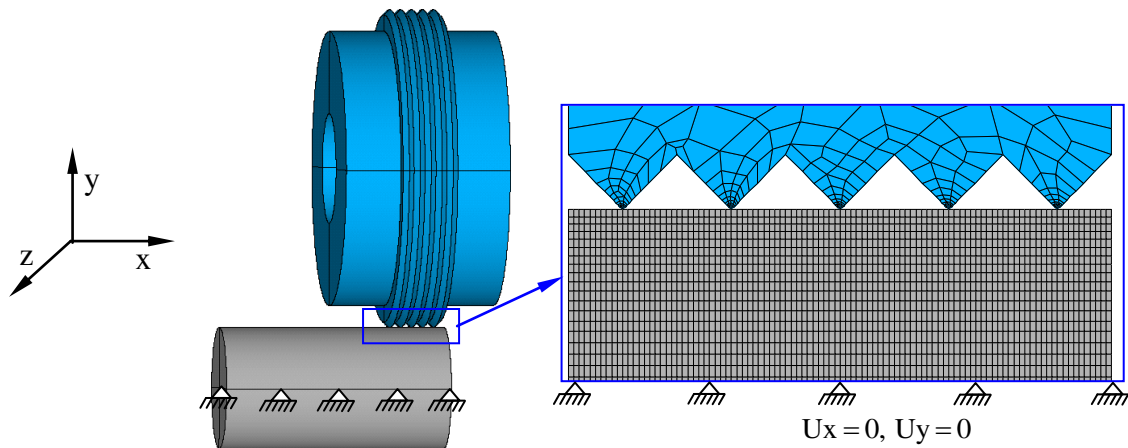
- 1) kąt wierzchołkowy narzędzia:  $2\theta = x_1 = 80^\circ \div 146^\circ$ ,
- 2) skok (posuw):  $f_w = x_2 = 0,5 \div 2$  [mm],
- 3) współczynnik tarcia:  $\mu = x_3 = 0,01 \div 0,1$ ,
- 4) początkowa granica plastyczności:  $R_e = x_4 = 200 \div 480$  [MPa],
- 5) moduł wzmocnienia:  $E_T = x_5 = 0 \div 1000$  [MPa].

Natomiast czynnik wynikowy określono jako stosunek głębokości szczeliny na wierzchołku nierówności  $h$  do wysokości nierówności  $H$  (rys. 6.5). Dla przypadku gdy szczelina nie występuje wartość czynnika wynikowego wynosi zero ( $\bar{Y} = h/H = 0$ ).



Rys. 6.5. Parametry zarysu nierówności RST ze szczeliną

Planowane badania numeryczne przeprowadzono dla obiektu badań przedstawionego na rysunku 6.6. Jest to przypadek kształtowania nierówności RST za pomocą krążka o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym i jego model dyskretny.



Rys. 6.6. Schemat procesu plastycznego kształtowania nierówności RST krążkiem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym i jego model dyskretny

W dolnej części modelu każdemu węzłowi siatki elementów skończonych odebrano translacyjne stopnie swobody na kierunku  $U_x$  oraz  $U_y$ . Na boki modelu nie nałożono żadnych warunków brzegowych ani początkowych. Narzędzie wciskano na głębokość  $g$ , przy której następowało całkowite wypełnienie przestrzeni między sąsiednimi klinami.

Symulacje komputerowe przeprowadzono dla parametrów określonych zgodnie z macierzą planu eksperymentu. Macierz planu eksperymentu według planu Placketa – Burmana dla wartości zakodowanych i rzeczywistych czynników badanych oraz wartości czynnika wynikowego przedstawiono w tabeli 6.1.

Tabela 6.1. Macierz planu eksperymentu z wartościami zakodowanymi i rzeczywistymi czynników badanych oraz wartości czynnika wynikowego

Nr doświadczenia	Wartości zakodowane czynników badanych					Wartości rzeczywiste czynników badanych					Wartość czynnika wynikowego h/H		
	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_3$	$\bar{X}_4$	$\bar{X}_5$	2θ [°]	f [mm/obr]	μ [-]	σ <sub>p</sub> [MPa]	E <sub>T</sub> [MPa]	1	2	3
1	-	+	-	+	-	80	2	0,01	480	0	0,18519	0,1851	0,1852
2	+	-	+	+	-	146	0,5	0,1	480	0	0	0	0
3	+	-	-	-	+	146	0,5	0,01	200	1000	0	0	0
4	+	+	-	+	+	146	2	0,01	480	1000	0	0	0
5	-	+	+	-	+	80	2	0,1	200	1000	0	0	0
6	+	+	+	-	-	146	2	0,1	200	0	0	0	0
7	-	-	+	+	+	80	0,5	0,1	480	1000	0	0	0
8	-	-	-	-	-	80	0,5	0,01	200	0	0,15938	0,1594	0,1593

Wyznaczenie czynników istotnie wpływających na tworzenie się szczeliny na wierzchołku nierówności przeprowadzono zgodnie z następującym algorytmem [146]:

1. Obliczanie współczynników  $B_i$  oraz  $a_i$  ze wzorów:

$$B_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} y_j}{\frac{N}{2}}; a_i = \frac{B_i}{2},$$

gdzie:  $i$  – numer zmiennej,  $j$  – numer doświadczenia,  $x_{ij}$  – wartość  $i$  – tej zmiennej zakodowanej w  $j$  – tym doświadczeniu,  $y_j$  – wartość czynnika w  $j$  – tym doświadczeniu,  $N$  – liczba doświadczeń.

2. Wykorzystując zmienne fikcyjne, oblicza się wariancję błędów doświadczenia  $s_n^2$  ze wzoru:

$$s_n^2 = \frac{4k(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{N-1}^2)}{4k - S - 1}; s_n^2 = 0,0001$$

gdzie:  $a_1, a_2, \dots, a_{N-1}$  – współczynniki  $a_i$  dla wprowadzonych zmiennych fikcyjnych,  $k$  – liczba zmiennych fikcyjnych w programie ( $k = 2$ ),  $S$  – liczba analizowanych zmiennych rzeczywistych ( $S = 3$ ).

3. Obliczanie wariancji  $s_i^2$  współczynnika  $a_i$  ze wzoru:

$$s_i^2 = \frac{s_n^2}{4k}, s_i^2 = 0,0000125.$$

4. Ustalenie istotności wpływu analizowanych czynników na czynnik wynikowy. Jeżeli spełniona jest nierówność:

$$|a_i| \geq t_{\alpha;n} \cdot s_i,$$

gdzie:  $t_{\alpha;n}$  jest wartością krytyczną testu  $t$  – Studenta dla poziomu istotności  $\alpha$  i liczby stopni swobody  $n = 4k - S - 1$ ,  $s_i$  jest odchyleniem standardowym dla współczynnika  $a_i$ , to wpływ analizowanego czynnika na czynnik wynikowy jest istotny. Dla analizowanego przypadku wartości te wynoszą:  $n = 2$ ,  $t_{\alpha;n} = 4,3027$ ,  $t_{\alpha;n} \cdot s_i = 0,0152$ .

Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 6.2.

Tabela 6.2. Istotność czynników wpływających na tworzenie się szczeliny na wierzchołku nierówności RST

	Czynniki badane	Istotność	i	$B_i$	$a_i$	Wartość testu t – Studenta
1	Kąt wierzchołkowy narzędzia 2θ [°]	Istotny	6	-0,0861	-0,043	13,3834
2	Posuw f [mm/obr]	Nieistotny	4	0,0064	0,0032	1
3	Współczynnik tarcia μ [-]	Istotny	3	-0,0861	-0,043	13,3834
4	Napężenia uplastyczniające R <sub>e</sub> [MPa]	Nieistotny	1	0,0064	0,0032	1
5	Moduł wzmocnienia E <sub>T</sub> [MPa]	Istotny	5	-0,0861	-0,043	13,3834



Po wyodrębnieniu czynników istotnie wpływających na tworzenie się szczelin na wierzchołkach nierówności RST przeprowadzono planowane badania według planu pięciopoziomowego rotatabilnego  $PS/DS - P:\lambda$ , dla obiektu badań przedstawionego na rysunku 6.6. Dla tego planu uwzględniono tylko czynniki istotne tzn.:

1) kąt wierzchołkowy narzędzia:  $2\theta = x_1 = 80^\circ \div 146^\circ$ ,

3) współczynnik tarcia:  $\mu = x_3 = 0,01 \div 0,1$ ,

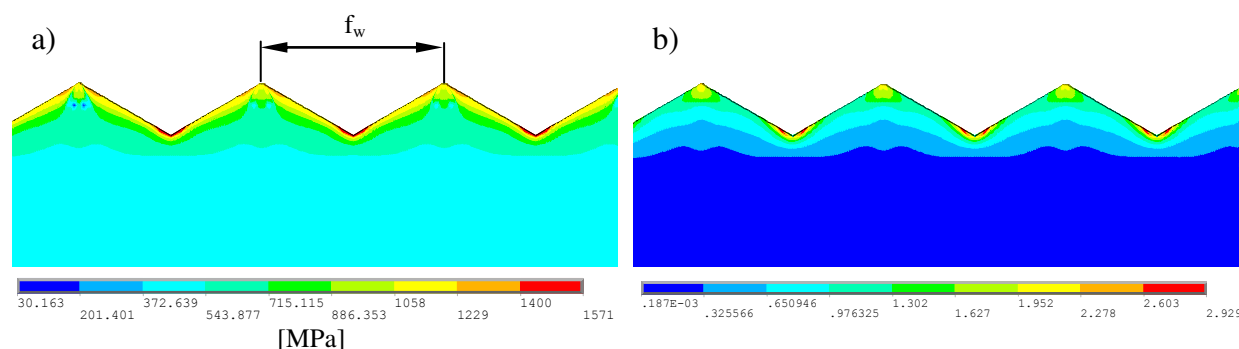
5) współczynnik wzmocnienia:  $E_T = x_5 = 0 \div 1000$  [MPa].

Symulacje przeprowadzono dla stałej wartości posuwu wygniatania  $f_w = 1$  [mm/obr], głębokość wygniatania dobierano w taki sposób, aby następowało całkowite wypełnienie materiałem szczelin pomiędzy klinami narzędzia. Macierz planu eksperymentu numerycznego oraz wartości czynników badanych (zakodowane i rzeczywiste) oraz wyniki eksperymentu zawarto w tabeli 6.3.

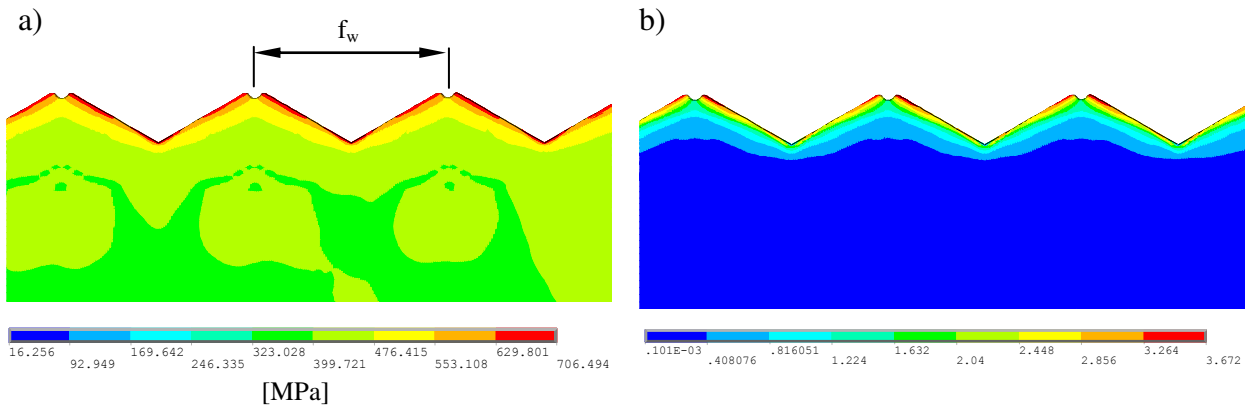
Tabela 6.3. Macierz planu eksperymentu numerycznego oraz wartości czynników badanych (zakodowane i rzeczywiste) oraz wyniki eksperymentu

Nr doświadczenia	Zakodowane wartości czynników badanych			Rzeczywiste wartości czynników badanych			Wartość czynnika wynikowego h/H			
	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$2\theta$ [°]	$\mu$ [-]	$E_T$ [MPa]	Średnia	1	2	3
1	-	-	-	93,3	0,028	202,7	-0,0717	-0,0717	-0,0717	-0,0717
2	+	-	-	132,6	0,028	202,7	0	0	0	0
3	-	+	-	93,3	0,081	202,7	-0,0387	-0,0387	-0,0387	-0,0387
4	+	+	-	132,6	0,081	202,7	0	0	0	0
5	-	-	+	93,3	0,028	797,3	0	0	0	0
6	+	-	+	132,6	0,028	797,3	0	0	0	0
7	-	+	+	93,3	0,081	797,3	0	0	0	0
8	+	+	+	132,6	0,081	797,3	0	0	0	0
9	$+\alpha$	0	0	146	0,055	500	0	0	0	0
10	$-\alpha$	0	0	80	0,055	500	-0,0261	-0,0261	-0,026	-0,0261
11	0	$+\alpha$	0	113	0,1	500	0	0	0	0
12	0	$-\alpha$	0	113	0,01	500	0	0	0	0
13	0	0	$+\alpha$	113	0,055	1000	0	0	0	0
14	0	0	$-\alpha$	113	0,055	0	-0,0694	-0,0694	-0,0693	-0,0694
15	0	0	0	113	0,055	500	0	0	0	0
16	0	0	0	113	0,055	500	0	0	0	0
17	0	0	0	113	0,055	500	0	0	0	0
18	0	0	0	113	0,055	500	0	0	0	0
19	0	0	0	113	0,055	500	0	0	0	0
20	0	0	0	113	0,055	500	0	0	0	0

Przykładowe wyniki symulacji procesu plastycznego kształtowania nierówności RST przedstawiono na rysunkach 6.7 i 6.8, gdzie można zaobserwować nierówności RST bez szczelin na wierzchołkach oraz ze szczelinami.



Rys. 6.7. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla  $2\theta = 113^\circ$ ,  $E_T = 500$  [MPa],  $\mu = 0,1$



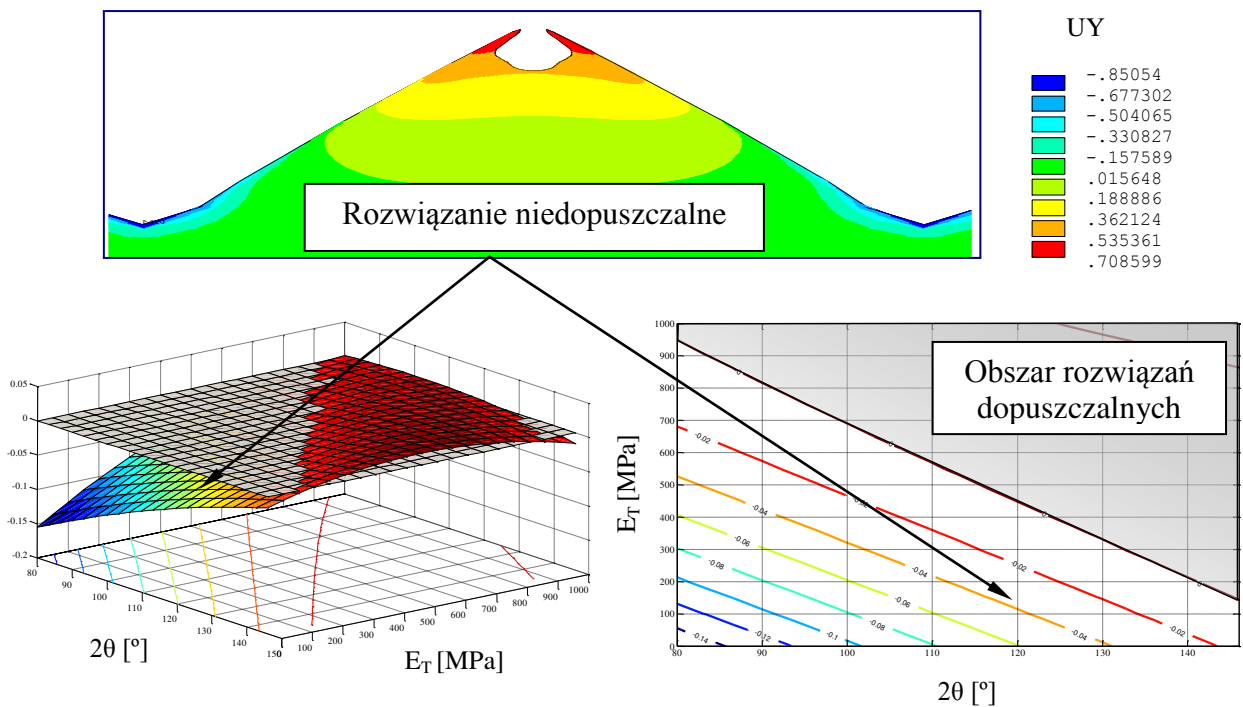
Rys. 6.8. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla  $2\theta = 113^\circ$ ,  $E_T = 0$  [MPa],  $\mu = 0,05$

Otrzymane wyniki symulacji komputerowych aproksymowano otrzymując następującą funkcję regresji:

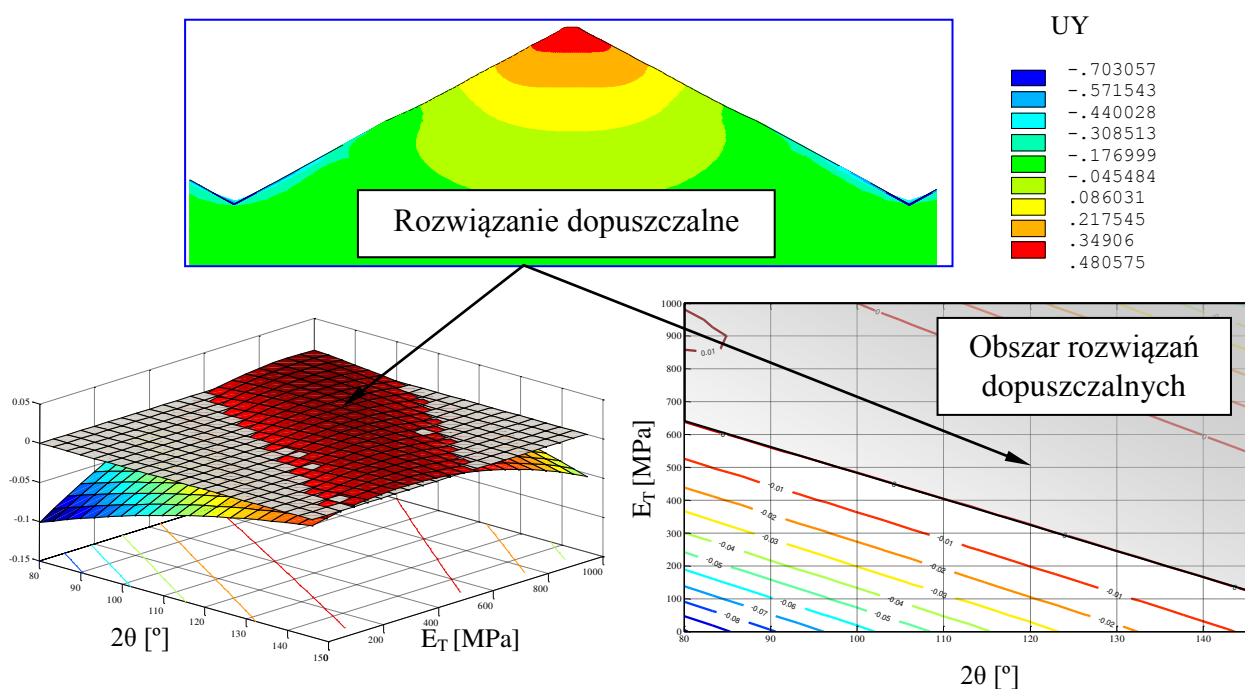
$$\begin{aligned} \frac{h}{H} = & -0,4559 + 0,0045 \cdot \bar{\vartheta} + 1,1341 \cdot \bar{\mu} + 0,0005 \cdot \bar{E}_T + \\ & - 0,0078 \cdot \bar{\vartheta} \cdot \bar{\mu} - 2,3646 \cdot 10^{-6} \cdot \bar{\vartheta} \cdot \bar{E}_T - 0,0005 \cdot \bar{\mu} \cdot \bar{E}_T + \\ & - 1,0279 \cdot 10^{-5} \cdot \bar{\vartheta}^2 + 0,9068 \cdot \bar{\mu}^2 - 1,3136 \cdot 10^{-7} \cdot (\bar{E}_T)^2. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Dla opracowanej funkcji współczynnik korelacji wielowymiarowej wynosi:  $R^2 = 0,9748$ .

Funkcja (6.9) umożliwia dobór parametrów geometrycznych narzędzia i technologicznych procesu takich, aby kształtowane plastycznie nierówności RST były bez szczelin na wierzchołkach. W celu łatwego odczytywania wartości parametrów narzędzia i procesu dla przypadku uzyskiwania nierówności RST bez szczelin na wierzchołku (obszar rozwiązań dopuszczalnych) sporządzono wykresy (rys. 6.9 i rys. 6.10).



Rys. 6.9. Obszar rozwiązań dopuszczalnych wyznaczony według funkcji (6.9) dla  $\mu = 0,01$

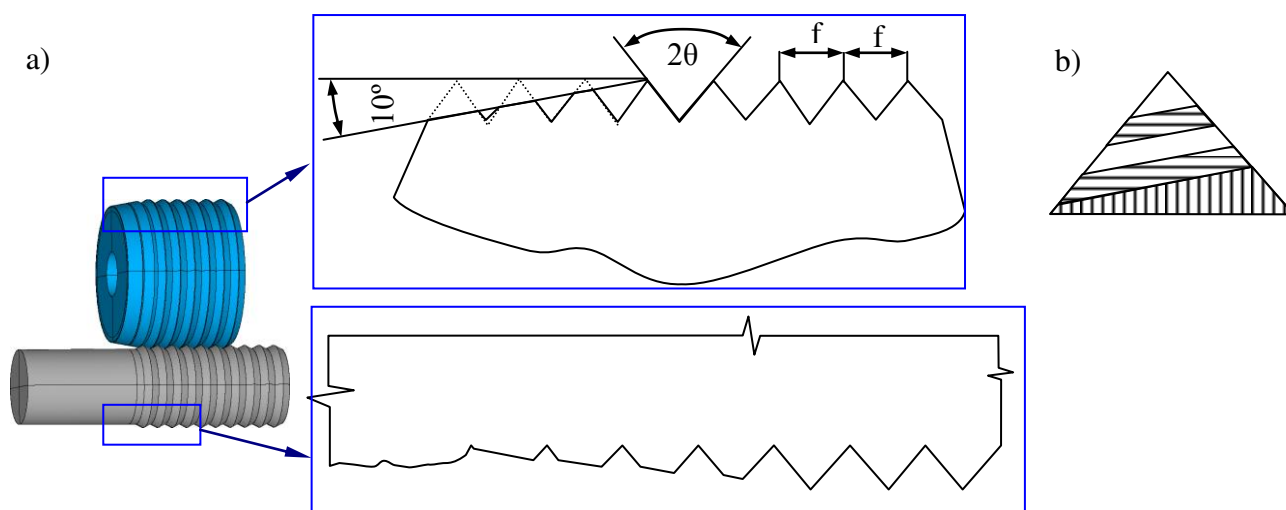


Rys. 6.10. Obszar rozwiązań dopuszczalnych wyznaczony według funkcji (6.9) dla  $\mu = 0,1$

Opracowane rozwiązanie może być przydatne przy projektowaniu procesu technologicznego uwzględniającego nową operację – plastyczne kształtowanie nierówności RST jako obróbki poprzedzającej nagniatanie gładkościowe. Dla proponowanej w niniejszym punkcie części roboczej krążka istnieją takie warunki technologiczne (kąty wierzchołkowe klinów narzędzia i współczynnik tarcia) oraz takie materiały (mały moduł wzmocnienia materiału), dla którego nie będzie możliwe uzyskanie nierówności RST bez szczelin na wierzchołkach. Dlatego przy użyciu proponowanych metod w niniejszej części zaprojektowano i symulowano nowe konstrukcje części roboczej krążków.

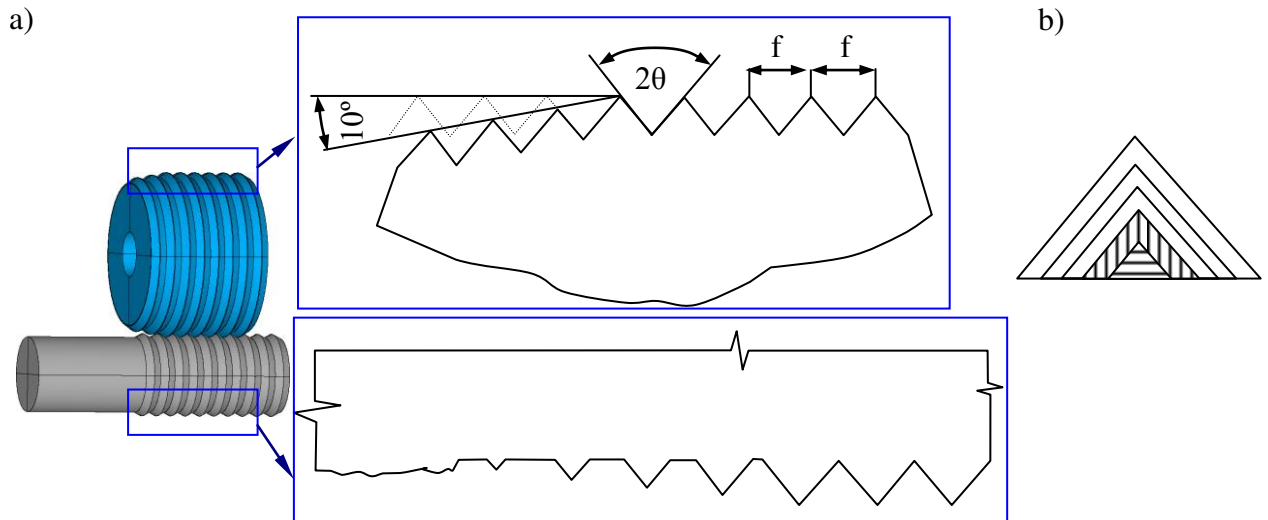
### 22.3. Propozycja nowych geometrii krążków do wygniatania nierówności

Wyniki badań wstępnych, danych literaturowych a przede wszystkim wyniki analiz komputerowych wykazały możliwość uzyskiwania regularnych nierówności trójkątnych bez szczelin na wierzchołkach. Jednakże jest to utrudnione dla materiałów nie wykazujących odpowiedniego umocnienia i odpowiedniego współczynnika tarcia podczas obróbki.



Rys. 6.11. Krążek typu A (a) oraz sposób płynięcia materiału (b) dla takiej konstrukcji

Dlatego zaproponowano nowe geometrie części roboczej krążków wygniatających zezwalające na uzyskiwanie regularnych nierówności trójkątnych bez względu na właściwości materiału obrabianego i warunki tarcia w strefie kontaktu. Konstrukcje proponowanych nowych krążków różnią się od siebie zastosowanymi częściami wejściowymi. Zaproponowane różne części wejściowe krążków (rys. 6.11 dla krążków typu A) oraz (rys. 6.12 dla krążków typu B) mają na celu wymuszenie innej kinematyki płynięcia materiału, co pozwoli uniknąć powstawaniu szczelin na wierzchołkach wygniatających nierówności RST.

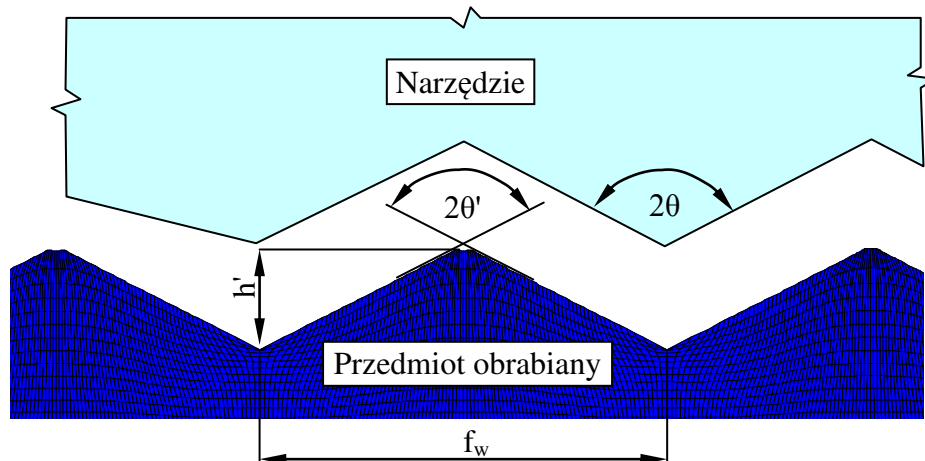


Rys. 6.12. Krążek typu B (a) oraz sposób płynięcia materiału (b) dla takiej konstrukcji

Badania numeryczne procesu wygniatacia regularnych nierówności trójkątnych realizowano z użyciem własnego modelu materiałowego opracowanego w Części V niniejszej pracy. Przeprowadzone analizy numeryczne miały na celu sprawdzenie dokładności odwzorowania (mierzone różnicą między kątem wierzchołkowym klina narzędzia i kątem wierzchołkowym uzyskanej nierówności RST oraz różnicą wysokości klina narzędzia i nierówności RST) zarysu części roboczej krążka o różnej części wejściowej. Badania numeryczne realizowano zgodnie z planem pięciopoziomowym rotatabilnym  $PS/DS - P:\lambda$ . Wyodrębniono następujące czynniki badane oraz ich przedziały zmienności:

- 1) kąt wierzchołkowy narzędzia:  $2\theta = x_1 = 80^\circ \div 146^\circ$ ,
- 2) skok (posuw):  $f_w = x_2 = 0,5 \div 2 [mm]$ ,
- 3) współczynnik tarcia:  $\mu = x_3 \approx 0,01 \div 0,1$ .

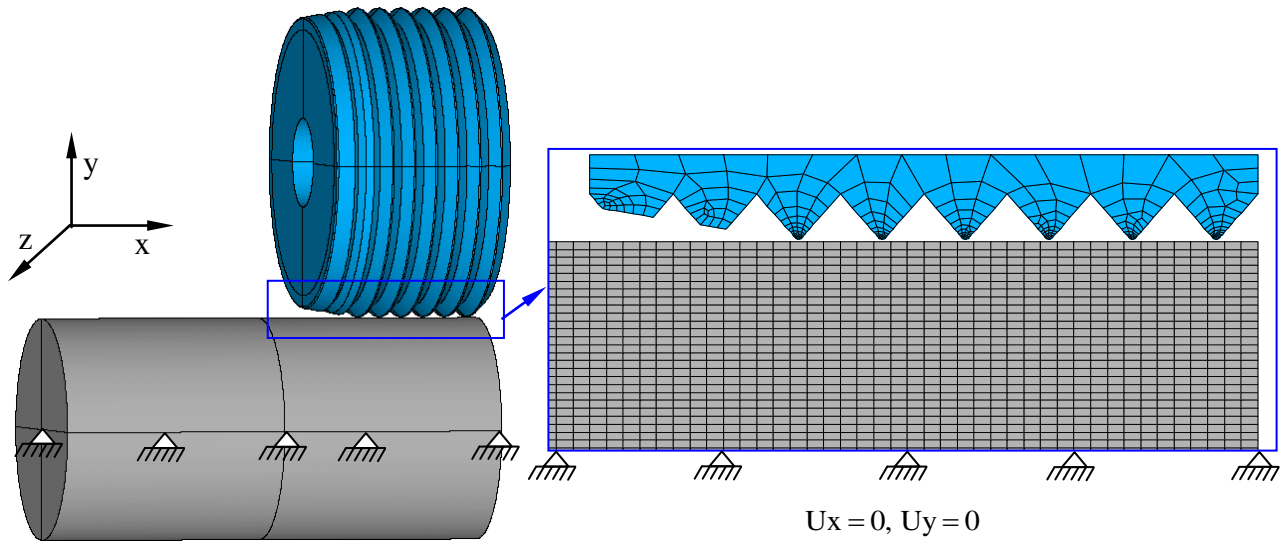
Czynniki wynikowe określono jako kąt wierzchołkowy  $2\theta'$  nierówności RST otrzymany w procesie wygniatacia oraz wysokość  $h'$  otrzymanej nierówności RST (rys. 6.13).



Rys. 6.13. Ilustracja czynników wynikowych  $h'$  i  $2\theta'$

### 22.3.1. Badania odwzorowania krążka typu A

Model procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności trójkątnych krążkiem typu A przedstawia rysunek 6.14.



Rys. 6.14. Schemat procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności krążkiem typu A i jego model dyskretny

Zgodnie z teorią planowania eksperymentu według planu pięciopoziomowego rotabilnego  $PS/D - P:\lambda$  opracowano macierz eksperymentu dla zakodowanych i rzeczywistych wartości czynników badanych przedstawione w tabeli 6.4. Natomiast wyniki eksperymentów zgromadzono w tabeli 6.5.

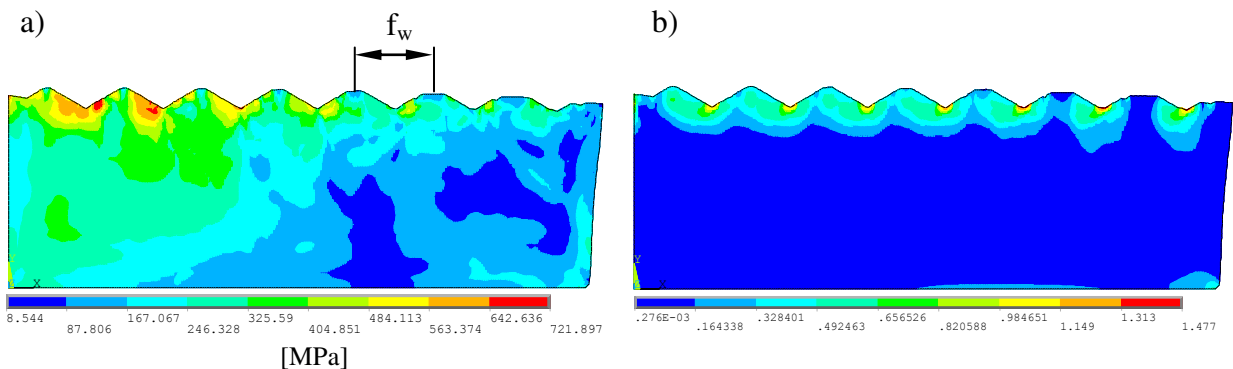
Tabela 6.4. Macierz planu eksperymentu dla zakodowanych i rzeczywistych wartości czynników badanych

Nr doświadczenia	Wartości zakodowane czynników badanych			Wartości rzeczywiste czynników badanych		
	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$2\theta$ [°]	$f$ [mm/obr]	$\mu$ [-]
1	-	-	-	93,4	0,8	0,028
2	+	-	-	132,6	0,8	0,028
3	-	+	-	93,4	1,7	0,028
4	+	+	-	132,6	1,7	0,028
5	-	-	+	93,4	0,8	0,082
6	+	-	+	132,6	0,8	0,082
7	-	+	+	93,4	1,7	0,082
8	+	+	+	132,6	1,7	0,082
9	$+\alpha$	0	0	146	1,25	0,055
10	$-\alpha$	0	0	80	1,25	0,055
11	0	$+\alpha$	0	113	2	0,055
12	0	$-\alpha$	0	113	0,5	0,055
13	0	0	$+\alpha$	113	1,25	0,1
14	0	0	$-\alpha$	113	1,25	0,01
15	0	0	0	113	1,25	0,055
16	0	0	0	113	1,25	0,055
17	0	0	0	113	1,25	0,055
18	0	0	0	113	1,25	0,055
19	0	0	0	113	1,25	0,055
20	0	0	0	113	1,25	0,055

Tabela 6.5. Wartości czynników wynikowych

Nr do- świad- czenia	Wartość czynnika wynikowego $2\theta$ [°]				Wartość czynnika wynikowego $h'$ [mm]			
	Średnia	1	2	3	Średnia	1	2	3
1	92,6	92	92,5	93,15	0,3845	0,3882	0,3848	0,3805
2	132,2	131,5	132,4	132,6	0,1783	0,1811	0,1773	0,1765
3	92,9	92,3	93,2	93,35	0,8055	0,8146	0,80191	0,7998
4	132,2	132,6	131,55	132,5	0,3756	0,3722	0,3816	0,3731
5	92,4	92,3	92,5	92,35	0,3856	0,3862	0,3848	0,3858
6	131,7	131,6	131,8	131,62	0,1804	0,1807	0,1798	0,1806
7	92,3	92,3	93,2	91,37	0,8148	0,81462	0,8019	0,8280
8	131,5	130,6	131,55	132,5	0,3816	0,3900	0,3816	0,3731
9	145,8	145,5	146	145,8	0,1925	0,1941	0,1911	0,1923
10	79,9	79,7	80	79,9	0,7466	0,7488	0,7448	0,7462
11	112,8	112,7	112,8	113	0,6640	0,6656	0,6644	0,6619
12	112,8	112,7	112,8	113	0,1660	0,1664	0,1661	0,1655
13	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137
14	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137
15	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137
16	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137
17	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137
18	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137
19	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137
20	112,8	112,7	112,8	113	0,4150	0,4160	0,4152	0,4137

Przykładowe wyniki przeprowadzonych analiz numerycznych odwzorowania krążka przedstawia rysunek 6.15.



Rys. 6.15. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla  $2\theta = 113^\circ$ ,  $\mu = 0,01$  i  $f_w = 1,25$  [mm/obr]

Po identyfikacji otrzymano następujące funkcje regresji opisujące odwzorowanie zarysu krążka typu A na przedmiocie obrabianym opisuje równanie:

$$\hat{\mathcal{Q}}' = -2,0223 + 1,0122 \cdot \bar{\mathcal{Q}} + 1,0351 \cdot \bar{f} + 12,2331 \cdot \bar{\mu} + \\ - 0,0054 \cdot \bar{\mathcal{Q}} \cdot \bar{f} - 0,0792 \cdot \bar{\mathcal{Q}} \cdot \bar{\mu} - 6,9719 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu}, \quad (6.10)$$

dla której współczynnik korelacji wielowymiarowej wynosi:  $R^2 = 0,99$ .

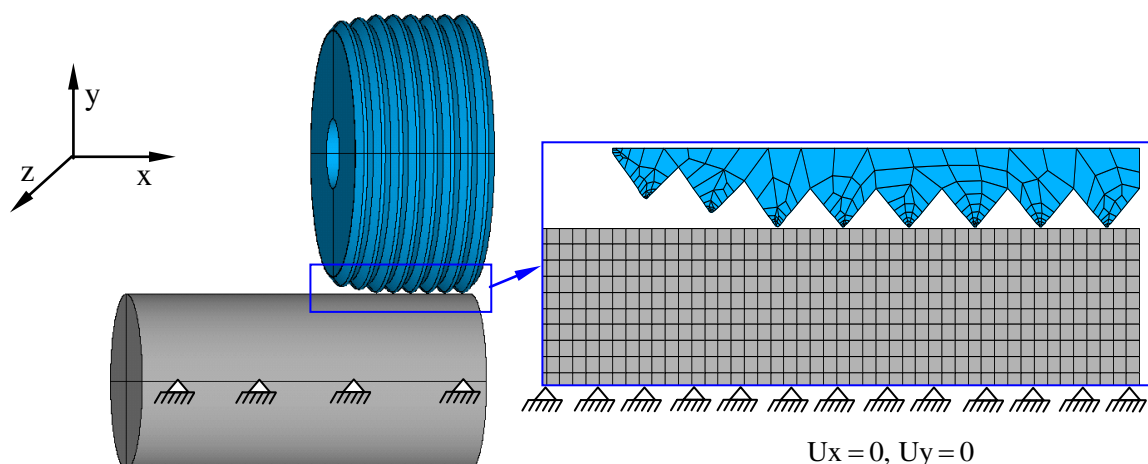
Funkcja regresji opisująca wysokości nierówności ma postać:

$$\bar{h}' = 0,0189 - 0,0001 \cdot \bar{\mathcal{Q}} + 1,0645 \cdot \bar{f} - 0,0413 \cdot \bar{\mu} + \\ - 0,0065 \cdot \bar{\mathcal{Q}} \cdot \bar{f} - 0,0006 \cdot \bar{\mathcal{Q}} \cdot \bar{\mu} + 0,1272 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu}, \quad (6.11)$$

o współczynniku korelacji wielowymiarowej:  $R^2 = 0,99$ .

### 22.3.2. Badania odwzorowania krążka typu B

Badania przeprowadzono analogicznie jak dla krążka typu A. Opracowany model przedstawia rysunek 6.16.



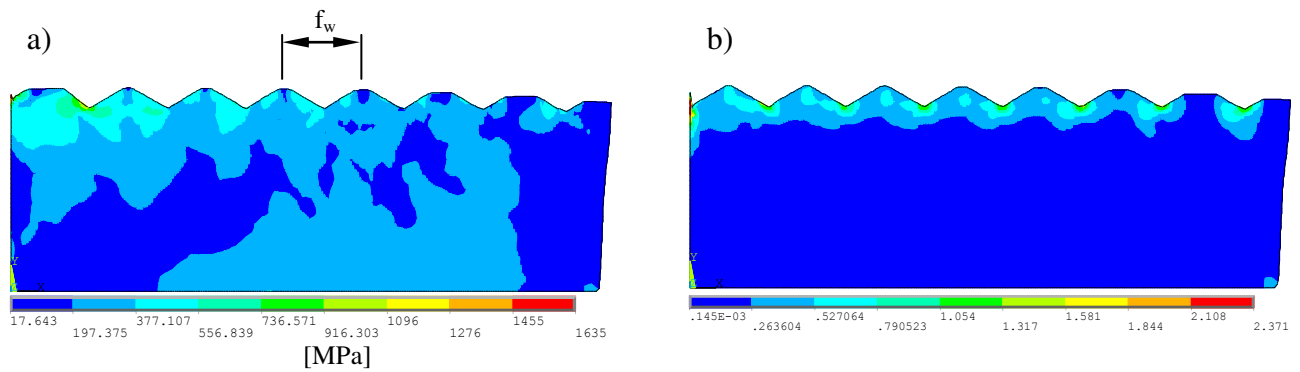
Rys. 6.16. Schemat procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności krążkiem typu B i jego model dyskretny

Macierz planu eksperymentu dla wartości czynników badanych (zakodowane i rzeczywiste) przedstawia tabela 6.4. Natomiast wyniki eksperymentu opisujące odwzorowanie zarysu narzędzia na przedmiocie obrabianym zestawiono w tabeli 6.6.

Tabela 6.6. Wartości czynników wynikowych

Nr doświadczenia	Wartość czynnika wynikowego $2\theta'$ [°]				Wartość czynnika wynikowego $h'$ [mm]			
	Średnia	1	2	3	Średnia	1	2	3
1	93,2	93,2	93,1	93,15	0,3805	0,3802	0,3808	0,3805
2	132,5	132,5	132,4	132,6	0,1769	0,1769	0,1773	0,1765
3	93,3	93,3	93,2	93,35	0,8007	0,8005	0,8019	0,7998
4	132,6	132,6	132,55	132,5	0,3727	0,3722	0,3727	0,3731
5	92,4	92,3	92,5	92,35	0,3856	0,3862	0,3848	0,3858
6	131,7	131,6	131,8	131,62	0,1804	0,1807	0,1798	0,1806
7	92,3	92,3	93,2	91,37	0,8148	0,8146	0,8019	0,8280
8	131,6	130,6	131,55	132,5	0,3816	0,3900	0,3816	0,3731
9	145,8	145,5	146	145,8	0,1925	0,1941	0,1911	0,1923
10	79,9	79,7	80	79,9	0,7466	0,7488	0,7448	0,7462
11	112,9	112,7	112,9	113	0,6636	0,6657	0,6631	0,6619
12	112,9	112,7	112,9	113	0,1659	0,1664	0,1658	0,1655
13	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137
14	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137
15	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137
16	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137
17	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137
18	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137
19	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137
20	112,9	112,7	112,9	113	0,4147	0,4160	0,4145	0,4137

Przykładowe wyniki przeprowadzonych analiz numerycznych odwzorowania krążka typu B przedstawia rysunek 6.17.



Rys. 6.17. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla  $2\theta = 113^\circ$ ,  $\mu = 0,01$  i  $f_w = 1,25$  [mm/obr]

Otrzymano następujące funkcje regresji opisujące odwzorowanie zarysu krążka typu *B* na przedmiocie obrabianym. Wartość kąta wierzchołkowego nierówności RST opisuje równanie:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{G}}' = & -0,3940 + 1,0030 \cdot \bar{\mathcal{G}} + 0,4075 \cdot \bar{f} - 2,7929 \cdot \bar{\mu} + \\ & - 0,0016 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{f} - 0,0158 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{\mu} - 4,1831 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu} , \end{aligned} \quad (6.12)$$

dla którego współczynnik korelacji wielowymiarowej wynosi:  $R^2 = 0,99$ . Funkcja opisująca wysokość nierówności ma postać:

$$\begin{aligned} \hat{h}' = & 0,0125 - 4,8978 \cdot 10^{-5} \cdot \bar{\mathcal{G}} + 1,0642 \cdot \bar{f} + 0,0812 \cdot \bar{\mu} + \\ & - 0,0065 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{f} - 0,0016 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{\mu} + 0,1509 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu} , \end{aligned} \quad (6.13)$$

dla której współczynnik korelacji wielowymiarowej wynosi:  $R^2 = 0,99$ .

### 23. Korekcja zarysu narzędzia

Ze względu na to, że materiał obrabiany wykazuje właściwości sprężyste, wartości kątów wierzchołkowych na narzędziu nie pokrywają się z wartościami kątów wierzchołkowych nierówności RST w procesie ich wygnięcia. W celu poprawienia odwzorowania narzędzia na przedmiocie obrabianym, można wprowadzić korekcję geometrii części roboczej narzędzia uwzględniającą wpływ odciążenia sprężystego materiału obrabianego. Po przeprowadzeniu dwudziestu symulacji opracowano funkcję korygującą opisującą wartość kąta wierzchołkowego klina narzędzia w postaci:

$$\bar{\mathcal{G}} = 0,997 \cdot \bar{\mathcal{G}}' + 0,1292 , \quad (6.14)$$

gdzie:  $\mathcal{G}$  – obliczana wartość kąta wierzchołkowego klina narzędzia,

$\mathcal{G}'$  – wartość wymagana kąta wierzchołkowego kształtowanej nierówności RST.

Opracowana funkcja jest zasadna dla modelu materiałowego opracowanego w Części V niniejszej pracy. Funkcja ta wskazuje na niewielki wpływ sprężystości materiału na odwzorowanie kąta klina narzędzia na przedmiocie obrabianym i w praktyce warsztatowej jest nieprzydatna, natomiast może być przydatna dla obróbki bardzo dokładnej. Dla innych materiałów należałoby wyznaczać nowe współczynniki korekcyjne.

### 24. Wnioski

Przeprowadzone analizy numeryczne pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków:

- 1) Wyniki symulacji komputerowej procesu plastycznego kształtowania nierówności RST za pomocą narzędzia o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym, potwierdziły wyniki wstęp-



- nych badań eksperymentalnych. Świadczy to o poprawności wyboru systemu komputerowego oraz sposobu rozwiązywania równania ruchu.
- 2) Przeprowadzone symulacje procesu plastycznego kształtowania nierówności RST krążkiem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym, potwierdziły możliwość kształtowania nierówności ze szczelinami na wierzchołku. Opracowany plan badań numerycznych (Placketta – Burmana) pozwolił wyodrębnić czynniki istotnie wpływające na niekorzystne zjawisko tworzenia się szczelin na wierzchołkach. Po przeprowadzeniu właściwych badań numerycznych zgodnie z planem badań pięciopoziomowym rotabilnym uzyskano funkcję regresji, opisującą ilościowo wpływ poszczególnych czynników badanych na to niekorzystne zjawisko. Określono również obszar rozwiązań dopuszczalnych dla badanej konstrukcji części roboczej narzędzia wygniatającego.
  - 3) Wyniki przeprowadzonych analiz numerycznych wykorzystano do zaprojektowania dwa nowe narzędzia, różniące się od siebie zarysami części roboczymi, powodującymi różny sposób płynięcia materiału w WW przedmiotu obrabianego. Dla nowych konstrukcji narzędzia przeprowadzono planowane badania numeryczne odwzorowania narzędzia na przedmiocie obrabianym. Opracowane funkcje regresji pozwalają określać parametry technologiczne wygniatania, dla których kształtuje się nierówności RST, o parametrach geometrycznych zalecanych do nagniatania gładkościowego.
  - 4) Uzyskana funkcja korekcji zarysu krążka może być przydatna przy konstruowaniu geometrii części roboczej krążków. Funkcja ta jest zasadna jedynie dla modelu materiałowego opracowanego w *Części V* niniejszej pracy.



## BADANIA WERYFIKACYJNE

### 25. Badania elementów wygniatających o różnej konstrukcji części wejściowej

W części tej szczegółowo omówiono proces identyfikacji obiektu badań w oparciu o teorię planowania eksperymentu oraz statystyczne opracowanie wyników [23]. Na podstawie wcześniejszych doświadczeń i analiz numerycznych skonstruowano (Część VI) i wykonano krążki różniące się od siebie geometrią części roboczej. Nowa konstrukcja narzędzi ma na celu poprawienie jakości uzyskiwanych nierówności oraz zmianę sposobu płynięcia materiału (zapobieżenie powstawania niekorzystnych szczelin na wygniatających nierównościach RST). Badania weryfikacyjne przeprowadzono dla dwóch konstrukcji narzędzia. Celem badań jest opracowanie funkcji regresji opisujących odwzorowanie narzędzia na przedmiocie obrabianym, gdzie: czynnikami badanymi są: kąt wierzchołkowy narzędzia  $\vartheta$ , posuw wygniatań  $f_w$  oraz współczynnik tarcia  $\mu$ , natomiast czynnikami wynikowymi są: kąt wierzchołkowy wygniatającej nierówności RST  $\vartheta'$  oraz wysokość kształtowanej nierówności  $h'$ . Poszukiwane funkcje regresji dla obu konstrukcji narzędzi można przedstawić w postaci ogólnej:

$$\vartheta' = (\vartheta, f_w, \mu), \quad (7.1 a)$$

$$h' = (\vartheta, f_w, \mu). \quad (7.1 b)$$

Badania weryfikacyjne przeprowadzono na wałkach ciągnionych ze stali 45. Wymiary próbek do wygniatań nierówności RST przedstawiono w pkt. 5 na rysunku 2.1. Zaprojektowano i wykonano po cztery krążki o części wejściowej typu A i typu B różniące się od siebie skokiem  $f_w$  i kątami wierzchołkowymi klinów  $\vartheta$ . Krążki o części wejściowej typu A przedstawiono w tabeli 7.1, natomiast krążki o geometrii części wejściowej typu B w tabeli 7.2.

Badania przeprowadzono na stanowisku przedstawionym w pkt.6.1 na rysunku 2.11. Podczas badań w widełki uchwycone w imaku nożowym tokarki mocowano poszczególne krążki i wygniatały nierówności RST. Procesu plastycznego kształtowania nierówności RST przeprowadzono dla dwóch rodzajów współczynnika tarcia w strefie kontaktu. Połowa badań wykonana była przy małej wartości współczynnika tarcia (tzn. w strefę kontaktu intensywnie i obficie smarowano olejem ESSO WALZOEL SFM 132) dla tego przypadku przyjęto wartość współczynnika tarcia  $\mu \approx 0,01$ , natomiast druga połowa badań realizowana była przy większym współczynniku tarcia (tzn. próbki i narzędzie odtłuszczone) dla tego przypadku przyjęto wartość współczynnika tarcia tocznego dla przypadku stal po stali  $\mu \approx 0,1$ .

Tabela. 7.1. Krążki typu A, geometria, stereometria i profil powierzchni roboczej krążka

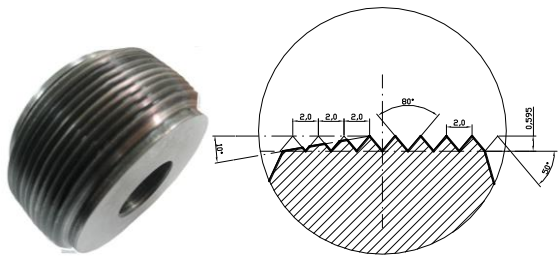
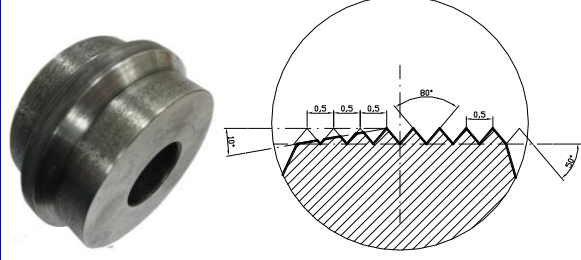
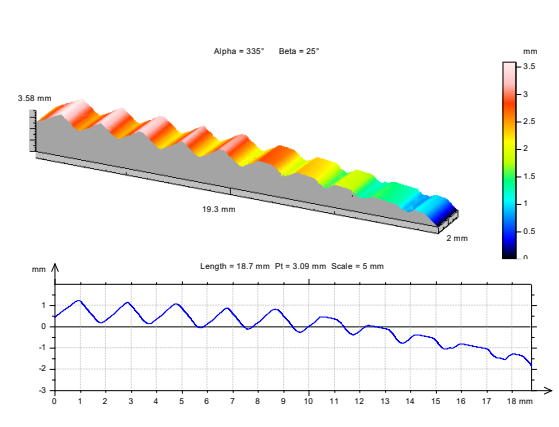
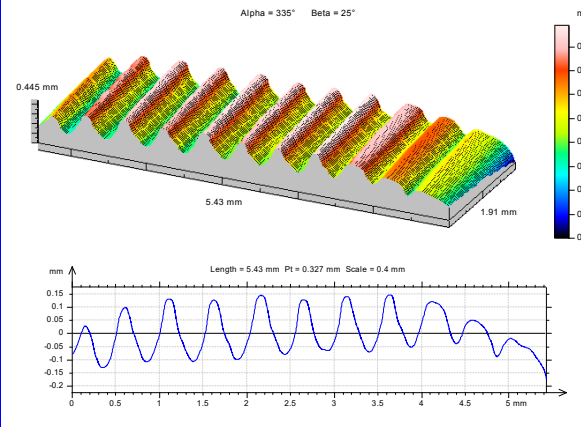
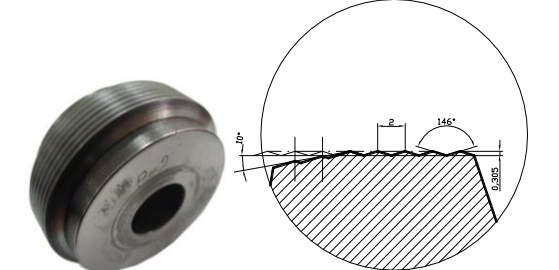
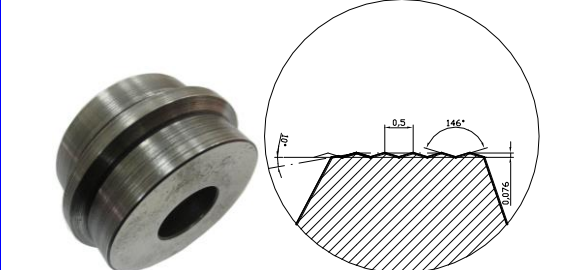
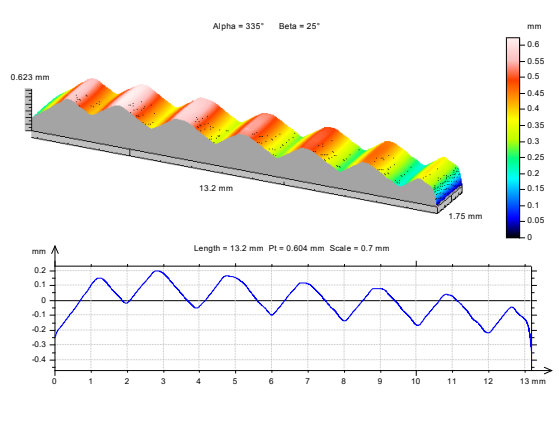
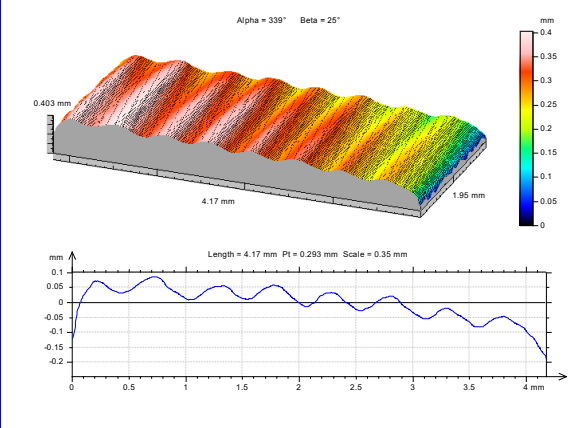
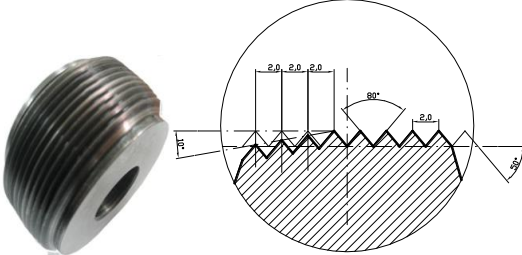
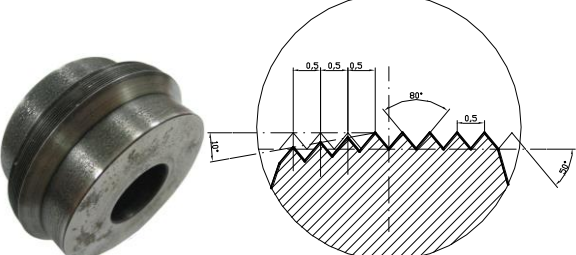
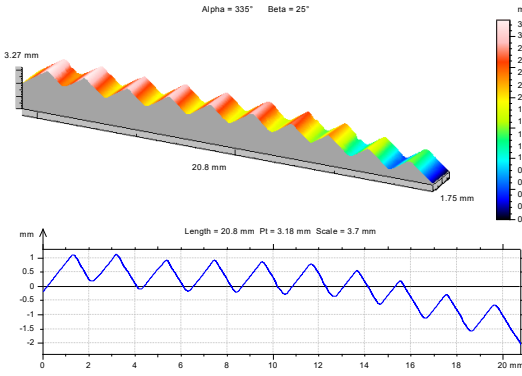
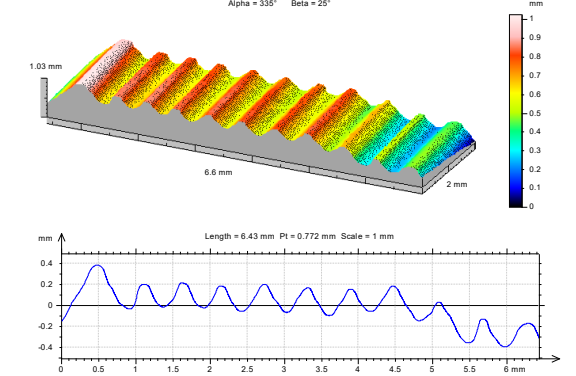
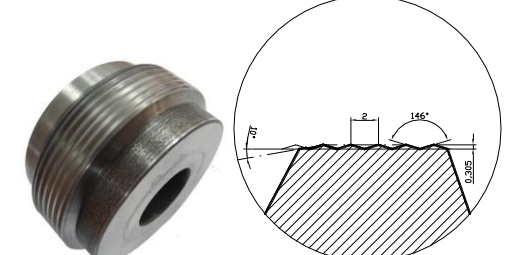
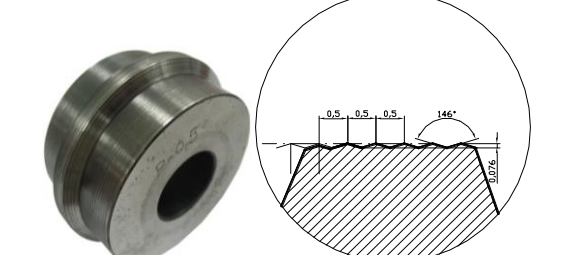
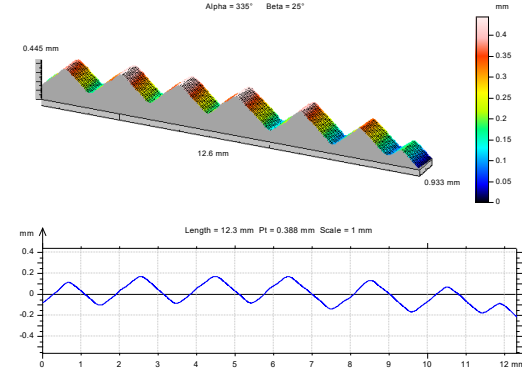
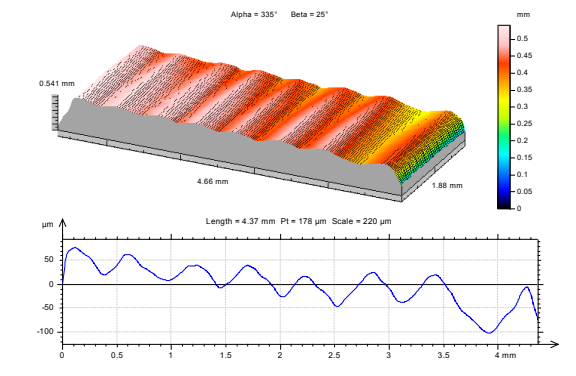
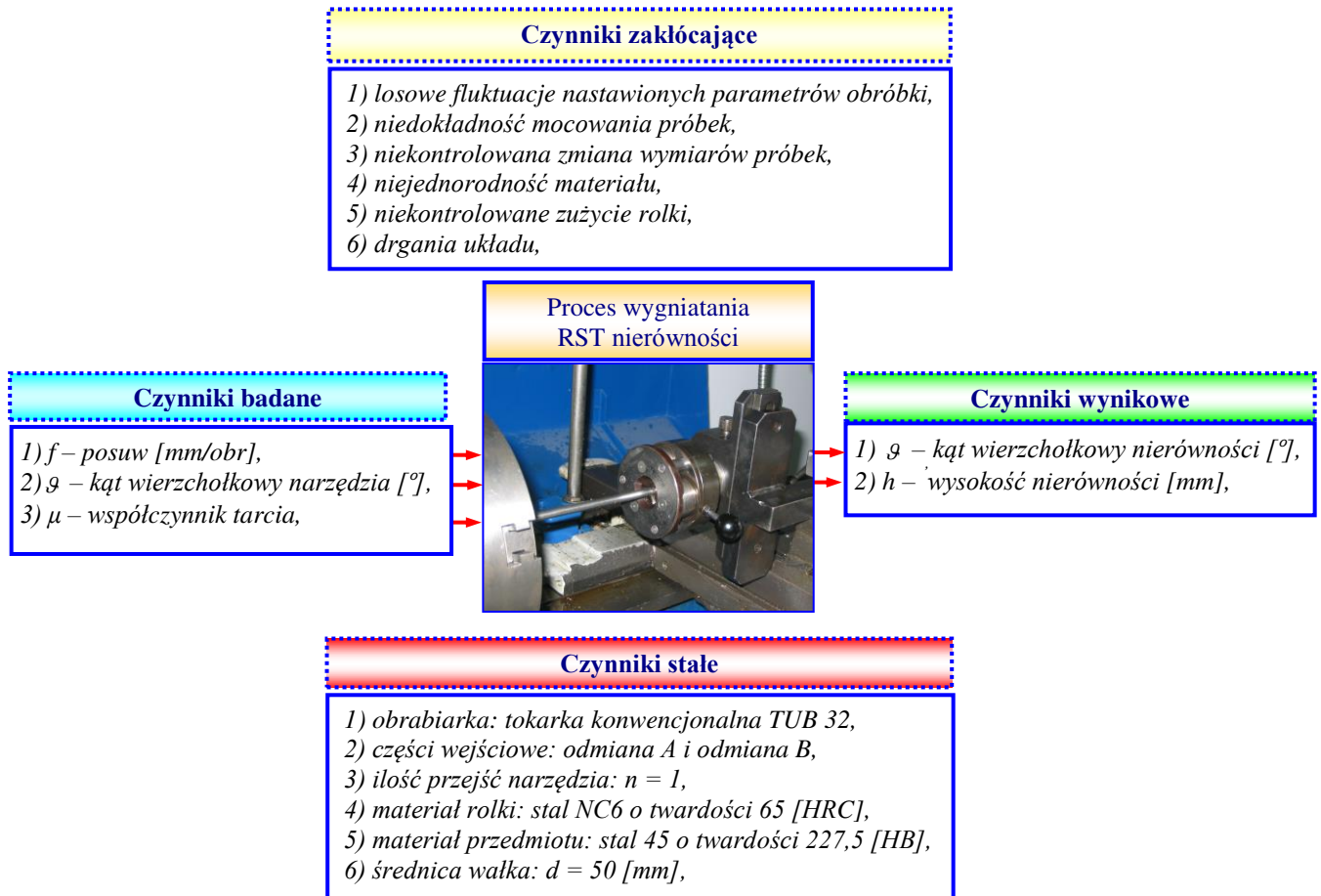
A		$f_w = 2$ [mm/obr]	$f_w = 0,5$ [mm/obr]
Kąt wierzchołkowy $\vartheta = 20 = 80^\circ$	Krążek i geometria		
	Stereometria i profil powierzchni		
Kąt wierzchołkowy $\vartheta = 20 = 146^\circ$	Krążek i geometria		
	Stereometria i profil powierzchni		

Tabela. 7.2. Krążki typu B, geometria, stereometria i profil powierzchni roboczej krążka

B		$f_w = 2$ [mm/obr]	$f_w = 0,5$ [mm/obr]
Kąt wierzchołkowy $\varphi = 20 = 80^\circ$	Krażek i geometria		
	Stereometria i profil powierzchni		
Kąt wierzchołkowy $\varphi = 20 = 146^\circ$	Krażek i geometria		
	Stereometria i profil powierzchni		

### 25.1. Określenie czynników badanych, stałych, zakłócających i wynikowych

Na podstawie przeprowadzonej analizy procesu określono zbiór czynników istotnie wpływających na czynniki wynikowe. Czynniki podzielono na badane, zakłócające, stałe i wynikowe przedstawione na rysunku 7.1.



Rys. 7.1. Zbiór czynników badanych, stałych, zakłócających i wynikowych

Taki podział czynników wpływających na obiekt badań pozwoli na przeprowadzenie planowanych badań eksperymentalnych, a w następstwie uzyskanie funkcji regresji zależnej od czynników badanych. Otrzymana w procesie identyfikacji funkcja regresji posłuży do sterowania obiektem badań, a w dalszych działaniach można ją poddać optymalizacji. W tym przypadku obiekt badań traktuje się jako „czarną skrzynkę” a poszukuje się relacji pomiędzy wejściami obiektu i wyjściem bez znajomości zjawisk fizycznych zachodzącym w nim. Poniżej przedstawiono przebieg procesu identyfikacji obiektu wielowymiarowego w następujących punktach:

- 1) ustalenie przedziału zmienności czynników badanych,
- 2) przyjęcie klasy modelu matematycznego,
- 3) kodowanie czynników badanych,
- 4) realizowanie badań właściwych,
- 5) wyniki eksperymentu,
- 6) eliminacja wyników obarczonych błędem grubym,
- 7) obliczenie wariancji międzywierszowej i odchylenia standardowego,
- 8) sprawdzenie jednorodności wariancji w próbie,
- 9) obliczenie współczynników w funkcji regresji,
- 10) analiza statystyczna funkcji regresji,

- 11) badanie istotności współczynnika korelacji wielowymiarowej,
- 12) sprawdzenie adekwatności modelu matematycznego,
- 13) odkodowanie funkcji regresji.

### 25.2. Ustalenie przedziału zmienności czynników badanych

Po wyodrębnieniu czynników wpływających na obiekt badań (rys. 7.1) należy podać przedziały zmienności czynników badanych (sterujących).

- 1) Kąt wierzchołkowy narzędzia:  $\vartheta = 2\theta = x_1 = 80^\circ \div 146^\circ$ ,
- 2) Skok (posuw):  $f = x_2 = 0,5 \div 2 [mm]$ ,
- 3) Współczynnik tarcia:  $\mu = x_3 \approx 0,01 \div 0,1 [mm/obr]$ .

### 25.3. Przyjęcie klasy modelu matematycznego

Ze względu na to, że w analizie numerycznej najlepszy współczynnik korelacji wielowymiarowej  $R^2$  uzyskano dla funkcji liniowej, dlatego też w tym przypadku do opisu matematycznego obiektu badań użyto modelu matematycznego w postaci wielomianu algebraicznego liniowego z interakcjami:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1\bar{x}_1 + b_2\bar{x}_2 + b_3\bar{x}_3 + b_{12}\bar{x}_1\bar{x}_2 + b_{13}\bar{x}_1\bar{x}_3 + b_{23}\bar{x}_2\bar{x}_3. \quad (7.2)$$

### 25.4. Kodowanie czynników badanych

Następnym etapem identyfikacji jest kodowanie czynników (zwane również normowaniem lub standaryzacją), które ma na celu uproszczenie zapisu wzorów oraz obliczeń. Polega ono na zastąpieniu zmiennych rzeczywistych  $\bar{x}_i$  bezwymiarowymi zmiennymi  $\tilde{x}_i$ , które w zależności od przyjętego planu eksperymentu mogą przyjmować poziomy:

- ✓  $-1, +1$  dla dwupoziomowego planu doświadczeń,
- ✓  $-1, 0, +1$  dla trzypoziomowego planu doświadczeń,
- ✓  $-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha$  dla pięciopoziomowego planu doświadczeń.

Układ współrzędnych rzeczywistych zastępuję się nowym układem, dla którego wartość średnia ze starego układu stanowi początek nowego układu. Sposób normowania zmiennych zależy od klasy przyjętego modelu matematycznego. Dla przyjętego modelu powyżej (pkt. 27.3) Zmienne unormowane oblicza się ze wzoru:

$$\tilde{x}_i = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_{i0}}{\Delta\bar{x}_i}. \quad (7.3)$$

### 25.5. Badania właściwe

Analizy numeryczne (Część VI) wykazały, że odwzorowanie narzędzia na przedmiocie (kąt wierzchołkowy nierówności oraz wysokość nierówności) jest opisywane za pomocą funkcji liniowej, dlatego też badania eksperymentalne można zaplanować zgodnie w planem dwupoziomowym. Za pomocą planu badań statycznego zdeteterminowanego dwupoziomowego całkowitego, zwanego całkowitym doświadczeniem czynnikowym opracowano plan eksperymentu. Plan ten wymaga realizacji doświadczeń na dwóch poziomach dla wszystkich możliwych układów czynników na wejściu. Stosowano trzykrotne powtarzanie eksperymentu dla każdego poziomu planu. Macierz planu eksperymentu wraz z wartościami rzeczywistymi i zakodowanymi zestawiono w tabeli 7.3.

Tabela 7.3. Macierz planu eksperymentu według planu dwupoziomowego

Poziom planu	Czynniki badane					
	Wartości rzeczywiste			Wartości standaryzowane		
	kąt	posuw	wsp. tarcia	kąt	posuw	wsp. tarcia
	$\vartheta = 20$	f	$\mu$	$\bar{\bar{x}}_1$	$\bar{\bar{x}}_2$	$\bar{\bar{x}}_3$
1	80	0,5	0,01	-1	-1	-1
2	146	0,5	0,01	+1	-1	-1
3	80	2	0,01	-1	+1	-1
4	146	2	0,01	+1	+1	-1
5	80	0,5	0,1	-1	-1	+1
6	146	0,5	0,1	+1	-1	+1
7	80	2	0,1	-1	+1	+1
8	146	2	0,1	+1	+1	+1

## 25.6. Wyniki eksperymentu

Wyniki wygniatań regularnych nierówności krążkiem typu A w różnych warunkach tarcia w postaci stereometrii i profilu powierzchni zestawiono w tabeli 7.4.

Wyniki w formie danych liczbowych dla kąta wierzchołkowego nierówności  $\vartheta'$  oraz wysokości nierówności  $h'$  uzyskiwanych za pomocą krążka typu A zestawiono w tabeli 7.4.

Tabela 7.4. Wartości czynników wynikowych dla krążka typu A

Rzeczywiste wartości czynników badanych			Wartość czynnika wynikowego $\vartheta'$ [°]				Wartość czynnika wynikowego $h'$ [mm]			
$\vartheta$ [°]	f [mm/obr]	$\mu$	Średnia	1	2	3	Średnia	1	2	3
80	0,5	0,01	79,73	80	77,9	81,3	0,299	0,298	0,309	0,291
146	0,5	0,01	144,33	143	146	144	0,081	0,084	0,076	0,081
80	2	0,01	81,63	82,4	81,9	80,6	1,158	1,142	1,152	1,179
146	2	0,01	147,33	147	149	146	0,293	0,296	0,277	0,306
80	0,5	0,1	79,97	82,8	79	78,1	0,298	0,283	0,303	0,308
146	0,5	0,1	151	151	152	150	0,064	0,065	0,062	0,067
80	2	0,1	80,13	79,7	78,8	81,9	1,189	1,198	1,217	1,152
146	2	0,1	148	148	149	147	0,287	0,287	0,277	0,296

Analogiczne wyniki dla krążka typu B zestawiono w tabeli 7.5.

Tabela 7.5. Wartości czynników wynikowych dla krążka typu B

Rzeczywiste wartości czynników badanych			Wartość czynnika wynikowego $\vartheta'$ [°]				Wartość czynnika wynikowego $h'$ [mm]			
$\vartheta$ [°]	f [mm/obr]	$\mu$	Średnia	1	2	3	Średnia	1	2	3
80	0,5	0,01	80,47	81,1	80	80,3	0,295	0,292	0,2979	0,2964
146	0,5	0,01	141,67	141	140	144	0,087	0,088	0,091	0,081
80	2	0,01	81,33	79,7	81,2	83,1	1,164	1,198	1,167	1,128
146	2	0,01	146	146	146	146	0,306	0,306	0,306	0,306
80	0,5	0,1	76,73	77,5	74,3	78,4	0,3156	0,311	0,330	0,307
146	0,5	0,1	144,67	146	145	143	0,080	0,076	0,079	0,084
80	2	0,1	80,03	80,5	79,3	80,3	1,191	1,181	1,207	1,185
146	2	0,1	146	146	146	146	0,306	0,306	0,306	0,306

Przykładowe stereometrie powierzchni oraz profilogramy po procesie wygniatania nierówności RST przedstawiono w tabeli 7.6 dla krążka typ A oraz w tabeli 7.7 dla krążka typu B.

Tabela 7.6. Stereometria i profil nierówności po wygniataniu krążkiem typu A

A		$f = 2$ [mm/obr]	$f = 0,5$ [mm/obr]
Kąt wierzchołkowy $2\theta = 80^\circ$	$\mu \approx 0,01$		
	$\mu \approx 0,1$		
Kąt wierzchołkowy $2\theta = 146^\circ$	$\mu \approx 0,01$		
	$\mu \approx 0,1$		



Tabela 7.7. Stereometria i profil nierówności po wygniataniu krążkiem typu B

B		$f = 2$ [mm/obr]	$f = 0,5$ [mm/obr]
Kąt wierzchołkowy $2\theta = 80^\circ$	$\mu \approx 0,01$		
	$\mu \approx 0,1$		
Kąt wierzchołkowy $2\theta = 146^\circ$	$\mu \approx 0,01$		
	$\mu \approx 0,1$		

### 25.7. Eliminacja wyników obarczonych błędem grubym

Wyniki badań poddano weryfikacji statystycznej celem sprawdzenia czy nie są obciążone błędami grubymi. Eliminacji dokonano za pomocą statystyk ( $B_6^+$ ,  $B_6^-$ ). Na początku wyniki eksperymentu należy posortować rosnąco. Następnie korzystając ze wzorów:

$$B_6^+ = \frac{y_{i3} - y_{i2}}{y_{i3} - y_{i1}}, \quad (7.4 a)$$

$$B_6^- = \frac{y_{i1} - y_{i2}}{y_{i3} - y_{i1}}, \quad (7.4 b)$$

wyznaczyć wartości statystyk. Następnie porównuje się otrzymane wartości statystyk z wartością krytyczną równą  $b_6^+(0,05;3) = 0,941$ .

Wyniki statystyk zebrano w tabelach 7.8 dla krążka typu A oraz 7.9 dla krążka typu B.

Tabela 7.8 Eliminacja błędów grubych dla krążka typu A

	Nr doświadczenia w planie eksperymentu							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Kąt $\vartheta'$ [°]	77,9	143	80,6	146	78,1	150	78,8	147
	80	144	81,9	147	79	151	79,7	148
	81,3	146	82,4	149	82,8	152	81,9	149
B6+	0,382	0,667	0,278	0,667	0,808	0,5	0,710	0,5
B6-	-0,618	-0,333	-0,722	-0,333	-0,191	-0,5	-0,290	-0,5
Wysokość $h'$ [μm]	123,4	17,75	677	191,2	98,1	11,69	845	187,1
	133,6	19,33	678	197,2	99,6	12,28	850	200,6
	141,6	20,06	679	200,5	104,1	12,34	877	213,6
B6+	0,439	0,316	0,5	0,355	0,75	0,092	0,844	0,491
B6-	-0,561	-0,684	-0,5	-0,645	-0,25	-0,908	-0,156	-0,509

Tabela 7.9 Eliminacja błędów grubych dla krążka typu B

	Nr doświadczenia w planie eksperymentu							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Kąt $\vartheta'$ [°]	80	140	79,7	145,8	74,3	144	79,3	145,6
	80,3	141	81,2	146	77,5	145	80,3	146,1
	81,1	144	83,1	146,2	78,4	146	80,5	146,3
B6+	0,727	0,75	0,559	0,5	0,219	0,5	0,167	0,286
B6-	-0,273	-0,25	-0,441	-0,5	-0,781	-0,5	-0,833	-0,714
Wysokość $h'$ [μm]	161,1	43,5	831,4	225,5	126,6	36,77	686,6	235,6
	171,2	47,6	885,5	228,5	127,3	37,3	707,6	236,6
	190	48,52	912,4	229,5	136,2	39,1	720,6	237,2
B6+	0,651	0,183	0,332	0,25	0,927	0,772	0,382	0,375
B6-	-0,349	-0,817	-0,668	-0,75	-0,073	-0,227	-0,618	-0,625

Ponieważ spełniony jest warunek  $B_6^+ \leq b_6^+(0,05;3)$  nie ma podstaw do odrzucenia maksymalnych wartości wyników eksperymentu dla poszczególnych punktów planu. Również nie ma podstaw do odrzucenia minimalnych wartości wyników, gdyż spełniony jest warunek  $B_6^- \geq b_6^-(0,05;3)$ .

### 25.8. Obliczenie wariancji międzywierszowej i odchylenia standardowego

Poniżej przedstawiono analizę dla wyników badań odwzorowania kąta wierzchołkowego klina  $\mathcal{G}$  krążka typu A kształtującego na materiale obrabianym nierówności o kącie wierzchołkowym  $\mathcal{G}'$ . Wariancję międzywierszową  $s_i^2$  i odchylenie standardowe  $s_i$  obliczono ze wzorów:

$$s_i^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{j=1}^r (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \quad (7.5)$$

$$s_i = \sqrt{s_i^2}, \quad (7.5 a)$$

gdzie:

$r$  – liczba powtórzeń doświadczenia w poszczególnych punktach planu ( $r = 3$ ).

$i = n$  – liczba punktów planu ( $n = 8$ )

$\bar{y}_i$  – średnia wartość wyjść dla  $i$  – tego punktu planu.

Wyniki obliczeń zamieszczono w tabeli 7.10.

Tabela 7.10. Tabela pomocnicza do obliczeń

	Nr doświadczenia w planie eksperymentu							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Kąt wierzchołkowy $\mathcal{G}'$ [°]	77,9	143	80,6	146	78,1	150	78,8	147
	80	144	81,9	147	79	151	79,7	148
	81,3	146	82,4	149	82,8	152	81,9	149
Średnia	79,733	144,333	81,633	147,333	79,967	151	80,133	148
Wariancja	2,943	2,333	0,863	2,333	6,223	1	2,543	1
Odchylenie	1,716	1,528	0,929	1,527	2,495	1	1,595	1
					$s_{i\max}^2 = 6,223$	$\sum_{i=1}^8 s_i^2 = 19,24$		

### 25.9. Sprawdzenie jednorodności wariancji w próbie

We wszystkich przeprowadzonych badaniach liczba powtórzeń doświadczeń była identyczna dla wszystkich punktów planu. Dlatego też do sprawdzenia jednorodności wariancji w próbie zastosowano test *Cochrana*, dla którego wartość testu oblicza się ze wzoru:

$$G = \frac{s_{i\max}^2}{\sum_{i=1}^8 s_i^2}. \quad (7.6)$$

Wartość testu *Cochrana* według wzoru (7.6) wynosi  $G = 0,3235$ , natomiast krytyczna wartość testu odczytana z tablic  $G_{kr}$  dla następujących parametrów:  $k = n = 8$  i  $\nu = r - 1 = 2$  liczby stopni swobody wynosi:  $G_{kr(0,05,82)} = 0,5157$ . Ponieważ zachodzi nierówność  $G \leq G_{kr(a,k,\nu)}$ , nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o jednorodności wariancji.

### 25.10. Obliczenie współczynników w funkcji regresji

Wartości współczynników regresji obliczono minimalizując sumę kwadratów błędów. Nieznane współczynniki w równaniu regresji otrzymuje się ze wzoru:

$$\{\mathbf{k}\} = ([\tilde{\mathbf{X}}]^T [\tilde{\mathbf{X}}])^{-1} [\tilde{\mathbf{X}}]^T \{\tilde{\mathbf{Y}}\} = \frac{1}{N} [\tilde{\mathbf{X}}]^T \{\tilde{\mathbf{Y}}\}, \quad (7.7)$$

gdzie:

$[\bar{X}]$  – macierz planu eksperymentu,

$([\bar{X}]^T [\bar{X}])^{-1}$  – macierz kowariancji,

$\{\bar{Y}\}$  – wektor średnich wyników eksperymentu.

Wykonując poszczególne operacje jako rozwiązanie otrzymano 7 nieznanymi współczynnikami równania (tab. 7.11).

Tabela 7.11. Nieznane parametry współczynników funkcji regresji

Współczynnik	$k_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_{12}$	$k_{13}$	$k_{23}$
Wartość	113,9725	33,6489	0,2580	0,7582	-0,2583	1,0749	-0,9666

Wówczas funkcja regresji opisująca kąty wierzchołkowe nierówności na materiale obrabianym w zależności od czynników badanych (uwzględniająca zmienne zakodowane) przybiera postać:

$$\hat{Y} = \hat{\mathfrak{G}} = 113,9725 + 33,6489 \cdot \bar{x}_1 + 0,2580 \cdot \bar{x}_2 + 0,7582 \cdot \bar{x}_3 + \\ - 0,2583 \cdot \bar{x}_{12} + 1,0749 \cdot \bar{x}_{13} - 0,9666 \cdot \bar{x}_{23}. \quad (7.8)$$

### 25.11. Analiza statystyczna funkcji regresji

Kolejnym etapem identyfikacji obiektu badań jest ocena istotności współczynników równania regresji, wykonano ją za pomocą testu  $t$  – *Studenta*. Jeżeli wystąpi przypadek  $t_i \geq t(\alpha, f)$  następuje odrzucenie hipotezy o nieistotności współczynników regresji, tzn., że współczynniki regresji mają wpływ istotny na czynnik wynikowy. Jeśli natomiast  $t_i < t_{kr}(\alpha, f)$  następuje przyjęcie hipotezy o nieistotności współczynników regresji i współczynniki te można pominąć. Liczbę stopni swobody wyznaczono z zależności:

$$f = N - m, \quad (7.9)$$

gdzie:

$N$  – liczba doświadczeń w planie eksperymentu ( $n = 8$ ),

$m$  – liczba wyrazów równania regresji łącznie z wyrazem wolnym ( $m = 7$ ).

Wartość statystyk wyznaczono ze wzoru:

$$t = \frac{|k_k| \sqrt{N}}{\hat{s}_{y-\hat{y}}}, \quad (7.10)$$

gdzie:

$\hat{s}_{y-\hat{y}}$  – wariancja resztowa współczynników regresji,

$k_k$  – obliczony współczynnik regresji.

Wariancję resztową wyznaczono ze wzoru:

$$\hat{s}_{y-\hat{y}} = \frac{1}{N - m} \sum_{n=1}^8 (\hat{y}_n - \hat{y}_n)^2, \quad (7.11)$$

gdzie  $y_n - \hat{y}_n$  – odchylenie średnie wyjścia obiektu od średniego wyjścia modelu.

Tab. 7.12. Tablica pomocnicza obliczeń

Lp.	Wariancja międzywierszowa	Odchylenie std.	Wyjście obiektu	Wyjście modelu	$\hat{s}_{\bar{y}-\hat{y}}$	Statystyka $t_i$	Wartość współczynnika $k$	$(\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2$	Wariancja adekwatności $S_E$
1	2,943	1,715	79,733	79,2	0,284	1133,449	113,972	1175,348	0,142
2	2,33	1,527	144,333	144,867	0,285	334,511	33,649	919,099	0,142
3	0,863	0,929	81,633	82,167	0,285	2,565	0,258	1048,681	0,142
4	2,333	1,527	147,333	146,8	0,284	7,540	0,758	1109,999	0,142
5	6,223	2,495	79,967	80,5	0,284	2,569	-0,258	1159,399	0,142
6	1	1	151	150,467	0,284	10,689	1,075	1367,768	0,142
7	2,543	1,595	80,133	79,6	0,284	9,613	-0,967	1148,081	0,142
8	1	1	148	148,533	0,284			1154,868	0,142
			Średnia 114,017	Średnia 114,017	$S_R$ $\Sigma=2,275$	$t_{kr} =$ 12,71		$\Sigma=$ 9083,245	$\Sigma=$ 1,1377

Dla rozważanego przypadku funkcji regresji otrzymano współczynniki  $k_0$  i  $k_1$  są większe od wartości krytycznej, co oznacza, że są istotne w sensie statystycznym, natomiast pozostałe są nieistotne i można je pominąć. Równanie regresji z uwzględnieniem czynników nieistotnych ma następującą postać zakodowaną, gdzie wyrazy podkreślone oznaczają, że są nieistotne:

$$\hat{Y} = \hat{Q}' = 113,9725 + 33,6489 \cdot \bar{x}_1 + \underline{0,2580} \cdot \bar{x}_2 + \underline{0,7582} \cdot \bar{x}_3 + \underline{-0,2583} \cdot \bar{x}_{12} + \underline{1,0749} \cdot \bar{x}_{13} - \underline{0,9666} \cdot \bar{x}_{23}. \quad (7.12)$$

## 25.12. Badanie istotności współczynnika korelacji wielowymiarowej

Testowano wszystkie współczynniki (test  $F$  – *Snedecora*). Miarą wiarygodności otrzymanych wyników w postaci równania regresji jest badanie współczynnika korelacji wielowymiarowej  $R^2$ . Współczynnik  $R^2$  może być traktowany jako miara dopasowania funkcji regresji do wyników eksperymentu. Wartość  $R^2$  określa równanie:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2}}, \quad (7.13)$$

gdzie:

- $\hat{y}_i$  – średnia wartość wyjścia modelu, obliczone z równania regresji,
- $\bar{y}_i$  – średnia wartość wyjścia dla  $i$  – tej doświadczenia dla  $r$  powtórzeń,
- $\bar{\bar{y}}$  – wartość średnia wyjścia obiektu dla  $n$  doświadczeń.

Celem sprawdzenie istotności otrzymanego współczynnika korelacji wielowymiarowej  $R^2$  przeprowadzono test  $F$  – *Snedecora*, oparty na analizie wariancji w równaniu regresji według wzoru:

$$F = \frac{N - m}{m - 1} \frac{R^2}{1 - R^2}, \quad (7.14)$$

gdzie:

- $N$  – liczba doświadczeń w planie eksperymentu ( $n = 8$ ),
- $m$  – liczba wyrazów równania regresji łącznie z wyrazem wolnym ( $m = 7$ ).

W celu obliczenia współczynnika korelacji wielowymiarowej oraz sprawdzenia jego istotności przeprowadzono następujące czynności:

1. Obliczono wartości wyjść modelu bez pomijania współczynników nieistotnych (tab. 7.12) wartości wyjść modelu.
2. Obliczono wartość współczynnika korelacji wielowymiarowej zgodnie z kolejnością:
  - obliczono średnią wartość wyjścia obiektu dla  $n$  doświadczeń (tab. 7.12) ze wzoru:

$$\bar{\bar{y}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{y}_i, \quad (7.15)$$

- obliczono średnią wartość wyjścia modelu dla  $n$  doświadczeń (tab. 7.12) ze wzoru:

$$\hat{\bar{y}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{y}_i, \quad (7.16)$$

- sprawdzono równość wartości średnich wyjść obiektu i modelu:

$$\bar{\bar{y}} = 114,0166 = \hat{\bar{y}} = 114,017,$$

- obliczono wariancję resztową, która jest sumą kwadratów różnic wyjść modelu i obiektu, dla poszczególnych punktów planu (tab. 7.12):  $S_R = \sum \hat{s}_{y-\hat{y}} = 2,276$ ,
- obliczono sumy kwadratów różnic wyjść obiektu dla poszczególnych punktów planu (tab. 7.12).

$$\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 = 9083,245, \quad (7.17)$$

- obliczono wartość współczynnika korelacji wielowymiarowej:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2}} = \sqrt{1 - \frac{2,27548}{9083,24464}} = 0,9997, \quad (7.18)$$

- obliczono wartość testu  $F$  – *Snedecora* dla danych:  $N=8, m=7, R^2=0,9997$ .

$$F = \frac{N-m}{m-1} \cdot \frac{R^2}{1-R^2} = \frac{8-7}{7-1} \cdot \frac{(0,9997)^2}{1-(0,9997)^2} = 277,6, \quad (7.19)$$

- odczytano wartość krytyczną testu  $F$  – *Snedecora* z tablic, gdy:  $\alpha=0,05, r_1 = m - 1 = 7 - 1 = 6, r_2 = N - m = 8 - 7 = 1, F_{kr(\alpha, r_1, r_2)} = 234$ , ponieważ  $F = 277,6 > F_{kr}=234$ , nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o istotności współczynnika korelacji wielowymiarowej. Oznacza to również, że nie można odrzucić hipotezy o prawdziwości współczynników funkcji regresji.

### 25.13. Sprawdzenie adekwatności modelu matematycznego

Ocenę adekwatności przyjętego modelu matematycznego przeprowadzono z zastosowaniem testu  $F$ . Test statystyczny przeprowadzono dla wartości wyjść obiektu i modelu (tab. 7.12). Postawiono następujące hipotezy statystyczne:  $H_0$ : średnie grupowe wyjść obiektu i modelu nie różnią się istotnie wobec hipotezy alternatywnej  $H_1$ : średnie grupowe wyjść obiektu i modelu różnią się istotnie. Obliczona wartość statystyki  $F = 1,0003$  jest mniejsza od wartości krytycznej  $F_{kr} = 3,44$  i nie należy do obszaru krytycznego, dlatego też nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy  $H_0$  na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Na tej podstawie można stwierdzić, że przyjęta klasa modelu matematycznego jest adekwatna.

### 25.14. Odkodowanie funkcji regresji

Odkodowanie funkcji regresji polega na wykorzystaniu relacji kodowych zgodnie ze wzorem (7.3) po podstawieniu do równania regresji i zastąpieniu zmiennych kodowych zmiennymi rzeczywistymi. Zależności dla poszczególnych czynników badanych po przekształceniu mają postać:

$$\bar{\mathcal{G}} = \bar{x}_1 = 33 \cdot \bar{x}_1 + 113, \quad (7.20 \text{ a})$$

$$\bar{f} = \bar{x}_2 = 0,75 \cdot \bar{x}_2 + 1,25, \quad (7.20 \text{ b})$$

$$\bar{\mu} = \bar{x}_3 = 0,045 \cdot \bar{x}_3 + 0,055. \quad (7.20 \text{ c})$$

Po operacji odkodowania otrzymano równanie w postaci:

$$\begin{aligned} \widehat{\bar{Y}} = \widehat{\bar{\mathcal{G}}}' = & -1,511 + 0,9929 \cdot \bar{\mathcal{G}} + 3,099 \cdot \bar{f} - 29,15 \cdot \bar{\mu} + \\ & - 0,01044 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{f} + 0,7239 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{\mu} - 28,64 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu}, \end{aligned} \quad (7.21)$$

### 25.15. Funkcje regresji

Analogiczne kalkulacje przeprowadzono dla pozostałych czynników wynikowych tzn. wysokości rzeczywistej nierówności  $h' = f(\mathcal{G}, f, \mu)$  (7.22), dla rolki typu A oraz  $\mathcal{G}' = f(\mathcal{G}, f, \mu)$  (7.23) i  $h' = f(\mathcal{G}, f, \mu)$  (7.24) dla rolki typu B. Zidentyfikowane funkcje regresji mają następujące postaci:

$$\begin{aligned} \widehat{\bar{Y}} = \widehat{\bar{h}}' = & -0,0019 + 0,0001 \cdot \bar{\mathcal{G}} + 1,1058 \cdot \bar{f} + 0,3264 \cdot \bar{\mu} + \\ & - 0,0066 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{f} - 0,0044 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{\mu} + 0,1553 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu}, \end{aligned} \quad (7.22)$$

przy współczynniku korelacji wielowymiarowej  $R^2 = 1$ ,

$$\begin{aligned} \widehat{\bar{Y}} = \widehat{\bar{\mathcal{G}}}' = & 4,0842 + 0,9391 \cdot \bar{\mathcal{G}} + 1,1008 \cdot \bar{f} - 80,1375 \cdot \bar{\mu} + \\ & + 0,0059 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{f} + 0,7043 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{\mu} - 3,3333 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu}, \end{aligned} \quad (7.23)$$

przy współczynniku korelacji wielowymiarowej  $R^2 = 999$ ,

$$\begin{aligned} \widehat{\bar{Y}} = \widehat{\bar{h}}' = & -0,0089 + 0,0002 \cdot \bar{\mathcal{G}} + 1,1035 \cdot \bar{f} + 0,5669 \cdot \bar{\mu} + \\ & - 0,0066 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{f} - 0,0046 \cdot \bar{\mathcal{G}} \cdot \bar{\mu} + 0,0501 \cdot \bar{f} \cdot \bar{\mu}, \end{aligned} \quad (7.24)$$

przy współczynniku korelacji wielowymiarowej  $R^2 = 1$ .

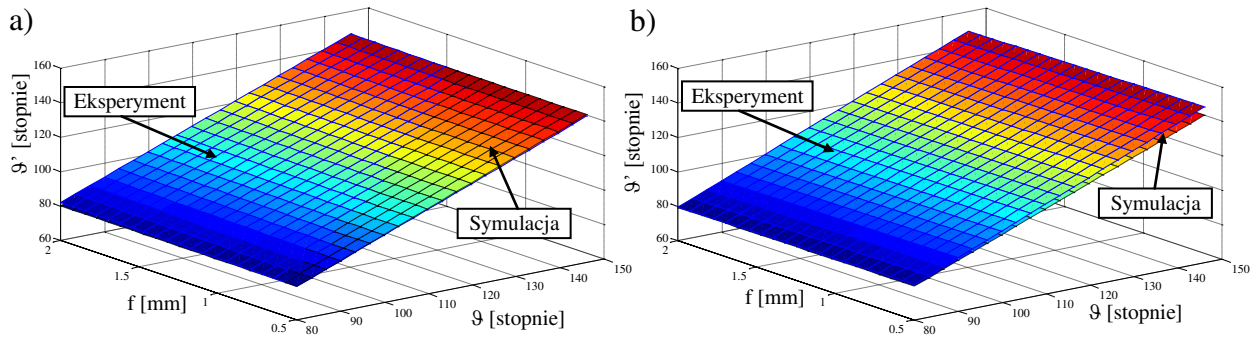
### 26. Ocena wyników badań

Otrzymane wyniki badań eksperymentalnych w postaci funkcji regresji (7.21 ÷ 7.24) porównano z odpowiadającymi im funkcjami regresji (6.10 ÷ 6.14) uzyskanymi w Części VI niniejszej pracy. Przeprowadzono test istotności dla funkcji regresji otrzymanych z badań eksperymentalnych i z symulacji komputerowej. Wykonano analizę wariancji stosując test *F Fishera – Snedecora* [11], gdzie statystykę testową wyznaczono według wzoru:

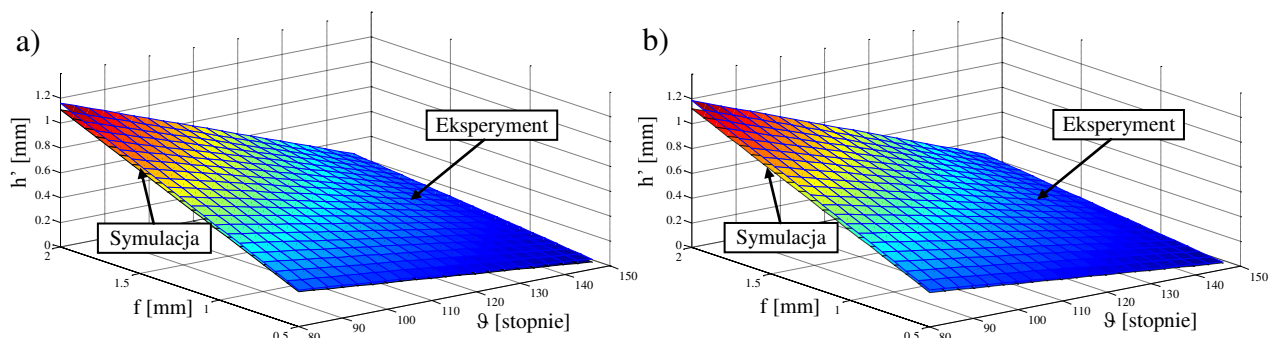
$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}. \quad (7.25)$$

Postawiono następujące hipotezy statystyczne:  $H_0$  – średnie grupowe nie różnią się istotnie, czyli wyniki analizy numerycznej i badań eksperymentalnych nie różnią się istotnie od siebie, wobec hipotezy alternatywnej:  $H_1$  – średnie grupowe różnią się istotnie, czyli wyniki analizy numerycznej i badań eksperymentalnych różnią się istotnie. Dla odpowiednich funkcji regresji wygenerowano po

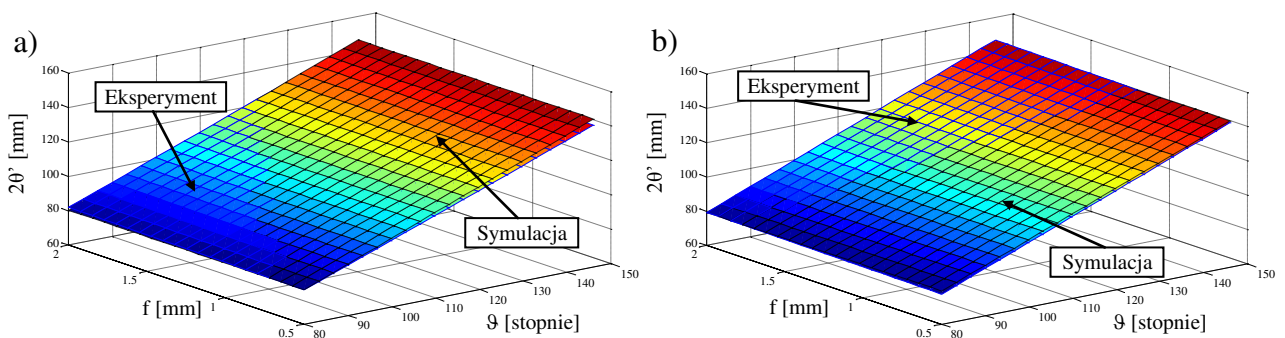
dwadzieścia wartości czynnika wynikowego, które następnie poddano testowi istotności. Analizy statystyczne dla wszystkich odpowiadających sobie funkcji nie wykazały istotnych różnic na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Funkcje regresji uzyskane na podstawie badań eksperymentalnych i symulacji komputerowych przedstawiono na wykresach.



Rys. 7.2. Wykres zależności  $G' = f(\theta, f)$  dla krążka typu A dla współczynnika tarcia:  
a)  $\mu = 0,01$  i b)  $\mu = 0,1$

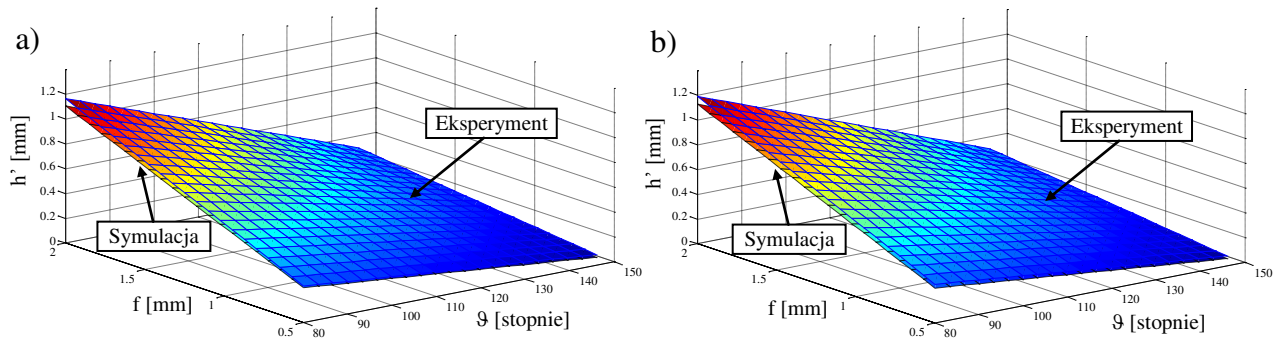


Rys. 7.3. Wykres zależności  $h' = f(\theta, f)$  dla krążka typu A dla współczynnika tarcia:  
a)  $\mu = 0,01$  i b)  $\mu = 0,1$



Rys. 7.4. Wykres zależności  $G' = f(\theta, f)$  dla krążka typu B dla współczynnika tarcia:  
a)  $\mu = 0,01$  i b)  $\mu = 0,1$





Rys. 7.5. Wykres zależności  $h' = f(\vartheta, f)$  dla krążka typu B dla współczynnika tarcia:

a)  $\mu = 0,01$  i b)  $\mu = 0,1$

## 27. Wnioski

- 1) Wyniki badań weryfikacyjnych potwierdziły wyniki symulacji komputerowych. Zaprojektowane krążki pozwalają kształtować nierówności RST zalecane pod nagniatanie gładkościowe.
- 2) Porównanie wyników symulacji komputerowych (dotyczących kątów wierzchołkowych i wysokości nierówności) z wynikami badań eksperymentalnych odwzorowania zarysu części roboczej krążków typu A i typu B do wygnięcia nierówności RST nie wykazało istotnych różnic na przyjętym poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Na tej podstawie można uznać, że z wystarczającą dokładnością dla praktyki inżynierskiej możliwe jest prognozowanie właściwości WW wyrobu już na etapie projektowania procesu technologicznego.
- 3) Wyniki badań eksperymentalnych wykazały przydatność opracowanych modeli matematycznych procesu plastycznego kształtowania nierówności RST. Opracowane aplikacje w programie Ansys/LsDyna mogą być wykorzystywane do projektowania wygnięcia nierówności RST jako nowej operacji poprzedzającej nagniatanie gładkościowe.



## ZAKOŃCZENIE

### 28. Podsumowanie

Przedstawione w pracy podstawy teoretyczne i doświadczalne procesu wygniatania regularnych nierówności RST oraz analiza zjawisk towarzyszących procesowi opracowano syntetyzując w większości wyniki badań własnych. Celowość opracowania tych problemów jest uzasadniana technologicznie i ekonomicznie. W pracy podjęto starania, aby łącznie ująć problemy wygniatania nierówności RST oraz ich nagniatania gładkościowego, w taki sposób aby zawierała ona podstawy do właściwego projektowania i sterowania złożonym procesem plastycznego kształtowania nierówności RST.

W czasie realizacji poszczególnych etapów pracy zrealizowano następujące zadania:

1. Przeanalizowano literaturę z zakresu procesu nagniatania i walcowania gwintów ze szczególnym uwzględnieniem:
  - charakterystyki procesu nagniatania,
  - struktury geometrycznej powierzchni po obróbkach poprzedzających nagniatanie,
  - jakości technologicznej i użytkowej wyrobu,
  - sposobu przygotowania powierzchni pod nagniatanie gładkościowe,
  - sposobu i narzędzi walcowania i wygniatania gwintów.
2. Zbudowano stanowisko do badań eksperymentalnych procesu wygniatania nierówności RST.
3. Opracowano metodykę wstępnych badań eksperymentalnych.
4. Opracowano metodykę badań modelowych.
5. Opracowano model fizyczny procesu plastycznego kształtowania nierówności RST oraz określono podstawowe założenia i definicje dotyczące modelu fizycznego.
6. Wyprowadzono równania konstytutywne dla ciała sprężysto/lepko – plastycznego (E/VP), które są uogólnieniem istniejących teorii przyrostowych dla ciała sprężysto – plastycznego, w których nie uwzględnia się dynamiki procesu.
7. Opracowano model matematyczny procesu wygniatania nierówności RST sformułowanego w przyrostach. W tym celu wykorzystano uaktualniony opis Lagrange’a. Do sformułowania równania ruchu obiektu zastosowano rachunek wariacyjny. Otrzymane, wariacyjne równanie ruchu dyskrytezyzowano metodą elementów skończonych, otrzymując dyskretny układ równań ruchu obiektu. Przedstawiono sposób rozwiązania tego układu równań po zastosowaniu metod całkowania bezpośredniego.
8. Opracowano metodykę badań numerycznych. Opracowano funkcje regresji umożliwiającą kształtowanie narzędziem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym nierówności RST bez niekorzystnych szczelin na wierzchołkach. Opracowane nowe konstrukcje narzędzi zapewniają kształtowanie nierówności RST wymaganych pod dalsze nagniatanie gładkościowe.
9. Opracowano metodykę badań weryfikacyjnych. Przedstawiono i opracowano wyniki badań wygniatania nierówności RST narzędziami zaprojektowanymi przy użyciu metody elementów skończonych. Uzyskane funkcje regresji potwierdzają wyniki analiz komputerowych mogą być podstawą do projektowania procesu technologicznego części z wykorzystaniem wygniatania jako obróbki poprzedzającej nagniatanie gładkościowe.

## 29. Wnioski

Na podstawie opracowanego modelu matematycznego i aplikacji w systemie Ansys/LsDyna oraz przeprowadzonych analiz numerycznych i badań eksperymentalnych procesu plastycznego kształtowania nierówności RST sformułowano wnioski w następującym układzie: ogólne, poznawcze, dotyczące też pracy, utylitarne i do dalszych badań.

### 29.1. Wnioski ogólne

Wykazano, że proces wygniatania nierówności RST może być opisany przez wyprowadzone w pracy przyrostowe modele matematyczne:

- równania konstytutywne,
- dynamiczne równania ruchu obiektu,
- warunki jednoznaczności.

Opracowany algorytm rozwiązania tych równań i programy symulacyjne pozwalają określić stany przemieszczeń w dowolnym punkcie obiektu, a te są bezpośrednio związane ze stanem naprężeń i odkształceń.

Przeprowadzone badania odkształceń w strefie obróbki w procesie plastycznego kształtowania nierówności RST dotyczyły potwierdzenia zastosowania analizy numerycznej w rozwiązaniu tego typu problemów metodą elementów skończonych. Analiza uzyskanych rezultatów upoważnia do wysunięcia następujących wniosków o charakterze ogólnym:

1. Zastosowanie uaktualnionego opisu Lagrange'a pozwala na właściwe formułowanie zagadnień fizycznie i geometrycznie nieliniowej termodynamiki. Wariacyjne ujęcie równań ruchu obiektu, stanowi podstawę do ich dyskretyzacji metodą elementów skończonych, a następnie rozwiązania otrzymanych równań dyskretnych przy zastosowaniu metody bezpośredniego całkowania.
2. Ważnym elementem formułowania wielokrotnie nieliniowego zagadnienia dynamicznego, decydującym w znacznym stopniu o poprawności uzyskiwanych rozwiązań, jest odpowiedni opis dynamicznych właściwości materiałowych, uwzględniający wpływ prędkości odkształcenia lepko – plastycznego.
3. Zastosowane w pracy równania konstytutywne opisujące ciało sprężysto/lepko – plastyczne (E/VP) są uogólnieniem istniejących teorii przyrostowych dla ciała sprężysto – plastycznego, w których nie uwzględnia się dynamiki procesu (traktując go jako proces statyczny).
4. Właściwie zastosowana metoda elementów skończonych stwarza możliwość dokonania poprawnej analizy procesu plastycznego kształtowania nierówności RST. Przeprowadzona w pracy analiza procesu wygniatania nierówności RST wykazała, że konieczne jest przyjęcie odpowiedniego modelu numerycznego (przyjęcie odpowiedniego opisu materiałów, właściwego doboru elementów skończonych przedmiotu i narzędzia oraz obciążenia) uwzględniającego konsekwencje stosowanej metody rozwiązywania problemu nieliniowego (bezpośrednie, jawne całkowanie równań ruchu).
5. Analiza numeryczna metodą elementów skończonych stanowi efektywne narzędzie, gdyż pozwala przeprowadzać symulacje numeryczne złożonych zagadnień nieliniowej dynamiki ciał będących w kontakcie. Wymagana jest jednak właściwa weryfikacja modeli numerycznych oraz uzyskiwanych wyników, gdyż dopiero odpowiednie połączenie wiedzy z zakresu dynamiki i badań doświadczalnych pozwala na zapewnienie wiarygodności rezultatów.

### 29.2. Wnioski poznawcze i dotyczące też pracy

Porównanie podstawowych właściwości wybranych modeli materiałowych wskazuje na przewagę zastosowanych w pracy modeli przyrostowych. Pozwala to na sformułowanie następujących wniosków poznawczych:

- 1) Stosowanie statycznych modeli naprężeń uplastyczniających bez umocnienia do analizy nieliniowej odkształceń prowadzi do zawyżonych wartości przemieszczeń i końcowych odkształceń

plastycznych. Podobne wyniki otrzymuje się również przy zastosowaniu klasycznego modelu naprężeń uplastyczniających. Jest to efekt nieuwzględniania w opisie naprężeń odkształceń lepko/plastycznych. Wyniki badań doświadczalnych wskazują na ścisły związek pomiędzy dynamicznymi właściwościami materiału a prędkością odkształcenia. Ponadto zastosowanie modelu chwilowych dynamicznych naprężeń uplastyczniających do opisu właściwości materiału zależnych od historii nie jest adekwatne. Powinno się więc stosować zaproponowany w pracy model przyrostowy. Trudności w stosowaniu tego modelu wynikają z braku znajomości historii odkształcenia i prędkości odkształcenia. Problem ten można wyeliminować stosując zaproponowany w pracy algorytm rozwiązania krok po kroku. Wówczas historię dowolnego punktu ciała określa się wykorzystując rozwiązanie z poprzedniego kroku.

- 2) Opracowany w pracy model naprężeń uplastyczniających materiały metalowe jest adekwatny do przyjętego opisu, w całym zakresie zmian parametrów technologicznych procesu wygniatania nierówności RST.
- 3) Opracowane w pracy nowe konstrukcje narzędzi zapewniają możliwość plastycznego kształtowania nierówności RST na zewnętrznych powierzchniach walcowych o parametrach wymaganych pod dalszą obróbkę powierzchniową nagniataniem.
- 4) Opracowane aplikacje w systemie Ansys/LsDyna umożliwiają kompleksową analizę procesu z uwzględnieniem nieliniowości fizycznej i geometrycznej.

W świetle powyższego można stwierdzić, że praca została wykonana zgodnie z założeniami oraz że tezy pracy zostały udowodnione.

### 29.3. Wnioski użytkowe

Przyrostowy model matematyczny ruchu obiektu oraz opracowany algorytm numeryczny jego rozwiązania pozwala na kompleksową analizę nieliniowych zjawisk zachodzących w trakcie procesu wygniatania nierówności przy użyciu programów wykorzystujących metody elementów skończonych na przykład program Ansys/LsDyna.

Opracowane algorytmy i aplikacje komputerowe w systemie Ansys/LsDyna powodują, że proces projektowania technologii wygniatania nierówności może być istotnie rozszerzony i ulepszony. Uzyskane wyniki symulacji komputerowych mogą być podstawą do projektowania nowych technologii przygotowania powierzchni pod nagniatanie gładkościowe.

Wyprowadzone na podstawie badań numerycznych i eksperymentalnych funkcje regresji stanowią podstawę do obliczania parametrów technologicznych procesu wygniatania nierówności RST jako nowej operacji poprzedzającej nagniatanie gładkościowe.

Otrzymane wyniki mają istotne znaczenie dla sterowania właściwościami WW kształtowanej w procesie wygniatania a następnie nagniatania, gdyż stwarzają możliwość skuteczniejszej ingerencji w projektowanie procesu technologicznego i dostosowanie jakości technologicznej do odpowiednich warunków eksploatacyjnych przedmiotu.

### 29.4. Wnioski do dalszych badań

Niniejsza praca nie wyczerpuje wszystkich problemów związanych z procesem wygniatania nierówności RST. Na podstawie otrzymanych wyników przedstawionych w pracy można dostrzec prowadzenie w przyszłości następujących ważnych prac badawczych dotyczących:

1. Możliwości wykorzystania istniejących systemów komputerowych MES do modelowania i analizy różnych sposobów plastycznego kształtowania nierówności o innych zarysach tzn. prosto i krzywokreślnych.
2. Wykorzystanie opracowanego w pracy algorytmu obliczeniowego do budowy jednolitego systemu nieliniowej analizy procesów wygniatania nierówności RST a następnie ich nagniatania gładkościowego.

---

Wdrożenie opracowanego modelu i aplikacji w systemie ANSYS/LSDYNA do projektowania procesu wygniatania nierówności RST a następnie ich nagniatania pozwoli na rozwiązanie ważnych problemów, takich jak prognozowanie stanu odkształceń i naprężeń w warstwie wierzchniej przedmiotów nagniatanych oraz poprawić jakość wyrobu przy jednoczesnym zwiększeniu wydajności obróbki. Proces projektowania technologii może być przez to istotnie rozszerzony, unowocześniony i ulepszony poprzez wykorzystanie nowoczesnych metod modelowania procesu oraz zastosowanie metod numerycznych i techniki komputerowej.

## Spis literatury

1. BACZYŃSKI Z. F.: *Modele matematyczne elastomechaniki ciał warstwowych* 15/1985. IPPT PAN, Warszawa 1985;
2. BATHE K.J., WILSON E.L.: *Numerical methods in finite Elements Analysis*. Prentice – Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1976.
3. BATHE K.J.: *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Prentice – Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1982.
4. BAY N., WANHEIM T.: *Real Area of contact Between a Rough Tool and a Smooth Workpiece at High Normal Pressures*. *Wear*, 38, 1976, pp. 225÷234.
5. BĄK R., BURCZYŃSKI T.: *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*. WNT, Warszawa 2001;
6. BEDNARCZYK J.: *Analiza rozkładów sił i naprężeń w głowicach do plastycznej obróbki metali metodą elektrodynamiczną*. Rozprawy monograficzne 47, Wydawnictwa AGH, Kraków 1996;
7. BEDNARSKI T.: *Mechanika plastycznego płynięcia w zarysie*. PWN W – wa 1995.
8. BIEŃ A., SZOT A.: *Analiza możliwości zastosowania Metody Elementów Skończonych w wyznaczaniu funkcji celu przy planowaniu doświadczeń na przykładzie laserowego hartowania stali*. VIII Konferencja Naukowo – techniczna nt. Programy MES w komputerowym wspomaganiu analizy, projektowania i wytwarzania. WDW Rynia k/Warszawy 2003.
9. BŁASZKÓW R., KUKIELKA L., PATYK R., WOJTALIK M.: *Numerical analysis of nonlinear contact problem in process of burnishing rolling and centreless grinding*. 2(21), Tom 10, 2004 Kazan 2004, Russia.
10. BORKOWSKI J.: *Podstawy stosowania monokrystalicznych ziarn węgla krzemu w obróbce ściernej*. Monografia nr 6. Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie, 1979r.
11. CHMIELEWSKI K., BERCZYŃSKI S.: *Statystyka matematyczna. Ćwiczenia laboratoryjne z wykorzystaniem pakietu STATISTICA PL*. Wydawnictwo uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 2002;
12. CIENKOWSKI W.: *Analiza stanów przemieszczenia i odkształcenia materiału przedmiotu o zdefiniowanym, okresowym profilu chropowatości powierzchni w procesie nagniatania tocznego*. Praca doktorska. Politechnika Koszalińska 2000.
13. CZARNECKI H.: *Optymalizacja zarysu poprzecznego gwintowników wygniatających*. ZN Wydziału Mechanicznego nr 34 Obróbka kształtująca i powierzchniowa nagniataniem. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2004. str. 33 – 42.
14. DOEGE E., MEYER – NOLKEMPER H., SAEED I.: *Fleißkurvenatlas metallischer Werkstoffe*. Hanser Verlag München Wien
15. DYLAĞ Z., JAKUBOWICZ A., ORŁOŚ Z.: *Wytrzymałość materiałów*. WNT, Warszawa 1999;
16. ERBEL S., KUCZYŃSKI K., MARCINIAK Z.: *Obróbka plastyczna*. PWN, Warszawa 1981;
17. FELD M.: *Projektowanie i automatyzacja procesów technologicznych części maszyn*. WNT, Warszawa 1994;
18. FELD M.: *Podstawy projektowania procesów technologicznych typowych części maszyn*. WNT, Warszawa 2000;
19. FIC S.: *Wpływ parametrów obróbki elektromechanicznej głębokich otworów na strukturę powierzchni obrabianej*. Praca doktorska. Politechnika Warszawska, 1973
20. FIC S.: *Doświadczalne i teoretyczne podstawy obróbki elektromechanicznej*. Warszawa 1983;
21. FUNG Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*. PWN, Warszawa 1969.
22. GONTARZ A., WEROŃSKI W.: *Podstawy doświadczalno – teoretyczne kucia matrycowego stopów aluminium*. Lubelskie Towarzystwo Naukowe, Lublin 2000;
23. GÓRECKA R.: *Teoria i technika eksperymentu*. Politechnika Krakowska Kraków 1995.
24. GÓRECKA R., POLAŃSKI Z.: *Metrologia warstwy wierzchniej*. Warszawa 1983;
25. GÓRSKI E.: *Obróbka gładkościowa*. WNT, Warszawa, 1970.
26. GÓRSKI E., FIC S.: *Wykańczanie powierzchni obrabianych metodą elektromechaniczną*. Konferencja Naukowo-Techniczna, SIMP, Warszawa, 1973.
27. GRZYMKOWSKI M.: *Metody analizy procesów obróbki plastycznej metali*. IPPT PAN, Warszawa 1982;
28. HAUSER K. : *Feinwalzen. Technische Rundschau*. 1968 nr 38.
29. HEBDA M., WARCHAL A.: *Trybologia*. WNT, Warszawa 1980;
30. HERMANN M.: *Richtlinien für die Bestimmung der Rauhtiefen bei der Anwendung des Oberflächenfeinwalzen*. Automobil-Industrie, 11 Jahrgang nr 4, 1966.
31. HILL R.: *The Mathematical theory of plasticity*. Oxford 1986.
32. JARONIEK M.: *Analiza prób rozciągania - faza zniszczenia*. Wytrzymałość materiałów str. 12 – 26.
33. JEZERSKI J.: *Modele technologiczne dla analizy głębokości zalegania odkształceń plastycznych w obróbce powierzchniowej nagniataniem*. III Konferencja naukowo – techniczna nt. Technologia obróbki przez nagniatanie ATR Bydgoszcz 1984. str. 58 – 69.
34. JOHNSON K. L.: *Contact mechanics*. Cambridge University Press 1985.
35. KACZMAREK J.: *Podstawy obróbki wiórowej, ściernej i erozyjnej*. WNT, Warszawa, 1971.
36. KLEIBER M.: *Duże deformacje ciał sprężysto-plastycznych. Teoria i numeryczna analiza konstrukcji*. Prace IPPT PAN, Warszawa, 1978
37. KLEIBER M.: *Wprowadzenie do metody elementów skończonych*. Materiały dla studiów doktoranckich i podyplomowych nr 9, Politechnika Poznańska, Poznań, 1984
38. KLEIBER M., *Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum*, Bibl. Mechaniki Stosowanej Inst. Podst. Problemów Techniki PAN, PWN, Warszawa-Poznań 1985,
39. KLEIBER M.: *Wykłady z nieliniowej termo – mechaniki ciał odkształcalnych*. Politechnika Warszawska. W – wa 2000.

40. KŁOSOWSKI P.: *Nieliniowa analiza numeryczna i badania doświadczalne drgań sprężysto – lepkoplastycznych płyt i powłok*. Politechnika Gdańska 1999.
41. KOBUS P., PIETRZYKOWSKI R., ZIELIŃSKI W.: *Statystyka z pakietem Statistica*. SGGW W – wa 2001
42. KOWALCZYK L.: *Modelowanie fizyczne procesów*. Radom 1995.
43. KOZŁOWSKI M. M.: *Podstawy procesu nagniatania naporowego tocznego*. Akademia Techniczno – Rolnicza im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy, Bydgoszcz 1982;
44. KUBIK J.: *Mechanika materiałów*. Politechnika Opolska, Opole 1998.
45. KUKIELKA L.: *Nagniatanie toczne z prądem nowoczesna metoda regeneracji części maszyn*. Materiały III Sympozjum im. Prof. Czesława Kanafijskiego „Problemy budowy oraz eksploatacji maszyn i urządzeń rolniczych”. Płock, 1985, s. 28÷29.
46. KUKIELKA L.: *Własności warstwy wierzchniej części po nagniataniu tocznym z nagrzewaniem prądem elektrycznym*. Eksploatacja Maszyn nr 5÷6, 1986, s. 28÷29.
47. KUKIELKA L.: *Próba określenia wyjściowego profilu chropowatości pod nagniatanie i warunków nagniatania w aspekcie jakości powierzchni i dokładności wymiarowo-kształtowej wyrobu*. V Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Tendencja rozwojowe w technologii maszyn”, PAN-WSInż. Zielona Góra, Zeszyty Naukowe WSInż. Zielona Góra, Mechanika z. 17, 1987, s. 29÷44.
48. KUKIELKA L.: *Stan obciążenia nierówności przedmiotu o zdeterminowanej strukturze geometrycznej powierzchni podczas nagniatania tocznego*. V Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Tendencje rozwojowe w technologii maszyn”, PAN-WSInż. Zielona Góra, Zeszyty Naukowe WSInż. Zielona Góra, Mechanika z. 17, 1987, s. 18÷28.
49. KUKIELKA L.: *Analiza sił nagniatania tocznego z przepływem prądu*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 9, WSInż. Koszalin, 1988, s. 231÷287.
50. KUKIELKA L.: *Metodyka określania przemieszczenia, odkształcenia i prędkości odkształcenia materiału nierówności w procesie powierzchniowego nagniatania tocznego*. IV Konferencja Naukowo-Techniczna „Technologia obróbki przez nagniatanie”. PAN-SIMP-ATR Bydgoszcz, 1988, s. 38÷53.
51. KUKIELKA L.: *Modele matematyczne wyjściowej struktury geometrycznej powierzchni warstwy wierzchniej pod nagniatanie*. Archiwum technologii budowy maszyn, z. 7, PAN, Poznań, 1988, s. 287÷299.
52. KUKIELKA L.: *Możliwości podwyższenia własności eksploatacyjnych wyrobu przez kształtowanie zarysu plateau nagniataniem tocznym*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 11, WSInż. Koszalin, 1988, s. 101÷140.
53. KUKIELKA L.: *Możliwości zwiększania wytrzymałości zmęczeniowej elementów maszyn przez świadome kształtowanie ich jakości technologicznej w procesie nagniatania tocznego*. Materiały naukowe na zebranie Środowiskowe Sekcji Podstaw Eksploatacji PAN, Politechnika Lubelska, 1988, s. 51÷65.
54. KUKIELKA L.: *Określenie pola powierzchni kontaktu krążka walcowego z nierównościami powierzchni wálka tocznego w procesie nagniatania tocznego z prądem*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 9, WSInż. Koszalin, 1988, s. 129÷164.
55. KUKIELKA L.: *Optimalizacja procesu nagniatania powierzchniowego*. VII Krajowa Konferencja „Poliptymalizacja w projektowaniu – Mielno 88”, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 13, WSInż. Koszalin, 1988, s. 119÷146.
56. KUKIELKA L.: *Poślizg w procesie nagniatania z prądem i jego wpływ na zarys nierówności oraz dokładność wymiarowo-kształtową wyrobu*. Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Nowoczesne i oszczędne technologie”, SITMP-CIT, Częstochowa, 1988, s. 76÷96.
57. KUKIELKA L.: *Propozycje uproszczenia zależności na zmiany wymiarowe przedmiotu na średnicy podczas nagniatania tocznego z prądem*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 9, WSInż. Koszalin, 1988, s. 13÷41.
58. KUKIELKA L.: *Próba modelowania dynamicznych naprężeń uplastyczniających w warstwie wierzchniej w warunkach nagniatania z przepływem prądu przez układ OPN*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 11, WSInż. Koszalin, 1988, s. 53÷100.
59. KUKIELKA L.: *Zmiany zarysu nierówności i wymiarów przedmiotu spowodowane nagniataniem tocznym z prądem*. Postępy technologii Maszyn i Urządzeń PAN, z. 3, Warszawa-Kraków, 1988.
60. KUKIELKA L.: *Designating the field areas of a rotary burnishing contact with the rough surface of a part providing a high quality product*. Journal of Mechanical Working Technology, LSET 08 MECHWO 787, 1989, p. 1÷39.
61. KUKIELKA L.: *Naprężenia w warstwie wierzchniej przedmiotu podczas nagniatania*. III Międzynarodowe Kollokwium „Modele w projektowaniu i konstruowaniu maszyn”, Zakopane, 1989 (komunikat).
62. KUKIELKA L.: *Analiza wyjściowej struktury geometrycznej powierzchni warstwy wierzchniej pod powierzchniowe nagniatanie toczne*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 14, WSInż. Koszalin, 1990, s. 159÷182.
63. KUKIELKA L.: *Określanie pól obszarów kontaktu obrotowego elementu nagniatającego z chropowatą powierzchnią części o zdeterminowanym zarysie nierówności*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 14, WSInż. Koszalin, 1990, s. 183÷216.
64. KUKIELKA L.: *Zastosowanie metod wariacyjnej i elementów skończonych do analizy procesu nagniatania tocznego*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 14, WSInż. Koszalin, 1990, s. 217÷248.
65. KUKIELKA L.: *Określanie naprężeń chwilowych i wynikowych w warstwie wierzchniej przedmiotu nagniatanego powierzchniowo tocznie*. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Mechanika Nr 36, 1991, s.41÷52.

66. KUKIELKA L.: *Modele naprężeń uplastyczniających materiałów metalicznych dla przestrzennych problemów brzegowo-początkowych w fizycznie i geometrycznie nieliniowej termodynamice kontinuum*. VII Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna nt. Tendencje rozwojowe w technologii maszyn. Sekcja II, obróbka plastyczna, PAN-WSInż. Zielona Góra, 1992, s. 115÷121.
67. KUKIELKA L. *Wariacyjne sformułowanie modelu procesu powierzchniowego, tocznego nagniatania elektromechanicznego*. V Konferencja Naukowo-Techniczna nt. "Technologia obróbki przez nagniatanie". PAN-ART Bydgoszcz, 1992, s. 105÷118.
68. KUKIELKA L.: *Fizycznie nieliniowy, anizotermiczny model materiałowy procesu nagniatania*. Materiały II Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej nt. "Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej-WW'93". Gorzów Wlkp.-Lubniewice 1993, s. 330-334.
69. KUKIELKA L.: *Kształt i pole obszaru kontaktu narzędzia z przedmiotem w procesie nagniatania*. Materiały II Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej nt. "Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej-WW'93". Gorzów Wlkp.-Lubniewice 1993, s. 303-306.
70. KUKIELKA L. *Model konstytutywny odkształceń lepkoplastycznych ciała TEF-TVPF w warunkach realizacji nieliniowych, termodynamicznych procesów obróbki i eksploatacji części metalowych*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 15, WSInż. Koszalin, 1993, s. 72÷103.
71. KUKIELKA L.: *Przyrostowa analiza procesu nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Materiały na posiedzenie Sekcji Podstaw Technologii Maszyn PAN nt. "Prace katedr Wydziału Mechanicznego WSInż. W Koszalinie w zakresie technologii maszyn", 7.IX.1993, s. 62-75.
72. KUKIELKA L.: *Dynamiczny model procesu nagniatania z uwzględnieniem nieliniowości fizycznej i geometrycznej*. Studia i materiały. T. XIII, nr 1-2, seria referaty. Instytut Badań i Ekspertyz Naukowych, Gorzów Wlkp. 1994, s. 26-31.
73. KUKIELKA L.: *Nowoczesne metody analizy procesu powierzchniowego nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem, w aspekcie jakości użytkowej wyrobu*. Referat wygłoszony na sesji naukowej Zespołu Środowiskowego Sekcji Podstaw Eksploatacji KBM PAN w WSInż. Koszalin 8.04.1994 r., s. 16.
74. KUKIELKA L.: *Teoretyczne i doświadczalne podstawy powierzchniowego nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Wydawnictwo Uczelniane WSInż. w Koszalinie, Koszalin 1994;
75. KUKIELKA L.: *Komputerowa symulacja rozkładu temperatury w obiekcie podczas nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Materiały Ogólnopolskiej Konferencji nt. "Projektowanie procesów technologicznych TPP'95". Poznań-Czerniejewo 18-20.10.1995, s. 90-94.
76. KUKIELKA L.: *Powierzchniowe nagniatanie toczne z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Materiały Konferencji nt. "Mechanika 95" tom I, Politechnika Gdańska-Wydział Mechaniczny, Gdańsk 1995, s. 141-142.
77. KUKIELKA L.: *Designating the temperature field in the object during the burnishing rolling operation with electric current*. „2nd International Conference on Modelling of metal rolling processes”, London, 1996, s. 596-605.
78. KUKIELKA L.: *Numeryczna analiza procesu nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Archiwum Technologii Maszyn i Automatyzacji, Politechnika Poznańska, numer specjalny, 16, 1996, s. 141÷148.
79. KUKIELKA L.: *Poliptymalizacja procesu powierzchniowego nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Materiały XIV Ogólnopolskiej Konferencji nt. "Poliptymalizacja i komputerowe wspomaganie projektowania" Kołobrzeg, 1996, s. 179-186.
80. KUKIELKA L.: *Dynamic incremental nonlinear analysis of the burnishing rolling operation with electric current*. University Eds., WM nr 22, Koszalin, Poland, pp. 127÷142, 1998
81. KUKIELKA L.: *Modelowanie dynamicznych naprężeń uplastyczniających materiały metalowe w warunkach nagniatania*. ZN Wydziału Mechanicznego nr 25 nt. "Posiedzenie Komitetu Budowy Maszyn PAN-czerwiec 1998", Politechnika Koszalińska, Koszalin 1998, s. 77-87.
82. KUKIELKA L.: *Modelowanie przyrostu odkształceń i przyrostu naprężeń w warunkach nagniatania tocznego na zimno i półgorąco*. ZN Wydziału Mechanicznego nr 25 nt. Posiedzenie KBM PAN-czerwiec 1998, Politechnika Koszalińska, Koszalin 1998, s. 63-75.
83. KUKIELKA L.: *Nonlinear Modelling and Simulation of the Burnishing Rolling Operation with Electrical Current*. 7<sup>th</sup> International Conference of Steel Rolling Evolution and Exploitation for the Advancement of the Word, Steel Rolling'98, Chiba, 9-11.11.1998, p. 200-205.
84. KUKIELKA L. *Nowoczesne metody kształtowania warstwy wierzchniej części samochodowych*. Materiały I Konferencji Naukowo-Technicznej nt. "Rozwój motoryzacji w województwie śląskim", Urząd Wojewódzki, Śląsk, 16-17.05.1998, s. 7-24.
85. KUKIELKA L.: *Numerical Simulation of the Heat Transfer in the Burnishing Rolling Operation with Electrical Current*. 7<sup>th</sup> International Conference of Steel Rolling Evolution and Exploitation for the Advancement of the Word, Steel Rolling'98, Chiba, 1998, p. 233-238.
86. KUKIELKA L.: *Application of the Variational and Finite Element Methods to Dynamic Incremental Nonlinear Analysis in the Burnishing Rolling Operation*. 13<sup>th</sup> European Simulation Multiconference ESM 99, Modelling and Simulation: A tool for the next millennium, June 1-4, Warsaw, Ed. H. Szczerbińska, publ. SCS Int., Delf, 1999, p. 221-230.
87. KUKIELKA L.: *Podstawy badań inżynierskich*. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2000;



88. KUKIELKA L.: *Eksperymentalna metodyka wyznaczania stałych materiałowych naprężeń modelu termodynamicznych naprężeń uplastyczniających materiały metalowe*, Nowoczesne Techniki i Technologie, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 29, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2001 r, s.163-173.
89. KUKIELKA L.: *Modelowanie przyrostu odkształceń i przyrostu naprężeń w warunkach nagniatania tocznego*, Nowoczesne Techniki i Technologie, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 29, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2001 r, s.174-190.
90. KUKIELKA L.: *Modelowanie termodynamicznych naprężeń uplastyczniających części samochodowych ze stali o właściwościach niezależnych od historii deformacji*, IV Słupskie Forum Motoryzacji Problem bezpieczeństwa współczesnej motoryzacji, Słupsk 12-13 maja 2001, s. 70-86.
91. KUKIELKA L.: *Modelowanie termodynamicznych naprężeń uplastyczniających części stalowe o właściwościach niezależnych od historii deformacji*, Nowoczesne Techniki i Technologie, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 29, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2001 r, s.137-152.
92. KUKIELKA L.: *Modelowanie termodynamicznych naprężeń uplastyczniających materiały stalowe o właściwościach zależnych od historii deformacji*, Nowoczesne Techniki i Technologie, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 29, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2001 r, s.153-162.
93. KUKIELKA L.: *Nieliniowa analiza numeryczna odkształcenia plastycznego nierówności w procesie nagniatania tocznego na zimno*, Nowoczesne Techniki i Technologie, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 29, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2001 r, s.208-226.
94. KUKIELKA L.: *Podstawy badań inżynierskich*. Politechnika Koszalińska, PWN W – wa 2002.
95. KUKIELKA L.: *Wybrane problemy świadomego kształtowania jakości technologicznej i użytkowej części samochodowych w procesie nagniatania*, V Słupskie Forum Motoryzacyjno – Drogowe, Słupsk 2002.
96. KUKIELKA L.: *Przyrostowy model materiałowy i jego zastosowanie w modelowaniu obróbki nagniataniem*, Obróbka kształtująca i powierzchniowa nagniataniem, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 34, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2004, s.171-185.
97. KUKIELKA L., BŁASZKÓW R.: *Modelowanie zagadnienia kontaktowego ruchomego ciała sprężysto/lepkoplastycznego*, Posiedzenie KBM PAN, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 30, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2002 r, s.239-250.
98. KUKIELKA L., BŁASZKÓW R.: *Analiza numeryczna wpływu współczynnika tarcia na stan zjawisk zachodzących w obszarze kontaktu narzędzia z przedmiotem*, VI Konferencja naukowo – techniczna, Współczesne technologie w motoryzacji a bezpieczeństwo ruchu drogowego, Słupsk 2003.
99. KUKIELKA L., BŁASZKÓW R., PATYK R., WOJTALIK M.: *Wariacyjne sformułowanie zagadnienia kontaktowego ruchomego ciała sprężysto/lepkoplastycznego w ujęciu metody elementów skończonych*, Posiedzenie KBM PAN, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 30, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2002 r, s.225-238.
100. KUKIELKA L., CIENKOWSKI W. I INNI: *Stan przemieszczenia i odkształcenia materiału przedmiotu o zdeterminowanym, okresowym profilu chropowatości w procesie nagniatania tocznego*. Grant MEN DNS-T(03/347/90-2), Koszalin, 1991, s.238.
101. KUKIELKA L., CIENKOWSKI W.: *Stan przemieszczenia i odkształcenia symetrycznej nierówności trójkątnej w procesie powierzchniowego nagniatania tocznego*. VII Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Tendencje rozwojowe w technologii maszyn”, WSIInż. Zielona Góra, 1992, s. 103÷109.
102. KUKIELKA L., CIENKOWSKI W., FABIAN H.: *Modelowe badania mechanizmu plastycznego płynięcia nierówności symetrycznych, trójkątnych i trapezowych, w procesie zgniotu płaskim stemplem*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 15, WSIInż. Koszalin, 1993, s. 104÷122.
103. KUKIELKA L., CIENKOWSKI W., DUDEK P.: *Incremental model of yield stress of metals in the conditions of burnishing rolling operation with electrical current*. „Surface treatment, computer methods and experimental measurements”, Ed. M.H. Aliabadi, C.A. Brebbia, Southampton-Boston, 1997, p. 93-102.
104. KUKIELKA L., CIENKOWSKI W., DUDEK P.: *Dynamiczna analiza stanów przemieszczenia i odkształcenia materiału przedmiotu podczas powierzchniowego nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. XI KN „Problemy rozwoju maszyn roboczych”, Gliwice-Zakopane, 1998, t. 2, s. 235-242.
105. KUKIELKA L., DUDEK P., PRZYBYLSKI M.: *Numeryczna analiza rozkładu temperatury w procesie nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. XI KN „Problemy rozwoju maszyn roboczych”, Gliwice-Zakopane, 1998, t. 1, s. 223-230.
106. KUKIELKA L., DUDEK P., CIENKOWSKI W.: *Równania ruchu przedmiotu i narzędzia w procesie nagniatania*. ZN Wydziału Mechanicznego nr 26 nt. "Poliptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania - Mielno'99", s. 147-155.
107. KUKIELKA L., FABIAN H.: *Mechanizm plastycznego płynięcia nierówności trapezowej w procesie nagniatania*. VII Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna nt. Tendencje rozwojowe w technologii maszyn. Sekcja II, obróbka plastyczna, PAN-WSIInż. Zielona Góra, 1992, s. 97÷102.
108. KUKIELKA L., GRABARCZYK A. FALANA A.: *Problematyka przygotowania części pod nagniatanie w aspekcie jakości wyrobu*, V Słupskie Forum Motoryzacyjno – Drogowe, Słupsk 2002r.

109. KUKIELKA L., KARPIŃSKI T., WIECZOROWSKI K.: *Opracowanie nowoczesnej metodyki modelowania i analizy procesów nagniatania na zimno*. Seminarium projektów badawczych finansowanych przez KBN w 1998 roku. Radom, 14-15.12.1998. s. 323-328.
110. KUKIELKA L., KUKIELKA S.: *Komputerowe wspomaganie badań eksperymentalnych w motoryzacji*, VI Konferencja naukowo – techniczna, Współczesne technologie w motoryzacji a bezpieczeństwo ruchu drogowego, Słupsk 2003.
111. KUKIELKA L., KUKIELKA S.: *Przykład zastosowania programu Experiment Planner do wspomagania badań w motoryzacji*, VI Konferencja naukowo – techniczna, Współczesne technologie w motoryzacji a bezpieczeństwo ruchu drogowego, Słupsk 2003.
112. KUKIELKA L., KUKIELKA S.: *Zastosowanie programu Experiment Planner 1.0 do wspomagania eksperymentu w technologii nagniatania*, Obróbka kształtująca i powierzchniowa nagniataniem, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 34, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2004, s.131-140.
113. KUKIELKA L., KUSIAK K.: „Planeks-stat” – *planowanie eksperymentu, statystyczne opracowywanie wyników oraz identyfikacja i analiza modelu matematycznego obiektu badań*. Instrukcja użytkowania i listing programu, WSiInż. Koszalin, ETO, 1990.
114. KUKIELKA L., KUSTRA J.: *Modelowanie termodynamicznych naprężeń uplastyczniających na przykładzie stali NC4 w warunkach szlifowania bezkłowego*, mat. VII Pos. KBM PAN, Zesz. Nauk. Wydz. Mechanicznego PK Koszalin 2002, nr 30.
115. KUKIELKA L., KUSTRA J.: *Numeryczna analiza procesu szlifowania bezkłowego przelotowego*, V Słupskie Forum Motoryzacyjno –Drogowe, Słupsk 2002.
116. KUKIELKA L., KUSTRA J.: *Prognozowanie rozkładu naprężeń w WW wyrobów szlifowanych bezkłowo przelotowo na podstawie właściwości mechanicznych materiału części*, VI Konferencja naukowo – techniczna, Współczesne technologie w motoryzacji a bezpieczeństwo ruchu drogowego, Słupsk 2003.
117. KUKIELKA L., KRZYŻYŃSKI T.: *New Thermo-Elastic, Thermo-Viscoplastic Material Model And It's Application*, materiały konferencyjne GAMM, Metz 1999, Wiley-VCH 2000, s. 595-596.
118. KUKIELKA L., LIPIEC I.: *Nowoczesne technologie powierzchniowej obróbki części rurowych*, V Słupskie Forum Motoryzacyjno –Drogowe, Słupsk 2002.
119. KUKIELKA L., LIPIEC I.: *Analiza wpływu kąta pochylenia boku nierówności powierzchni po obróbkach poprzedzających na chropowatość powierzchni rury cienkościennej po nagniataniu*, VI Konferencja naukowo – techniczna, Współczesne technologie w motoryzacji a bezpieczeństwo ruchu drogowego, Słupsk 2003.
120. KUKIELKA L., PATYK R., WOJTALIK M.: *Badanie odporności na zacieranie powierzchni nagniatanej tocznie z prądem*, V Słupskie Forum Motoryzacyjno –Drogowe, Słupsk 2002.
121. KUKIELKA L., PATYK R., WOJTALIK M.: *Badanie wpływu parametrów technologicznych nagniatania tocznego z prądem na współczynnik tarcia ślizgowego wyrobu*, V Słupskie Forum Motoryzacyjno –Drogowe, Słupsk 2002.
122. KUKIELKA L., PATYK R., WOJTALIK M.: *Zużycie ściernie liniowe warstwy wierzchniej wyrobu nagniatanego tocznie z prądem*, V Słupskie Forum Motoryzacyjno –Drogowe, Słupsk 2002.
123. KUKIELKA L., PATYK R., WOJTALIK M.: *Numeryczna analiza wytrzymałościowa części samochodowych na przykładzie korbowodu*, VI Konferencja naukowo – techniczna, Współczesne technologie w motoryzacji a bezpieczeństwo ruchu drogowego, Słupsk 2003.
124. KUKIELKA L., PATYK R., WOJTALIK M.: *Optymalizacja procesu powierzchniowego nagniatania z prądem w aspekcie nośności powierzchni*, VI Konferencja naukowo – techniczna, Współczesne technologie w motoryzacji a bezpieczeństwo ruchu drogowego, Słupsk 2003.
125. KUKIELKA L., PATYK R., WOJTALIK M.: *Optymalizacja procesu powierzchniowego nagniatania tocznego w aspekcie jakości użytkowej wyrobu*, Obróbka kształtująca i powierzchniowa nagniataniem, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 34, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2004, s.161-170.
126. KUKIELKA L., PRZYBYLSKI M., DUDEK P.: *Numerical analysis of the temperature fields in the object during the burnishing rolling operation with the electrocontact heating*. Fourth International Conference on Computer Methods and Experimental Measurements, Surface Treatment IV, Assisi, September 1999. Ed. C.A. Brebbia and J.M. Kenny, WITPRESS, Southampton, Boston, 1999, p. 381-387.
127. KUKIELKA L., PRZYBYLSKI M., ŁUKOJKO M.: *Zastosowanie metod optymalizacji do wyprowadzenia równania transportu ciepła w procesie nagniatania z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. ZN Wydziału Mechanicznego nr 26 nt. "Poliptymalizacja i Komputerowe wspomaganie Projektowania - Mielno'99", s. 156-161.
128. KUKIELKA L., WIECZOROWSKI K., CABOŃ Z.: *Sposób obróbki powierzchniowej*. Zgłoszenie patentowe P-269706 z dnia 12.10.1987.
129. KUKIELKA S.: *Experiment planner 1.0 – komputerowy program planowania eksperymentów rozpoznawczych i właściwych oraz identyfikacji i analizy modelu matematycznego obiektu badań*. Praca magisterska, Politechnika Koszalińska WM, Koszalin 2002.
130. KUŁAKOWSKA A.: *Wpływ odchylek zarysu regularnych nierówności powierzchni po obróbce toczaniem na wybrane właściwości warstwy wierzchniej wyrobu nagniatanego tocznie*. Praca doktorska. Koszalin 2006.
131. KURZYDŁOWSKI K. J.: *Mechanika materiałów*. Politechnika Warszawska, W – wa 1993.

132. KUSTRA J.: *Analiza zjawisk cieplnych i odkształceń w strefie obróbki w procesach szlifowania bezkłowego*. Praca doktorska. Koszalin 2002.
133. LABER S.: *Analiza współzależności pomiędzy stanem warstwy wierzchniej a właściwościami użytkowymi żeliwnych elementów maszyn obrabianych nagniataniem*. Monografia 32, WSI im Jurija Gagarina w Zielonej górze, Zielona Góra 1985;
134. LEGUTKO S., NOSAL S.: *Kształtowanie technologicznej i eksploatacyjnej warstwy wierzchniej części maszyn*. Poznań 2004.
135. ŁACZEK S.: *Wprowadzenie do systemu elementów skończonych Ansys*. Politechnika Krakowska, Kraków 1999.
136. ŁYCZKO K.: *Technologia narzędzi i wygniatania gwintów wewnętrznych*. Politechnika Częstochowska, Częstochowa 1999.
137. ŁYCZKO K., CZARNECKI H.: *Charakterystyka Warstwy wierzchniej gwintów wewnętrznych kształtowanych plastycznie*. III Międzynarodowa konferencja naukowo – techniczna nt. Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej - WW'96 Gorzów Wlkp. – Lubniewice 1996.
138. MALININ N. N., RZYSKO J.: *Mechanika materiałów*. PWN w – wa 1981.
139. MALINOWSKI Z.: *Prognozowanie pól naprężeń metodą elementów skończonych w materiałach poddawanych dużym odkształceniom plastycznym*. Rozprawy monografie 13, Wydawnictwa AGH, Kraków 1994;
140. MAŃCZAK K.: *Technika planowania eksperymentu*, WNT Warszawa, 1976r.
141. MURAYAMA M., NAGASAWA S., FUKUZAWA Y., KATAYAMA I.: *Effect of sheet thickness and friction on load characteristic of crushed center bevel cutter indented to aluminum sheet*. Computational methods in contact mechanics VI. Wittpress, Boston 2003.
142. NEIMITZ A.: *Dynamika wzrostu pęknięć*. Monografie, studia, rozprawy 1, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 1994;
143. NITTA J.: *The effects of work hardening on the contact pressure and the deflection of asperity points in contact*. Wear, vol. 2 (146), 1991, p. 325÷335.
144. NOWICKI B.: *Badania mikrostruktury geometrycznej powierzchni obrobionych i metod jej oceny*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1980;
145. OCZOŚ K., LIUBIMOV V.: *Struktura geometryczna powierzchni, Podstawy klasyfikacji z atlasem charakterystycznych powierzchni kształtowanych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2003 r*
146. PAJĄK E., WIECZOROWSKI K.: *Podstawy optymalizacji operacji technologicznych w przykładach technologii maszyn*, PWN, Warszawa -Poznań, 1982.
147. PAROL A.: *Obróbka powierzchniowa dogniataniem*. Lublin, 1977.
148. PAROL A.: *Badanie wpływu obróbki umacniającej i gładkościowej na własności warstwy wierzchniej*. Prace naukowe Politechniki Lubelskiej 173 Mechanika 41, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 1988;
149. PATYK R., GRYGLICKI R., KUKIELKA L.: *Analiza numeryczna procesu kształtowania gwintu metrycznego przy użyciu programu Abaqus i Ansys*. VII Słupskie forum motoryzacji, Słupsk 2004.
150. PATYK R., KUKIELKA L.: *Badanie wpływu geometrii narzędzia i posuwu nagniatania na dokładność odzorowania nierówności na powierzchniach walcowych*. VIII Słupskie forum motoryzacji Słupsk 2005.
151. PATYK R., KUKIELKA L.: *Numeryczna analiza procesu wygniatania nierówności trójkątnych na półwyrobach walcowych dla przypadku występowania nieliniowości geometrycznej i fizycznej*. (W) Tarnowski W., Kiczkowiak T.: Polioptymalizacja i komputerowe wspomaganie projektowania. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2005.
152. PATYK R., KUKIELKA L.: *Teoretyczne i doświadczalne podstawy procesu wygniatania regularnych nierówności o zarysie trójkątnym*. (W) Przybylski W.: Współczesne problemy w technologii obróbki przez nagniatanie. Politechnika Gdańska 2005.
153. PATYK R., PATYK S., KUKIELKA L.: *Analysis of burnishing rolling process by dynamic explicit elasto – visco – plastic finite elements method*. (W) Legutko S., Wieczorowski K.: Technological process planning manufacturing - chosen research results. PAN 2005.
154. PAWLUS P.: *Topografia powierzchni*. Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 2005.
155. PEŁCZYŃSKI T. W., PEŁCZYŃSKI T. A.: *Teoria procesów obróbki plastycznej, Cz.II fizyka procesów obróbki plastycznej*, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1983r.
156. PERZYNA P.: *Teoria lepkoplastyczności*, PWN, Warszawa 1966.
157. PERZYNA P.: *Termodynamika materiałów niesprężystych*, PWN, Warszawa 1978.
158. PEŁCHERSKI R. B.: *Opis deformacji plastycznej metali z efektami mikropasm ścinania*. IPPT W – wa 1998.
159. PIASECKI S., RZYSKO J.: *Mechanika*. PWN, Warszawa 1972;
160. PLUCIŃSKA A., PLUCIŃSKI E.: *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1973;
161. PLUCIŃSKA A., PLUCIŃSKI E.: *Elementy probabilistyki*. PWN, Warszawa 1979;
162. Polska Norma PN – 57/H - 04320. *Próba statyczna ściskania metali*.
163. Polska Norma PN-73/M-04250. *Warstwa wierzchnia*. Nazwy i określenia.
164. Polska Norma PN-76/H – 04357, *Tablice porównawcze twardości określonej sposobem Rockwella, Vickersa, Brinella, Shore'a i wytrzymałości na rozciąganie*.
165. Polska Norma PN-87/M-04256/02 ISO 4287/1-1984, *Struktura geometryczna powierzchni. Chropowatość powierzchni*. Terminologia ogólna, 1988.
166. Polska Norma PN-91/H-0435067 *Metale. Pomiar twardości sposobem Brinella*.
167. Polska Norma PN-91/H-04360, *Pomiar twardości sposobem Vickersa od HV 0,2 do HV 100*.

168. Polska Norma PN-EN 10002-1+AC1. *Metale. Próba rozciągania*.
169. Polska Norma PN-EN ISO 4287, *Struktura geometryczna powierzchni: metoda profilowa*. 1999.
170. Polska Norma PN-EN ISO 13565-2, *Struktura geometryczna powierzchni: metoda profilowa; powierzchnie o warstwowych właściwościach funkcyjnych*, 1999.
171. POLAŃSKI Z.: *Metody optymalizacji w technologii maszyn*. PWN W – wa 1977.
172. PRAGER W.: *The theory of plasticity, A survey of recent achievements*, Proc. Inst. Mech. Eng., 1955, nr 169, s. 41-57.
173. PRZETAKIEWICZ W.: *Zjawisko zgniotu krytycznego w metalach o sieci RSC o różnej energii błędu ułożenia*. Dodatek do biuletynu Nr 8 (396) WAT, Warszawa 1985;
174. PRZYBYLSKI W.: *Obróbka nagniataniem*. Technologia i oprzyrządowanie. WNT, Warszawa 1979;
175. PRZYBYLSKI W.: *Technologia obróbki nagniataniem*. WNT, Warszawa 1987;
176. RAKOWSKI G., KACPRZYK Z.: *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. P W, W – wa 1993.
177. SKALSKI K.: *Analiza zagadnienia kontaktowego ciała sprężysto – plastycznego (na podstawie zasad wariacyjnych i metod elementów skończonych)*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1979;
178. SKALSKI K.: *Analiza zagadnienia kontaktowego ciała sprężysto – plastycznego*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1986;
179. SKALSKI K., JEZIERSKI J.: *Analiza głębokości zalegania odkształceń plastycznych w obróbce powierzchniowej nagniataniem*. III Konferencja naukowo – techniczna nt. Technologia obróbki przez nagniatanie ATR Bydgoszcz 1984. str. 164 – 183.
180. SOŁKOWSKI T.: *Zastosowanie metody charakterystyk do analizy procesów obróbki plastycznej bimetalu*. Zeszyt naukowy nr 2, Politechnika Krakowska, Kraków 1992;
181. STANISZ A.: *Przystępny kurs statystyki z wykorzystaniem programu STATISTICA PL na przykładach z medycyny*. T II. Kraków 2000
182. SZCZEPIŃSKI W.: *Wstęp do analizy procesów obróbki plastycznej*. IPPT PAN, PWN, Warszawa 1967;
183. SZCZEPIŃSKI W.: *Mechanika plastycznego płynięcia*. Małe monografie, PWN Warszawa 1978;
184. SZULC S., STEFKO A.: *Obróbka powierzchniowa części maszyn podstawy fizyczne i wpływ na własności użytkowe*. WNT W – wa 1976.
185. TARNOWSKI W.: *Symulacja komputerowa procesów ciągłych*. Wydawnictwo Uczelniane WSInż. Koszalin 1995;
186. TARNOWSKI W.: *Symulacja i optymalizacja w MATLAB`ie*. Sopot 2001;
187. TARNOWSKI W.: *Modelowanie systemów*. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2004.
188. TARNOWSKI W., BARTKIEWICZ S.: *Modelowanie matematycznej symulacja komputerowa dynamicznych procesów ciągłych*. Politechnika Koszalińska 2000;
189. TUBIELEWICZ. K. red.: *Technologia maszyn i metrologia warswty wierzchniej*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Częstochowie, Częstochowa 1998r.
190. TUBIELEWICZ K.: *Prace instytutu technologii maszyn i automatyzacji produkcji*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2000
191. TUBIELEWICZ K.: *Technologia nagniatania żeliwnych części maszynowych*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2000, s.7.
192. TUBIELEWICZ K., MUSIALIK J.: *Wybrane zagadnienia obróbki elektromechanicznej stali 55 i 40H*. KNNT pt. ”Postęp w dziedzinie rozwoju obróbki nagniataniem”. SIMP Częstochowa, 1978.
193. TUBIELEWICZ K., MUSIALIK J.: *Charakterystyka warstwy wierzchniej powstałej w procesie wygładzania elektromechanicznego*. IV Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej”. Gorzów Wlkp., 1981, s. 527÷546.
194. TUBIELEWICZ K., MUSIALIK J.: *Mikrotwardość warstwy wierzchniej w zależności od poboru mocy zespołu zasilającego przy nagniataniu elektromechanicznym*. III Konferencja Naukowo-Techniczna „Technologia obróbki przez nagniatanie”. Bydgoszcz, 1984, s. 185÷194.
195. TUBIELEWICZ K., MUSIALIK J., CZARNECKI H.: *Obróbka czopów kulistych nagniataniem elektromechanicznym*. III KKNT pt. „Technologia obróbki przez nagniatanie”, Bydgoszcz, 1984, s.209÷214.
196. TUBIELEWICZ K., MUSIALIK J., PŁONKA S.: *Niektóre właściwości warstwy wierzchniej po nagniataniu elektromechanicznym*. Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, Mechanika nr 16, 1981, s. 135÷148.
197. TUBIELEWICZ K., PŁONKA S.: *Nagniatanie krążkowaniem z doprowadzeniem prądu elektrycznego*. KNT pt. „Postęp w dziedzinie rozwoju obróbki nagniataniem”. SIMP Częstochowa, 1978.
198. TUBIELEWICZ K., PŁONKA S.: *Warstwa wierzchnia stali po nagniataniu elektromechanicznym*. II Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Technologia obróbki przez nagniatanie”. ATR Bydgoszcz, 1980, s. 117÷122.
199. TUBIELEWICZ K., PŁONKA S.: *Cechy użytkowe powierzchni nagniatanych elektromechanicznie*. Mechanik nr 2, 1981, s. 77÷79.
200. TUBIELEWICZ K., PŁONKA S.: *Fluzy obróbkowe w procesie nagniatania elektromechanicznego*. Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, Mechanika nr 17, 1982, s. 49÷66.
201. TUBIELEWICZ K., PŁONKA S.: *Krążkowanie elektrooporowe stopu aluminium PA7N*. Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, Mechanika nr 18, 1985, s.99÷109.
202. WALCZAK J.: *Wytrzymałość materiałów oraz podstawy teorii sprężystości i plastyczności*. PWN W-wa – Kraków 1978.

203. WEROŃSKI W., PATER Z.: *Obróbka plastyczna. Obliczanie sił kształtowania*. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin 1994;
204. WIECZOROWSKI K., BABIARZ J.: *Analiza wpływu wybranych parametrów nagniatania na zmiany wymiarowe i chropowatość powierzchni po nagniataniu statycznym z elektrokontaktowym nagrzewaniem strefy skrawania prądem przemiennym*. II Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Technologia obróbki przez nagniatanie”. Bydgoszcz, 1980, s.123÷132.
205. WIECZOROWSKI K., BRUKWICKI J.: *Zastosowanie metody elektrokontaktowej do kształtowania materiałów trudno obrabialnych*. III Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej”, Gorzów Wlkp., 1980, s. 241÷248.
206. WIECZOROWSKI M., CELLARY A., CHAJDA J.: *Przewodnik po pomiarach nierówności powierzchni czyli o chropowatości i nie tylko*, Politechnika poznańska, ITM, ZMiSP, Poznań, 2003.
207. WIECZOROWSKI K., KODYM K.: *Krażkowanie powierzchni walcowych „na gorąco”*. KNNT pt. „Technologia obróbki przez dogniatanie”. Bydgoszcz, 1974, s.199÷202.
208. WIECZOROWSKI K., KODYM K., BOKOW A.: *Wpływ wybranych parametrów nagniatania na gorąco na chropowatość powierzchni*. Zebranie Grupy Roboczej Skrawania i Erozji Sekcji Technologii Komitetu Budowy Maszyn PAN, Kraków, 1976.
209. WIECZOROWSKI K. I ZESPÓŁ: *Badanie fizyki skrawania i dogniatania z zastosowaniem dodatkowego prądu płynącego w układzie OPN*. Sprawozdanie dla IPPT PAN w ramach problemu węzłowego 05.1. Etap I, II, III, IV i V. Koordynator prof. dr inż. Kaczmarek J., ITBM Politechnika Poznańska, Poznań, 1976÷1980 (niepublikowana).
210. WIECZOROWSKI K., KUKIELKA L.: *Chropowatość powierzchni nagniatanej z dodatkowym podgrzewaniem prądem*. III ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej”. Gorzów Wlkp., 1980, s.224÷229.
211. WIECZOROWSKI K., KUKIELKA L.: *Możliwości sterowania własnościami warstwy wierzchniej poprzez zmianę wartości parametrów technologicznych nagniatania tocznego z prądem*. IV Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej”. Gorzów Wlkp., 1981, s.361÷378.
212. WIECZOROWSKI K., KUKIELKA L.: *Rozkład naprężeń wynikowych I rodzaju w warstwie wierzchniej po nagniataniu tocznym z prądem*. IV Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Wpływ technologii na stan warstwy wierzchniej”. Gorzów Wlkp., 1981, s. 401÷414.
213. WIECZOROWSKI K., KUKIELKA L.: *Podstawowa charakterystyka warstwy wierzchniej kół zębatach nagniatanych z prądem*. Materiały Seminaryjne „Technologia obróbki kół zębatach”. Rydzyna, 1982, s.59÷65.
214. WIECZOROWSKI K., KUKIELKA L.: *Sposób obróbki mechanicznej z dodatkowym działaniem prądu*. Zgłoszenie patentowe P-239043 z dnia 15.11.1982.
215. WIECZOROWSKI K., KUKIELKA L.: *Niektóre własności trybologiczne warstwy wierzchniej stali 55 konstytuowanej nagniataniem tocznym z prądem*. III Konferencja Naukowo-Techniczna „Technologia obróbki przez nagniatanie”. ATR Bydgoszcz, 1984, s.215÷230.
216. WIECZOROWSKI K., KUKIELKA L.: *Teoretyczne i doświadczalne odkształcenia przedmiotu na średnicy w procesie gładkościowego nagniatania tocznego z prądem*. Zeszyty Naukowe Gorzowskiego Towarzystwa Naukowego nr 1, 1984.
217. ZALEWSKI A., CEGIELA R.: *Matlab obliczenia numeryczne i ich zastosowania*. Wydawnictwo Nakom, Poznań 2001;
218. ZIENKIEWICZ O.C.: *Metoda elementów skończonych*, Arkady, Warszawa 1972.
219. ZWOLIŃSKI A.: *Wpływ czynników geometrycznych i klimatycznych na proces kształtowania zarysu powierzchni przy jej elektrostrykowym nagniataniu*. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 1980.
220. ŻURAWSKI Z., SIKORA J., PLUŻEK J.: *Walcowanie gwintów*. WNT 1962.
221. ŻYCHKOWSKI M.: *Obciążenia złożone w teorii plastyczności*, PWN, Warszawa 1973

## Spis tabel

Tabela 2.1. Zestawienie wyników pomiarów wielkości geometrycznych gwintów .....	41
Tabela 3.1. Wyniki pomiarów wielkości geometrycznych nierówności RST .....	56
Tabela 3.2. Analiza statystyczna wyników pomiarów kątów wierzchołkowych nierówności RST .....	59
Tabela 3.3. Analiza statystyczna wyników pomiarów wysokości nierówności RST .....	59
Tabela 5.1. Rzeczywiste i zakodowane wartości badanych czynników .....	95
Tabela 5.2. Plan eksperymentu 2 <sup>2</sup> i wartość czynnika wynikowego .....	95
Tabela 6.1. Macierz planu eksperymentu z wartościami zakodowanymi i rzeczywistymi czynników badanych oraz wartości czynnika wynikowego .....	119
Tabela 6.2. Istotność czynników wpływających na tworzenie się szczeliny na wierzchołku nierówności RST .....	119
Tabela 6.3. Macierz planu eksperymentu numerycznego oraz wartości czynników badanych (zakodowane i rzeczywiste) oraz wyniki eksperymentu .....	120
Tabela 6.4. Macierz planu eksperymentu dla zakodowanych i rzeczywistych wartości czynników badanych .....	124
Tabela 6.5. Wartości czynników wynikowych .....	125
Tabela 6.6. Wartości czynników wynikowych .....	126
Tabela 7.1. Krążki typu A, geometria, stereometria i profil powierzchni roboczej krążka .....	130
Tabela 7.2. Krążki typu B, geometria, stereometria i profil powierzchni roboczej krążka .....	131
Tabela 7.3. Macierz planu eksperymentu według planu dwupoziomowego .....	134
Tabela 7.4. Wartości czynników wynikowych dla krążka typu A .....	134
Tabela 7.5. Wartości czynników wynikowych dla krążka typu B .....	134
Tabela 7.6. Stereometria i profil nierówności po wygniataniu krążkiem odmiany A .....	135
Tabela 7.7. Stereometria i profil nierówności po wygniataniu krążkiem odmiany B .....	136
Tabela 7.8. Eliminacja błędów grubych dla krążka typu A .....	137
Tabela 7.9. Eliminacja błędów grubych dla krążka typu B .....	137
Tabela 7.10. Tabela pomocnicza do obliczeń .....	138
Tabela 7.11. Nieznane parametry współczynników funkcji regresji .....	139
Tabela 7.12. Tablica pomocnicza obliczeń .....	140
Tabela Z 1. Wyniki pomiarów odcisku kulki oraz wartości twardości Brinella .....	165
Tabela Z 2. Wyniki pomiarów oraz wartości twardości Vickersa .....	165
Tabela Z 3. Wyniki twardości Rockwella .....	166
Tabela Z 4. Wyniki analizy składu chemicznego materiału .....	166

## Spis rysunków

Rys. 1.1. Podstawowa charakterystyka warstwy wierzchniej po nagniataniu tocznym z prądem. Parametry obróbki: $P = 1541$ [N], $f = 0,3$ [mm/obr], $v = 0,65$ [m/s], $I = 450$ [A]; a) profilogram powierzchni; b) mikrofotografia zglądu skośnego; c) fotografia struktury powierzchni; d) rozkład mezotwardości; e) wykres liniowego udziału nośnego; f) rozkład stycznych naprężeń własnych .....	13
Rys. 1.2. Strefowa budowa WW po obróbce nagniataniem .....	14
Rys. 1.3. Przykładowe profile chropowatości po obróbce poprzedzającej i po nagniataniu .....	16
Rys. 1.4. Schemat wyjaśniający wpływ poślizgu na kierunku stycznym $S_1$ i kąta neutralnego $\gamma$ na zmiany wymiaru i zarysu nierówności po nagniataniu .....	17
Rys. 1.5. Wpływ poślizgu na kierunku osiowym $S_2$ na zarys nierówności powierzchni po nagniataniu oraz mikrofotografie powierzchni wałków w przekroju osiowym po nagniataniu z różnymi posuwami .....	17
Rys.1.6. Struktura metalograficzna i powierzchnia wałka po nagniataniu z widocznymi wgłębieniami i wypływkami wtórnymi .....	19
Rys. 1.7. Układy współrzędnych kartezjańskich dla części obrotowej (a) oraz zależności geometryczne w przekroju $y_2y_3$ (b) .....	19
Rys. 1.8. Wpływ symetryczności zarysu krzywoliniowego elementu nagniatającego i jego ustawienia względem nierówności na profil chropowatości po nagniataniu .....	20
Rys. 1.9. Wpływ kąta wierzchołkowego symetrycznej nierówności trójkątnej na profil chropowatości powierzchni po nagniataniu .....	21
Rys. 1.10. Stereometria powierzchni po toczeniu kształtującym wałka ze stali 45 .....	22
Rys. 1.11. Stereometria powierzchni po frezowaniu czołowym kształtującym płyty ze stali 45 w stanie wyżarzonym normalizująco .....	22
Rys. 1.12. Stereometria powierzchni po szlifowaniu obwodowym wałka ze stali 45H o twardości 42 HRC .....	22
Rys. 1.13. Widok powierzchni z regularnymi nierównościami o kącie wierzchołkowym $\vartheta = 2\theta = 60^\circ$ po frezowaniu. Powiększenie $\times 2$ .....	23
Rys. 1.14. Warstwa wierzchnia wałka ze stali 45 o różnym stopniu utwardzenia: a) po toczeniu wykańczającym – przed nagniataniem; b) po nagniataniu krążkowaniem z siłą docisku $F = 5$ [kN]; c) po nagniataniu z siłą $F = 6$ [kN]. Warunki nagniatania: posuw $f = 0,214$ [mm/obr], promień zarysu krążków $R = 10$ [mm], liczba przejść $i = 1$ , liczba elementów nagniatających $z = 3$ . Zgląd w przekroju osiowym wałka, powiększenie około $\times 250$ .....	24
Rys. 1.15. Rozkład twardości w WW stali węglowej po krążkowaniu: a) nagniatanie gładkościowe: 1, 2, 3 – krzywe kolejnych pomiarów; b) dla nagniatania gładkościowego z siłą $F = 550$ [N/mm] (krzywe ciągłe) oraz dla nagniatania umacniającego z siłą $F = 2220$ [N/mm] (krzywe kreskowe); średnica krążka $D = 134$ [mm]; cyfry obok krzywych oznaczają liczbę przejść nagniatających .....	25
Rys. 1.16. Typowy przebieg krzywej rozkładu naprężeń własnych w warstwie wierzchniej po nagniataniu krążkowaniem ulepszonej stali 45; warunki obróbki: $F = 3190$ [N], $f = 0,213$ [mm/obr], $R_t = 20$ [mm] .....	25
Rys. 1.17. Schemat wyjaśniający wpływ ściskających naprężeń własnych na wytrzymałość zmęczeniową wałka: a – rozkład naprężeń uplastyczniających; b – rozkład naprężeń własnych; c – rozkład naprężeń w karbie od obciążenia zewnętrznego; d – rozkład naprężeń poza karbem od obciążenia zewnętrznego; C, D – punkty inicjacji pęknięć zmęczeniowych; $Z_0$ – wytrzymałość zmęczeniowa wałka przed obróbką; $Z_1$ – wytrzymałość zmęczeniowa uwzględniająca umocnienie; $Z$ – rzeczywista wytrzymałość zmęczeniowa .....	26
Rys. 1.18. Wartość zużycia ściernego liniowego pary trącej: stal 55 (próbka) – żeliwo ZINi0,8 (przeciwpółka) po dwóch godzinach tarcia ze smarowaniem. Czop obrobiono różnymi metodami: 1 – toczeniem; 2 – szlifowaniem; 3, 5, 7, 9 i 11 – nagniataniem tocznym z prądem; 4, 6, 8 i 10 – nagniataniem tocznym bez prądu .....	27
Rys. 2.1. Wymiary próbek użytych w badaniach .....	30
Rys. 2.2. Schemat procesu wygniatania nierówności RST za pomocą krążka o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym a następnie nagniatania gładkościowego .....	31
Rys. 2.3. Schemat procesu wygniatania nierówności RST za pomocą krążka o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym a następnie nagniatania gładkościowego .....	31
Rys. 2.4. Stanowisko badawcze do kształtowania nierówności RST: a) widok ogólny, b) widok układu OUPN .....	32
Rys. 2.5. Krążek do wygniatania nierówności o zarysie jednego klina w przekroju osiowym: a) widok ogólny, b) parametry zarysu części roboczej krążka wygniatającego .....	32
Rys. 2.6. Schemat do wyznaczenia głębokości wygniatania nierówności RST: $\vartheta = 2\theta$ – kąt wierzchołkowy narzędzia; $\vartheta' = 2\theta'$ – kąt wierzchołkowy nierówności .....	33

Rys. 2.7. Profilogramy powierzchni (A) i krzywe nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST parametrami posuwem $f_w$ i głębokością $g$ : a) $f_w = 0,1$ [mm/obr], $g \approx 0,05$ [mm]; b) $f_w = 0,2$ [mm/obr], $g \approx 0,1$ [mm] .....	33
Rys. 2.8. Profilogramy powierzchni (A) i krzywe nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST parametrami posuwem $f_w$ i głębokością $g$ : a) $f_w = 0,4$ [mm/obr], $g \approx 0,2$ [mm]; b) $f_w = 0,5$ [mm/obr], $g \approx 0,25$ [mm]; c) $f_w = 0,6$ [mm/obr], $g \approx 0,3$ [mm]; d) $f_w = 0,7$ [mm/obr], $g \approx 0,35$ [mm]; e) $f_w = 0,75$ [mm/obr], $g \approx 0,375$ [mm] .....	34
Rys. 2.9. Profilogram powierzchni (A) i krzywa nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST z posuwem $f_w = 0,95$ [mm/obr] i głębokością $g \approx 0,475$ [mm] .....	35
Rys. 2.10. Krążek do wygniatania nierówności RST o zarysie pięciu klinów: a) widok ogólny, b) parametry zarysu części roboczej .....	35
Rys. 2.11. Profilogram powierzchni (A) i krzywa nośności według Abbotta (B) po wygniataniu nierówności RST z parametrami: $f_w = 0,5$ [mm/obr], $g \approx 0,25$ [mm], $v = 0,04$ [m/s] .....	36
Rys. 2.12. Walcowany gwint o pełnym (a) i niepełnym zarysie (ze szczeliną na wierzchołku) (b) .....	36
Rys. 2.13. Stanowisko do walcowania gwintów metrycznych: a) widok ogólny, b) widok układu OUPN, c) widok ogólny głowicy typ F3 d) widok elementów składowych głowicy typ F3 .....	37
Rys. 2.14. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 0,014$ [m/s]): a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	38
Rys. 2.15. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 0,706$ [m/s]): a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	38
Rys. 2.16. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na wałkach ze stali 45 ( $v = 0,029$ [m/s]): a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	39
Rys. 2.17. Zdjęcia skaningowe gwintu M10 walcowanego na wałkach ze stali 45 ( $v = 1,487$ [m/s]): a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	39
Rys. 2.18. Zdjęcia gwintu M22×2,5 walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 0,029$ [m/s]): a) 50% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	40
Rys. 2.19. Zdjęcia gwintu M22×2,5 walcowanego na wałkach ze stali St3 ( $v = 1,487$ [m/s]): a) 85% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	40
Rys. 2.20. Zdjęcia gwintu M22×2,5 walcowanego na wałkach ze stali 45 ( $v = 0,029$ [m/s]): a) 45% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	40
Rys. 2.21. Zdjęcia gwintu M22x 2,5 walcowanego na wałkach ze stali 45 ( $v = 1,487$ [m/s]): a) 45% zaawansowania procesu, b) 100% zaawansowania procesu .....	40
Rys. 2.22. Schemat procesu nagniatania gładkościowego wałka bez specjalnego przygotowania powierzchni zewnętrznych .....	41
Rys. 2.23. Krążek dwutoroidalno – walcowy do nagniatania gładkościowego wykonany ze stali NC6 o twardości 65 HRC (a) i profilogram powierzchni roboczej (b) .....	42
Rys. 2.24. Profilogramy powierzchni (A) oraz krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu z parametrami technologicznymi: a) $f_n = 0,05$ [mm/obr], $v_n = 0,04$ [m/s], $g = 0,05$ [mm]; b) $f_n = 0,5$ [mm/obr], $v_n = 0,04$ [m/s], $g = 0,05$ [mm] .....	42
Rys. 2.25. Profilogramy powierzchni (A) oraz krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu z parametrami technologicznymi: a) $f_n = 0,2$ [mm/obr], $v_n = 0,82$ [m/s], $g = 0,05$ [mm]; b) $f_n = 0,05$ [mm/obr], $v_n = 1,86$ [m/s], $g = 0,05$ [mm]; c) $f_n = 0,5$ [mm/obr], $v_n = 1,86$ [m/s], $g = 0,05$ [mm] .....	43
Rys. 2.26. Profilogramy powierzchni (A) oraz krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu gładkościowym z parametrami technologicznymi: a) $f_n = 0,1$ [mm/obr], $g \approx 11$ [μm]; b) $f_n = 0,2$ [mm/obr], $g \approx 20$ [μm]; c) $f_n = 0,4$ [mm/obr], $g \approx 40$ [μm]; d) $f_n = 0,5$ [mm/obr], $g \approx 27$ [μm]; e) $f_n = 0,6$ [mm/obr], $g \approx 60$ [μm]; .....	44
Rys. 2.27. Profilogramy powierzchni (A) oraz krzywe nośności według Abbotta (B) po nagniataniu gładkościowym z parametrami technologicznymi: a) $f_n = 0,7$ [mm/obr], $g \approx 120$ [μm]; b) $f_n = 0,75$ [mm/obr], $g \approx 123$ [μm]; c) $f_n = 0,95$ [mm/obr], $g \approx 80$ [μm] .....	45
Rys. 2.28. Profilogram powierzchni po nagniataniu gładkościowym z posuwem $f_w = f_n = 0,1$ [mm/obr] .....	45
Rys. 2.29. Profilogramy powierzchni po nagniataniu gładkościowym z posuwami: a) $f_w = f_n = 0,2$ [mm/obr]; b) $f_w = f_n = 0,4$ [mm/obr]; c) $f_w = f_n = 0,5$ [mm/obr]; d) $f_w = f_n = 0,6$ [mm/obr]; e) $f_w = f_n = 0,7$ .....	46
Rys. 2.30. Profilogramy powierzchni po nagniataniu gładkościowym z posuwami: a) $f_w = f_n = 0,75$ [mm/obr]; b) $f_w = f_n = 0,95$ [mm/obr] .....	47
Rys. 2.31. Wpływ nieregularności zarysu powierzchni po obróbkach poprzedzających na parametr chropowatości $R_a$ powierzchni po nagniataniu gładkościowym wałków: a – w stanie dostawy,	



b – po plastycznym kształtowaniu nierówności RST: $f_w$ – posuw wygniatania, $f_n$ – posuw nagniatania .....	47
Rys. 2.32. Głowica FETTE T27 a) widok układu obróbkowego, b) widok głowicy, c) części składowe .....	44
Rys. 2.33. Zdjęcia zarysu gwintu M22 walcowanego na stali 45: a) przed nagniataniem z widoczną częścią wyjściową, b) zarys płaskowierzchołkowy otrzymany po nagniataniu gładkościowym dla $g = 1,05$ [mm] .....	48
Rys. 3.1. Stanowisko do przeprowadzania statycznej próby ściskania na tworzywie modelowym: 1 – siłomierz kabłąkowy; 2 – zegarowy czujnik przemieszczenia; 3 – próbka ściskana; 4 – zegarowy czujnik wyskalowany w jednostkach siły .....	51
Rys. 3.2. Wykres zmian siły ściskającej $P$ w funkcji zmiany wysokości $\Delta h$ próbki walcowej .....	52
Rys. 3.3. Zależności geometryczne w największym przekroju poprzecznym .....	53
Rys. 3.4. Umowny wykres ściskania dla tworzywa modelowego .....	53
Rys. 3.5. Rzeczywisty wykres ściskania dla tworzywa modelowego .....	53
Rys. 3.6. Porównanie charakterystyki materiałowej plasteliny z charakterystyką stali 45 .....	54
Rys. 3.7. Stanowisko do badań na tworzywie modelowym: 1 – zegarowy czujnik przemieszczenia; 2 – stempel; 3 – materiał modelowy; 4 – nieodkształcalna forma .....	55
Rys. 3.8. Stemple do badań wygniatania nierówności RST o różnych kątach wierzchołkowych .....	55
Rys. 3.9. Widok próbki przed odkształceniem (a) i po wygniataniu nierówności RST w warunkach występowania bardzo małego współczynnika tarcia ( $\mu_1 \approx 0$ ) w strefie kontaktu (b – f): b) $\vartheta = 2\theta = 60^\circ$ , c) $\vartheta = 2\theta = 80^\circ$ , d) $\vartheta = 2\theta = 90^\circ$ , e) $\vartheta = 2\theta = 140^\circ$ , f) $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ .....	57
Rys. 3.10. Widok próbki przed odkształceniem(a) i po wygniataniu nierówności RST z dużym współczynnikiem tarcia ( $\mu_2 \gg 0$ ) w strefie kontaktu (b – f): b) $\vartheta = 2\theta = 60^\circ$ , c) $\vartheta = 2\theta = 80^\circ$ , d) $\vartheta = 2\theta = 90^\circ$ , e) $\vartheta = 2\theta = 140^\circ$ , f) $\vartheta = 2\theta = 150^\circ$ .....	58
Rys. 3.11. Tor ruchu punktu węzłowego leżącego na boku kształtowanej nierówności .....	60
Rys. 3.12. Stempel do badań wygniatania regularnych nierówności o kącie wierzchołkowym $90^\circ$ .....	61
Rys. 3.13. Wyniki wygniatania nierówności RST o kącie wierzchołkowym $2\theta = 90^\circ$ w warunkach występowania bardzo małego współczynnika tarcia ( $\mu_1 \approx 0$ ) w strefie kontaktu .....	61
Rys. 3.14. Wyniki wygniatania nierówności RST o kącie wierzchołkowym $2\theta = 90^\circ$ w warunkach występowania bardzo dużego współczynnika tarcia w strefie kontaktu ( $\mu_2 \gg 0$ ) .....	62
Rys. 4.1. Uproszczenia dla analizy teoretycznej procesu plastycznego kształtowania nierówności .....	64
Rys. 4.2. Kształtowanie nierówności za pomocą krążków o zarysach: a) pojedynczego klina; b) kilku klinów w przekroju osiowym .....	65
Rys. 4.3. Schemat odkształcenia przy wciskaniu klina w ośrodek plastyczny według R. Hill'a .....	66
Rys. 4.4. Schemat odkształcenia początkowo kwadratowej siatki i przemieszczanie się poszczególnych obszarów materiału .....	66
Rys. 4.5. Wykres zależności $\gamma = f(\theta)$ dla wciskania klina w ośrodek plastyczny .....	67
Rys. 4.6. Schemat procesu wygniatania regularnych nierówności trójkątnych, jako operacji poprzedzającej nagniatanie .....	68
Rys. 4.7. Wykres zależności głębokości granicznych $h_I$ i $h_{II}$ od połowy kąta wierzchołkowego $\theta$ , dla wybranych wielkości $f$ odległości dwóch sąsiednich klinów wciskanych w ośrodek idealnie – sztywno – plastyczny .....	69
Rys. 5.1. Model matematyczny procesu plastycznego kształtowania nierówności RST .....	71
Rys. 5.2. Uaktualniony opis Lagrange'a dla stanu deformacji ciała .....	72
Rys. 5.3. Układy współrzędnych kartezjańskich dla części obrotowej w procesie wygniatania regularnych nierówności .....	73
Rys. 5.4. Obiekt rzeczywisty – układ obróbkowy do kształtowania nierówności RST .....	76
Rys. 5.5. Schemat modelowania procesu plastycznego kształtowania regularnych, symetrycznych trójkątnych nierówności powierzchni .....	77
Rys. 5.6. Chwilowe, dynamiczne powierzchnie płynięcia $WV \dot{f}_i = 0$ , tensor naprężenia $\mathbf{T}_\sigma$ , tensor translacji $\mathbf{T}_a$ oraz przyrost tensora odkształceń lepko – plastycznych $\Delta \mathbf{T}_e^{(VP)}$ .....	78
Rys. 5.7. Interpretacja graficzna parametru $\{ \tilde{C} \}$ , chwilowego modułu wzmocnienia $\{ E_T \}$ i modułu sprężystości $E$ dla różnych przypadków schematyzacji wykresu rozciągania oraz dla $\{ T \} = \text{const}$ i $\{ \dot{\epsilon}_i \} = \text{const}$ : a) materiał sprężysto – plastyczny z liniowym wzmocnieniem; b) materiał sprężysto – plastyczny z nieliniowym wzmocnieniem .....	80
Rys. 5.8. Definicje procesu neutralnego oraz procesów obciążania i odciążania dynamicznego dla stanów: a) przestrzennych; b) płaskich .....	81

Rys. 5.9. Jednoparametryczne wykresy: a) ${}^t\sigma_p = {}^t\sigma_p({}^t\varepsilon_i^{(VP)})$ dla ${}^t\varepsilon_i^{(VP)} = \text{const.}$ , b) ${}^t\sigma_p = {}^t\sigma_p({}^t\varepsilon_i^{(VP)})$ dla ${}^t\varepsilon_i^{(VP)} = \text{const.}$ , oraz graficzna interpretacja pochodnych cząstkowych ${}^tE_T = \partial({}^t\sigma_p)/\partial({}^t\varepsilon_i^{(VP)})$ , ${}^t\dot{E}_T = \partial({}^t\sigma_p)/\partial({}^t\dot{\varepsilon}_i^{(VP)})$ .....	83
Rys. 5.10. Schemat wygniataania regularnych nierówności na wałkach: 1 – przedmiot obrabiany; 2 – element wygniatający .....	84
Rys. 5.11. Historia intensywności odkształcenia i intensywności prędkości odkształcenia w obszarze kontaktu narzędzia z przedmiotem .....	85
Rys. 5.12. Historia odkształcania (a) oraz naprężenie uplastyczniające dla materiałów niezależnych od historii obciążenia (b) i zależnych od historii obciążenia (c) .....	86
Rys. 5.13. Krzywa naprężenia uplastyczniającego $\sigma_p - \phi_i^{(VP)}$ dla stałej intensywności prędkości odkształcenia .....	89
Rys. 5.14. Krzywa umocnienia wykreślona zgodnie z zależnościami .....	91
Rys. 5.14. Aproksymacja wyników eksperymentalnych z próby rozciągania .....	92
Rys. 5.15. Wykres krzywej umocnienia we współrzędnych podwójnie logarytmicznych .....	92
Rys. 5.17. Jednoparametryczne krzywe zależności naprężeń uplastyczniających stali 45 od intensywności prędkości odkształceń $\dot{\phi}_i^{(VP)} = 1,6; 8; 40 [s^{-1}]$ .....	93
Rys. 5.18. Wykres jednoparametrycznej funkcji a) $\sigma_p(\dot{\phi}_i^{(VP)})$ oraz b) $\Phi_2(\dot{\phi}_i^{(VP)})$ dla stali 45 .....	94
Rys. 5.19. Wykres funkcji $\sigma_p(\phi_i^{(VP)}, \dot{\phi}_i^{(VP)})$ dla stali 45 .....	96
Rys. 5.20. Geometryczna interpretacja składowych tensorów naprężenia i odkształcenia oraz ich przyrostów na kroku w zakresie odkształceń trwałych .....	98
Rys. 5.21. Przyrosty jednostkowych sił kontaktowych w dowolnym punkcie styku ciał .....	101
Rys. 5.22. Wykres $p_i - u_i$ dla kontaktu narzędzia z przedmiotem .....	102
Rys. 5.23. Ilustracja geometrycznego warunku kontaktu .....	103
Rys. 5.24. Strefy tarcia w obszarach kontaktu .....	104
Rys. 5.25. Podział obiektu o objętości V na podobności oraz podział brzegu $\Sigma$ na podobszary .....	106
Rys. 5.26. Warunki brzegowe dla naprężeń .....	107
Rys. 5.27. Przykład dyskretyzacji obiektu oraz widok siatki elementów skończonych przed i po deformacji .....	112
Rys. 6.1. Modele materiału: 1 – sprężysto/lepko – plastyczny bez umocnienia, 2 – sprężysto/lepko – plastyczny z umocnieniem liniowym dla $\dot{\phi}_i = 1,6 [s^{-1}]$ .....	115
Rys. 6.2. Obiekt badań i jego model dyskretny .....	116
Rys. 6.3. Intensywność naprężeń po pierwszym (a), drugim (b) i trzecim zagłębieniu klina (c), dla $\mu = 0,05$ , $f_w = 0,4 [mm/obr]$ oraz $g \approx 0,2 [mm]$ .....	116
Rys. 6.4. Intensywność naprężeń pierwszym (a), drugim (b) i trzecim zagłębieniu klina (c), dla $\mu = 0,05$ , $f_w = 0,95 [mm/obr]$ oraz $g \approx 0,475 [mm]$ .....	117
Rys. 6.5. Parametry zarysu nierówności RST ze szczeliną .....	118
Rys. 6.6. Model procesu plastycznego kształtowania nierówności RST krążkiem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym i jego model dyskretny .....	118
Rys. 6.7. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla $2\theta = 113^\circ$ , $E_T = 500 [MPa]$ , $\mu = 0,1$ .....	120
Rys. 6.8. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla $2\theta = 113^\circ$ , $E_T = 0 [MPa]$ , $\mu = 0,05$ .....	121
Rys. 6.9. Obszar rozwiązań dopuszczalnych wyznaczony według funkcji (6.9) dla $\mu = 0,01$ .....	121
Rys. 6.10. Obszar rozwiązań dopuszczalnych wyznaczony według funkcji (6.9) dla $\mu = 0,1$ .....	122
Rys. 6.11. Krążek typu A (a) oraz sposób płynięcia materiału (b) dla takiej konstrukcji .....	122
Rys. 6.12. Krążek typu B (a) oraz sposób płynięcia materiału (b) dla takiej konstrukcji .....	123
Rys. 6.13. Ilustracja czynników wynikowych $h'$ i $2\theta'$ .....	123
Rys. 6.14. Schemat procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności krążkiem typu A i jego model dyskretny .....	124
Rys. 6.15. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla $2\theta = 113^\circ$ , $\mu = 0,01$ i $f_w = 1,25 [mm/obr]$ .....	125
Rys. 6.16. Schemat procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności krążkiem typu B i jego model dyskretny .....	126
Rys. 6.17. Intensywność naprężeń (a) i intensywność odkształceń (b) dla $2\theta = 113^\circ$ , $\mu = 0,01$ i $f_w = 1,25 [mm/obr]$ .....	127
Rys. 7.1. Zbiór czynników badanych, stałych, zakłócających i wynikowych .....	132

Rys. 7.2. Wykres zależności $\vartheta' = f(\vartheta, f)$ dla krążka typu A dla współczynnika tarcia: a) $\mu = 0,01$ i b) $\mu = 0,1$ .....	143
Rys. 7.3. Wykres zależności $h' = f(\vartheta, f)$ dla krążka typu A dla współczynnika tarcia: a) $\mu = 0,01$ i b) $\mu = 0,1$ .....	143
Rys. 7.4. Wykres zależności $\vartheta' = f(\vartheta, f)$ dla krążka typu B dla współczynnika tarcia: a) $\mu = 0,01$ i b) $\mu = 0,1$ .....	143
Rys. 7.5. Wykres zależności $h' = f(\vartheta, f)$ dla krążka typu B dla współczynnika tarcia: a) $\mu = 0,01$ i b) $\mu = 0,1$ .....	144
Rys. Z 1. Widok stanowiska TallyScan 150 firmy Taylor – Hobson do pomiaru stereometrii powierzchni .....	163
Rys. Z 2. Stereometria powierzchni próbek oraz profile na kierunku wzdłużnym próbki dla wybranych przekrojów (a), (c) i (e) oraz odpowiadające im krzywe nośności według Abbotta (b), (d), (f) .....	164
Rys. Z 3. Stereometria i profil powierzchni na obwodzie próbki w wybranym przekroju .....	164
Rys. Z 4. Twardościomierz Brinella typ HPO – 300 (a) i Vickersa typ HPO – 250 VEB Leipzig (b) .....	165
Rys. Z 5. Struktura metalograficzna stali 45 a) widok poprzeczny, b) wzdłużny .....	166
Rys. Z 6. Wymiary w [mm] próbek z główkami do chwytania w szczęki wg PN – EN 10002 – 1 + AC1 .....	167
Rys. Z 7. Maszyna wytrzymałościowa typ ZD 40 .....	167
Rys. Z 8. Wykres siły rozciągającej od wydłużenia .....	167
Rys. Z 9. Dodatnie kierunki składowych tensora naprężenia .....	168
Rys. Z 10. Próbką poddana próbie rozciągania: a) nieodkształcona b) z widocznym przewężeniem .....	169
Rys. Z 11. Rozciąganie osiowe pręta .....	169
Rys. Z 12. Różne miary odkształcenia .....	170
Rys. Z 13. Wielkości geometryczne dla próbki rozciąganej w układzie współrzędnych biegunowych .....	171
Rys. Z 14. Charakterystyka materiałowa – $\sigma_p = f(\varepsilon_i^{(VP)})$ przy stałej intensywności prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)} \approx 0$ , dla stali 45 .....	172
Rys. Z 15. Charakterystyka materiałowa – $\sigma_p = f(\varphi_i^{(VP)})$ przy stałej intensywności prędkości odkształcenia $\dot{\varphi}_i^{(VP)} \approx 0$ , dla stali 45 .....	172

## ZAŁĄCZNIKI

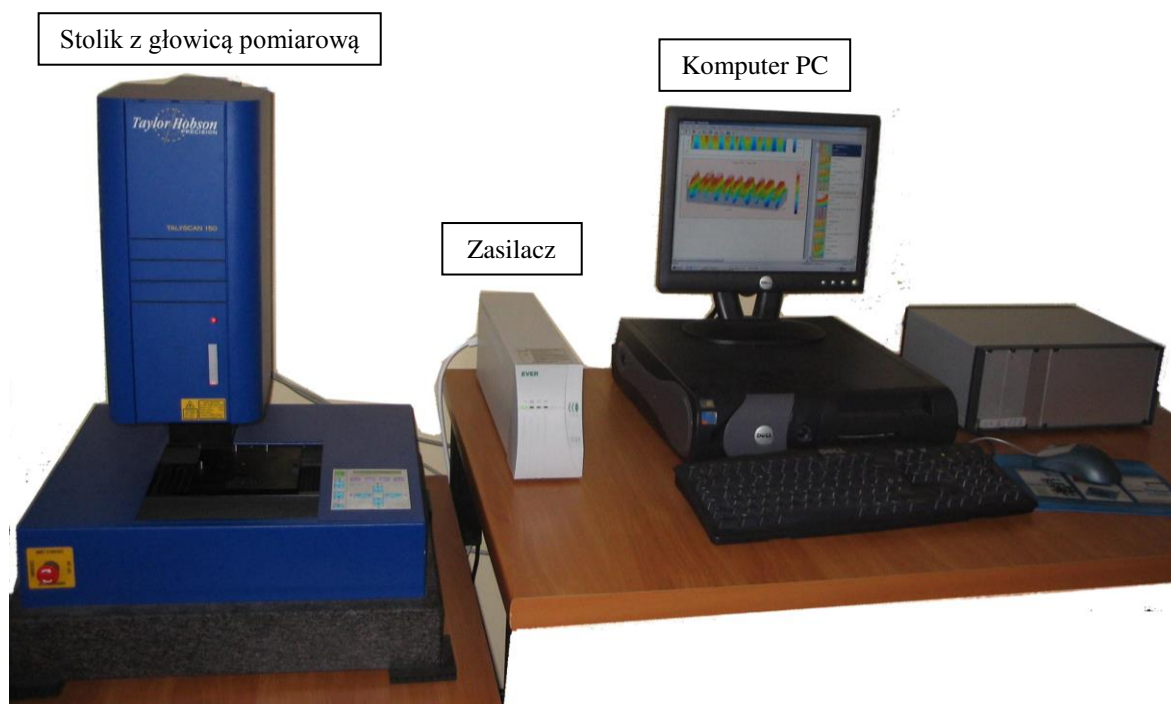
### ZAŁĄCZNIK I

#### Z 1. Właściwości próbek

Badania eksperymentalne przeprowadzono na wałkach ciągnionych w klasie dokładności  $h9$  ze stali 45, w stanie miękkim, zgodnie z  $PN - 85/H - 93210$ , o średnicy  $d = 50_{-0,062}^{+0} [mm]$ . Wybór tego materiału do badań wiąże się z tym, że jest to powszechnie stosowany materiał w elementach poddawanych średnim obciążeniom mechanicznym. Właściwości powierzchni próbek i WW istotnie wpływają na procesy powierzchniowej obróbki plastycznej, dlatego dokonano pomiarów: chropowatości powierzchni, twardości, składu chemicznego, struktury metalograficznej i własności mechanicznych.

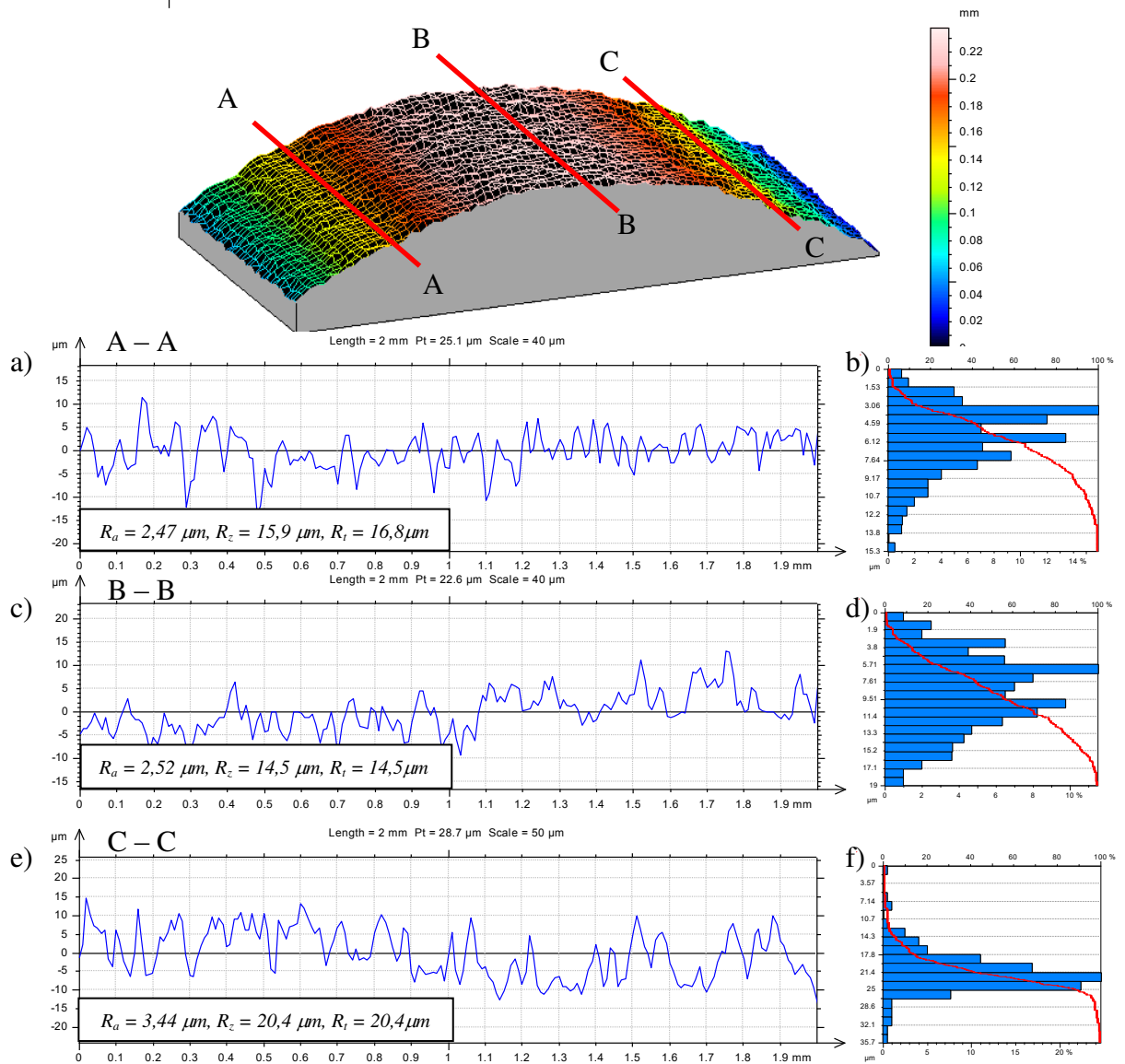
#### Z 1.1. Chropowatość powierzchni

Topografię powierzchni próbek [24, 165, 169, 170] mierzono na urządzeniu *TallyScan 150* firmy *Talor – Hobson precision* znajdującym się na wyposażeniu Katedry Inżynierii Mechanicznej Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej. Urządzenie to umożliwia bezstykowy pomiar stereometrii powierzchni przy użyciu wiązki laserowej. Widok urządzenia przedstawiono na rys. Z 1.

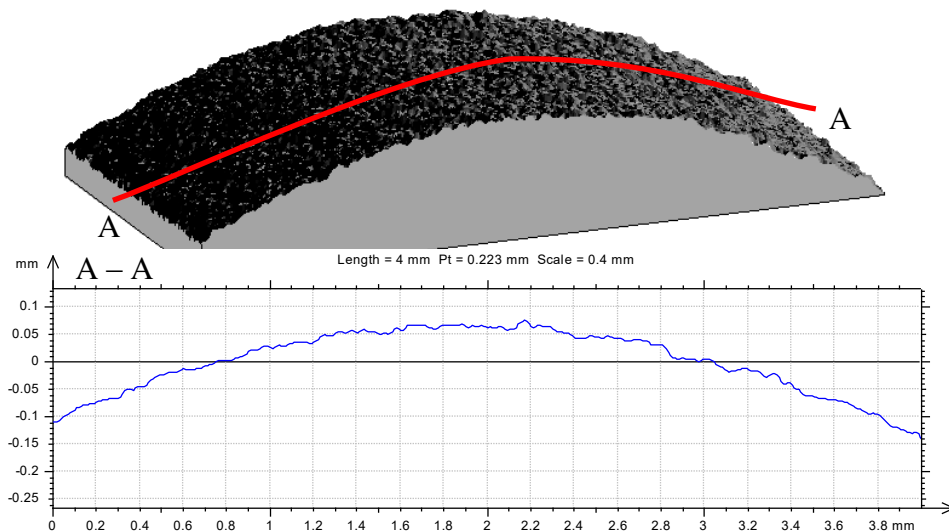


Rys. Z 1. Widok stanowiska TallyScan 150 firmy Taylor – Hobson do pomiaru stereometrii powierzchni

Stereometria powierzchni, profilogramy powierzchni oraz krzywe nośności próbek przedstawiono na rys. Z 2 i Z 3.



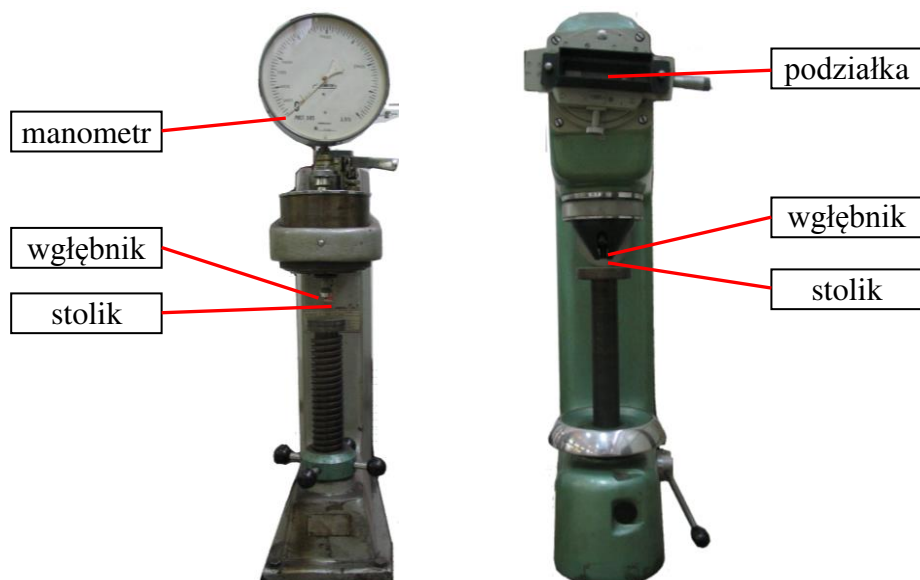
Rys. Z.2. Stereometria powierzchni próbek oraz profile na kierunku wzdłużnym próbki dla wybranych przekrojów (a), (c) i (e) oraz odpowiadające im krzywe nośności według Abbotta (b), (d), (f)



Rys. Z.3. Stereometria i profil powierzchni na obwodzie próbki w wybranym przekroju

### Z 1.2. Twardość

W Laboratorium Wytrzymałości Materiałów Politechniki Koszalińskiej dokonano pomiaru twardości materiału próbek. Twardość jest ważnym czynnikiem dla obróbki nagniataniem zbyt duża twardość powierzchni może być przyczyną złuszczenia WW po nagniataniu. Pomiaru dokonano trzema metodami: *Brinella*, *Vickersa* i *Rockwella* [164] przy użyciu twardościomierzy przedstawionych na rysunku Z 4.



Rys. Z 4. Twardościomierz Brinella typ HPO – 300 (a) i Vickersa typ HPO – 250 VEB Leipzig (b)

Pomiar twardości metodą *Brinella* polega na równomiernym wciskaniu w czasie 15 [s] w powierzchnię próbki kulki o średnicy  $D = 10$  [mm] pod obciążeniem  $F = 29,42$  [kN]. Wartość twardości *Brinella* odczytuje się z tablic na podstawie średnicy  $d$  odcisku kulki (badania wykonane zgodnie z PN – 91/H – 0435067) [166]. Wyniki przedstawiono w tabeli Z 1.

Tabela Z 1. Wyniki pomiarów odcisku kulki oraz wartości twardości Brinella

Materiał	Średnica odcisku $d$ [mm]	Twardość Brinella [HB] odczytana z tablic	Średnia twardość
45	4,0	229	227,5
	4,0	229	
	4,0	229	
	4,05	223	

Pomiar twardości metodą *Vickersa* polega na równomiernym wciśnięciu diamentowego ostrosłupa o podstawie kwadratu w czasie 15 [s]. Twardość *Vickersa* odczytana jest z tablic na podstawie średniej arytmetycznej wartości pomierzonych długości przekątnych odcisku, w zależności od obciążenia. Obciążenie  $F = 196,1$  [N] (badania wykonane zgodnie z PN – 91/H – 04360) [167].

Wyniki pomiarów zestawiono w tabeli Z 2.

Tabela Z 2. Wyniki pomiarów oraz wartości twardości Vickersa

Materiał	Średnia arytmetyczna długości przekątnych $d$ [mm]	Twardość Vickersa [HV] odczytana z tablic	Średnia twardość
45	0,390	244	247,75
	0,388	246	
	0,386	249	
	0,384	252	

Na podstawie wcześniej wykonanych pomiarów twardości metodami *Brinella* i *Vickersa* odczytano z tablic wartości twardości *Rockwella* (według *PN – 76/H – 04357*) [164] i zamieszczono w tabeli Z 3.

Tabela Z 3. Wyniki twardości *Rockwella*

Materiał	Twardość <i>Rockwella</i> odczytana z tablic
45	20,3 HRC

Wyniki pomiaru twardości wskazują na śladową anizotropię właściwości mechanicznych. W badanych populacjach dyspersja twardości *Brinella* wynosi 6 [HB] dla stali 45.

### Z 1.3. Skład chemiczny

Analizę składu chemicznego stali użytej w badaniach przeprowadzono w Laboratorium Pomiarowym firmy FAMAROL S.A. w Słupsku na urządzeniu SPECTROLAB. Wykonano po cztery pomiary dla losowo wybranych czterech próbek i obliczono średnią. Wyniki przedstawiono w tabeli 2.4.

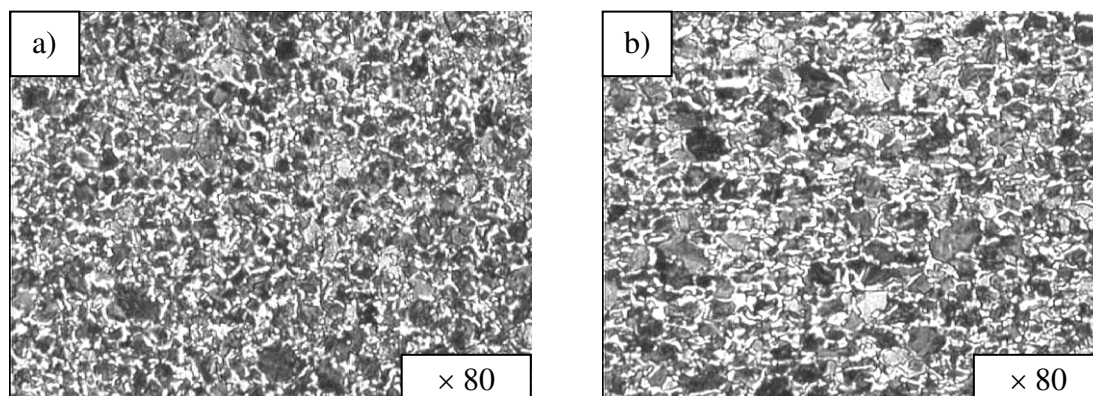
Tabela Z 4. Wyniki analizy składu chemicznego materiału

Materiał	Skład chemiczny [% wagi]									
	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Cu	Al	Co
Stal 45	0,441	0,629	0,191	0,00698	0,00954	0,0744	0,0658		0,00091	0,0098
PN/EN 10083 – 1 (Pr)	0,42÷0,45	0,5÷0,8	≤0,4	≤0,035	≤0,035	≤0,63	≤0,63	–	–	≤0,1

Wyniki analizy składu chemicznego porównano z danymi normy PN/EN 10083 – 1 (Pr). Badania wykazują, że stal użyta w badaniach spełnia wymagania stawiane przez normę.

### Z 1.4. Struktura metalograficzna

Celem zbadania struktury metalu przeprowadzono obserwację zglądów metalograficznych w Katedrze Inżynierii Materiałowej Politechniki Koszalińskiej. Widok zglądów trawionych *nitale* 2% przedstawiono na rysunku Z 5. Jest to stal podeutektoidalna o strukturze ferrytyczno – perlitycznej (pola ciemne – perlit, pola jasne – ferryt). Obserwację zglądów metalograficznych oraz ich zdjęcia wykonywano na mikroskopie optycznym *Neophot 2* firmy *Carl Zeiss Jena*.

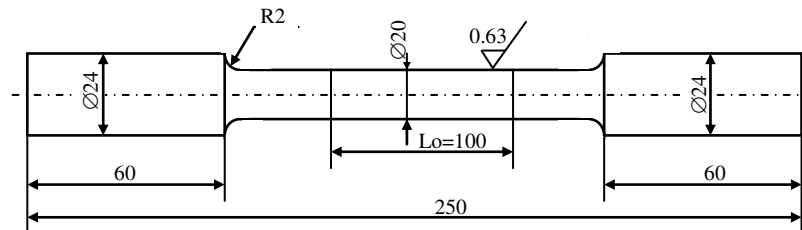


Rys. Z 5. Struktura metalograficzna stali 45: a) widok poprzeczny, b) wzdluzny

Widoczna struktura metalograficzna potwierdza zwartość węgla w stali, dla stali o zawartości ok. 0,4 % węgla ilość ferrytu i perlitu jest prawie sobie równa. Na widoku wzdłużnym (rys. Z 5.b) widoczne jest spłaszczenie ziarn, jest to wynik przeprowadzonego procesu wytwarzania (ciągnięcie).

### Z 1.5. Własności mechaniczne

Podstawowym doświadczeniem mającym doprowadzić do określenia własności wytrzymałościowych materiału jest statyczna próba rozciągania. Próbkę do badań na rozciąganie zazwyczaj mają postać okrągłego pręta o określonych normą (PN – EN 10002 – 1 + AC1) [168] wymiarach (rys. Z 6).

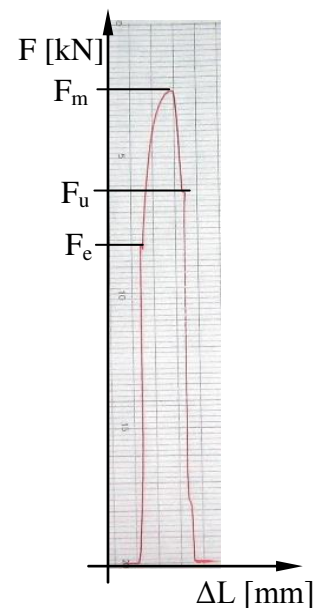


Rys. Z 6. Wymiary w [mm] próbek z główkami do chwytania w szczękę według PN – EN 10002 – 1 + AC1 [168]

Charakterystyczną cechą tego typu próbek jest stosunek długości pomiarowej  $L_0$  do średnicy próbki  $d_0$ . W podanym przypadku uwzględniono próbki 5 – krotne ( $L_0 = 5 d_0$ ). Podstawową próbę rozciągania nazywa się statyczną, chociaż obciążenie wolno narasta ze stałą prędkością. Zakłada się jednak, że odpowiadające określonym naprężeniom odkształcenia pojawiają się natychmiast po zadziałaniu obciążenia, tzn., że istnieje w każdej chwili równowaga w stanie naprężenia i odkształcenia. Jest to słuszne dla odkształceń sprężystych, jednak w zakresie odkształceń plastycznych dla wielu materiałów przyjęcie takie jest niezgodne z rzeczywistością. Celem próby rozciągania jest znalezienie zależności między siłą rozciągającą  $F$  a wydłużeniem całkowitym  $\Delta L$  określonym dla jej długości pomiarowej ( $F = f(\Delta L)$ ). Dla stali 45 użytej w badaniach przeprowadzono próbę rozciągania w Laboratorium Wytrzymałości Materiałów Politechniki Koszalińskiej na maszynie wytrzymałościowej typ ZD 40 (rys. Z 7.) o zakresie sił od  $0 \div 400$  [kN] w temperaturze  $16$  [°C]. Przykładowy wykres siły od wydłużenia  $F = f(\Delta L)$  przedstawiono na rysunku Z 8.



Rys. Z 7. Maszyna wytrzymałościowa typ ZD 40



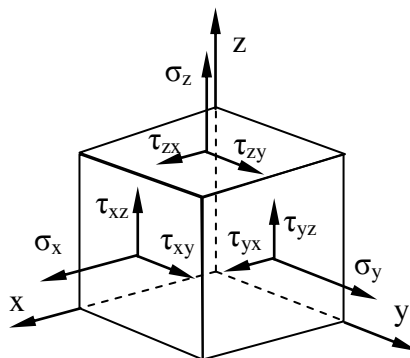
Rys. Z 8. Wykres siły rozciągającej od wydłużenia



Początkowo wydłużenia ze wzrostem obciążenia są bardzo małe, po odciążeniu próbka powraca do swojej pierwotnej długości, nie stwierdza się odkształceń trwałych. Wykres  $F = f(\Delta L)$  jest linią prostą, potwierdza to ważność prawa Hooke'a w odniesieniu do odkształceń sprężystych. Przy dalszym wzroście obciążeń wykres zakrzywia się, co dowodzi odstępstwa od prawa Hooke'a i wiąże się z powstawaniem odkształceń trwałych. Po osiągnięciu pewnej wartości siły  $F_e$  siła mimo wzrastających wydłużeń nie tylko nie wzrasta, ale może nawet chwilowo zmniejszać się. Ponieważ odkształcenia zachodzą tu bez wzrostu obciążenia, zachowanie materiału określa się jako płynięcie. Z chwilą rozpoczęcia płynięcia na powierzchni próbek pojawiają się drobne bruzdy widoczne jako linie tzw. linie Lüdersa lub Czernowa. Są to ślady gwałtownych wzajemnych przesunięć (poślizgów) cząstek materiału. Przy dalszym trwaniu próby płynięcie ustaje, następuje tzw. umocnienie, dalszemu wzrostowi wydłużeń wyraźnie o charakterze plastycznym towarzyszy wzrost siły. Stosunek wydłużenia do siły nie jest wprost proporcjonalny. Z chwilą osiągnięcia maksymalnej wartości siły  $F_m$  w jednym miejscu próbki pojawia się gwałtowne zwężenie zwane szyjką. Przekrój zmniejsza się w tym miejscu przy spadku obciążenia, aż w końcu próbka ulega pęknięciu przy sile  $F_u$ .

Próba ta pozwala poprawnie wyznaczyć parametry sprężyste materiału (granica sprężystości, moduł Younga), jednakże wyznaczenie granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie i naprężeń zrywających nastęrcza wiele trudności szczególnie dla materiałów z umowną granicą plastyczności [32, 158]. Duża rozbieżność naprężeń i odkształceń dla części wykresu odpowiadającej własnością plastycznym materiału jest wynikiem powstania szyjki podczas rozciągania a wtedy założenie jednoosiowego stanu naprężeń i odkształceń jest niepoprawne. Również wyznaczenie odkształceń z wykresu siła od zmiany długości próbki jest obarczone dużymi błędami wynikającymi z płynięciem materiału na szczękach mocujących próbkę w maszynie zrywającej. Z punktu widzenia modelowania i analizy procesów obróbki plastycznej próba jednoosiowego rozciągania przeprowadzona zgodnie z normą jest obarczona znacznymi błędami. Ze względu na charakter procesu plastycznego kształtowania nierówności należy dużą uwagę poświęcić na prawidłowe wyznaczenie właściwości plastycznych materiału. Dlatego też wyznaczając charakterystykę materiałową  $\sigma_p = f(\varepsilon_i)$ , (gdzie:  $\sigma_p$  – jest naprężeniem uplastyczniającym, zaś  $\varepsilon_i$  – intensywnością odkształceń) na podstawie danych z próby rozciągania należy uwzględnić trójosiowy stan naprężeń i odkształceń.

Przyjmując kartezjański układ współrzędnych  $x, y, z$  stan naprężenia lub odkształcenia w dowolnym punkcie rozpatrywanego ciała można określić poprzez dziewięć składowych. Dodatnie kierunki dla naprężenia przedstawiono na rysunku Z 9. Dla naprężenia  $\sigma$  oznacza składowe normalne, zaś  $\tau$  składowe styczne.



Rys. Z 9. Dodatnie kierunki składowych tensora naprężenia

Na podstawie warunków równowagi momentów względem osi przechodzących przez środek sześcianu otrzymano:  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ ,  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ . Warunki te redukują liczbę niezależnych składowych naprężenia do sześciu i tworzą one symetryczny tensor:

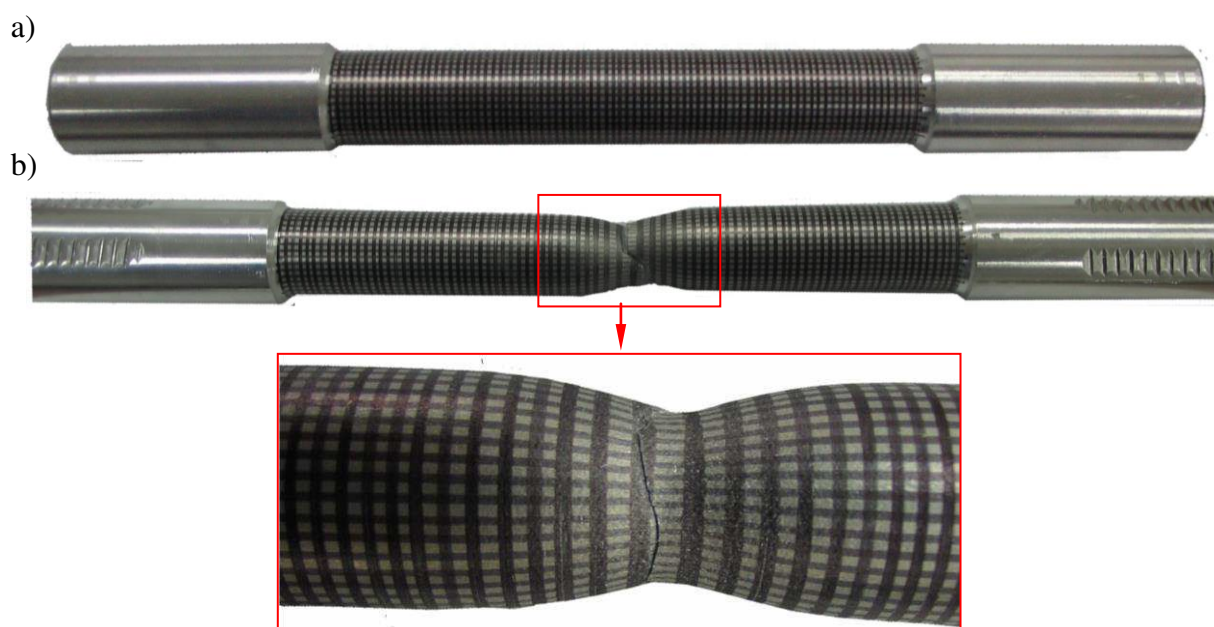
$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}. \quad (Z 1)$$

Dla drugiego tensora symetrycznego naprężenia Pioli – Kirhoffa.

Analogicznie można opisać stan odkształcenia ciała za pomocą symetrycznego tensora odkształcenia Greena – Lagrange’a postaci:

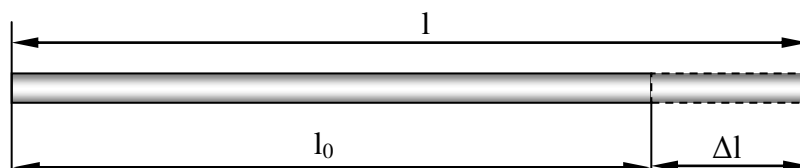
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}. \quad (Z 2)$$

Celem wyznaczenia odkształceń lokalnych na wykonane próbki zgodnie z normą naniesiono siatkę koordynacyjną. Przemieszczenia węzłów siatki podczas próby rozciągania są podstawą do wyznaczenia odkształceń lokalnych. Na rysunku Z10 przedstawiono próbkę z naniesioną flamastrem siatką koordynacyjną o wymiarach  $2 \times 2$  [mm].



Rys. Z 10. Próbkę poddana próbie rozciągania: a) nieodkształcona b) z widocznym przewężeniem

Znane są różne miary odkształceń. Celem wyjaśnienia opisu podano definicje różnych miar odkształcenia i na wykresach przedstawiono różnice między nimi. Pojęcie odkształcenia przedstawiono na przykładzie osiowego rozciągania cienkiego pręta (rys. Z11).



Rys. Z 11. Rozciąganie osiowe pręta

Wyróżniono następujące miary odkształcenia:

– rozciągnięcie:  $\lambda = \frac{l}{l_0}$ , (Z 3)

– odkształcenie względne:  $\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0} = \lambda - 1$ , (Z 4)

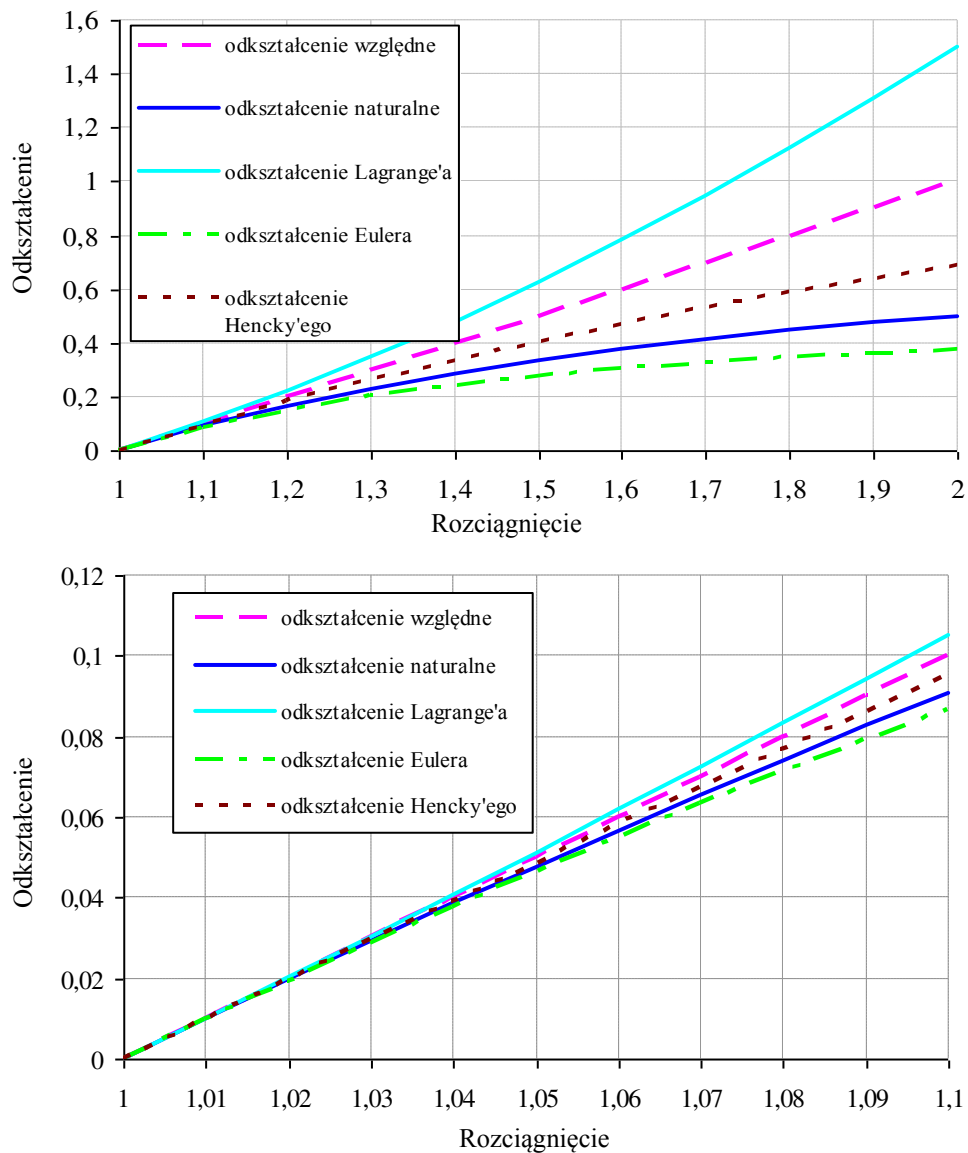
– odkształcenie naturalne (natural strain):  $\eta = \frac{l-l_0}{l} = 1 - \frac{1}{\lambda}$ , (Z 5)

– odkształcenie Lagrange'a (Green'a):  $E = \frac{1}{2} \left( \frac{l^2 - l_0^2}{l_0^2} \right) = \frac{1}{2} (\lambda^2 - 1)$ , (Z 6)

– odkształcenie Eulera:  $e = \frac{1}{2} \left( \frac{l^2 - l_0^2}{l^2} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\lambda^2} \right)$ , (Z 7)

– odkształcenie logarymiczne Hencky'ego (true strain):  $\varphi = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln(\lambda)$ . (Z 8)

Różnice pomiędzy nimi przedstawiono na rysunku Z12.



Rys. Z 12. Różne miary odkształcenia

Do opisu właściwości wytrzymałościowych stali 45 użyto wykresu  $\sigma_p = f(\varphi_i)$ , gdzie  $\varphi_i$  jest odkształceniem logarytmicznym Hencky'ego (true strain) – odkształcenia rzeczywiste. Stan odkształcenia próbki charakteryzowano za pomocą symetrycznego tensora odkształcenia Greena – Lagrange'a:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

– na podstawie, którego można określić intensywność odkształceń za pomocą wzoru:

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{D}_\varepsilon \circ \mathbf{D}_\varepsilon} \quad \text{lub} \quad \varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2}, \quad (2.10)$$

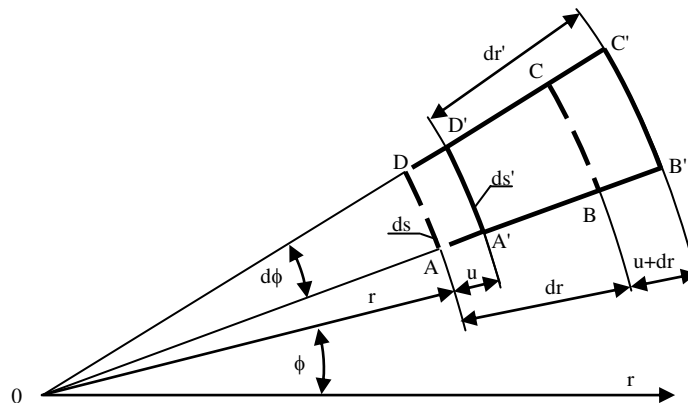
dla takiego postępowania w pierwszej kolejności należy wyznaczyć poszczególne składowe tensora:

$\varepsilon_{11}$  – odkształcenie poosiowe,  $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33}$  – odpowiednio odkształcenia obwodowe i promieniowe.

Za pomocą siatki koordynacyjnej wyznaczono odkształcenia względne poosiowe:

$\varepsilon_{11} = \frac{l - l_0}{l_0}$ , dla przeprowadzonej próby maksymalne odkształcenie względne wyznaczone za pomocą siatki koordynacyjnej wynoszą  $\varepsilon_{11} = 1,25$ .

Dla prawidłowego określenia odkształceń i naprężeń (w ostatniej fazie – tworzenie się szyjki) w próbie rozciągania próbki walcowej można posłużyć się rozwiązaniem zaproponowanym przez francuskiego uczonego G. Lamego [159]. Wyznaczał on odkształcenia i naprężenia dla rur grubościennych poddanych działaniu ciśnienia zewnętrznego i wewnętrznego. W celu wyznaczenia odkształceń w walcu kołowo symetrycznym warto posługiwać się układem biegunowym (rys. Z 13).

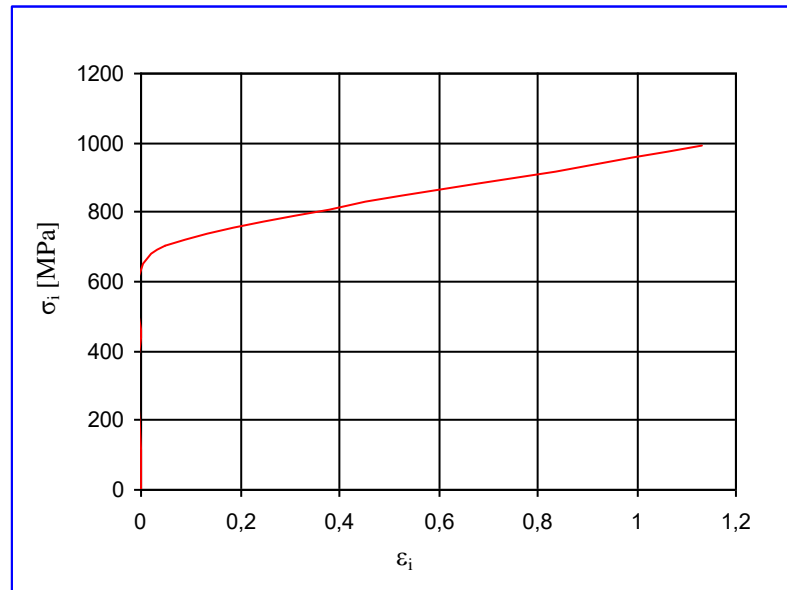


Rys. Z 13. Wielkości geometryczne dla próbki rozciąganej w układzie współrzędnych biegunowych

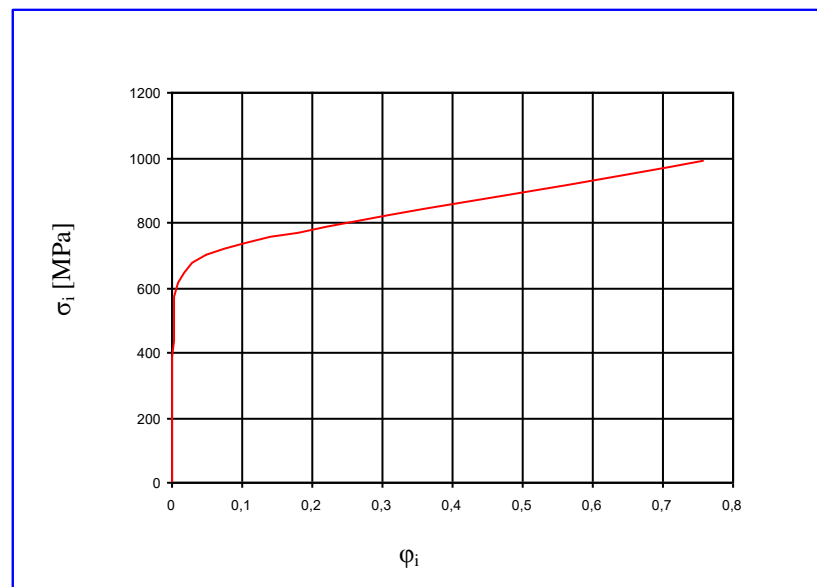
Dla takiego układu wyodrębniono odkształcenia w kierunku promieniowym (radialne)  $\varepsilon_r$  oraz odkształcenia obwodowe  $\varepsilon_\phi$ . Powyższe wielkości w myśl definicji wydłużenia określono jako:

$\varepsilon_r = \frac{dr' - dr}{dr}$ , oraz  $\varepsilon_\phi = \frac{ds' - ds}{ds}$ , gdzie:  $\varepsilon_r = \varepsilon_\phi = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0,11173$ . Natomiast pozostałe składowe symetrycznego tensora odkształcenia Greena – Lagrange'a są równe zero.

Przyjmując taki opis otrzymano wykres  $\sigma_p = f(\varepsilon_i)$  oraz  $\sigma_p = f(\varphi_i)$  dla stali 45 zawarty na rysunkach Z 14 oraz Z 15.



Rys. Z 14. Charakterystyka materiałowa –  $\sigma_p = f(\varepsilon_i^{(VP)})$  przy stałej intensywności prędkości odkształcenia  $\dot{\varepsilon}_i^{(VP)} \approx 0$ , dla stali 45



Rys. Z 15. Charakterystyka materiałowa –  $\sigma_p = f(\varphi_i^{(VP)})$  przy stałej intensywności prędkości odkształcenia  $\dot{\varphi}_i^{(VP)} \approx 0$ , dla stali 45

Znane są również inne sposoby budowy wykresu naprężenie – odkształcenie. Prace Dawidenkowa i Spirydynowej dają zadawalające rezultaty, jeżeli chodzi o naprężenia jednakże wyniki odkształceń są zaniżone. Dlatego też zaproponowano własną metodykę wyznaczania maksymalnych odkształceń lokalnych.

## ZALĄCZNIK II

## Z 2. Macra do analizy i symulacji numerycznych napisanych w języku APDL

## Z 2.1 Analiza wygniatania nierówności krążkiem o zarysie pojedynczego klina w przekroju osiowym

```

*SET,a,20e-3 ! [mm] szerokość materiału
*SET,b,10e-3 ! [mm] wysokość materiału
*SET,c,90 ! [stopnie] kąt wierzchołkowy klina wciska-
nego
*SET,d,5e-3 ! [mm] wysokość klina
*SET,g,1e-3 ! [mm] głębokość wygniatania
*SET,p,2e-3 ! [mm] posuw nagniatania
*SET,r,0.3e-3
/prep7
*AFUN,DEG
k,1,0,0
k,2,1.1*a,0
k,3,1.1*a,b
k,4,0,b
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
LSTR, 3, 4
LSTR, 4, 1
FLST,2,4,4
FITEM,2,4
FITEM,2,3
FITEM,2,2
FITEM,2,1
AL,P51X
k,5,a,b
k,6,a+d*tan(c/2),b+d
k,7,a-d*tan(c/2),b+d
LSTR, 5, 6
LSTR, 6, 7
LSTR, 7, 5
!*
LFILLT,7,5,r, ,
FLST,2,4,4
FITEM,2,7
FITEM,2,6
FITEM,2,5
FITEM,2,8
AL,P51X
!!
ET,1,PLANE162
!*
ET,2,PLANE162
!*
KEYOPT,1,3,2
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,2,3,2
KEYOPT,2,5,0
!!!
MP,DENS,1,7850
MP,EX,1,2.1e5
MP,NUXY,1,0.3
TB,BISO,1,,,
TBDAT,1,374.27

TBDAT,2,0
EDMP,RIGI,2,6,7
MP,DENS,2,7850
MP,EX,2,2.1e5
MP,NUXY,2,0.29
!*
EDMP,RIGI,2,0,7
MPDE,DENS,2
MP,DENS,2,7850
MPDE,EX,2
MP,EX,2,2.1E+005
MPDE,NUXY,2
MP,NUXY,2,0.29
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,3
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,120, , , ,1
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,4
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,50, , , ,1
!*
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
TYPE, 2
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,

```

```

!*
SMRT,6
SMRT,5
MSHKEY,0
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , 2
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!!!
EDPART,CREATE
!!!
EDCGEN,ASS2D, , ,0.300,0.300,0,0,0,0, , ,
,0,10000000,0,0
!EDCGEN,ASS2D, , ,0st,0dyn,0,0,0,0,0 ost, , ,
,0,10000000,0,0
FINISH
/SOL
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,4
/GO
DL,P51X, ,ALL,0
*DIM,przemx,ARRAY,9,1,1, , ,

```

```

!*
*DIM,przemy,ARRAY,9,1,1, , ,
!*
*DIM,time,ARRAY,9,1,1, , ,
!*
*SET,TIME(2,1,1) , 0.1
*SET,TIME(3,1,1) , 0.2
*SET,TIME(4,1,1) , 0.3
*SET,TIME(5,1,1) , 0.4
*SET,TIME(6,1,1) , 0.5
*SET,TIME(7,1,1) , 0.6
*SET,TIME(8,1,1) , 0.7
*SET,TIME(9,1,1) , 0.8
*SET,PRZEMY(2,1,1) , -g
*SET,PRZEMY(3,1,1) , g
*SET,PRZEMY(4,1,1) , g
*SET,PRZEMY(5,1,1) , -g
*SET,PRZEMY(6,1,1) , g
*SET,PRZEMY(7,1,1) , g
*SET,PRZEMY(8,1,1) , -g
*SET,PRZEMX(4,1,1) , -p
*SET,PRZEMX(5,1,1) , -p
*SET,PRZEMX(6,1,1) , -p
*SET,PRZEMX(7,1,1) , -2*p
*SET,PRZEMX(8,1,1) , -2*p
*SET,PRZEMX(9,1,1) , -2*p
TIME,0.8,
EDLOAD,ADD,RBUX,0, 2,TIME,PRZEMX, 0, , ,
, ,
EDLOAD,ADD,RBUY,0, 2,TIME,PRZEMY, 0, , ,
, ,

```

## Z 2.2. Analiza wygniatania nierówności krążkiem o zarysie pięciu klinów w przekroju osiowym

```

*AFUN,DEG
a=2 !!! [mm] szerokość nierówności
c=120 !!! [stopnie] kąt wierzchołkowy
nierówności
d=0.014434*2*(a) !!! [mm] promień zaokrąglenia
nierówności
e=10 !!! [mm] szerokość materiału
f=10 !!! [mm] wysokość materiału
g=10 !!! [mm] wysokość narzędzia
h=((a*tan((180-c)/2))/2) !!! wysokość nierówności
/prep7
k,1,0,0
k,2,e,0
k,3,e,f
k,4,0,f
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
LSTR, 3, 4
LSTR, 4, 1
!!
FLST,2,4,4
FITEM,2,1
FITEM,2,2
FITEM,2,3
FITEM,2,4

```

```

AL,P51X
!!
k,5,0,((a*tan((180-c)/2))/2)+f
k,6,a/2,f
k,7,a,((a*tan((180-c)/2))/2)+f
k,8,3*a/2,f
k,9,2*a,((a*tan((180-c)/2))/2)+f
k,10,5*a/2,f
k,11,3*a,((a*tan((180-c)/2))/2)+f
k,12,7*a/2,f
k,13,4*a,((a*tan((180-c)/2))/2)+f
k,14,9*a/2,f
k,15,5*a,((a*tan((180-c)/2))/2)+f
k,16,0,f+g
k,17,5*a,f+g
l,17,16
l,16,5
l,5,6
l,6,7
l,7,8
l,8,9
l,9,10
l,10,11
l,11,12

```

```

1,12,13
1,13,14
1,14,15
1,15,17

LFILLT,7,8,d, ,
LFILLT,9,10,d, ,
LFILLT,11,12,d, ,
LFILLT,13,14,d, ,
LFILLT,15,16,d, ,
!!!
FLST,2,18,4
FITEM,2,6
FITEM,2,5
FITEM,2,17
FITEM,2,16
FITEM,2,22
FITEM,2,15
FITEM,2,14
FITEM,2,21
FITEM,2,13
FITEM,2,12
FITEM,2,20
FITEM,2,11
FITEM,2,10
FITEM,2,19
FITEM,2,9
FITEM,2,8
FITEM,2,18
FITEM,2,7
AL,P51X
!!
ET,1,PLANE162
ET,2,PLANE162
!*
KEYOPT,1,3,2
KEYOPT,1,5,0
!*
KEYOPT,2,3,2
KEYOPT,2,5,0
!!!
MP,DENS,1,7850
MP,EX,1,2.1e5
MP,NUXY,1,0.3
TB,BISO,1,,,,
TBDAT,1,374,24
TBDAT,2,100
EDMP,RIGI,2,6,7
MP,DENS,2,7850
MP,EX,2,2.1e5
MP,NUXY,2,0.29
gplot
!!!
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,3
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,500, , , , ,1
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,4
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,100,3, , , ,1
!*
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,4
CM,_Y1,LINE
LSEL, , , ,P51X
*GET,_z1,LINE,,COUNT
*SET,_z2,0
*DO,_z5,1,_z1
*SET,_z2,LSNEXT(_z2)
*GET,_z3,LINE,_z2,ATTR,NDNX
*GET,_z4,LINE,_z2,ATTR,SPNX
*get,_z6,line,_z2,attr,kynd
*IF,_z3,GT,0,THEN
*IF,_z4,NE,0,THEN
LESIZE,_z2,,,_z3,1/_z4,,,_z6
*ENDIF
*ENDIF
*ENDDO
CMSEL,S,_Y1
CMDELE,_Y1
!*
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
TYPE, 2
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
!*
MSHKEY,0
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 2
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'

```



```

CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
EDPART,CREATE
EDCGEN,ASS2D, , ,0.010,0.010,0,0,0,0,0, , ,
,0,10000000,0,0
!EDCGEN,ASS2D, , ,0st,0dyn,0,0,0,0,0 ost, , ,
,0,10000000,0,0
!!!
/AUTO, 1
/REP
FLST,2,3,4,ORDE,3
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
FITEM,2,4
!*
/GO
DL,P51X, ,ALL,0
!!!
*DIM,czas,ARRAY,2,1,1, , ,
*DIM,przem,ARRAY,2,1,1, , ,
!*
*SET,PRZEM(2,1,1),-(h/1.6)
*SET,CZAS(2,1,1), 2
!!!
EDLOAD,ADD,RBUY,0, 2,CZAS,PRZEM, 0, , , ,
FINISH
/SOL
TIME,2,

```

### Z 2.3. Analiza wygniatania nierówności krążkiem typu A

```

!!! Wygniatanie nierówności krążkiem typu A

FINISH
/CLEAR,NOSTART

*AFUN,DEG
a=120 ! kąt wierzchołkowy narzędzia [stopnie]
f=2e-3 ! posuw [mm]
h=f/(2*tan(a/2))
r=0.1e-3 ! promień zaokrąglenia nierówności
z=1e-3 ! wysokość narzędzia
s=15e-3 ! szerokość materiału obrabianego
w=5e-3 ! wysokość materiału obrabianego
/prep7
!
k,1,0,0
k,2,s,0
k,3,s,w
k,4,0,w
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
LSTR, 3, 4
LSTR, 4, 1
k,5,0,h
k,6,f/2,0
k,7,f,h
k,8,1.5*f, 0
k,9,2*f,h
k,10,2.5*f,0
k,11,3*f,h
k,12,3.5*f,0
k,13,4*f,h
k,14,4.5*f,0
k,15,5*f,h
k,16,5.5*f,0
k,17,6*f,h
k,18,6.5*f,0
k,19,7*f,h
k,20,7.5*f,0
k,21,8*f,h
k,22,0,h+z
k,23,8*f,h+z
!!!
LSTR, 22, 5
LSTR, 5, 6
LSTR, 6, 7
LSTR, 7, 8
LSTR, 8, 9
LSTR, 9, 10
LSTR, 10, 11
LSTR, 11, 12
LSTR, 12, 13
LSTR, 13, 14
LSTR, 14, 15
LSTR, 15, 16
LSTR, 16, 17
LSTR, 17, 18
LSTR, 18, 19
LSTR, 19, 20
LSTR, 20, 21
LSTR, 21, 23
LSTR, 23, 22
k,24,0,0
k,25,0,2.5*f*tan(10)
!!!
LSTR, 10, 24
LSTR, 25, 10
LSTR, 25, 24
!!!
LFILLT,10,11,r, ,
LFILLT,12,13,r, ,
LFILLT,14,15,r, ,
LFILLT,16,17,r, ,
LFILLT,18,19,r, ,
LFILLT,20,21,r, ,
!!!

```

FLST,2,25,4	FITEM,2,24
FITEM,2,9	AL,P51X
FITEM,2,8	FLST,2,4,4
FITEM,2,7	FITEM,2,4
FITEM,2,6	FITEM,2,3
FITEM,2,5	FITEM,2,2
FITEM,2,23	FITEM,2,1
FITEM,2,22	AL,P51X
FITEM,2,21	ASBA, 1, 2
FITEM,2,32	FLST,3,1,5,ORDE,1
FITEM,2,20	FITEM,3,4
FITEM,2,19	AGEN, ,P51X, , ,s-f,w, , , ,1
FITEM,2,31	!!
FITEM,2,18	!*
FITEM,2,17	ET,1,PLANE162
FITEM,2,30	ET,2,PLANE162
FITEM,2,16	!*
FITEM,2,15	KEYOPT,1,3,2
FITEM,2,29	KEYOPT,1,5,0
FITEM,2,14	!*
FITEM,2,13	KEYOPT,2,3,2
FITEM,2,28	KEYOPT,2,5,0
FITEM,2,12	!!!
FITEM,2,11	MP,DENS,1,7850
FITEM,2,27	MP,EX,1,2.1e5
FITEM,2,10	MP,NUXY,1,0.3
AL,P51X	TB,BISO,1,,,,
FLST,2,28,4	TBDAT,1,374.27
FITEM,2,7	TBDAT,2,500
FITEM,2,6	EDMP,RIGI,2,6,7
FITEM,2,5	MP,DENS,2,7850
FITEM,2,23	MP,EX,2,2.1e5
FITEM,2,22	MP,NUXY,2,0.29
FITEM,2,21	!*
FITEM,2,32	EDMP,RIGI,2,0,7
FITEM,2,20	MPDE,DENS,2
FITEM,2,19	MP,DENS,2,7850
FITEM,2,31	MPDE,EX,2
FITEM,2,18	MP,EX,2,2.1E+005
FITEM,2,17	MPDE,NUXY,2
FITEM,2,30	MP,NUXY,2,0.29
FITEM,2,16	!!
FITEM,2,15	FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,2,29	FITEM,5,1
FITEM,2,14	FITEM,5,3
FITEM,2,13	CM,_Y,LINE
FITEM,2,28	LSEL, , , ,P51X
FITEM,2,12	CM,_Y1,LINE
FITEM,2,11	CMSEL,,_Y
FITEM,2,27	!*
FITEM,2,10	LESIZE,_Y1, , ,250, , , , ,1
FITEM,2,9	!*
FITEM,2,8	FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,2,25	FITEM,5,2
FITEM,2,26	FITEM,5,4
FITEM,2,24	CM,_Y,LINE
AL,P51X	LSEL, , , ,P51X
FLST,2,3,4	CM,_Y1,LINE
FITEM,2,25	CMSEL,,_Y
FITEM,2,26	!*

```

LESIZE,_Y1,, ,40,, , ,1
!*
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
!*
CM,_Y,AREA
ASEL,, , , 3
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
TYPE, 2
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
!*
MSHKEY,0
!*
CM,_Y,AREA
ASEL,, , , 4
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!!!
EDPART,CREATE
!!!
EDCGEN,ASS2D, , ,0.100,0.100,0,0,0,0, , ,
,0,10000000,0,0
!EDCGEN,ASS2D, , ,0st,0dyn,0,0,0,0,0 ost, , ,
,0,10000000,0,0
FINISH
*DIM,time,ARRAY,28,1,1, , ,
*DIM,przemx,ARRAY,28,1,1, , ,
*DIM,przemy,ARRAY,28,1,1, , ,
!*
*SET,TIME(1,1,1) , 0.1
*SET,TIME(2,1,1) , 0.2
*SET,TIME(3,1,1) , 0.3
*SET,TIME(4,1,1) , 0.4
*SET,TIME(5,1,1) , 0.5
*SET,TIME(6,1,1) , 0.6
*SET,TIME(7,1,1) , 0.7
*SET,TIME(8,1,1) , 0.8
*SET,TIME(9,1,1) , 0.9
*SET,TIME(10,1,1) , 1.0
*SET,TIME(11,1,1) , 1.1
*SET,TIME(12,1,1) , 1.2
*SET,TIME(13,1,1) , 1.3
*SET,TIME(14,1,1) , 1.4
*SET,TIME(15,1,1) , 1.5
*SET,TIME(16,1,1) , 1.6
*SET,TIME(17,1,1) , 1.7
*SET,TIME(18,1,1) , 1.8
*SET,TIME(19,1,1) , 1.9
*SET,TIME(20,1,1) , 2.0
*SET,TIME(21,1,1) , 2.1
*SET,TIME(22,1,1) , 2.2
*SET,TIME(23,1,1) , 2.3
*SET,TIME(24,1,1) , 2.4
*SET,TIME(25,1,1) , 2.5
*SET,TIME(26,1,1) , 2.6
*SET,TIME(27,1,1) , 2.7
*SET,TIME(28,1,1) , 2.8
*SET,przemx(1,1,1) , 0
*SET,przemx(2,1,1) , 0
*SET,przemx(3,1,1) , -f
*SET,przemx(4,1,1) , -f
*SET,przemx(5,1,1) , -f
*SET,przemx(6,1,1) , -2*f
*SET,przemx(7,1,1) , -2*f
*SET,przemx(8,1,1) , -2*f
*SET,przemx(9,1,1) , -3*f
*SET,przemx(10,1,1) , -3*f
*SET,przemx(11,1,1) , -3*f
*SET,przemx(12,1,1) , -4*f
*SET,przemx(13,1,1) , -4*f
*SET,przemx(14,1,1) , -4*f
*SET,przemx(15,1,1) , -5*f
*SET,przemx(16,1,1) , -5*f
*SET,przemx(17,1,1) , -5*f
*SET,przemx(18,1,1) , -6*f
*SET,przemx(19,1,1) , -6*f
*SET,przemx(20,1,1) , -6*f
*SET,przemx(21,1,1) , -7*f
*SET,przemx(22,1,1) , -7*f
*SET,przemx(23,1,1) , -7*f
*SET,przemx(24,1,1) , -8*f
*SET,przemx(25,1,1) , -8*f
*SET,przemx(26,1,1) , -8*f
*SET,przemx(27,1,1) , -9*f
*SET,przemx(28,1,1) , -9*f
*SET,przemy(1,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(2,1,1) , h
*SET,przemy(3,1,1) , h
*SET,przemy(4,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(5,1,1) , h
*SET,przemy(6,1,1) , h
*SET,przemy(7,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(8,1,1) , h
*SET,przemy(9,1,1) , h
*SET,przemy(10,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(11,1,1) , h
*SET,przemy(12,1,1) , h
*SET,przemy(13,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(14,1,1) , h
*SET,przemy(15,1,1) , h
*SET,przemy(16,1,1) , -h/1.6

```

```

*SET,przemy(17,1,1) , h
*SET,przemy(18,1,1) , h
*SET,przemy(19,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(20,1,1) , h
*SET,przemy(21,1,1) , h
*SET,przemy(22,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(23,1,1) , h
*SET,przemy(24,1,1) , h
*SET,przemy(25,1,1) , -h/1.6
*SET,przemy(26,1,1) , h
*SET,przemy(27,1,1) , h
*SET,przemy(28,1,1) , -h/1.6
!!!

/SOLU
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,4
!*
/GO
DL,P51X, ,ALL,0
EDLOAD,ADD,RBUX,0, 2,TIME,PRZEMX, 0, , ,
,,
EDLOAD,ADD,RBUY,0, 2,TIME,PRZEMY, 0, , ,
,,
TIME,2.8,

```

## Z 2.4. Analiza wygniatania nierówności krążkiem typu B

```

!!! Wygniatanie nierówności krążkiem typu B
FINISH
/CLEAR,NOSTART
*AFUN,DEG
a=120 ! kąt wierzchołkowy narzędzia [stopnie]
f=2e-3 ! posuw [mm]
h=f/(2*tan(a/2))
r=0.1e-3 ! promień zaokrąglenia nierówności
z=1e-3 ! wysokość narzędzia
s=15e-3 ! szerokość materiału obrabianego
w=5e-3 ! wysokość materiału obrabianego
/prep7
!
k,1,0,0
k,2,s,0
k,3,s,w
k,4,0,w
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
LSTR, 3, 4
LSTR, 4, 1
k,5,0,h+2.5*f*tan(10)
k,6,f/2,+2.0*f*tan(10)
k,7,f,h+1.5*f*tan(10)
k,8,1.5*f,1.0*f*tan(10)
k,9,2*f,h+0.5*f*tan(10)
k,10,2.5*f,0
k,11,3*f,h
k,12,3.5*f,0
k,13,4*f,h
k,14,4.5*f,0
k,15,5*f,h
k,16,5.5*f,0
k,17,6*f,h
k,18,6.5*f,0
k,19,7*f,h
k,20,7.5*f,0
k,21,8*f,h
k,22,0,h+z
k,23,8*f,h+z
!!!

LSTR, 22, 5
LSTR, 5, 6
LSTR, 6, 7
LSTR, 7, 8
LSTR, 8, 9
LSTR, 9, 10
LSTR, 10, 11
LSTR, 11, 12
LSTR, 12, 13
LSTR, 13, 14
LSTR, 14, 15
LSTR, 15, 16
LSTR, 16, 17
LSTR, 17, 18
LSTR, 18, 19
LSTR, 19, 20
LSTR, 20, 21
LSTR, 21, 23
LSTR, 23, 22
!!!
LFILLT,6,7,r, ,
LFILLT,8,9,r, ,
LFILLT,10,11,r, ,
LFILLT,12,13,r, ,
LFILLT,14,15,r, ,
LFILLT,16,17,r, ,
LFILLT,18,19,r, ,
LFILLT,20,21,r, ,
!!!
FLST,2,27,4
FITEM,2,7
FITEM,2,24
FITEM,2,6
FITEM,2,5
FITEM,2,23
FITEM,2,22
FITEM,2,21
FITEM,2,31
FITEM,2,20
FITEM,2,19
FITEM,2,30

```

```

FITEM,2,18
FITEM,2,17
FITEM,2,29
FITEM,2,16
FITEM,2,15
FITEM,2,28
FITEM,2,14
FITEM,2,13
FITEM,2,27
FITEM,2,12
FITEM,2,11
FITEM,2,26
FITEM,2,10
FITEM,2,9
FITEM,2,25
FITEM,2,8
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,4
FITEM,2,3
FITEM,2,2
FITEM,2,1
AL,P51X
FLST,3,1,5,ORDE,1
FITEM,3,1
AGEN, ,P51X, , ,s-f,w, , , ,1
!!
ET,1,PLANE162
ET,2,PLANE162
!*
KEYOPT,1,3,2
KEYOPT,1,5,0
!*
KEYOPT,2,3,2
KEYOPT,2,5,0
!!!!
!*
MP,DENS,1,7850
MP,EX,1,2.1e5
MP,NUXY,1,0.3
TB,BISO,1,,,
TBDAT,1,374.27
TBDAT,2,500
EDMP,RIGI,2,6,7
MP,DENS,2,7850
MP,EX,2,2.1e5
MP,NUXY,2,0.29
!*
EDMP,RIGI,2,0,7
MPDE,DENS,2
MP,DENS,2,7850
MPDE,EX,2
MP,EX,2,2.1E+005
MPDE,NUXY,2
MP,NUXY,2,0.29
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,3
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,250, , , , ,1
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,4
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,40, , , , ,1
!*
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 2
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!!
TYPE, 2
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
!*
MSHKEY,0
!*
SMRT,6
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!!!
EDPART,CREATE
!!! contact
EDCGEN,ASS2D, , , ,0.100,0.100,0,0,0,0,0, , , ,
,0,1000000,0,0
!EDCGEN,ASS2D, , , ,0st,0dyn,0,0,0,0,0 ost, , ,
,0,1000000,0,0
FINISH
*DIM,time,ARRAY,28,1,1, , ,
!*

```

```

*DIM,przemx,ARRAY,28,1,1,,
*DIM,przemy,ARRAY,28,1,1,,
!*
*SET,TIME(1,1,1),0.1
*SET,TIME(2,1,1),0.2
*SET,TIME(3,1,1),0.3
*SET,TIME(4,1,1),0.4
*SET,TIME(5,1,1),0.5
*SET,TIME(6,1,1),0.6
*SET,TIME(7,1,1),0.7
*SET,TIME(8,1,1),0.8
*SET,TIME(9,1,1),0.9
*SET,TIME(10,1,1),1.0
*SET,TIME(11,1,1),1.1
*SET,TIME(12,1,1),1.2
*SET,TIME(13,1,1),1.3
*SET,TIME(14,1,1),1.4
*SET,TIME(15,1,1),1.5
*SET,TIME(16,1,1),1.6
*SET,TIME(17,1,1),1.7
*SET,TIME(18,1,1),1.8
*SET,TIME(19,1,1),1.9
*SET,TIME(20,1,1),2.0
*SET,TIME(21,1,1),2.1
*SET,TIME(22,1,1),2.2
*SET,TIME(23,1,1),2.3
*SET,TIME(24,1,1),2.4
*SET,TIME(25,1,1),2.5
*SET,TIME(26,1,1),2.6
*SET,TIME(27,1,1),2.7
*SET,TIME(28,1,1),2.8
*SET,przemx(1,1,1),0
*SET,przemx(2,1,1),0
*SET,przemx(3,1,1),-f
*SET,przemx(4,1,1),-f
*SET,przemx(5,1,1),-f
*SET,przemx(6,1,1),-2*f
*SET,przemx(7,1,1),-2*f
*SET,przemx(8,1,1),-2*f
*SET,przemx(9,1,1),-3*f
*SET,przemx(10,1,1),-3*f
*SET,przemx(11,1,1),-3*f
*SET,przemx(12,1,1),-4*f
*SET,przemx(13,1,1),-4*f
*SET,przemx(14,1,1),-4*f
*SET,przemx(15,1,1),-5*f
*SET,przemx(16,1,1),-5*f
*SET,przemx(17,1,1),-5*f
*SET,przemx(18,1,1),-6*f
*SET,przemx(19,1,1),-6*f

*SET,przemx(20,1,1),-6*f
*SET,przemx(21,1,1),-7*f
*SET,przemx(22,1,1),-7*f
*SET,przemx(23,1,1),-7*f
*SET,przemx(24,1,1),-8*f
*SET,przemx(25,1,1),-8*f
*SET,przemx(26,1,1),-8*f
*SET,przemx(27,1,1),-9*f
*SET,przemx(28,1,1),-9*f
*SET,przemy(1,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(2,1,1),h
*SET,przemy(3,1,1),h
*SET,przemy(4,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(5,1,1),h
*SET,przemy(6,1,1),h
*SET,przemy(7,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(8,1,1),h
*SET,przemy(9,1,1),h
*SET,przemy(10,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(11,1,1),h
*SET,przemy(12,1,1),h
*SET,przemy(13,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(14,1,1),h
*SET,przemy(15,1,1),h
*SET,przemy(16,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(17,1,1),h
*SET,przemy(18,1,1),h
*SET,przemy(19,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(20,1,1),h
*SET,przemy(21,1,1),h
*SET,przemy(22,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(23,1,1),h
*SET,przemy(24,1,1),h
*SET,przemy(25,1,1),-h/1.6
*SET,przemy(26,1,1),h
*SET,przemy(27,1,1),h
*SET,przemy(28,1,1),-h/1.6
!!!!
/SOLU
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,4
!*
/GO
DL,P51X, ,ALL,0
EDLOAD,ADD,RBUX,0, 2,TIME,PRZEMX,0, , ,
, ,
EDLOAD,ADD,RBUY,0, 2,TIME,PRZEMY,0, , ,
, ,
TIME,2.8,

```

## Streszczenie

Podstawowym problemem współczesnych technik wytwarzania jest kształtowanie wyrobu o z góry określonych właściwościach eksploatacyjnych. Na jakość wyrobu największy wpływ ma warstwa wierzchnia (skrót: WW) i jej właściwości. Podczas obróbki wykańczającej zostają ostatecznie ukształtowane podstawowe właściwości warstwy wierzchniej, które w określonych warunkach eksploatacyjnych decydują o trwałości i niezawodności części maszyn.

Jedną z metod obróbki wykańczającej części maszyn, pozwalającej uzyskać warstwę wierzchnią o korzystnych właściwościach jest obróbka nagniataniem. Obróbka ta umożliwia uzyskanie przedmiotu o niewielkiej chropowatości powierzchni ( $R_a \leq 0,08 [\mu m]$ ), pozwala konstituować korzystny rozkład naprężeń oraz zwiększenie twardości powierzchni.

Różnorodność przeznaczenia części oraz różnorodność warunków ich eksploatacji powodują, że wymagania odnośnie stanu warstwy wierzchniej i dokładności wymiarowo – kształtowej są zróżnicowane. Parametrami warstwy wierzchniej, kształtowanej w obróbkach poprzedzających, które istotnie wpływają na jakość technologiczną wyrobu nagniatanego są zarys nierówności (np. trójkątny, trapezowy, łukowy itd.) oraz jego parametry. Dobierając odpowiednie parametry zarysu po obróbkach poprzedzających możliwe jest sterowanie następującymi parametrami warstwy wierzchniej wyrobu nagniatanego: odległością wgłębień nierówności, wysokością nierówności, kształtem wgłębień nierówności, zarysem i profilem chropowatości części nośnej nierówności oraz wartością i rozkładem naprężeń oraz głębokością ich zalegania.

Pomijanie tych parametrów prowadziło do istotnych rozbieżności w otrzymanyach wynikach badań oraz powodowało trudności wytwarzania wyrobu o założonej jakości technologicznej. Było to jedną z głównych przyczyn niedostatecznego zastosowania obróbki nagniataniem w przemyśle krajowym. W dotychczasowych rozważaniach nie uwzględniano jakości przygotowania powierzchni pod nagniatanie przyjmując, że: profil chropowatości po obróbkach poprzedzających nie ma istotnego wpływu na wyniki nagniatania lub, że rzeczywista powierzchnia pod nagniatanie jest idealnie gładka lub, że rzeczywisty zarys nierówności jest zgodny z teoretycznym. Losowy charakter procesów przygotowania powierzchni pod nagniatanie powoduje, że rzeczywisty zarys nierówności istotnie różni się od zarysu teoretycznego. Szczególnie ma to miejsce podczas obróbki długich wałów, dla których różnice te zwiększają się wraz ze wzrostem długości części obrabianej.

W związku z tym, niniejsza praca dotyczy nowej operacji przygotowania powierzchni pod nagniatanie końcowe. Polega ona na plastycznym kształtowaniu regularnych nierówności za pomocą krążka o odpowiedniej geometrii części roboczej. Najpierw określono czynniki związane z geometrią narzędzia i parametrami obróbki, które istotnie wpływają na proces kształtowania nierówności, a następnie określono warunki obróbki, dla których zachodzi najlepsze odwzorowanie narzędzia. Wyniki badań mogą być wykorzystane do określenia warunków realizacji obróbki poprzedzającej w celu otrzymania profilu o wymaganych parametrach pod nagniatanie lub odwrotnie prognozować jakość technologiczną wyrobu nagniatanego na podstawie jakości technologicznej półwyrobu po obróbce poprzedzającej. Są to zagadnienia niezbędne dla zwiększenia jakości technologicznej wyrobu oraz dla właściwego projektowania i sterowania procesem nagniatania.

Rozprawa składa się z ośmiu części. Pierwsza obejmuje wprowadzenie do rozpatrywanej tematyki, genezę pracy, charakterystykę procesu nagniatania naporowego tocznego, stan aktualnej wiedzy na podstawie dostępnego piśmiennictwa technicznego. Postawiono tezy pracy i etapy prowadzące do ich udowodnienia.

W części drugiej, przedstawiono wyniki wstępnych badań procesu plastycznego kształtowania regularnych nierówności.

W części trzeciej, zawarto wyniki eksperymentalnych badań modelowych, określono wpływ współczynnika tarcia w strefie kontaktu na kinematykę płynięcia materiału w WW przedmiotu podczas procesu wygniatania nierówności trójkątnych.

W części czwartej, przeprowadzono analizę teoretyczną procesu plastycznego kształtowania regularnych symetrycznych nierówności trójkątnych, wyprowadzono wzory na pierwszą i drugą głębokość graniczną.

W części piątej, przedstawiono proces plastycznego kształtowania regularnych nierówności jako obiekt rzeczywisty oraz jego modelowanie fizyczne i matematyczne. Do opisu zjawisk nieliniowych, na typowym kroku przyrostowym, wykorzystano uaktualniony opis Lagrange'a, przyjmując skokowo – współbrotowy układ współrzędnych. Stany odkształcenia i prędkości odkształcenia opisano zależnościami nieliniowymi bez linearyzacji. Zastosowano adekwatne miary przyrostu odkształceń i przyrostu naprężeń w tym opisie, tj. przyrost tensora odkształceń Greena – Lagrange'a i przyrost drugiego symetrycznego tensora naprężeń Pioli – Kirchhoffa. Podano zasady akumulacji wielkości przyrostowych. Nieliniowości materiału opisano modelem przyrostowym uwzględniając wpływ historii odkształceń i prędkości odkształceń. Rozważono przypadek plastycznego kształtowania na zimno, traktując przedmiot jako ciało, w którym mogą wystąpić odkształcenia sprężyste (w zakresie odkształceń odwracalnych) oraz lepkie i plastyczne (w zakresie odkształceń nieodwracalnych). Ciało to (sprężysto/lepko – plastyczne) oznaczono skrótowo E/VP.

Do budowy modelu materiałowego zastosowano nieliniowy warunek plastyczności Hubera – Misesa – Hencky'ego, stowarzyszone prawo płynięcia oraz wzmocnienie mieszane (izotropowo – kinematyczne). Uwzględniono również stan materiału po obróbkach poprzedzających przez wprowadzenie początkowych stanów: przemieszczeń, naprężeń, odkształceń i ich prędkości. Opracowany przyrostowy model kontaktowy obejmuje siły kontaktowe, sztywność kontaktową, kontaktowe warunki brzegowe oraz warunki tarcia w tym obszarze. Model matematyczny uzupełniono przyrostowymi równaniami ruchu obiektu oraz warunkami jednoznaczności.

W części szóstej, przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych według proponowanej metodyki, w której znajomość warunków brzegowych w obszarze kontaktu nie jest wymagana.

W przedostatniej części rozprawy przedstawiono wyniki weryfikacyjnych badań eksperymentalnych. Pracę kończą wnioski stwierdzające prawdziwość postawionej tezy, wnioski ogólne, szczegółowe i dotyczące kierunków dalszych prac naukowo – badawczych.

Wdrożenie opracowanych aplikacji komputerowych i uzyskanych na podstawie badań funkcji regresji poprawi jakość przedmiotów nagniatanych.



## FORMATION OF REGULAR SYMMETRICAL INEQUALITIES WITH TRIANGULAR OUTLINE IN THE BURNISHING ROLLING PROCESS OF STEEL CYLINDERS

### Summary

The basic problem of the modern fabrication techniques is shaping a product already possessing particular operating properties. The most important factor influencing the product's quality is the surface layer (abbr. SL) and its characteristics. During the process of the final machining, outer layer's basic characteristics are finally determined, which under specific operational conditions determine the durability and reliability of machinery parts.

One of the methods of machinery parts final machining allowing to obtain an outer layer with beneficial characteristics is burnishing. This type of process allows to acquire a product with low surface roughness ( $R_a \leq 0,08 [\mu m]$ ) it also facilitates beneficial stress distribution as well as increasing surface hardness.

Diversity of uses of parts as well as diversity of conditions under which they are exploited cause the requirements regarding the condition of the outer layer and shape-dimension accuracy to be varied. The parameters of the outer layer formed through pre-machining techniques which significantly influence the quality of the burnished product, are profiles of irregularities (e.g. triangular, trapezoidal, actual, etc.) as well as their parameters. Selecting the suitable profile parameters after pre-machining, it is possible to control the parameters of burnished product's outer layer: distances of irregularities, elevation of irregularities, shape of irregularities, roughness outline and profile of the bearing part of irregularity as well as stress value and distribution and their depth of deposition.

Disregard for the above parameters led to significant discrepancies in research results as well as caused difficulties when fabricating a complex technological quality product. It was one of the main reasons for insufficient application of the burnishing process in the country's industry. In the previous deliberations what was not taken into account was the quality of surface preparation for burnishing assuming that: roughness profile after pre-machining has no essential influence on the results of the burnishing process or that the actual surface assigned for burnishing is perfectly even or that the actual irregularity outline is in accordance with the theoretical one. Random nature of the surface preparation processes for burnishing causes the actual irregularity outline to be different from the theoretical one. It is especially the case during the machining of long shafts for which these differences increase along with the length of the machined part. Thereby, the present work concerns the new technique of final burnishing surface preparation. It consists of plastic forming of regular irregularities by means of a disc with specific working part geometry. At first factors connected with the tool's geometry and machining parameters were determined, which significantly influence the process of forming the irregularities, then the conditions of the process were defined under which the mapping of a tool is most effective. The results of the research may be utilised to determine the conditions for the pre-machining process in order to acquire the profile with required parameters for burnishing or inversely predict the technological quality of the burnished product on the basis of the technological quality of a semi-manufactured product after pre-machining. These are the issues indispensable for increasing technological quality of a product as well as for the proper designing and operating the burnishing process. The paper consists of eight parts.

The first one covers the introduction to the examined subject matter, origins of work, characteristics of the roller burnishing process, current level of knowledge on the basis of available technical sources. The theses of the paper have been stated as well as the stages leading to support them. In the ensuing part, the results of the initial plastic process forming the irregularities were presented.

In the third part, the results of experimental model research were contained, the influence of the coefficient of friction was determined in the area of the material flux cinematics of the above mentioned product during the process of triangular irregularities impression. In the fourth part, a theo-

retical analysis of the plastic process of forming regular, symmetric, triangular irregularities was conducted; first and second maximum depth formula was derived.

In the fifth part, the process of plastic forming of irregularities was presented as the actual subject as well as its physical and mathematical modeling. For the description of the non-linear phenomena, at the typical increment ratio, the updated Lagrange's description was used, taking the discrete – corotational coordinate system. States of deformation and deformation rate were described with non-linear dependencies without linearization. Adequate deformation and stress increments measurements were used, e.g. Green-Lagrange's deformation tensor increment and the increment of the Piola – Kirchhoff's second symmetrical tensor. Principles of increment value accumulation were provided. Non-linearity of the material was described by means of the increment model taking into consideration the deformation and deformation rate records. The possibility of plastic cold-shaping was considered, treating the product as the solid in which elastic deformations may occur (within the range of reversible deformations) as well as adhesive and plastic (within the range of irreversible deformations). This solid (elastic/visco – plastic) have been abbreviatorily marked E/VP. For the construction of the material model Huber – Mises – Hencky's non-linear plasticity condition was used, associated principle of flow as well as mixed hardening (isotopic – cinematic). The condition of the material after pre-machining processes was also taken into account by means of implementation of initial conditions of: dislocation, tension, deformations and their rate. The devised incremental contact model covers the contact forces, contact rigidity, contact boundary conditions as well as friction conditions in this area. The mathematical model was complemented by incremental movement equations as well as uniqueness conditions.

In the sixth part, the results of numerical calculations were presented according to suggested methodology which does not require the knowledge of boundary conditions within the area of contact. In the penultimate part of the paper the results of the verification of the experimental research were presented. The paper is summed up with conclusions supporting the stated thesis, general conclusions, specific and the ones concerning the directions of further scientific research.

The implementation of the developed computer applications and the ones obtained through research conducted on the regression functions will improve the quality of burnished products.