

CZESŁAW SUCHOCKI
MARZENA DAMIĘCKA-SUCHOCKA

ĆWICZENIA Z GEODEZJI INŻYNIERYJNEJ

CZĘŚĆ 2



POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA

POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA

Czesław Suchocki

Marzena Damińska-Suchocka

Ćwiczenia z geodezji inżynierskiej
część 2

KOSZALIN 2015

ISBN 978-83-7365-398-6

Przewodniczący Uczelnianej Rady Wydawniczej
Mirosław Maliński

Recenzja
Wiesław Pawłowski

Redakcja
Agnieszka Czajkowska

Projekt okładki
Tadeusz Walczak

© Copyright by Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej
Koszalin 2015

Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej
75-620 Koszalin, ul. Raławicka 15-17

Koszalin 2015, wyd. I, ark. wyd. 6,31, nakład 200 egz.
Druk: INTRO-DRUK, Koszalin

Spis treści

Przedmowa.....	5
1. Geodezyjne opracowanie projektu trasy drogowej.....	7
1.1. Geodezyjne opracowanie trasy drogowej w płaszczyźnie poziomej.....	8
1.2. Geodezyjne opracowanie trasy drogowej w płaszczyźnie pionowej.....	27
2. Geodezyjne opracowanie projektu budowlanego.....	79
2.1. Projekt ramy geodezyjnej i jej pomiar.....	80
2.2. Opracowanie metodą ścisłą danych z pomiaru ramy geodezyjnej.....	90
2.3. Tyczenie lokalizujące obiekt budowlany	109
3. Geodezyjne opracowanie projektu robót ziemnych.....	123
Literatura.....	155

Przedmowa

Niniejszy skrypt przeznaczony jest dla studentów III roku kierunku Geodezja i Kartografia Wydziału Inżynierii Lądowej, Środowiska i Geodezji Politechniki Koszalińskiej, jako pomoc dydaktyczna z przedmiotu geodezja inżynierska. Jest to druga część skryptu „Ćwiczenia z geodezji inżynierskiej”, której tematyka obejmuje zagadnienia realizowane w semestrze zimowym. Każdy rozdział skryptu przedstawia sprzęt lub narzędzia potrzebne do wykonania zadania inżynierskiego, sposób przeprowadzenia pomiaru, czy też opracowania danych. Wszystkie rozdziały wsparto przykładem praktycznym, ułatwiającym przygotowanie sprawozdania w formie operatu.

Skrypt ten może być również przydatny studentom innych kierunków studiów inżynierskich, zwłaszcza budownictwa, na których realizowane są wybrane zagadnienia geodezji inżynierskiej.

Autorzy

1. Geodezyjne opracowanie projektu trasy drogowej

Cel ćwiczenia

W ramach ćwiczenia należy sporządzić uproszczony projekt przebiegu trasy drogowej oraz wykonać jego geodezyjne opracowanie zarówno w płaszczyźnie poziomej, jak i pionowej. Geodezyjne opracowanie projektu będzie sprowadzało się do przygotowania odpowiednich szkiców dokumentacyjnych, stanowiących podstawę tyczenia lokalizującego przebieg osi trasy drogowej.

Zadanie to ma na celu przyswojenie podstawowej wiedzy z zakresu drogownictwa oraz zapoznanie z procesem kształtowaniem przebiegu trasy drogowej. W praktyce opracowanie projektu trasy drogowej wykonywane jest przez projektantów z branży drogowej posiadających stosowne uprawnienia. Wynikiem ich pracy jest dokumentacja techniczna projektowanego odcinka drogi, w skład której wchodzi m.in.: specyfikacja techniczna, projekt drogowy, przekroje podłużne i poprzeczne, projekty obiektów inżynierskich, projekty budowy infrastruktury podziemnej, projekt oznakowania poziomego. Dokumenty te, często w postaci numerycznej jako pliki DGN lub DXF, otrzymuje geodeta w celu ich geodezyjnego opracowania. Wyznacza on niezbędne miary kątowe i liniowe, które umieszcza na szkicach dokumentacyjnych i na ich podstawie wykonuje tyczenie lokalizujące wybranych elementów trasy drogowej w odniesieniu do osnowy realizacyjnej. Aktualnie instrumenty geodezyjne, jak tachimetry i odbiorniki GPS, mają możliwość dokonywania tyczenia sytuacyjnego bezpośrednio na podstawie odpowiednio zdefiniowanych obiektów punktowych, liniowych czy powierzchniowych. Podstawą lokalizacji sytuacyjnej większości elementów trasy drogowej jest jej oś, która posiada określony kilometraż. Po wgraniu do instrumentu osi trasy jako obiektu liniowego można dokonywać w stosunku do niej tyczenia wybranych elementów trasy drogowej takich jak np. krawężniki, studzienki kanalizacyjne, kratki ściekowe, słupy oświetleniowe, bariery, palisady, pobocza, rowy itp. Miary tyczonych elementów podaje się w postaci bieżącego kilometrażu i domiaru (np. 11+275,33; -8,23). Takie podejście znacznie przyspiesza i ułatwia pracę geodety.

Narzędzia do opracowania

Do opracowania ćwiczenia potrzebny jest:

- podkład mapowy w skali 1:2000 lub 1:1000,
- kalkulator, ołówek i linijka.

W przypadku opracowania projektu z pomocą komputera można do tego celu wykorzystać programy geodezyjne np. C-Geo, WinKalk oraz programy

przeznaczone dla projektantów z branży drogowej np. DrogaN 2003, Ulica2000, Drogownictwo 2000 czy też bardziej profesjonalne programy typu CAD np. InRoads, AutoCAD Civil 3D.

1.1. Geodezyjne opracowanie trasy drogowej w płaszczyźnie poziomej

Tyczenie punktów głównych łuku kołowego

Najprostszą krzywą stosowaną do wyokrąglania załamań trasy jest łuk kołowy. Punktami głównymi łuku kołowego są punkty styczności łuku z prostymi odcinkami trasy – P i K oraz punkt środkowy łuku – S .

Dysponując pomierzonym kątem wierzchołkowym β oraz przyjętym promieniem łuku kołowego R , uzależnionym od klasy drogi i jej prędkości projektowej, pozostałe wielkości niezbędne do wytyczenia punktów głównych łuku obliczymy na podstawie poniższych zależności:

- kąt zwrotu stycznych:

$$\alpha = 200^g - \beta \quad (1.1)$$

- styczna główna:

$$t = WP = WK = R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (1.2)$$

- odstęp wierzchołka W od środka łuku S :

$$WS = WO - R = R \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} - 1 \right) = R \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right) \quad (1.3)$$

- odcięta punktu S :

$$a = PA = KB = R \sin \frac{\alpha}{2} \quad (1.4)$$

- rzędna punktu S :

$$s = AS = BS = OS - OD = R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) \quad (1.5)$$

- cięciwa:

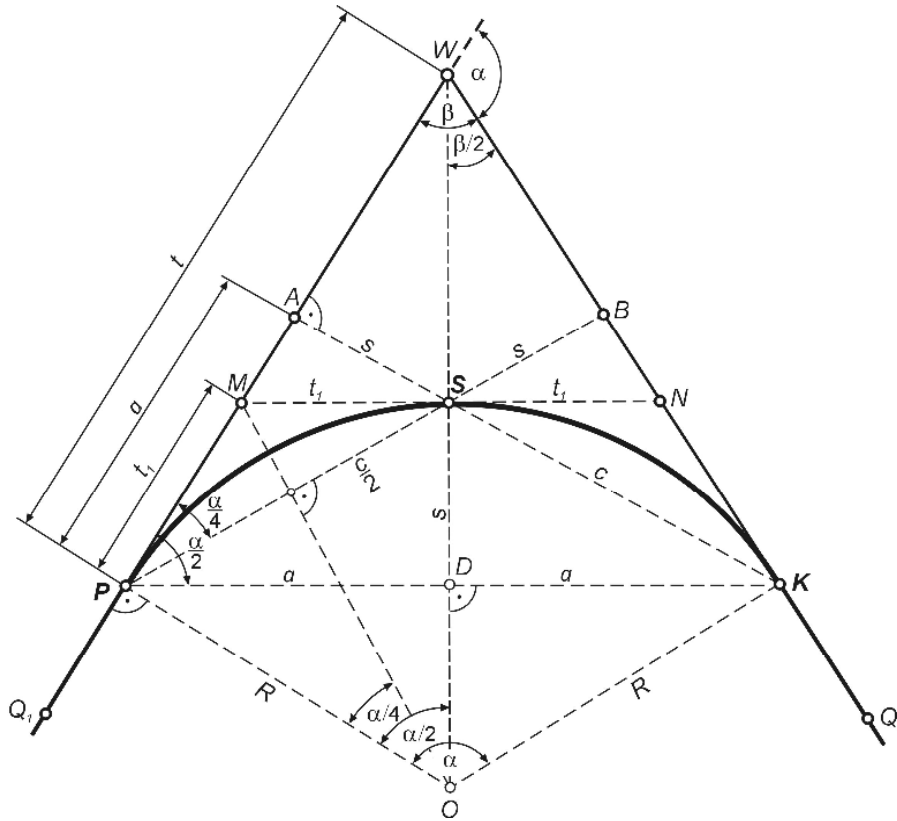
$$c = PS = KS = 2R \sin \frac{\alpha}{4} \quad (1.6)$$

- styczna pomocnicza:

$$t_1 = PM = KN = R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \quad (1.7)$$

- długość łuku:

$$\overline{PSK} = R \frac{\alpha}{\rho} \quad (1.8)$$



Rys. 1. Zależności geometryczne występujące w łuku kołowym

Klotoida jako krzywa przejściowa

Pojazd poruszający się po prostej podlega działaniu dwóch sił: skierowanej pionowo sile ciężkości Q , zależnej od ciężaru własnego i wionego ładunku, oraz sile pociągowej, skierowanej wzdłuż kierunku jazdy [7]. W czasie jazdy po łuku na pojazd zaczyna dodatkowo działać siła odśrodkowa S , której wielkość wyraża się wzorem:

$$S = \frac{m \cdot V^2}{R} = m \cdot V^2 \cdot K \quad (1.9)$$

gdzie:

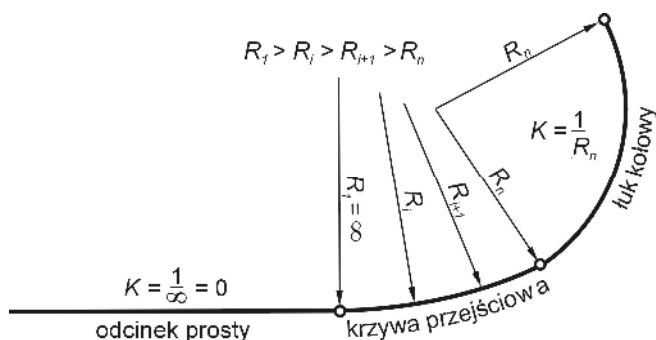
m – masa pojazdu,

V – prędkość pojazdu,

R – promień łuku po którym porusza się pojazd,

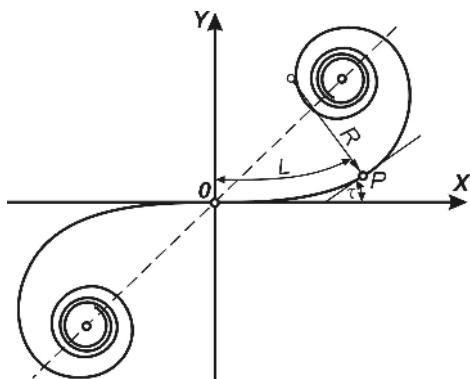
K – krzywizna łuku, $K=1/R$.

Podczas wjazdu samochodu na łuk nagle pojawienie się siły odśrodkowej może spowodować wypchnięcie pojazdu z osi trasy, co zawsze może stwarzać zagrożenie wypadku. Aby temu zjawisku zapobiec, należy projektować między prostą a łukiem kołowym krzywą przejściową. Krzywa taka powinna charakteryzować się zmiennym promieniem od $R = \infty$ ($K = 0$) przy styku z prostą do wartości R równej wielkości promienia łuku kołowego ($K = 1/R$). Dzięki temu, siła odśrodkowa będzie narastać stopniowo wraz ze wzrostem krzywizny czyli z malejącą wielkością promienia R (rys. 2).



Rys. 2. Zmiana krzywizny trasy poprzez zastosowanie krzywej przejściowej

Najlepsza krzywa przejściowa to taka, w której krzywizna będzie wzrastać proporcjonalnie do długości łuku. Dzięki temu, oddziaływanie siły odśrodkowej na pojazd poruszający się ze stałą prędkością będzie także wzrastać w sposób jednostajny, proporcjonalnie do długości tej krzywej. Spośród wielu różnych krzywych przejściowych do projektowania tras drogowych dobrze warunek ten spełnia klotoida, której kształt zaprezentowano na poniższym rysunku.



Rys. 3. Wykres klotoidy

Warunek proporcjonalności krzywizny do długości łuku klotoidy można przedstawić w postaci wzoru [10]:

$$L = a^2 \cdot K = a^2 \cdot \frac{1}{R} \quad (1.10)$$

Po przekształceniach uzyskuje się tzw. równanie naturalne klotoidy:

$$a^2 = L \cdot R = \text{const.} \quad (1.11)$$

gdzie:

L – długość łuku klotoidy mierzona od punktu stałego do rozpatrywanego punktu na krzywej,

a – parametr o stałej wartości dla danej klotoidy,

K – krzywizna w rozpatrywanym punkcie,

R – promień łuku w rozpatrywanym punkcie.

Zależności matematyczne wiążące podstawowe elementy klotoidy: L , R , a oraz kąt zwrotu stycznej τ przedstawiono w postaci poniższych wzorów:

$$a^2 = L \cdot R = 2\tau \cdot R^2 = \frac{L^2}{2\tau} \quad (1.12)$$

$$L = \frac{a^2}{R} = 2\tau \cdot R = a\sqrt{2\tau} \quad (1.13)$$

$$R = \frac{a^2}{L} = \frac{a}{\sqrt{2\tau}} = \frac{L}{2\tau} \quad (1.14)$$

$$\tau = \frac{L}{2R} = \frac{a^2}{2R^2} = \frac{L^2}{2a^2} \quad (1.15)$$

Mając na uwadze wytyczenie klotoidy w terenie należy jej równanie naturalne przedstawić w postaci współrzędnych prostokątnych. Uzyskujemy je w wyniku scałkowania funkcji $dX = \cos \frac{L^2}{2a^2} dL$, $dY = \sin \frac{L^2}{2a^2} dL$. Ponieważ całki te nie dają się wyrazić za pomocą funkcji elementarnych, dlatego rozwijamy funkcję \sin i \cos w szereg i całkujemy kolejne wyrazy szeregu. W wyniku tych działań otrzymujemy wzory na współrzędne prostokątne punktu klotoidy X , Y w postaci [10]:

$$\left. \begin{aligned} X &= L - \frac{L^5}{40a^4} + \frac{L^9}{3456a^8} - \dots \\ Y &= \frac{L^3}{6a^2} - \frac{L^7}{336a^6} + \frac{L^{11}}{42240a^{10}} - \dots \end{aligned} \right\} (1.16)$$

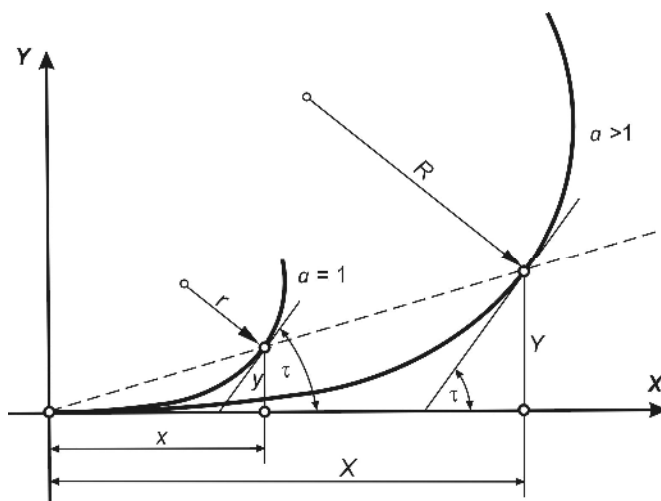
W praktyce wystarczy uwzględnić tylko dwa, maksymalnie trzy wyrazy tego rozwinięcia.

Jeżeli w równaniu klotoidy będziemy zmieniać parametr a , to otrzymamy inne klotoidy o tym samym kształcie, lecz o innej wielkości. Klotoidę o parametrze $a = 1$ określa się mianem klotoidy jednostkowej. Zależności matematyczne pomiędzy klotoidą jednostkową i dowolną klotoidą określają

wzory (1.17) i (1.18). Elementy liniowe dowolnej klotoidy oznaczono dużymi literami, a odpowiadające im elementy klotoidy jednostkowej małymi literami.

$$\frac{X}{a} = x, \quad \frac{Y}{a} = y, \quad \frac{L}{a} = l, \quad \frac{R}{a} = r, \quad l \cdot r = 1 \quad (1.17)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= l - \frac{l^5}{40} + \frac{l^9}{3456} - \dots \\ y &= \frac{l^3}{6} - \frac{l^7}{336} + \frac{l^{11}}{42240} - \dots \end{aligned} \right\} (1.18)$$



Rys. 4. Zależności geometryczne pomiędzy klotoidą jednostkową, a dowolną klotoidą

W celu usprawnienia obliczeń, często przy użyciu specjalnych tablic matematycznych do tyczenia klotoid, odczytywano wybrane wielkości dla klotoidy jednostkowej, a następnie uwzględniając parametr a wykorzystywano je do obliczenia wybranej klotoidy. Aktualnie przy użyciu komputerów obliczenia te nie sprawiają żadnych trudności numerycznych i nie korzysta się już z takiego podejścia.

Tyczenie punktów głównych łuku kołowego z symetrycznymi łukami klotoidy

Łuk klotoidy możemy przedłużyć do punktu P , w którym promień krzywizny R równa się promieniowi następującego potem łuku kołowego. W punkcie styku P klotoida i łuk koła będą miały wspólną styczną i wspólny środek krzywizny, a więc ciągłość krzywizny zostanie zachowana.

Związki geometryczne, jakie występują pomiędzy klotoidą i łukiem kołowym zostały przedstawione na rys. 5.

- rzędna środka koła krzywizny:

$$Y_S = R + H = Y + R \cos \tau \quad (1.22)$$

- styczna główna (odległość od początku układu do punktu przecięcia się normalnej w punkcie P klotoidy ze styczną główną):

$$T = X + Y \operatorname{tg} \tau \quad (1.23)$$

- długa styczna (odległość od początku układu do punktu przecięcia się stycznej głównej ze styczną w punkcie P klotoidy):

$$T_D = X - Y \operatorname{ctg} \tau \quad (1.24)$$

- krótka styczna (odcinek stycznej od punktu P do przecięcia się z jej styczną główną):

$$T_K = \frac{Y}{\sin \tau} \quad (1.25)$$

- styczna łuku kołowego:

$$T' = R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (1.26)$$

- normalna:

$$N = \frac{Y}{\cos \tau} \quad (1.27)$$

- styczna do łuku kołowego o promieniu $R+H$:

$$T_S = (R + H) \operatorname{tg} \frac{Y}{2} \quad (1.28)$$

- styczna całkowita:

$$T_O = X_S + T_S \quad (1.29)$$

- odległość wierzchołka W od środka łuku:

$$Z = (R + H) \left(\sec \frac{Y}{2} - 1 \right) + H \quad (1.30)$$

- odległość środka łuku od jego wierzchołka W' :

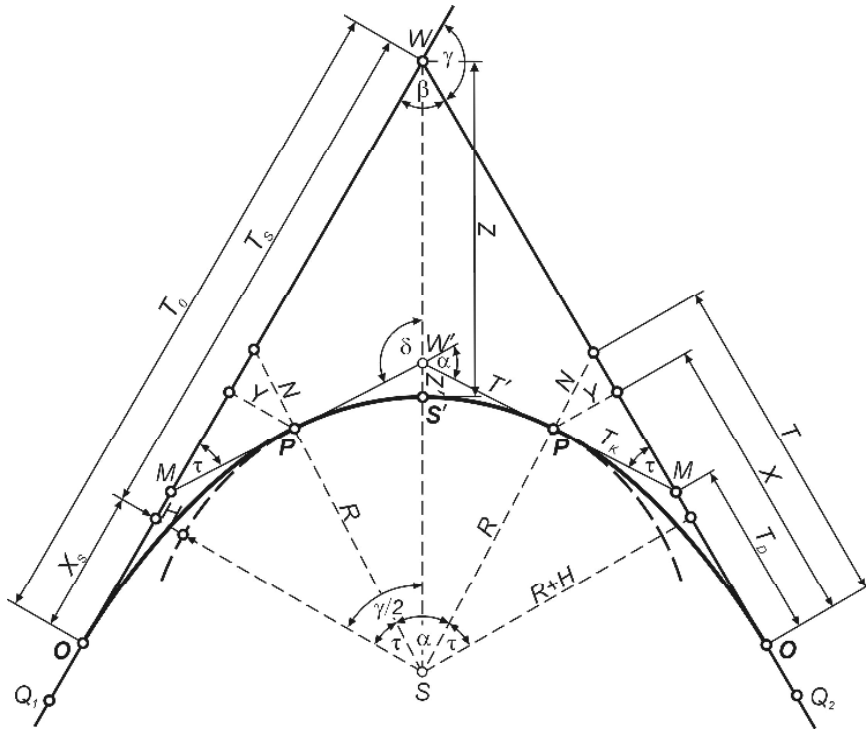
$$Z' = R \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right) \quad (1.31)$$

- współrzędne biegunowe punktu na klotoidzie:

$$\omega = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X}, \quad d = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (1.32)$$

W celu wytyczenia punktów głównych łuku kołowego z dwoma symetrycznymi klotoidami, w pierwszej kolejności wzdłuż stycznej licząc od wierzchołka W należy odłożyć wielkość T_O , uzyskując położenie punktu początkowego O (początek klotoidy). Następnie metodą domiarów prostokątnych odkładając wielkość X i na domiarze Y wyznaczmy położenie punktu P (koniec krzywej przejściowej i zarazem początek łuku) lub metodą biegunową odkładając odpowiednie wielkości d i ω . W kolejnym kroku należy wyznaczyć położenie punktu M poprzez odłożenie wielkości T_D . W tym punkcie ustawiamy tachimetr (teodolit) i odkładając kąt τ i odległość T_K

sprawdzamy położenie punktu P , a następnie odkładamy odległość T_k+T' wyznaczając położenie punktu wierzchołkowego łuku kołowego W' . Punkty W' i S' można również wyznaczyć tachimetrem z punktu wierzchołkowego W odkładając kąt $\beta/2$ i odpowiednio odległość Z i $Z-Z'$.



Rys. 6. Związki geometryczne łuku kołowego z przyległymi symetrycznymi łukami klotoidy (Źródło: [10])

Podczas projektowania łuku kołowego z dwiema symetrycznymi klotoidami istotnym zadaniem jest ustalenie proporcji pomiędzy tymi krzywymi, co w konsekwencji rzutuje na ustalenie wielkości parametru a klotoidy. Dobór optymalnego parametru a klotoidy poprzedza wykonanie kolejnych obliczeń, które zostały poniżej zestawione w postaci ośmiu warunków. W trakcie tych obliczeń należy zwrócić uwagę na zapisy zawarte w Rozporządzeniu Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 2 marca 1999 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie [12] oraz w wytycznych projektowania dróg I i II klasy technicznej (WPD-1) [15] i wytycznych projektowania dróg III, IV i V klasy technicznej (WPD-2) [16].

- a) *Warunek dynamiki* – klotoida powinna być tak wykonana, aby przyrost przyspieszenia dośrodkowego k nie następował zbyt szybko, co zapewni właściwą dynamikę ruchu i komfort jazdy.

$$a_{min}^{(1)} = \sqrt{\frac{V_p^3}{3,6^3 k}} \quad (1.33)$$

Tabela 1. Wartość przyspieszenia dośrodkowego w zależności od prędkości projektowej (Źródło: [12])

Prędkość projektowa V_p [km/h]	120-100	80	70	60	50	40
Przyrost przyspieszenia dośrodkowego k [m/s ³]	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9

- b) *Warunek geometrii* – suma kątów zwrotu obu klotoid nie może być większa od kąta zwrotu trasy ($2\tau \leq \gamma$), z uwagi na konieczność zachowania geometrycznej ciągłości łuku.

$$a_{max}^{(2)} = R \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}} \quad (1.34)$$

- c) *Warunek estetyki (dotyczący wartości kąta τ)* – kąt zwrotu trasy na długości krzywej przejściowej powinien mieścić się w przedziale 3°-30° z wyjątkiem przypadku, gdy kąt zwrotu trasy jest mniejszy niż 9°, a także na serpentynie.

$$a_{min}^{(3)} = \frac{R}{3} \text{ dla } \tau \geq 3^\circ \quad (1.35)$$

$$a_{max}^{(4)} = R \text{ dla } \tau \leq 30^\circ \quad (1.36)$$

- d) *Warunek estetyki (dotyczący odsunięcia H łuku kołowego)* – odsunięcie H łuku kołowego od głównej stycznej po wprowadzeniu krzywej przejściowej powinno zawierać się w granicach od 0,3 m (zalecane 0,5 m) do 2,5 m, w wyjątkowych sytuacjach można przyjąć 0,2 m.

$$a = \sqrt[4]{24R^3H} \quad (1.37)$$

$$\text{dla } H = 0,5 \text{ m} \Rightarrow a_{min}^{(5)} = 1,86 \sqrt[4]{R^3}$$

$$\text{dla } H = 2,5 \text{ m} \Rightarrow a_{max}^{(6)} = 2,78 \sqrt[4]{R^3}$$

- e) *Warunek konstrukcyjny (stosowany na łukach z poszerzeniem)* – szerokość każdego pasa ruchu powinna być zwiększona na łuku kołowym w planie o wartość p , z zastrzeżeniem, że:

- nie należy poszerzać pasa ruchu, jeżeli wartość obliczonego poszerzenia jest mniejsza niż 0,20 m, a także gdy jezdnia ma dwa lub więcej pasów przeznaczonych dla jednego kierunku ruchu,

- na łuku kołowym o promieniu mniejszym lub równym 25 m wartość poszerzenia powinna być określona dla każdego pasa ruchu oddzielnie.

$$a_{min}^{(7)} = 1,86^4 \sqrt{R^3 p} \quad (1.38)$$

gdzie:

p – poszerzenie drogi na łuku, $p = \frac{40}{R}$ na drodze klasy Z i drogach wyższych klas oraz na ulicy klasy L usytuowanej na obszarze przemysłowo-handlowym lub na której odbywa się zbiorowa komunikacja autobusowa, $p = \frac{30}{R}$ na drodze klasy D oraz na innych niż wymienione powyżej drogach klasy L.

- f) *Warunek konstrukcyjny (komfortu jazdy)* – zmiana pochylenia poprzecznego jezdni powinna być wykonana na krzywej przejściowej, prostej przejściowej, jeżeli krzywa przejściowa nie jest wymagana lub na łuku kołowym o większym promieniu, jeżeli jest to krzywa kosztowa. Zmiana pochylenia poprzecznego jezdni drogi powinna być tak prowadzona, aby dodatkowe pochylenia podłużne krawędzi jezdni nie przekraczały wartości określonych w tabeli 2.

$$a_{min}^{(8)} = \sqrt{\frac{R}{\Delta p} \cdot \frac{B}{2} (i_0 + |i_p|)} \quad (1.39)$$

gdzie:

Δp – dodatkowy dopuszczalny przyrost pochylenia podłużnego Δi zewnętrznej krawędzi jezdni, gdy stosuje się rampę drogową,

B – szerokość jezdni,

i_0 – pochylenie poprzeczne jezdni na początku krzywej przejściowej,

i_p – pochylenie poprzeczne jezdni na końcu krzywej przejściowej.

Tabela 2. Dopuszczalne wartości dodatkowych pochyłeń podłużnych krawędzi jezdni (Źródło: [12])

Prędkość projektowa [km/h]	Dopuszczalne dodatkowe pochylenie krawędzi jezdni (%) - Δp	
	największe	najmniejsze na odcinku o pochyleniu poprzecznym $\leq 2\%$
120-100	0,90	$0,1 \times a$
80	1,0	
70, 60	1,6	
≤ 50	2,0	

a – odległość krawędzi jezdni od osi obrotu [m]

- g) *Warunek konstrukcyjny postrzegania części kolistej* – warunek konieczny dla dróg szybkiego ruchu. Zaleca się, aby najmniejsza długość łuku kołowego między krzywymi przejściowymi odpowiadała co najmniej

drodze, jaką przebywa pojazd jadący z prędkością projektową V_p w czasie $t = 2s$.

$$a_{max}^{(9)} = \sqrt{R \left(R \gamma - t \frac{V_p}{3,6} \right)} \quad (1.40)$$

h) *Warunek wygody jazdy* – warunek konieczny w odniesieniu do dróg szybkiego ruchu.

$$a_{min}^{(10)} = \sqrt{R \frac{V_p}{3,6} \cdot \frac{i_0 + |i_p|}{2}} = \sqrt{R V_p \frac{i_0 + |i_p|}{7,2}} \quad (1.41)$$

Tabela 3. Wartości promienia łuku kołowego w planie oraz pochylenia poprzecznego jezdni dla drogi klasy G i drogi wyższych klas, jeżeli jezdni nie jest ograniczona krawężnikami (Źródło: [12])

Prędkość miarodajna [km/h]	Promień łuku kołowego w planie [m] przy pochyleniu poprzecznym jezdni ¹⁾						
	jak na odcinku prostym	2% do 2,5%	3%	4%	5%	6% ²⁾	7% ²⁾
130	≥4000	≥3500	2500	1800	1400	1100	≤900
120	≥3500	≥3000	2000	1500	1200	900	≤750
110	≥2800	≥2500	1800	1400	1000	800	≤600
100	≥2200	≥2000	1400	1000	800	600	≤500
90	≥1600	≥1500	1000	750	600	500	≤400
80	≥1200	≥1100	800	600	450	350	≤300
70	≥1000	≥800	600	400	300	250	≤200
60	≥600	≥500	350	250	200	150	≤125
50	≥450	≥350	250	175	125	100	≤80

¹⁾ Pochylenie poprzeczne jezdni dla promienia o wartości pośredniej należy interpolować i zaokrąglić do 0,5%.

²⁾ Stosowanie przy prędkości miarodajnej powyżej 90 km/h wymaga uzasadnienia.

Dobry parametr klotoidy nie może być mniejszy od największej liczby z serii obliczonych parametrów a_{min} oraz nie większy od najmniejszej wartości z serii obliczonych parametrów a_{max} . Parametr należy zaokrąglić do pełnych wartości z gradacją co 5 lub co 10. Matematycznie można to zapisać w następujący sposób:

$$\sup \{ a_{min}^{(1)}, a_{min}^{(3)}, a_{min}^{(5)}, a_{min}^{(7)}, a_{min}^{(8)}, a_{min}^{(10)} \} \leq a \leq \inf \{ a_{max}^{(2)}, a_{max}^{(4)}, a_{max}^{(6)}, a_{max}^{(9)} \}$$

gdzie:

sup – kres górny zbioru (najmniejsze z ograniczeń górnych zbioru),

inf – kres dolny zbioru (największe z ograniczeń dolnych zbioru).

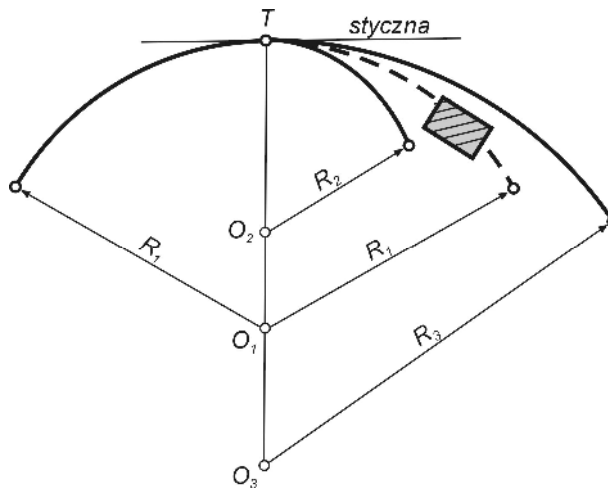
Ostatnim etapem w odniesieniu do oszacowanej wartości parametru a jest sprawdzenie warunku proporcjonalności estetycznej łuku. Dla zachowania płynności trasy, między długością klotoidy L i długością łuku kołowego K powinna zachodzić proporcja $L:K:L=1:(0,5-4):1$. Uważa się, że najodpowiedniejsze proporcje powinny zawierać się w przedziale $1:1:1 \div 1:2:1$, a wówczas:

- dla proporcji $1:1:1 \Rightarrow a = R\sqrt{\gamma/2}$,
- dla proporcji $1:2:1 \Rightarrow a = R\sqrt{\gamma/3}$.

Tyczenie punktów głównych łuku koszowego

Łuk koszowy jest to zespół krzywych składających się z co najmniej dwóch łuków kołowych o różnych promieniach zakrzywionych w tych samym kierunku. Styczna do obu łuków w punkcie T , w którym następuje zmiana promienia, jest wspólna. Łuki koszowe stosuje się, gdy połączenie dwóch kierunków osi trasy jedną krzywizną jest niemożliwe. Przyczyną mogą być trwałe przeszkody terenowe, które zmuszają do zmiany promienia łuku od pewnego punktu trasy na mniejszy lub większy [17]. Łuki koszowe wykorzystuje się też w terenach górskich, w celu dostosowania trasy do ukształtowania terenu.

Na rys. 7 przedstawiono sytuację, w której na trasie łuku kołowego o promieniu R_1 występuje przeszkoda terenowa. W celu omięcia tej przeszkody zaproponowano zmianę promienia z R_1 na R_2 lub z R_1 na R_3 .



Rys. 7. Zastosowanie łuku koszowego w ominięciu przeszkody terenowej

W łuku koszowym podwójnym występuje siedem elementów, których znajomość jest niezbędna w celu wytyczenia punktów głównych tej krzywej. Są to: promienie R_1 i R_2 , styczne t_1 i t_2 oraz kąty α (lub β), α_1 i α_2 . Na podstawie wzajemnych zależności geometrycznych można napisać tylko trzy równania pozwalające określić trzy wielkości:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (1.42)$$

$$t_2 = t_1 \cos \beta + R_1 \sin \beta - (R_1 - R_2) \sin \alpha_2 \quad (1.43)$$

$$R_2 = t_1 \sin \beta - R_1 \cos \beta - (R_1 - R_2) \cos \alpha_2 \quad (1.44)$$

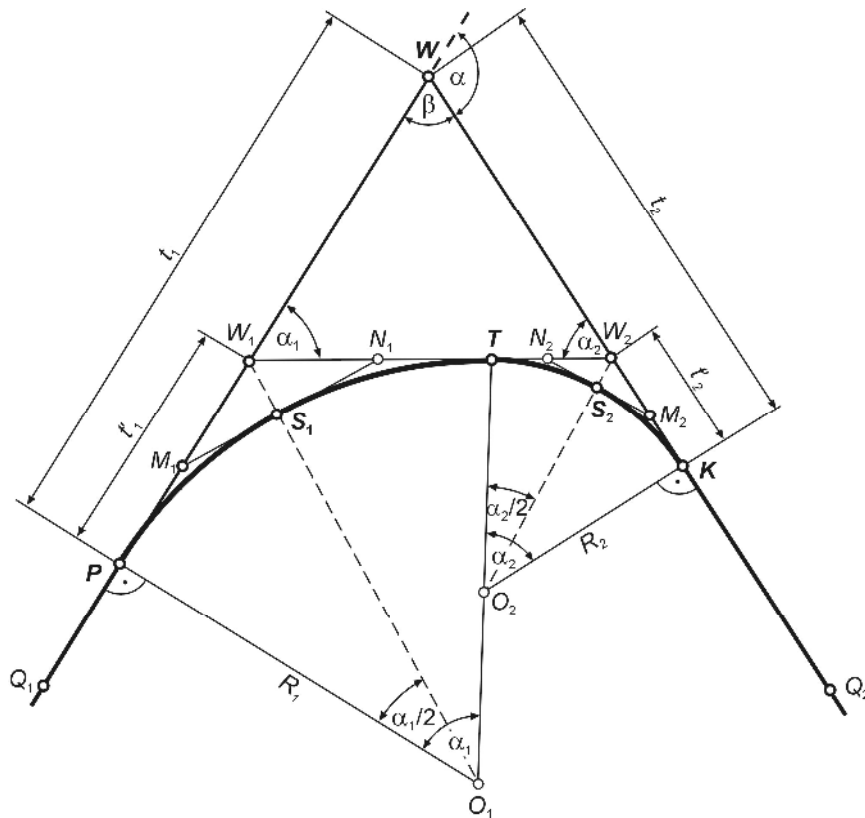
Pozostałe cztery parametry muszą być znane z założeń projektowych [4].

Zazwyczaj przyjmuje się jako znane promienie R_1 i R_2 , kąt α (lub β) oraz styczną t_1 . Z równania trzeciego (1.44) można wyliczyć wartość kąta α_2 :

$$\cos \alpha_2 = \frac{t_1 \sin \beta - R_1 \cos \beta - R_2}{R_1 - R_2}$$

Dysponując wartością kąta α_2 z równania drugiego (1.43) można wyznaczyć styczną t_2 , a następnie z równania pierwszego (1.42) obliczyć kąt α_1 .

Należy zaznaczyć, że pozostałe wielkości jak np. t'_1 i t'_2 wyznacza się na podstawie znanych zależności tak samo jak w łuku kołowym, rozpatrując każdy łuk jako oddzielną krzywą. Posiadając już wyznaczone ww. wielkości można dokonać tyczenia punktów głównych łuku koszowego odkładając odpowiednia miary kątowe i liniowe przedstawione na rys. 8.



Rys. 8. Zależności geometryczne występujące w podwójnym łuku koszowym

Obliczenie kilometrażu trasy

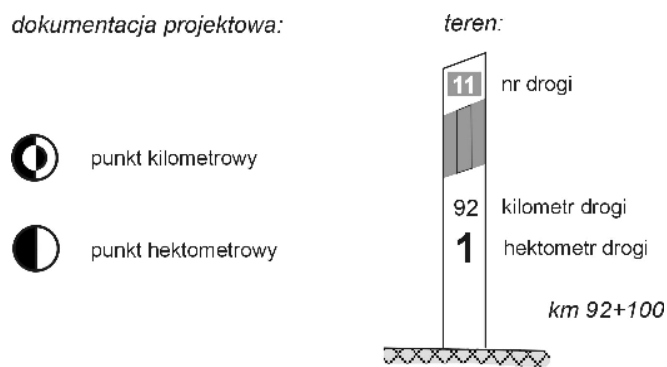
Wyznaczenie kilometrażu trasy polega na podaniu odległości charakterystycznych punktów trasy drogowej od punktu uznanego umownie za punkt początkowy. Do charakterystycznych punktów należy zaliczyć:

- początki i końce odcinków prostych,
- początki, środki i końce łuków kołowych,
- początki i końce krzywych przejściowych lub innych krzywych zastosowanych w projekcie,
- inne charakterystyczne punkty trasy np. przecięcia z inną trasą drogową, kolejową, położenie przepustów, mostów, wiaduktów itp.

Kilometraż trasy oblicza się na podstawie zsumowania wyznaczonych elementów prostoliniowych i elementów krzywoliniowych trasy. Poza tym, całą trasę drogową dzieli się dodatkowo na odcinki kilometrowe uzyskując punkty

kilometrowe. Następnie każdy odcinek o długości 1 km dzieli się na 10 równych części, uzyskując punkty hektometrowe.

Kilometraż trasy podaje się w formie dwóch cyfr: XX+YY, gdzie XX oznacza pełne kilometry liczone od początku trasy, natomiast YY oznacza metry liczone od ostatniego punktu kilometrowego. Określenie kilometrażu trasy ułatwia realizację całej inwestycji drogowej oraz pomaga w jej późniejszej eksploatacji. W tym celu dokonuje się stabilizacji punktów hektometrowych trasy w pasie drogowym. Na poniższym rysunku zaprezentowano oznaczenie punktów kilometrowych i hektometrowych w projekcie i terenie.



Rys. 9. Oznaczenie punktów kilometrowych i hektometrowych

Tyczenie punktów pośrednich łuku kołowego

Wytyczenie punktów głównych łuku kołowego nie określa dokładnie przebiegu trasy. Zachodzi więc potrzeba wyznaczenia pewnej liczby punktów pośrednich tak, aby zapewnić możliwość właściwego wyprofilowania w terenie osi drogi. Gęstość punktów pośrednich uzależniona jest od promienia (krzywizny) łuku kołowego – im promień większy tym gęstość punktów maleje i odwrotnie. Należy projektować taką liczbę punktów pośrednich na łuku, aby różnica odległości pomiędzy długością odcinka łuku ΔL i jego cięciwą c nie przekraczała 5-10 mm.

Tyczenie punktów pośrednich może odbywać się na dwa sposoby:

- dzieląc całą długość łuku na n równych, chociaż nieokrągłych odcinków ΔL ,
- dzieląc łuk sposobem pełnego (okrągłego) pikietażu w sytuacji, gdy wybrane punkty pośrednie pokrywają się dodatkowo z punktami hektometrowymi. Stosując to podejście na początku i na końcu łuku powstaną różne odcinki ΔL_P i ΔL_K o długości mniejszej niż przyjęty

odstęp ΔL . Każdy i -ty punkt będzie odległy od punktu początkowego łuku o odległość $L = \Delta L_P + (i-1) \cdot \Delta L$.

Do wyznaczenia położenia punktów pośrednich stosuje się różne metody, których wybór uzależnia się od wielu czynników m.in. warunków terenowych, wymaganej dokładności i dostępności sprzętu pomiarowego. Poniżej scharakteryzowano wybrane metody tyczenia punktów pośrednich, które zostały wykorzystane w przykładzie praktycznym tego rozdziału.

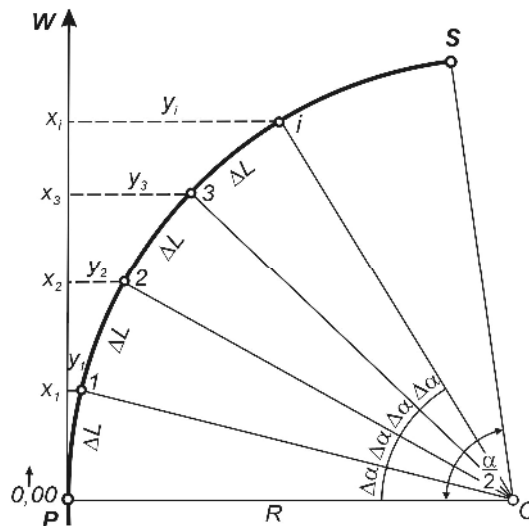
Metoda rzędnych od stycznej w równych odcinkach na łuku

W metodzie rzędnych od stycznej, osią X układu współrzędnych jest styczna do łuku w dowolnym punkcie (zazwyczaj P lub K), który stanowi początek układu. Punkty pośrednie otrzymujemy odmierzając od punktu styczności odcięte i wystawiając z ich końców rzędne. Rozmieszczenie w równych odstępach ΔL punktów pośrednich na łuku o przyjętym promieniu R wymaga najpierw obliczenia wartości kąta środkowego $\Delta\alpha$, a następnie wartości odciętej x i rzędnej y dla każdego punktu zgodnie z poniższymi wzorami:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta L}{R} \rho \quad (1.45)$$

$$x_i = R \sin(i \cdot \Delta\alpha) \quad (1.46)$$

$$y_i = R [1 - \cos(i \cdot \Delta\alpha)] \quad (1.47)$$



Rys. 10. Tyczenie punktów pośrednich metodą rzędnych od stycznej z równymi odcinkami na łuku

Metoda przecięć kierunków charakteryzuje się prostymi rachunkami i daje stosunkowo dokładne wyniki, natomiast niedogodnością tej metody jest posiadanie w terenie dwóch instrumentów kątomierzcznych oraz odkryty teren.

Metoda od przedłużonej cięciwy (metoda angielska)

Metoda od przedłużonej cięciwy znajduje zastosowanie podczas prac w terenie o ograniczonej widoczności i niewielkiej przestrzeni jak np. w lasach, terenach zabudowanych, głębokich wykopach lub tunelach. Prace terenowe można realizować trzema różnymi sposobami, w zależności od posiadanego sprzętu pomiarowego.

- Przy użyciu tachimetru:

Tyczenie rozpoczyna się od ustawienia tachimetru nad punktem początkowym łuku P , następnie odkładając od stycznej kąt φ i na otrzymanym kierunku odmierając cięciwę c , otrzymamy położenie punktu 1 . Po przeniesieniu instrumentu na ten punkt nawiązujemy się na punkt P i odkładamy kąt $200^g + 2\varphi$ oraz na wytyczonym kierunku odkładamy odległość c uzyskując położenie punktu 2 . Czynności te są powtarzane dla kolejnych punktów.

$$\varphi = \frac{\Delta L}{2R} \rho \quad (1.54)$$

$$c = 2R \cdot \sin \varphi \quad (1.55)$$

- Przy użyciu węgielnicy i dwóch ruletek:

Tyczenie punktów pośrednich sprowadza się do realizacji domiarów prostokątnych. Na stycznej głównej od punktu P odkłada się wartość x_1 oraz na prostopadłej y_1 , co daje położenie punktu 1 .

$$x_1 = c \cdot \cos \varphi \quad (1.56)$$

$$y_1 = c \cdot \sin \varphi \quad (1.57)$$

Następnie uzyskaną cięciwę $P-1$ należy przedłużyć oraz odłożyć wartość x_2 i na prostopadłej y_2 , co daje położenie punktu 2 . Pozostałe punkty tyczymy podobnie jak punkt nr 2.

$$x_2 = c \cdot \cos 2\varphi \quad (1.58)$$

$$y_2 = c \cdot \sin 2\varphi \quad (1.59)$$

- Przy użyciu dwóch ruletek:

Prace rozpoczynamy od odmierzenia na stycznej odcinka x_1 , a następnie na wytyczonej odległości zataczamy ruletką łuk o promieniu y_1 . Drugą ruletką z punktu P zataczamy również łuk o promieniu c . Przecięcie się tych łuków wyznacza położenie punktu 1 . Następnie cięciwę $P-1$ należy przedłużyć i odmierzyć na niej odcinek x_2 . Kolejne czynności realizuje się w podobny sposób.

- odpowiednie wyniesienie krawędzi korony drogi ponad poziom wód gruntowych i powierzchniowych oraz ponad teren w miejscach narażonych na zaśnieżanie,
- zachowanie normatywnych pochyleń zgodnie z poniższą tabelą:

Tabela 4. Największe dopuszczalne pochylenie niwelety w zależności od prędkości projektowej (Źródło: [12])

Prędkość projektowa [km/h]	120	100	80	70	60	50	40	30
Pochylenie niwelety jezdni [%]	4	5	6	7	8	9	10	12

Niweleta składa się z odcinków prostoliniowych o różnych spadkach, które przecinają się tworząc tzw. załomy niwelety. Załomy te należy wyokrąglić krzywymi pionowymi wypukłymi lub wklęsłymi o odpowiednio dobranym promieniu. Zazwyczaj są to łuki kołowe lub paraboliczne. Łuki wypukłe muszą mieć na tyle duży promień, aby kierowca miał zapewnioną widoczność wystarczającą do zahamowania pojazdu po zauważeniu przeszkody na drodze. Natomiast na łukach wklęsłych widoczność jest zawsze zapewniona, lecz i tu promień łuku musi być dostatecznie duży, aby pojazd zjeżdżając po spadku nie doznał wstrząsu, gdy znajdzie się w najniższym punkcie łuku i zacznie wjeżdżać na wzniesienie [7]. Wielkości promieni krzywych pionowych, jakie należy stosować na drogach o określonej prędkości projektowej, zostały podane w tabeli 5.

Tabela 5. Minimalne promienie krzywych pionowych (Źródło: [12])

Prędkość projektowa [km/h]		120	100	80	70	60	50	40	30
Promień krzywej wypukłej [m]	droga dwujezdniowa	12000	7000 ^{*)}	3500	2500	2000	–	–	–
	droga jednojezdniowa	–	8000	4500	3000	2500	1500	600	300
Promień krzywej wklęsłej [m]		4500	3000	2000	1800	1500	1000	600	300

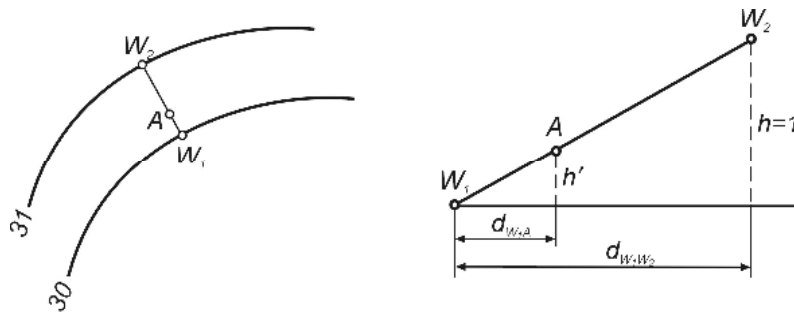
^{*)} dopuszcza się 6000 przy przebudowie albo remoncie drogi

Podczas opracowania trasy drogowej w płaszczyźnie pionowej należy:

- określić wysokości charakterystycznych punktów osi trasy na podstawie mapy warstwicznej,
- wyznaczyć pochylenia (spadki) odcinków,
- obliczyć wysokości wybranych punktów na niwelecie,
- obliczyć wysokości załomów niwelety,
- określić położenie punktu zerowego robót ziemnych,

- wpasować krzywe pionowe w założony niwelety (wyznaczyć punkty główne i pośrednie krzywych pionowych).

Przy określeniu wysokości charakterystycznych punktów osi trasy na podstawie mapy warstwicznej mogą pojawić się dwa przypadki. W pierwszym przypadku szukany punkt położony jest na warstwiczy i jego wysokość można odczytać z opisu warstwicy. W drugim przypadku punkt położony jest między warstwicami i wówczas wysokość punktu wyznacza się po przeprowadzeniu przez ten punkt linii prostej, która jest prostopadła do dwóch sąsiednich warstwicz lub tworzy z tymi warstwicami takie same kąty. Na podstawie podobieństwa trójkątów można dokonać obliczeń różnicy wysokości h' pomiędzy punktami W_1 i A , a następnie korzystając z wzoru (1.60) wyznaczamy wysokość punktu A położonego między warstwicami.



Rys. 14. Wyznaczenie wysokości punktu położonego między warstwicami

$$\frac{h}{h'} = \frac{d_{W_1W_2}}{d_{W_1A}} \quad \rightarrow \quad h' = h \frac{d_{W_1A}}{d_{W_1W_2}}$$

$$H_A = H_{W_1} + h' \quad (1.60)$$

Pochyleniem (spadkiem) odcinka pomiędzy dwoma punktami A i B nazywamy stosunek liczbowy różnicy wysokości Δh_{AB} pomiędzy tymi punktami, do zredukowanej odległości d_{AB} pomiędzy nimi. Jest to również tangens kąta α jaki tworzy linia AB z płaszczyzną poziomą (rys. 15). W pracach inżynierskich spadek wyraża się zazwyczaj w procentach lub dla bardzo małych nachyleń w promilach.

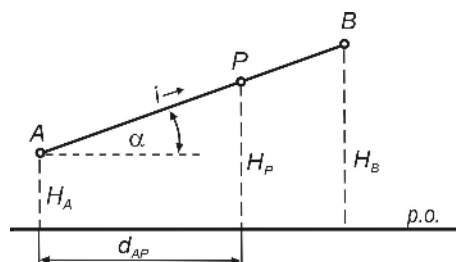
$$i = \frac{\Delta h_{AB}}{d_{AB}} = \operatorname{tg} \alpha \quad (1.61)$$

$$i_{\%} = \frac{\Delta h_{AB}}{d_{AB}} \cdot 100\%$$

$$i_{\text{‰}} = \frac{\Delta h_{AB}}{d_{AB}} \cdot 1000\text{‰}$$

W pracach projektowych należy również określić wysokość punktu P niwelety. Mając daną wysokość H_A punktu początkowego odcinka niwelety o danym spadku i oraz odległość d_{AP} pomiędzy punktem początkowym i wyznaczanym, możemy obliczyć wysokość punktu P na podstawie wzoru:

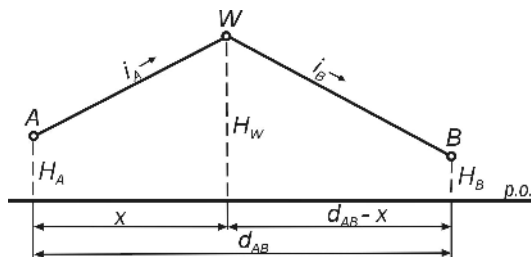
$$H_P = H_A + i \cdot d_{AP} \quad (1.62)$$



Rys. 15. Wysokość punktu pośredniego na odcinku niwelety

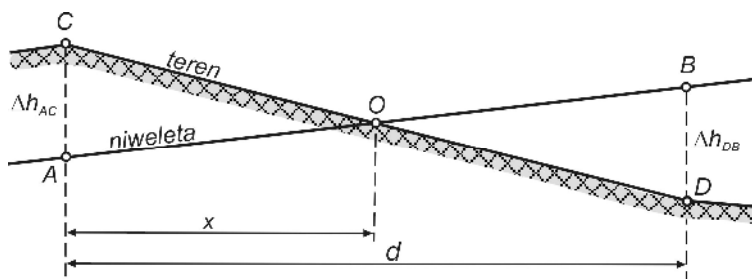
Innym zadaniem jest określenie wysokości załomu niwelety. Na rys. 16 zaprezentowano przykład, gdy dane są wysokości punktów wyjściowych A i B oraz odległość d_{AB} pomiędzy tymi punktami. Po przyjęciu projektowanych spadków i_A i i_B należy wyznaczyć odległość x ze wzorów:

$$\begin{aligned} H_W &= H_A + i_A \cdot x \\ H_W &= H_B - i_B \cdot (d_{AB} - x) \\ H_A + i_A \cdot x &= H_B - i_B \cdot (d_{AB} - x) \\ x &= \frac{H_B - H_A - i_B \cdot d_{AB}}{i_A - i_B} \end{aligned} \quad (1.63)$$



Rys. 16. Określenie wysokości punktu załamania niwelety

Przecięcie się niwelety z istniejącym terenem nazywamy punktem zerowym robót ziemnych. Punkt ten jest miejscem, w którym projektowana niweleta przechodzi z wykopu w nasyp lub odwrotnie. Określenie położenia oraz wysokości tego punktu ma znaczenie przy wyznaczeniu niwelety w terenie.



Rys. 17. Przecięcie niwelety z terenem – punkt zerowy robót ziemnych

Na podstawie podobieństwa trójkątów ACO i BDO można napisać następującą proporcję:

$$\frac{x}{d-x} = \frac{\Delta h_{AC}}{\Delta h_{DB}}$$

stąd:

$$x = \frac{d \cdot \Delta h_{AC}}{\Delta h_{AC} + \Delta h_{DB}} \quad (1.64)$$

Wysokość punktu zerowego robót ziemnych obliczymy zgodnie z wzorem (1.62):

$$H_O = H_A + i_{AB} \cdot x = H_A + \frac{H_B - H_A}{d} \cdot x$$

lub

$$H_O = H_C + i_{CD} \cdot x = H_C + \frac{H_D - H_C}{d} \cdot x$$

Zaprojektowana niweleta posiada załamania, które powinny być wyokrąglone krzywymi wklęsłymi lub wypukłymi np. łukiem kołowym. Opracowanie pionowego łuku kołowego polega na wyznaczeniu wysokości punktów głównych łuku (P, S, K) oraz określeniu ich kilometrażu (rys. 18). Obliczenia wykonujemy podobnie jak w łuku poziomym, zaczynając od wyznaczenia długości stycznej t . Do wyznaczenia tej wielkości należy znać wartość kąta zwrotu stycznych φ , który jest uzależniony od kierunku następujących po sobie pochylenia. W przypadku, gdy następujące po sobie pochylenia mają przeciwny znak, to wówczas kąt zwrotu stycznych $\varphi = \alpha + \beta$, natomiast gdy następujące po sobie pochylenia mają ten sam znak to $\varphi = \alpha - \beta$ (rys. 19).

Korzystając z funkcji trygonometrycznych sumy i różnicy kątów można zapisać:

$$\operatorname{tg}(\alpha \mp \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \mp \operatorname{tg} \beta}{1 \pm \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Poza tym można przyjąć, że $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cong 0$ i wtedy wzór (1.65) przyjmie postać:

$$t = \frac{R}{2} (\operatorname{tg} \alpha \mp \operatorname{tg} \beta)$$

W pracach projektowych związanych z niweletą zazwyczaj operujemy spadkiem niwelety określonym jako wartość procentowa, a nie jako funkcja tangensa kąta stycznych. Dlatego najwygodniej jest skorzystać z zależności: $\operatorname{tg} \alpha = i_A$, $\operatorname{tg} \beta = i_B$ i ostatecznie długość stycznej można zapisać:

$$t = \frac{R}{2} (i_A \mp i_B) \quad (1.66)$$

Aby wyznaczyć wielkość t należy najpierw określić spadki linii tworzących załom niwelety, a następnie dobrać odpowiednią wartość promienia R dla łuku wklęsłego lub wypukłego uzależnionego od danej klasy drogi (tabela 5). Następnie wyznaczamy długość dwusiecznej WS ze wzoru:

$$WS = \frac{t^2}{2R} = \frac{R(i_A \mp i_B)^2}{8} \quad (1.67)$$

Po tych obliczeniach można już wyznaczyć kilometrą oraz wysokości punktów głównych łuku P , S , K . Ze względu na to, że nachylenia odcinków niwelety odpowiadają małym kątom, dla ułatwienia przyjmuje się, że skośne długości stycznych są w przybliżeniu równe ich rzutom na płaszczyznę poziomą ($t=t'$) oraz że pochyły odcinek $|WS|$ jest równy pionowej rzędnej wierzchołka łuku. Podobne założenia przyjmuje się dla wielkości, na podstawie których wyznacza się punkty pośrednie na łuku pionowym ($x=x'$, $y=y'$).

Wytyczenia punktów pośrednich na łuku pionowym polega początkowo na określeniu wysokości punktów M' położonych na stycznych PW i KW zgodnie z wzorem:

$$H_{M'} = H_P + i_A \cdot x,$$

gdzie x to odległość przyjęta na podstawie kilometrą trasy.

Następnie od tych wysokości dla łuku wypukłego odejmujemy, a dla łuku wklęsłego dodajemy wielkość y , otrzymując wysokość punktu pośredniego M . Wartość y obliczamy na podstawie wzoru:

$$y = \frac{x^2}{2R} \quad (1.68)$$

Profile podłużne i poprzeczne

Końcowym wynikiem opracowania przebiegu trasy drogowej w płaszczyźnie pionowej jest profil podłużny i profile poprzeczne. Profil podłużny to prezentacja graficzna rzeźby terenu wzdłuż zaprojektowanej osi trasy w płaszczyźnie poziomej. Sporządza się go w dwóch skalach, gdzie skala dla wysokości jest zazwyczaj dziesięciokrotnie większa od skali dla odległości poziomych (np. $1:\frac{200}{2000}$), lecz dla każdego projektu skale należy dobierać indywidualnie, wprowadzając także inne zróżnicowanie skal. Na profilu podłużnym wykreśla się również kolorem czerwonym przebieg niwelety, a poniżej linii prezentującej poziom porównawczy zamieszcza się dodatkowy opis w postaci tabeli, która zawiera:

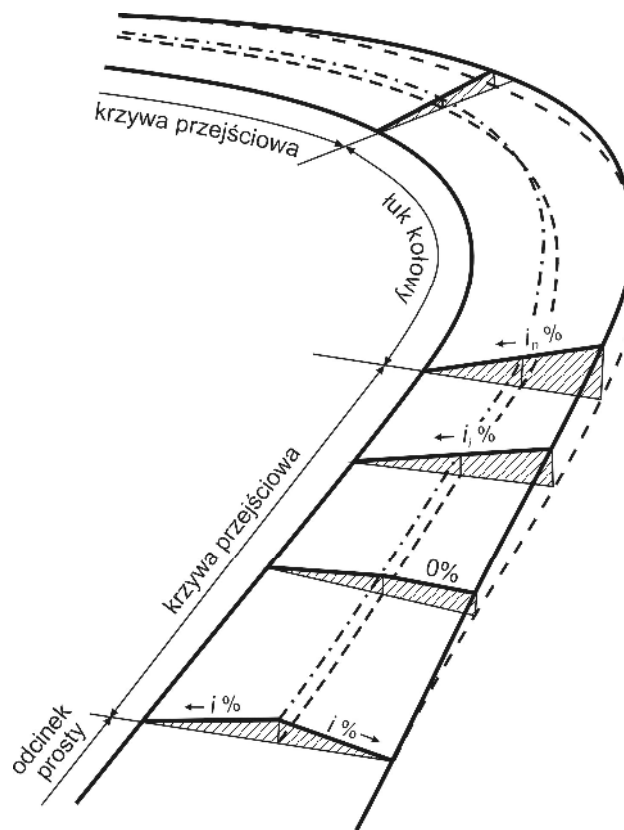
- rodzaj użytkowania terenu przez który przebiega trasa drogowa,
- projektowane rzędne głównych punktów niwelety,
- pochylenie podłużne niwelety i łuki pionowe,
- rzędne terenu lub nawierzchni istniejącej,
- elementy geometryczne opisujące sytuacyjny przebieg trasy m.in. odcinki proste, krzywe przejściowe i łuki kołowe wraz z ich podstawowymi parametrami,
- pikietaż trasy, czyli podanie odległości od początku trasy dla wszystkich punktów trasy.

Poza tym, w tabeli lub bezpośrednio na profilu umieszcza się różnicę pomiędzy rzędnymi projektowymi i terenowymi. Pozostałe dane, których nie można umieścić w tabeli wpisuje się już bezpośrednio na profil.

W kierunku prostopadłym do osi trasy sporządza się profile poprzeczne. Wykreśla się je przyjmując zazwyczaj taką samą skalę dla odległości i wysokości. Dla każdego profilu podaje się w tytule kilometrów punktu, w którym przekrój został wykonany. Zamieszcza się również podstawowe informacje dotyczące drogi np. rzędne niwelety i terenu, pochylenie poprzeczne jezdni, głębokość rowów, pochylenie skarp, szerokość poboczy jezdni i pasa drogowego. Profile poprzeczne wykonuje się w miejscach charakterystycznych trasy m.in. na początku i końcu odcinka krzywoliniowego trasy, w punktach hektometrowych, w punktach załamań niwelety, w miejscach skrzyżowań z innymi drogami lub liniami kolejowymi, w miejscach zmiany pochylenia jezdni (rampa drogowa) itp. Profile poprzeczne stanowią podstawę do wykonania obliczeń mas ziemnych oraz do prawidłowego ukształtowania nawierzchni drogi w trakcie jej budowy.

W celu odprowadzenia wody opadowej z jezdni na odcinkach prostych profil poprzeczny powinien mieć pochylenie dwustronne (daszkowe), na zewnątrz drogi. Natomiast na łukach jezdni powinna być pochyłona

jednostronnie do środka łuku po to, aby poza odprowadzaniem wody przeciwdziałać sile odśrodkowej. Odcinek drogi, na którym dokonuje się przejścia od pochylenia dwuspadowego na prostej do jednospadowego na łuku kołowym nazywa się rampą drogową [4]. Rampę drogową stosuje się zazwyczaj na długości krzywej przejściowej, stopniowo podwyższając rzędną zewnętrznej krawędzi jezdni, aż do uzyskania jednospadowego pochylenia na początku łuku. W przypadku, gdy na trasie nie stosuje się krzywych przejściowych rampę drogową projektuje się na odcinku prostej poprzedzającej łuk kołowy. Na poniższym rysunku zaprezentowano przykładową rampę drogową.



Rys. 20. Rampa drogowa

Przykład

Poniżej zaprezentowano przykładowe opracowanie projektu odcinka drogi klasy G o długości około 2700 m, która będzie stanowiła połączenie dwóch sąsiednich dróg.

Podstawowe parametry techniczne projektowanej trasy:

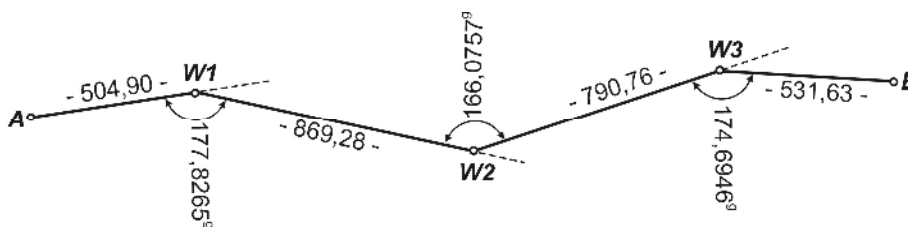
- klasa techniczna drogi – G (główna),
- droga poza terenem zabudowanym, bez krawężników,
- odcinek drogi jednojezdniowej o dwóch pasach ruchu w dwóch kierunkach,
- prędkość projektowa $V_p = 70$ km/h,
- minimalny promień łuku kołowego poziomego $R = 1000$ m,
- minimalny promień łuku kołowego poziomego z krzywymi przejściowymi $R = 600$ m przy pochyleniu poprzecznym na łuku 4%,
- parametr klotoidy a należy określić, ale nie mniejszy niż $a = 120$,
- maksymalne pochylenie podłużne niwelety 7%,
- minimalne pochylenie podłużne niwelety 0,3%,
- pochylenie poprzeczne na prostej 2%,
- pochylenie poprzeczne na łuku 4%,
- minimalny promień łuku pionowego wypukłego $R = 3000$ m, wklęsłego $R = 1800$ m,
- szerokość pobocza 1,5 m,
- szerokość jednego pasa ruchu 3,5 m,
- szerokość korony drogi 10 m,
- głębokość rowów 1 m,
- szerokość dna rowu 0,5 m,
- pochylenie skarp w rowach 1:1,
- pochylenie skarp nasypowych i wykopowych 1:1,5.

Prace przygotowawcze

Na mapie numerycznej terenu projektowanej trasy drogowej w programie C-Geo określono współrzędne punktu początkowego A i końcowego B . Punkty te stanowią miejsce przyłączenia do sąsiednich zaprojektowanych dróg klasy GP. Ze względu na występujące przeszkody pomiędzy punktami A i B (wzniesienie, zbiornik wodny i ciek wodny) nie było możliwości poprowadzenia trasy drogowej w linii prostej. W celu ominięcia tych przeszkód zaprojektowano trzy wierzchołki załamania trasy: $W1$, $W2$, $W3$. Następnie określono z mapy współrzędne tych punktów i wykorzystano je do obliczenia odległości pomiędzy nimi oraz wyznaczenia kątów wierzchołkowych β w poszczególnych załamaniach trasy. W tabeli 6 zestawiono uzyskane wielkości, a na rys. 21 zaprezentowano przybliżony przebieg trasy z obliczonymi wielkościami.

Tabela 6. Współrzędne punktów głównych trasy

Nr pkt.	X [m]	Y [m]	β [°]	d [m]
A	6000800,00	5577000,00		
W1	6000870,20	5577500,00	177,8265	504,90
W2	6000690,00	5578350,40	166,0757	869,28
W3	6000941,80	5579100,00	174,6946	790,76
B	6000902,80	5579630,20		531,63

**Rys. 21.** Schemat przebiegu trasy drogowej

W pierwszym etapie opracowania należy wyznaczyć prędkość miarodajną, ponieważ część wielkości projektowych dla danej klasy drogi określa się w odniesieniu do tej prędkości. Zgodnie z rozporządzeniem [12] prędkość miarodajna to parametr odwzorowujący prędkość samochodów osobowych w ruchu swobodnym na drodze, służący do ustalania wartości elementów drogi, które ze względu na bezpieczeństwo ruchu powinny być dostosowane do tej prędkości. W przypadku drogi klasy G i dróg wyższych klas, zlokalizowanych poza terenem zabudowanym, prędkość miarodajną na dwupasmowej drodze dwukierunkowej określa się zgodnie z poniższą tabelą:

Tabela 7. Prędkość miarodajna w zależności od krętości drogi (Źródło: [12])

Krętość drogi [°/km]		<80	80-160	161-240	>240
Prędkość miarodajna [km/h]	drogi klasy S o szerokości jezdni 7,5 m lub 7,0 m	110	100	90	80
	drogi o szerokości jezdni 7,0 m z utwardzonymi poboczami	110	90	80	70
	drogi o szerokości jezdni 7,0 m bez utwardzonych poboczy	100	90	80	70
	drogi o szerokości jezdni 6,0 m z utwardzonymi poboczami	90	80	70	70
	drogi o szerokości jezdni 6,0 m bez utwardzonych poboczy	90	80	70	60

Zatem do określenia prędkości miarodajnej potrzebna jest znajomość krętości drogi. Jest to stosunek sumy wartości kątów zwrotu kierunków trasy drogi wyrażonych w stopniach do jej długości wyrażonej w kilometrach. Dla projektowanej trasy krętość będzie wynosiła:

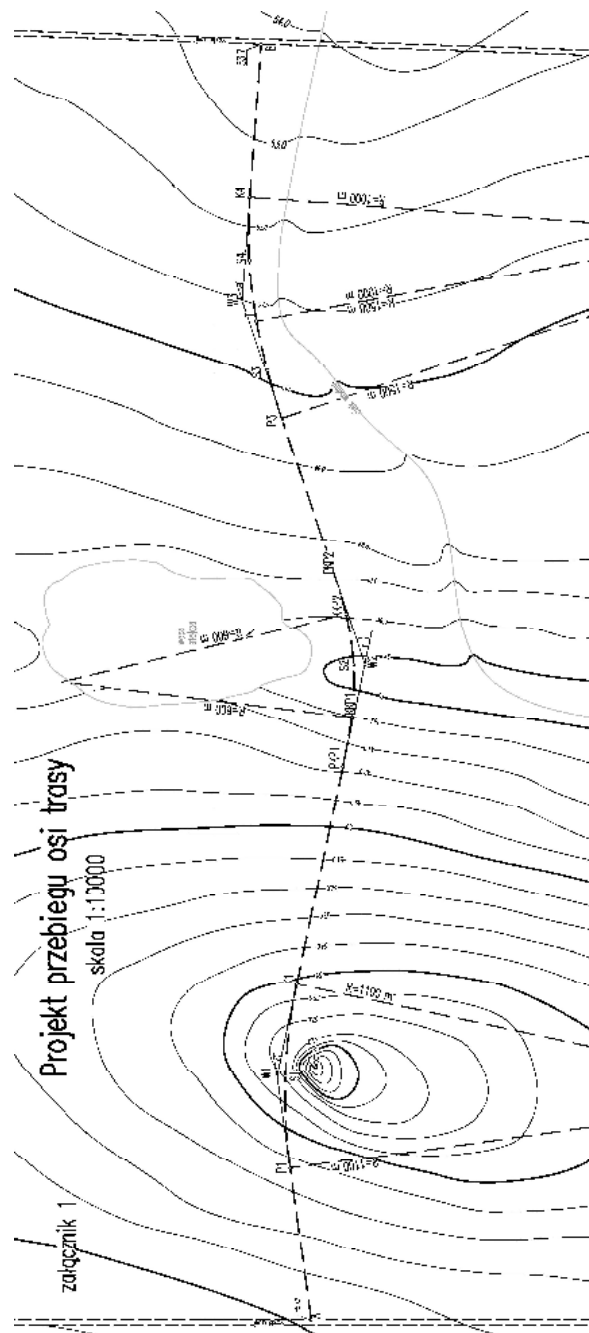
$$\text{krętość drogi} = \frac{19,9562 + 30,5319 + 22,7749}{0,50490 + 0,86928 + 0,79076 + 0,53163} = 27,1690 \text{ }^\circ/\text{km}$$

Zgodnie z tabelą 7 dla krętości drogi $< 80^\circ/\text{km}$ i dla drogi o szerokości 7,0 m bez utwardzonych poboczy, prędkość miarodajna wynosi 100 km/h. Ponieważ wg rozporządzenia [12] prędkość miarodajna powinna być co najmniej równa prędkości projektowej drogi i nie większa od niej o więcej niż 20 km/h, ostatecznie zdecydowano się przyjąć prędkość miarodajną 80 km/h (przy $V_p = 70 \text{ km/h}$).

W projektowanej trasie drogowej występują trzy załomy, które należy wyokrąglić odpowiednimi elementami krzywoliniowymi. Biorąc pod uwagę uwarunkowania terenowe i cele dydaktyczne niniejszego przykładu, zdecydowano się zaprojektować następujące krzywe:

- łuk kołowy w załomie *W1*,
- łuk kołowy z symetrycznymi klotoidami w załomie *W2*,
- łuk koszowy podwójny w załomie *W3*.

Zaprojektowany przebieg trasy drogowej zaprezentowano na mapie w skali 1:10000 (rys. 22) oraz na mapie w skali 1:2000 (załącznik 1) dostępnej na stronie <http://gik.wilsig.tu.koszalin.pl/suchockic/>.



Rys. 22. Projekt przebiegu osi trasy drogowej

Wyznaczenie położenia punktów głównych łuku kołowego o wierzchołku w punkcie WI

Danymi wyjściowymi do wytyczenia punktów głównych łuku kołowego są: obrany promień łuku $R = 1100$ m oraz kąt wierzchołkowy $\beta = 177,8265^\circ$.

Potrzebne miary wyznacza się zgodnie z wzorami (1.1)-(1.8) w następujący sposób:

$$\begin{aligned}\alpha &= 200^\circ - 177,8265^\circ = 22,1735^\circ \\ t &= 1100 \cdot \operatorname{tg} \frac{22,1735^\circ}{2} = 193,53 \text{ m} \\ WS &= 1100 \cdot \left(\frac{1}{\cos \frac{22,1735^\circ}{2}} - 1 \right) = 16,89 \text{ m} \\ a &= 1100 \cdot \sin \frac{22,1735^\circ}{2} = 190,60 \text{ m} \\ s &= 1100 \cdot \left(1 - \cos \frac{22,1735^\circ}{2} \right) = 16,64 \text{ m} \\ c &= 2 \cdot 1100 \cdot \sin \frac{22,1735^\circ}{4} = 191,32 \text{ m} \\ t_1 &= 1100 \cdot \operatorname{tg} \frac{22,1735^\circ}{4} = 96,03 \text{ m} \\ \overline{P_1 S_1 K_1} &= 1100 \cdot \frac{22,1735^\circ}{63,6620^\circ} = 383,13 \text{ m}\end{aligned}$$

Dodatkowo oblicza się:

- odległość wierzchołka W od punktu A :
 $WA = t - a = 2,93$ m,
- odległość wierzchołka W od punktu M :
 $WM = t - t_1 = 97,50$ m.

Uzyskane miary zostały zamieszczone na szkicu dokumentacyjnym nr 1 (rys. 23).

Wyznaczenie położenia punktów głównych łuku kołowego z symetrycznymi kłotoidami o wierzchołku w punkcie W2

Obliczenia rozpoczyna się od doboru optymalnego parametru a kłotoidy przy następujących danych wyjściowych: $\gamma = 33,9243^{\circ}$, $R = 600$ m, $V_p = 70$ km/h, $B = 7$ m, $i_0 = 2\%$, $i_p = 4\%$.

Korzystając z warunków podanych w postaci wzorów (1.33)-(1.39) uzyskuje się następujące wartości:

$$a_{min}^{(1)} = \sqrt{\frac{70^3}{3,6^3 \cdot 0,6}} = 111$$

$$a_{max}^{(2)} = 600 \sqrt{\frac{33,9243^g}{63,6620^g}} = 438$$

$$a_{min}^{(3)} = \frac{600}{3} = 200$$

$$a_{max}^{(4)} = 600$$

$$a_{min}^{(5)} = 1,86 \sqrt[4]{600^3} = 226$$

$$a_{max}^{(6)} = 2,78 \sqrt[4]{600^3} = 337$$

$$a_{min}^{(8)} = \sqrt{\frac{600}{1,6} \cdot \frac{7}{2} (2 + 4)} = 89$$

W przypadku warunku konstrukcyjnego stosowanego na łukach z poszerzeniem, obliczono początkowo wartość poszerzenia, uzyskując:

$$p = \frac{40}{R} = \frac{40}{600} = 0,067 \text{ m}$$

Wartość p jest mniejsza niż 0,20 m, co oznacza, że nie należy poszerzać dodatkowo pasa ruchu i warunek ten można pominąć. Nie rozpatruje się również warunku konstrukcyjnego postrzegania części kolistej i warunku wygody jazdy, gdyż dotyczą one dróg szybkiego ruchu.

Zestawiając uzyskane wyniki otrzymano:

$$\sup\{111; 200; 226; 89\} \leq a \leq \inf\{438; 600; 337\}$$

$$226 \leq a \leq 337$$

Dysponując oszacowaną wartością parametru a należy sprawdzić spełnienie warunku proporcjonalności estetycznej łuku. Przy założeniu proporcji 1:1:1 uzyskuje się:

$$a = R \sqrt{\frac{\gamma}{2}} = 600 \sqrt{\frac{33,9243^g}{63,6620^g}} = 310$$

natomiast dla proporcji 1:2:1:

$$a = R \sqrt{\frac{\gamma}{3}} = 600 \sqrt{\frac{33,9243g}{63,6620g}} = 253$$

Ostatecznie zdecydowano się przyjąć parametr $a = 250$.

Do wyznaczenia optymalnego parametru klotoidy można wykorzystać dostępne „kalkulatory drogowców” znajdujące się np. w programie Drogownictwo 2000 lub na stronie www.lispus.pl. Poniżej przedstawiono wyniki doboru parametru a korzystając z ww. strony internetowej.

Wyniki						
L.p.	Opis	Nr warunku	Warunek "A"	Wartości przyjęte do wyliczeń	Wartość "A"	Wartość "L"
1.	Warunek dynamiczny (Zapewnienie dynamiki i komfortu jazdy)	W ₁	$\geq \sqrt{\frac{V_p^3}{47 * k}}$	V _p = 70 km/h k=0,6	110	20
2.	Warunek konstrukcyjny I (komfortu jazdy)	W ₂	$\geq \sqrt{\frac{R * b}{\Delta p}} * \Delta i$	R = 600 m b=B/2=3.5m (pas ruchu) Δi _p +i _o = 2+4=6% Δ _p =1.6%	89	13
3.	Warunek estetyki I (warunek kąta τ)	W ₃	$\geq 0.33R$	R = 600 m	200	67
4.	Warunek estetyki I (warunek kąta τ)	W ₄	$\leq R$	R = 600 m	600	600
5.	Warunek estetyki II (Warunek odsunięcia łuku od stycznej głównej)	W ₅	$\geq \sqrt[3]{24 * R^3 * H_{\min}}$	R = 600 m H _{min} =0.5 m	226	85
6.	Warunek estetyki III (Warunek odsunięcia łuku od stycznej głównej)	W ₆	$\leq \sqrt[3]{24 * R^3 * H_{\max}}$	R = 600 m H _{max} =2.5 m	337	190
7.	Warunek geometryczny	W ₇	$\leq R * \sqrt{\alpha}$	R = 600 m α=33.9243grad => przyjęto α=0.5329rad	438	320

Przyjęcie wartości optymalnej parametru "A"

$$\sup (W_1, W_2, W_3, W_5) < A < \inf (W_4, W_6, W_7)$$

$$\sup (110, 89, 200, 226) < A < \inf (600, 337, 438)$$

$$226 < A < 337$$

$$85 < L < 190$$

Parametry klotoidy dobrane poprawnie.

Wartość optymalna parametru "A"

$$L:k:L=1:1:1 \quad L:k:L=1:2:1$$

$$A = R \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \quad A = R \sqrt{\frac{\alpha}{3}}$$

$$A=310$$

$$L=160$$

$$A=253$$

$$L=107$$

Rys. 24. Okno kalkulatora drogowca z wynikiem doboru parametru klotoidy

Teraz można obliczyć wartości potrzebne do wytyczenia punktów głównych łuku kołowego z symetrycznymi kłotoidami korzystając w tym celu ze wzorów (1.13)-(1.31). Jako dane wyjściowe przyjęto: $\gamma = 33,9243^\circ$, $R = 600$ m oraz oszacowany parametr kłotoidy $a = 250$.

$$L = \frac{250^2}{600} = 104,17 \text{ m}$$

$$\tau = \frac{250^2}{2 \cdot 600^2} \cdot 63,6620^\circ = 5,5262^\circ$$

$$\alpha = 33,9243^\circ - 2 \cdot 5,5262^\circ = 22,8719^\circ$$

$$X = 104,17 - \frac{104,17^5}{40 \cdot 250^4} = 104,09 \text{ m}$$

$$Y = \frac{104,17^3}{6 \cdot 250^2} - \frac{104,17^7}{336 \cdot 250^6} = 3,01 \text{ m}$$

$$X_S = 104,09 - 600 \cdot \sin 5,5262^\circ = 52,07 \text{ m}$$

$$H = 3,01 - 600 \cdot (1 - \cos 5,5262^\circ) = 0,75 \text{ m}$$

$$Y_S = 600 + 0,75 = 600,75 \text{ m}$$

$$T = 104,09 + 3,01 \cdot \operatorname{tg} 5,5262^\circ = 104,35 \text{ m}$$

$$T_D = 104,09 - 3,01 \cdot \operatorname{ctg} 5,5262^\circ = 69,50 \text{ m}$$

$$T_K = \frac{3,01}{\sin 5,5262^\circ} = 34,72 \text{ m}$$

$$T' = 600 \cdot \operatorname{tg} \frac{22,8719^\circ}{2} = 108,96 \text{ m}$$

$$N = \frac{3,01}{\cos 5,5262^\circ} = 3,02 \text{ m}$$

$$T_S = (600 + 0,75) \cdot \operatorname{tg} \frac{33,9243^\circ}{2} = 163,96 \text{ m}$$

$$T_0 = 52,07 + 163,96 = 216,03 \text{ m}$$

$$Z = (600 + 0,75) \cdot \left(\sec \frac{33,9243^\circ}{2} - 1 \right) + 0,75 = 22,72 \text{ m}$$

$$Z' = 600 \cdot \left(\sec \frac{22,8719^\circ}{2} - 1 \right) = 9,81 \text{ m}$$

Oblicza się również:

- odległość wierzchołka W zespołu krzywych od wierzchołka W' łuku kołowego:

$$WW' = Z - Z' = 22,72 - 9,81 = 12,91 \text{ m}$$

- odległość wierzchołków elementów krzywoliniowych:
 $W'M = T_K + T' = 34,72 + 108,96 = 143,68 \text{ m}$
- odległość wierzchołka W zespołu krzywych od wierzchołka M klotoidy:
 $WM = T_0 - T_D = 216,03 - 69,50 = 146,53 \text{ m}$
- różnicę między styczną całkowitą a styczną główną:
 $T_0 - T = 111,68 \text{ m}$
- różnicę między styczną całkowitą a współrzędną X punktu P klotoidy:
 $T_0 - X = 111,94 \text{ m}$
- różnicę między styczną całkowitą a odciętą środka koła krzywizny:
 $T_0 - X_S = 163,96 \text{ m}$
- długość łuku kołowego:
 $KKP_1\widehat{S_2}KKP_2 = 600 \cdot \frac{22,8719^\circ}{63,6620^\circ} = 215,56 \text{ m}$
- długość zespołu krzywych:
 $KKP_1\widehat{S_2}KKP_2 + 2L = 215,56 + 2 \cdot 104,17 = 423,90 \text{ m}$

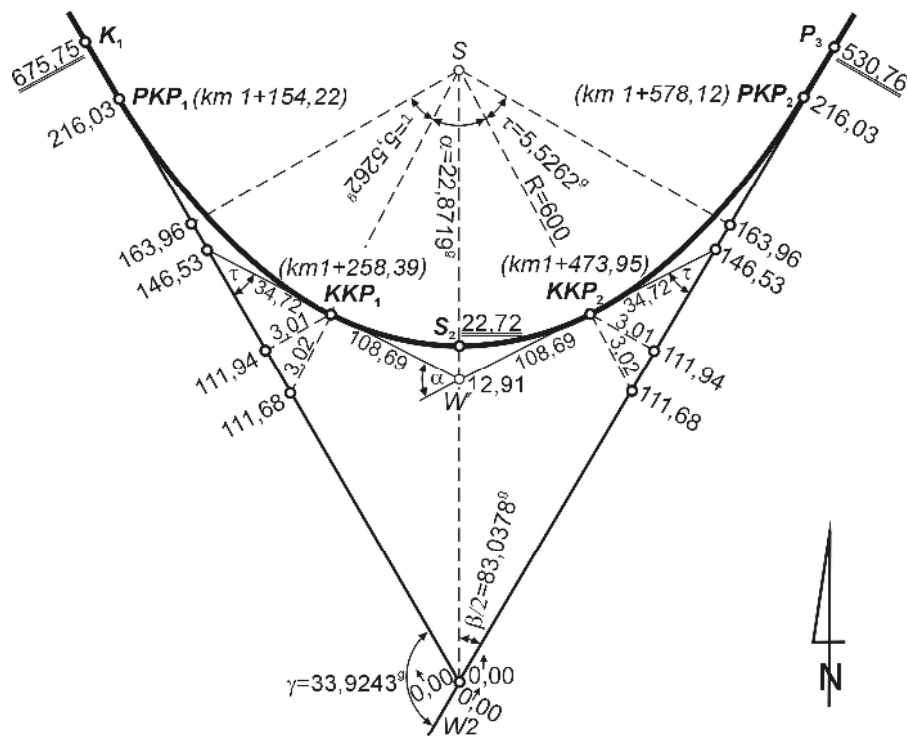
Obliczone wartości wpisano na szkicu dokumentacyjnym nr 2 (rys. 25).

Szkic nr 2

**SZKIC DOKUMENTACYJNY ŁUKU KOŁOWEGO
Z SYMETRYCZNYMI KLOTOIDAMI**

(km 1+154 - 1+578)

Wyznaczenie punktów głównych



Długość łuku klotoidy: 104,17 m
Długość łuku kołowego: 215,56 m
Długość zespołu krzywych: 423,90 m

Rys. 25. Szkic dokumentacyjny punktów głównych łuku kołowego z symetrycznymi klotoidami

Wyznaczenie położenia punktów głównych łuku koszowego o wierzchołku w punkcie W3

Do wyznaczenia punktów głównych podwójnego łuku koszowego, jako dane wyjściowe przyjęto: $\beta = 174,6946^g$, $R_1 = 1500$ m, $R_2 = 1000$ m, $t_1 = 260$ m.

Na początku obliczono kąt zwrotu α :

$$\alpha = 200^g - 174,6946^g = 25,3054^g$$

Następnie korzystając ze wzoru (1.44) wylicza się wartość kąta α_2 :

$$\cos \alpha_2 = \frac{260 \cdot \sin 174,6946^g - 1500 \cdot \cos 174,6946^g - 1000}{1500 - 1000} = 0,967397$$

$$\alpha_2 = 16,3009^g$$

Z równania (1.42) oblicza się kąt α_1 :

$$\alpha_1 = 25,3054^g - 16,3009^g = 9,0045^g$$

a z równania (1.43) styczną t_2 :

$$t_2 = 260 \cdot \cos 174,6946^g + 1500 \cdot \sin 174,6946^g - 500 \cdot \sin 16,3009^g =$$

$$= 214,31 \text{ m}$$

Teraz można wyznaczyć pozostałe elementy, obliczając oddzielnie każdy łuk kołowy:

- łuk 1 o promieniu R_1 :

- styczna główna:

$$t'_1 = P_3W_1 = W_1T = 1500 \cdot \operatorname{tg} \frac{9,0045^g}{2} = 106,26 \text{ m}$$

- styczna pomocnicza:

$$PM_1 = M_1S_3 = S_3N_1 = N_1T = 1500 \cdot \operatorname{tg} \frac{9,0045^g}{4} = 53,06 \text{ m}$$

- długość łuku 1:

$$\widehat{P_3S_3T} = 1500 \cdot \frac{9,0045^g}{63,6620^g} = 212,16 \text{ m}$$

- łuk 2 o promieniu R_2 :

- styczna główna:

$$t'_2 = K_4W_2 = W_2T = 1000 \cdot \operatorname{tg} \frac{16,3009^g}{2} = 128,73 \text{ m}$$

- styczna pomocnicza:

$$KM_2 = M_2S_4 = S_4N_2 = N_2T = 1000 \cdot \operatorname{tg} \frac{16,3009^g}{4} = 64,10 \text{ m}$$

- długość łuku 2:

$$\widehat{TS_4K_4} = 1000 \cdot \frac{16,3009^g}{63,6620^g} = 256,05 \text{ m}$$

Długość łuku koszowego wynosi:

$$\widehat{P_3TK_4} = \widehat{P_3S_3T} + \widehat{TS_4K_4} = 468,21 \text{ m}$$

Dodatkowo należy wyznaczyć miary:

- odległość wierzchołka W łuku koszowego od wierzchołka W_1 łuku kołowego 1:

$$WW_1 = t_1 - t'_1 = 260,00 - 106,26 = 153,74 \text{ m}$$

- odległość wierzchołka W łuku koszowego od wierzchołka W_2 łuku kołowego 2:

$$WW_2 = t_2 - t'_2 = 214,31 - 128,73 = 85,58 \text{ m}$$

- odległość wierzchołka W_1 łuku kołowego 1 od wierzchołka W_2 łuku kołowego 2:

$$W_1W_2 = t'_1 + t'_2 = 106,26 + 128,73 = 234,99 \text{ m}$$

- odległość wierzchołka W łuku koszowego od punktu M_1 :

$$WM_1 = t_1 - P_3M_1 = 260,00 - 53,06 = 206,94 \text{ m}$$

- odległość wierzchołka W łuku koszowego od punktu M_2 :

$$WM_2 = t_2 - KM_2 = 214,31 - 64,10 = 150,21 \text{ m}$$

- odległość wierzchołka W_1 łuku kołowego 1 od punktu N_1 :

$$W_1N_1 = t'_1 - N_1T = 106,26 - 53,06 = 53,20 \text{ m}$$

- odległość wierzchołka W_1 łuku kołowego 1 od punktu N_2 :

$$W_1N_2 = W_1W_2 - (t'_1 - N_2T) = 234,99 - (106,26 - 64,10) = 192,83 \text{ m}$$

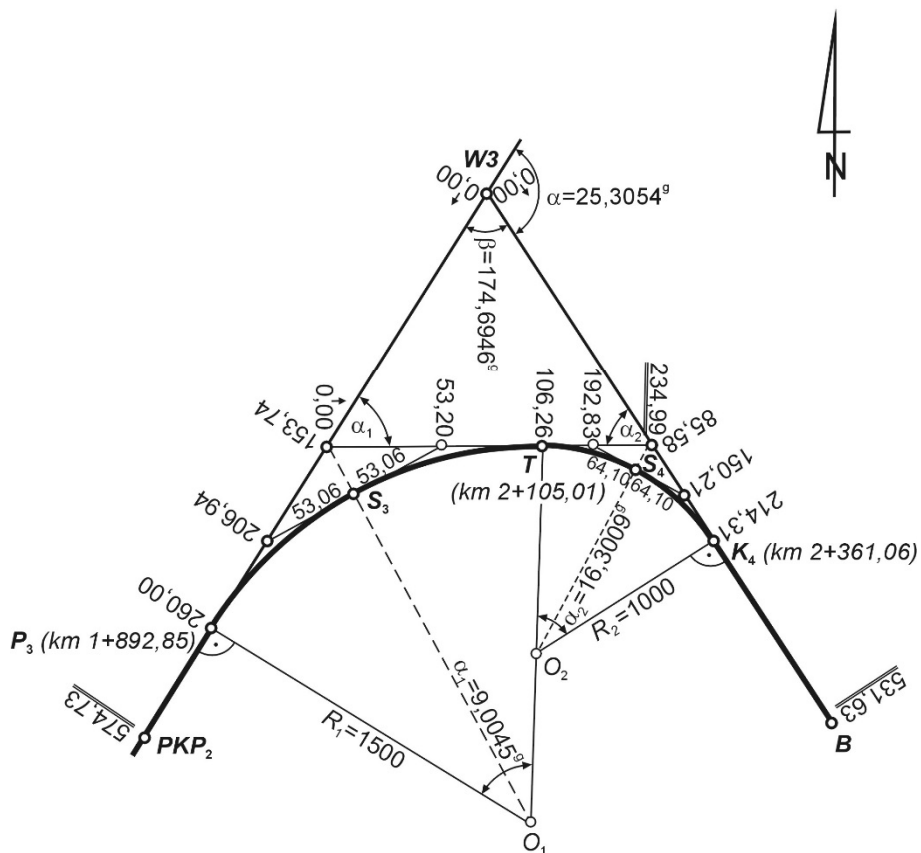
Uzyskane wielkości zostały zamieszczone na szkicu dokumentacyjnym nr 3 (rys. 26).

Szkiec nr 3

SZKIC DOKUMENTACYJNY ŁUKU KOSZOWEGO

(km 1+893 - 2+361)

Wyznaczenie punktów głównych



Długość łuku kołowego 1: 212,16 m

Długość łuku kołowego 2: 256,05 m

Długość łuku koszowego: 468,21 m

Rys. 26. Szkic dokumentacyjny punktów głównych łuku koszowego

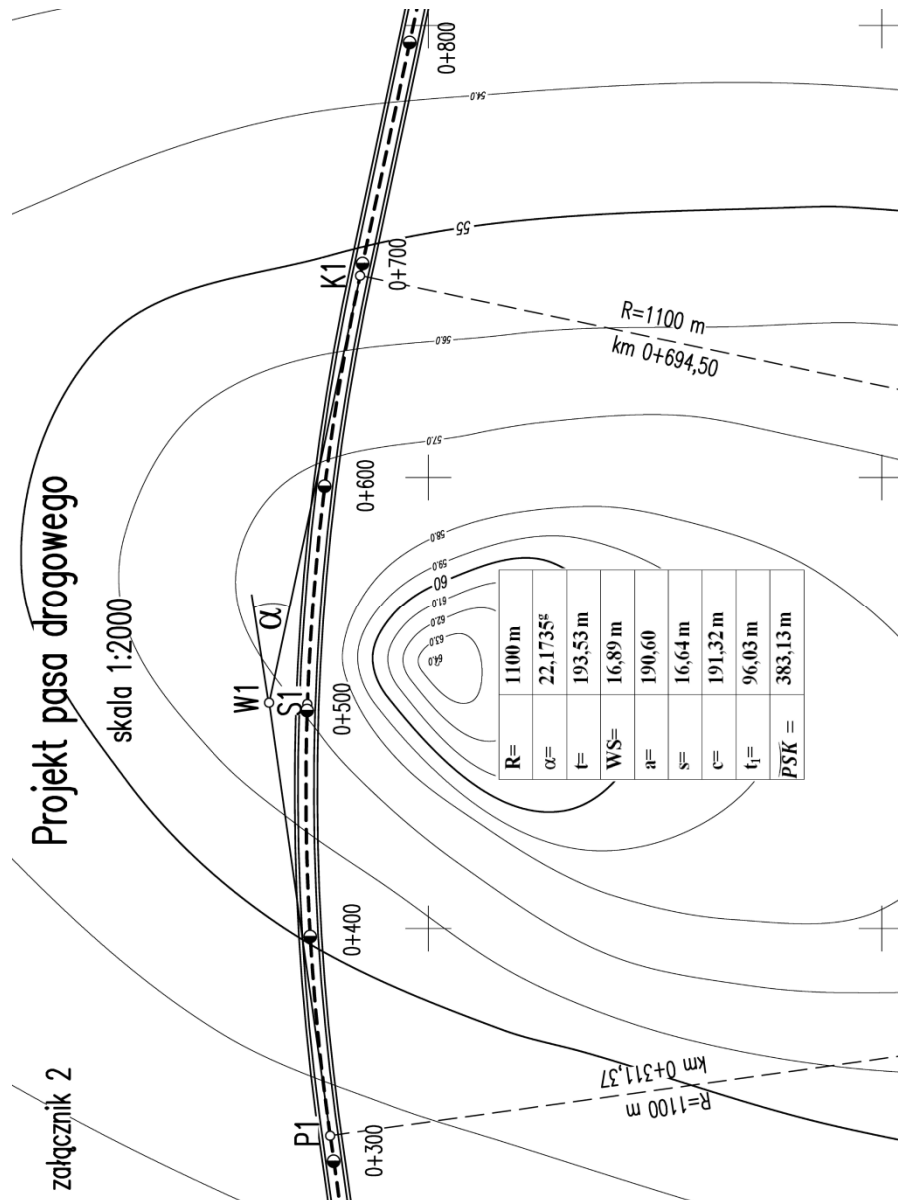
Wyznaczenie kilometrażu trasy

Obliczenia kilometrażu punktów głównych projektowanej trasy zestawiono poniżej w tabeli 8. Uzyskane wyniki wpisano również na szkicach dokumentacyjnych.

Tabela 8. Kilometraż trasy

Opis punktu	Kilometraż	Obliczenia
początek trasy	km $A = 0+000$	
początek łuku kołowego	km $P_1 = 0+311,37$	$AP_1 = AW1 - t = 311,37$
środek łuku kołowego	km $S_1 = 0+502,94$	$\overline{P_1S_1} = \frac{1}{2} \overline{P_1S_1K_1} = 191,565$ $311,37 + 191,565 = 502,935$
koniec łuku kołowego	km $K_1 = 0+694,50$	$\overline{P_1S_1K_1} = 383,13$ $311,37 + 383,13 = 694,50$
początek krzywej przejściowej	km $PKP_1 = 1+154,22$	$K_1PKP_1 = W1W2 - t - T_0 = 459,72$ $694,50 + 459,72 = 1154,22$
koniec krzywej przejściowej/początek łuku kołowego	km $KKP_1 = 1+258,39$	$\overline{PKP_1KKP_1} = L = 104,17$ $1154,22 + 104,17 = 1258,39$
środek łuku kołowego	km $S_2 = 1+366,17$	$\overline{KKP_1S_2} = \frac{1}{2} \overline{KKP_1S_2KKP_2} = 107,78$ $1258,39 + 107,78 = 1366,17$
koniec łuku kołowego/koniec krzywej przejściowej	km $KKP_2 = 1+473,95$	$\overline{S_2KKP_2} = \frac{1}{2} \overline{KKP_1S_2KKP_2} = 107,78$ $1366,17 + 107,78 = 1473,95$
początek krzywej przejściowej	km $PKP_2 = 1+578,12$	$\overline{KKP_2PKP_2} = L = 104,17$ $1473,95 + 104,17 = 1578,12$
początek łuku kosowego	km $P_3 = 1+892,85$	$PKP_2P_3 = W2W3 - T_0 - t_1 = 314,73$ $1578,12 + 314,73 = 1892,85$
środek łuku kołowego 1	km $S_3 = 1+998,93$	$\overline{P_3S_3} = \frac{1}{2} \overline{P_3S_3T} = 106,08$ $1892,85 + 106,08 = 1998,93$
punkt, w którym następuje zmiana wielkości promienia	km $T = 2+105,01$	$\overline{P_3S_3T} = 212,16$ $1892,85 + 212,16 = 2105,01$
środek łuku kołowego 2	km $S_4 = 2+233,04$	$\overline{TS_4} = \frac{1}{2} \overline{TS_4K_4} = 128,025$ $2105,01 + 128,025 = 2233,035$
koniec łuku kosowego	km $K_3 = 2+361,06$	$\overline{TS_4K_4} = 256,05$ $2105,01 + 256,05 = 2361,06$
koniec trasy	km $B = 2+678,38$	$K_3B = W3B - t_2 = 317,32$ $2361,06 + 317,32 = 2678,38$

Po wyznaczeniu punktów głównych trasy oraz zestawieniu kilometrażu można wykreślić przebieg pasa drogowego, którego fragment zaprezentowano na rys. 27 (całość dostępna na stronie <http://gik.wilsig.tu.koszalin.pl/suchockic>).



Rys. 27. Fragment projektu pasa drogowego

Wyznaczenie położenia punktów pośrednich

Do wyznaczenia położenia punktów pośrednich na łuku kołowym wybrano metodę biegunową. Tyczenie punktów tą metodą realizuje się zazwyczaj ze stanowiska pomiarowego (bieguna) zlokalizowanego w punkcie początkowym, końcowym lub środkowym łuku kołowego. W rozpatrywanym przypadku zdecydowano się dokonać tyczenia z punktu początkowego P_1 dla pierwszej połowy łuku i końcowego K_1 dla drugiej połowy łuku.

Na podstawie danych wyjściowych: $R = 1100$ m, $\Delta L = 25$ m, kilometraż punktu $P_1 = 0+311,37$ m, kilometraż punktu $K_1 = 0+694,50$ m, zgodnie z wzorami (1.49) i (1.50) obliczono dane do tyczenia punktów pośrednich sposobem pełnego pikietażu metodą biegunową.

Uzyskane dane zestawiono w tabeli 9 i 10 oraz zamieszczono na szkicu dokumentacyjnym nr 4 (rys. 28).

Tabela 9. Dane do tyczenia metodą biegunową punktów pośrednich na odcinku P_1S_1 łuku kołowego

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma \Delta L$ [m]	φ [°]	$\Sigma \varphi$ [°]	d_i [m]	c_i [m]
P_1	0 + 311,37	-	-	-	-	-	-
1	0 + 325,00	13,63	13,63	0,3944	0,3944	13,63	13,63
2	0 + 350,00	25,00	38,63	0,7234	1,1178	38,63	25,00
3	0 + 375,00	25,00	63,63	0,7234	1,8412	63,62	25,00
4	0 + 400,00	25,00	88,63	0,7234	2,5646	88,61	25,00
5	0 + 425,00	25,00	113,63	0,7234	3,2880	113,58	25,00
6	0 + 450,00	25,00	138,63	0,7234	4,0114	138,54	25,00
7	0 + 475,00	25,00	163,63	0,7234	4,7348	163,48	25,00
8	0 + 500,00	25,00	188,63	0,7234	5,4582	188,40	25,00
S_1	0 + 502,94	2,94	191,57	0,0849	5,5434	191,32	2,94

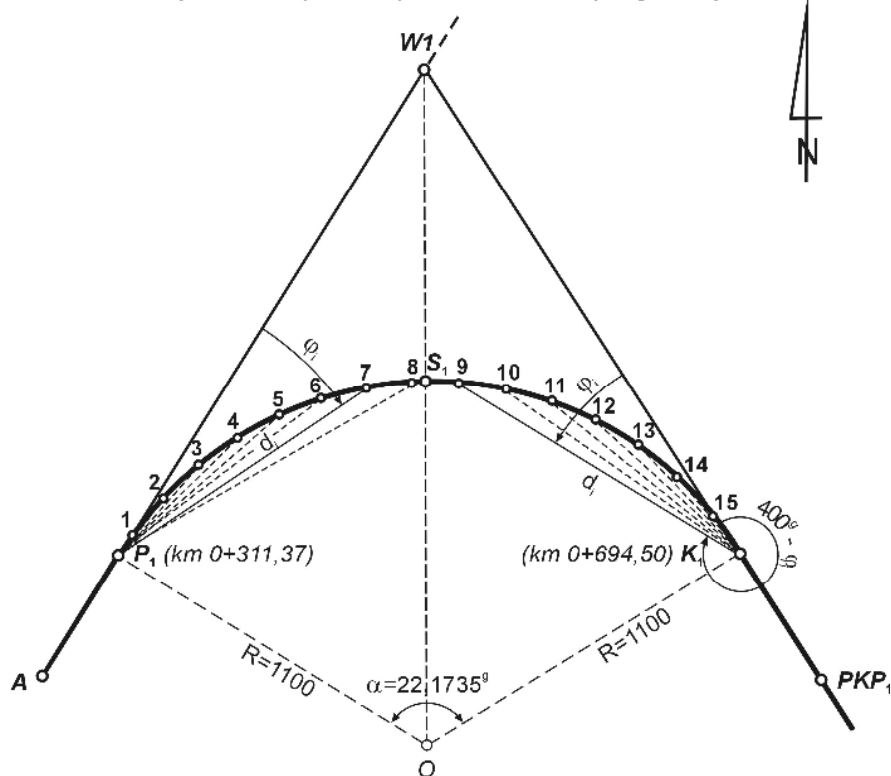
Tabela 10. Dane do tyczenia metodą biegunową punktów pośrednich na odcinku K_1S_1 łuku kołowego

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma \Delta L$ [m]	φ [°]	$\Sigma \varphi$ [°]	$400^g - \Sigma \varphi$ [°]	d_i [m]	c_i [m]
K_1	0 + 694,50	-	-	-	-	-	-	-
15	0 + 675,00	19,50	19,50	0,5643	0,5643	399,4357	19,50	19,50
14	0 + 650,00	25,00	44,50	0,7234	1,2877	398,7123	44,50	25,00
13	0 + 625,00	25,00	69,50	0,7234	2,0111	397,9889	69,49	25,00
12	0 + 600,00	25,00	94,50	0,7234	2,7345	397,2655	94,47	25,00
11	0 + 575,00	25,00	119,50	0,7234	3,4579	396,5421	119,44	25,00
10	0 + 550,00	25,00	144,50	0,7234	4,1813	395,8187	144,40	25,00
9	0 + 525,00	25,00	169,50	0,7234	4,9047	395,0953	169,33	25,00
S_1	0 + 502,94	22,06	191,57	0,6384	5,5434	394,4566	191,32	22,06

SZKIC DOKUMENTACYJNY ŁUKU KOŁOWEGO

(km 0+311 - 0+694)

Wyznaczenie punktów pośrednich metodą biegunową



St.	Nr	φ_i [°]	d_i [m]	c_i [m]
P ₁	W1	0,0000	—	—
	1	0,3944	13,63	13,63
	2	1,1178	38,63	25,00
	3	1,8412	63,62	25,00
	4	2,5646	88,61	25,00
	5	3,2880	113,58	25,00
	6	4,0114	138,54	25,00
	7	4,7348	163,48	25,00
	8	5,4582	188,40	25,00
S ₁	5,5434	191,32	2,94	

St.	Nr	φ_i [°]	$400^\circ - \varphi_i$ [°]	d_i [m]	c_i [m]
K ₁	W1	0,0000	—	—	—
	15	0,5643	399,4357	19,50	19,50
	14	1,2877	398,7123	44,50	25,00
	13	2,0111	397,9889	69,49	25,00
	12	2,7345	397,2655	94,47	25,00
	11	3,4579	396,5421	119,44	25,00
	10	4,1813	395,8187	144,40	25,00
	9	4,9047	395,0953	169,33	25,00
	S ₁	5,5434	394,4566	191,32	22,06

Rys. 28. Szkic dokumentacyjny wyznaczenia punktów pośrednich łuku kołowego metodą biegunową

Do wyznaczenia położenia punktów pośrednich w zespole krzywych, składającym się z łuku kołowego z symetrycznymi klotoidami, wykorzystano metodę tyczenia rzędnych od stycznej. Niezbędne dane do tyczenia tą metodą należy wyznaczyć dla każdej krzywej niezależnie tzn. oddzielnie dla łuku i oddzielnie dla każdej z klotoid.

Znając parametr klotoidy $a = 250$ i jej długość $L = 104,17$ m można obliczyć współrzędne prostokątne klotoidy X i Y zgodnie ze wzorem (1.16), które stanowią jednocześnie rzędną i odciętą w tyczeniu realizującym metodą domiarów prostokątnych. Wyniki tych obliczeń zestawiono w tabeli 11 i 12 oraz wpisano na szkice dokumentacyjne nr 5 i 6 (rys. 29 i 30). Dodatkowo obliczono dane do tyczenia punktów pośrednich na klotoidzie metodą biegunową. Dysponując obliczonymi współrzędnymi prostokątnymi X i Y , korzystając ze wzoru (1.32) możemy wyliczyć odpowiednio odległość d i kąt ω do tyczonego punktu, których wartości umieszczono tylko w poniższych tabelach, nie nanosząc ich na szkic dokumentacyjny.

Tabela 11. Dane do tyczenia punktów pośrednich na klotoidzie 1 metodą rzędnych od stycznej i metodą biegunową

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma \Delta L$ [m]	X [m]	Y [m]	d [m]	ω [°]
PKP ₁	1 + 154,22	-	-	-	-	-	-
1	1 + 175,00	20,78	20,78	20,78	0,02	20,78	0,0733
2	1 + 200,00	25,00	45,78	45,77	0,26	45,77	0,3557
3	1 + 225,00	25,00	70,78	70,76	0,95	70,77	0,8504
4	1 + 250,00	25,00	95,78	95,72	2,34	95,75	1,5572
KKP ₁	1 + 258,39	8,39	104,17	104,09	3,01	104,13	1,8420

Tabela 12. Dane do tyczenia punktów pośrednich na klotoidzie 2 metodą rzędnych od stycznej i metodą biegunową

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma \Delta L$ [m]	X [m]	Y [m]	d [m]	ω [°]
PKP ₂	1 + 578,12	-	-	-	-	-	-
16	1 + 575,00	3,12	3,12	3,12	0,00	3,12	0,0017
15	1 + 550,00	25,00	28,12	28,12	0,06	28,12	0,1342
14	1 + 525,00	25,00	53,12	53,12	0,40	53,12	0,4790
13	1 + 500,00	25,00	78,12	78,11	1,27	78,12	1,0360
KKP ₂	1 + 473,95	26,05	104,17	104,09	3,01	104,13	1,8420

Dla łuku kołowego o promieniu $R = 600$ m dane do wytyczenia punktów pośrednich w odstępach $\Delta L = 25$ m metodą rzędnych od stycznej wg pełnego pikietażu oblicza się zgodnie z wzorami (1.46)-(1.47).

Wyniki obliczeń zestawiono tabeli 13 i 14 oraz zamieszczono na szkicu dokumentacyjnym nr 5 i 6 (rys. 29 i 30).

Tabela 13. Dane do tyczenia punktów pośrednich metodą rzędnych od stycznej na odcinku KKP_1S_2 łuku kołowego

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma \Delta L$ [m]	$\Delta \alpha$ [°]	$\Sigma \Delta \alpha$ [°]	x_i [m]	y_i [m]
KKP ₁	1 + 258,39	-	-	-	-	-	-
5	1 + 275,00	16,61	16,61	1,7622	1,7622	16,61	0,23
6	1 + 300,00	25,00	41,61	2,6526	4,4148	41,58	1,44
7	1 + 325,00	25,00	66,61	2,6526	7,0674	66,47	3,69
8	1 + 350,00	25,00	91,61	2,6526	9,7200	91,25	6,98
S ₂	1 + 366,17	16,17	107,78	1,7159	11,4358	107,20	9,65

Tabela 14. Dane do tyczenia punktów pośrednich metodą rzędnych od stycznej na odcinku S_2KKP_2 łuku kołowego

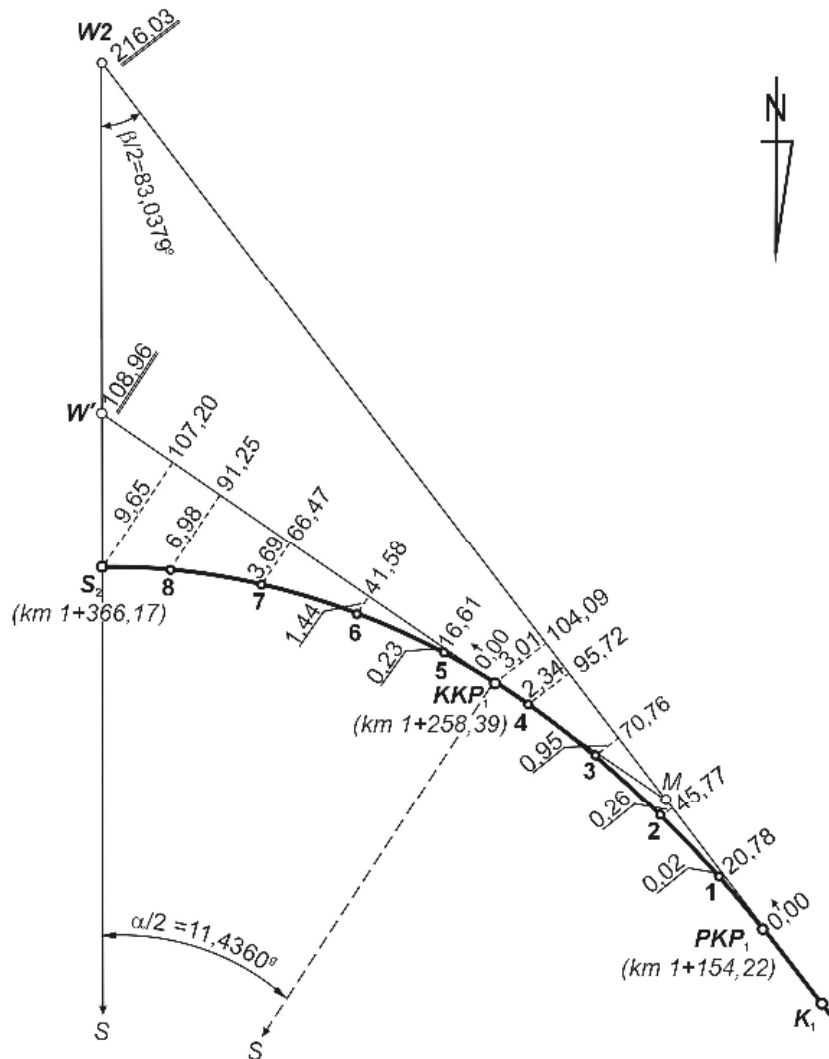
Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma \Delta L$ [m]	$\Delta \alpha$ [°]	$\Sigma \Delta \alpha$ [°]	x_i [m]	y_i [m]
KKP ₂	1 + 473,95	-	-	-	-	-	-
12	1 + 450,00	23,95	23,95	2,5413	2,5413	23,95	0,48
11	1 + 425,00	25,00	48,95	2,6526	5,1939	48,90	2,00
10	1 + 400,00	25,00	73,95	2,6526	7,8465	73,76	4,55
9	1 + 375,00	25,00	98,95	2,6526	10,4991	98,50	8,14
S ₂	1 + 366,17	8,83	107,78	0,9367	11,4358	107,20	9,65

Szkic nr 5

**SZKIC DOKUMENTACYJNY ŁUKU KOŁOWEGO
Z SYMETRYCZNYMI KLOTIDAMI**

(km 1+154 - 1+366)

Wyznaczenie punktów pośrednich na I połowie zespołu krzywych
metodą rzędnych od stycznej



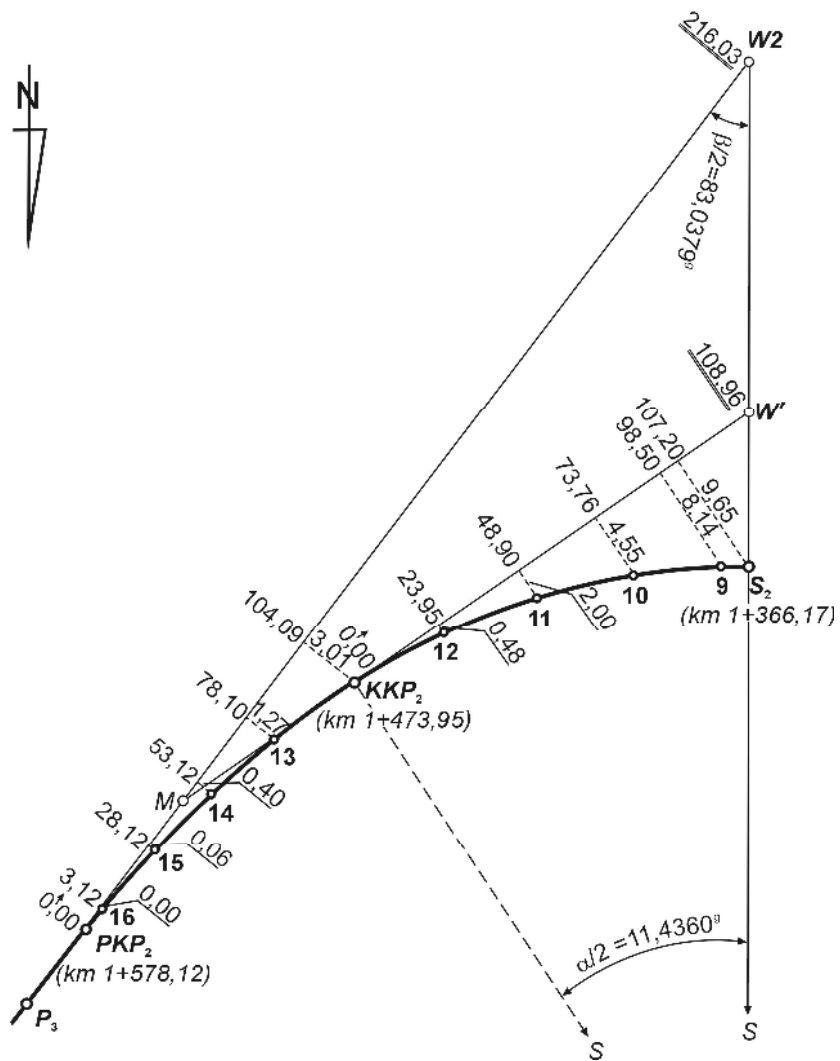
Rys. 29. Szkic dokumentacyjny wyznaczenia punktów pośrednich na I połowie zespołu krzywych metodą rzędnych od stycznej

Szkic nr 6

**SZKIC DOKUMENTACYJNY ŁUKU KOŁOWEGO
Z SYMETRYCZNYMI KLOTOIDAMI**

(km 1+366 - 1+578)

Wyznaczenie punktów pośrednich na II połowie zespołu krzywych
metodą rzędnych od stycznej



Rys. 30. Szkic dokumentacyjny wyznaczenia punktów pośrednich na II połowie zespołu krzywych metodą rzędnych od stycznej

Do wyznaczenia położenia punktów pośrednich w łuku koszowym zdecydowano się wykorzystać dla jednego łuku metodę przecięć kierunków, natomiast dla drugiego łuku metodę od przedłużonej cięciwy.

Dla łuku o promieniu $R_1 = 1500$ m i kącie $\alpha_1 = 9,0045^\circ$ do wytyczenia punktów pośrednich metodą przecięć kierunków obliczono kąty φ_i i ε_i zgodnie z wzorami (1.52) i (1.53) oraz dopełnienia tych kątów do 400° . Odległość między punktami pośrednimi przyjęto $\Delta L = 25$ m przy założeniu ich pełnego pikietażu.

Uzyskane wyniki zestawiono w tabeli 15 oraz zamieszczono na szkicu dokumentacyjnym nr 7 (rys. 31).

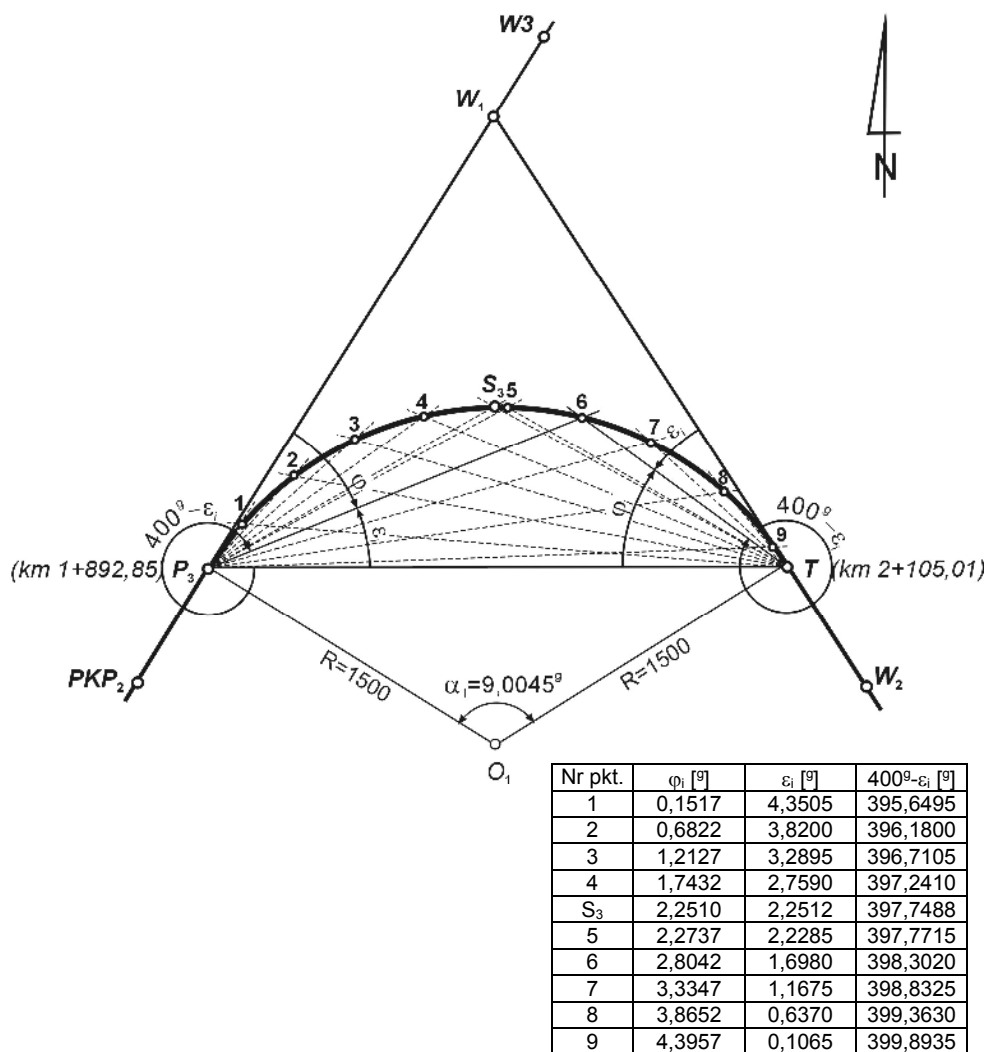
Tabela 15. Dane do tyczenia punktów pośrednich metodą przecięć kierunków

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma \Delta L$ [m]	φ_i [$^\circ$]	$\Sigma \varphi_i$ [$^\circ$]	$\varepsilon_i = \alpha/2 - \Sigma \varphi_i$ [$^\circ$]	$400^\circ - \varphi_i$ [$^\circ$]	$400^\circ - \varepsilon_i$ [$^\circ$]
P ₃	1 + 892,85	-	-	-	-	-	-	-
1	1 + 900,00	7,15	7,15	0,1517	0,1517	4,3505	399,8483	395,6495
2	1 + 925,00	25,00	32,15	0,5305	0,6822	3,8200	399,3178	396,1800
3	1 + 950,00	25,00	57,15	0,5305	1,2127	3,2895	398,7873	396,7105
4	1 + 975,00	25,00	82,15	0,5305	1,7432	2,7590	398,2568	397,2410
S ₃	1 + 998,93	23,93	106,08	0,5078	2,2510	2,2512	397,7490	397,7488
5	2 + 0,00	1,07	107,15	0,0227	2,2737	2,2285	397,7263	397,7715
6	2 + 25,00	25,00	132,15	0,5305	2,8042	1,6980	397,1958	398,3020
7	2 + 50,00	25,00	157,15	0,5305	3,3347	1,1675	396,6653	398,8325
8	2 + 75,00	25,00	182,15	0,5305	3,8652	0,6370	396,1348	399,3630
9	2 + 100,00	25,00	207,15	0,5305	4,3957	0,1065	395,6043	399,8935
T	2 + 105,01	5,01	212,16	0,1063	4,5022	0,0000	395,4978	400,0000

Szkic nr 7

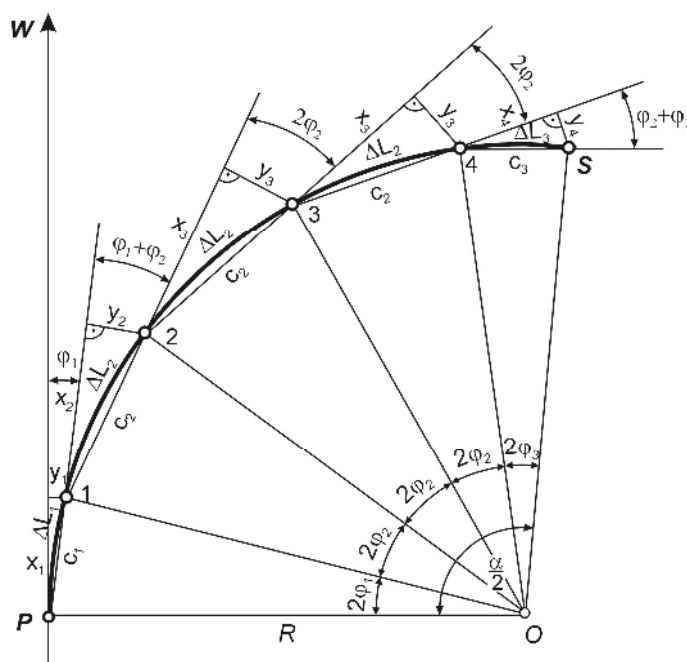
SZKIC DOKUMENTACYJNY ŁUKU KOSZOWEGO

(km 1+893 - 2+105)

Wyznaczenie punktów pośrednich na I łuku kołowym
metodą przecięć kierunków

Rys. 31. Szkic dokumentacyjny wyznaczenia punktów pośrednich na łuku koszowym metodą przecięć kierunków – łuk 1

Dla łuku o promieniu $R_2 = 1000$ m i kącie $\alpha_2 = 16,3009^\circ$ wybrano, do wytyczenia punktów pośrednich w odstępach $\Delta L = 25$ m wg pełnego pikietażu, metodę od przedłużonej cięciwy. Przygotowanie danych do tyczenia punktów pośrednich tą metodą dla równych odcinków ΔL na łuku scharakteryzowano na str. 24 niniejszego skryptu. W rozpatrywanym przypadku musimy przygotować dane do tyczenia punktów pośrednich sposobem pełnego pikietażu, zatem pierwsza i ostatnia odległość ΔL będzie różniła się od pozostałych. Zależności kąto- liniowe jakie występują w takim przypadku zaprezentowano na poniższym rysunku oraz opisano wzorami.



Rys. 32. Tyczenie punktów pośrednich metodą od przedłużonej cięciwy sposobem pełnego pikietażu

$$\varphi_1 = \frac{\Delta L_1}{2R} \rho, \quad \varphi_2 = \frac{\Delta L_2}{2R} \rho, \quad \varphi_3 = \frac{\Delta L_3}{2R} \rho$$

$$c_1 = 2R \cdot \sin \varphi_1, \quad c_2 = 2R \cdot \sin \varphi_2, \quad c_3 = 2R \cdot \sin \varphi_3$$

$$x_1 = c_1 \cdot \cos \varphi_1 \quad x_2 = c_2 \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$y_1 = c_1 \cdot \sin \varphi_1 \quad y_2 = c_2 \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$x_3 = c_2 \cdot \cos 2\varphi_2 \quad x_4 = c_3 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_3)$$

$$y_3 = c_2 \cdot \sin 2\varphi_2 \quad y_4 = c_3 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_3)$$

W metodzie tyczenia punktów pośrednich od przedłużonej cięciwy na kolejny tyczony punkt przenoszą się błędy wytyczenia punktów poprzednich. Z tego względu zdecydowano się wyznaczyć dane do tyczenia nie od punktu początkowego do końcowego, tylko oddzielnie od tych punktów do środka okręgu. Uzyskane dane zestawiono w tabeli 16 i 17 oraz zapisano na szkicu dokumentacyjnym nr 8 (rys. 33).

Tabela 16. Dane do tyczenia punktów pośrednich metodą od przedłużonej cięciwy na odcinku TS_4 łuku kołowego

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma\Delta L$ [m]	φ_i [°]	$\varphi_i + \varphi_{i-1}$ [°]	c_i [m]	x_i [m]	y_i [m]
T	2 + 105,01	-	-	-	-	-	-	-
1	2 + 125,00	19,99	19,99	0,6364	0,6363	19,99	19,99	0,20
2	2 + 150,00	25,00	44,99	0,7958	1,4321	25,00	24,99	0,56
3	2 + 175,00	25,00	69,99	0,7958	1,5916	25,00	24,99	0,62
4	2 + 200,00	25,00	94,99	0,7958	1,5916	25,00	24,99	0,62
5	2 + 225,00	25,00	119,99	0,7958	1,5916	25,00	24,99	0,62
S_4	2 + 233,04	8,04	128,03	0,2558	1,0516	8,04	8,04	0,13

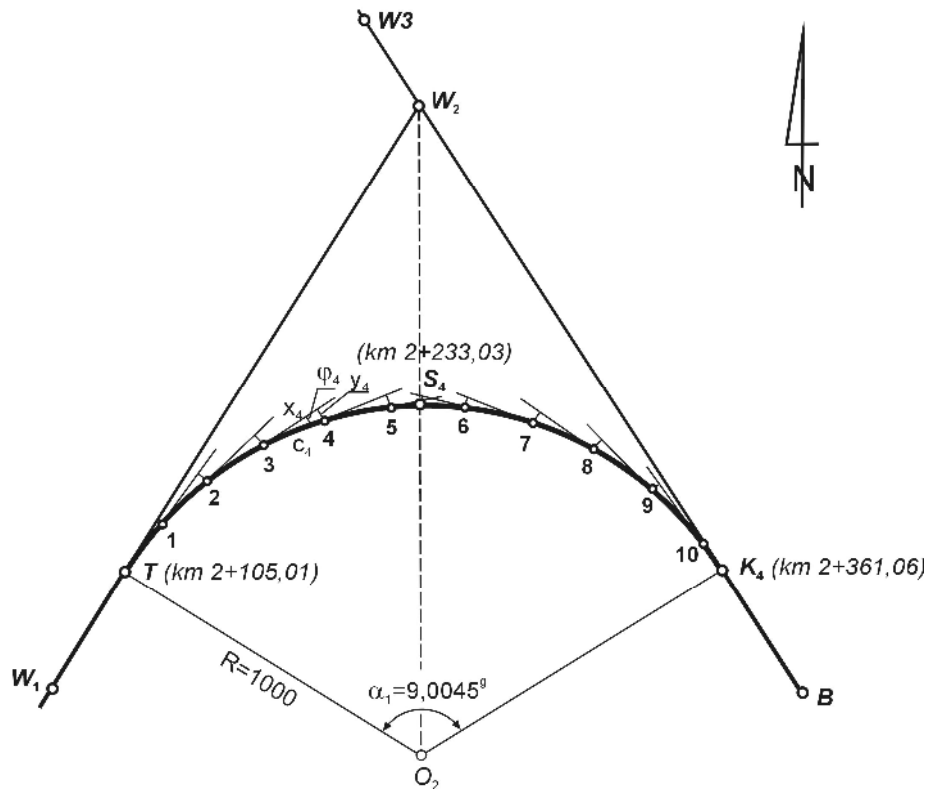
Tabela 17. Dane do tyczenia punktów pośrednich metodą od przedłużonej cięciwy na odcinku S_4K_3 łuku kołowego

Nr pkt.	Kilometraż	ΔL [m]	$\Sigma\Delta L$ [m]	φ_i [°]	$\varphi_i + \varphi_{i-1}$ [°]	c_i [m]	x_i [m]	y_i [m]
K_3	2 + 361,06	-	-	-	-	-	-	-
10	2 + 350,00	11,06	11,06	0,3521	0,3521	11,06	11,06	0,06
9	2 + 325,00	25,00	36,06	0,7958	1,1479	25,00	25,00	0,45
8	2 + 300,00	25,00	61,06	0,7958	1,5916	25,00	24,99	0,62
7	2 + 275,00	25,00	86,06	0,7958	1,5916	25,00	24,99	0,62
6	2 + 250,00	25,00	111,06	0,7958	1,5916	25,00	24,99	0,62
S_4	2 + 233,04	16,96	128,02	0,5400	1,3358	16,96	16,96	0,36

Szkic nr 8

SZKIC DOKUMENTACYJNY ŁUKU KOSZOWEGO

(km 2+105 - 2+361)

Wyznaczenie punktów pośrednich na II łuku kołowym
metodą od przedłużonej cięciwy

Nr pkt.	φ [°]	c_i [m]	x_i [m]	y_i [m]
1	0,6363	19,99	19,99	0,20
2	1,4321	25,00	24,99	0,56
3,4,5	1,5916	25,00	24,99	0,62
S_4	1,0516	8,04	8,04	0,13

Nr pkt.	φ [°]	c_i [m]	x_i [m]	y_i [m]
10	0,3521	11,06	11,06	0,06
9	1,1479	25,00	25,00	0,45
8,7,6	1,5916	25,00	24,99	0,62
S_4	1,3358	16,96	16,96	0,36

Rys. 33. Szkic dokumentacyjny wyznaczenia punktów pośrednich na łuku koszowym metodą od przedłużonej cięciwy – łuk 2

Do geodezyjnego opracowania projektu trasy drogowej można wykorzystać popularne wśród geodetów oprogramowanie jakim jest C-Geo. Program ten posiada moduł „Projektowanie tras”, który pozwala na wyznaczenie punktów głównych oraz pośrednich trasy zadanej przez wierzchołki i parametry krzywych. Na rys. 34 zaprezentowano projekt rozpatrywanej trasy drogowej. W zakładce „trasa” wprowadzono punkt początkowy *A* oraz jego hektometr (0+000), następnie wprowadzono kolejne punkty załamania trasy i punkt końcowy *B*. W poszczególnych wierzchołkach załamań należy wprowadzić odpowiednie parametry, które definiują daną krzywą. W wierzchołku *W1* łuk kołowy zdefiniowano poprzez podanie promienia i kąta zwrotu stycznych. Natomiast w wierzchołku *W2* zespół krzywych składający się z dwóch kłotoid symetrycznych i łuku kołowego zdefiniowano poprzez wprowadzenie długości poszczególnych krzywych i promienia. W wierzchołku *W3* projektowany jest łuk koszowy, lecz niestety moduł tego programu nie posiada takiej możliwości. W związku z tym na podstawie rys. 26 wyznaczono i wprowadzono dodatkowe dwa załamania trasy *W1'* i *W2'*, w które zaprojektowano dwa łuki kołowe o różnych promieniach ze wspólnym punktem styczności, uzyskując w konsekwencji łuk koszowy.

Lp	Hekt	Metr	Nr	X	Y	H	R	K1	Ł	K2	Gamma	Uwagi
1	0	0,00	A	6000800,00	5577000,00							początek
2	0	0,00	w1	6000870,20	5577500,00		1100,00				22,1735	
3			w2	6000690,00	5578350,40		600,00	104,17	215,56	104,17	-33,9243	
4	21	52,85	w1'	6000892,84	5578954,26		1500,00				9,0045	
5			w2'	6000935,52	5579185,34		1000,00				16,3009	
6	26	78,40	B	6000902,80	5579630,20							koniec
7												
8												
9												

Rys. 34. Projektowanie trasy drogowej w programie C-Geo

Po wykonaniu obliczeń w zakładce „punkty główne” uzyskujemy współrzędne punktów stanowiących początki, końce i środki poszczególnych krzywych (rys. 35).

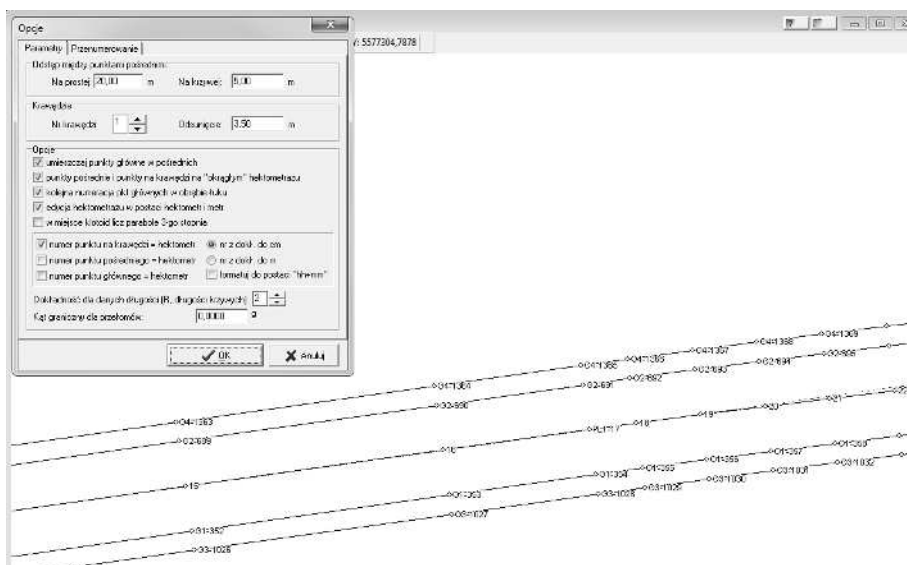
Lp	Hekt	Metr	Numer	X	Y	H	Uwagi
1	3	11,38	PL1-8	6000843,29	5577308,35		Początek łuku
2	5	2,94	S1-19	6000853,32	5577499,41		Środek łuku
3	6	94,51	KL1-29	6000830,08	5577689,32		Koniec łuku
4	11	54,23	PK1-40	6000734,78	5578139,06		Początek kłotoidy
5	12	58,40	KK1-46	6000716,15	5578241,51		Koniec kłotoidy
6	14	73,96	KK2-58	6000728,50	5578455,56		Koniec kłotoidy
7	15	78,13	PK2-64	6000758,79	5578555,19		Początek kłotoidy
8	18	92,85	PL3-71	6000859,00	5578853,53		Początek łuku
9	19	98,93	S3-77	6000889,20	5578955,20		Środek łuku
10	21	5,02	KL3-84	6000912,14	5579058,75		Koniec łuku
11	21	5,02	PL3-85	6000912,14	5579058,75		Początek łuku
12	22	33,04	S3-92	6000927,28	5579185,79		Środek łuku
13	23	61,07	KL3-100	6000926,08	5579313,72		Koniec łuku

Rys. 35. Wyznaczenie współrzędnych punktów głównych trasy

Podczas realizacji inwestycji drogowych geodeta musi dokonać tyczenia różnych elementów trasy np. osi trasy, krawężni jezdni, krawężni poboczy itp. Wymaga to obliczenia współrzędnych punktów, które reprezentują daną prostą lub krzywą. W module „Projektowanie tras” istnieje możliwość wygenerowania punktów pośrednich o zadanej gęstości na osi trasy oraz odsuniętych o stałą wielkość od osi trasy. W założeniach projektowych szerokość jednego pasa ruchu wynosi 3,50 m, a szerokość pobocza 1,50 m. W opcjach „odsunięcie od osi trasy” ustawiono odpowiednie wielkości i wygenerowano zbiór punktów prezentujących cztery krawężnie i oś trasy (rys. 35 i 36). Tak przygotowane dane mogą już posłużyć bezpośrednio do tyczenia w odniesieniu do osnowy realizacyjnej przy wykorzystaniu np. tachimetrii lub techniki GPS RTK. Poza tym, w programie C-Geo przy wykorzystaniu dostępnych modułów obliczeniowych współrzędne tych punktów można wykorzystać do obliczenia danych do ich tyczenia np. metodą biegunową lub ortogonalną.

Lp	Hekt	Metr	Numer	X	Y	H	Uwagi
1	0	0,00	1	6000800,00	5577000,00	50,200	Prosta
2	0	75,00	2	6000810,43	5577074,27	50,875	Prosta
3	1	50,00	3	6000820,86	5577148,54	51,700	Prosta
4	2	25,00	4	6000831,28	5577222,81	52,600	Prosta
5	3	0,00	5	6000841,71	5577297,09	53,500	Prosta
6	3	11,38	PL1-6	6000843,29	5577308,35	53,700	Łuk kątowy
7	3	20,00	7	6000844,46	5577316,90	53,836	Łuk kątowy
8	3	30,00	8	6000845,73	5577326,82	53,994	Łuk kątowy

Rys. 36. Wyznaczenie punktów pośrednich – obliczenia



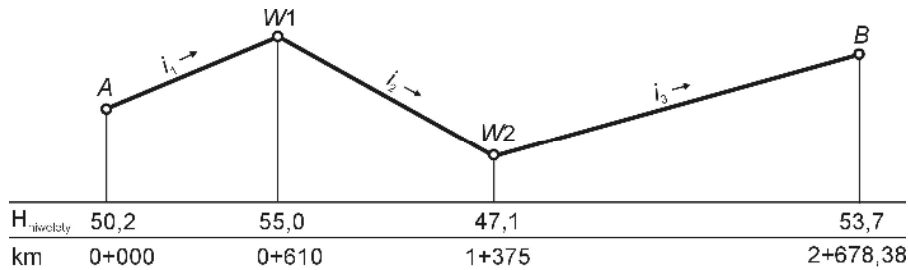
Rys. 37. Wyznaczenie punktów pośrednich – szkic

Opracowanie trasy drogowej w płaszczyźnie pionowej

Opracowanie trasy drogowej w płaszczyźnie pionowej wykonuje się w następującej kolejności:

- wykonanie profilu podłużnego istniejącego terenu,
- zaprojektowanie przebiegu niwelety oraz wykonanie niezbędnych obliczeń obejmujących m.in.:
 - wyznaczenie spadków podłużnych,
 - wyznaczenie punktów głównych łuku pionowego,
 - wyznaczenie punktów pośrednich łuku pionowego,
 - wyznaczenie punktu zerowego robót ziemnych,
- wykonanie profili poprzecznych.

Do opracowania profilu podłużnego wykorzystano program DrogaN. Proponowaną alternatywą programu DrogaN dla studentów w realizacji tego zadania może być program C-Geo (moduł „Przekroje pionowe”) lub Drogownictwo2000. W pierwszej kolejności na podstawie mapy sytuacyjno-wysokościowej określono rzędne charakterystycznych punktów trasy i zestawiono je w tabeli 18. Dane te wprowadzono do programu i wygenerowano profil rzeźby istniejącego terenu. Następnie zaprojektowano przebieg niwelety wskazując punkty załamania niwelety i przyjmując ich rzędną projektową. Kolejno sprawdzono w programie bilans robót ziemnych, dążąc do równowagi objętości wykopów i nasypów. Na rys. 39 zaprezentowano okno programu z realizowanym projektem.



Rys. 38. Przybliżony przebieg niwelety

Dysponując kilometrażem oraz rzędnymi punktu początkowego A i końcowego B oraz załomów niwelety $W1$ i $W2$ możemy obliczyć spadki podłużne, a następnie rzędne projektowe charakterystycznych punktów.

Zgodnie z wzorem (1.58) spadki poszczególnych odcinków niwelety wynoszą:

$$i_1 = \frac{\Delta h_{AW1}}{d_{AW1}} = \frac{4,8}{610,00} \cdot 100\% = 0,787\%$$

$$i_2 = \frac{\Delta h_{W1W2}}{d_{W1W2}} = \frac{-7,9}{765,00} \cdot 100\% = -1,033\%$$

$$i_3 = \frac{\Delta h_{W2B}}{d_{W2B}} = \frac{6,6}{1303,38} \cdot 100\% = 0,506\%$$

Wysokości charakterystycznych punktów niwelety wyznacza się natomiast ze wzoru (1.62).

Wynikami powyższych obliczeń uzupełniono tabelę 18. W programie DrogaN obliczenia te są wykonywane automatycznie.

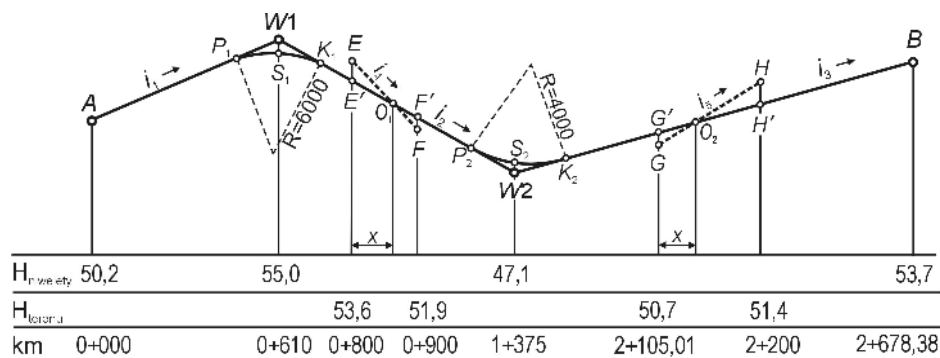
Tabela 18. Rzędne terenu i niwelety w charakterystycznych punktach trasy drogowej

Oznaczenie pkt.	Kilometraż	$H_{\text{ter}} [\text{m}]$	i	$d [\text{m}]$	$H_{\text{niw}} [\text{m}]$	$H_{\text{niw}} - H_{\text{ter}} [\text{m}]$
A	0 + 000	50,2	0,787%	0,00	50,20	0,00
	0 + 100	51,1		100,00	50,99	-0,11
	0 + 200	52,3		200,00	51,77	-0,53
	0 + 300	53,5		300,00	52,56	-0,94
P_1	0 + 311,37	53,7		311,37	52,65	-1,05
	0 + 400	55,1		400,00	53,35	-1,75
	0 + 500	57,1		500,00	54,14	-2,97
S_1	0 + 502,94	57,2		502,94	54,16	-3,04
	0 + 600	57,2		600,00	54,92	-2,28
	W1 – załom niwelety	0 + 610		–	610,00	55,00

Tabela 18. cd. Rzędne terenu i niwelety w charakterystycznych punktach trasy drogowej

Oznaczenie pkt.	Kilometraż	H _{ter} [m]	i	d [m]	H _{niw} [m]	H _{niw} - H _{ter} [m]	
W1 – załom niwelety	0 + 610	–	-1,033%	0,00	55,00	–	
K ₁	0 + 694,50	55,2		84,50	54,13	-1,07	
	0 + 700	55,1		90,00	54,07	-1,03	
	0 + 800	53,6		190,00	53,04	-0,56	
	0 + 900	51,9		290,00	52,00	0,10	
	1 + 000	50,4		390,00	50,97	0,57	
	1 + 100	48,7		490,00	49,94	1,24	
PKP ₁	1 + 154,22	47,8		544,22	49,38	1,58	
	1 + 200	47,1		590,00	48,91	1,81	
KKP ₁	1 + 258,39	46		648,39	48,30	2,30	
	1 + 300	45,3		690,00	47,87	2,57	
S ₂	1 + 366,17	44,7		756,17	47,19	2,49	
W2 – załom niwelety	1 + 375	–			765,00	47,10	–
W2 – załom niwelety	1 + 375	–		0,506%	0,00	47,10	–
	1 + 400	45,2	25,00		47,23	2,03	
	KKP ₂	1 + 473,95	46,2		98,95	47,60	1,40
1 + 500		46,4	125,00		47,73	1,33	
PKP ₂	1 + 578,12	47,4	203,12		48,13	0,73	
	1 + 600	47,6	225,00		48,24	0,64	
	1 + 700	48,4	325,00		48,74	0,34	
	1 + 800	49	425,00		49,25	0,25	
P ₃	1 + 892,84	49,6	517,84		49,72	0,12	
	1 + 900	49,6	525,00		49,76	0,16	
S ₃	1 + 998,93	50,2	623,93		50,26	0,06	
	2 + 000	50,2	625,00		50,26	0,06	
	2 + 100	50,7	725,00		50,77	0,07	
	T	2 + 105,01	50,7		730,01	50,79	0,09
2 + 200		51,4	825,00		51,27	-0,13	
S ₄	2 + 233,03	51,6	858,03		51,44	-0,16	
	2 + 300	51,9	925,00		51,78	-0,12	
K ₄	2 + 361,06	52,3	986,06		52,09	-0,21	
	2 + 400	52,5	1025,00		52,29	-0,21	
	2 + 500	53,1	1125,00		52,79	-0,31	
	2 + 600	53,5	1225,00	53,30	-0,20		
B	2 + 678,38	53,7	1303,38	53,7	0,00		

W załomach niwelety zaprojektowano łuki pionowe oraz wyznaczono ich punkty główne i pośrednie. W załom $W1$ wpasowano łuk wypukły o promieniu $R = 6000$ m, natomiast w załom $W2$ łuk wklęsły o promieniu $R = 4000$ m.



Rys. 40. Wpasowanie łuków pionowych w projekt niwelety

Obliczenia punktów głównych łuków pionowych wykonano zgodnie wzorami (1.66), (1.67), zaś uzyskane wyniki przedstawiono poniżej:

- łuk wypukły:

$$t = \frac{6000}{2} \cdot (0,787\% + 1,033\%) = 54,60 \text{ m}$$

$$W1S_1 = \frac{54,60^2}{1200} = 0,25 \text{ m}$$

$$H_{P_1} = H_{W1} - i_1 \cdot t = 55,0 - 0,787\% \cdot 54,60 = 54,57 \text{ m}$$

$$H_{K_1} = H_{W1} + i_2 \cdot t = 55,0 - 1,033\% \cdot 54,60 = 54,44 \text{ m}$$

$$H_{S_1} = H_{W1} - W1S_1 = 55,0 - 0,25 = 54,75 \text{ m}$$

$$km P_1 = km W1 - t = 0 + 555,40$$

$$km K_1 = km W1 + t = 0 + 664,60$$

$$km S_1 = km W1 = 0 + 610,00$$

- łuk wklęsły:

$$t = \frac{4000}{2} \cdot (1,033\% + 0,506\%) = 30,78 \text{ m}$$

$$W2S_2 = \frac{30,78^2}{8000} = 0,12 \text{ m}$$

$$H_{P_2} = H_{W2} - i_2 \cdot t = 47,1 + 1,033\% \cdot 30,78 = 47,42 \text{ m}$$

$$H_{K_2} = H_{W2} + i_3 \cdot t = 47,1 + 0,506\% \cdot 30,78 = 47,26 \text{ m}$$

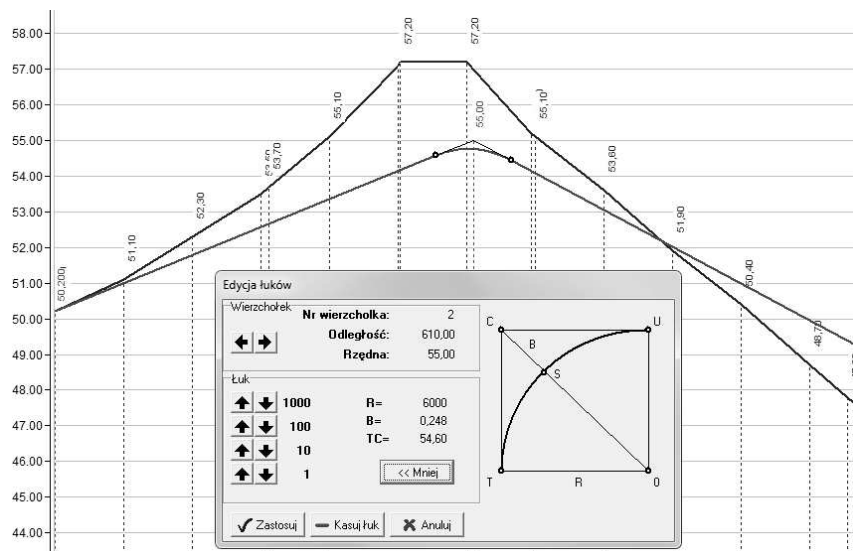
$$H_{S_2} = H_{W_2} + W_2 S_2 = 47,1 + 0,12 = 47,22 \text{ m}$$

$$km P_2 = km W_2 - t = 1 + 344,22$$

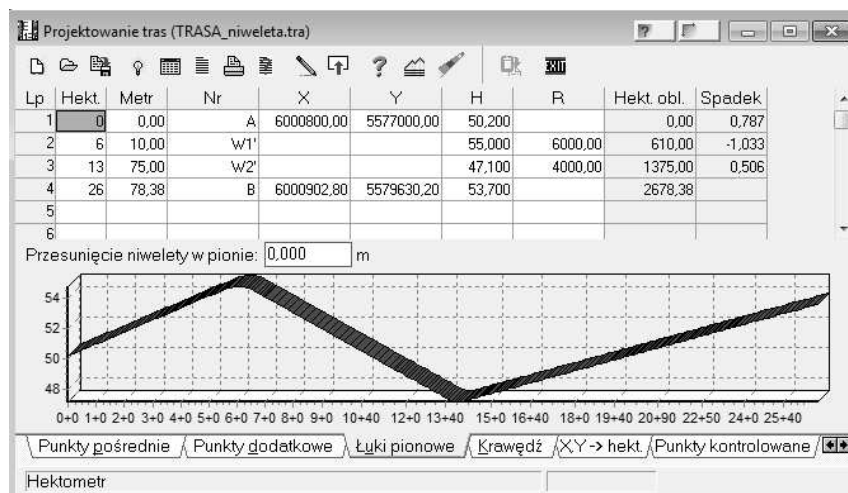
$$km K_2 = km W_2 + t = 1 + 405,78$$

$$km S_2 = km W_2 = 1 + 375,00$$

W programie DrogaN istnieje możliwość wpasowania w załom niwelety pionowego łuku kołowego i wyznaczenie jego podstawowych wielkości, co zaprezentowano na rys. 41. Natomiast na rys. 42 zaprezentowano przykład projektowania łuków pionowych w programie C-Geo.



Rys. 41. Wpasowanie pionowego łuku kołowego w załom niwelety przy wykorzystaniu programu DrogaN



Rys. 42. Wpasowanie pionowego łuku kołowego w załom niwelety przy wykorzystaniu programu C-Geo

Punkty pośrednie na łukach pionowych wyznaczono w odstępach co 25 m, korzystając ze wzoru (1.68). Obliczone wartości rzędnych punktów pośrednich zestawiono w tabeli 19 dla łuku pionowego wypukłego, a w tabeli 20 dla łuku pionowego wklęsłego.

Tabela 19. Dane do tyczenia punktów pośrednich w pionowym wypukłym łuku kołowym

Nr pkt.	Kilometraż	x [m]	y [m]	i [%]	$H_{M'}$ [m]	H_M [m]
P ₁	0 + 555,40	0,00	0,00	0,787	54,57	54,57
1	0 + 575,00	19,60	0,03	0,787	54,72	54,69
2	0 + 600,00	44,60	0,17	0,787	54,92	54,76
S ₁	0 + 610,00	54,60	0,25	0,787 / -1,033	55,00	54,75
3	0 + 625,00	39,60	0,13	-1,033	54,85	54,71
4	0 + 650,00	14,60	0,02	-1,033	54,59	54,57
K ₁	0 + 664,60	0,00	0,00	-1,033	54,44	54,44

Tabela 20. Dane do tyczenia punktów pośrednich w pionowym wklęsłym łuku kołowym

Nr pkt.	Kilometraż	x [m]	y [m]	i [%]	H _{M'} [m]	H _M [m]
P ₂	1 + 344,22	0,00	0,00	-1,033	47,42	47,42
1	1 + 350,00	5,78	0,004	-1,033	47,36	47,36
S ₂	1 + 375,00	30,78	0,12	-1,033 / 0,506	47,10	47,22
2	1 + 400,00	5,78	0,004	0,506	47,23	47,23
K ₂	1 + 405,78	0,00	0,00	0,506	47,26	47,26

Kolejnym zadaniem jest wyznaczenie miejsc przecięcia niwelety z istniejącym terenem. W projektowanej trasie drogowej występują dwa punkty zerowych robot ziemnych: O_1 i O_2 . Obliczenia kilometrażu i wysokości tych punktów zgodnie z wzorem (1.64) oraz oznaczeniami zamieszczonymi na rys. 40 przedstawiono poniżej:

- punkt O_1 zerowych robot ziemnych:

$$H_{E'} = 55,0 - 1,033\% \cdot 190,00 = 53,04 \text{ m}$$

$$H_{F'} = 55,0 - 1,033\% \cdot 290,00 = 52,00 \text{ m}$$

$$\Delta h_{EE'} = 53,6 - 53,04 = 0,56 \text{ m}$$

$$\Delta h_{F'F} = 52,00 - 51,9 = 0,10 \text{ m}$$

$$x = \frac{100,00 \cdot 0,56}{0,56 + 0,10} = 84,85 \text{ m}$$

$$km O_1 = km E + x = 0 + 884,85$$

$$H_{O_1} = 53,04 - 1,033\% \cdot 84,85 = 52,16 \text{ m}$$

kontrola:

$$i_4 = \frac{\Delta h_{EF}}{d_{EF}} \cdot 100\% = \frac{-1,7}{100} \cdot 100\% = -1,700\%$$

$$H_{O_1} = H_E + i_4 \cdot x = 53,6 - 1,700\% \cdot 84,85 = 52,16 \text{ m}$$

- punkt O_2 zerowych robot ziemnych:

$$H_{G'} = 47,1 + 0,506\% \cdot 730,01 = 50,79 \text{ m}$$

$$H_{H'} = 47,1 + 0,506\% \cdot 825,00 = 51,27 \text{ m}$$

$$\Delta h_{GG'} = 50,7 - 50,80 = -0,09 \text{ m}$$

$$\Delta h_{HH'} = 51,4 - 51,27 = -0,13 \text{ m}$$

$$x = \frac{94,99 \cdot 0,09}{0,09 + 0,13} = 38,86 \text{ m}$$

$$km O_2 = km G + x = 2 + 143,87$$

$$H_{O_2} = 50,79 + 0,506\% \cdot 38,86 = 50,99 \text{ m}$$

kontrola:

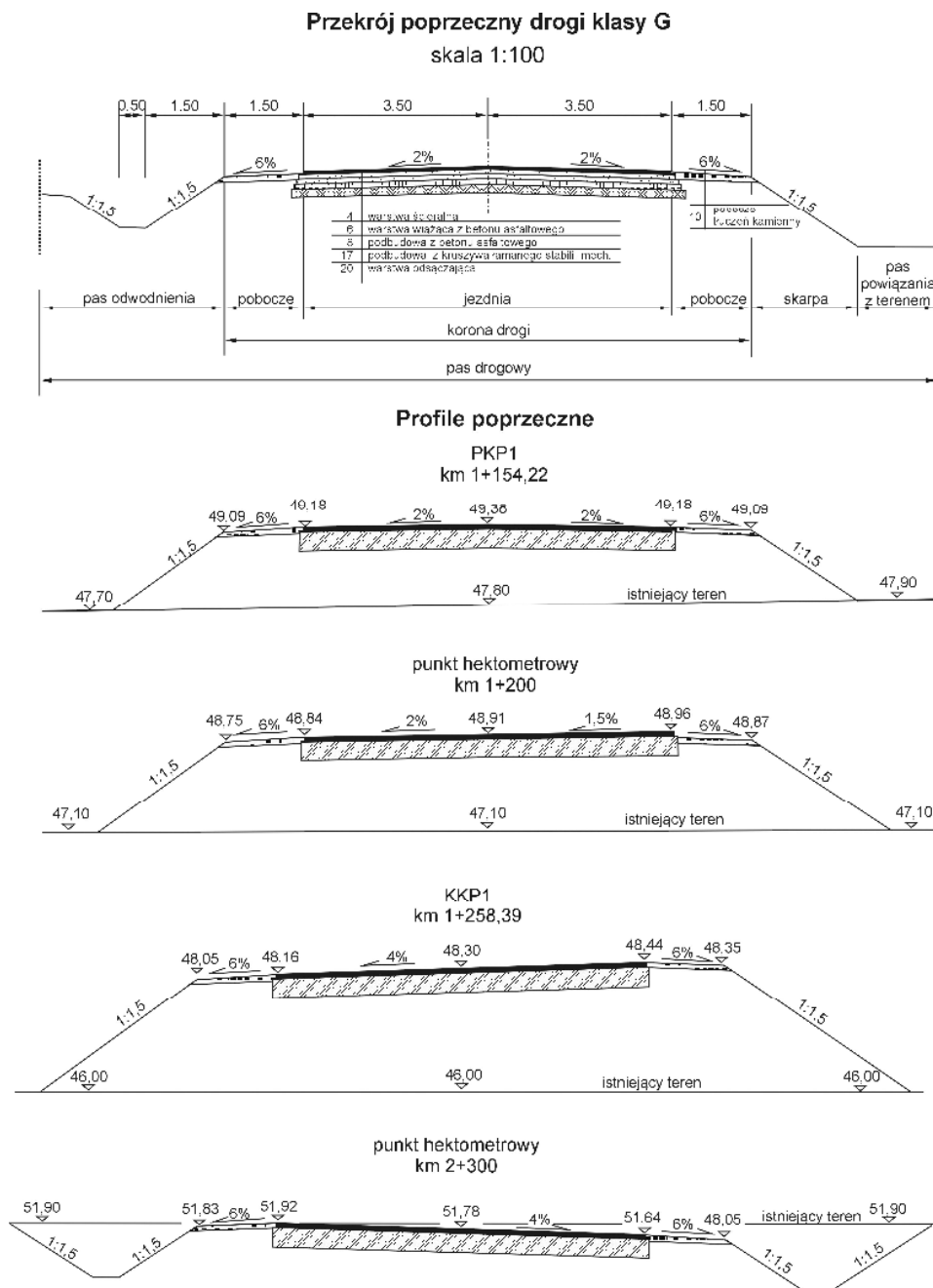
$$i_5 = \frac{\Delta h_{GH}}{d_{GH}} \cdot 100\% = \frac{0,7}{94,99} \cdot 100\% = 0,737\%$$

$$H_{O_2} = H_G + i_5 \cdot x = 50,7 + 0,737\% \cdot 38,86 = 50,99 \text{ m}$$

Obliczone wielkości wniesiono na profil podłużny opracowywanej trasy drogowej.

Ostatecznym wynikiem opracowania profilu podłużnego jest wydruk z programu DrogaN, którego część zaprezentowano na rys. 43, natomiast jego całość można pobrać ze strony <http://gik.wilSig.tu.koszalin.pl/suchockic/>. W celu odpowiedniej prezentacji w opcjach wydruku ustawiono nietypową skalę poziomą 1:2500 i pionową 1:100.

Poza profilem podłużnym należy sporządzić także profile poprzeczne. Kilka przykładowych profili umieszczono na rys. 44. Na rysunku tym na tle odwzorowania istniejącego terenu pokazano także przekrój poprzeczny drogi uzupełniony o poszczególne warstwy nawierzchni.



Rys. 44. Wybrane profile poprzeczne trasy

Skład operatu

Ostateczne opracowanie realizowane w ramach ćwiczenia powinno stanowić operat, w skład którego wchodzi:

- sprawozdanie techniczne,
- opracowanie trasy drogowej w płaszczyźnie poziomej, w tym:
 - projekt przebiegu osi trasy,
 - wykaz współrzędnych punktów trasy,
 - obliczenie odległości pomiędzy punktami oraz kątów wierzchołkowych i kątów zwrotu stycznych trasy,
 - obliczenie wartości elementów kątowych i liniowych określających położenie punktów głównych poszczególnych krzywych (łuku kołowego, łuku koszowego, łuku kołowego z dwiema symetrycznymi kłotoidami) oraz sporządzenie odpowiednich szkiców dokumentacyjnych,
 - wyznaczenie kilometrażu trasy,
 - projekt przebiegu pasa drogowego,
 - wyznaczenie położenia punktów pośrednich poszczególnych krzywych oraz sporządzenie szkiców dokumentacyjnych,
- opracowanie trasy drogowej w płaszczyźnie pionowej, w tym:
 - zestawienie rzędnych terenu i niwelety w charakterystycznych punktach trasy drogowej,
 - wyznaczenie położenia punktów głównych i pośrednich pionowego łuku kołowego,
 - wyznaczenie położenia punktu zerowego robót ziemnych,
 - profil podłużny,
 - profile poprzeczne.

2. Geodezyjne opracowanie projektu budowlanego

Cel ćwiczenia

Zadaniem ćwiczenia jest geodezyjne opracowanie projektu budowlanego w zakresie obejmującym projekt zagospodarowania działki (terenu) w układzie ramy geodezyjnej. Ma to na celu określenie danych liczbowych niezbędnych do wyznaczenia w terenie położenia projektowego charakterystycznych punktów obiektu budowlanego.

W ramach ćwiczenia należy wyróżnić następujące etapy:

1. Opracowanie projektu ramy geodezyjnej i jej pomiar.
2. Opracowanie metodą ścisłą obserwacji z pomiaru ramy geodezyjnej w celu wyznaczenia poprawek trasowania.
3. Przygotowanie danych do tyczenia obiektu budowlanego oraz dokonanie tyczenia tego obiektu w terenie.

W związku z tym, że zakres tego ćwiczenia jest dość rozległy, każdy etap można realizować oddzielnie w ramach zajęć laboratoryjnych lub ćwiczeń terenowych (praktyk).

Sprzęt pomiarowy oraz narzędzia do opracowania

Do wykonania pomiaru i opracowania danych potrzebne są:

- etap 1:
 - tachimetr,
 - cztery statywy ze spodarkami,
 - trzy reflektory,
 - dwa komplety szpilek,
 - cztery paliki i młotek,
 - cztery znaki betonowe z głowicą stalową (typ 80a) do stabilizacji punktów osnowy regularnej,
 - szpadel,
 - sznurek,
- etap 2:
 - komputer z zainstalowanym arkuszem kalkulacyjnym np. Ms Excel lub z programem do obliczeń geodezyjnych np. C-Geo, WinKalk lub GeoNet,
 - kartka papieru milimetrowego,
 - ołówek i ekierka,

- etap 3:
 - tachimetr ze statywem,
 - tyczka z reflektorem (wskazany zestaw do pomiarów realizacyjnych),
 - trzy tyczki,
 - dwie stalowe ruletki,
 - paliki i młotek.

2.1. Projekt ramy geodezyjnej i jej pomiar

Pomiary, mające na celu geodezyjne wyznaczenie obiektów budowlanych w terenie, geodezyjną obsługę budowy i montażu obiektów budowlanych, pomiaru przemieszczeń i odkształceń obiektów budowlanych oraz geodezyjną inwentaryzację powykonawczą obiektów lub elementów obiektów budowlanych, wykonuje się w oparciu o osnowę geodezyjną, pomiarową lub realizacyjną [13].

Poziomą osnowę realizacyjną mogą tworzyć punkty, których współrzędne:

- nie muszą spełniać równości z wartościami nominalnymi,
- po wyrównaniu powinny być równe założonym w projekcie wartościom nominalnym.

Osnowy, w których współrzędne punktów mają z góry narzucone wartości nominalne są realizowane w postaci regularnych figur geometrycznych. Przykładem takiego typu osnowy jest rama geodezyjna. Rama geodezyjna jest więc osnową realizacyjną w postaci prostokąta związanego geometrycznie z układem osi konstrukcyjnych obiektu budowlanego. Wymiary i kształt ramy geodezyjnej zależą głównie od wymiarów, kształtu i wysokości realizowanego obiektu budowlanego oraz od przyjętej metody tycznia lokalizującego ten obiekt w istniejących warunkach terenowych.

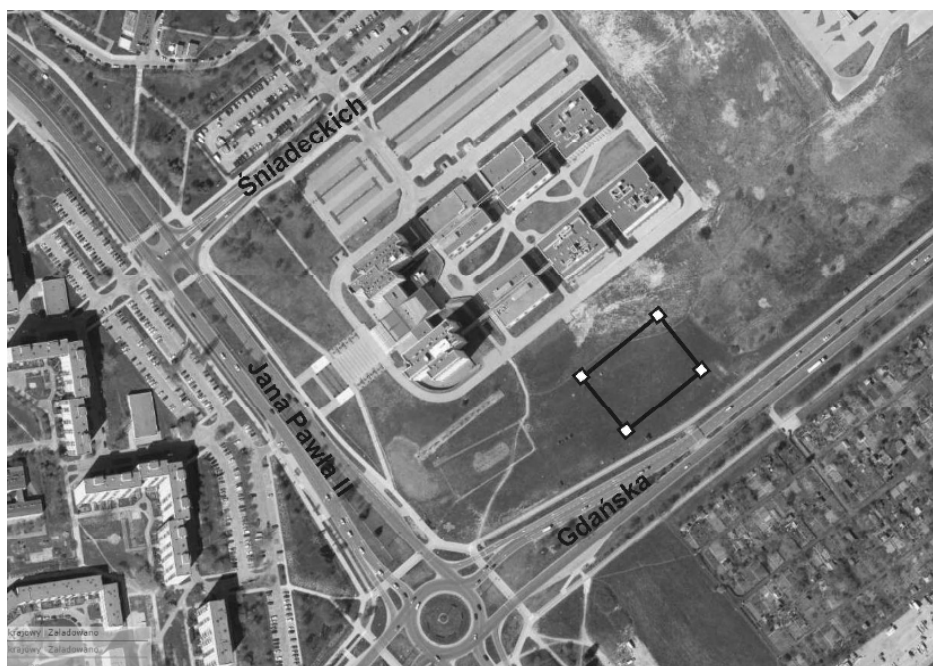
W zakresie tego etapu ćwiczenia należy:

- zaprojektować ramę geodezyjną i dokonać wstępnego wytyczenia jej punktów,
- wykonać trwałą stabilizację punktów ramy geodezyjnej,
- wykonać precyzyjny pomiar ramy jako sieci kąto-liniowej.

Przykład

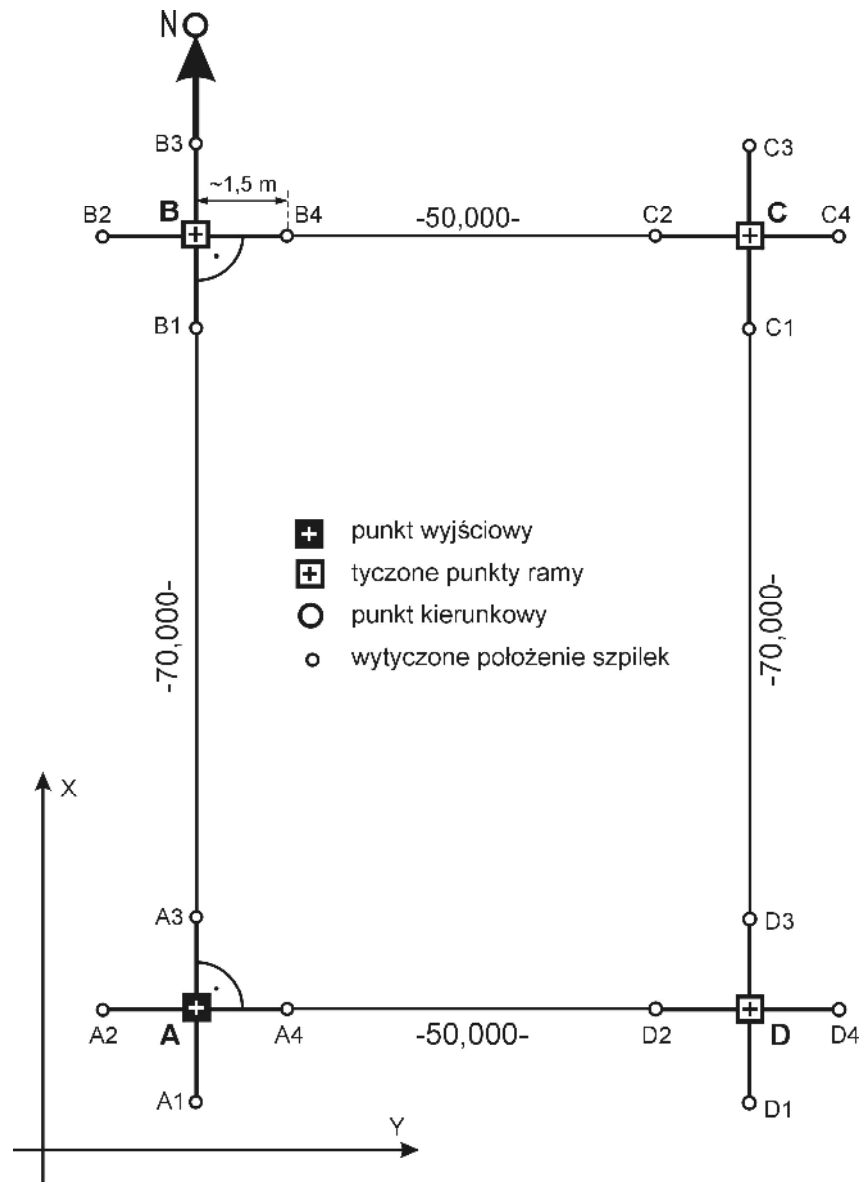
Realizacja ramy geodezyjnej została przeprowadzona przy ul. Gdańskiej na terenie kampusu Politechniki Koszalińskiej w ramach pracy dyplomowej [11]. Wymiar i kształt opracowywanej ramy geodezyjnej został uzależniony od

potrzeb dydaktycznych oraz istniejących warunków terenowych. Przybliżoną lokalizację tej osnowy zaprezentowano na rys. 45.



Rys. 45. Lokalizacja ramy geodezyjnej

Prace rozpoczęto od wskazania w terenie punktu wyjściowego A ramy geodezyjnej oraz punktu N , który wyznaczał kierunek dłuższego boku AB ramy (rys. 46). Długość boków realizowanego prostokąta przyjęto 70 m i 50 m. Podczas prac, poza punktami osnowy, zdecydowano się wytyczyć dodatkowe punkty markowane szpilkami. Punkty te znajdowały się w liniach boku osnowy i były wykorzystane jako punkty pomocnicze do trwałej stabilizacji punktów osnowy w postaci ramy geodezyjnej. Należy nadmienić, że punktom osnowy mają być nadane współrzędne nominalne i punkty te muszą zostać zastabilizowane z dokładnością zapewniającą możliwość wprowadzenia poprawek trasowania na specjalnie przygotowanej główicy znaku o wymiarach 10×10 cm [3]. Dla główicy o takim wymiarze maksymalna poprawka trasowania po osi OX i OY nie będzie mogła przekroczyć ± 50 mm.



Rys. 46. Szkic ramy geodezyjnej

Do tyczenia punktów osnowy wykorzystano tachimetr TPS 1201 firmy Leica. Prace te wykonano w kolejnych krokach:

- Po scentrowaniu i spoziomowaniu tachimetru nad punktem wyjściowym *A*, dokonano orientacji instrumentu na punkt kierunkowy *N*. Następnie

odkładając odległość 70 m wytyczono położenie punktu B , stabilizując go palikiem drewnianym. Dodatkowo wytyczono na kierunku położenie punktów $B1$ i $B3$ markując je szpilkami.

- Odkładając kąt prosty i odległość 50 m wytyczono położenie punktu D , który również zastabilizowano palikiem drewnianym. Podobnie jak wcześniej na kierunku również wytyczono położenie punktów $D2$ i $D4$.
- Scentrowano i spoziomowano tachimetr nad punktem B oraz dokonano orientacji na punkt A . Wytyczono na kierunku punkty $A1$ i $A3$ markując je szpilkami.
- Odkładając kąt prosty i odległość 50 m wytyczono położenie punktu C , który również zastabilizowano palikiem drewnianym. Podobnie jak wcześniej na kierunku również wytyczono położenie punktów $C2$ i $C4$.
- Następnie scentrowano i spoziomowano tachimetr nad punktem C i wytyczono położenie punktów $B2$ i $B4$ oraz $D1$ i $D3$.
- Podobnie wykonano pomiar na punkcie D .

Prace tyczeniowe były wykonywane w dwóch położeniach lunety. Podczas tych prac dokonano również pomiaru kontrolnego obejmującego długość boku CD ramy oraz przekątnych BD i CA .

Po wstępnym wytyczeniu wierzchołków ramy geodezyjnej przystąpiono do ich trwałej stabilizacji. Do tego celu użyto rur PCV o średnicy 160 mm, które zostały zakopane na głębokości około 1,5 m, a następnie wypełnione zaprawą betonową (rys. 47). Na górnej części znaków umieszczono specjalnie do tego celu przygotowane stalowe płyty z naniesioną siatką centymetrową oraz metalowe bolce stanowiące znaki osnowy wysokościowej (rys. 48). Przy osadzaniu płyt należało zapewnić równoległość ramion krzyża w stosunku do osi układu współrzędnych osnowy realizacyjnej. Takie usytuowanie płytki jest niezbędne do prawidłowego wnoszenia poprawek trasowania uzyskanych w wyniku wyrównania sieci regularnej [3]. Dopuszczalne skrzywienie ramion krzyża $\Delta\varphi$ wrytego na płytce w stosunku do osi układu współrzędnych oblicza się ze wzoru:

$$\Delta\varphi = \frac{2dl}{l} \rho \quad (2.1)$$

gdzie:

dl – dopuszczalna odchyłka liniowa,

l – długość boku płytki.

W tabeli 21 zestawiono dopuszczalne skrzywienie kresek krzyża wrytych na płytce stalowej o wymiarze 80 mm i 100 mm w stosunku do osi układu współrzędnych definiującego osnowę.

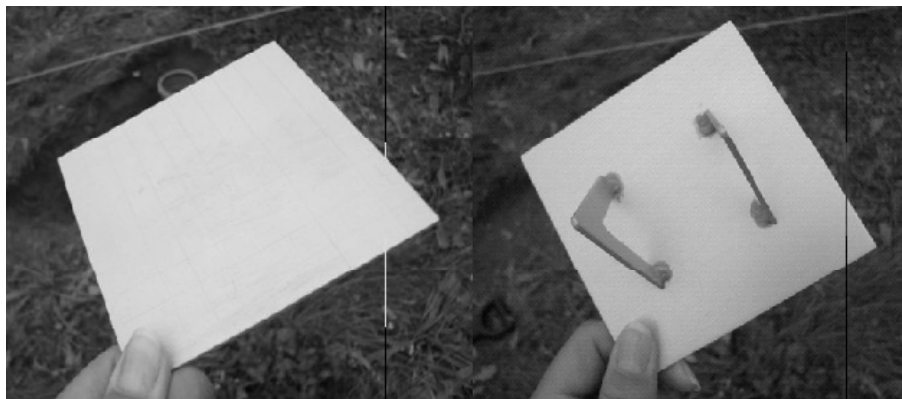
Tabela 21. Dopuszczalne skrócenie kresek krzyża względem osi układu współrzędnych

Wymiar płyty	Dopuszczalna odchyłka liniowa dl [mm]					
	0,1	0,5	1	2	5	10
80 mm	8'	25'	1,2°	2,9°	7,2°	14°
100 mm	7'	34'	1,1°	2,3°	5,7°	11°

Do precyzyjnej lokalizacji znaku w punktach ramy geodezyjnej posłużono się wcześniej wyznaczonymi punktami kierunkowymi markowanymi szpilkami (rys. 49, rys. 50).



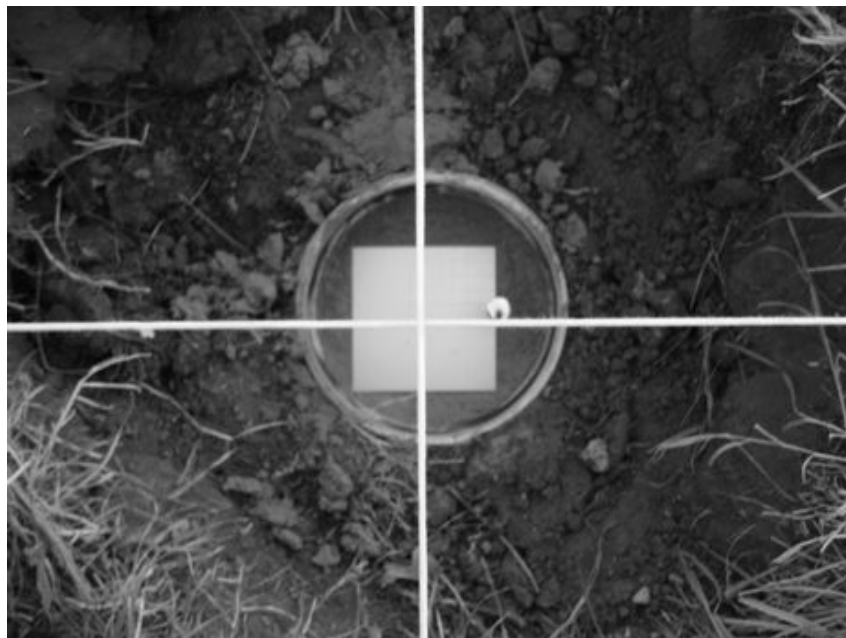
Rys. 47. Rura PCV wykorzystana do stabilizacji punktów ramy geodezyjnej (Źródło:[11])



Rys. 48. Płyta stalowa wykorzystana do stabilizacji punktów ramy geodezyjnej (Źródło:[11])



Rys. 49. Odtworzenie położenia punktu ramy geodezyjnej (Źródło:[11])



Rys. 50. Osadzenie płyty stalowej w punkcie ramy geodezyjnej (Źródło:[11])

Przed przystąpieniem do wykonania pomiarów osnowy realizacyjnej wykonawca prac jest zobowiązany do przeprowadzenia wstępnej analizy dokładności, w której powinien wskazać, jakie elementy geometryczne sieci powinny podlegać pomiarowi i z jaką dokładnością. Podczas tej analizy powinien uwzględnić również wymagane dokładności usytuowania przyszłego obiektu, jego zależności geometryczne oraz zastosowaną metodę tyczenia.

W założeniach przyjęto, że błąd położenia punktu po wyrównaniu m_x i m_y realizowanej ramy geodezyjnej nie powinien przekraczać ± 5 mm, a błąd najslabiej wyznaczonego boku sieci po wyrównaniu nie powinien przekroczyć ± 10 mm. Do pomiaru wybrano precyzyjny tachimetr o dokładności pomiaru kąta $\pm 1'$ ($3''$) i dokładności pomiaru odległości ± 2 mm + 2 ppm. Ze względu na odkryty teren na każdym stanowisku pomiarowym zdecydowano się rejestrować wszystkie obserwacje kątowe i liniowe na trzy sąsiednie punkty. Ostatecznie w rozpatrywanej ramie geodezyjnej zostanie zarejestrowanych sześć odległości i osiem kątów. Przy zastosowaniu takiego typu i tej klasy instrumentu oraz zarejestrowaniu aż dziewięciu obserwacji nadliczbowych wstępna analiza dokładności w tym przypadku staje się bezcelowa.

Przed pomiarem dokonano aklimatyzacji instrumentu i wprowadzono informację o temperaturze i ciśnieniu powietrza w celu wyznaczenia poprawki

atmosferycznej. Następnie przeprowadzono jego rektyfikację wykorzystując do tego celu zaprogramowaną w instrumencie procedurę testową tzw. łączną rektyfikację, pozwalającą określić zawarte w poniższej tabeli błędy instrumentu podczas jednego działania.

Tabela 22. Błędy instrumentu wyznaczone w łącznej rektyfikacji w tachimetrze TPS1200 firmy Leica (Źródło: [9])

Oznaczenie błędu	Rodzaj błędu
l, t	Podłużny i poprzeczny błąd kompensatora
i	Błąd indeksu – V
c	Błąd kolimacji
ATR Hz	Błąd punktu zerowego ATR dla kąta Hz – opcjonalnie
ATR V	Błąd punktu zerowego ATR dla kąta V – opcjonalnie

Pomiar wykonano przy zastosowaniu tzw. metody trzech statywów, wykorzystując do tego celu cztery statywy i cztery spodarki, które scentrowano nad punktami ramy geodezyjnej. Zaletą tej metody jest usprawnienie pomiaru, a przede wszystkim zmniejszenie błędów centrowania i wpływu tych błędów na obserwacje kątowe i liniowe [5].

Instrument wykorzystany do pomiarów jest tachimetrem zrobotyzowanym posiadającym moduł pomiarowy „monitoring”, który jest zintegrowany z programem użytkowym „pomiar stacyjny”. W module tym możliwe jest zaprogramowanie wykonania automatycznych powtarzających się pomiarów kątów i odległości do wcześniej zdefiniowanych punktów celu [9]. Dla zwiększenia dokładności i wiarygodności uzyskanych obserwacji użyto ten moduł, wykonując pomiar na każdym stanowisku w 10 seriach w dwóch położeniach lunety. Należy również wspomnieć, że w pomiarze tym wykorzystuje się opcję ATR (*automatic target recognition*), dzięki której cel jest automatycznie rozpoznawany i podczas pomiaru oś celowa jest precyzyjnie naprowadzana na środek geometryczny reflektora. Dzięki takiemu podejściu wyeliminowuje się błąd obserwatora spowodowany głównie niedoskonałością oka ludzkiego. Ostatecznym wynikiem wykonywanego pomiaru były obliczone średnie wartości kątów i odległości pomierzonych do każdego zdefiniowanego celu wraz z oceną dokładności. Część przykładowego raportu z takiego pomiaru zaprezentowano na rys. 51, a na rys. 52 przedstawiono szkic z uśrednionymi wynikami pomiarów.

Raport z pomiaru stacyjnego

Przetworzono: 08/28/2015 11:35:17

Informacje o projekcie

Nazwa projektu: stacyjny 16-09-2012
 Data utworzenia: 10/16/2012 16:46:55
 Nazwa układu współrz.: Brak
 Program użytkowy: LEICA Geo Office 7.0

Pikietaż: A

Informacje o instrumencie

Typ instrumentu: TCRP1201
 Numer seryjny instrumentu: 225626
 Wysokość instrumentu: 0.00000 m
 Czas na stanowisku: 10/16/2012 11:58:27

Pomiar stacyjny

Czas: 10/16/2012 11:58:28
 Ilość punktów: 2 / 2
 Ilość serii: 11 / 11
 Błąd średni kierunku średniego (Hz): 0.00011 grad
 Średni błąd średniego kąta pionowego (V): 0.00016 grad
 Średni błąd odległości średniej: 0.00008 m
 Średni błąd pojedynczego kierunku (Hz): 0.00031 grad
 Średni błąd pojedynczego kąta pionowego (V): 0.00044 grad
 Średni błąd pojedynczej odległości: 0.00021 m

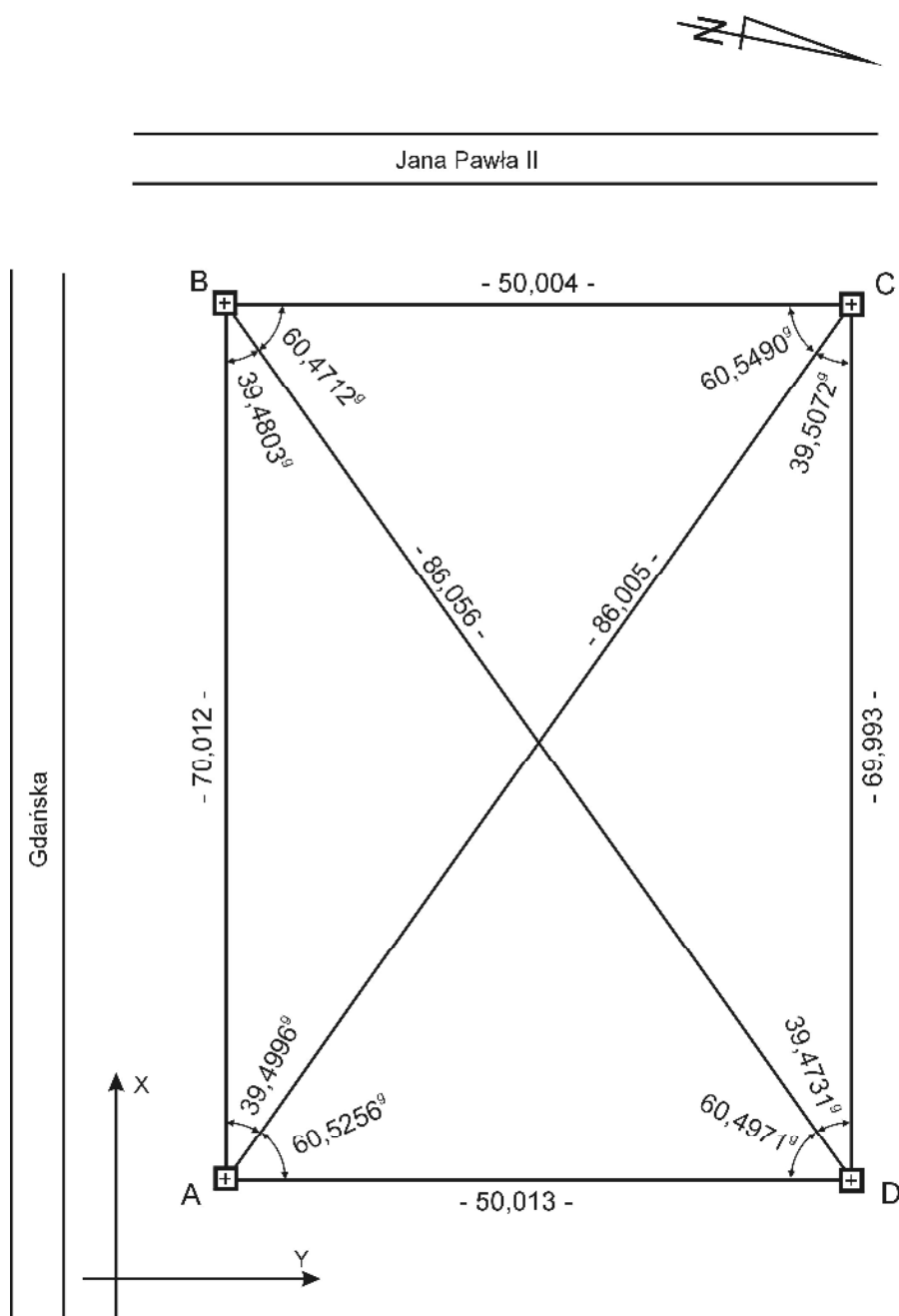
Tolerancje	Hz	V	Odległość
Poprawki	0.00500 grad	0.00500 grad	0.01000 m
Różnice z 2-ch poł. lunety	0.00500 grad	0.00500 grad	0.01000 m

Punkt B

Średnia wszyst. serii (Hz): 0.00000 grad
 Średnia wszyst. serii (V): 100.33633 grad
 Średnia wszyst. serii (Dist): 70.01237 m

Seria	Użyj	Hz	V	Odległość	Wysokość celu	Typ reflek.
1	✓	0.00000 grad	100.33646 grad	70.01233 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.
2	✓	0.00000 grad	100.33665 grad	70.01238 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.
3	✓	0.00000 grad	100.33622 grad	70.01233 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.
4	✓	0.00000 grad	100.33647 grad	70.01228 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.
5	✓	0.00000 grad	100.33659 grad	70.01238 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.
6	✓	0.00000 grad	100.33612 grad	70.01238 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.
7	✓	0.00000 grad	100.33634 grad	70.01231 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.
8	✓	0.00000 grad	100.33577 grad	70.01238 m	1.52000 m	Pryzmat Użytkow.

Rys. 51. Fragment raportu z pomiaru stacyjnego



Rys. 52. Szkic osnowy z uśrednionymi wynikami obserwacji

2.2. Opracowanie metodą ścisłą danych z pomiaru ramy geodezyjnej

Osnowę realizacyjną wyrównuje się metodą najmniejszych kwadratów z obliczeniem błędów średnich położenia punktów. Przed wyrównaniem z materiału obserwacyjnego należy wyeliminować wyniki pomiarów obciążone błędami grubymi i usunąć z nich wpływ czynników systematycznych. Poszczególne obserwacje powinny być scharakteryzowane dokładnościowo poprzez podanie dla nich wartości błędów średnich [6].

Wynikiem pomiarów poziomej sieci realizacyjnej są kąty i odległości. Wyrównanie rozpoczynamy od ułożenia równań poprawek obserwacji kątowych i liniowych wg wzorów (oznaczenia przyjęto na podstawie literatury [14]):

$$v_{\alpha_{LCP}} = \frac{\Delta Y_{CL}^0}{(d_{CL}^0)^2} \rho d_{X_L} - \frac{\Delta X_{CL}^0}{(d_{CL}^0)^2} \rho d_{Y_L} - \frac{\Delta Y_{CP}^0}{(d_{CP}^0)^2} \rho d_{X_P} + \frac{\Delta X_{CP}^0}{(d_{CP}^0)^2} \rho d_{Y_P} +$$

$$+ \left(\frac{\Delta Y_{CP}^0}{(d_{CP}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{CL}^0}{(d_{CL}^0)^2} \right) \rho d_{X_C} + \left(-\frac{\Delta X_{CP}^0}{(d_{CP}^0)^2} + \frac{\Delta X_{CL}^0}{(d_{CL}^0)^2} \right) \rho d_{Y_C} + \alpha_{LCP}^0 - \alpha_{LCP}^{ob} \quad (2.2)$$

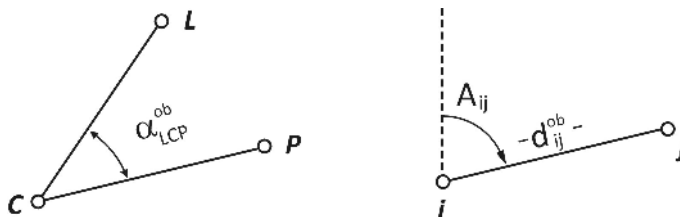
$$v_{d_{ij}} = -\cos A_{ij}^0 d_{X_i} - \sin A_{ij}^0 d_{Y_i} + \cos A_{ij}^0 d_{X_j} + \sin A_{ij}^0 d_{Y_j} + d_{ij}^0 - d_{ij}^{ob} \quad (2.3)$$

gdzie:

$\Delta X^0, \Delta Y^0$ – przyrosty współrzędnych wyznaczone na podstawie współrzędnych przybliżonych,

α^0, d^0 – kąt lub odległość wyznaczone na podstawie współrzędnych przybliżonych,

α^{ob}, d^{ob} – kąt lub odległość wyznaczone na podstawie obserwacji terenowych.



Rys. 53. Rysunek pomocniczy do ułożenia równań poprawek do kąta i odległości

Układ równań poprawek ułożonych dla wszystkich pomierzonych wielkości w formie macierzowej ma następującą postać:

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{d}}_{\mathbf{x}} + \mathbf{L} \quad (2.4)$$

gdzie:

$\hat{\mathbf{V}}$ – macierz poprawek dla obserwacji,

\mathbf{A} – macierz pochodnych cząstkowych funkcji wiążącej (współczynników równań obserwacyjnych),

$\hat{\mathbf{d}}_{\mathbf{x}}$ – macierz niewiadomych (poprawki do przybliżonych współrzędnych punktów osnowy realizacyjnej),

\mathbf{L} – macierz wyrazów wolnych.

Ostatecznie niewiadomą $\hat{\mathbf{d}}_{\mathbf{x}}$ wyznacza się przy wykorzystaniu metody parametrycznej na podstawie wzoru:

$$\hat{\mathbf{d}}_{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{L} \quad (2.5)$$

gdzie:

\mathbf{P} – macierz wag.

Do utworzenia macierzy wag niezbędna jest informacja o błędach średnich wykonanych obserwacji. Wielkości błędów średnich można określić na dwa sposoby:

- Na podstawie uzyskanych w terenie wyników pomiaru np. błędy kątów poziomych można określić jako odchyłkę zamknięcia trójkąta (zamknięć obwodów lub ciągów dwustronnie nawiązanych) ze wzoru Ferrera [8]. Błędy średnie pomiaru odległości lub kąta można również określić jako różnica obserwacji wykonanych w dwóch lub kilku seriach.
- Na podstawie parametrów dokładnościowych przyjętych *a priori*, które podają producenci instrumentów użytych do pomiaru lub wyznaczonych na podstawie procedur testowych określających faktyczną dokładność instrumentów np. zawartych w normach PN-ISO 17123 części: 1-7.

Przeprowadzenie oceny dokładności założonej sieci realizacyjnej wymaga na początku obliczenia estymatora współczynnika wariancji:

$$m_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{V}}^T\mathbf{P}\hat{\mathbf{V}}}{n-r} \quad (2.6)$$

gdzie:

n – liczba wszystkich równań obserwacyjnych,

r – liczba niewiadomych.

Na podstawie wartości estymatora współczynnika wariancji można zorientować się czy równania poprawek zostały właściwie zrównoważone dokładnościowo oraz czy sieć jest wolna od wpływu błędów systematycznych [3].

W przypadku, gdy [14]:

- $m_0 \approx 1$ (zazwyczaj $0,8 < m_0 < 1,2$) świadczy to o prawidłowym doborze wartości wag (błędów średnich obserwacji),
- $m_0 > 1$ zaniżono wartości błędów średnich pomiaru *a priori*, czyli zbyt duże wartości wag,
- $m_0 < 1$ zawyżono wartości błędów średnich pomiaru *a priori*, czyli zbyt małe wartości wag.

Dla dalszej charakterystyki dokładnościowej należy wyznaczyć macierz kowariancji wyrównanych parametrów ze wzoru:

$$\hat{\mathbf{C}}_{\hat{\mathbf{x}}} = m_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{X,Y} \\ \sigma_{X,Y} & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Na podstawie poszczególnych elementów tej macierzy można wyznaczyć:

- średnie błędy współrzędnych:

$$m_{\hat{x}} = \pm \sqrt{[\hat{\mathbf{C}}_{\hat{\mathbf{x}}}]_{ii}} = \pm \sqrt{\sigma_X^2}, \quad m_{\hat{y}} = \pm \sqrt{[\hat{\mathbf{C}}_{\hat{\mathbf{x}}}]_{ii}} = \pm \sqrt{\sigma_Y^2} \quad (2.8)$$

gdzie:

$[\hat{\mathbf{C}}_{\hat{\mathbf{x}}}]_{ii}$ – i-ty element przekątniowy macierzy kowariancji

- błąd położenia punktu:

$$m_P = \pm \sqrt{m_{\hat{x}}^2 + m_{\hat{y}}^2} \quad (2.9)$$

- elementy elipsy błędu (wg literatury [8]):

$$W = \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{X,Y}^2} \quad (2.10)$$

$$A = \sqrt{\frac{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + W}{2}} \quad (2.11)$$

$$B = \sqrt{\frac{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - W}{2}} \quad (2.12)$$

$$Az = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{2\sigma_{X,Y}}{\sigma_X^2 - \sigma_Y^2}\right) \quad (2.13)$$

- średnie błędy wyrównanych obserwacji (odległości i kątów):

$$m_{\hat{x}_i} = m_0 \sqrt{\mathbf{a}_{i\bullet} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{a}_{i\bullet}^T} \quad (2.14)$$

gdzie:

$\mathbf{a}_{i\bullet}$ – i-ty wiersz macierzy \mathbf{A} zapisanej w postaci wierszowej.

Za główne kryterium oceny dokładności wyznaczenia poziomej osnowy realizacyjnej należy przyjmować średni błąd po wyrównaniu długości najbardziej niekorzystnie położonego boku sieci, który określamy ze wzoru (2.14).

W wyrównaniu osnów regularnych wskazane jest, aby współrzędne przybliżone były równe przyjętym współrzędnym nominalnym. Dzięki temu wyznaczone poprawki dx i dy ze znakami zmienionymi na przeciwne dla każdego punktu będą równe poprawkom trasowania. Poprawki te określają korekty współrzędnych centra znaków w celu uzyskania współrzędnych nominalnych.

Przykład

Wyrównaniu podlega osnowa realizacyjna, której założenie i pomiar przedstawiono we wcześniejszym przykładzie.

Rozpatrywana osnowa jest siatką regularną w postaci prostokąta, w której przyjęto lokalny układ współrzędnych. W związku z tym, współrzędne przybliżone można określić na podstawie geometrii tej figury, a nie na podstawie wielkości obserwowanych. Wierzchołek A jest punktem głównym, zaś bok AB nadaje siatce orientację. Współrzędne X_A, Y_A, Y_B przyjmuje się jako stałe, a pozostałe współrzędne tj. X_B, X_C, Y_C, X_D, Y_D będą wyznaczone w procesie wyrównania ścisłego. Przedstawiona osnowa może podlegać wyrównaniu, gdyż zawiera $14 - 5 = 9$ obserwacji nadliczbowych.

Tabela 23. Współrzędne przybliżone punktów osnowy

Nr pkt.	X [m]	Y [m]
A	100,000	100,000
B	170,000	100,000
C	170,000	150,000
D	170,000	150,000

Na podstawie współrzędnych przybliżonych dokonano obliczenia odpowiednich odległości i kątów przybliżonych. W tabeli 24 zestawiono ich uzyskane wartości razem z wynikami obserwacji w terenie oraz obliczono różnicę pomiędzy nimi.

Tabela 24. Wyniki pomiaru odległości i kątów w ramie geodezyjnej oraz ich wartości przybliżone

Oznaczenia		Wyniki pomiaru d^{ob} [m], α^{ob} [g]	Wartości przybliżone d^0 [m], α^0 [g]	$d^0 - d^{ob}$ [m] $\alpha^0 - \alpha^{ob}$ [g]
odległości	d_{AB}	70,012	70,000	-0,012
	d_{BC}	50,004	50,000	-0,004
	d_{CD}	69,993	70,000	0,007
	d_{AD}	50,013	50,000	-0,013
	d_{AC}	86,005	86,023	0,018
	d_{BD}	86,056	86,023	-0,033
kąty	α_{BAC}	39,4996	39,4863	-0,0133
	α_{CAD}	60,5256	60,5137	-0,0119
	α_{CBD}	60,4712	60,5137	0,0425
	α_{DBA}	39,4803	39,4863	0,0060
	α_{DCA}	39,5072	39,4863	-0,0209
	α_{ACB}	60,5490	60,5137	-0,0353
	α_{ADB}	60,4971	60,5137	0,0166
	α_{BDC}	39,4731	39,4863	0,0132

W wyniku pomiaru osnowy uzyskano 6 wielkości liniowych i 8 kątowych. W związku z tym należy ułożyć 14 równań poprawek zgodnie z wzorami (2.2), (2.3), które przyjmują następującą postać:

$$\begin{aligned}
 v_{d_{AB}} &= \cos A_{AB}^0 d_{X_B} + d_{AB}^0 - d_{AB}^{ob} \\
 v_{d_{BC}} &= -\cos A_{BC}^0 d_{X_B} + \cos A_{BC}^0 d_{X_C} + \sin A_{BC}^0 d_{Y_C} + d_{BC}^0 - d_{BC}^{ob} \\
 v_{d_{CD}} &= -\cos A_{CD}^0 d_{X_C} - \sin A_{CD}^0 d_{Y_C} + \cos A_{CD}^0 d_{X_D} + \sin A_{CD}^0 d_{Y_D} + d_{CD}^0 - d_{CD}^{ob} \\
 v_{d_{AD}} &= \cos A_{AD}^0 d_{X_D} + \sin A_{AD}^0 d_{Y_D} + d_{AD}^0 - d_{AD}^{ob} \\
 v_{d_{AC}} &= \cos A_{AC}^0 d_{X_C} + \sin A_{AC}^0 d_{Y_C} + d_{AC}^0 - d_{AC}^{ob} \\
 v_{d_{BD}} &= -\cos A_{BD}^0 d_{X_B} + \cos A_{BD}^0 d_{X_D} + \sin A_{BD}^0 d_{Y_{4D}} + d_{BD}^0 - d_{BD}^{ob} \\
 v_{\alpha_{BAC}} &= \frac{\Delta Y_{AB}^0}{(d_{AB}^0)^2} \rho d_{X_B} - \frac{\Delta Y_{AC}^0}{(d_{AC}^0)^2} \rho d_{X_C} + \frac{\Delta X_{AC}^0}{(d_{AC}^0)^2} \rho d_{Y_C} + \alpha_{BAC}^0 - \alpha_{BAC}^{ob} \\
 v_{\alpha_{CAD}} &= \frac{\Delta Y_{AC}^0}{(d_{AC}^0)^2} \rho d_{X_C} - \frac{\Delta X_{AC}^0}{(d_{AC}^0)^2} \rho d_{Y_C} - \frac{\Delta Y_{AD}^0}{(d_{AD}^0)^2} \rho d_{X_D} + \frac{\Delta X_{AD}^0}{(d_{AD}^0)^2} \rho d_{Y_D} + \alpha_{CAD}^0 + \\
 &\quad - \alpha_{CAD}^{ob}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{\alpha_{CBD}} &= \frac{\Delta Y_{BC}^0}{(d_{BC}^0)^2} \rho d_{X_C} - \frac{\Delta X_{BC}^0}{(d_{BC}^0)^2} \rho d_{Y_C} - \frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^2} \rho d_{X_D} + \frac{\Delta X_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^2} \rho d_{Y_D} + \\
&\quad + \left(\frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{BC}^0}{(d_{BC}^0)^2} \right) \rho d_{X_B} + \alpha_{CBD}^0 - \alpha_{CBD}^{ob} \\
v_{\alpha_{DBA}} &= \frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^2} \rho d_{X_D} - \frac{\Delta X_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^2} \rho d_{Y_D} + \left(\frac{\Delta Y_{BA}^0}{(d_{BA}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^2} \right) \rho d_{X_B} + \\
&\quad + \alpha_{DBA}^0 - \alpha_{DBA}^{ob} \\
v_{\alpha_{DCA}} &= \frac{\Delta Y_{CD}^0}{(d_{CD}^0)^2} \rho d_{X_D} - \frac{\Delta X_{CD}^0}{(d_{CD}^0)^2} \rho d_{Y_D} + \left(\frac{\Delta Y_{CA}^0}{(d_{CA}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{CD}^0}{(d_{CD}^0)^2} \right) \rho d_{X_C} + \\
&\quad + \left(-\frac{\Delta X_{CA}^0}{(d_{CA}^0)^2} + \frac{\Delta X_{CD}^0}{(d_{CD}^0)^2} \right) \rho d_{Y_C} + \alpha_{DCA}^0 - \alpha_{DCA}^{ob} \\
v_{\alpha_{ACB}} &= -\frac{\Delta Y_{CB}^0}{(d_{CB}^0)^2} \rho d_{X_B} + \left(\frac{\Delta Y_{CB}^0}{(d_{CB}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{CA}^0}{(d_{CA}^0)^2} \right) \rho d_{X_C} + \\
&\quad + \left(-\frac{\Delta X_{CB}^0}{(d_{CB}^0)^2} + \frac{\Delta X_{CA}^0}{(d_{CA}^0)^2} \right) \rho d_{Y_C} + \alpha_{ACB}^0 - \alpha_{ACB}^{ob} \\
v_{\alpha_{ADB}} &= -\frac{\Delta Y_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^2} \rho d_{X_B} + \left(\frac{\Delta Y_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{DA}^0}{(d_{DA}^0)^2} \right) \rho d_{X_D} + \\
&\quad + \left(-\frac{\Delta X_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^2} + \frac{\Delta X_{DA}^0}{(d_{DA}^0)^2} \right) \rho d_{Y_D} + \alpha_{ADB}^0 - \alpha_{ADB}^{ob} \\
v_{\alpha_{BDC}} &= \frac{\Delta Y_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^2} \rho d_{X_B} - \frac{\Delta Y_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^2} \rho d_{X_C} + \frac{\Delta X_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^2} \rho d_{Y_C} + \\
&\quad + \left(\frac{\Delta Y_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^2} \right) \rho d_{X_D} + \left(-\frac{\Delta X_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^2} + \frac{\Delta X_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^2} \right) \rho d_{Y_D} + \alpha_{BDC}^0 - \alpha_{BDC}^{ob}
\end{aligned}$$

Na podstawie ww. równań poprawek można sformułować macierz **A** i **L**. Natomiast do wyznaczenia macierzy wag **P** potrzeba błędów średnich pomiaru. Do pomiaru osnowy zastosowano tachimetr o dokładności pomiaru kąta $\pm 1'(3^{cc})$ i dokładności pomiaru odległości $\pm 2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$. Ostatecznie do wyrównania osnowy zdecydowano się przyjąć podwójne wartości tych błędów tj. $m_d = 5 \text{ mm}$, $m_\alpha = 6^{cc}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 \mathbf{d}_{x_B} & \mathbf{d}_{x_C} & \mathbf{d}_{x_D} & \mathbf{d}_{y_D} \\
 \cos A_{AB}^0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\cos A_{BC}^0 & \cos A_{BC}^0 & 0 & 0 \\
 0 & -\cos A_{CD}^0 & \cos A_{CD}^0 & \sin A_{CD}^0 \\
 0 & 0 & \cos A_{AD}^0 & \sin A_{AD}^0 \\
 0 & \cos A_{AC}^0 & 0 & 0 \\
 -\cos A_{BD}^0 & \cos A_{AC}^0 & \cos A_{BD}^0 & \sin A_{BD}^0 \\
 \frac{\Delta Y_{AB}^0}{(d_{AB}^0)^B} \rho^B & -\frac{\Delta Y_{AC}^0}{(d_{AC}^0)^B} \rho^B & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\Delta Y_{AC}^0}{(d_{AC}^0)^B} \rho^B & -\frac{\Delta Y_{AD}^0}{(d_{AD}^0)^B} \rho^B & \frac{\Delta X_{AD}^0}{(d_{AD}^0)^B} \rho^B \\
 \left(\frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^B} - \frac{\Delta Y_{BC}^0}{(d_{BC}^0)^B} \right) \rho^B & \frac{\Delta Y_{AC}^0}{(d_{AC}^0)^B} \rho^B & -\frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^B} \rho^B & \frac{\Delta X_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^B} \rho^B \\
 \left(\frac{\Delta Y_{BA}^0}{(d_{BA}^0)^B} - \frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^B} \right) \rho^B & -\frac{\Delta Y_{BC}^0}{(d_{BC}^0)^B} \rho^B & -\frac{\Delta Y_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^B} \rho^B & \frac{\Delta X_{BD}^0}{(d_{BD}^0)^B} \rho^B \\
 0 & \left(\frac{\Delta Y_{CA}^0}{(d_{CA}^0)^B} - \frac{\Delta Y_{CD}^0}{(d_{CD}^0)^B} \right) \rho^B & \frac{\Delta Y_{CD}^0}{(d_{CD}^0)^B} \rho^B & -\frac{\Delta X_{CD}^0}{(d_{CD}^0)^B} \rho^B \\
 -\frac{\Delta Y_{CB}^0}{(d_{CB}^0)^B} \rho^B & \left(\frac{\Delta Y_{CB}^0}{(d_{CB}^0)^B} - \frac{\Delta Y_{CA}^0}{(d_{CA}^0)^B} \right) \rho^B & 0 & 0 \\
 -\frac{\Delta Y_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^B} \rho^B & 0 & \left(\frac{\Delta Y_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^B} - \frac{\Delta Y_{DA}^0}{(d_{DA}^0)^B} \right) \rho^B & \left(-\frac{\Delta X_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^B} + \frac{\Delta X_{DA}^0}{(d_{DA}^0)^B} \right) \rho^B \\
 \frac{\Delta Y_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^B} \rho^B & -\frac{\Delta Y_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^B} \rho^B & \left(\frac{\Delta Y_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^B} - \frac{\Delta Y_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^B} \right) \rho^B & \left(-\frac{\Delta X_{DC}^0}{(d_{DC}^0)^B} + \frac{\Delta X_{DB}^0}{(d_{DB}^0)^B} \right) \rho^B
 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,81373 & 0,58124 & 0 & 0 & 0 \\ 0,81373 & 0 & 0 & -0,81373 & 0,58124 & 0 \\ 0 & -0,43015 & 0,60221 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,43015 & -0,60221 & -1,27324 & 0 & 0 \\ -0,84309 & 1,27324 & 0 & -0,43015 & -0,60221 & 0 \\ -0,43015 & 0 & 0 & 0,43015 & 0,60221 & 0 \\ 0 & -0,43015 & -0,30725 & 0 & 0,90946 & 0 \\ 1,27324 & -0,84309 & -0,60221 & 0 & 0 & 0 \\ 0,43015 & 0 & 0 & 0,84309 & -0,60221 & 0 \\ -0,43015 & 0 & 0,90946 & 0,43015 & -0,30725 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} d_{AB}^0 - d_{AB}^{ob} \\ d_{BC}^0 - d_{BC}^{ob} \\ d_{CD}^0 - d_{CD}^{ob} \\ d_{AD}^0 - d_{AD}^{ob} \\ d_{AC}^0 - d_{AC}^{ob} \\ d_{BD}^0 - d_{BD}^{ob} \\ \alpha_{BAC}^0 - \alpha_{BAC}^{ob} \\ \alpha_{CAD}^0 - \alpha_{CAD}^{ob} \\ \alpha_{CBD}^0 - \alpha_{CBD}^{ob} \\ \alpha_{DBA}^0 - \alpha_{DBA}^{ob} \\ \alpha_{DCA}^0 - \alpha_{DCA}^{ob} \\ \alpha_{ACB}^0 - \alpha_{ACB}^{ob} \\ \alpha_{ADB}^0 - \alpha_{ADB}^{ob} \\ \alpha_{BDC}^0 - \alpha_{BDC}^{ob} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,012 \\ -0,004 \\ 0,007 \\ -0,013 \\ 0,018 \\ -0,033 \\ -0,0133 \\ -0,0119 \\ 0,0425 \\ 0,0060 \\ -0,0209 \\ -0,0353 \\ 0,0166 \\ 0,0132 \end{bmatrix} \begin{matrix} (m) \\ \\ \\ \\ \\ \\ (g) \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

Następnie oblicza się:

- estymator wektora przyrostów:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8085999,37 & -5963649,25 & -3216545,51 & 960328,06 & 357255,34 \\ -5963649,25 & 8085999,37 & 357255,34 & -3082678,19 & -3216545,51 \\ -3216545,51 & 357255,34 & 5635393,08 & 3216545,51 & -1552386,83 \\ 960328,06 & -3082678,19 & 3216545,51 & 8085999,37 & -357255,34 \\ 357255,34 & -3216545,51 & -1552386,83 & -357255,34 & 5635393,08 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \begin{bmatrix} -229073,70 \\ 260460,81 \\ 108214,46 \\ 53950,62 \\ -154113,91 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{d}}_x = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \hat{d}_{x_B} \\ \hat{d}_{x_C} \\ \hat{d}_{y_C} \\ \hat{d}_{x_D} \\ \hat{d}_{y_D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,013 \\ -0,025 \\ 0,004 \\ -0,019 \\ 0,012 \end{bmatrix} (m)$$

- wektor poprawek do wyników pomiaru:

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{d}}_x + \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,0008 \\ -0,0002 \\ 0,0005 \\ -0,0011 \\ -0,0002 \\ -0,0001 \\ -0,00012 \\ -0,00110 \\ 0,00032 \\ -0,00044 \\ -0,00031 \\ 0,00015 \\ -0,00093 \\ -0,00065 \end{bmatrix} \begin{matrix} (m) \\ \\ \\ \\ \\ \\ (g) \end{matrix}$$

- estymator współczynnika wariancji:

$$m_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{V}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{V}}}{n - r} = \frac{8,26179}{14 - 5} = 0,9179765$$

$$m_0 = 0,9581109$$

Wartość estymatora współczynnika wariancji m_0 jest bliska 1, co świadczy o prawidłowym utworzeniu macierzy wag \mathbf{P} , czyli o właściwym doborze błędów średnich pomiaru.

I etap kontroli:

Polega na sprawdzeniu czy spełniona jest równość $s = s'$.

$$\left. \begin{aligned} s &= \hat{\mathbf{V}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{V}} = 8,26179 \\ s' &= \mathbf{L}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \hat{\mathbf{d}}_x + \mathbf{L}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = -11988,03793 + 11996,29972 = 8,26179 \end{aligned} \right\} s = s'$$

Po pozytywnym wyniku kontroli wyznacza się wyrównane współrzędne punktów B, C, D (X_B, X_C, Y_C, X_D, Y_D) oraz wyrównane wyniki pomiarów (kąty i odległości):

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 + \hat{\mathbf{d}}_x = \begin{bmatrix} 170,000 \\ 170,000 \\ 150,000 \\ 100,000 \\ 150,000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,013 \\ -0,025 \\ 0,004 \\ -0,019 \\ 0,012 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 170,013 \\ -169,975 \\ 150,004 \\ 99,981 \\ 150,012 \end{bmatrix} (m) = \begin{bmatrix} \hat{X}_B \\ \hat{X}_C \\ \hat{Y}_C \\ \hat{X}_D \\ \hat{Y}_D \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{ob} + \hat{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} 70,012 \\ 50,004 \\ 69,993 \\ 50,013 \\ 86,005 \\ 86,056 \\ 39,4996 \\ 60,5256 \\ 60,4712 \\ 39,4803 \\ 39,5072 \\ 60,5490 \\ 60,4971 \\ 39,4731 \end{bmatrix} (m) + \begin{bmatrix} 0,0008 \\ -0,0002 \\ 0,0005 \\ -0,0011 \\ -0,0002 \\ -0,0001 \\ -0,00012 \\ -0,00110 \\ 0,00032 \\ -0,00044 \\ -0,00031 \\ 0,00015 \\ -0,00093 \\ -0,00065 \end{bmatrix} (m) = \begin{bmatrix} 70,0128 \\ 50,0038 \\ 69,9935 \\ 50,0119 \\ 86,0048 \\ 86,0559 \\ 39,49948 \\ 60,52450 \\ 60,47152 \\ 39,47986 \\ 39,50689 \\ 60,54915 \\ 60,49617 \\ 39,47245 \end{bmatrix} (m) = \begin{bmatrix} \hat{d}_{AB} \\ \hat{d}_{BC} \\ \hat{d}_{CD} \\ \hat{d}_{AD} \\ \hat{d}_{AC} \\ \hat{d}_{BD} \\ \hat{\alpha}_{BAC} \\ \hat{\alpha}_{CAD} \\ \hat{\alpha}_{CBD} \\ \hat{\alpha}_{DBA} \\ \hat{\alpha}_{DCA} \\ \hat{\alpha}_{ACB} \\ \hat{\alpha}_{ADB} \\ \hat{\alpha}_{BDC} \end{bmatrix}$$

II etap kontroli:

Kontrola polega na porównaniu wyrównanych obserwacji ($\hat{\mathbf{x}}$) w stosunku do tych samych obserwacji wyliczonych na podstawie wyrównanych współrzędnych.

Obserwacje	Na podstawie poprawek	Na podstawie wyrównanych współrzędnych	Kontrola
d_{AB}	70,013	70,013	✓
d_{BC}	50,004	50,004	✓
d_{CD}	69,993	69,993	✓
d_{AD}	50,012	50,012	✓
d_{AC}	86,005	86,005	✓
d_{BD}	86,056	86,056	✓
α_{BAC}	39,4995	39,4995	✓
α_{CAD}	60,5245	60,5245	✓
α_{CBD}	60,4715	60,4715	✓
α_{DBA}	39,4799	39,4799	✓
α_{DCA}	39,5069	39,5069	✓
α_{ACB}	60,5491	60,5491	✓
α_{ADB}	60,4962	60,4962	✓
α_{BDC}	39,4724	39,4724	✓

Następnie wyznacza się macierz kowariancji wyrównanych parametrów:

$$\hat{\mathbf{C}}_{\bar{x}} = m_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} =$$

$$= 0,9179765 \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 4,2214 & 4,1661 & 2,9175 & 0,0553 & 2,9175 \\ 4,1661 & 4,3211 & 2,8404 & 0,1550 & 2,9945 \\ 2,9175 & 2,8404 & 2,2734 & -0,0771 & 2,0577 \\ 0,0553 & 0,1550 & -0,0771 & 0,2102 & 0,0771 \\ 2,9175 & 2,9945 & 2,0577 & 0,0771 & 2,2734 \end{bmatrix} =$$

$$= 10^{-6} \begin{matrix} dx_B & dx_C & dy_C & dx_D & dy_D \\ \begin{bmatrix} 3,8751 & 3,8244 & 2,6782 & 0,0507 & 2,6782 \\ 3,8244 & 3,9666 & 2,6074 & 0,1423 & 2,7489 \\ 2,6782 & 2,6074 & 2,0869 & -0,0707 & 1,8889 \\ 0,0507 & 0,1423 & -0,0707 & 0,1930 & 0,0707 \\ 2,6782 & 2,7489 & 1,8889 & 0,0707 & 2,0869 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

oraz dokonuje się oceny dokładności obliczając błędy średnie wyrównanych współrzędnych oraz błędy położenia punktów:

$$m_{\bar{x}_C} = \pm \sqrt{[\hat{\mathbf{C}}_{\bar{x}}]_{22}} = 10^{-3} \sqrt{3,9666} = \pm 2,0 \text{ mm}$$

$$m_{\bar{y}_C} = \pm \sqrt{[\hat{\mathbf{C}}_{\bar{x}}]_{33}} = 10^{-3} \sqrt{2,0869} = \pm 1,4 \text{ mm}$$

$$m_{P_C} = \pm \sqrt{2,0^2 + 1,4^2} = \pm 2,5 \text{ mm}$$

$$m_{\hat{x}_D} = \pm \sqrt{[\hat{\mathbf{C}}_{\hat{x}}]_{44}} = 10^{-3} \sqrt{0,1930} = \pm 0,4 \text{ mm}$$

$$m_{\hat{y}_D} = \pm \sqrt{[\hat{\mathbf{C}}_{\hat{x}}]_{55}} = 10^{-3} \sqrt{2,0869} = \pm 1,4 \text{ mm}$$

$$m_{P_D} = \pm \sqrt{0,4^2 + 1,4^2} = \pm 1,5 \text{ mm}$$

$$m_{\hat{x}_B} = \pm \sqrt{[\hat{\mathbf{C}}_{\hat{x}}]_{11}} = 10^{-3} \sqrt{3,8751} = \pm 2,0 \text{ mm}$$

Kolejnym zadaniem w ocenie dokładności jest wyznaczenie elipsy błędu dla prawdziwego położenia punktu C i D . Do tego celu wykorzystuje się elementy macierzy kowariancji:

$$\hat{\mathbf{C}}_{\hat{x}} = 10^{-6} \begin{bmatrix} dx_B & dx_C & dy_C & dx_D & dy_D \\ 3,8751 & 3,8244 & 2,6782 & 0,0507 & 2,6782 \\ 3,8244 & 3,9666 & 2,6074 & 0,1423 & 2,7489 \\ 2,6782 & 2,6074 & 2,0869 & -0,0707 & 1,8889 \\ 0,0507 & 0,1423 & -0,0707 & 0,1930 & 0,0707 \\ 2,6782 & 2,7489 & 1,8889 & 0,0707 & 2,0869 \end{bmatrix}$$

- dla punktu C :

$$W = \sqrt{(3,9666 \cdot 10^{-6} - 2,0869 \cdot 10^{-6})^2 + 4 \cdot 2,6074^2 \cdot 10^{-6}} = 5,5433 \cdot 10^{-6}$$

$$A = \sqrt{\frac{(3,9666 + 2,0869 + 5,5433) \cdot 10^{-6}}{2}} = 2,4 \text{ mm}$$

$$B = \sqrt{\frac{(3,9666 + 2,0869 - 5,5433) \cdot 10^{-6}}{2}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$Az = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \cdot 2,6074 \cdot 10^{-6}}{(3,9666 - 2,0869) \cdot 10^{-6}} \right) = 38,9878^\circ$$

- dla punktu D :

$$W = \sqrt{(0,1930 \cdot 10^{-6} - 2,0869 \cdot 10^{-6})^2 + 4 \cdot 0,0707^2 \cdot 10^{-6}} = 1,8992 \cdot 10^{-6}$$

$$A = \sqrt{\frac{(0,1930 + 2,0869 + 1,9030) \cdot 10^{-6}}{2}} = 1,4 \text{ mm}$$

$$B = \sqrt{\frac{(0,1930 + 2,067 - 1,9030) \cdot 10^{-6}}{2}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$Az = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \cdot 0,0707 \cdot 10^{-6}}{(0,193 - 2,0869) \cdot 10^{-6}} \right) = -2,3721 + 100 = 97,6279^\circ$$

Wyznaczone parametry geometryczne elipsy błędu położenia punktów zaprezentowano graficznie na rys. 59.

Poza tym wyznaczono błędy średnie wyrównanych odległości i kątów ze wzoru (2.14), które zestawiono w tabeli 25 i 26.

Tabela 25. Błędy średnie wyrównanych długości boków i przekątnych

Nr	Oznaczenie	Błąd średni wyrównanej odległości [mm]
1	d_{AB}	2,0
2	d_{BC}	1,4
3	d_{CD}	2,0
4	d_{AD}	1,4
5	d_{AC}	2,4
6	d_{BD}	2,4

Przykładowo dla wyznaczenia $m_{d_{BD}}$ macierz $\mathbf{a}_{i\bullet}$ stanowi 6 wiersz macierzy \mathbf{A} :

$$\mathbf{a}_{6\bullet} = [0,81373 \quad 0 \quad 0 \quad -0,81373 \quad 0,58124]$$

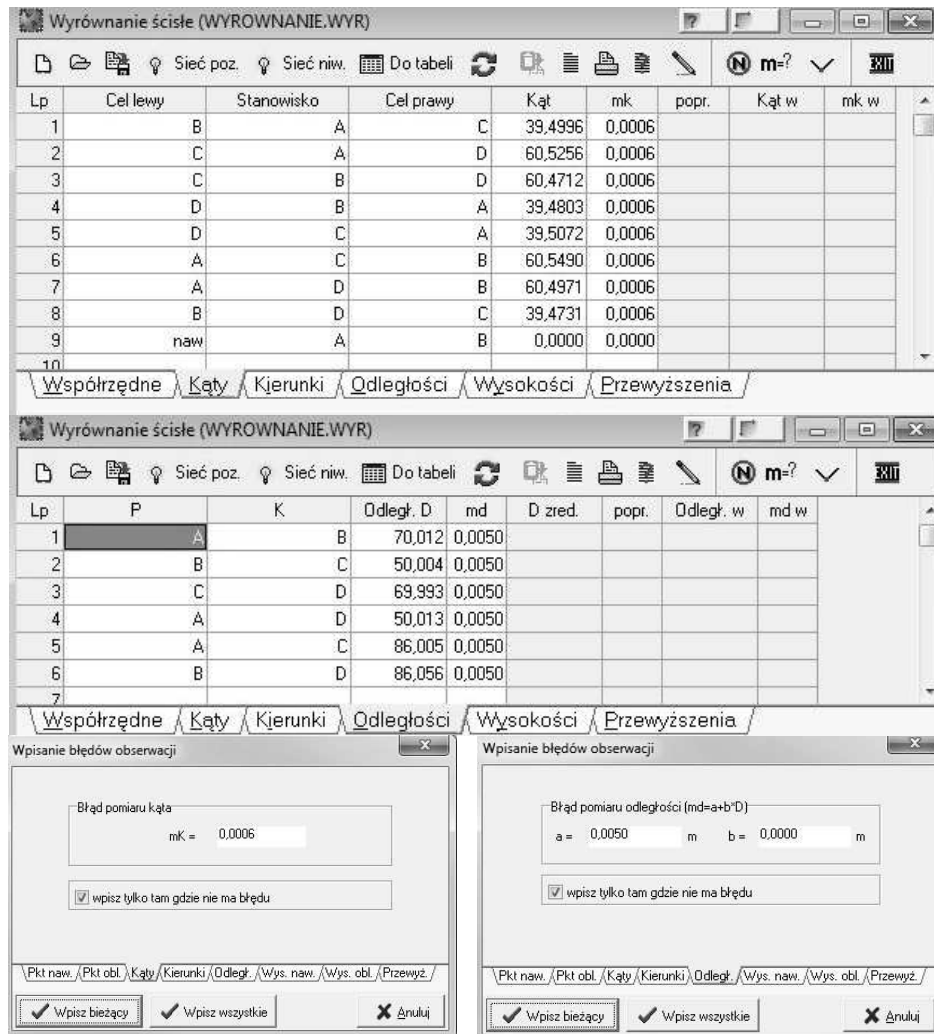
$$m_{d_{BD}} = 0,9581109 \cdot \sqrt{6,3162 \cdot 10^{-6}} = 0,0024 \text{ m}$$

Tabela 26. Błędy średnie wyrównanych kątów

Nr	Oznaczenie	Błąd średni wyrównanego kąta [°]
7	α_{BAC}	3,7
8	α_{CAD}	4,3
9	α_{CBD}	4,3
10	α_{DBA}	3,7
11	α_{DCA}	3,7
12	α_{ACB}	4,3
13	α_{ADB}	4,3
14	α_{BDC}	3,7

Wyrównanie wyników pomiaru ramy geodezyjnej można przeprowadzić w większości programów geodezyjnych np. C-Geo, WinKalk, GeoNet, LGO. Poniżej zaprezentowano takie wyrównanie wykonane w programie C-Geo. Program ten nie ma możliwości zdefiniowania orientacji sieci poprzez podanie jako stałego jednego punktu nawiązania i azymutu boku wychodzącego z tego punktu. W takiej sytuacji należy dodatkowo wprowadzić teoretyczny punkt (naw) znajdujący się na przedłużeniu boku AB . Następnie wskazuje się ten

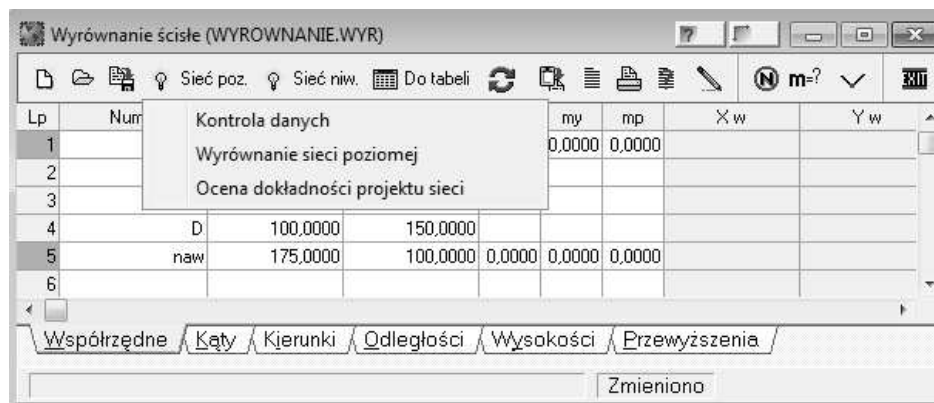
punkt do orientacji osnowy jako drugi punkt stały oraz podaje wartość kąta $\alpha_{nawAB} = 0^\circ$ (pseudoobserwacja) oraz pseudobłąd równy zero.



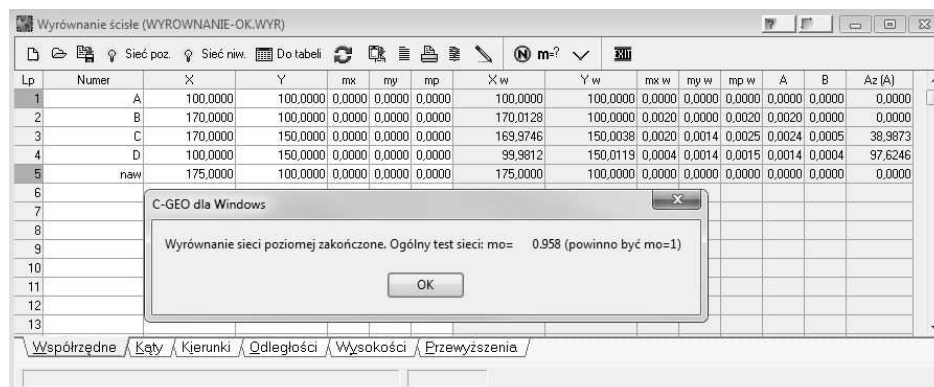
Rys. 54. Wprowadzenie obserwacji i ich błędów do modułu „Wyrównanie ścisłe” w programie C-Geo

Po wprowadzeniu wszystkich niezbędnych danych należy przeprowadzić ich kontrolę (rys. 55). Polega ona na sprawdzeniu poprawności topologicznej danych, sprawdzeniu czy wskazano punkty nawiązania oraz czy występują obserwacje nadliczbowe. W przypadku nieprawidłowości program wyświetli

stosowny komunikat. Po pozytywnej kontroli przechodzi się do procesu wyrównania ścisłego. Po wykonaniu wszystkich obliczeń program wyświetla komunikat o zakończeniu procesu z informacją o wartości estymatora współczynnika wariancji m_0 . Wynik w postaci wyrównanych współrzędnych punktów osnowy realizacyjnej wraz z ich oceną dokładności uzyskuje się w zakładce „współrzędne” (rys. 56).

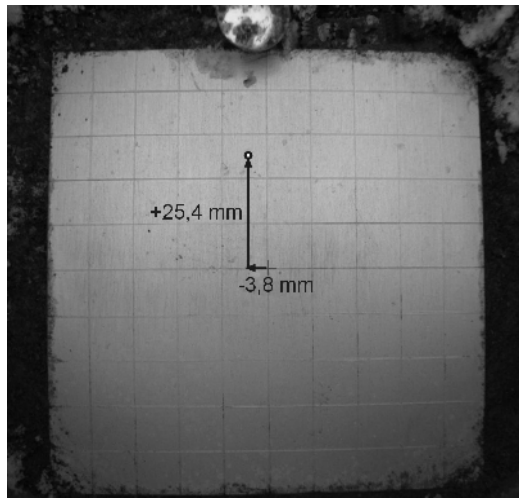


Rys. 55. Kontrola danych



Rys. 56. Wynik wyrównania

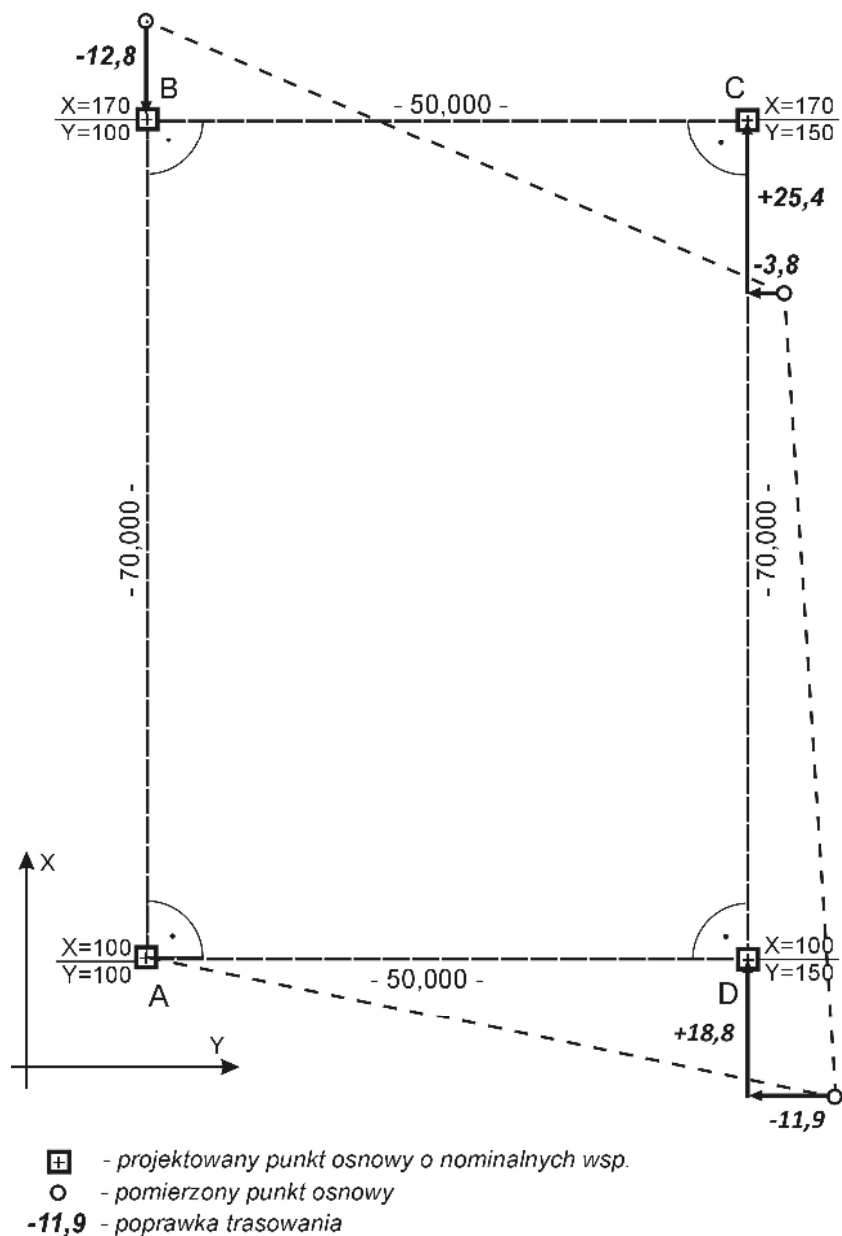
Ostatnim etapem opracowania jest sporządzenie szkicu poprawek trasowania (rys. 58), na podstawie którego w terenie nanosi się wyznaczone poprawki na płytę stalową w każdym z punktów osnowy w postaci ramy geodezyjnej (rys. 57).



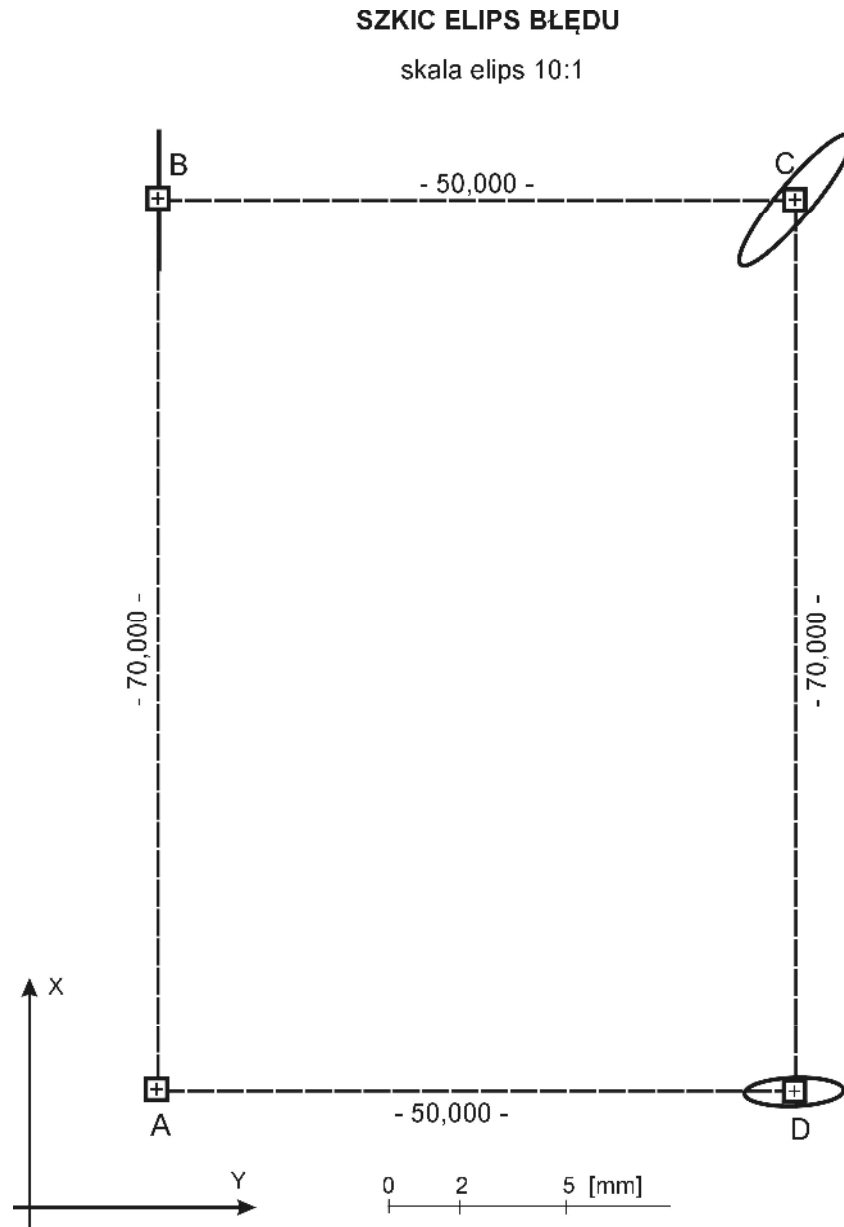
Rys. 57. Naniesienie poprawek trasowania na stalowej płycie punktu *C* ramy geodezyjnej

SZKIC POPRAWEK TRASOWANIA

skala poprawek trasowania 1:1



Rys. 58. Szkic poprawek trasowania ramy geodezyjnej



Rys. 59. Szkic elips błędu

2.3. Tyczenie lokalizujące obiekt budowlany

Zlokalizowanie obiektu budowlanego w terenie polega na wytyczeniu jego obrysu lub wytyczeniu jego głównych osi konstrukcyjnych. Obrys budynku wytycza się zazwyczaj dla domków jednorodzinnych, w zabudowie szeregowej lub innych obiektów małej architektury, natomiast główne osie konstrukcyjne wyznacza się dla obiektów bardziej rozległych powierzchniowo i o bardziej skomplikowanej architekturze. Zleceniodawca (kierownik budowy) zazwyczaj informuje o tym, jakie elementy mają zostać wytyczone.

Przed wyznaczeniem w terenie położenia projektowanych obiektów budowlanych należy je opracować geodezyjnie, określając ich jednoznaczną lokalizację za pomocą współrzędnych [6]. Następnie ze współrzędnych oblicza się miary konieczne do wyniesienia projektu w teren i wpisuje się je na szkic dokumentacyjny. Szkic dokumentacyjny jest dokumentem technicznym, na podstawie którego dokonuje się tyczenie lokalizujące przyszły obiekt budowlany. Wykonuje się go bez zachowania skali i proporcji w dwóch kolorach: czerwonym i czarnym. Kolorem czarnym zaznacza się elementy aktualnie istniejące w terenie, natomiast kolor czerwony przeznaczony jest dla elementów nowo projektowanych. Zgodnie z rozporządzeniem [13] na treść szkicu dokumentacyjnego składają się:

- dane dotyczące osnowy realizacyjnej,
- rysunek istniejących w terenie obiektów powierzchniowych mających znaczenie w procesie tyczenia,
- rysunek istniejących w terenie obiektów podziemnego uzbrojenia mających znaczenie w procesie tyczenia,
- dane niezbędne do wytyczenia projektowanych obiektów, w tym dane obliczone,
- miary kontrolne,
- współrzędne punktów głównych, punktów osiowych, punktów charakterystycznych obiektu, punktów przecięcia projektowanych elementów sieci uzbrojenia terenu z elementami istniejącej sieci, obliczone w wyniku geodezyjnego opracowania projektu.

Ponadto na szkicu dokumentacyjnym należy zamieścić:

- kierunek północy oraz kierunki osi x i osi y układu współrzędnych osnowy realizacyjnej,
- numer zlecenia,
- nazwisko sporządzającego i datę wykonania szkicu.

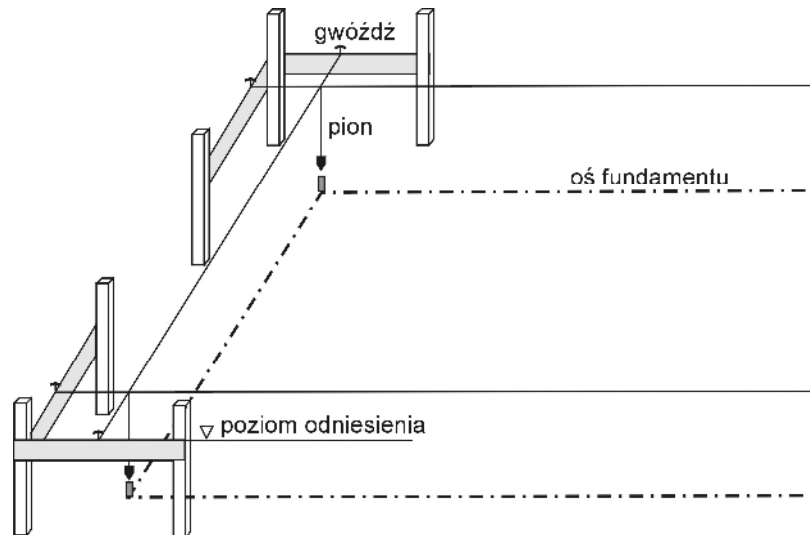
W celu sporządzenia szkicu dokumentacyjnego należy wykorzystać niezbędne informacje o lokalizacji i geometrii przyszłego obiektu budowlanego. Informacje te geodeta pozyskuje zazwyczaj z projektu zagospodarowania działki lub terenu i projektu architektoniczno-budowlanego oraz innych dokumentów technicznych.

Efektom końcowym wykonanego tyczenia w terenie jest sporządzenie szkicu tyczenia. Jest to dokument techniczny wykonanego wytyczenia, na którym uwidacznia się wszystkie dane liczbowe uzyskiwane w toku prac tyczeniowych wraz z miarami kontrolnymi oraz dane z pomiaru istniejących urządzeń podziemnych. Szkic tyczenia zawiera [13]:

- dane dotyczące osnowy realizacyjnej,
- rysunek obiektów projektowanych,
- dane konieczne do wytyczenia,
- dane zrealizowane w trakcie tyczenia,
- rezultaty pomiaru kontrolnego wytyczonych elementów obiektów,
- adnotację o przyjęciu przez kierownika budowy wytyczonych elementów obiektów, z wyróżnieniem utrwalonych znaków osi głównych obiektów, reperów roboczych i głównych elementów konstrukcyjnych,
- podpis osoby wykonującej tyczenie oraz podpis kierownika budowy.

Treść projektowaną przedstawia się na szkicu tyczenia w identyczny sposób jak na szkicu dokumentacyjnym tj. w kolorze czerwonym, natomiast istniejącą w kolorze czarnym. Dane określające wyniki pomiaru kontrolnego wpisuje się na szkicu tyczenia kolorem czarnym w nawiasie. Oryginał szkicu tyczenia dołączany jest do dziennika budowy, zaś jego kopia uwierzytelniona przez kierownika budowy pozostaje w dyspozycji wykonawcy. W praktyce zazwyczaj szkic tyczenia sporządza się na kopii szkicu dokumentacyjnego, a w terenie podczas prac tyczeniowych nanosi się na niego tylko niezbędne informacje np. z pomiaru kontrolnego.

Narożniki projektowanego budynku sygnalizuje się w terenie palikami, które mogą zostać zniszczone podczas wykonywania wykopów pod fundamenty. Zazwyczaj więc geodeta podczas prac terenowych dodatkowo wynosi tzw. ławy budowlane (drutowe, ciesielskie), które lokalizuje się w odległości od kilku decymetrów do dwóch metrów od krawędzi budynku. Następnie przenosi się na ławy osi fundamentu poprzez scentrowanie tachimetru nad wytyczonym punktem i po nacełowaniu na punkt sąsiedni przedłuża się osi i utrwala za pomocą gwoźdźcia wbijając w deskę ławy budowlanej (rys. 60). Dzięki temu na każdym etapie wstępnych prac budowlanych istnieje możliwość odtworzenia przebiegu osi fundamentów rozciągając druty, które utożsamiają ich osie.



Rys. 60. Ławy budowlane

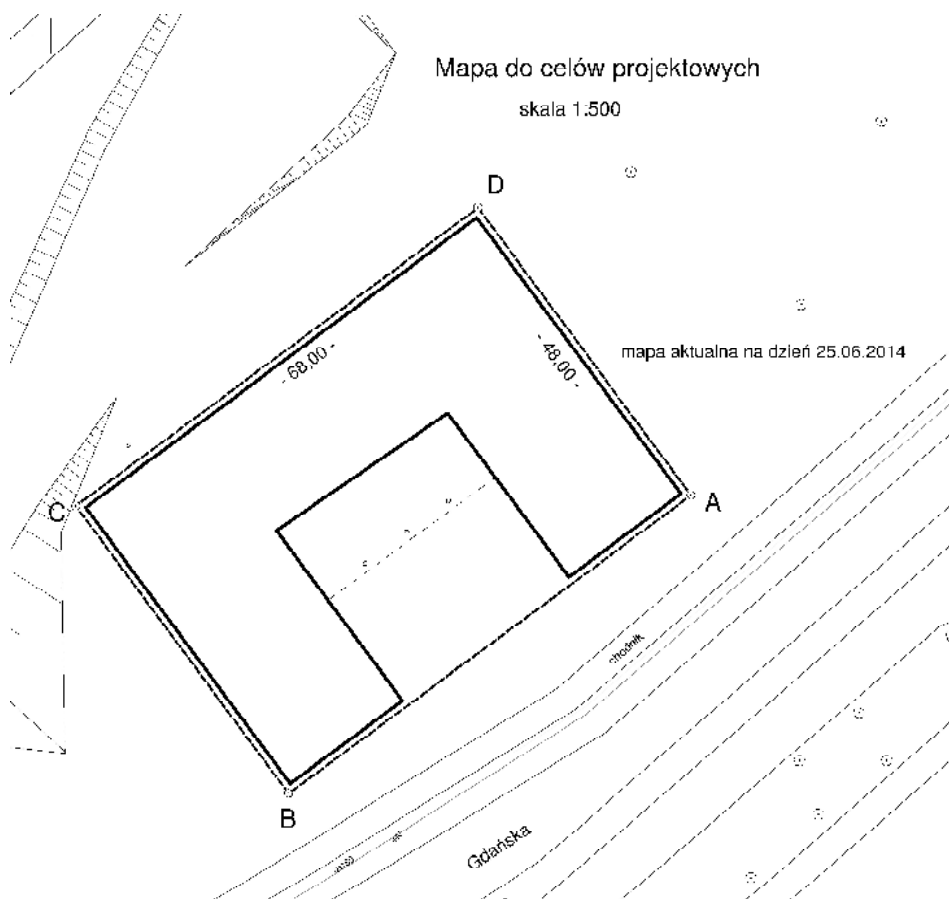
W zakres prac geodety wchodzi również właściwa lokalizacja obiektu budowlanego w płaszczyźnie pionowej. W praktyce sprowadza się to do wskazania zadanego przez projektanta poziomu odniesienia do dalszych prac budowlanych (tzw. zero budowlane). Poziom odniesienia można najprościej zrealizować poprzez stabilizację reperu roboczego odpowiadającego wysokości zadanego poziomu. Reper ten będzie wykorzystywany do przenoszenia wysokości w dalszych pracach budowlanych wykonywanych przez budowlanców. Innym sposobem jest zabicie ław budowlanych na jednym, stałym poziomie, który będzie stanowił poziom odniesienia. Takim poziomem może być np. poziom posadowienia parteru, poziom posadowienia piwnicy lub inna określona wysokość opisana na ławach budowlanych (zazwyczaj o pełnych metrach lub decymetrach n.p.m). Do ww. prac należy wykorzystać niwelację techniczną.

Przykład

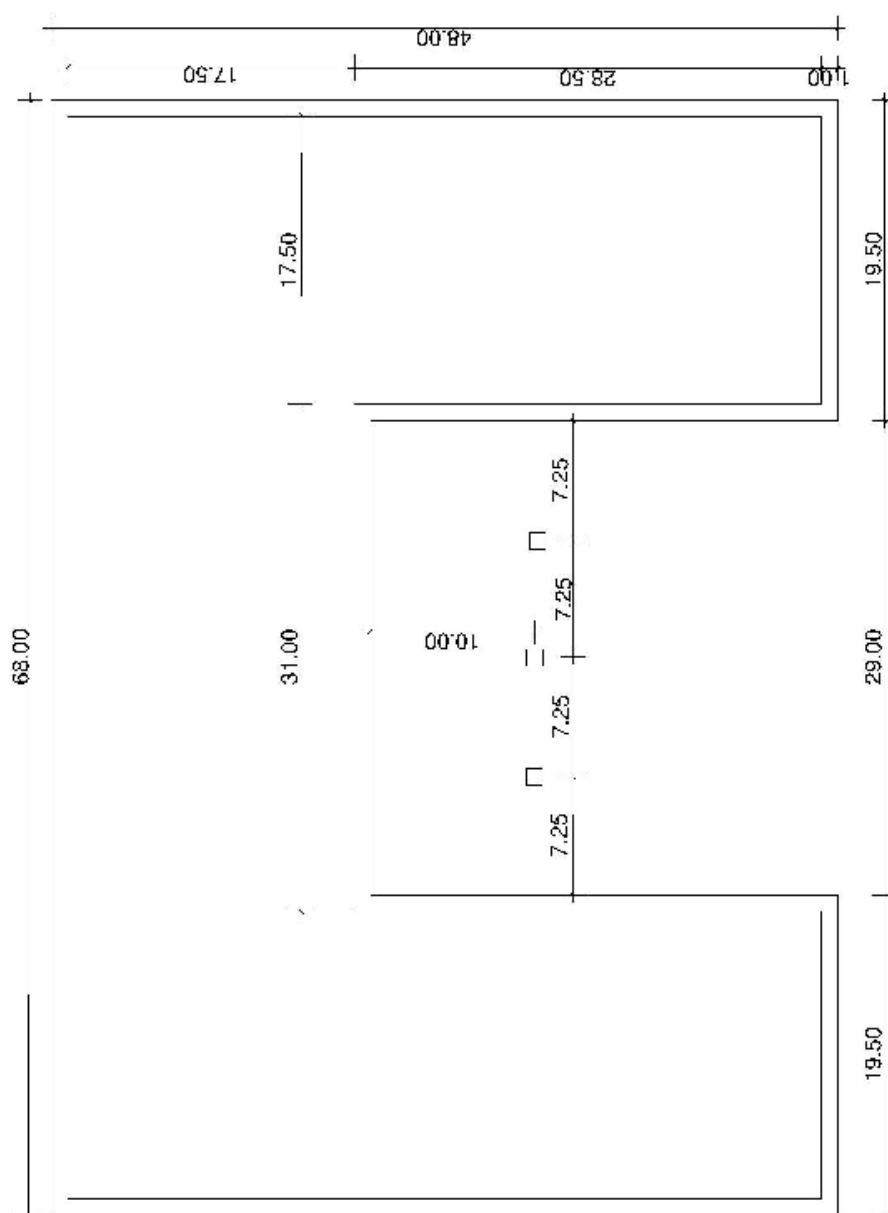
Materiałem wyjściowym do wytyczenia projektowanego obiektu budowlanego jest fragment mapy do celów projektowych (rys. 61) z wyrysowanym (zadaniem) usytuowaniem fundamentów tego obiektu wraz z obmiarowaniem (rys. 62). Tak przygotowany projekt wykorzystano do sporządzenia szkicu dokumentacyjnego, na który wniesiono dane niezbędne do wytyczenia osi fundamentów oraz punktów charakterystycznych (fundamenty pod słupy

zadaszenia). Wszystkie obliczenia wykonano w programie C-Geo wykonując kolejno:

- obliczenie współrzędnych przecięcia się osi fundamentów i charakterystycznych punktów w lokalnym układzie współrzędnych ramy geodezyjnej – moduł „Obliczenia ortogonalne” (tabela 27),
- wyznaczenie danych do tyczenia punktów metodą ortogonalną z linii bazowej boków ramy geodezyjnej AB i DC – moduł „Obliczenia ortogonalne” (tabela 28),
- wyznaczenie danych do tyczenia punktów metodą biegunową z dwóch stanowisk pomiarowych A i C – moduł „Obliczenia biegunowe” (tabela 29).



Rys. 61. Projekt zagospodarowania działki (terenu)



Rys. 62. Rzut fundamentów w skali 1:300

Tabela 27. Raport z wyznaczenia współrzędnych punktów przecięcia się osi fundamentów oraz punktów charakterystycznych

Dane prostej:

Nr początkowy: A, X = 100.000, Y = 100.000,

Nr końcowy: B, X = 170.000, Y = 100.000,

Długość pomierzona: 70.000 m, Odchyłka rzeczywista: 0.000 m

Długość obliczona: 70.000 m, Odchyłka dopuszczalna: 0.112 m

Długość zredukowana: 70.000 m

Nr	Bieżąca	Domiar	X	Y
1	1.500	1.500	101.500	101.500
2	20.000	1.500	120.000	101.500
3	20.000	30.000	120.000	130.000
4	50.000	30.000	150.000	130.000
5	50.000	1.500	150.000	101.500
6	68.500	1.500	168.500	101.500
7	68.500	48.500	168.500	148.500
8	1.500	48.500	101.500	148.500
9	27.750	19.500	127.750	119.500
10	35.000	19.500	135.000	119.500
11	42.250	19.500	142.250	119.500

Tabela 28. Raport z wyznaczenia miar do tyczenia metodą ortogonalną

Dane prostej:

Nr początkowy: A, X = 100.000, Y = 100.000,

Nr końcowy: B, X = 170.000, Y = 100.000,

Długość obliczona : 70.000

Nr	X	Y	Bieżąca	Domiar
1	101.500	101.500	1.500	1.500
2	120.000	101.500	20.000	1.500
5	150.000	101.500	50.000	1.500
6	168.500	101.500	68.500	1.500
9	127.750	119.500	27.750	19.500
10	135.000	119.500	35.000	19.500
11	142.250	119.500	42.250	19.500

Dane prostej:

Nr początkowy: C, X = 170.000, Y = 150.000,

Nr końcowy: D, X = 100.000, Y = 150.000,

Długość obliczona: 70.000

Nr	X	Y	Bieżąca	Domiar
3	120.000	130.000	50.000	20.000
4	150.000	130.000	20.000	20.000
7	168.500	148.500	1.500	1.500
8	101.500	148.500	68.500	1.500

Tabela 29. Raport z wyznaczenia miar do tyczenia metodą biegunową

Ozn	Numer	X	Y
Stan. :	A	100.000	100.000
Naw. :	B	170.000	100.000

Odczyt limbusa na punkcie nawiązania: 0.0000

Długość ze współrzędnych: 70.000

Numer	X	Y	Kierunek (g)	Odległość
1	101.500	101.500	50,0000	2,121
2	120.000	101.500	4,7657	20,056
3	120.000	130.000	62,5666	36,056
4	150.000	130.000	34,4042	58,310
5	150.000	101.500	1,9093	50,023
6	168.500	101.500	1,3938	68,516
7	168.500	148.500	39,2218	83,932
8	101.500	148.500	98,0317	48,523
9	127.750	119.500	38,9954	33,916
10	135.000	119.500	32,3601	40,066
11	142.250	119.500	27,5279	46,533

Ozn	Numer	X	Y
Stan. :	C	170.000	150.000
Naw. :	D	100.000	150.000

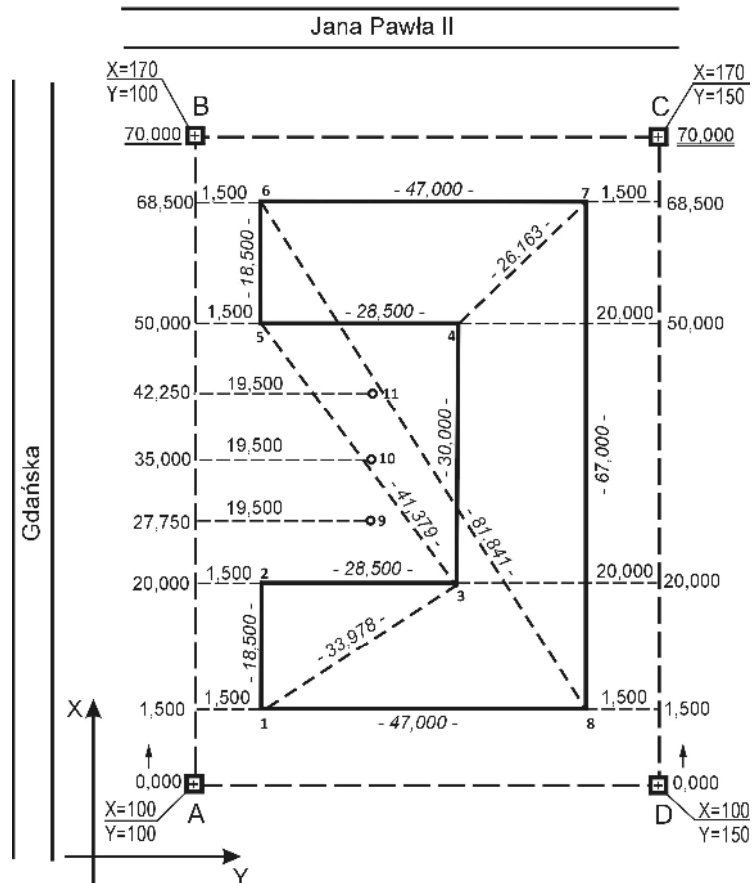
Odczyt limbusa na punkcie nawiązania: 0.0000

Długość ze współrzędnych: 70.000

Numer	X	Y	Kierunek (g)	Odległość
1	101.500	101.500	39,2218	83,932
2	120.000	101.500	49,0306	69,658
3	120.000	130.000	24,2238	53,852
4	150.000	130.000	50,0000	28,284
5	150.000	101.500	75,1002	52,462
6	168.500	101.500	98,0317	48,523
7	168.500	148.500	50,0000	2,121
8	101.500	148.500	1,3938	68,516
9	127.750	119.500	39,8059	52,109
10	135.000	119.500	45,6331	46,425
11	142.250	119.500	53,0033	41,235

Po wykonaniu powyższych obliczeń można przystąpić do sporządzenia szkicu dokumentacyjnego (rys. 63). Podczas sporządzania szkicu dokumentacyjnego należy pamiętać o tym, żeby miary wpisywać z taką liczbą miejsc dziesiętnych, aby nie miało to wpływu na obniżenie dokładności tyczenia.

SZKIC DOKUMENTACYJNY



Dane do tyczenia metodą biegunową

St. A Naw. B - 0.0000 ^g			St. C Naw. D - 0.0000 ^g			X [m]	Y [m]
Nr	Kierunek [g]	Odległość [m]	Nr	Kierunek [g]	Odległość [m]		
1	50,0000	2,121	1	39,2218	83,932	101,500	101,500
2	4,7657	20,056	2	49,0306	69,658	120,000	101,500
3	62,5666	36,056	3	24,2238	53,852	120,000	130,000
4	34,4042	58,310	4	50,0000	28,284	150,000	130,000
5	1,9093	50,023	5	75,1002	52,462	150,000	101,500
6	1,3938	68,516	6	98,0317	48,523	168,500	101,500
7	39,2218	83,932	7	50,0000	2,121	168,500	148,500
8	98,0317	48,523	8	1,3938	68,516	101,500	148,500
9	38,9954	33,916	9	39,8059	52,109	127,750	119,500
10	32,3601	40,066	10	45,6331	46,425	135,000	119,500
11	27,5279	46,533	11	53,0033	41,235	142,250	119,500

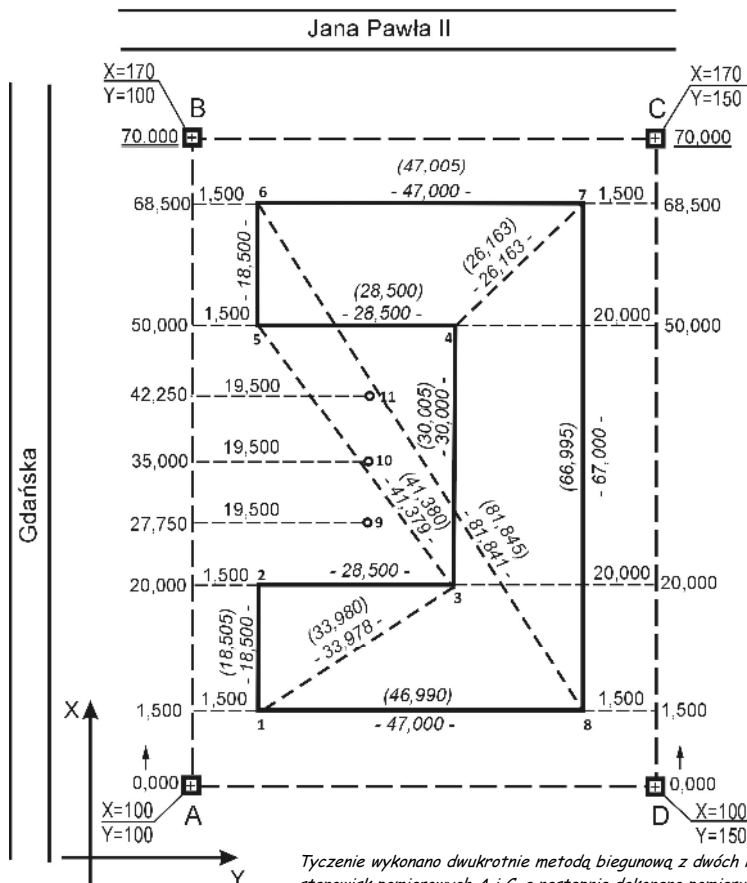
Rys. 63. Szkic dokumentacyjny

Ostatnim etapem jest wykonanie tyczenia obiektu metodą ortogonalną lub biegunową oraz dokonanie kontroli poprawności tyczenia. Kontrole można wykonać na dwa sposoby:

- sposób I – kontrola uproszczona polegająca na bezpośrednim pomiarze wielkości liniowych (czołówek, przekątnych), które nie zostały wykorzystane podczas wykonanego tyczenia i porównaniu ich z wielkościami projektowanymi (dopuszczalna odchyłka w rozpatrywanym przypadku będzie wynosić 1,5 cm),
- sposób II – kontrola bardziej rozwinięta polegająca na drugim niezależnym wytyczeniu tych samych punktów np. z innej linii bazowej, z innego stanowiska lub zastosowanie innej metody tyczenia, a następnie wykonanie pomiaru odległości pomiędzy punktami wytyczonymi i ocenie zgodności dwóch niezależnych wyznaczeń na tle wymagań projektowych (zadanej dokładności tyczenia).

Z prac tyczeniowych został sporządzony szkic tyczenia zaprezentowany na rys. 64.

SZKIC TYCZENIA



Dane do tyczenia metodą biegunową

St. A Naw. B - 0.0000 ^g			St. C Naw. D - 0.0000 ^g			X [m]	Y [m]
Nr	Kierunek [g]	Odległość [m]	Nr	Kierunek [g]	Odległość [m]		
1	50.0000	2.121	1	39.2218	83.932	101.500	101.500
2	4.7657	20.056	2	49.0306	69.658	120.000	101.500
3	62.5666	36.056	3	24.2238	53.852	120.000	130.000
4	34.4042	58.310	4	50.0000	28.284	150.000	130.000
5	1.9093	50.023	5	75.1002	52.462	150.000	101.500
6	1.3938	68.516	6	98.0317	48.523	168.500	101.500
7	39.2218	83.932	7	50.0000	2.121	168.500	148.500
8	98.0317	48.523	8	1.3938	68.516	101.500	148.500
9	38.9954	33.916	9	39.8059	52.109	127.750	119.500
10	32.3601	40.066	10	45.6331	46.425	135.000	119.500
11	27.5279	46.533	11	53.0033	41.235	142.250	119.500

Rys. 64. Szkic tyczenia

Ocena dokładności tyczenia

- Metoda biegunowa

Współrzędne punktu P pomierzonego metodą biegunową wyznaczamy ze wzorów:

$$x_P = x_A + d \cdot \cos \alpha \quad (2.16)$$

$$y_P = y_A + d \cdot \sin \alpha \quad (2.17)$$

Błąd średni położenia punktu pomierzonego metodą biegunową określimy jako:

$$m_{x_P}^2 = \left(\frac{\partial x_P}{\partial d}\right)^2 m_d^2 + \left(\frac{\partial x_P}{\partial \alpha}\right)^2 m_\alpha^2$$

$$m_{x_P}^2 = \cos^2 \alpha \cdot m_d^2 + \sin^2 \alpha \cdot d^2 \cdot m_\alpha^2 \quad (2.18)$$

$$m_{y_P}^2 = \left(\frac{\partial y_P}{\partial d}\right)^2 m_d^2 + \left(\frac{\partial y_P}{\partial \alpha}\right)^2 m_\alpha^2$$

$$m_{y_P}^2 = \sin^2 \alpha \cdot m_d^2 + \cos^2 \alpha \cdot d^2 \cdot m_\alpha^2 \quad (2.19)$$

$$m_P^2 = m_{x_P}^2 + m_{y_P}^2 = m_d^2 + d^2 \cdot m_\alpha^2 \quad (2.20)$$

Powyższe wzory można wykorzystać do oceny dokładności wykonanego tyczenia (m_{x_P}, m_{y_P}, m_P) lub też do określenia, z jakim maksymalnym błędem (m_d, m_α) można dokonywać tyczenia punktów mając na uwadze nie przekroczenie z góry założonego błędu położenia punktu.

Zadanie

Z jaką dokładnością należy odłożyć kąty podczas tyczenia metodą biegunową, aby błąd współrzędnej x nie przekroczył 10 mm?

Dane:

$$d = 70 \text{ m} \pm 7 \text{ mm}$$

$$\alpha = 50,0000^\circ$$

$$m_{x_P}^2 = \cos^2 \alpha \cdot m_d^2 + \sin^2 \alpha \cdot d^2 m_\alpha^2$$

$$m_\alpha \leq \sqrt{\frac{m_{x_P}^2 - \cos^2 \alpha \cdot m_d^2}{\sin^2 \alpha \cdot d^2}}$$

$$m_\alpha \leq \sqrt{\frac{0,010^2 - 0,5 \cdot 0,007^2}{0,5 \cdot 70^2}}$$

$$m_\alpha \leq 0,0001756 \cdot \text{q}^\circ$$

$$m_\alpha \leq 0,0112^\circ$$

Błąd m_{x_P} tyczonego punktu nie przekroczy 10 mm, gdy w rozpatrywanym przykładzie kąt zostanie odłożony z dokładnością nie przekraczającą około 1° .

- Metoda ortogonalna (opracowanie wg [5])

Współrzędne punktu P pomierzonego metodą ortogonalną wyznaczymy ze wzorów:

$$x_P = x_A + l \cdot \cos A_{AB} + h \cdot \cos(A_{AB} + \varphi) \quad (2.21)$$

$$y_P = y_A + l \cdot \sin A_{AB} + h \cdot \sin(A_{AB} + \varphi) \quad (2.22)$$

W przypadku analizowanej ramy geodezyjnej bok AB jest równoległy do osi x , wówczas azymut A_{AB} jest równy zero ($\cos A_{AB} = 1, \sin A_{AB} = 0$). Zatem powyższe wzory przyjmą uproszczoną postać:

$$x_P = x_A + l + h \cdot \cos \varphi$$

$$y_P = y_A + h \cdot \sin \varphi$$

Przy założeniach bezbłędności punktów nawiązania i bezbłędności azymutu A_{AB} uzyskujemy:

$$m_{x_P}^2 = \left(\frac{\partial x_P}{\partial l}\right)^2 m_l^2 + \left(\frac{\partial x_P}{\partial h}\right)^2 m_h^2 + \left(\frac{\partial x_P}{\partial \varphi}\right)^2 m_\varphi^2$$

$$m_{x_P}^2 = m_l^2 + \cos^2 \varphi \cdot m_h^2 + h^2 \sin^2 \varphi \cdot m_\varphi^2 \quad (2.23)$$

$$m_{y_P}^2 = \left(\frac{\partial y_P}{\partial h}\right)^2 m_h^2 + \left(\frac{\partial y_P}{\partial \varphi}\right)^2 m_\varphi^2$$

$$m_{y_P}^2 = \sin^2 \varphi \cdot m_h^2 + h^2 \cos^2 \varphi \cdot m_\varphi^2 \quad (2.24)$$

Uwzględniając wartość kąta $\varphi = 100^g$ ($\cos \varphi = 0, \sin \varphi = 1$) powyższe wzory przyjmą postać:

$$m_{x_P}^2 = m_l^2 + h^2 \cdot m_\varphi^2 \quad (2.25)$$

$$m_{y_P}^2 = m_h^2 \quad (2.26)$$

$$m_P^2 = m_l^2 + m_h^2 + h^2 \cdot m_\varphi^2 \quad (2.27)$$

W przypadku, gdy średnie błędy pomiaru rzędnej i odciętej są tej samej wartości ($m_l = m_h = m$) to błąd położenia punktu wynosi:

$$m_P^2 = 2m^2 + h^2 \cdot m_\varphi^2$$

Zadanie

Obliczyć średni błąd położenia punktu tyczonego metodą ortogonalną za pomocą węgielnicy.

Dane:

$$m_l = \pm 0,010 \text{ m}$$

$$m_h = \pm 0,010 \text{ m}$$

$$m_\varphi = \pm 5' (5,55^\circ)$$

h [m]	m_x [m]	m_y [m]	m_p [m]
1	0,010	0,010	0,014
5	0,011	0,010	0,015
10	0,013	0,010	0,016
15	0,015	0,010	0,018
25	0,022	0,010	0,024
50	0,041	0,010	0,042

Operat pomiarowy

Ostateczne opracowanie realizowane w ramach ćwiczenia powinno stanowić operat pomiarowy, w skład którego wchodzi:

- etap 1:
 - sprawozdanie techniczne,
 - szkic wstępnego tyczenia punktów ramy geodezyjnej,
 - raport z pomiaru,
 - szkic pomiaru z uśrednionymi wynikami obserwacji,
- etap 2:
 - sprawozdanie techniczne,
 - wyniki wyrównania metodą ścisłą,
 - szkic poprawek trasowania ramy geodezyjnej,
 - szkic elips błędu,
- etap 3:
 - sprawozdanie techniczne,
 - projekt zagospodarowania działki,
 - obliczenia danych do tyczenia projektowanego obiektu budowlanego,
 - szkic dokumentacyjny,
 - szkic tyczenia.

3. Geodezyjne opracowanie projektu robót ziemnych

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wykonanie projektu robót ziemnych pod płytę boiska sportowego.

Roboty ziemne są jedną z faz procesu inwestycyjnego i polegają na przekształceniu naturalnej powierzchni terenu w różne formy przestrzenne ściśle związane z rodzajem wznoszonego obiektu budowlanego [3]. Technologia robót ziemnych polega na odspojeniu i wydobyciu gruntu z wykopu, przemieszczeniu urobku na miejsce nasypów oraz na ukształtowaniu nasypów zgodnie z przeznaczeniem [2]. Należy zaznaczyć, że nie wszystkie grunty z wykopów ze względu na swoje własności nadają się do budowania nasypów, dotyczy to gruntów organicznych. Wówczas zachodzi potrzeba wymiany gruntu i jego zagęszczenia.

Narzędzia do opracowania

Do opracowania ćwiczenia potrzebne są:

- mapa w skali 1:500 lub 1:1000,
- kalkulator,
- ołówek i linijka.

W przypadku opracowania projektu przy użyciu komputera można do tego celu wykorzystać programy geodezyjne np. C-Geo, WinKalk, MikroMap oraz programy typu CAD.

Metody obliczania objętości mas ziemnych

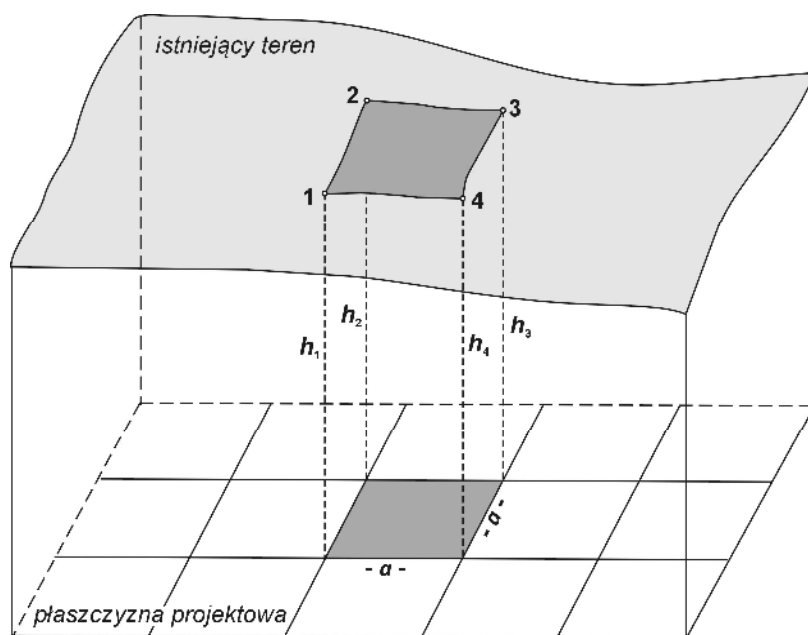
Wybór metody wyznaczenia objętości gruntu dokonuje się uwzględniając wielkość i kształt terenu inwestycji, rozmiar i cechy danej budowli oraz cel obliczeń. W niniejszym opracowaniu zostaną scharakteryzowane tylko dwie metody, które zostaną wykorzystane w przykładzie praktycznym.

Metoda siatki kwadratów

Metoda siatki kwadratów jest głównie wykorzystywana w projektach robót ziemnych dla takich obiektów jak lotniska, boiska sportowe, tereny osiedlowe lub przy niwelacji (wyrównaniu) rozległych obszarów.

Obszar opracowania pokrywa się regularną siatką kwadratów o boku a . Wielkość boku kwadratu uzależniona jest od zróżnicowania (topografii) terenu i zazwyczaj wynosi od 5 m do 50 m. Do wykonania obliczeń niezbędne są informacje o wysokości punktów pomiarowych, które stanowią węzły regularnej siatki kwadratów. Wysokość tych węzłów określa się w wyniku pomiaru bezpośredniego np. metodą niwelacji siatkowej, tachimetrii, pomiaru przy wykorzystaniu techniki GPS RTK, metodą fotogrametryczną, lotniczym skanowaniem laserowym lub naziemnym. Często jednak wysokość punktów siatki określa się na podstawie obrazu warstwiczowego poprzez interpolację liniową.

W wyniku podziału terenu siatką kwadratów tworzy się n figur elementarnych w kształcie graniastosłupa ograniczonego od góry powierzchnią topograficzną, zaś od dołu płaszczyzną projektową, którego ściany boczne są płaszczyznami pionowymi zawierającymi boki kwadratu (rys. 65).



Rys. 65. Podział terenu na bryły elementarne w oparciu o siatkę kwadratów

Objętość pojedynczego graniastosłupa oblicza się na podstawie wzoru:

$$V_g = \frac{1}{4} a^2 (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \quad (3.1)$$

Objętość całej bryły oblicza się jako sumę objętości wszystkich figur elementarnych, co możemy zapisać wzorem [3]:

$$V = \frac{1}{4} a^2 (\sum h_I + 2 \sum h_{II} + 3 \sum h_{III} + 4 \sum h_{IV}) \quad (3.2)$$

gdzie:

a – bok siatki kwadratów,

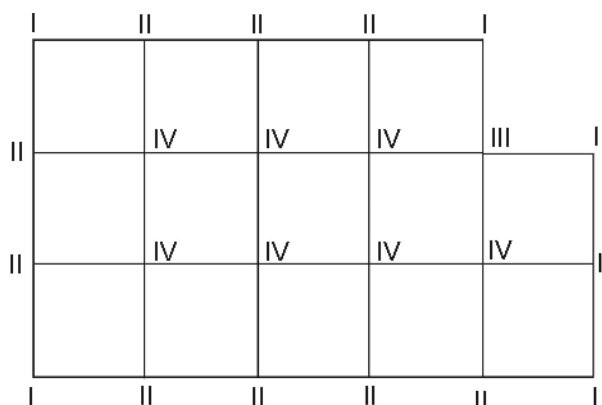
h_I – wysokość punktu występującego w jednym kwadracie względem płaszczyzny projektowej,

h_{II} – wysokość punktu występującego w dwóch kwadratach względem płaszczyzny projektowej,

h_{III} – wysokość punktu występującego w trzech kwadratach względem płaszczyzny projektowej,

h_{IV} – wysokość punktu występującego w czterech kwadratach względem płaszczyzny projektowej.

Na poniższym rysunku przedstawiono podstawę bryły nieregularnej. Oznaczenia I, II, II, IV odnoszą się do punktów występujących odpowiednio w jednym, dwóch, trzech, czterech kwadratach.



Rys. 66. Podstawa bryły nieregularnej

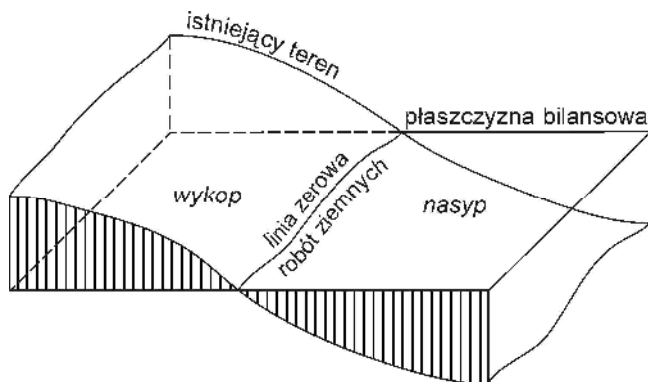
Płaszczyzna projektowa może być z góry określona warunkami wynikającymi z projektu budowlanego lub też jej wyznaczenie ma być wynikiem przeprowadzonej procedury obliczenia objętości mas ziemnych zakładającej bilansowanie się robót ziemnych w obszarze planowanej inwestycji. W przypadku, gdy płaszczyzna projektowa ma stanowić pozioma płaszczyzna bilansowa, jej wysokość H_0 oblicza się ze wzoru [2]:

$$H_0 = \frac{1}{4n} (\sum H_I + 2 \sum H_{II} + 3 \sum H_{III} + 4 \sum H_{IV}) \quad (3.3)$$

gdzie:

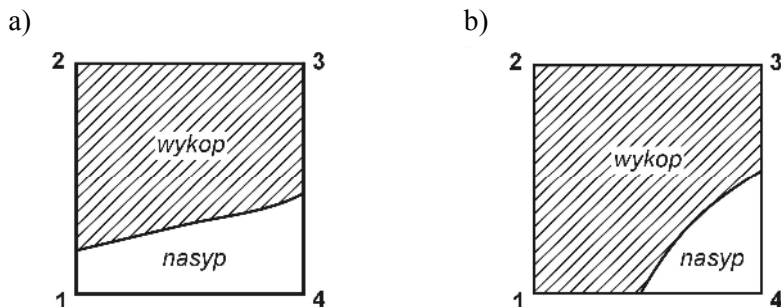
n – liczba kwadratów, na które podzielono obszar opracowania,
 $H_I, H_{II}, H_{III}, H_{IV}$ – wysokość terenowa punktu będącego odpowiednio wierzchołkiem jednego, dwóch, trzech lub czterech kwadratów.

Linia powstała w wyniku przecięcia powierzchni topograficznej z płaszczyzną projektową tworzy tzw. linię zerową robót ziemnych. Linia ta oddziela wykop od nasypów.



Rys. 67. Płaszczyzna bilansowa

W przypadku, gdy podstawę figury elementarnej przecina linia zerowa robót ziemnych, wówczas oddzielnie należy wyznaczyć objętość wykopów i nasypów. Na poniższym rysunku zaprezentowano dwa przypadki, które mogą wystąpić.



Rys. 68. Przypadki przechodzenia linii zerowej robót ziemnych przez kwadrat

Rys. 68a przedstawia sytuację, w której linia zerowa robót ziemnych przecina dwa przeciwległe boki kwadratu. Objętość wykopu V_W i nasypu V_N oblicza się ze wzorów:

$$V_W = P_W \frac{h_2 + h_3}{4} \quad (3.4)$$

$$V_N = P_N \frac{h_1 + h_4}{4} \quad (3.5)$$

Natomiast na rys. 68b mamy przypadek, gdzie linia zerowa robót ziemnych odcina narożnik kwadratu. Wtedy objętość wykopu V_W i nasypu V_N wyznacza się zgodnie z wzorami:

$$V_W = P_W \frac{h_1 + h_2 + h_3}{5} \quad (3.6)$$

$$V_N = P_N \frac{h_4}{3} \quad (3.7)$$

W powyższych wzorach P_W oznacza powierzchnię wykopu, a P_N powierzchnię nasypu. Powierzchnie te należy wyznaczyć, jeżeli jest to możliwe metodą analityczną lub graficzną, ewentualnie metodą mechaniczną. Natomiast h_1, h_2, h_3, h_4 są to przewyższenia między wysokością terenową a projektową w punktach kwadratu.

Metoda przekrojów poprzecznych

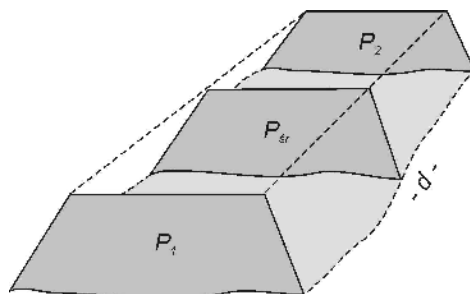
Metoda przekrojów poprzecznych jest wykorzystywana do obliczeń robót ziemnych dla budowli o kształcie wydłużonym jak np. podtorza ziemne dla kolei i dróg kołowych, skarpy, wały itp.

Wyznaczenie objętości mas ziemnych polega na przybliżonym obliczeniu objętości graniastosłupa, którego pola podstaw P_1 i P_2 określone są na podstawie dwóch przekrojów poprzecznych wykonanych w odległości d . Pole podstawy oblicza się zazwyczaj analitycznie na podstawie miar pozyskanych z projektu lub graficznie, rzadziej mechanicznie.

$$V = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)d \quad (3.8)$$

W sytuacji, gdy pomiędzy dwoma przekrojami o powierzchniach P_1 i P_2 można dodatkowo określić powierzchnię P_{sr} przekroju położonego pośrodku przekrojów skrajnych (rys. 69), wówczas można zastosować wzór Simpsona na obliczenie objętości [3]:

$$V = \frac{1}{6}(P_1 + P_2 + 4P_{sr})d \quad (3.9)$$



Rys. 69. Bryła utworzona przez przekroje poprzeczne

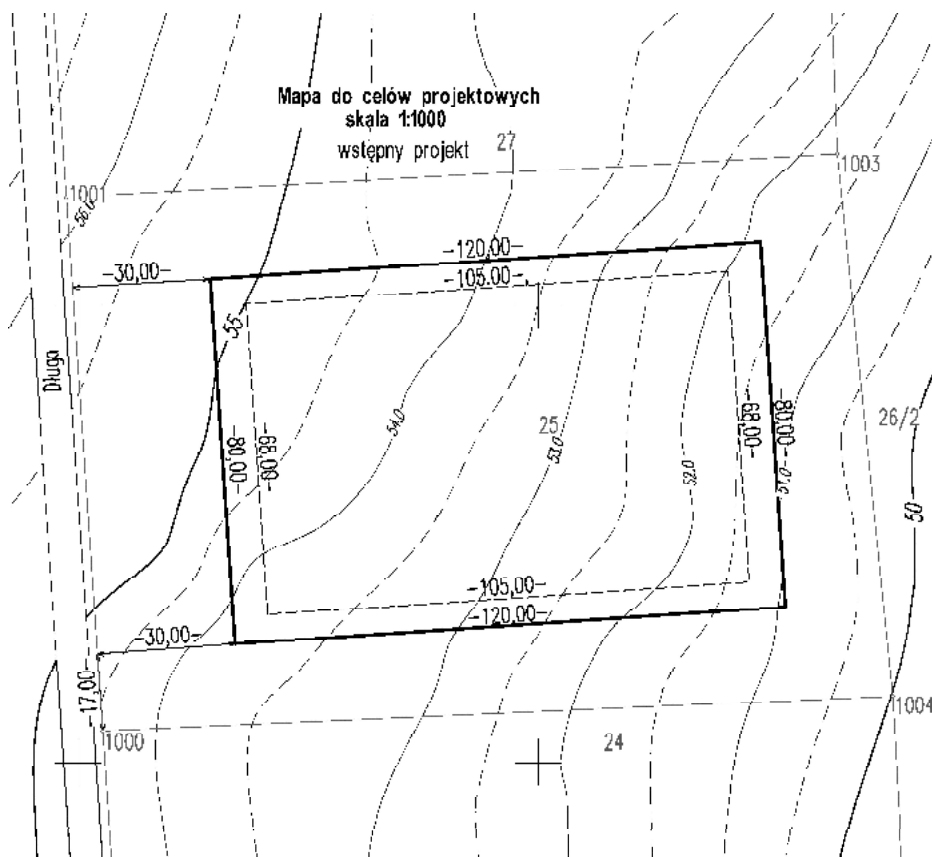
W przypadku, gdy bryła zawarta pomiędzy przekrojami ma kształt ostrosłupa ściętego, to jej objętość oblicza się ze wzoru [17]:

$$V = \frac{1}{3}(P_1 + P_2 + \sqrt{P_1 \cdot P_2})d \quad (3.10)$$

Przykład

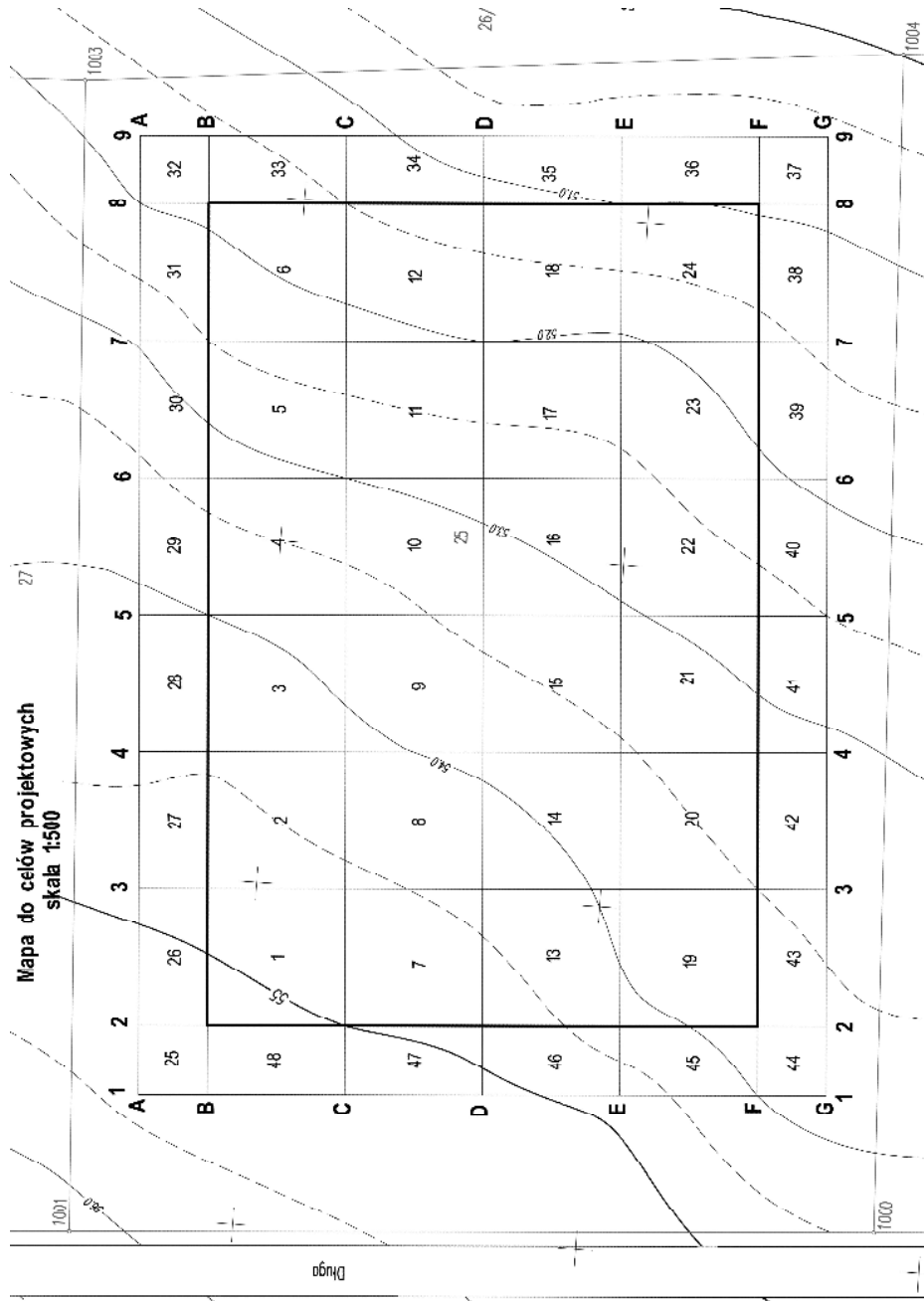
Przedmiotem opracowania jest wstępny projekt wykonawczy powierzchni boiska sportowego do piłki nożnej. Boisko o wymiarach 105×68 m umieszczone będzie na płycie o wymiarach 120×80 m. Płyta boiska ma być zlokalizowana równolegle do granicy działki nr 25 od strony ul. Długiej (rys. 70). Wokół krótszych boków płyty boiska zaprojektowano skarpy o stałej szerokości podstawy 10 m, a na dłuższych bokach o stałym nachyleniu 1:3. W celu odprowadzania wód opadowych powierzchnia płyty boiska ma posiadać spadek daszkowy o nachyleniu 0,5% skierowany wzdłuż dłuższego boku boiska. Płyta boiska powinna być posadowiona na takiej wysokości, aby prace ziemne bilansowały się przy założeniu, że własności mechaniczne gruntu wykopanego nadają się do usypania. Docelowo na zaprojektowanej płycie boiska będzie jeszcze usypywana warstwa piasku 10 cm, zaś na niej 12 cm warstwy ziemi urodzajnej jako podłoże dla naturalnej trawy z rolki. W pracach projektowych można nie uwzględniać usuwania wierzchniej warstwy humusu, ze względu na jego niską jakość.

Do geodezyjnego opracowania projektu boiska sportowego wykorzystano mapę zasadniczą w postaci numerycznej oraz program geodezyjny C-Geo. Objętość mas ziemnych na terenie płyty boiska zdecydowano obliczyć metodą siatki kwadratów, natomiast objętość skarp metodą przekrojów poprzecznych.



Rys. 70. Wstępny projekt zagospodarowania działki nr 25

We wstępnych pracach projektowych obszar boiska pokryto siatką kwadratów o boku 20 m, a obszar skarp siatką prostokątów o wymiarach 20×10 m lub 10×10 m. Numerację poszczególnych kwadratów i prostokątów przedstawiono na rys. 71.



Rys. 71. Projekt boiska ze schematem numeracji siatki

Do wyznaczenia współrzędnych punktów siatki wykorzystano moduł obliczeniowy „Ortogonalne” programu C-Geo. Linię pomiarową stanowiły punkty graniczne 1000 i 1001 działki nr 25. Na podstawie wstępnego projektu lokalizacji boiska dla każdego punktu siatki określono miarę bieżącą i domiar, uzyskując dzięki temu ich współrzędne X i Y (rys. 72).

The screenshot displays the 'Ortogonalne (1000_1001.ORT)' software interface. It features a menu bar, a toolbar, and a main data table. Below the table, there are sections for error calculations and navigation tabs.

Lp	Numer	Kod	X	Y	H	Dł. pom.	mp
1	1000	EGBP04_02	6001006,89	5571005,31			
2	1001	EGBP04_02	6001123,62	5570997,37			

Błędy pomiaru:

Długość pom. zredukowana: 117.002
 Długość ze współrzędnych: 117.002

Odchyłka rzeczywista: 0.000
 Odchyłka dopuszczalna: 0.119

Błąd pomiaru miary bieżącej [m]: 0,000
 Błąd pomiaru odciętej [m]: 0,000
 Błąd średni wyznaczenia kierunku prostopadłego do linii pomiarowej [w gradach] (instr. G-4 sugeruje wartość 6=0.1111g): 0,0000

Dane nawiązania / Dane punktów

Lp	Numer	Kod	Bieżąca	Domiar	X	Y	H	dh	h celu	mp
1	A1		107,00	20,00	6001115,00	5571018,00				0,00
2	A2		107,00	30,00	6001115,68	5571027,98				0,00
3	A3		107,00	50,00	6001117,04	5571047,93				0,00
4	A4		107,00	70,00	6001118,39	5571067,89				0,00
5	A5		107,00	90,00	6001119,75	5571087,84				0,00
6	A6		107,00	110,00	6001121,11	5571107,79				0,00
7	A7		106,99	130,00	6001122,45	5571127,75				0,00
8	A8		107,00	150,00	6001123,82	5571147,70				0,00
9	A9		107,00	160,00	6001124,50	5571157,68				0,00
10	B1		97,00	20,00	6001105,02	5571018,68				0,00
11	B2		97,00	30,00	6001105,70	5571028,66				0,00
12	B3		97,00	50,00	6001107,06	5571048,61				0,00
13	B4		97,00	70,00	6001108,42	5571068,56				0,00
14	B5		97,00	90,00	6001109,77	5571088,52				0,00
15	B6		97,00	110,00	6001111,13	5571108,47				0,00
16	B7		97,00	130,00	6001112,49	5571128,43				0,00

Dane nawiązania / Dane punktów

Numer punktu

Rys. 72. Obliczenie współrzędnych punktów siatki płyty boiska w programie C-Geo

Następnie na podstawie warstwic odwzorowanych na mapie, określono wysokości wszystkich punktów siatki, zestawiając je w tabeli 30.

Tabela 30. Wysokości terenowe punktów siatki boiska i skarp

Nr pkt.	H _{ter.} [m]	Nr pkt.	H _{ter.} [m]	Nr pkt.	H _{ter.} [m]	Nr pkt.	H _{ter.} [m]
A1	55,45	C1	55,20	E1	54,80	G1	53,80
A2	55,30	C2	55,00	E2	54,25	G2	53,65
A3	54,85	C3	54,60	E3	53,85	G3	53,40
A4	54,40	C4	54,15	E4	53,55	G4	53,10
A5	54,15	C5	53,75	E5	53,05	G5	52,50
A6	53,60	C6	53,00	E6	52,60	G6	51,90
A7	52,95	C7	52,20	E7	52,05	G7	51,40
A8	52,00	C8	51,50	E8	51,00	G8	50,90
A9	51,80	C9	51,20	E9	50,70	G9	50,60
B1	55,35	D1	55,10	F1	54,00		
B2	55,20	D2	54,85	F2	53,80		
B3	54,80	D3	54,35	F3	53,50		
B4	54,45	D4	53,90	F4	53,15		
B5	54,00	D5	53,35	F5	52,75		
B6	53,30	D6	52,80	F6	52,10		
B7	52,50	D7	52,00	F7	51,65		
B8	51,90	D8	51,20	F8	50,95		
B9	51,60	D9	50,70	F9	50,65		

Dysponując wysokościami punktów siatki kwadratów boiska istnieje możliwość wyznaczenia płaszczyzny bilansowej. W poniższej tabeli dokonano pogrupowania wysokości punktów będących odpowiednio wierzchołkami jednego, dwóch lub czterech kwadratów.

Tabela 31. Wysokości punktów siatki boiska wg przynależności do liczby kwadratów

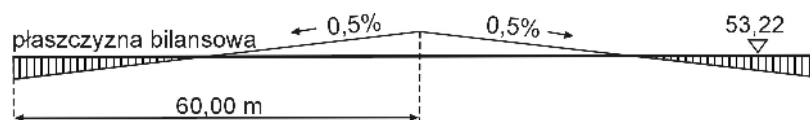
H_I [m]	H_{II} [m]	H_{IV} [m]
55,20	54,80	54,60
51,90	54,45	54,15
53,80	54,00	53,75
50,95	53,30	53,00
	52,50	52,20
	55,00	54,35
	51,50	53,90
	54,85	53,35
	51,20	52,80
	54,25	52,00
	51,00	53,85
	53,50	53,55
	53,15	53,05
	52,75	52,60
	52,10	52,05
	51,65	
$\sum H_I = 211,85$	$\sum H_{II} = 850,00$	$\sum H_{IV} = 799,20$

Zgodnie ze wzorem (3.3) pozioma płaszczyzna bilansowa odpowiada wysokości:

$$H_0 = \frac{1}{4 \cdot 24} (211,85 + 2 \cdot 850,00 + 4 \cdot 799,20) = 53,22 \text{ m}$$

Z założeń projektowych wynika, że płyta boiska musi posiadać spadek daszkowy wzdłuż dłuższego boku boiska o wartości 0,5%. Aby pochylenie to w minimalnym stopniu powodowało niedobór mas ziemnych zdecydowano się środek boiska (załamanie) umieścić na wysokości:

$$53,22 + \frac{1}{2} \cdot 60,00 \cdot 0,5\% = 53,37 \text{ m}$$

**Rys. 73.** Umieszczenie płyty boiska w stosunku do płaszczyzny bilansowej

Wysokość projektową punktów siatki boiska umieszczonych w poszczególnych przekrojach (2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6, 7-7, 8-8) wyznaczono w następujący sposób:

$$H_{5-5} = 53,37 \text{ m}$$

$$H_{4-4} = H_{6-6} = 53,37 - 0,5\% \cdot 20,00 = 53,27 \text{ m}$$

$$H_{3-3} = H_{7-7} = 53,37 - 0,5\% \cdot 40,00 = 53,17 \text{ m}$$

$$H_{2-2} = H_{8-8} = 53,37 - 0,5\% \cdot 60,00 = 53,07 \text{ m}$$

Następnie określono w każdym punkcie przewyższenie pomiędzy wysokością terenową a projektową (tabela 32).

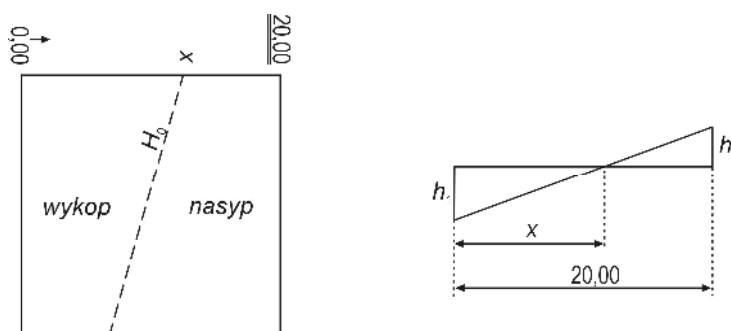
Tabela 32. Wysokości terenowe i projektowe punktów siatki boiska

Nr pkt.	$H_{\text{ter.}}$ [m]	$H_{\text{pr.}}$ [m]	$h = H_{\text{ter.}} - H_{\text{pr.}}$ [m]
B2	55,20	53,07	2,13
B3	54,80	53,17	1,63
B4	54,45	53,27	1,18
B5	54,00	53,37	0,63
B6	53,30	53,27	0,03
B7	52,50	53,17	-0,67
B8	51,90	53,07	-1,17
C2	55,00	53,07	1,93
C3	54,60	53,17	1,43
C4	54,15	53,27	0,88
C5	53,75	53,37	0,38
C6	53,00	53,27	-0,27
C7	52,20	53,17	-0,97
C8	51,50	53,07	-1,57
D2	54,85	53,07	1,78
D3	54,35	53,17	1,18
D4	53,90	53,27	0,63
D5	53,35	53,37	-0,02
D6	52,80	53,27	-0,47
D7	52,00	53,17	-1,17
D8	51,20	53,07	-1,87
E2	54,25	53,07	1,18
E3	53,85	53,17	0,68
E4	53,55	53,27	0,28
E5	53,05	53,37	-0,32
E6	52,60	53,27	-0,67

Tabela 32. cd. Wysokości terenowe i projektowe punktów siatki boiska

Nr pkt.	$H_{\text{ter.}}$ [m]	$H_{\text{pr.}}$ [m]	$h = H_{\text{ter.}} - H_{\text{pr.}}$ [m]
E7	52,05	53,17	-1,12
E8	51,00	53,07	-2,07
F2	53,80	53,07	0,73
F3	53,50	53,17	0,33
F4	53,15	53,27	-0,12
F5	52,75	53,37	-0,62
F6	52,10	53,27	-1,17
F7	51,65	53,17	-1,52
F8	50,95	53,07	-2,12

Obliczenie objętości wymaga również określenia dokładnego przebiegu linii zerowej robót ziemnych. Na poniższym rysunku przedstawiono schemat wyznaczenia położenia tej linii.

**Rys. 74.** Wyznaczenie przebiegu linii zerowej robót ziemnych

Zgodnie z oznaczeniami na powyższym rysunku można zapisać następującą zależność:

$$\begin{aligned} \frac{h_1}{h_2} &= \frac{x}{20-x} \\ x &= \frac{20 \cdot h_1}{h_1 + h_2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Linia zerowa robót ziemnych przebiega przez kwadraty oznaczone numerami 4, 5, 9, 10, 15, 20 i 21. Wyniki obliczeń linii przecięcia terenu z projektowaną płaszczyzną boiska zestawiono w tabeli 33.

Tabela 33. Przebieg linii zerowej robót ziemnych

Odcinek	h_1 [m]	h_2 [m]	x [m]	H [m]
B6-B7	0,03	0,67	0,86	$53,27-0,5\% \cdot 0,86=53,27$
B6-C6	0,03	0,27	2,00	53,27
C5-C6	0,38	0,27	11,69	$53,37-0,5\% \cdot 11,69=53,31$
C5-D5	0,38	0,02	19,00	53,37
D4-D5	0,63	0,02	19,38	$53,27+0,5\% \cdot 19,38=53,37$
E4-E5	0,28	0,32	9,33	$53,27+0,5\% \cdot 9,33=53,32$
E4-F4	0,28	0,12	14,00	53,27
F3-F4	0,33	0,12	14,67	$53,17+0,5\% \cdot 14,67=53,24$

Dysponując wysokością punktów siatki boiska względem projektowanej płaszczyzny oraz przebiegiem linii zerowej robót ziemnych można obliczyć objętość nasypów i wykopów. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 34.

Tabela 34. Objętość mas ziemnych boiska

Nr kwadratu	Objętość [m ³]		Obliczenia	Uwagi	
	nasyp	wykop			
1		712	100·(2,13+1,63+1,93+1,43)	$V = \frac{a^2}{4} (h_1+h_2+h_3+h_4)$	
2		512	100·(1,63+1,18+0,88+1,43)		
3		307	100·(1,18+0,63+0,88+0,38)		
6	438		100·(0,67+1,17+0,97+1,57)		
7		632	100·(1,93+1,43+1,78+1,18)		
8		412	100·(1,43+0,88+1,18+0,63)		
11	288		100·(0,27+0,97+0,47+1,17)		
12	558		100·(0,97+1,57+1,17+1,87)		
13		482	100·(1,78+1,18+1,18+0,68)		
14		277	100·(1,18+0,63+0,68+0,28)		
16	148		100·(0,02+0,47+0,32+0,67)		
17	343		100·(0,47+1,17+0,67+1,12)		
18	623		100·(1,17+1,87+1,12+2,07)		
19		292	100·(1,18+0,68+0,73+0,33)		
22	278		100·(0,32+0,67+0,62+1,17)		
23	448		100·(0,67+1,12+1,17+1,52)		
24	683		100·(1,12+2,07+1,52+2,12)		
4	7	68	1/3·74,79·0,27 1/5·325,21·(0,63+0,03+0,38)		$V = P \frac{h_1+h_2+h_3}{5}$ $V = P \frac{h_4}{3}$
5	152	0	1/5·399,14·(0,67+0,27+0,97) 1/3·0,86·0,03		
9	0	151	1/3·0,31·0,02 1/5·399,69·(0,88+0,38+0,63)		
10	44	14	1/5·288,94·(0,27+0,02+0,47) 1/3·111,06·0,38		
20	1	99	1/3·15,99·0,12 1/5·384,01·(0,68+0,28+0,33)		
21	71	6	1/5·334,69·(0,32+0,12+0,62) 1/3·65,31·0,28		
15	10	65	1/4·112,90·(0,02+0,32) 1/4·287,10·(0,63+0,28)	$V = P \frac{h_1+h_2}{4}$	
Suma	4092	4029			

Obliczenie objętości mas ziemnych boiska można również wykonać w programie C-Geo. W tym celu należy skorzystać z modułu obliczeniowego „Objętości”. Zadanie te można zrealizować na dwa sposoby.

Na podstawie punktów siatki ($X, Y, H_{ter.}$) prezentujących powierzchnię terenu należy utworzyć numeryczny model typu TIN (TIN_teren). Ponieważ punkty na skarpach nie wchodzą do obliczeń modelu, wcześniej określa się granice opracowania wprowadzając punkty tworzące obrys obszaru. Następnie generuje się numeryczny model typu TIN projektowanej płyty boiska (TIN_boisko), wykorzystując punkty siatki ($X, Y, H_{pr.}$). Teraz można przystąpić do obliczenia objętości. Jako model do obliczeń wskazuje się TIN_boisko, jako model odniesienia TIN_teren. Uzyskano w ten sposób wyniki: 4150 m³ nasypów i 4091 m³ wykopów, co zostało zaprezentowane na rys. 75. Otrzymane wartości są niewiele większe od obliczeń zestawionych w tabeli 34 (średnio o 60 m³), co prawdopodobnie wynika z zastosowania innej metody obliczania mas ziemnych. Natomiast bilans mas ziemnych jest już prawie identyczny i wynosi 4150 – 4091 = 59 m³ w stosunku do obliczeń z tabeli 34: 4092 – 4029 = 63 m³.

Objętości (Teren.obj)

Lp	Numer	X	Y	H
1	A1	6001115,00	5571018,00	55,45
2	A2	6001115,88	5571027,98	55,30
3	A3	6001117,04	5571047,93	54,85
4	A4	6001118,39	5571067,89	54,40
5	A5	6001119,75	5571087,84	54,15
6	A6	6001121,11	5571107,79	53,60
7	A7	6001122,46	5571127,75	52,95
8	A8	6001123,82	5571147,70	52,00
9	A9	6001124,50	5571157,68	51,80
10	B1	6001105,02	5571018,68	55,35
11	B2	6001105,70	5571028,66	55,20
12	B3	6001107,06	5571048,61	54,80
13	B4	6001108,42	5571068,57	54,45
14	B5	6001109,77	5571088,52	54,00
15	B6	6001111,13	5571108,47	53,30

Objętości (Boisko.obj)

Lp	Numer	X	Y	H
1	B2p	6001105,70	5571028,66	53,07
2	B3p	6001107,06	5571048,61	53,17
3	B4p	6001108,42	5571068,56	53,27
4	B5p	6001109,77	5571088,52	53,37
5	B6p	6001111,13	5571108,47	53,27
6	B7p	6001112,49	5571128,43	53,17
7	B8p	6001113,84	5571148,38	53,07
8	C2p	6001085,75	5571030,01	53,07
9	C3p	6001087,10	5571049,97	53,17
10	C4p	6001088,46	5571069,92	53,27
11	C5p	6001089,82	5571089,88	53,37
12	C6p	6001091,18	5571109,83	53,27
13	C7p	6001092,53	5571129,78	53,17

Obliczenie objętości

Model: TIN_boisko

Poziom odniesienia: model (TIN_teren)

4149,5 m³ -4090,9 m³ P 3d = + 4737 m² - 4864 m² P 2d = + 4737 m² - 4864 m²

Rys. 75. Obliczenie objętości mas ziemnych w programie C-Geo – podejście I

W drugim sposobie nie wyznacza się oddzielnie objętości nasypów i wykopów, a jedynie ich różnice (sprawdzenie bilansu robót ziemnych). W tym celu dwukrotnie oblicza się objętość. Raz objętość bryły ograniczonej od góry numerycznym modelem terenu, a od dołu płaszczyzną poziomą umieszczoną na wybranym poziomie. Drugi raz oblicza się objętość bryły podobnie, od góry ograniczając ją modelem boiska, a od dołu tą samą płaszczyzną poziomą. Różnica objętości tych brył ukazuje bilans robót ziemnych. Uzyskane wyniki tym sposobem zostały przedstawione na rys. 76 i ich różnica wynosi $30914 - 30854 = 59 \text{ m}^3$.

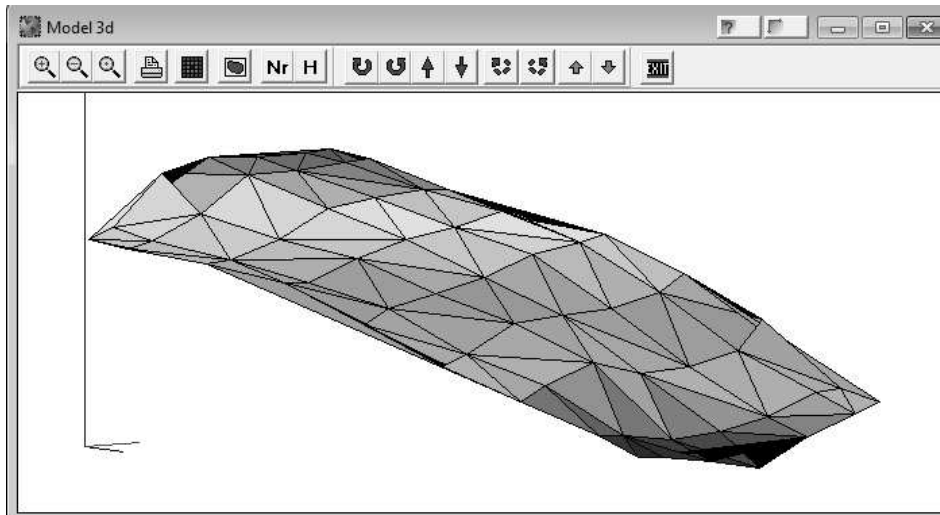
The image shows two screenshots of the C-Geo software interface. The top screenshot is for 'Objętości (Teren.obj)' and the bottom for 'Objętości (Boisko.obj)'. Both windows show a table of points with columns for Lp, Numer, X, Y, and H. The 'Obliczenie objętości' dialog boxes are open, showing the selected model (TIN_teren and TIN_boisko) and the reference level (50,000 m).

Lp	Numer	X	Y	H
1	A1	6001115.00	5571018.00	55.45
2	A2	6001115.68	5571027.98	55.30
3	A3	6001117.04	5571047.93	54.85
4	A4	6001118.39	5571067.89	54.40
5	A5	6001119.75	5571087.84	54.15
6	A6	6001121.11	5571107.79	53.60
7	A7	6001122.46	5571127.75	52.95
8	A8	6001123.82	5571147.70	52.00
9	A9	6001124.50	5571157.68	51.80
10	B1	6001105.02	5571018.68	55.35
11	B2	6001105.70	5571028.66	55.20
12	B3	6001107.06	5571048.61	54.80
13	B4	6001108.42	5571068.57	54.45
14	B5	6001109.77	5571088.52	54.00
15	B6	6001111.13	5571108.47	53.30

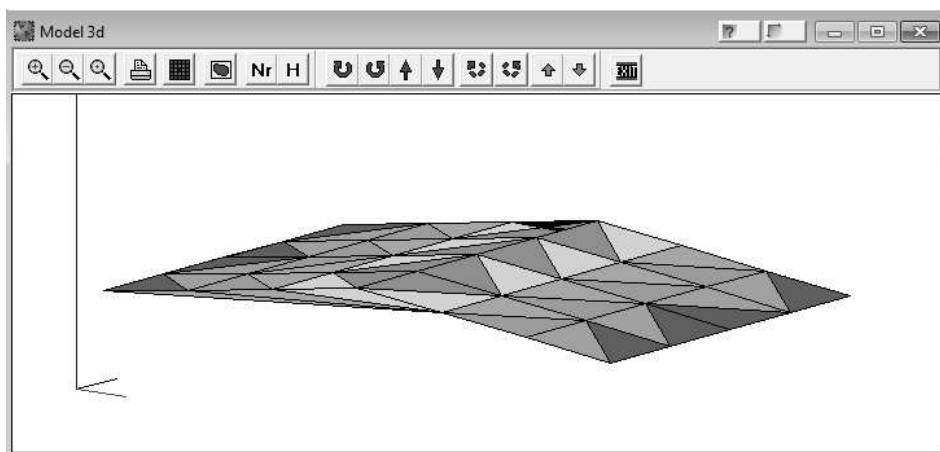
Lp	Numer	X	Y	H
1	B2p	6001105.70	5571028.66	53.07
2	B3p	6001107.06	5571048.61	53.17
3	B4p	6001108.42	5571068.56	53.27
4	B5p	6001109.77	5571088.52	53.37
5	B6p	6001111.13	5571108.47	53.27
6	B7p	6001112.49	5571128.43	53.17
7	B8p	6001113.84	5571148.38	53.07
8	C2p	6001085.75	5571030.01	53.07
9	C3p	6001087.10	5571049.97	53.17
10	C4p	6001088.46	5571069.92	53.27
11	C5p	6001089.82	5571089.88	53.37
12	C6p	6001091.18	5571109.83	53.27
13	C7p	6001092.53	5571129.78	53.17
14	C8p	6001093.89	5571149.74	53.07
15	D2p	6001065.79	5571031.37	53.07

Rys. 76. Obliczenie objętości mas ziemnych w programie C-Geo – podejście II

W trakcie realizacji tego zadania w programie C-Geo można skorzystać z możliwości wizualizacji rozmieszczenia samych pikiet, jak również zaobserwować widok modelu 3D (rys. 77 i 78). Pozwala to na wzrokową ocenę poprawności wprowadzenia danych.

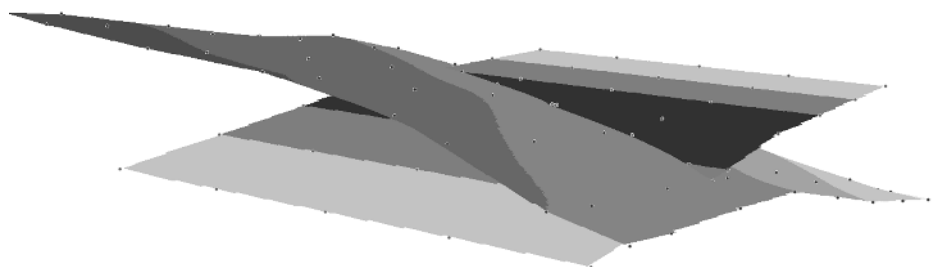


Rys. 77. Numeryczny model typu TIN obszaru opracowania utworzony w programie C-Geo



Rys. 78. Numerycznego modelu typu TIN płyty boiska utworzony w programie C-Geo

Program C-Geo nie ma możliwości wspólnej prezentacji istniejącego terenu i projektu boiska. Taką wizualizację wykonano w programie ArcGis i zaprezentowano na rys. 79.



Rys. 79. Prezentacja projektu płyty boiska i terenu w programie ArcGis

Kolejnym zadaniem jest sporządzenie profili podłużnych i poprzecznych. Podstawą do ich wykreślenia są wysokości terenowe punktów siatki. Następnie na rysunek istniejącego terenu nanosi się kolorem czerwonym projektowaną płaszczyznę boiska oraz skarpy, dodatkowo kolorem niebieskim zaznacza się punkt zerowy robót ziemnych. Na rys. 81-85 zaprezentowano profile wykonane wzdłuż dłuższego boku boiska, natomiast na rys. 86-92 zaprezentowano profile wykonane wzdłuż krótszego boku boiska. Wszystkie profile wykonano w programie C-Geo, wykorzystując moduł obliczeniowy „Przekroje” (rys. 80).

The image displays three sequential screenshots from the C-Geo software interface, illustrating the steps to create a cross-section B-B.

Top Screenshot: Data Table

Lp	Numer	X	Y	H	Kąt zał.	Spadek	Opis na przek.
1	B1	6001105,02	5571018,68	55,35			
2	B2	6001105,70	5571028,66	55,20		-1,50	
3	B3	6001107,06	5571048,61	54,80		-2,00	
4	B4	6001108,42	5571068,57	54,45		-1,75	
5	B5	6001109,77	5571088,52	54,00		-2,25	
6	B6	6001111,13	5571108,47	53,30		-3,50	
7	B67	6001111,20	5571109,47	53,27		-2,99	H0
8	B7	6001112,49	5571128,43	52,50		-4,05	
9	B8	6001113,84	5571148,38	51,90		-3,00	
10	B9	6001114,52	5571158,36	51,60		-3,00	

Middle Screenshot: Cross-section Data

Lp	Numer	X	Y	H	Kąt zał.	Spadek	Opis na przek.
1	B1	6001105,02	5571018,68	55,35			
2	B2p	6001105,70	5571028,66	53,07		-22,79	
3	B3p	6001107,06	5571048,61	53,17		0,50	
4	B4p	6001108,42	5571068,56	53,27		0,50	
5	B5p	6001109,77	5571088,52	53,37		0,50	
6	B6p	6001111,13	5571108,47	53,27		-0,50	
7	B7p	6001112,49	5571128,43	53,17		-0,50	
8	B8p	6001113,84	5571148,38	53,07		-0,50	
9	B9	6001114,52	5571158,36	51,60		-14,70	

Bottom Screenshot: Cross-section Table

Warstwa	Opis	H liter	Kąt	H wie.	Centr.	Kolor warstwy	Nr punktu	Poziom porów.
I	Nr pkt.	2	0	0	<input type="checkbox"/>		B1	51,00
II	Hpr.	2	0	0	<input type="checkbox"/>			
I	Hter.	2	0	0	<input type="checkbox"/>			
I	D	2	0	0	<input type="checkbox"/>			

Rys. 80. Tworzenie przekroju B-B w programie C-Geo

Na profilach umieszcza się dodatkowo powierzchnię powstałą w wyniku przekroju skarp. W obliczeniach wykorzystuje się znany wzór na pole powierzchni trójkąta. Przykładowe obliczenia tych powierzchni przedstawiono poniżej:

- profil podłużny B-B:

$$a = |H_{pr.} - H_{ter.}|$$

$$h = 10,00 \text{ m}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = 5,00 \cdot |H_{pr.} - H_{ter.}|$$

$$P_1 = 5,00 \cdot |53,07 - 55,20| = 10,65 \approx 11 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 5,00 \cdot |53,07 - 51,90| = 5,85 \approx 6 \text{ m}^2$$

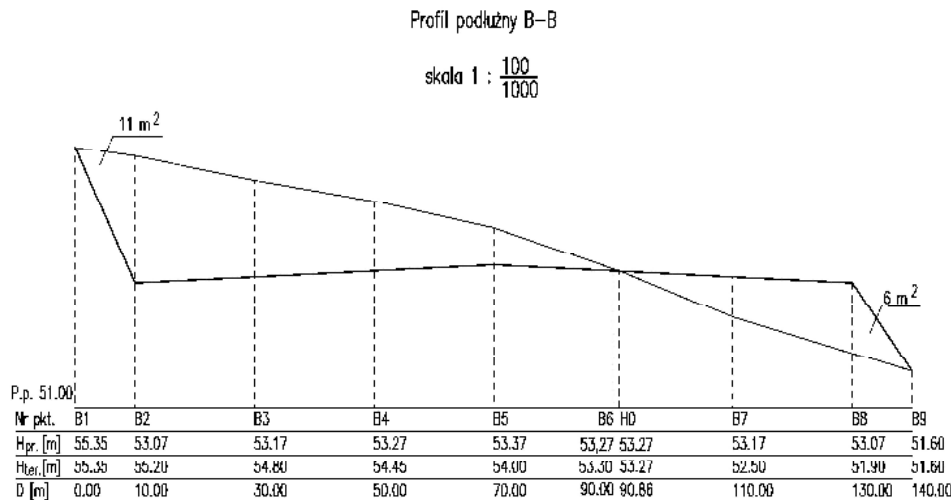
- profil poprzeczny 2-2:

Wysokość trójkąta h można odczytać graficznie bezpośrednio z wykresu pamiętając o uwzględnieniu skali. Przy niewielkich różnicach rzędnej terenu (np. H_{A2} , H_{B2}) można w przybliżeniu przyjąć, że wysokość trójkąta jest równa $3 \cdot |H_{pr.} - H_{ter.}|$ (dla skarpy o nachyleniu 1:3).

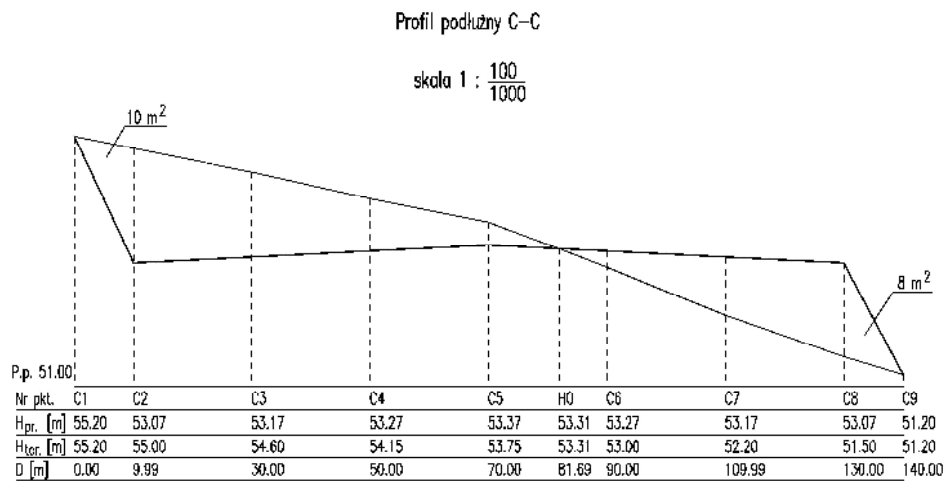
$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{3}{2} \cdot |H_{pr.} - H_{ter.}|^2$$

$$P_1 = \frac{3}{2} \cdot |53,07 - 55,20|^2 = 6,81 \approx 7 \text{ m}^2$$

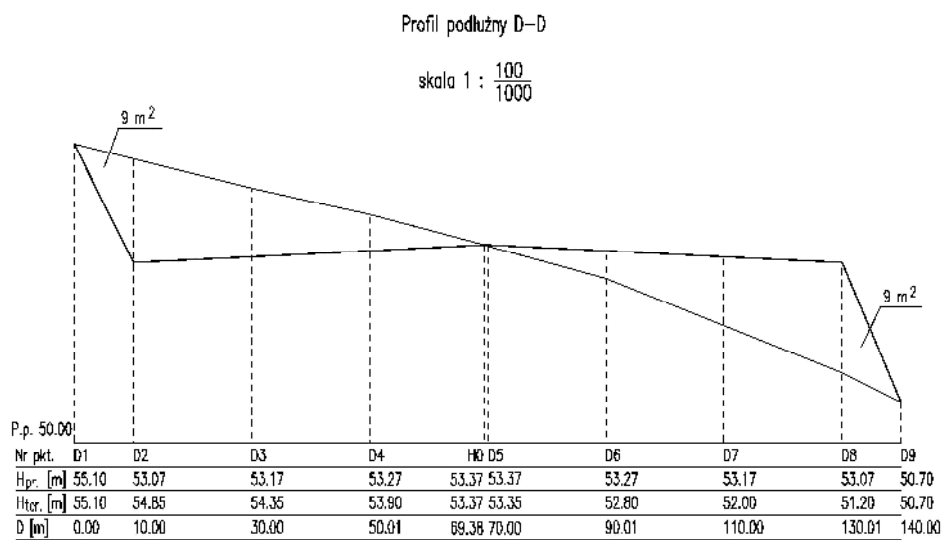
$$P_2 = \frac{3}{2} \cdot |53,07 - 53,80|^2 = 0,80 \approx 1 \text{ m}^2$$



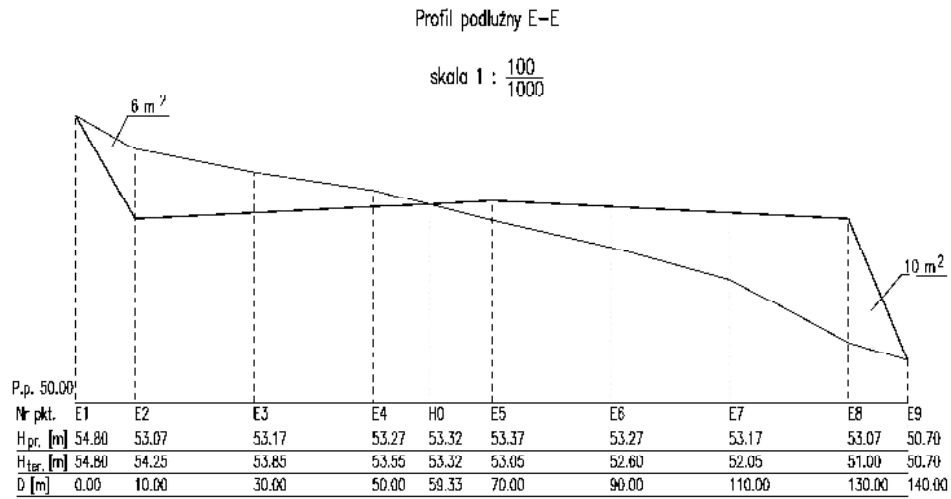
Rys. 81. Profil podłużny B-B



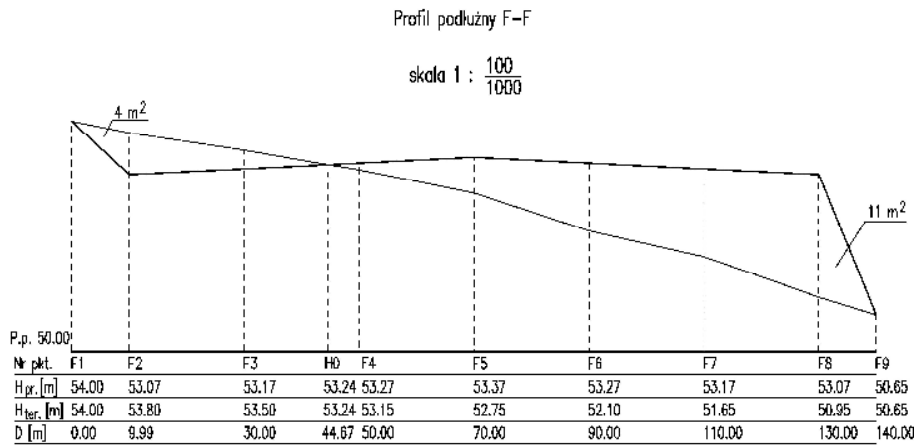
Rys. 82. Profil podłużny C-C



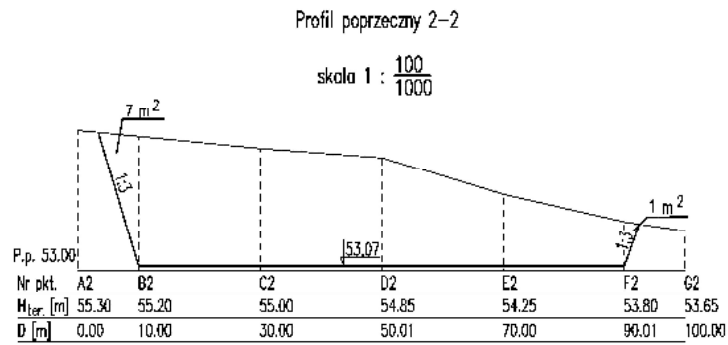
Rys. 83. Profil podłużny D-D



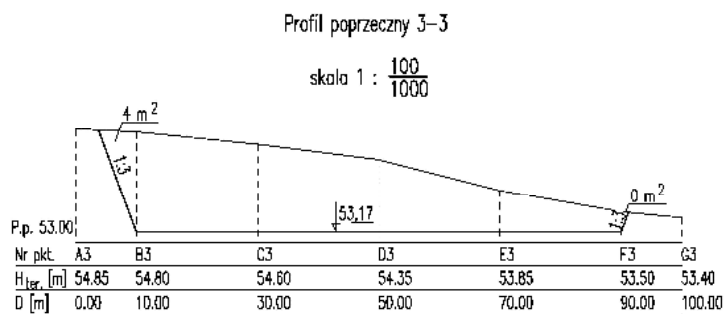
Rys. 84. Profil podłużny E-E



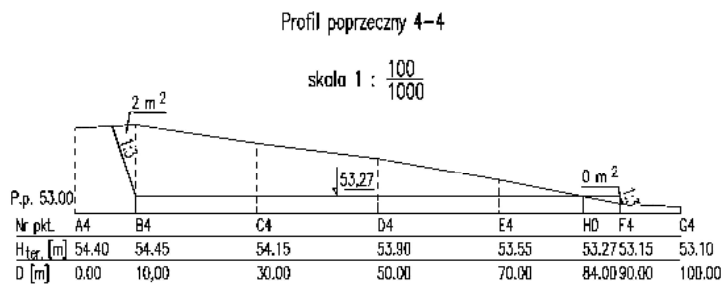
Rys. 85. Profil podłużny F-F



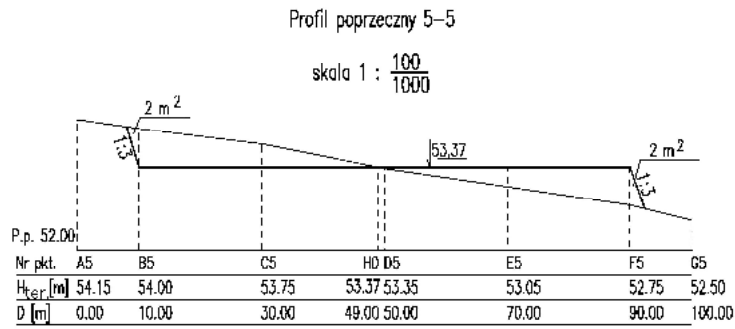
Rys. 86. Profil poprzeczny 2-2



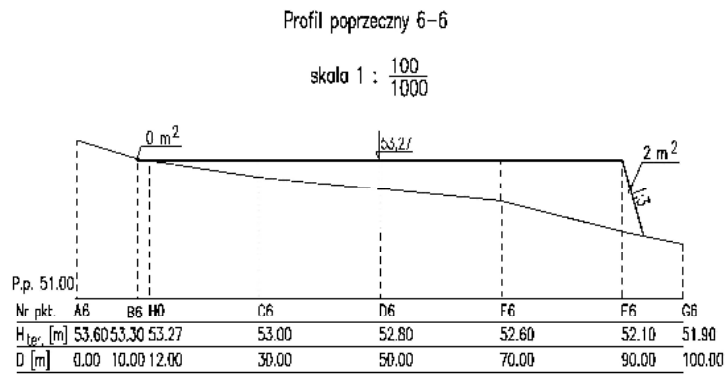
Rys. 87. Profil poprzeczny 3-3



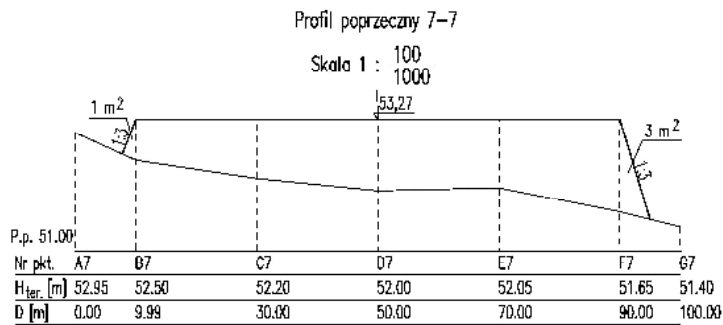
Rys. 88. Profil poprzeczny 4-4



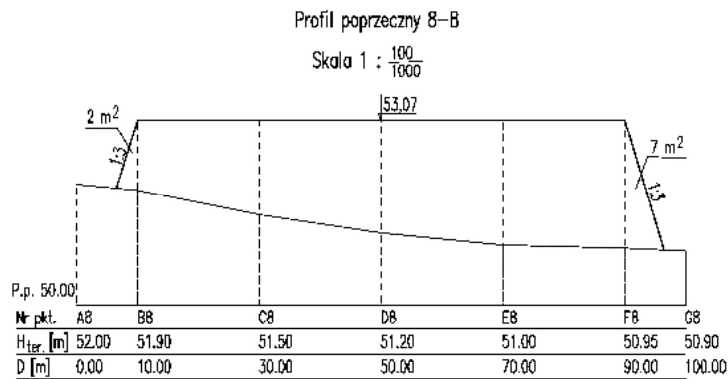
Rys. 89. Profil poprzeczny 5-5



Rys. 90. Profil poprzeczny 6-6



Rys. 91. Profil poprzeczny 7-7



Rys. 92. Profil poprzeczny 8-8

Do obliczenia objętości mas ziemnych skarp nasypów i wykopów, zawartych w prostokątach o numerach od 25 do 48, wykorzystano metodę przekrojów poprzecznych. W obliczeniach niezbędna jest znajomość powierzchni skarp w poszczególnych przekrojach oraz odległość pomiędzy tymi przekrojami. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 35.

Tabela 35. Objętości mas ziemnych skarp

Nr prostokąta	Objętość [m ³]		Obliczenia	Uwagi
	nasyp	wykop		
25		60	$\frac{1}{3} \cdot 11 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 10$	$V = \frac{1}{3}(P_1 + P_2 + \sqrt{P_1 \cdot P_2})d$
26		109	$\frac{1}{3} \cdot (7 + 4 + \sqrt{7 \cdot 4}) \cdot 20$	
27		59	$\frac{1}{3} \cdot (4 + 2 + \sqrt{4 \cdot 2}) \cdot 20$	
28		29	$\frac{1}{3} \cdot (2 + 1 + \sqrt{2 \cdot 1}) \cdot 20$	
29		7	$\frac{1}{3} \cdot (1 + 0 + \sqrt{1 \cdot 0}) \cdot 20$	
30	6	0	$\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 19,14$ $\frac{1}{3} \cdot 0 \cdot 0,86$	
31	29		$\frac{1}{3} \cdot (1 + 2 + \sqrt{1 \cdot 2}) \cdot 20$	
32	27		$\frac{1}{3} \cdot (2 + 11 + \sqrt{2 \cdot 11}) \cdot 20$	
33	140		$\frac{1}{3} \cdot (6 + 8 + \sqrt{6 \cdot 8}) \cdot 20$	
34	170		$\frac{1}{3} \cdot (8 + 9 + \sqrt{8 \cdot 9}) \cdot 20$	
35	190		$\frac{1}{3} \cdot (6 + 9 + \sqrt{6 \cdot 9}) \cdot 20$	
36	210		$\frac{1}{3} \cdot (10 + 11 + \sqrt{10 \cdot 11}) \cdot 20$	
37	60		$\frac{1}{3} \cdot 11 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 10$	
38	97		$\frac{1}{3} \cdot (3 + 7 + \sqrt{3 \cdot 7}) \cdot 20$	
39	50		$\frac{1}{3} \cdot (2 + 3 + \sqrt{2 \cdot 3}) \cdot 20$	
40	29		$\frac{1}{3} \cdot (1 + 2 + \sqrt{1 \cdot 2}) \cdot 20$	
41	7		$\frac{1}{3} \cdot (0 + 1 + \sqrt{0 \cdot 1}) \cdot 20$	
42	0	0	$\frac{1}{3} \cdot 0 \cdot 5,33$ $\frac{1}{3} \cdot 0 \cdot 14,67$	
43		7	$\frac{1}{3} \cdot (1 + 0 + \sqrt{1 \cdot 0}) \cdot 20$	
44		17	$\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 10$	
45		99	$\frac{1}{3} \cdot (6 + 4 + \sqrt{6 \cdot 4}) \cdot 20$	
46		149	$\frac{1}{3} \cdot (9 + 6 + \sqrt{9 \cdot 6}) \cdot 20$	
47		190	$\frac{1}{3} \cdot (10 + 9 + \sqrt{10 \cdot 9}) \cdot 20$	
48		210	$\frac{1}{3} \cdot (11 + 10 + \sqrt{11 \cdot 10}) \cdot 20$	
Suma	1015	936		

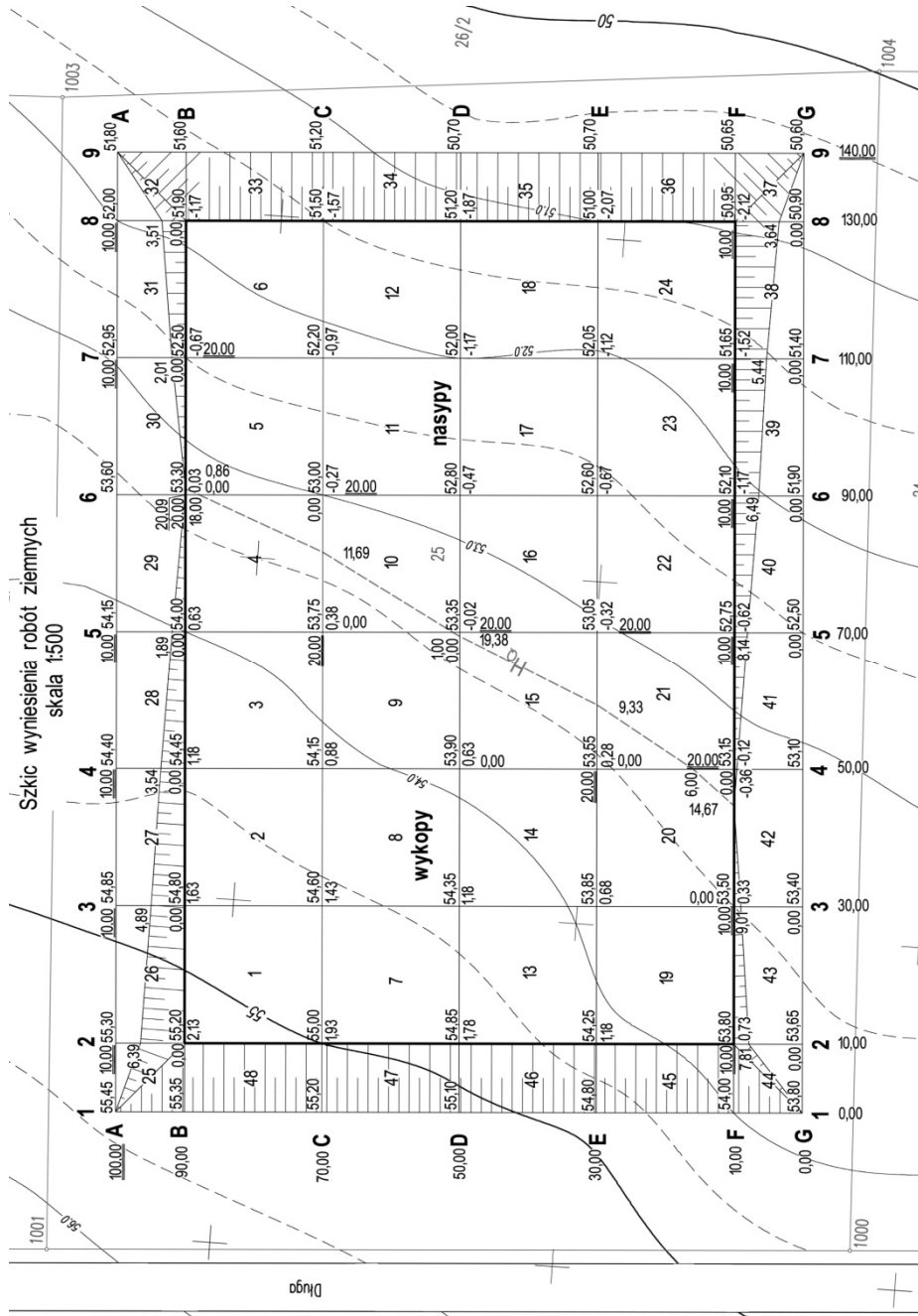
W poniższej tabeli zestawiono obliczone objętości nasypów i wykopów na terenie boiska i skarp.

Tabela 36. Bilans robót ziemnych

	Nasyp V_N [m ³]	Wykop V_W [m ³]	$V_N - V_W$ [m ³]
Boisko	4092	4029	63
Skarpy	1015	936	79
Suma	5122	4965	142

Ogólny bilans robót ziemnych wykazał niedobór (brak) ziemi około 140 m³, co stanowi 1,5% wszystkich transportowanych mas ziemnych. W praktyce zazwyczaj przyjmuje się, że bilans robót ziemnych jest zadowalający, gdy nadmiar lub niedobór mas ziemnych nie przekracza 3-6% wszystkich transportowanych mas ziemnych.

Ostatnim etapem opracowania jest sporządzenie szkicu wyniesienia robót ziemnych. Na szkicu tym umieszcza się wysokości projektowe punktów siatki, wysokości terenowe punktów siatki lub różnicę tych wysokości, linię zerową robót ziemnych, skarpy i dodatkowe opisy. Nowoprojektowane elementy wnosi się na szkic kolorem czerwonym. Na rys. 93 zaprezentowano taki szkic, który został sporządzony w programie C-Geo.



Rys. 93. Szkic wyniesienia robót ziemnych

Ocena dokładności

Dokładność wyznaczenia objętości pojedynczego graniastosłupa w metodzie siatki kwadratów zależy głównie od dokładności określenia wysokości punktów siatki i dokładności aproksymacji naturalnej powierzchni topograficznej. Natomiast w metodzie przekrojów poprzecznych na dokładność wyznaczenia objętości pojedynczej bryły głównie wpływ ma dokładność określenia pola powierzchni przekrojów, jak również dokładność aproksymacji naturalnej powierzchni topograficznej.

- **metoda siatki kwadratów**

Dane:

$$a = 20,00 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{4} a^2 (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)$$

$$m_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial a}\right)^2 m_a^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h_1}\right)^2 m_{h_1}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h_2}\right)^2 m_{h_2}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h_3}\right)^2 m_{h_3}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h_4}\right)^2 m_{h_4}^2$$

$$m_V^2 = \left(\frac{1}{2} a (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)\right)^2 m_a^2 + \left(\frac{1}{4} a^2\right)^2 m_{h_1}^2 + \left(\frac{1}{4} a^2\right)^2 m_{h_2}^2 +$$

$$+ \left(\frac{1}{4} a^2\right)^2 m_{h_3}^2 + \left(\frac{1}{4} a^2\right)^2 m_{h_4}^2$$

Przy założeniu, że pole podstawy graniastosłupa określono bezbłędnie $m_a = 0$ oraz $m_{h_1} = m_{h_2} = m_{h_3} = m_{h_4} = m_h = \pm 10 \text{ cm}$, powyższy wzór przyjmuje postać:

$$m_V^2 = \frac{1}{4} a^4 m_h^2 \quad (3.12)$$

$$m_V^2 = \frac{1}{4} \cdot 20,00^4 \cdot 0,10^2$$

$$m_V = \pm 20 \text{ m}^3$$

- **metoda przekrojów poprzecznych**

Dane (bryła nr 47):

$$P_1 = 10 \text{ m}^2 \pm 1 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 9 \text{ m}^2 \pm 1 \text{ m}^2$$

$$d = 20,00 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{3}(P_1 + P_2 + \sqrt{P_1 \cdot P_2})d$$

$$m_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial P_1}\right)^2 m_{P_1}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial P_2}\right)^2 m_{P_2}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d}\right)^2 m_d^2$$

$$m_V^2 = \left(\frac{1}{3}d + \frac{P_2 \cdot d}{6\sqrt{P_1 \cdot P_2}}\right)^2 m_{P_1}^2 + \left(\frac{1}{3}d + \frac{P_1 \cdot d}{6\sqrt{P_1 \cdot P_2}}\right)^2 m_{P_2}^2 +$$

$$+ \left(\frac{1}{3}(P_1 + P_2 + \sqrt{P_1 \cdot P_2})\right)^2 m_d^2$$

Przyjmując, że odległość pomiędzy przekrojami została określona bezbłędnie $m_d = 0$ oraz $m_{P_1} = m_{P_2} = m_P$, wówczas:

$$m_V^2 = \left(\frac{1}{3}d + \frac{P_2 \cdot d}{6\sqrt{P_1 \cdot P_2}}\right)^2 m_P^2 + \left(\frac{1}{3}d + \frac{P_1 \cdot d}{6\sqrt{P_1 \cdot P_2}}\right)^2 m_P^2 \quad (3.13)$$

$$m_V^2 = \left(\frac{1}{3} \cdot 20,00 + \frac{9 \cdot 20,00}{6\sqrt{10 \cdot 9}}\right)^2 + \left(\frac{1}{3} \cdot 20,00 + \frac{10 \cdot 20,00}{6\sqrt{10 \cdot 9}}\right)^2$$

$$m_V = \pm 14 \text{ m}^3$$

Dokładność obliczenia całkowitej objętości bryły topograficznej, przy założeniu zbliżonych do siebie błędów objętości (m_{V_i}) n brył elementarnych wyraża się błędem średnim wg wzoru [3]:

$$m_V = m_{V_i} \sqrt{n}$$

Dokładność obliczenia objętości całej bryły określa zatem błąd średni wg wzoru:

$$m_V = m_{V_{m. \text{ siatki kw.}}} + m_{V_{m. \text{ przek. poprz.}}} = 20\sqrt{24} + 14\sqrt{24} = \pm 167 \text{ m}^3$$

Należy zaznaczyć, że w powyższej ocenie dokładności nie uwzględniono dokładności aproksymacji rzeczywistej powierzchni terenu i wtedy wartość błędu średniego m_V będzie zapewne znacznie większa.

Operat

Ostateczne opracowanie realizowane w ramach ćwiczenia stanowi operat, w skład którego wchodzi:

- sprawozdanie techniczne,
- projekt zagospodarowania terenu inwestycji,
- szkic niwelacji siatkowej z numeracją siatki,
- zestawienie wysokości terenowych punktów siatki,
- obliczenie wysokości płaszczyzny bilansowej,
- obliczenie wysokości projektowych punktów siatki,

- obliczenie położenia punktu zerowego robót ziemnych,
- zestawienie różnic wysokości terenowej i projektowanej punktów siatki,
- obliczenie objętości mas ziemnych boiska,
- obliczenie objętości mas ziemnych skarp,
- bilans robót ziemnych,
- profile podłużne,
- profile poprzeczne,
- szkic wyniesienia robót ziemnych,
- wnioski.

Literatura

- [1] *Geodezja inżynierska tom I*, Praca zbiorowa, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa 1979.
- [2] *Geodezja inżynierska tom II*, Praca zbiorowa, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa 1980.
- [3] Gocał J., *Geodezja inżyniersko-przemysłowa*, część I, Wydawnictwo AGH, Kraków 1999.
- [4] Grała M., Kopiejewski G., *Geodezja inżynierska – dzieła wybrane*, Wydawnictwo UWM, Olsztyn 2003.
- [5] Jagielski A., *Geodezja II*, Wydawnictwo Stabil, Kraków 2003.
- [6] Jagielski A., *Podstawy geodezji inżynierskiej – standardy, pomiary realizacyjne, trasy, objętości*, Wydawnictwo Geodpis, Kraków 2012.
- [7] Kłopcowski W., Lipiński M., Łabęcki Z., Ponikowski J., *Pomiary specjalne, część I*, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa 1968.
- [8] Lazzarini T., *Geodezja – geodezyjna osnowa szczegółowa*, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa-Wrocław 1990.
- [9] *Leica TPS1200*, Instrukcja obsługi, Leica Geosystems AG.
- [10] Lipiński M., *Tablice do tyczenia krzywych część II – klotoida*, Warszawa 1978.
- [11] Męczykowska A., Mikułko M., *Projekt i realizacja ramy geodezyjnej*, Praca dyplomowa napisana pod kierunkiem dr inż. Cz. Suchockiego, Koszalin 2013.
- [12] *Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 2 marca 1999 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie* (Dz.U. 1999 nr 43 poz. 430).
- [13] *Rozporządzenie Ministra Spraw Wewnętrznych i Administracji z dnia 9 listopada 2011 r. w sprawie standardów technicznych wykonywania geodezyjnych pomiarów sytuacyjnych i wysokościowych oraz opracowywania i przekazywania wyników tych pomiarów do państwowego zasobu geodezyjnego i kartograficznego* (Dz.U. 2011 nr 263 poz. 1572).

- [14] Wiśniewski Z., *Rachunek wyrównawczy w geodezji (z przykładami)*, Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie, 2005.
- [15] *Wytyczne projektowania dróg I i II klasy technicznej (WPD-1)*, GDDP, Warszawa 1995.
- [16] *Wytyczne projektowania dróg III, IV i V klasy technicznej (WPD-2)*, GDDP, Warszawa 1995.
- [17] Żurowski A., *Pomiary geodezyjne w budowie dróg, lotnisk i mostów*, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 1981.