



POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA
WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ, ŚRODOWISKA I GEODEZJI



Mgr inż. Michał Piątkowski

ROZPRAWA DOKTORSKA

Analiza nośności dźwigarów kratowych z imperfekcjami geometrycznymi

Promotor: dr hab. inż. Joanna Jankowska-Sandberg, prof. PK.

Koszalin 2019

Spis treści

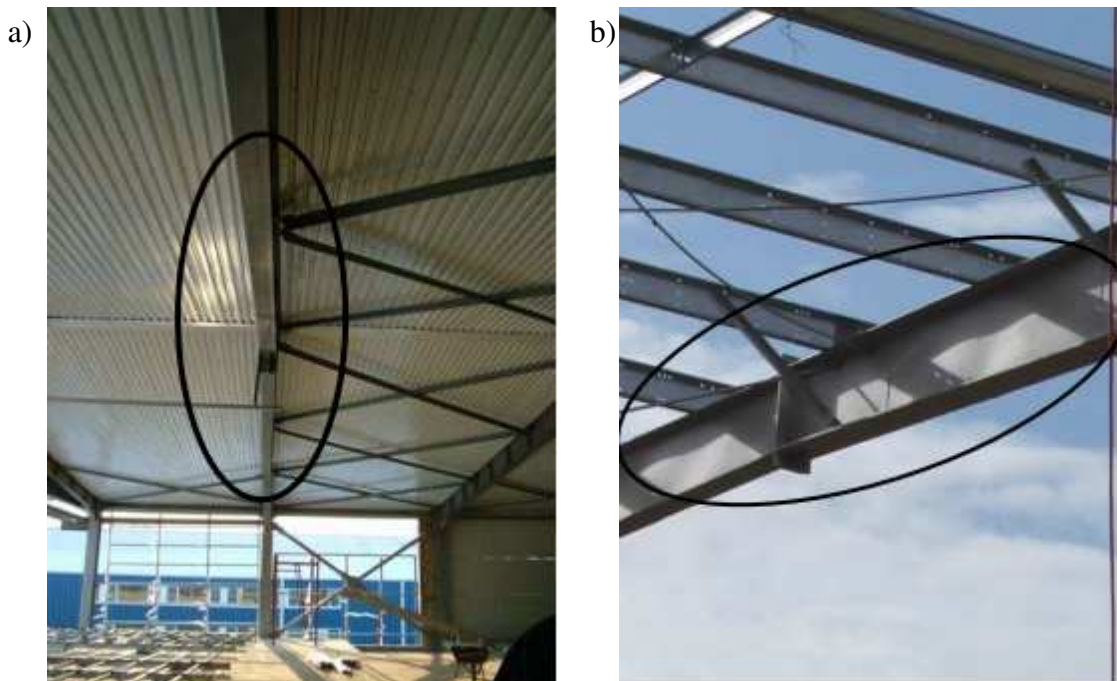
1. Wstęp	3
2. Przedmiot, cel i zakres oraz tezy rozprawy	9
2.1. Przedmiot rozprawy	9
2.2. Cel oraz zakres rozprawy	9
2.3. Tezy rozprawy	13
3. Omówienie aktualnego stanu wiedzy	14
3.1. Klasyczna i nowoczesna stateczność konstrukcji prętowych	14
3.2. Klasyfikacja i pomiary imperfekcji	22
3.3. Metody uwzględniania imperfekcji w analizie konstrukcji	24
3.4. Imperfekcje w projektowaniu stężeń połączeniowych	36
3.5. Wpływ imperfekcji na statykę i stateczność konstrukcji	40
3.6. Badania doświadczalne konstrukcji kratowych	44
4. Analizy wstępne dźwigarów kratowych z imperfekcjami	51
4.1. Imperfekcje w kratownicach - systematyzacja	51
4.2. Teoretyczna analiza obciążenia tężnika od kratownicy z imperfekcjami	53
4.2.1. Normowe obciążenie tężnika	54
4.2.2. Obciążenie tężnika wyznaczone z warunku równowagi węzłów	55
4.2.3. Obciążenie tężnika wyznaczone na podstawie twierdzenia <i>Szwedlera-Żurawskiego</i>	58
4.3. Analiza statyczna i stateczności modelu doświadczalnego	60
5. Badania doświadczalne	64
5.1. Modele badawcze	64
5.2. Badania cech fizycznych przekrojów i materiału	68
5.2.1. Określenie cech geometrycznych przekroju	69
5.2.2. Określenie cech wytrzymałościowych materiału	70
5.3. Stanowisko i metody badawcze	75
5.4. Przebieg i wyniki badań doświadczalnych	82
5.4.1. Badania obciążenia tężnika dachowego od dźwigara kratowego z imperfekcjami	83
5.4.2. Badanie stateczności kratownic z imperfekcjami	89
6. Analizy numeryczne	99
6.1. Walidacja modelu numerycznego z wynikami badań doświadczalnych	99
6.2. Obciążenie typowego tężnika połączeniowego od przykładowego dźwigara kratowego z imperfekcjami - analizy parametryczne	104
7. Podsumowanie i wnioski	122
7.1. Podsumowanie badań doświadczalnych i analiz numerycznych	122
7.2. Wnioski	125
7.3. Wpływ wyników pracy na dalszy rozwój tematu	126
Streszczenie	128
Literatura	130
Załączniki (płyta CD)	141

1. Wstęp

Występowanie szeroko rozumianych imperfekcji w rzeczywistych konstrukcjach inżynierskich jest sprawą oczywistą, wynikającą z ograniczonej dokładności urządzeń i technologii, wykorzystywanych do wznoszenia tych konstrukcji. Do najczęściej występujących imperfekcji można zaliczyć następujące [46]:

- strukturalne (materiałowe),
- geometryczne:
 - przekroju poprzecznego,
 - części składowych elementu konstrukcyjnego (lokalne),
 - elementu konstrukcyjnego jako całości (globalne),
- dotyczące obciążenia i warunków podparcia.

W większości przypadków imperfekcje mają niekorzystny wpływ na nośność i stateczność konstrukcji. Znane są przypadki, w których były one podstawą do kwestionowania poprawności wykonania konstrukcji lub mogły przyczynić się one do wystąpienia stanu awaryjnego konstrukcji. Przypadki takie zostały opisane m. in. w pracach [71] (rys. 1.1), [88], [92], [93], [142] (rys. 1.2), [144], [175] (rys. 1.3).

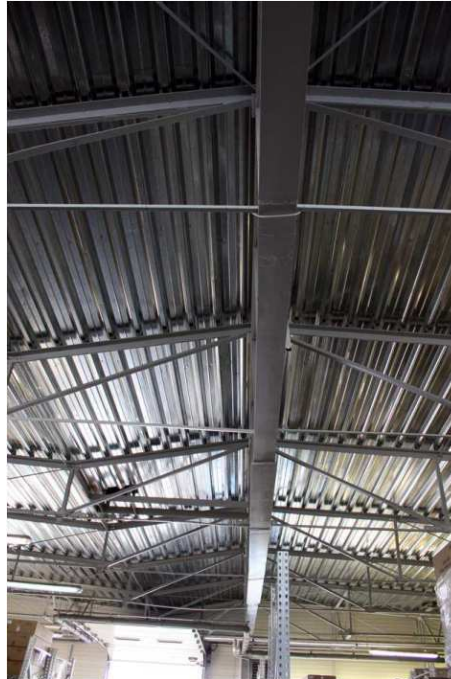


Rys. 1.1. Imperfekcje dźwigara pełnościennego: a) globalne, b) lokalne środnika [71] (Autorzy zdjęć: *Cristutiu M., Nagy Z.*)

Pierwsze imperfekcje geometryczne konstrukcji pojawiają się już na etapie wykonywania jej elementów składowych. Wykonawcze imperfekcje geometryczne występują we wszystkich rodzajach elementów składowych konstrukcji stalowych, gdyż wynikają one m.in. z imperfekcji geometrycznych profili walcowanych. Natomiast ich liczba i złożoność jest nierozdzielnie związana z liczbą procesów technologicznych, które zastosowano aby te elementy wykonać. Zwłaszcza w przypadku wielokrotnej obróbki cieplnej, takiej jak cięcie

i spawanie poszczególnych elementów składowych, pojawiają się dodatkowe geometryczne deformacje konstrukcji. Dodatkowym czynnikiem mogącym zwiększyć niedoskonałość konstrukcji jest jej złożoność. Duża liczba elementów pojedynczych w elemencie konstrukcyjnym utrudnia poprawne zachowanie takich cech jak:

- prostoliniowość,
- współliniowość
- współpłaszczyznowość,
- wzajemne położenie elementów składowych względem siebie.

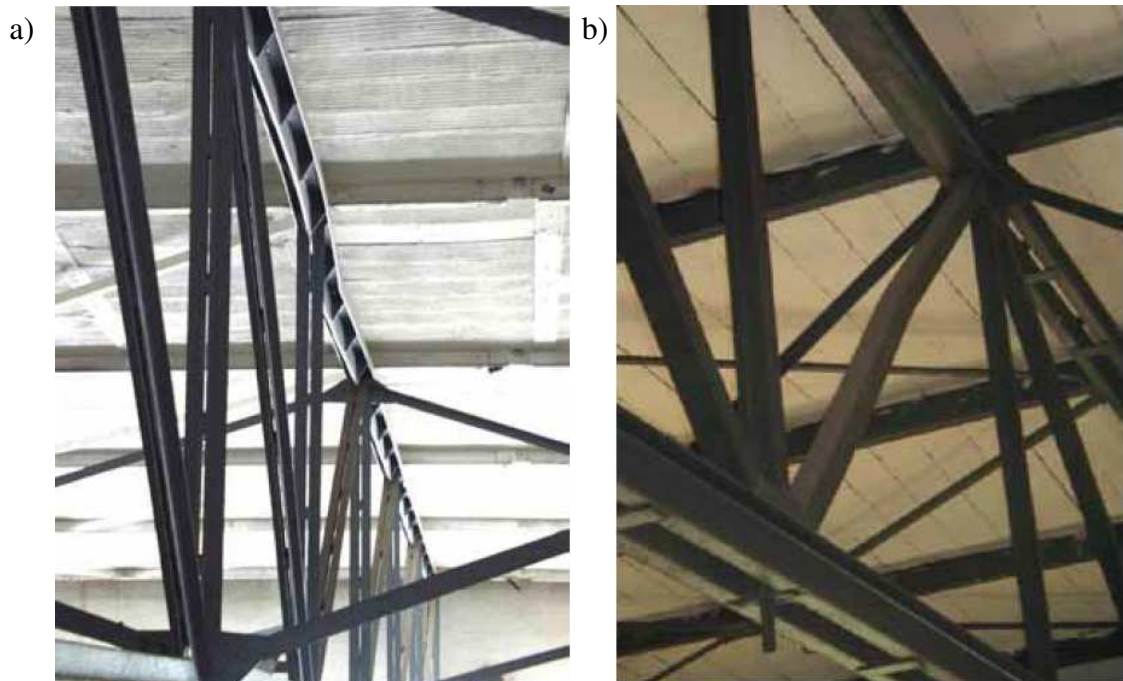


Rys. 1.2. Przykład znacznej imperfekcji geometrycznej stalowego, pełnościennego dźwigara dachowego [142] (Autor zdjęcia: *Niewiadomski L.*)

Kolejnym procesem budowlanym, w trakcie którego mogą pojawić się niedoskonałości geometryczne, jest montaż konstrukcji na placu budowy. Podczas scalania poszczególnych elementów wysyłkowych może wystąpić ich wzajemna deformacja. Dlatego też, niezwykle ważne jest, prawidłowe konstruowanie styków montażowych już na etapie projektowania konstrukcji, tak aby zapewnić możliwość regulowania położenia elementów względem siebie. Równie ważne jest właściwe zaprojektowanie stężeń tymczasowych, które zapewnią stateczność i niezmienną geometrię konstrukcji w trakcie jej montażu. W przeciwnym razie może nastąpić utrwalenie deformacji elementów konstrukcyjnych powstałych na etapie montażu.

Przykładem złożonego ustroju konstrukcyjnego narażonego na występowanie dużych geometrycznych imperfekcji wykonawczych oraz montażowych są kratownice. Ustroje te są chętnie stosowane w budownictwie ze względu na swoją dużą sztywność w płaszczyźnie kratownicy w stosunku do swojej masy. Sztywność tę uzyskuje się dzięki dużej wysokości kratownicy przy stosunkowo niewielkim polu powierzchni przekroju pasa górnego i dolnego.

Pasy te charakteryzują się często dużą smukłością, a ich nośność wynika najczęściej z nośności elementu na ściskanie, przez co są bardzo wrażliwe na imperfekcje geometryczne, zwłaszcza imperfekcje "z płaszczyzny" układu, (rys. 1.3.a).



Rys. 1.3. Przykłady imperfekcji geometrycznych w kratownicach a) deformacja pasa górnego, b) deformacja krzyżulca [175] (Autorzy zdjęć: *Smak M., Straka B.*)

Imperfekcje mają bardzo zróżnicowany charakter i pochodzenie, dlatego też, część prac poświęconych jest ich klasyfikacji, np. [184]. Klasyfikacja imperfekcji geometrycznych przedstawiona w aktualnie obowiązującej normie PN-EN 1993-1-1 [1] głównie dotyczy ram o elementach pełnościennych lub pojedynczych elementów prętowych. Współczesne badania statystyczne omawiające zagadnienie imperfekcji w konstrukcjach stalowych, np. [90], [114], dotyczą statystycznej oceny cech wytrzymałościowych stali oraz cech geometrycznych przekrojów poprzecznych poszczególnych profili walcowanych. Natomiast badania na temat statystycznego rozkładu imperfekcji geometrycznych, w szczególności prostoliniowości profili walcowanych, były prowadzone w latach sześćdziesiątych, siedemdziesiątych i osiemdziesiątych XX wieku [174].

Normy projektowe [1] ÷ [14], podają wytyczne dotyczące uwzględniania imperfekcji w trakcie określania nośności całej konstrukcji lub jej poszczególnych elementów. Zalecenia te są jednak pewnym uproszczeniem. Zwłaszcza w przypadku analizy konstrukcji złożonej uwzględnienie wszystkich możliwych imperfekcji, ich wzajemnego układu oraz wpływu na zachowanie się konstrukcji jest sprawą trudną lub wręcz niemożliwą. W przypadku analizy konstrukcji złożonej, np. kratownicy, należałoby uwzględnić zjawisko "kombinatoryki imperfekcji" i poszukiwać najbardziej niekorzystnego układu imperfekcji geometrycznych.

Zapisy normowe [1] zalecają m.in. uwzględnienie wpływu imperfekcji geometrycznych dźwigara dachowego na wyężenie tężników połączeniowych poprzecznych. Imperfekcje te można, wg [1], zastąpić równomiernie rozłożonym obciążeniem zastępczym. Wpływ ten

uwzględnia nie tylko przyjętą arbitralnie wielkość imperfekcji ale również liczbę stężanych dźwigarów oraz efekty II-rzędu od obciążeń zewnętrznych, np. parcia wiatru na ścianę szczytową. Mogłoby się więc wydawać, że wpływ imperfekcji dźwigara dachowego na obciążenie tężnika jest bardzo dobrze rozpoznany, niestety normowe założenie o równomiernym rozkładzie obciążenia zastępczego działającego na tężnik wynika wprost z analogi do równomiernie obciążonego łuku parabolicznego i jest bardzo dużym uproszczeniem.

Stosowane obecnie, zaawansowane systemy obliczeniowe, pozwalają na wykonywanie coraz bardziej złożonych obliczeń numerycznych, a w przyszłości mogą one umożliwiać całkowite odejście od analiz uproszczonych. Należy więc dokonać weryfikacji aktualnie dostępnych informacji oraz wytycznych normowych na temat występowania i uwzględniania imperfekcji w konstrukcjach kratowych. Pozwoli to na przygotowanie przyszłych opracowań, które mogłyby być wykorzystywane w praktyce inżynierskiej.

Norma wykonawcza konstrukcji stalowych [16] narzuca dokładność wykonania i montażu wszelkiego rodzaju elementów. Zakłada się, że zrealizowane konstrukcje spełniają te wymagania. Dopuszczalne normowo imperfekcje wykonawcze i montażowe zawarte w tej normie dotyczą pojedynczych elementów składowych. W normie [16] brak jest natomiast informacji na temat dopuszczalnych układów pojedynczych imperfekcji w całej konstrukcji, np. jednoczesnych imperfekcji pasów w dźwigarach kratowych. Dane takie, w przypadku kratownic oraz ich wrażliwości na imperfekcje z płaszczyzny, powinny być niezbędne w celu właściwego wykonywania oraz projektowania konstrukcji kratowych.

Przytoczone powyżej informacje są bezpośrednią przyczyną podjęcia przez autora tematu występowania imperfekcji geometrycznych w kratownicach, ich wpływu na nośność i stateczność tych układów a przede wszystkim ich wpływu na wyężenie tężnika połączeniowego.

Ważniejsze symbole i oznaczenia

Duże litery alfabetu łacińskiego

- A – pole powierzchni przekroju poprzecznego pręta
 E – moduł sprężystości podłużnej (moduł *Younga*)
 F_n – węzłowe obciążenie tężnika połączeniowego od dźwigara z imperfekcjami
 F_ϕ – część składowa węzłowego obciążenia tężnika połączeniowego od dźwigara z imperfekcjami, składowa wynikająca z krzywizny pasa
 F_θ – część składowa węzłowego obciążenia tężnika połączeniowego od dźwigara z imperfekcjami, składowa wynikająca z pochylenia skratowania
 J_y, J_z – momenty bezwładności przekroju poprzecznego pręta, względem osi y-y lub z-z
 L – długość elementu
 L_l – długość osiowa pręta wykratowania
 L_{cr} – długość krytyczna pręta ściskanego
 L_i – odległość pomiędzy punktami bocznego podparcia pasa kratownicy
 L_k – długość pręta stężenia
 N_{Ed} – maksymalna siła osiowa od obciążenia zewnętrznego
 N_{cr} – siła krytyczna elementu ściskanego
 $N_{b,Rd}$ – nośność elementu ściskanego z uwzględnieniem wyboczenia
 P – węzłowe, pionowe obciążenie pasa górnego kratownicy
 P_{cr} – węzłowe, pionowe obciążenie krytyczne pasa górnego kratownicy
 $R_{E0,05}$ – umowna granica sprężystości
 $R_{e0,2}$ – umowna granica plastyczności
 R_m – wytrzymałość na rozciąganie wg odpowiedniej normy wyrobu
 $U(x)$ – niepewność rozszerzona
 W – wskaźnik wytrzymałości przekroju

Małe litery alfabetu łacińskiego

- e_0 – wstępna imperfekcja prostoliniowości elementu/pasa kratownicy
 e_0^* – wstępna (pomierzona) imperfekcja modelu badawczego
 f – ugięcie
 f_y – granica plastyczności stali
 f_u – wytrzymałość na rozciąganie
 h – wysokość osiowa kratownicy
 i_y, i_z – promienie bezwładności przekroju poprzecznego pręta, względem osi y-y lub z-z
 k – sztywność podparcia poprzecznego kratownicy tężnikiem połączeniowym; w analizie statycznej jest to współczynnik rozszerzenia niepewności
 n – liczba pomiarów
 m – liczba dźwigarów kratowych podpartych tężnikiem
 p – długość przedziału kratownicy
 s – średnia statystyczna

$q(x)$ – rozłożone obciążenie zastępcze tężnika połaciowego

$u(x)$ – niepewność standardowa

Litery alfabetu greckiego

α – parametr imperfekcji przy wyboczeniu; kąt nachylenia połaci dachowej

α_{LT} – parametr imperfekcji przy zwichrzeniu

α_m – współczynnik redukcyjny ze względu na liczbę elementów

Δ – deformacja bezwzględna (mierzona od osi elementu), w przypadku normy [16] jest to dopuszczalna odchyłka

δ – deformacja względna elementu/pasa kratownicy

δ^* – deformacja od obciążenia poprzecznego

ε – odkształcenie

Θ – parametr imperfekcji

λ – smukłość pręta

μ – współczynnik długości wyboczeniowej

ρ – rdzeń przekroju

σ – naprężenie normalne

ϕ_0 – wstępne skręcenie elementu

ϕ – kąt nachylenia przekroju kratownicy względem płaszczyzny pionowej

φ – kąt wygięcia pasa kratownicy względem osi *perfect*

χ – współczynnik wyboczeniowy

Nazwy skrócone

EC3 – norma PN-EN 1993-1-1:2006 [1]

GMNIA – *Geometrical and Material Nonlinear Analysis with Imperfections* - analiza nieliniowa geometrycznie i materiałowo z uwzględnieniem imperfekcji

MES – *Metoda Elementów Skończonych*

IGI - *Initial Geometric Imperfections* - metoda bezpośredniego modelowania imperfekcji

NHF - *Notional Horizontal Forces* - metoda równoważnego obciążenia zastępczego

OIM - *Overall Imperfect Method* - imperfekcyjna metoda ogólna lub inaczej metoda imperfekcji uogólnionej

2. Przedmiot, cel i zakres oraz tezy rozprawy

2.1. Przedmiot rozprawy

Przedmiotem rozprawy jest analiza wpływu wybranych, geometrycznych imperfekcji pasów kratownicy na obciążenie typowych tężników połączeniowych oraz doświadczalna analiza wpływu tych imperfekcji na ogólną nośność i stateczność kratownicy. Bezpośrednią podstawą rozprawy są przeprowadzone badania doświadczalne oraz analizy numeryczne pewnego modelu kratownicy płaskiej z uwzględnieniem wybranych imperfekcji geometrycznych. W trakcie prowadzonych badań i analiz uwzględniono imperfekcje geometryczne „z płaszczyzny” występujące w elementach składowych kratownicy, takich jak pas górny oraz dolny. Badania doświadczalne przeprowadzono na stalowych modelach kratownicy w skali półnatURALNEJ. W czasie badań zastosowano jednoprzęsłowy, wolnopodparty schemat statyczny kratownicy płaskiej o pasach równoległych, obciążonej siłami skupionymi w węzłach pasa górnego. Wyniki badań doświadczalnych zostały zweryfikowane odpowiednimi analizami numerycznymi wykonanymi przy użyciu programu komputerowego SOFiSTiK, bazującego na *Metodzie Elementów Skończonych*. Przeprowadzono również numeryczne analizy parametryczne kratownic o wymiarach rzeczywistych, uwzględniając zarówno parametry geometryczne, jak również różne warianty obciążenia, różne układy imperfekcji lub schematy podparcia bocznego. Podczas badań doświadczalnych oraz analiz numerycznych, rozważano układy jednoczesnych łukowych imperfekcji pasów o pewnej deterministycznie przyjętej wartości wychylenia, jak również pewne probabilistyczne układy imperfekcji.

Wstępne badania oraz analizy numeryczne pozwoliły opracować kilka własnych oraz współautorskich artykułów naukowych zaprezentowanych w krajowych czasopismach i materiałach konferencyjnych. Poruszona w nich tematyka dotycząca oddziaływania kratownic z imperfekcjami na tężniki połączeniowe rozpoczęła naukową dyskusję, która może przyczynić się do rozwoju tego zagadnienia. Wyniki przedstawione w opublikowanych już materiałach zostały uwzględnione w poszczególnych rozdziałach dysertacji.

2.2. Cel oraz zakres rozprawy

Głównym celem rozprawy jest weryfikacja normowych zaleceń dotyczących zależności pomiędzy imperfekcjami geometrycznymi kratownicy płaskiej a obciążeniem przekazywanym z kratownicy na pozostałe elementy konstrukcyjne budynku, w szczególności na tężnik połączeniowy poprzeczny. Zalecenia te są bardzo dużym uproszczeniem prowadzącym do niewłaściwego projektowania tężnika, co zostało wykazane (po raz pierwszy) we współautorskiej pracy naukowej autora [157]. Drugim celem rozprawy jest określenie zależności pomiędzy układem imperfekcji pasów kratownicy, a jej obciążeniem granicznym. Rozpoznanie tej zależności jest istotnym, z punktu widzenia bezpieczeństwa projektowanych obiektów, efektem przedstawionej rozprawy. Prezentowaną dysertację podzielono na siedem rozdziałów w celu przejrzystego zaprezentowania omawianej tematyki oraz właściwego zaprezentowania dokonań własnych autora.

Rozdział pierwszy obejmuje wstęp, w którym omówiono znaczenie oraz wagę podjętej tematyki. Podano tam również ogólne informacje na temat występowania i pochodzenia imperfekcji geometrycznych w konstrukcjach stalowych. Zwrócono szczególną uwagę na złożoność konstrukcji oraz liczbę jej elementów składowych, wskazując na kratownice jako ustroje szczególnie wrażliwe na imperfekcje geometryczne „z płaszczyzny”. W rozdziale tym umieszczono wykaz zastosowanych symboli i oznaczeń.

W rozdziale drugim zaprezentowano przedmiot rozprawy oraz przedstawiono opis przeprowadzonych, autorskich badań naukowych, obejmujących badania doświadczalne oraz analizy numeryczne. Scharakteryzowano cele i opisano poszczególne etapy badań doświadczalnych i sposób prowadzenia analiz numerycznych. W rozdziale 2.3 sformułowano główne tezy rozprawy. Zostały one sformułowane po przeprowadzeniu rozważań teoretycznych i były weryfikowane w czasie właściwych badań doświadczalnych oraz analiz numerycznych.

Rozdział trzeci obejmuje omówienie aktualnego stanu wiedzy oraz studia literaturowe z zakresu projektowania konstrukcji z uwzględnieniem imperfekcji, jak również klasyfikowania imperfekcji zgodnie z aktualnie stosowanymi normami w budownictwie. Przedstawiono krótki rys historyczny badań naukowych, dotyczących uwzględniania imperfekcji geometrycznych w konstrukcjach stalowych oraz ich wpływu na zachowanie się elementów konstrukcyjnych. Uwzględniono zarówno krajowe, jak i zagraniczne pozycje bibliograficzne, w tym także zagraniczne normy projektowe i wykonawcze. Omówiono również dotychczasowe publikacje autora rozprawy. W pracy przedstawiono też zagraniczne wyniki badań statystycznych, które dotyczą pomiarów rzeczywistych imperfekcji profili stalowych, wykorzystywanych w budownictwie.

W rozdziale czwartym zaprezentowano, przeprowadzone przez autora, teoretyczne analizy wstępne. Analizy te obejmowały systematyzację nazewnictwa imperfekcji geometrycznych w kratownicach płaskich, wyznaczenie normowego obciążenia zastępczego tężnika od imperfekcji geometrycznych w badanej doświadczalnie kratownicy, jak również porównanie dwóch metod teoretycznego wyznaczania obciążenia tężnika. W rozdziale tym, przedstawiono również, wykonane przed przystąpieniem do badań doświadczalnych, wstępne analizy teoretyczne i numeryczne. Analizy te obejmowały poszukiwanie sprężystego obciążenia krytycznego modelu doświadczalnego w stanie *perfect*, określenie ścieżki równowagi pasa ściskanego wraz z określeniem przybliżonego obciążenia granicznego.

Zasadniczą częścią dysertacji są badania doświadczalne, których dokładny opis i wyniki zostały umieszczone w rozdziale piątym. W rozdziale tym przedstawiono konstrukcję oraz szczegóły techniczne stanowiska badawczego, jak również samych modeli badawczych. Opiszano metodykę prowadzenia poszczególnych etapów badań oraz pozyskiwania danych pomiarowych.

Badania doświadczalne prowadzono na dziesięciu jednakowych, stalowych kratownicach o pasach równoległych długości 7,00 m i wykratowaniu typ V (*Warren truss type*). Modele te zaprojektowano tak, aby możliwe było wywołanie w nich zakładanych łukowych imperfekcji, przy jednoczesnym minimalnym obniżeniu ich sztywności w stosunku do rzeczywistości pro-

jektowanych kratownic. W prowadzonych badaniach pomierzono i uwzględniono rzeczywiste imperfekcje geometryczne modeli badawczych. Badania doświadczalne obejmowały pięć głównych etapów:

- I etap – przygotowanie stanowiska i badania wstępne,
- II etap – pomiar rzeczywistych imperfekcji modeli badawczych,
- III etap – wpływ układu wybranych imperfekcji na obciążenie tężnika dachowego,
- IV etap – wpływ układu wybranych imperfekcji na ścieżkę równowagi statycznej kratownicy,
- V etap – określenie rzeczywistych cech przekrojowych oraz materiałowych profili stalowych wykorzystanych w trakcie badań doświadczalnych.

Podczas badań wstępnych dokonano modyfikacji istniejącego już stanowiska badawczego, wykorzystywanego m. in. do badań dotyczących długości wybozeniowej pasów kratownic przedstawionych w pracy [104]. Wykonano wstępne badania wytrzymałościowe materiału użytego do wykonania badanych kratownic, wykorzystując dodatkowy materiał dostarczony przez wykonawcę modeli. Dokonano również oceny jakościowej wykonania modeli badawczych. Otrzymane wyniki wykorzystano do zaplanowania głównych etapów eksperymentu.

W trakcie drugiego etapu badań dokonano pomiarów rzeczywistej geometrii modeli badawczych oraz ich istniejących imperfekcji geometrycznych zgodnie z normą [16]. Pomierzone imperfekcje poddano analizie statystycznej i zestawiono je z wartościami dopuszczalnymi.

Trzeci, główny etap badań obejmował pomiar sił przekazywanych z kratownicy z imperfekcjami na tężnik połaciowy. W badaniach tych uwzględniono łukową imperfekcję pasa górnego o maksymalnej, możliwej do uzyskania na stanowisku wartości wychylenia. Pomiaru obciążenia przekazywanego na tężnik połaciowy dokonywano w wybranych węzłach pasa górnego i dolnego. W węzłach tych zastosowano sztywne, ze względu na przesuw poziomy, podparcie boczne, które symulowało połączenie z tężnikiem dachowym.

Czwarty etap badań obejmował doświadczalną analizę nośności i stateczności badanych modeli kratownic z przyjętymi, zadanymi dodatkowo, imperfekcjami geometrycznymi. Uwzględniono wybrane przypadki globalnych i lokalnych, geometrycznych imperfekcji pasów kratownicy. Analizowano kratownice pracujące w schemacie belki jednoprzęsłowej wolno podpartej z nieprzesuwym podparciem poprzecznym na końcach pasów. Uwzględniono również możliwość występowania nieprzesuwnych, bocznych podpór pasów w środku rozpiętości. W każdym przyjętym układzie imperfekcji określono ścieżkę równowagi statycznej wybranego punktu wiodącego pasa górnego.

Obydwa etapy badań, trzeci i czwarty, prowadzono w zakresie sprężystym. Ze względu na ograniczone możliwości stanowiska badawczego oraz warunki bezpieczeństwa prowadzonych prac, w trakcie badań nie rozpatrywano:

- obciążenia przyłożonego do pasa dolnego,
- imperfekcji przechyłowej całej kratownicy,
- imperfekcji łamanej pasów kratownicy,

- podatnego bocznego podparcia pasów kratownicy,
- innych schematów statycznych kratownicy, np. belki dwuprzęsłowej lub wspornikowej.

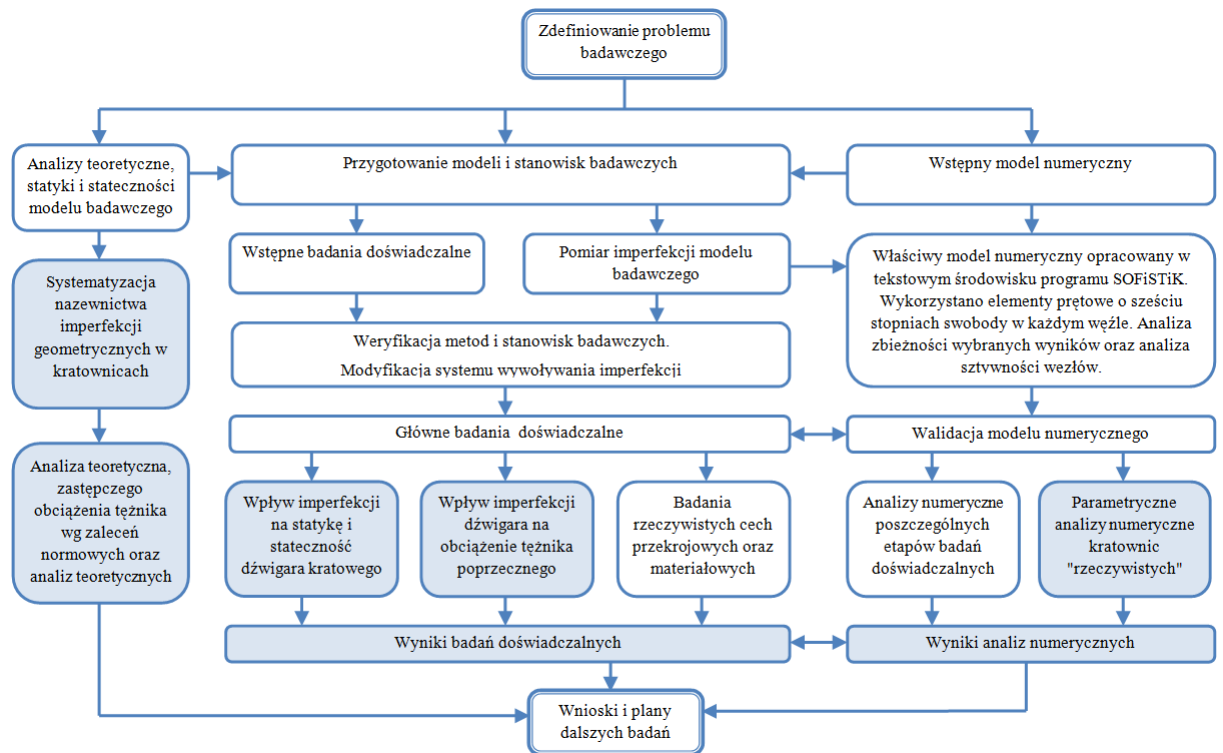
Podczas piątego etapu badań określono rzeczywiste cechy przekrojowe wykorzystanych profili stalowych oraz cechy materiałowe użytej stali. Badania te przeprowadzono na próbkach pobranych z modelu 1, po zakończeniu badań doświadczalnych. Próbki te w formie płaskich przekrojów grubości ok. 2 mm, płaskich próbek podłużnych pobranych ze ścianek profilu oraz fragmentów rurowych, pobrano z najmniej obciążonych elementów modelu badawczego. Analizowano zarówno profil pasów, jak i profil wykratowania. Uzyskane wyniki poddano analizie statystycznej, a wyniki średnie wykorzystano w analizie numerycznej podczas walidacji modelu numerycznego.

Rozdział szósty obejmuje przeprowadzone analizy numeryczne. Przedstawiono w nim sposób budowania modelu numerycznego oraz założenia prowadzonych analiz. Szczegółowe analizy numeryczne wykonywano w programie SOFiSTiK 2016. Analizy te obejmowały utworzenie odpowiedniego modelu numerycznego badanego elementu kratowego, na podstawie pomierzonej geometrii przekrojów oraz parametrów wytrzymałościowych materiału. Model numeryczny zdefiniowano za pomocą prętowych elementów skończonych o sześciu stopniach swobody w każdym węźle. Dokonano weryfikacji wyników doświadczalnych oraz wykonano szerokie analizy parametryczne kratownicy "rzeczywistej", uwzględniając czynniki pominięte w badaniu doświadczalnym. W rozdziale tym określono również sztywność węzłów modelu badawczego oraz kratownicy "rzeczywistej", wykorzystując program IDEA StatiCa [95].

Rozdział siódmy zawiera podsumowanie prowadzonych badań oraz ocenę uzyskanych wyników. W rozdziale tym przedstawiono wnioski wynikające z pracy własnej autora oraz kierunki dalszych badań i wpływ uzyskanych wyników na dalszy rozwój tematu.

Ostatnia część dysertacji przedstawia obszerny spis literatury wykorzystany przy opracowywaniu niniejszej pracy oraz dodatkowe informacje w postaci załączników zebranych w formie cyfrowej. Spis literatury został przygotowany w kolejności alfabetycznej z podziałem na pozycje normowe oraz publikacje.

Całość przeprowadzonych prac przedstawiono w sposób schematyczny na rysunku 2.1. W polach wypełnionych wskazano istotne elementy rozprawy, które zdaniem autora stanowią autorski wkład w rozwój nauki i praktyki inżynierskiej, w szczególności zagadnień dotyczących projektowania konstrukcji kratowych z imperfekcjami geometrycznymi.



Rys. 2.1. Schemat blokowy przeprowadzonych prac

2.3. Tezy rozprawy

Przeprowadzone wstępne analizy norm projektowych z grupy Eurocod 3 oraz literatury, pozwalają na sformułowanie głównych tez rozprawy doktorskiej.

1. Geometryczne imperfekcje ściskanego pasa dźwigara kratowego „z płaszczyzny” ustroju powodują powstanie dodatkowego obciążenia, przekazywanego na połaciowy tężnik poprzeczny, lecz obciążenie to ma nierównomierny rozkład, różniący się od zalecanego w normie PN-EN 1993-1-1:2006 [1] oraz innych aktualnych normach projektowych.

2. Występujące w konstrukcji kratowej układy globalnych i lokalnych imperfekcji geometrycznych pasów wpływają na rozkład i wartość obciążenia tężnika.

3. Układy imperfekcji geometrycznych mają wpływ na nośność graniczną oraz stateczność kratownicy. W szczególności także imperfekcja pasa rozciąganego wpływa na nośność graniczną dźwigara kratowego.

Tezy te zostały zweryfikowane w trakcie badań doświadczalnych oraz analiz numerycznych.

3. Omówienie aktualnego stanu wiedzy

3.1. Klasyczna i nowoczesna stateczność konstrukcji prętowych

Zależnością pomiędzy maksymalnym obciążeniem pręta ściskanego osiowo a jego długością zajmowano się już w starożytności (*Heron z Aleksandrii* - 100 r. p.n.e.) oraz w czasach renesansu (*Leonardo da Vinci*) i oświecenia (*Petrus van Musschenbroek* - 1729 r. n.e.) [135]. Jednak dopiero w pierwszej połowie XVIII wieku zagadnienie to zostało dokładnie rozwiązane przez *Leonarda Eulera*. W swojej słynnej pracy *Elastic Curves* [76] określił on tzw. obciążenie krytyczne pręta osiowo ściskanego, które współcześnie wyrazić można wzorem (1), uwzględniającym różne schematy statyczne pręta. Obciążenie to, zwane obecnie siłą *eulerowską*, jest maksymalnym obciążeniem smukłego pręta idealnego, ściskanego osiowo siłą P . Zależności pomiędzy obciążeniem P i deformacją δ pręta idealnego oraz pomiędzy smukłością pręta λ a *eulerowskim* naprężeniem krytycznym (2) przedstawiono na rysunku 3.1

$$P_{cr} = P_E = \frac{\pi^2 EJ}{L_{cr}^2}, \quad (1)$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (2)$$

gdzie:

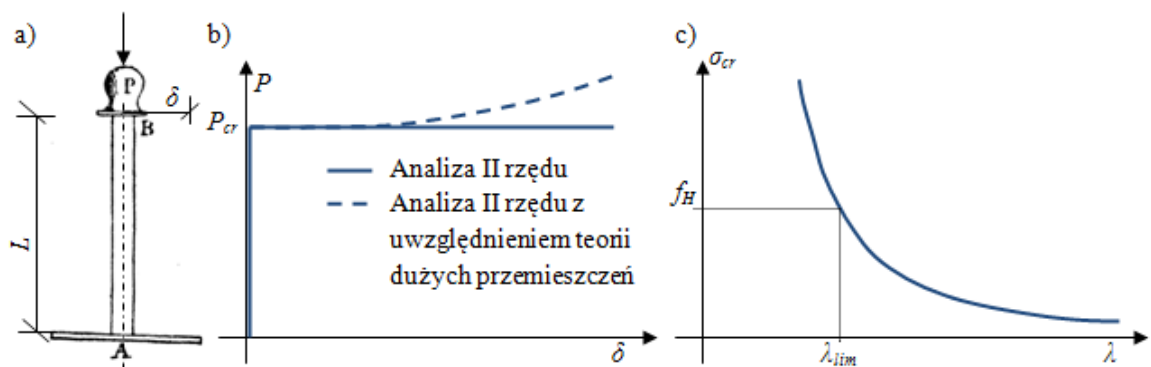
E – moduł sprężystości podłużnej materiału,

J – moment bezwładności przekroju poprzecznego,

L_{cr} – długość krytyczna pręta uwzględniająca schemat zamocowania,

$\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$ – smukłość pręta,

i – promień bezwładności przekroju pręta.



Rys. 3.1. Wyboczenie prętów smukłych typu *perfect*: a) schemat analizowanego pręta w pracy [76], b) zależność pomiędzy obciążeniem P a deformacją δ (ścieżka równowagi), c) zależność pomiędzy smukłością pręta a naprężeniem krytycznym

Publikacja *Eulera* zapoczątkowała erę analizy stateczności konstrukcji prętowych. Jednakże rozwiązanie, które zaproponował jest właściwe tylko dla bardzo smukłych prętów typu *perfect*, które w praktyce inżynierskiej nigdy nie występują. W przypadku prętów o małej

smukłości, osiągnięcie *eulerowskiej* siły krytycznej jest niemożliwe, ponieważ wcześniej następuje zniszczenie pręta w skutek utraty nośności plastycznej jego najbardziej wyężonego przekroju (*Lamarle*, 1845 r.). Bazując na założeniu, że maksymalne naprężenia normalne σ w przekroju pręta od obciążenia P nie mogą przekroczyć granicy proporcjonalności materiału, f_H można wyznaczyć tzw. smukłość graniczną λ_{lim} (3), poniżej której twierdzenie *Eulera* nie obowiązuje (rys. 3.1.c). W takim przypadku należy rozważać zagadnienie stateczności niesprężystej

$$\lambda_{lim} = \pi \sqrt{\frac{E}{f_H}}, \quad (3)$$

gdzie:

f_H – granica proporcjonalności materiału.

Zagadnienie stateczności niesprężystej było analizowane już od końca XIX wieku, m.in. przez *Engessera* (1889 r.) - teoria *stycznego modułu sprężystości* oraz *Karmana* (1895 r.) - teoria *zastępczego modułu sprężystości* i później, w wieku XX, przez *Shanleya* (1947 r.). Badacze ci zaproponowali wzory, za pomocą których można obliczać obciążenie krytyczne w zakresie stateczności niesprężystej, uwzględniające nieliniową zależność stali powyżej granicy proporcjonalności f_H .

Zależność pomiędzy smukłością pręta, a jego siłą niszczącą i mechanizmem zniszczenia, była przedmiotem badań doświadczalnych, prowadzonych już od XVIII wieku przez *Musschenbroeka* (1729 r.) i później w wieku XIX przez *Bauschingera* (1889 r.) i *Karmana* (1895 r.) ale także przez *Tetmajera* (1890 r.), *Jasińskiego* (1895 r.), oraz *Johnsona* (1900 r.) i *Ostenfelda* [180]. Badania te, prowadzone równoległe z analizami teoretycznymi wykazały, że rzeczywiste elementy o smukłości niewiele mniejszej niż smukłość graniczna, nie osiągają pełnej nośności plastycznej przekroju, jak zakładano w analizach teoretycznych. Wynikiem tych badań były funkcje przejściowe dla elementów o smukłości mniejszej niż smukłość graniczna, np.: prosta *Tetmajera-Jasińskiego* oraz parabola *Johnsona-Ostenfelda*. Bardzo dobrą formułę przejściową zaproponowali również *Rankine* i *Merchant* (1945 r.). Powodem rozbieżności pomiędzy wynikami badań doświadczalnych a analizami teoretycznymi były wszelkiego rodzaju imperfekcje badanych elementów.

Analizy smukłych prętów ściskanych, uwzględniające wpływ różnorodnych początkowych imperfekcji na ich nośność i stateczność były prowadzone przez wielu badaczy w XX wieku. Jednym z pierwszych zagadnień, które analizowano, była nośność graniczna pręta ściskanego siłą P , działającą na mimośrodzie e . Znaczące badania doświadczalne mimośrodowo ściskanych słupów przeprowadzili m. in. *Johnson* i *Cheney* (1942 r.) oraz *Campus* i *Massonet* (1956 r.) [180]. Rozwiązanie teoretyczne tego zagadnienia, zwane *formułą secansową* (4) jest dziś ogólnie znane [66], [78], [180] choć trudno wskazać jego pochodzenie. Formuła ta pozwala określić maksymalne naprężenia σ_{max} , w przekroju znajdującym się w połowie długości pręta, ściskanego siłą P na pewnym mimośrodzie e (rys. 3.2.a) zgodnie z zależnością

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} \left[1 + \frac{ec}{i^2} \sec(u) \right], \quad (4)$$

$$u = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}, \quad (5)$$

gdzie:

e – mimośród siły ściskającej,

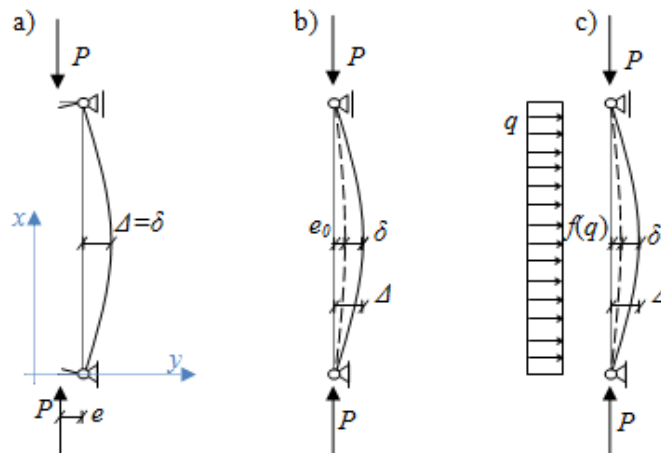
c – odległość od środka ciężkości do skrajnych włókien,

i – promień bezwładności przekroju,

P – siła ściskająca,

P_{cr} – siła krytyczna pręta *perfect* obliczona zgodnie ze wzorem *Eulera*,

A – pole powierzchni przekroju pręta.



Rys. 3.2. Pręty ze wstępną imperfekcją [78]: a) pręt ściskany mimośrodowo, b) pręt ze wstępną krzywizną łukową, c) pręt z dodatkowym obciążeniem poprzecznym

Kolejnym rozważanym przypadkiem imperfekcji była wstępna deformacja pręta w postaci funkcji $f(x)$ (rys. 3.2.b). Najczęściej przyjmowanymi kształtami wstępnej deformacji osi pręta są funkcje pojedyncze:

- funkcja sinusoidalna o przebiegu

$$f(x) = e_0 \sin \frac{\pi x}{L}, \quad (6)$$

gdzie:

e_0 – maksymalne wychylenie pręta względem jego osi,

L – całkowita długość pręta.

- funkcja paraboliczna zapisana wzorem

$$f(x) = \frac{4e_0 x}{L^2} (L - x). \quad (7)$$

Ponadto możliwe jest przyjęcie kształtu imperfekcji jako funkcji złożonej, którą można przedstawić w postaci szeregu trygonometrycznego funkcji sinus, zgodnie ze wzorem

$$f(x) = e_0 \sin \frac{\pi x}{L} + e_1 \sin \frac{2\pi x}{L} + \dots \quad (8)$$

Rozwiązanie problemu deformacji pręta ściskanego z imperfekcją o sinusoidalnej krzywnie i maksymalnym wychyleniu e_0 można znaleźć, np. w pracy [180]. Zależność pomiędzy deformacją względną δ lub bezwzględną $\Delta = \delta + e_0$ takiego pręta a jego obciążeniem P przedstawiają wzory:

$$\delta = \frac{e_0}{\frac{P_{cr}}{P} - 1}, \quad (9)$$

$$\Delta = \frac{e_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}. \quad (10)$$

Maksymalne naprężenia normalne w przekroju ściskanego pręta, ze wstępną deformacją o kształcie sinusoidy, można wyznaczyć stosując formułę *Ayrtona-Perryego* (1886 r.) zgodnie z zależnością

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} \left[1 + \frac{e_0 c}{i^2} \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \right], \quad (11)$$

gdzie:

$$\frac{e_0 c}{i^2} = \Theta - \text{parametr imperfekcji.}$$

Jedne z pierwszych prób systematyzacji losowych, rzeczywistych imperfekcji geometrycznych w projektowanych prętach wprowadził *Robertson* (Teoria *Perry'ego-Robertsona* 1925 r.). Zaproponował on, żeby parametr imperfekcji Θ przyjmować jako funkcję smukłości pręta zgodnie z zależnościami:

$$\Theta = 0,003\lambda, \quad (12)$$

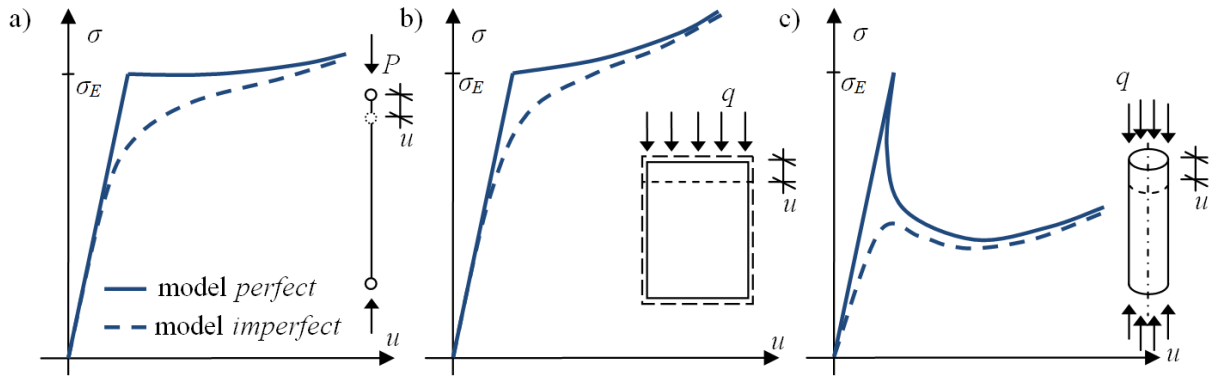
$$e_{0,P-R} = 0,003\lambda \frac{i^2}{c}. \quad (13)$$

Przeprowadzone przez *Godfrey'a* (1962 r.) badania doświadczalne wykazały, że lepszym przybliżeniem dla rzeczywistych prętów jest przyjęcie wartości parametru imperfekcji Θ oraz wstępnej imperfekcji $e_{0,G}$ zależnych od kwadratu smukłości zgodnie ze wzorami:

$$\Theta = 0,00003\lambda^2, \quad (14)$$

$$e_{0,G} = 0,00003\lambda^2 \frac{i^2}{c}. \quad (15)$$

Opisane wyżej analizy oraz badania mają obecnie znaczenie historyczne, jednak wymierne przyczyniły się one do rozwoju analizy stateczności oraz nośności elementów ściskanych. Uznaje się powszechnie, że początkiem nowoczesnej teorii stateczności była praca doktorska *Koitera* [119] z 1945 roku i prace późniejsze, np. [94]. Wykazał on bowiem, że wpływ imperfekcji na ścieżkę równowagi statycznej, jest zależny od stanu pokrytycznego konstrukcji *perfect* [131]. Rysunek 3.3 przedstawia ścieżki równowagi wybranych, ściskanych elementów konstrukcji *perfect* oraz *imperfect*.



Rys. 3.3. Ścieżki równowagi statycznej ściskanych elementów konstrukcyjnych [131]: a) pręt ściskany osiowo, b) płyta podparta na czterech krawędziach, c) powłoka cylindryczna.

Badania prowadzone w drugiej połowie XX wieku wykazały konieczność różnicowania parametru imperfekcji ze względu na rodzaj i wielkość przekroju oraz kierunek globalnej utraty stateczności pręta ściskanego. Zostało to uwzględnione przy tworzeniu tzw. europejskich krzywych wyboczeniowych (lata 70. i 80. XX w.) poprzez przyjęcie parametru imperfekcji Θ w postaci zależności

$$\Theta = \alpha_D \lambda, \quad (16)$$

$$e_{0,D} = \alpha_D \lambda \frac{i^2}{c}. \quad (17)$$

gdzie:

α_D – współczynnik zależny od rodzaju przekroju poprzecznego oraz kierunku niestaczejności, wg *Dwighta* [75].

Współczesne wytyczne dotyczące spodziewanych wartości wstępnych imperfekcji geometrycznych w prętach, związane są z badaniami *Maquoi* i *Rondal* (1980 r.) [166], wg których wstępną deformację pręta należy przyjmować zgodnie ze wzorem

$$e_{0,M-R} = \alpha_{M-R} (\bar{\lambda} - 0,2) \frac{W}{A}, \quad (18)$$

gdzie:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \text{ – smukłość względna,}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \text{ – smukłość porównawcza,}$$

W – wskaźnik wytrzymałości,

α_{M-R} – współczynnik zależny od rodzaju przekroju poprzecznego oraz kierunku niestaczejności [167] (Tablica 3.1).

Zasady przyporządkowania właściwej krzywej wyboczeniowej (Tablica 3.1), właściwemu przekrojowi oraz kierunkowi wyboczenia zostały przedstawione, m. in. w pracy [168]. We wzorze (18) przyjęto, że wstępna imperfekcja prętów o smukłości względnej mniejszej niż 0,2 jest pomijalnie mała.

Tablica 3.1. Współczynnik imperfekcji wg *Maquoi-Rondal*

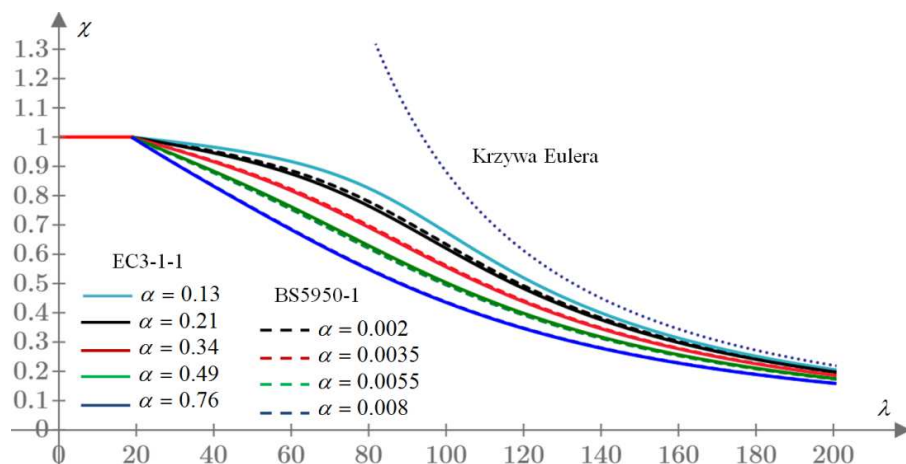
Krzywa wyboczeniowa	Parametr α_{M-R}	Odpowiednia wartość wstępnej imperfekcji - analiza sprężysta	Odpowiednia wartość wstępnej imperfekcji - analiza plastyczna
a ₀	0,13	L/350	L/300
a	0,21	L/300	L/250
b	0,34	L/250	L/200
c	0,49	L/200	L/150
d	0,76	L/150	L/100

Teoria *Perry'ego-Robertsona* jest obecnie podstawą wielu norm dotyczących projektowania konstrukcji stalowych i na stałe wpisała się w analizę prętów ściskanych ze wstępną imperfekcją geometryczną. Odpowiednio przekształcając wzór (11) można wyznaczyć naprężenia krytyczne wg teorii *Perry'ego-Robertsona* zgodnie z zależnością

$$\sigma_{cr} = \frac{\sigma_y + \sigma_E(1+\Theta)}{2} - \sqrt{\left[\frac{\sigma_y + \sigma_E(1+\Theta)}{2} \right]^2 - f_y \sigma_E} . \quad (19)$$

Wyrażenie to, choć w nieco zmodyfikowanej postaci, wraz z parametrami imperfekcji wg *Dwighta* stało się podstawą m. in. brytyjskiej normy BS5950-1 [27]. Aktualnie obowiązujące wytyczne normowe dotyczące wymiarowania stalowych prętów ściskanych, bazują na współczynniku wyboczeniowym χ (rys. 3.4), który wyraża stosunek naprężeń krytycznych, obliczonych wg teorii *Perry'ego-Robertsona*, do granicy plastyczności stali zgodnie ze wzorem

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} . \quad (20)$$

**Rys. 3.4.** Zależność pomiędzy współczynnikiem wyboczeniowym a smukłością pręta wg normy BS9550-1 [27] oraz Eurokodu 3 [1] (stal S235)

Obliczanie nośności prętów ściskanych wg norm projektowych wymaga również uwzględnienia we wzorze (1) różnych warunków podparcia pręta, ponieważ wzór *Eulera* odnosi się do całkowitej długości L pręta zamocowanego przegubowo. W przypadku innych

schematów zamocowania, we wzorze tym przyjmuje się umowną długość krytyczną L_{cr} wyrażoną wzorem


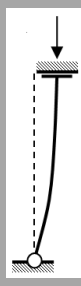

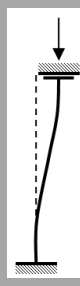


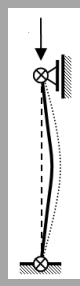

$$L_{cr} = \mu L, \quad (21)$$

gdzie:

μ – współczynnik długości wybozeniowej, wg tablicy 3.2.

Wartości współczynnika długości wybozeniowej μ (współczynnik długości sprowadzonej *Jasińskiego* [186]) w przypadku podstawowych schematów statycznych prętów ściskanych przedstawiono w tablicy 3.2. W przypadku schematów złożonych, takich jak pręty o węzłach podatnych oraz pręty ram wielokondygnacyjnych, normy [23], [27] i [28] proponują korzystanie ze specjalnie opracowanych nomogramów lub tabel. Współczynnik wybozeniowy χ wraz z parametrem imperfekcji przyjmowanym wg *Maquoi* i *Rondal* oraz długością wybozeniową L_{cr} , są obecnie podstawą wymiarowania prętów ściskanych, również ściskanych pasów kratownic, zgodnie z obowiązującymi w Polsce normami z grupy Eurokod 3.

Tablica 3.2. Współczynniki długości wybozeniowej zależne od schematu statycznego pręta

Schemat statyczny								
Współczynnik długości wybozeniowej	2,0	2,0	1,0	1,0	0,7	0,5	Wg zaleceń normowych	

Pierwotnie zakłada się, że w przypadku pasa ściskanego kratownicy, długości wybozeniowe "w płaszczyźnie" są ograniczone przez rozstaw węzłów, natomiast w przypadku wybożenia "z płaszczyzny" są one ograniczone rozstawem stężeń poprzecznych. Założenia te pozwalają, zgodnie z modelem normowym, projektować pas jako element wydzielony ściskany stałą siłą. Są one jednak zbyt dużym uproszczeniem w stosunku do złożonego elementu, jakim jest kratownica [55]. Wpływ na długość wybozeniową pasa kratownicy ma rozkład siły normalnej w pasie ściskanym, który ma kształt quasi-paraboliczny z możliwą zmianą znaku w przypadku kratownic wieloprzęsłowych. Ponadto, teoretyczne założenie przegubowych węzłów klasycznej kratownicy jest z uwagi na technologię wykonania kratownic nieosiągalne w praktyce. Rzeczywista sztywność węzłów oraz obecność dodatkowych elementów, jak np. blachy węzłowe, zmniejsza długość wybozeniową pasa kratownicy.

Pierwsze wzory na siłę krytyczną ściskanego pasa kratownicy zostały zaproponowane przez *Brzoskę* [61] oraz *Teisseyrea* [42]:

- siła krytyczna, przy wyboczeniu w płaszczyźnie kratownicy

$$P_{cr} = \frac{4n}{5n-5} \frac{\pi^2 EJ}{l^2}, \quad (22)$$

gdzie:

n – liczba przedziałów kratownicy,

l – długość pasa pomiędzy węzłami.

- siła krytyczna, przy wyboczeniu z płaszczyzny kratownicy, bez stężeń poprzecznych

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{(0,948L)^2}. \quad (23)$$

Wiele prac dotyczących zagadnienia długości wyboczeniowych prętów kratownic powstało w ośrodku Politechniki Wrocławskiej. Należy tu wymienić m. in.: [42], [48], [49], [54], [55] i [56], oraz pracę doktorską *Wojcyszyna* [187]. W pracy [48] przedstawiono analityczne wyprowadzenie współczynników długości wyboczeniowej w przypadku prętów obciążonych skokowo zmiennym obciążeniem podłużnym. Rozważano: jedno, dwu oraz trzystopniowe zmiany obciążenia na długości pasa. Otrzymane współczynniki długości wyboczeniowej pozwoliły na bardziej ekonomiczne projektowanie rozważanego elementu oraz zwiększenie obciążenia krytycznego nawet o 60%. Uściślenie modelu wyizolowanego pręta kratownicy, ściskanego skokowo zmienną siłą o "n" liczbie przedziałów oraz parametryczne analizy przestrzennego modelu kratowego przedstawiono w pracach [54] oraz [56]. Analizy parametryczne obejmowały: zmienną liczbę przedziałów wykratowania (od 2 do 9); różne warianty połączenia pasa z podporą boczną i wykratowaniem oraz możliwość przyłożenia obciążenia do pasa górnego lub dolnego. Praca [55], omawia długości wyboczeniowe pasów kratownic "krótkich" przy wyboczeniu z płaszczyzny. W pracach tych uwzględniono skokową zmianę siły ściskającej, oddziaływanie ściskanych i rozciąganych prętów wykratowania oraz wstępne imperfekcje geometryczne pasów. Długości wyboczeniowe pasa ściskanego określono analitycznie oraz numerycznie przy użyciu analizy geometrycznej i fizycznie nieliniowej. W pracach tych uwzględniono możliwość wystąpienia niezależnych imperfekcji pasów kratownic krótkich (kombinacje imperfekcji) i wykazano, że mają one wpływ na obciążenie graniczne pasa, a weryfikacja numeryczna wykazała, że najbardziej niekorzystny jest przypadek przeciwniej, wstępnej imperfekcji pasów. Analizy stateczności kratownic "krótkich" zostały ostatecznie zebrane i podsumowane w pracy doktorskiej [187]. Ponadto w pracach [42], [49] analizowano stateczność kratownic stabilizowanych blachą trapezową. Autorzy przedstawili warunek niezbędnej sztywności blachy trapezowej, która pozwala uznać podparcie pasa ściskanego za sztywne. Dodatkowo wykazano, że zamocowana do pasa górnego blacha trapezowa zapewnia pewne sprężyste podparcie pasa dolnego w przypadku obciążenia unoszącego. Podparcie takie można uwzględnić w procedurze wymiarowania, co zostało przedstawione w pracy na przykładzie obliczeniowym. Ponadto w pracy [55] postuluje się odejście od uproszczonego modelu obliczeniowego pasa ściskanego oraz stosowanie zaawansowanych modeli imperfekcyjnych podczas projektowania elementów kratownic.

Numeryczne analizy pewnego przypadku zwichrzenia kratownicy jednoprzęsłowej zostały przedstawione w pracy [105]. Analizy te obejmowały wpływ wybranych parametrów,

takich jak: rodzaj przyłożonego obciążenia, układ sztywnych podpór bocznych pasa ściskanego, stosunek sztywności pasów ze względu na zginanie oraz połączenie pasów z wykratowaniem na obciążenie krytyczne oraz długość wyboczeniową pasa ściskanego. Uzyskane wartości współczynnika długości wyboczeniowej, w większości przypadków, były mniejsze niż wartości zalecane normowo. W pracy tej wykazano, m. in. istotny wpływ sztywności pasa rozciąganego na obciążenie krytyczne kratownicy.

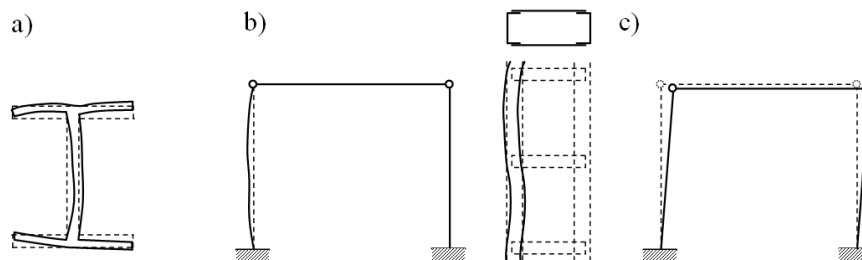
Obszerne analizy numeryczne dotyczące poszukiwania długości wyboczeniowej pasów kratownic, ze sprężystym podparciem były realizowane w pracach [97], [98] i [99]. Rozpatrywano w nich zmienną sztywność oraz konfigurację podpór bocznych pasa. W pracach tych rozpatrzono dodatkowo ciekawy przypadek podciągu kratowego z ukośnie usytuowanymi stężeniami sprężystymi.

Stabilizujący wpływ części rozciąganej pasa ściskanego, pewnej kratownicy wieloprzęsłowej, został wykazany we współautorskiej pracy autora dysertacji [106]. W pracy tej przedstawiono analizę numeryczną pewnego modelu kratownicy jedno i dwu przęsłowej, poszukując właściwej długości wyboczeniowej pasa. Wykazano, że w przypadku analizowanej kratownicy dwuprzęsłowej bez pośrednich stężeń bocznych następuje wyraźne zmniejszenie długości wyboczeniowej pasa względem zaleceń normowych.

3.2. Klasyfikacja i pomiary imperfekcji

Norma **EC3** uwzględnia trzy możliwe "poziomy" występowania wstępnych imperfekcji geometrycznych przedstawione na rysunku 3.5. W publikacjach [46] i [139] przedstawiono podstawowy podział imperfekcji geometrycznych, ze względu na zasięg ich występowania:

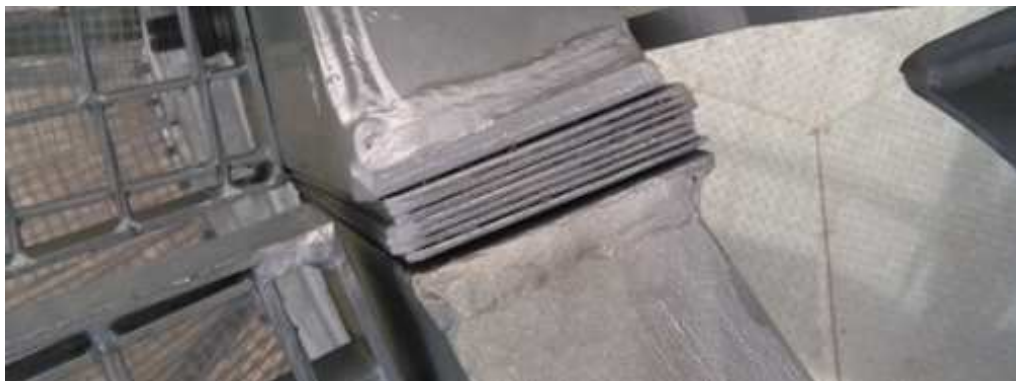
- imperfekcje wymiarów oraz kształtu przekroju poprzecznego, (rys. 3.5.a),
- imperfekcje lokalne pojedynczego elementu, (rys. 3.5.b),
- imperfekcje globalne całej konstrukcji, (rys. 3.5.c).



Rys. 3.5. Imperfekcje geometryczne na różnych "poziomach" analizy konstrukcji: a) imperfekcja przekroju, b) imperfekcja lokalna elementu w ramie lub słupie wielogałęziowym, c) imperfekcja globalna konstrukcji

Każda z tych imperfekcji z osobna prowadzi do losowej nośności granicznej konstrukcji, która w większości przypadków jest niższa niż nośność konstrukcji w stanie *perfect*. Wyjątkiem mogą być dodatnie odchyłki wymiarowe przekroju lub niezamierzona strzałka odwrotna w elementach zginanych, które mogą zwiększać nośność. Wszystkie te imperfekcje występują jednocześnie i niezależnie od siebie, co w konsekwencji może prowadzić do ich wzajemnego współdziałania, znoszenia się lub wzmacniania.

Więcej informacji na temat szeroko rozumianych imperfekcji i tolerancji wymiarowych w budownictwie oraz ich klasyfikacji można znaleźć w pracach *Urbańskiej-Galewskiej* [182], [183], [184] i [185]. W pracach tych przedstawiono zagadnienia związane z dopuszczalnymi tolerancjami wymiarowymi w konstrukcjach stalowych, dokonano analizy obecnego stanu wiedzy i normalizacji w ujęciu literatury krajowej, jak i zagranicznej. Autorka tych prac wskazuje na niejednolity i niespójny stan przepisów normowych w zakresie tolerancji wymiarowych w budownictwie. Obszerna monografia [183] zawiera studium tolerancji konstrukcji. Przedstawiono w niej podstawową klasyfikację imperfekcji ze względu na etap wykonywania konstrukcji, jak również deterministyczne oraz probabilistyczne ujęcie tolerancji oraz metody optymalizacji tolerancji wraz z kryterium kosztów. Ponadto w pracy tej wyróżniono pojęcie stanu granicznego montażu (SGM) jako stanu faktycznych wymiarów montażowych, po przekroczeniu którego występują utrudnienia montażowe, naruszenie stanu granicznego nośności lub użytkowania oraz znaczne zwiększenie kosztów. W monografii tej omówiono także wpływ imperfekcji wykonania na nośność ustrojów prętowych oraz węzłów doczołowych. Zagadnienie występowania imperfekcji w tego typu połączeniach i ich wpływu na nośność zostało pominięte w normie [6], co w przypadku, spotykanego w wykonawstwie, sposobu "naprawy" niedopasowanego połączenia przedstawionego na rysunku 3.6 prowadzi do obniżenia bezpieczeństwa użytkowania konstrukcji.



Rys. 3.6. Przykład imperfekcji styku doczołowego oraz sposobu jego "naprawy" (zdjęcie autora)

W pracach [182], [185] przedstawiono porównanie zaleceń norm europejskich, dotyczących dokładności wykonania konstrukcji stalowych na przykładzie wybranych tolerancji, m. in. pionowości słupa oraz odległości pomiędzy słupami. Opisano dwa, skrajnie różne podejścia do spraw normalizacji tolerancji. Przedstawiono postanowienia niemieckiej normy [31], która pozostawia kwestię tolerancji całkowicie w gestii projektanta zaznaczając, że powinny one być stosowane "wtedy, gdy są potrzebne" równoważnie z wymaganiami bezpieczeństwa, estetyki, technologii, komfortu użytkowania, jak również kosztami wytwarzania. Odmienne stanowisko prezentuje norma [32] oraz jej pochodne, np: [16] i [24]. Normy te zawierają wiele szczegółowych tabel i rysunków, które opisują dopuszczalne odchyłki wykonania i montażu wielu różnych elementów konstrukcyjnych. W pracy [185] sprecyzowano wady obowiązującego w rejonie Europy systemu określania tolerancji. Natomiast w pracy

[184] przedstawiono nowy system klasyfikacji tolerancji w stalowych konstrukcjach prętowych.

Metody pomiaru imperfekcji geometrycznych, w tym prostoliniowości elementu oraz odchylenia kształtu przekroju poprzecznego, zaprezentowano i porównano w pracy [133]. Metody te zostały szeroko przeanalizowane pod kątem dokładności otrzymanywnych wyników oraz pracochłonności. W pracy tej zaproponowano również utworzenie ogólnodostępnej bazy danych zawierającej informacje na temat zmierzonych doświadczalnie imperfekcji geometrycznych profili zimnogiętych.

3.3. Metody uwzględniania imperfekcji w analizie konstrukcji

W poniższym punkcie dysertacji przedstawiono szczegółową analizę zasad dotyczących modelowania konstrukcji, zawartych w normach z grupy EN 1993 oraz literaturze. Główne informacje na temat metod modelowania konstrukcji stalowych z uwzględnieniem imperfekcji można znaleźć w normie EN 1993-1-1 [1]. Według zaleceń tej normy, imperfekcje należy uwzględniać na poziomie:

- globalnym w analizie ram i stężeń,
- lokalnym w pojedynczych prętach.

Wytyczne zawarte w normie [1] dotyczą konstrukcji nośnej budynków, w szczególności ram i łąźników. Pozostałe, szczegółowe normy projektowe z grupy **EC3** podają dodatkowe wytyczne, dotyczące uwzględniania imperfekcji w przypadku specjalnych elementów konstrukcyjnych takich jak: elementy cienkościennie [2], elementy spawane [3], elementy powłokowe [4] i płytowe [5] oraz w przypadku konstrukcji specjalnych takich jak: mosty, konstrukcje wysokie, konstrukcje objętościowe oraz konstrukcje wsporcze dźwignic.

Konstrukcje wykonane z profili zimnogiętych oraz blach cienkich są szczególnie narażone na imperfekcje lokalne. Dlatego też norma [2] zawiera wytyczne dotyczące modelowania i uwzględniania lokalnych deformacji elementów cienkościennych, a szczegółowe informacje na ten temat można znaleźć w literaturze, m.in. w [131], [169], [170], [172]. Norma [3] podaje dodatkowe wytyczne dotyczące m.in. wymiarowania żeber poprzecznych z imperfekcjami oraz szczegółowe sposoby modelowania imperfekcji globalnych i lokalnych w konstrukcjach blachownic w przypadku analizy **MES** oraz podaje informacje na temat konieczności stosowania kombinacji imperfekcji. Norma dotycząca elementów powłokowych [4] zawiera dodatkowe wytyczne na temat klasy i tolerancji wykonania powłokowych elementów konstrukcyjnych. W szczególności takie tolerancje jak owalność, niezamierzony mimośród łączenia poprzecznego segmentów blach oraz lokalnych wgłębień powłok są istotne ze względu na stateczność elementów powłokowych. Elementy płytowe opisane w normie [5] należy projektować z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych takich jak: odchyłki kształtu i grubości płyt, nieregularność spoin oraz imperfekcji materiałowych takich jak: naprężenia wstępne oraz niejednorodność właściwości mechanicznych. Norma dotycząca projektowania węzłów w konstrukcjach [6] podaje zaskakująco mało informacji na temat wpływu imperfekcji na nośność, a przede wszystkim, sztywność węzłów. Dane dotyczące wpływu dokładności wy-

konania na nośność i sztywność połączeń śrubowych przedstawiono, m.in., w pracach [64], [183]. W przypadku konstrukcji mostowych [8], podobnie jak w przypadku elementów budynków i budowli imperfekcje mogą być przyjmowane na podstawie analizy stateczności lub na podstawie uproszczonych założeń przedstawionych w załączniku C (tolerancje wytwarzania oraz tolerancje półgotowych wyrobów konstrukcji mostowych) oraz załączniku D (amplituda geometrycznej imperfekcji dla wyboczenia w płaszczyźnie oraz z płaszczyzny łuków wykorzystywanych w konstrukcjach mostowych). Zgodnie z normami [9] ÷ [14] specjalne obiekty wysokie, objętościowe oraz wsporcze dźwignic również powinny być analizowane z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych. Zwłaszcza w przypadku kominów, norma [10] zawiera dodatkowe informacje na temat wielkości imperfekcji przechyłowej, przyjmowanej na etapie analizy konstrukcji oraz dopuszczalnych odchyłek montażowych i wykonawczych. Szczegółowe informacje na temat wpływu imperfekcji na tego rodzaju konstrukcje specjalne oraz metody ich uwzględniania można znaleźć w literaturze, m.in. [87], [136].

Zgodnie z punktem 5.2 normy [1] sprawdzając stateczność konstrukcji ramy należy uwzględnić imperfekcje i efekty drugiego rzędu, jeśli powodują one znaczący przyrost efektów oddziaływań lub wpływają istotnie na zachowanie się konstrukcji. Imperfekcje, które należy wówczas uwzględniać to: globalna imperfekcja przechyłowa ramy oraz lokalne imperfekcje łukowe elementów. Zgodnie z załącznikiem krajowym w przypadku układów ramowych oceny przyrostu efektów oddziaływań, ze względu na deformację dokonuje się na podstawie wartości mnożnika obciążenia krytycznego α_{cr} zgodnie z zależnością

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{\alpha_u F_{Ed}} \geq 10, \quad (24)$$

gdzie:

F_{cr} – obciążenie krytyczne odpowiadające globalnej formie niestateczności sprężystej i początkowej sztywności sprężystej układu,

α_u – współczynnik rezerwy plastycznej układu, $\alpha_u \geq 1$,

F_{Ed} – obciążenie obliczeniowe działające na konstrukcję.

Załącznik krajowy do normy [1] dopuszcza stosowanie analizy pierwszego rzędu bez uwzględniania imperfekcji tylko w przypadku układów nieprzechyłowych (sztywno-stężonych) oraz jednokondygnacyjnych układów przechyłowych. Układy takie, można uznać za niewrażliwe na efekty przechyłowe II rzędu, zatem można je obliczać jako elementy wydzielone z uwzględnieniem zwiczenia i wyboczenia.

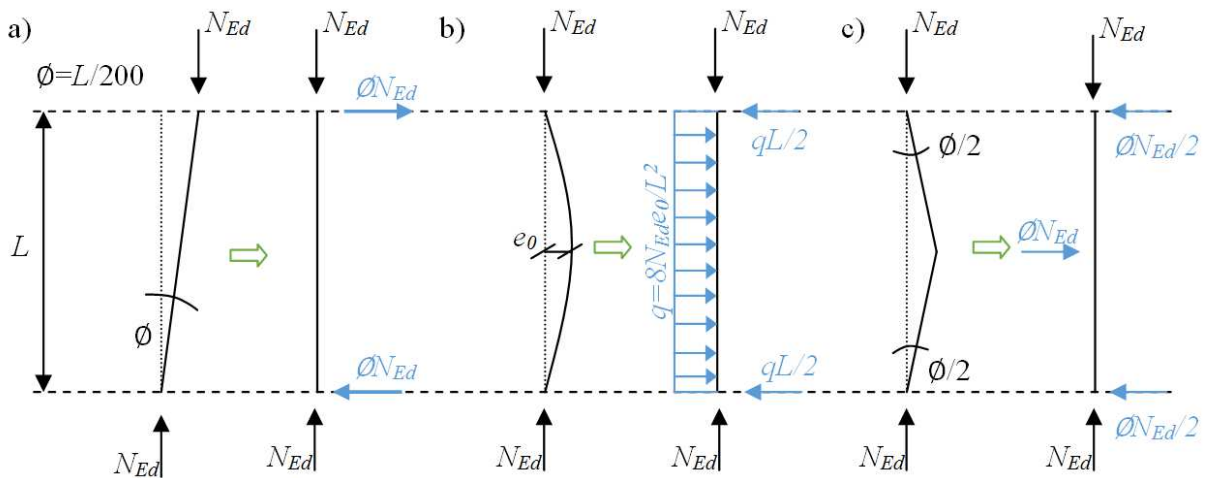
Jeżeli warunek (24) nie jest spełniony to przy sprawdzaniu stateczności układu imperfekcje oraz efekty drugiego rzędu można uwzględniać za pomocą jednej z czterech metod:

1. Poprzez stosowanie krzywych niestateczności oraz formuł nośności elementów zawartych w rozdziale 6.3 normy [1]. Jest to metoda pośrednia, w której imperfekcje geometryczne, jak i materiałowe oraz obciążeniowe są uwzględniane poprzez współczynniki niestateczności: wyboczeniowy χ i zwiczeniowy χ_{LT} . Współczynniki te są zależne od uogólnionej imperfekcji łukowej (e_0 wg *Maquoi* i *Rondal*), reprezentującej wszystkie wyżej wymienione imperfekcje. Stosowanie tej metody polega na wydzieleniu pojedynczych elementów konstrukcji,

takich jak: słupy, belki, i wymiarowaniu ich jako elementów niezależnych od siebie. Stosowanie formuł nośności pojedynczych elementów było szeroko omówione w takich pracach jak: [47], [156], [168].

2. Poprzez bezpośrednie modelowanie normowo zalecanych imperfekcji globalnych przechyłowych oraz lokalnych łukowych zgodnie z wytycznymi rozdziału 5.3 normy [1] (*Initial Geometric Imperfection - IGI*). Zgodnie z tą metodą imperfekcje przechyłowe modeluje się dla każdego rozpatrywanego kierunku przechyłu oraz każdej kondygnacji budynku. W przypadku modelowania konstrukcji przestrzennej należy również rozważyć możliwe przechylenie lub skręcenie całego budynku. Podstawowa wartość imperfekcji przechyłowej ϕ_0 wynosi $H / 200$ i nie zależy od rodzaju elementu lub metody analizy. Należy jednak stosować współczynniki redukcyjne, uwzględniające wysokość słupa oraz liczbę słupów. Łukowe imperfekcje lokalne modeluje się jako paraboliczną lub sinusoidalną deformację z maksymalną wartością wychylenia w środku rozpiętości elementu o wartości przyjmowanej według tablicy 3.1. Załącznik krajowy zaleca przyjmowanie wartości podanych dla analizy sprężystej niezależnie od stosowanej metody analizy.

3. Imperfekcje geometryczne można również uwzględniać w postaci zastępczych obciążeń równoważnych (*Notional Horizontal Forces - NHF*) przyłożonych do układu *perfect*. Obciążenia te wg normy [1] przedstawia rysunek 3.7.



Rys. 3.7. Normowe wstępne imperfekcje oraz ich obciążenie zastępcze: a) globalna imperfekcja przechyłowa, b) lokalna imperfekcja łukowa, c) imperfekcja łamana

4. Poprzez bezpośrednie modelowanie jednej uogólnionej i zintegrowanej imperfekcji całego układu, zgodnej z kształtem pierwszej postaci globalnej utraty stateczności, tzw. Imperfekcyjna Metoda Ogólna (ang. *Overall Imperfect Method - OIM*). Stosowanie tej metody jest jednak niezalecane przez załącznik krajowy.

W pracy [79] *Giżejowski* dokonał syntezy metod modelowania, analizy i weryfikacji nośności konstrukcji stalowych, na podstawie wytycznych Eurokodu wraz z niezbędnym komentarzem oraz informacjami dodatkowymi. Uszeregował on metody analizy dopuszczane przez Eurokod pod względem złożoności, biorąc pod uwagę zasady modelowania imperfekcji

oraz uwzględniania efektów $P-\Delta-\delta$. Autor podaje również kryteria doboru poszczególnych metod analizy na podstawie mnożnika obciążenia krytycznego α_{cr} .

Informacje na temat zasad modelowania imperfekcji geometrycznych, ich rozkładu statystycznego oraz wpływu na statykę i stateczność ram stalowych można znaleźć w pracy [174]. W części wstępnej tego obszernego raportu, autorzy przedstawili i opisali metody modelowania imperfekcji odwołując się do najnowszych światowych prac naukowych. Wyszczególnione w raporcie metody to:

- bezpośrednie modelowanie imperfekcji (**IGI**)
- imperfekcyjna metoda ogólna (**OIM**)
- stosowanie równoważnego obciążenia zastępczego (**NHF**),
- redukcja sztywności konstrukcji (**E_{red}**).

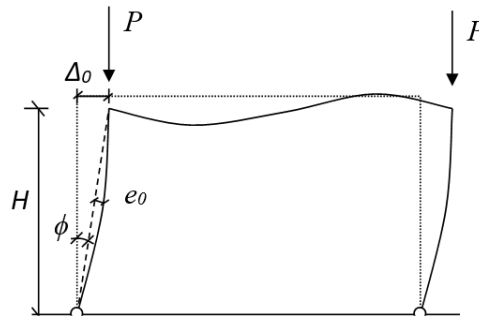
Dalsza część raportu zawiera cenne dane statystyczne dotyczące rozkładu imperfekcji geometrycznych, takich jak: prostoliniowości elementów, pochylenia słupów. Dane te zostały opracowane przez różne zespoły badawcze, począwszy od lat 60. XX wieku. W raporcie zaprezentowano rozkłady statystyczne odpowiednich imperfekcji wraz z wartością średnią, liczbą mierzonych elementów oraz odchyleniem standardowym. Autorzy zaproponowali własną metodę losowego przyjmowania kształtu wstępnej imperfekcji. Metoda ta polega na odpowiednim zsumowaniu początkowych form utraty stateczności elementu prętowego tak, aby jego końcowy kształt i maksymalna deformacja odpowiadały przyjętemu rozkładowi statystycznemu. Autorzy podali niezbędne algorytmy obliczeniowe określające wymaganą liczbę sumowanych postaci wybojeniowych oraz ich właściwe amplitudy. Zaproponowana metoda została zweryfikowana analizą kilkunastu złożonych, przesuwnych i nieprzesuwnych, płaskich układów ramowych. Całość podsumowano wnioskami dotyczącymi możliwości stosowania wymienionych metod w układach ramowych.

Modelowanie imperfekcji o charakterze deterministycznym

Bezpośrednie modelowanie imperfekcji (**IGI**) wiąże się z przyjęciem podejścia deterministycznego lub probabilistycznego. Podejście deterministyczne wymaga przyjęcia jednej z maksymalnych odchyłek dopuszczanych przez normy projektowe np. **EC3**, normy jakościowe wyrobów podstawowych, np.[18], lub normy wykonawcze elementów konstrukcyjnych, np. [16], jako imperfekcji wstępnych. Natomiast podejście probabilistyczne wymaga przyjmowania uśrednionych bądź losowych wartości wstępnych imperfekcji. Oba warianty modelowania bezpośredniego powinny opierać się na aktualnych opracowaniach statystycznych dotyczących rzeczywistego występowania odchyłek wyrobu oraz odchyłek montażowych i wykonawczych oraz wymagają przeprowadzenia kombinatoryki imperfekcji w celu określenia ich najbardziej niekorzystnego układu.

Dokonując przeglądu przepisów normowych, w pierwszej kolejności zapoznano się z normami projektowymi z grupy **EC3**, jak również z innym wybranymi normami projektowymi (Tablica 3.3). Analiza wytycznych przedstawionych w tych dokumentach pozwoliła wykonać zestawienie zalecanych wg nich wstępnych imperfekcji geometrycznych przechy-

łowych Δ lub ϕ oraz łukowych e_0 . Zestawienie to wykonano ujednolicając stosowane w tych normach oznaczenia zgodnie z rysunkiem 3.8.



Rys. 3.8. Ujednolicone oznaczenia wstępnych imperfekcji geometrycznych w ramach

Tablica 3.3. Wstępne imperfekcje geometryczne w analizie konstrukcji, według różnych norm projektowych

Dokument	Imperfekcja przechyłowa	Imperfekcja łukowa
EC3-1-1 [1]	$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m$ ¹⁾	$e_0 = L/X^2$
PN-90/B-03200 [23]	$\phi = \frac{1}{200} r_1 r_2$ ³⁾	4)
AISC 360-16 (USA) [28]	$\Delta_0 = H / 500$	$e_0 = L/1000$
BS 5950-1 (UK) [27]	$\phi = 1/200$	4)
SCA S16-01 (CAN) [30]	$\Delta_0 = H / 500$	$e_0 = L/1000$
GB 50017-2003 (CHN) [25]	$\phi = \frac{1}{250} \alpha_y \alpha_n$ ⁵⁾	$e_0 = L/X^6$
Code of ... [70]	$\Delta_0 = H / 200$	$e_0 = L/X^7$

¹⁾ wartość podstawowa $\phi_0 = H/200$
 $\frac{2}{3} \leq \alpha_n = \frac{2}{\sqrt{H}} \leq 1,0$; $\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$; H - wysokość słupa; m - liczba słupów
²⁾ wartości X zgodnie z tablicą 1
³⁾ współczynniki redukcyjne: $r_1 = \sqrt{\frac{5}{H}}$; $r_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{m}}\right)$;
⁴⁾ uwzględniane tylko poprzez współczynnik wyboczeńiowy
⁵⁾ współczynniki redukcyjne: $\alpha_y = (1,0; 1,1; 1,2; 1,25)$ zależnie od wytrzymałości stali; $\alpha_n = \sqrt{0,2 + \frac{1}{m}}$
⁶⁾ wartość X zależy od rodzaju elementu: słupy $X = 1500$; belki $X = 1200$
⁷⁾ wartość X zależy od parametru imperfekcji $X = (200; 300; 400; 500; 550)$

Kolejne informacje dotyczące wstępnych imperfekcji zawierają normy jakościowe „surowych” wyrobów stalowych, takich jak kształtowniki oraz blachy. Normy te obowiązują dostawców wyrobu do zachowania odpowiedniego reżimu technologicznego. Jest to niezbędne w celu zapewnienia jednorodności cech mechanicznych oraz geometrycznych przekroju i elementu, we wszystkich projektowanych i wykonywanych obiektach. Normy te, np.: [17], [18], [19], [20] zawierają informacje na temat: klasyfikacji i oznaczeń wyrobu, wszelkich wymagań jakościowych, oraz metod pobierania próbek i metod badań wyrobu. Ponadto każdy

rodzaj wyrobu charakteryzuje się własnymi tolerancjami przekroju i kształtu. Dopuszczalne odchyłki prostoliniowości profilu wykorzystanego w przeprowadzonych badaniach doświadczalnych (profil RK 30x3 mm) wynoszą odpowiednio:

- 0,2% długości całkowitej (12 mm w przypadku sztangi o dł. 6,0 m),
- 3 mm na 1 metr mierzonej długości.

Trzecią grupą norm, które zawierają informacje na temat imperfekcji, są obowiązujące obecnie normy wykonawcze dotyczące dokładności wykonania konstrukcji stalowych [15] i [16]. Zawierają one wszelkie informacje na temat wymagań stawianych wykonawcom konstrukcji, osobom nadzorującym proces budowlany oraz na temat poziomu dokładności wykonania konstrukcji. Dokumenty te są podstawą w ocenie jakości wykonania konstrukcji podczas procesu odbioru wykonanych robót. W załącznikach normy [16] podano dopuszczalne odchyłki wykonania i montażu poszczególnych elementów konstrukcji stalowych. Dopuszczalne tolerancje wytwarzania, w odniesieniu do konstrukcji kratowej analizowanej w rozprawie przedstawiono w tabelicy 3.4.

Tablica 3.4. Dopuszczalne tolerancje wykonania elementów kratowych

Tolerancja	Podstawowa wytwarzania (D1.10)	Funkcjonalna wytwarzania (D.2.10)	
		Klasa 1	Klasa 2
Odchylenie punktów węzłowych względem projektowanej linii prostej lub krzywej	$\Delta = \pm L/500$ $ \Delta \geq 12 \text{ mm}$	$\Delta = \pm L/500$ $ \Delta \geq 12 \text{ mm}$	$\Delta = \pm L/500$ $ \Delta \geq 6 \text{ mm}$
Strzałka wygięcia pręta skratowania	$\Delta = \pm L_l/750$ $ \Delta \geq 6 \text{ mm}$	$\Delta = \pm L_l/500$ $ \Delta \geq 6 \text{ mm}$	$\Delta = \pm L_l/1000$ $ \Delta \geq 3 \text{ mm}$
Długość przedziału pomiędzy punktami skratowania p	-	$\Delta = \pm 5 \text{ mm}$	$\Delta = \pm 3 \text{ mm}$
Odległość sumaryczna pomiędzy punktami węzłowymi Σp	-	$\Delta = \pm 10 \text{ mm}$	$\Delta = \pm 6 \text{ mm}$
Wymiar przekroju poprzecznego jeśli wymiar dokładny s wynosi: $s \leq 300 \text{ mm}$ $300 \text{ mm} < s < 1000 \text{ mm}$ $s \geq 1000 \text{ mm}$	-	$\Delta = \pm 3 \text{ mm}$ $\Delta = \pm 5 \text{ mm}$ $\Delta = \pm 10 \text{ mm}$	$\Delta = \pm 2 \text{ mm}$ $\Delta = \pm 4 \text{ mm}$ $\Delta = \pm 6 \text{ mm}$

Warto zauważyć, że norma [16] nie wymienia odchyłek montażowych kratownicy, a w szczególności tolerancji skrętnej. Dopuszczalne tolerancje wytwarzania pasów kratownic względem linii prostej mierzone są w pozycji "na płask", a więc w płaszczyźnie kratownicy wynoszą $L/500$ (D1.10). Jeśli przyjmiemy analogiczne wartości dopuszczalnych imperfekcji w przypadku wygięcia pasów z płaszczyzny kratownicy oraz możliwość przeciwnego wygięcia pasów to otrzymane w ten sposób wzajemne boczne przesunięcie będzie mogło wynosić aż $L/250$.

Norma [16] zawiera natomiast inne dopuszczalne odchyłki montażowe związane z prostoliniowością, które w szczególnych przypadkach można interpretować jako dopuszczalne imperfekcje kratownic:

- podstawowe tolerancje montażowe elementów zginanych i ściskanych (D.1.15-1). Odchyłka ta, zdefiniowana jako prostoliniowość elementów zginanych lub ściskanych na odcinku swobodnym (bez stężeń) wynosi $L/750$.

- funkcjonalne tolerancje montażu belki zginanej (kratownicy) w planie (D.2.26-3). Wartość tej odchyłki jest równa: $\pm L/500$ (klasa 1) lub $\pm L/1000$ (klasa 2).

- funkcjonalne tolerancje montażu płatwi (w przypadku płatwi kratowej) w płaszczyźnie poszycia (D.2.27-2). W przypadku płatwi współpracującej z poszyciem dachowym przyjmuje się, że strzałka wygięcia w płaszczyźnie poszycia nie może przekraczać wartości $\pm L/300$.

Odchyłki te dotyczą jednak jednostronnej imperfekcji elementu jako całości, co w przypadku kratownicy jest niewystarczające. Sytuacja ta komplikuje jednoznaczną interpretację przepisów normowych oraz może prowadzić do znacznych, lecz dopuszczalnych przez normę, odchyłek skrętnych w dźwigarach kratowych.

Zagraniczne normy wykonawcze [26], [29], [70] również uwzględniają dopuszczalne wygięcie elementu względem projektowanej linii prostej. Podobnie jednak jak w przypadku normy [16] definiują one tylko jednostronną imperfekcję pasa pomiędzy punktami bocznego podparcia. Wartości graniczne tych imperfekcji wynoszą odpowiednio:

- $\pm L/1000$ (norma Chińska [26]),

- $\pm L/500$ (norma Amerykańska [29]),

- $\pm L/1000$ lub 3 mm, wartość większa z dwóch (wytyczne regionu Hong Kong [70]).

Bardziej rygorystyczne zalecenia można znaleźć w starych normach polskich, np. [22] i [24]. W normie [24] dopuszczalna, wykonawcza odchyłka prostoliniowości elementu względem obu osi wynosi: $\pm L/1000$ lub 3 mm. Ponadto norma ta w sposób jednoznaczny określa dopuszczalne wzajemne boczne przesunięcie pasów belki lub kratownicy, mierzone w środku rozpiętości. Odchyłka ta nie powinna być większa niż: $h/100$ lub 10 mm.

Jednym z celów niniejszej dysertacji jest zwrócenie uwagi na konieczność weryfikacji postanowień normy [16], w zakresie dopuszczalnych imperfekcji pasów kratownicy z płaszczyzny oraz imperfekcji skrętnych belek pełnościennych i kratowych jako całości.

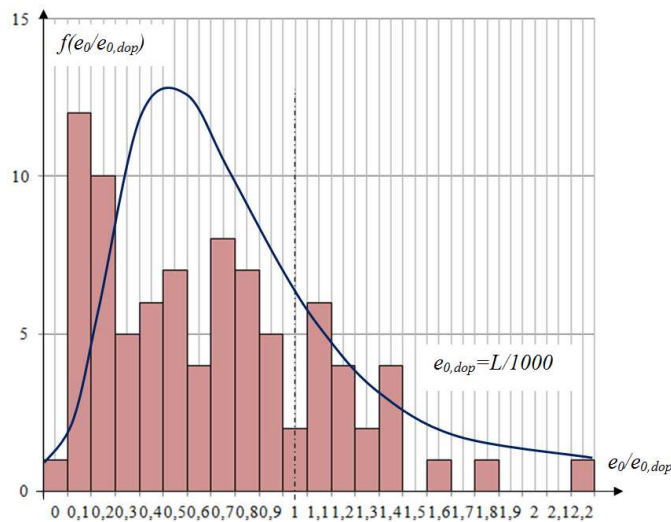
Modelowanie imperfekcji o charakterze probabilistycznym

Obszerne pomiary imperfekcji prowadzone były w Polsce od lat 70. XX wieku. Badania te dotyczyły cech wytrzymałościowych stali konstrukcyjnej (*Mendera* - lata 70. oraz *Murzewski* - lata 80.), jak również cech geometrycznych blach stalowych (*Mendera* - lata 70.) oraz profili walcowanych (*Kowalski, Włodarczyk* - lata 80.) [183].

Badania statystyczne polskiej stali konstrukcyjnej w formie blach oraz kształtowników walcowanych prowadził zespół Politechniki Krakowskiej [90], [91]. Badania te obejmowały stal konstrukcyjną w formie blach walcowanych na gorąco, wyprodukowaną w latach 2000-2009 oraz kształtowniki walcowane na gorąco wyprodukowane w latach 2006-2010. Łącznie zebrano wyniki ponad 15 tys. prób wytrzymałościowych blach oraz 84 tys. prób wytrzymałościowych kształtowników wykonanych z różnych gatunków stali. Ocenie statystycznej poddano również wymiary poprzeczne oraz charakterystyki przekrojowe kształtowników walcowanych IPE, IPN, HEA, HEB, LR i C udostępnione przez producentów. Analizy staty-

styczne przedstawione w obu pracach pozwoliły zweryfikować wartości współczynników materiałowych γ_{M0} oraz γ_{M2} .

Zagadnienia probabilistycznej nośności konstrukcji stalowych przedstawiono obszernie w pracy [46]. Autor przedstawił w niej zagadnienia bezpieczeństwa konstrukcji, losowych imperfekcji elementów konstrukcyjnych oraz nośności granicznej ustrojów prętowych. Probabilistyczne modelowanie imperfekcji wymaga określenia prawdopodobieństwa występowania poszczególnych imperfekcji oraz zasad ich współwystępowania. Badania statystyczne w tym temacie wykazały, że imperfekcje geometryczne prostoliniowości prętów mogą być większe niż dopuszczalne odchyłki wykonawcze i montażowe, a rozkład statystyczny imperfekcji w pojedynczym pręcie jest nierównomierny (rozkład *Gumbela*) z przewagą po stronie bezpiecznej. Histogram wstępnych odchyłek osi podłużnej pręta przedstawiono zgodnie z pracą [46] na rysunku 3.9. Przedstawione dane odnoszą się do deformacji pojedynczego pręta i nie uwzględniają kierunku deformacji.



Rys. 3.9. Histogram odchyłek osi podłużnej pręta wraz z rozkładem *Gumbela* [46]

Aktualna światowa literatura dotycząca zagadnień statystyki cech wytrzymałościowych i geometrycznych profili stalowych wiąże się m.in. z pracami czeskiego zespołu badawczego [114], [138]. W pracach tych autorzy przedstawili wyniki badań dotyczące rzeczywistych parametrów wytrzymałościowych czeskiej stali konstrukcyjnej oraz cech geometrycznych profili stalowych walcowanych na gorąco. Badania wytrzymałościowe przeprowadzono dla stali S235 (ok 5,5 tys. próbek) oraz S355 (ok 1,0 tys. próbek pobranych z kształtowników oraz ok. 4,2 tys. próbek blach o grubości $4 \div 100$ mm). Badania cech geometrycznych przekrojów walcowanych przeprowadzono na kształtownikach IPE 160 \div IPE 240. Przeprowadzone pomiary statystyczne wykorzystano w celu opracowania analizy wrażliwości nośności przekroju ściskanego lub zginanego na wybrane imperfekcje. Analizy te wykazały, że największy wpływ na nośność przekroju ma losowa wartość granicy plastyczności, następnie losowa wartość grubości półki.

Analizy te zostały rozszerzone w pracach [110], [111], [112], [151] o wpływ imperfekcji geometrycznych, pojedynczych elementów lub całych układów konstrukcyjnych na ich no-

śność graniczną. Publikacja [110] omawia wpływ imperfekcji wytrzymałościowych oraz geometrycznych przekroju i osi elementu na nośność belki zginanej stałym momentem M_{Ed} o przekroju IPE 240. W pracy przyjęto odpowiednie rozkłady statystyczne wymiarów przekroju poprzecznego, cech wytrzymałościowych, deformacji wstępnej, następnie wykonano 10 tys. losowych symulacji tych parametrów (metoda *Monte Carlo*), dla których określono maksymalne naprężenia w belce. Na podstawie obliczonych naprężeń, wyznaczono dopuszczalne obciążenie graniczne elementów o zróżnicowanych długościach od 1,0 m do 8,5 m. Uzyskane wyniki przedstawiono w formie graficznej, prezentując dużą zależność pomiędzy wstępną krzywizną belki a jej obciążeniem granicznym.

Kolejne prace: [111], [112], [151] dotyczą parterowych układów ramowych, w których oprócz losowych parametrów wymiarów przekrojowych oraz cech wytrzymałościowych modelowano losowe, globalne oraz lokalne, geometryczne imperfekcje słupów. W artykułach tych przyjęto, że średnią wartością wstępnego przechyłu oraz wygięcia słupa jest wartość 0,0 (konfiguracja *perfect*), oraz że maksymalna dopuszczalna przez normę wykonawczą odchyłka montażowa nie została przekroczona w 95% losowych konfiguracjach *imperfect*. Nośność graniczną ramy określono dla 100 tys. losowych konfiguracji rozpatrywanych imperfekcji. Prace te wskazują na dużo większy wpływ imperfekcji geometrycznych elementu (zwłaszcza przechyłu słupów) na nośność ramy niż imperfekcji przekroju słupów i cech mechanicznych.

W pracach [158], [173] zacytowano wyniki pomiarów imperfekcji w spawanych dwuteownikach przeprowadzone przez zespół *Hasham* i *Rasmussen* w roku 1997. Zespół ten wykonał pomiary sześciu dwuteowych elementów o długości dwóch metrów za pomocą dziewięciu czujników indukcyjnych. Pomiary te pozwoliły określić rzeczywistą geometrię mierzonych elementów ze względu na deformację półek i środnika, wygięcie elementu względem osi oraz skręcenie przekroju na długości elementu. Pomiary te zostały uwzględnione w czasie badań nośności granicznej elementów ściskanych i zginanych. W pracach [158], [173] zaproponowano autorski sposób tworzenia probabilistycznych, imperfekcyjnych, modeli numerycznych belek o przekroju dwuteowym opierając się na wynikach pomiarów przeprowadzonych przez *Hashama* i *Rasmussena*. Modele te składają się z oddzielnie generowanych imperfekcji pasów, środnika, przemieszczenia względem osi silnej i słabej oraz skręcenia względem teoretycznej osi środkowej. Otrzymane w analizie numerycznej wyniki, tzn. obciążenie graniczne, deformacje oraz postacie wyboczenia, porównano ze znanymi wynikami badań doświadczalnych, wykazując dużą zgodność proponowanej metody z modelami rzeczywistymi.

Skalowanie postaci utraty stateczności

W literaturze ostatnich lat można znaleźć wiele publikacji dotyczących imperfekcyjnej metody ogólnej (OIM). Jest ona szczególnym wariantem bezpośredniego modelowania imperfekcji geometrycznej. Metodę tę wraz z przykładami obliczeniowymi pojedynczej ramy płaskiej oraz bardziej złożonych konstrukcji przedstawiono m. in. w pracach [67], [68]. Autorzy omawiają w nich podstawy metody wraz z podaniem zalet jej stosowania. W pierwszej części artykułu [67] omówiono wpływ imperfekcji przechyłowych oraz lokalnych łukowych na stateczność przykładowej ramy trzykondygnacyjnej z typowym obciążeniem. Druga część arty-

kułu [68] przedstawia przykłady stosowania imperfekcyjnej metody ogólnej w ściskanym elemencie o zmiennym przekroju oraz innych zróżnicowanych konstrukcjach. Zaprezentowane w artykule przypadki pokazują uniwersalność metody, co zostało podkreślone przez autorów w podsumowaniu artykułów. Autorzy podkreślają również równorzędność porównywanych metod analizy pod względem bezpieczeństwa konstrukcji, wskazując jednocześnie, że o wyborze konkretnej metody może decydować poziom biegłości projektanta w posługiwaniu się nowoczesnymi programami komputerowymi, wspomagającymi proces projektowania.

W pracy [115] przedstawiono porównanie metody krzywych niestateczności oraz metodę imperfekcji uogólnionej w przypadku prętów ściskanych. Autor rozważał zarówno pręty ściskane stałą siłą jak również pręty ściskane obciążeniem rozłożonym oraz pręty o zbieżnym przekroju i różnych warunkach zamocowania. W pracy tej porównano wartości amplitudy przyjmowanej na podstawie tablicy 1 oraz wzoru (5.10) z normy **EC3**. Autor przedstawił również przykłady obliczeniowe, w których porównał obie metody wskazując metodę imperfekcji uogólnionej jako metodę korzystniejszą.

Prace [33], [34] omawiają możliwości zastosowania metody **OIM** w przypadku elementów wrażliwych na wyboczenie oraz zwichrzenie. Autorzy wymieniają wady i zalety metody oraz wskazują sytuacje, w których norma **EC3** pozostawia projektanta konstrukcji bez wsparcia merytorycznego. Wskazują oni m. in. na "brak wytycznych dotyczących przyjmowania kształtu imperfekcji w przypadku, gdy wyższe postacie utraty stateczności odpowiadają różnym pojedynczym elementom konstrukcji lub jej "podstruktur". Uwaga ta jest szczególnie aktualna w przypadku układów kratowych, w których każda kolejna postać wyboczenia może odpowiadać innemu elementowi składowemu (w szczególności różnym elementom wykratowania). W pracach tych przedstawiono autorskie procedury uzupełniające brakujące wytyczne normy [1], wraz z wieloma zróżnicowanymi przykładami liczbowymi, obrazującymi proponowane algorytmy.

Metodzie **OIM** poświęcona jest również praca [82] omawiająca wpływ różnych kombinacji imperfekcji geometrycznych na nośność ściskanych i zginanych elementów jednoprzęsłowych o przekrojach bisymetrycznych typu HEB. W pracy tej rozpatrywano trzy schematy obciążenia belki momentem zginającym. Istotną nowością w omawianej publikacji było przyjmowanie kształtu imperfekcji zgodnego z pierwszą, jak również z drugą postacią niestateczności elementu. Jako wyniki analizy przedstawiono ścieżki równowagi elementu *imperfect* opracowane w programie ABAQUS w odniesieniu do różnych wartości udziału momentu zginającego w wyciężeniu elementu. Podsumowanie artykułu zawiera cenne uwagi dotyczące zasadności przyjmowania kombinacji dwóch pierwszych postaci wyboczenia, jako ogólnej imperfekcji tylko w przypadku znakozmiennego rozkładu momentu zginającego w elemencie.

Podsumowanie efektów prac wielu wspomnianych wyżej badaczy zostało przedstawione w pracy [159]. Algorytm zaproponowany w tej pracy umożliwia wykorzystanie ogólnej metody imperfekcyjnej do wymiarowania elementów narażonych jednocześnie na wyboczenie i zwichrzenie. Zastosowanie proponowanego algorytmu pozwala ograniczyć sprawdzenie

nośności elementu do sprawdzenia nośności przekroju, co w porównaniu z normową procedurą interakcyjną dla elementów jednocześnie ściskanych i zginanych jest dużo prostsze.

Stosowanie obciążenia zastępczego

Metoda równoważnego obciążenia zastępczego (**NHF**) jest stosowana bardzo często, chociażby w przypadku projektowania stężeń połączeniowych poprzecznych konstrukcji halowych. Zgodnie z [1], w przypadku wymiarowania elementu ze wstępną imperfekcją łukową przyjmuje się równomierny rozkład obciążenia zastępczego, kierując się analogią do siły rozporu w łuku parabolicznym obciążonym stałym obciążeniem równomiernie rozłożonym q . Szczegółowy opis normowego sposobu uwzględniania imperfekcji geometrycznych w projektowaniu stężeń połączeniowych opisano w następnym punkcie rozprawy. W pracy [153] wykazano, że w przypadku imperfekcji sinusoidalnej, którą uznaje się za bardziej naturalną w przypadku imperfekcji łukowych, obciążenie zastępcze również powinno mieć kształt sinusoidy.

W książce [65] opisano zasady stosowania metody **NHF** według wytycznych normy amerykańskiej [28]. Wytyczne te różnią się nieco od informacji zawartych w Eurokodzie [1]. Według wytycznych amerykańskich w przypadku ram stężonych, należy przyjmować obciążenie zastępcze w postaci siły o wartości $0,004N_{Ed}$ przyłożonej w środku rozpiętości (lokalna imperfekcja łamana), natomiast w przypadku ram niestężonych należy przyjmować zastępcze obciążenie przechyłowe o wartości $0,002\sum N_{Ed}$ przyłożone do wierzchołka słupa.

Ciekawym opracowaniem jest praca [171], w której porównano metodę równoważnego obciążenia zastępczego oraz metodę długości efektywnej (*Effective Length Method*) wg wytycznych amerykańskich. Metody te wykorzystano do wymiarowania przemysłowych regałów wysokiego składowania o profilach cienkościennych. W celu weryfikacji obu metod przeprowadzono również geometrycznie oraz materiałowo nieliniową analizę numeryczną MES rozpatrywanego układu *imperfect*.

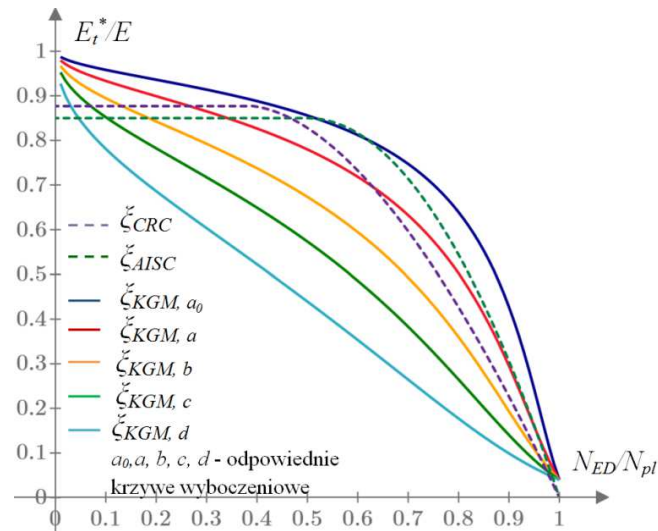
Sztynność zastępcza

Metoda ta została opisana, m. in. w pracach [117], [118]. Na podstawie analizy porównawczej wielu przypadków ram, zarówno przechyłowych jak i nieprzechyłowych, autor artykułów zaproponował, aby wartość współczynnika redukcyjnego ξ dla zredukowanego, stycznego modułu sprężystości $E_t^* = \xi E_t$ (E_t wg zaleceń *Column Research Council*) wynosiła 0,85.

W pracy [190] imperfekcje geometryczne uwzględniono poprzez redukcję sztywności elementów, zgodnie z wytycznymi amerykańskimi (E_t wg zaleceń *American Institute of Steel Construction*) współczynnikiem ξ o wartości 0,877. Metodę tę zastosowano w numerycznej analizie stateczności pewnej ramy niestężonej (trzyprzęsłowej o trzech kondygnacjach).

Niezwykle ciekawy sposób wyznaczania zredukowanej sztywności przedstawili *Kucukler, Gardner* i *Macorini* w pracy [132]. Współczynniki redukcyjne opracowano zarówno dla elementów ściskanych, jak i zginanych oraz jednocześnie ściskanych i zginanych na podstawie formuły *Perry'ego-Robbersona* oraz normowych zaleceń dotyczących krzywych wyboczeniowych. W pracy tej przedstawiono również wiele przykładów porównujących nośność graniczną wybranych elementów, obliczoną za pomocą zaproponowanej metody z wynikami

otrzymanymi za pomocą numerycznej analizy **GMNIA** oraz normowej metody współczynników niestateczności. Zaprezentowane przykłady obejmują zarówno przypadki podstawowe, jak i przypadki złożone, np. pręt z podporą pośrednią lub pręt o skokowo zmiennej sztywności. Otrzymane wyniki wskazują na bardzo dobrą zbieżność pomiędzy zaproponowaną metodą oraz numeryczną analizą **GMNIA**, jak również przewagę tej metody nad tradycyjnym wymiarowaniem na podstawie wytycznych normy **EC3**. Porównanie przedstawionych w literaturze współczynników redukcyjnych przedstawiono na rysunku 3.10. Na rysunku tym zastosowano indeksy nawiązujące do przedstawionych powyżej metod.



Rys. 3.10. Porównanie omawianych współczynników redukcyjnych

Porównanie metod

Wybrane, opisane wyżej metody zostały porównane w pracy [116]. Porównanie metod modelowania przeprowadzono na dwóch przykładowych układach konstrukcyjnych: parterowej ramie dwunawowej oraz czteropiętrowej ramie pięcionawowej, dla których określono wymagane wielkości przekrojów zapewniających niezbędną nośność. Na podstawie uzyskanych wyników wyciągnięto następujące wnioski:

- opisane metody dają porównywalne wyniki względem siebie,
- stosowanie którejkolwiek z opisanych metod pozwala uzyskać bardziej ekonomiczne przekroje elementów konstrukcyjnych niż tradycyjna metoda współczynników niestateczności,
- spośród wszystkich analizowanych metod, za najprostszą, autorzy uznali metodę redukcji sztywności układu, która została zalecona do wykorzystywania przez inżynierów.

W trakcie prac nad prezentowaną dysertacją, podjęto własną próbę porównania wybranych metod uwzględniania imperfekcji geometrycznych w kratownicach, przedstawioną w pracy [163]. Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych opracowano ścieżki równowagi pasa ściskanego, które posłużyły do porównania omawianych metod. Jak wykazały analizy numeryczne, deterministyczna metoda bezpośredniego modelowania imperfekcji oraz metoda obciążenia zastępczego są równoważne. Ponadto wykazano, że metoda sztywno-

ści zastępczej oraz metoda skalowania postaci wybożenia nie pozwalają uwzględnić najbardziej niekorzystnego układu imperfekcji pasów, co może prowadzić do zawyżenia obliczanej nośności elementu.

3.4. Imperfekcje w projektowaniu stężeń połączeniowych

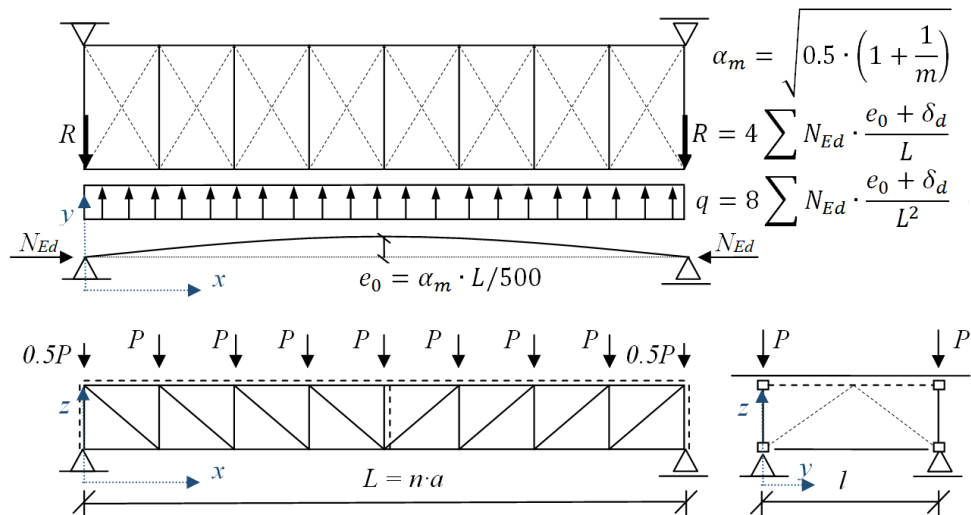
Zgodnie z wytycznymi normy **EC3** imperfekcje geometryczne należy uwzględniać podczas projektowania poprzecznych tężników połączeniowych (rys.3.11). Przyjmuje się wówczas pojedynczą łukową imperfekcję z płaszczyzny pasa górnego rygla kratowego lub rygla pełnościennej o wartości maksymalnej e_0 równej

$$e_0 = \alpha_m L / 500, \quad (25)$$

gdzie:

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} - \text{współczynnik redukcyjny,}$$

m – liczba stężanych układów poprzecznych.



Rys. 3.11. Normowy model układu rygiel kratowy z imperfekcjami - tężnik [1]

Zasady projektowania stężeń w konstrukcjach stalowych, wraz z obszernymi przykładami, zostały omówione m. in. w takich pracach jak: [53], [80] oraz [153]. Prace te omawiają zasady projektowania dyskretnych stężeń ściennych w układach ramowych jedno i wielokondygnacyjnych, jak również stężeń połączeniowych w układach halowych. W pracy [153] zwrócono uwagę na znaczenie stężeń jako istotnych elementów głównego ustroju konstrukcyjnego na równi z układem stężanym. Omówiono również zależność pomiędzy sztywnością tężnika, a jego obciążeniem co zostało całkowicie pominięte w normach projektowych. Umieszczone w pracy [153] przykłady obliczeniowe przedstawiają również różnice pomiędzy wartościami obciążenia tężników obliczonymi zgodnie z normą europejską [1] oraz nieaktualną już normą polską [23]. Przykłady konstruowania stężeń konstrukcji stalowych wraz z gotowymi rozwiązaniami technicznymi zostały zaprezentowane w pracach [47] oraz [130].

Wpływ imperfekcji na tężniki

Jedne z pierwszych informacji na temat wpływu imperfekcji pasów kratowych dźwigarów dachowych na stan naprężeń w tężnikach dachowych i płatwiach wiąże się z pracą [145] oraz późniejszą rozprawą doktorską [143]. W pracach tych analizowano kratowe dźwigary trapezowe lub równoległe o rozpiętości 24,0 m oraz wysokości 3,0 m. Podczas analizy przyjęto różne konfiguracje globalnej imperfekcji łukowej lub załamanej pasa górnego. Dolny pas wiązara pozostawał prosty lub miał imperfekcję zgodną z pasem górnym. Na podstawie obliczeń numerycznych, analizy geometrycznie liniowej i nieliniowej, określono wpływ imperfekcji geometrycznej pasa górnego na wyężenie dźwigara kratowego oraz określono poziome siły oddziaływania na tężnik połaciowy oraz kalenicowy. W artykule wskazano na nierównomierny rozkład obciążenia tężnika, nie podano jednak zależności pozwalających na inżynierskie określenie sił w układzie kratownicatężnik ani przybliżonego rzeczywistego kształtu rozkładu obciążenia.

Uzasadnienie teoretyczne, wyjaśniające nierównomierny rozkład obciążenia tężnika połaciowego od dźwigara kratowego z poprzecznymi imperfekcjami geometrycznymi znaleźć można we współautorskim artykule autora dysertacji, w pracy [157]. W pracy tej zastosowano zasadę równowagi węzła do wyznaczenia siły poziomej przekazywanej na tężnik w punkcie bocznego podparcia kratownicy. Wykazano, że siła ta zależy od:

- quasi-parabolicznego rozkładu siły w pasach kratownicy,
- kształtu oraz amplitudy deformacji pasa górnego,
- jednoczesnej wstępnej imperfekcji pasa dolnego.

Jednoczesna wstępna imperfekcja pasa dolnego, która może mieć znak zgodny lub przeciwny z imperfekcją pasa górnego, prowadzi do dodatkowego oddziaływania na skutek pochylenia wykratowania. Zaproponowane w pracy [157] wzory są wystarczające do inżynierskiego określenia wartości obciążenia tężnika od dźwigara kratowego z imperfekcjami, (rys.3.12). W tym celu należy określić węzłowe składowe obciążenia F_n wg zależności

$$F_n = F_\varphi + F_\phi, \quad (26)$$

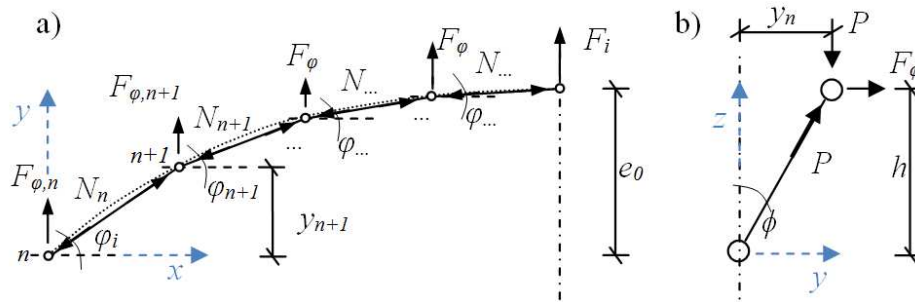
gdzie:

F_φ - składowa obciążenia od nierównomiernego rozkładu siły $N(x)$ i deformacji pasa górnego $y(x)$, obliczona wg wzoru

$$F_{\varphi, n+1} = N_n \sin \varphi_n - N_{n+1} \sin \varphi_{n+1}, \quad (27)$$

F_ϕ - składowa obciążenia od pochyłonego skratowania, obliczona wg wzoru

$$F_\phi = P \frac{y_n}{h}. \quad (28)$$



Rys. 3.12. Warunki równowagi węzłów kratownicy: a) w płaszczyźnie tężnika F_{ϕ} , b) w przekroju kratownicy F_{ϕ}

W pracy tej zaznaczono jednocześnie, że kształt przyjmowanego obciążenia zastępczego, powinien być zbliżony do funkcji wielomianowej oraz, co najważniejsze, że jest to oddziaływanie znakozmienne, co powoduje zmianę wyężenia tężnika dachowego w stosunku do modelu normowego. Wykazano ponadto, że maksymalna siła węzłowa przekazywana na tężnik może mieć wartości większe niż to wynika z zaleceń normy [1].

Kolejne analizy obejmujące dźwigary dwuprzęsłowe zostały przedstawione przez autora dysertacji w pracy [164]. Analizy te przeprowadzono dla dwuprzęsłowego dźwigara kratowego o rozpiętości przeseł równej 24,0 m. W pracy tej uwzględniono różnorodne układy imperfekcji pasów górnych i dolnych oraz wykazano znaczny wpływ siły części rozciąganej pasa górny (w rejonie podpory) na obciążenie tężnika. Część rozciągana pasa powoduje znaczne zwiększenie strefy ujemnego obciążenia zastępczego, zarówno jeśli chodzi o wartość obciążenia jak i zasięg strefy ujemnej.

Analizy przedstawione w pracy [157] zostały rozwinięte również przez innych autorów, np. w pracy [148]. W pracy tej autorzy przeprowadzili płaską i przestrzenną analizę numeryczną pewnych dźwigarów z jednoczesną imperfekcją geometryczną pasów, uwzględniając jednocześnie sprężystą deformację pasa dolnego oraz podparcie sprężyste pasów.

Zagadnieniem rozkładu i wielkości obciążenia poprzecznych tężników dachowych od dźwigarów z imperfekcjami zajmował się również zespół Politechniki Wrocławskiej pod kierownictwem *Biegusa*. W artykułach [43], [45] rozszerzono normowy sposób wyznaczania równomiernego obciążenia zastępczego o przypadki dźwigarów wieloprzęsłowych i wspornikowych. Nierównomierne, obciążenie tężnika od dźwigarów z imperfekcjami przedstawione w pracach autora dysertacji zostało niezależnie potwierdzone w kolejnych pracach zespołu Wrocławskiego: [50], [51], [52], [73]. Wykorzystano w nich twierdzenie *Schwedlera-Żurawskiego* do określenia równania rozkładu obciążenia tężnika $q(x)$ od quasi parabolicznej siły normalnej w pręcie o parabolicznym wygięciu $y(x)$ oraz maksymalnym wychyleniu o wartości e_0 . W pracy [50] wykazano, że jeżeli rozkład siły normalnej $N(x)$ oraz kształt imperfekcji $y(x)$ opisują funkcje:

$$N(x) = 4N_{Ed} \frac{x}{L^2}(L-x), \quad (29)$$

$$y(x) = 4e_0 \frac{x}{L^2}(L-x), \quad (30)$$

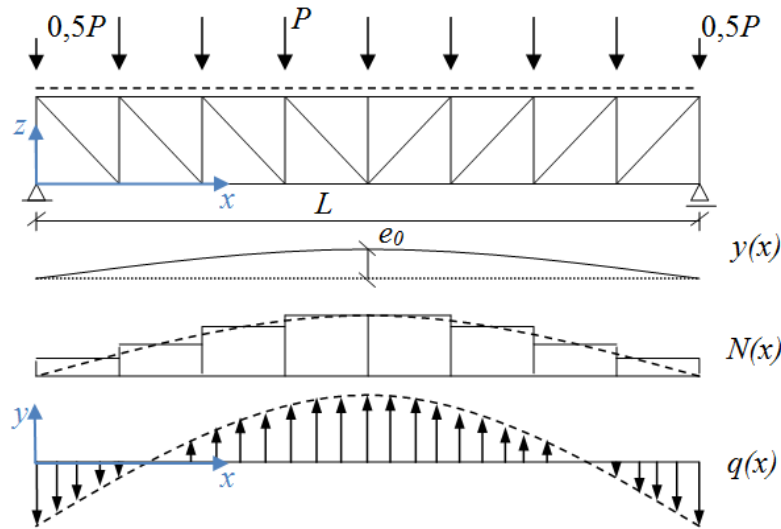
to moment zginający powstały w ściskanym mimośrodowo pasie przyjmuje wartość

$$M(x) = N(x)y(x) = 16N_{Ed} \frac{e_0 x^2}{L^4} (L-x)^2. \quad (31)$$

Zgodnie z twierdzeniem *Szwedlera-Żurawskiego* obciążenie przekazywane na tęcznik połączeniowy jest zatem funkcją paraboliczną postaci

$$q(x) = -\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = 32N_{Ed} \frac{e_0}{L^2} \left(6\frac{x}{L} - 6\frac{x^2}{L^2} - 1 \right), \quad (32)$$

co zostało przedstawione na rysunku 3.13.



Rys. 3.13. Zależności pomiędzy momentem zginającym w ściskanym pasie z imperfekcjami a obciążeniem tęcznika wg [50]

W kolejnych pracach [51], [52], [73] zespół ten rozszerzył przedstawione powyżej zależności na dźwigary sztywno zamocowane lub wieloprzęsłowe, wprowadzając odpowiednie współczynniki modyfikujące rozkład siły normalnej w pasie górnym kratownicy lub moment zginający w belce pełnościennej.

Poprzeczne stężenia dachowe są istotne z punktu widzenia nośności kratownicy ponieważ zmniejszają one długości wyboczeniowe "z płaszczyzny" pasa górnego. Tymczasem normowe procedury wymiarowania pozwalają zaprojektować tęcznik ze względu na nośność, nie zawierają one natomiast kryterium wystarczającej sztywności tęcznika, niezbędnej do stabilizacji pasa ściskanego, co zostało podkreślone, m. in. w pracy [125]. Wytyczne takie przedstawiono w pracy [154], w której również wykazano, że wymiarowanie tęcznika tylko ze względu na nośność może być niewystarczające. Przedstawiono jednocześnie wzory, umożliwiające określenie przekroju stężenia, wymaganego z uwagi na sztywność tęcznika, w przypadku różnych rodzajów skratowania.

W przypadku pokrycia bezpłatniowego, funkcję tęcznika połączeniowego dźwigarów pełni blacha trapezowa. Dodatkowo może ona również zabezpieczać dźwigary dachowe i płatwie przed zwichrzeniem. Zagadnienie to zostało przedstawione w pracach: [49] (stabilizacja dźwigarów kratowych); [155] (stabilizacja płatwi). Prace te przedstawiają wzory pozwalające wyznaczyć niezbędną sztywność blachy trapezowej. Ponadto w pracy [155] sformułowano zależność, pozwalającą w prosty sposób wyznaczyć nośność płatwi na zwichrzenie

z uwzględnieniem niewystarczającej sztywności pokrycia. W pracach tych pominięto jednak możliwy wpływ imperfekcji dźwigarów lub płatek na wymaganą sztywność blachy trapezowej.

Imperfekcje geometryczne wpływają ogólnie na wyężenie wszystkich elementów konstrukcyjnych oraz stabilizujących je stężeń. W pracy [195] przedstawiono zależność pomiędzy imperfekcją lokalną słupa głównego a obciążeniem pionowego tężnika ściennego w typowej hali. Rozpatrywano układ sześciu kolejnych słupów o smukłości 50, 75, 100 połączonych dwoma poziomami rygli ściennych i stężeniem typu X. Wartości imperfekcji przyjmowano w sposób probabilistyczny, losując kształt oraz wielkość deformacji dla każdego słupa oddzielnie.

3.5. Wpływ imperfekcji na statykę i stateczność konstrukcji

Jednymi z podstawowych prac na temat stateczności konstrukcji są pozycje [66] oraz [180]. Opisano w nich podstawy teoretyczne stateczności konstrukcji prętowych, w tym również wpływ imperfekcji na wyboczenie elementów ściskanych. Innym znanym podręcznikiem ogólnym na temat stateczności jest praca [78]. W pracy tej przedstawiono m. in. wpływ imperfekcji o kształcie pełnej sinusoidy na ścieżkę równowagi pręta ściskanego oraz porównano ze sobą współczynniki amplifikacji elementarnych przypadków imperfekcji przedstawionych na rysunku 3.2. Z kolei w podręczniku [65] przedstawiono i opisano metody uwzględniania imperfekcji geometrycznych. Wśród podręczników omawiających temat stateczności wymienić także należy polskie pozycje, m. in.: [44], [156], [168], w których podano zarówno ogólne informacje na temat zagadnienia stateczności konstrukcji prętowych, jak również szczególne przypadki stateczności prętów złożonych, prętów z imperfekcjami oraz przykłady liczbowe.

Wpływ imperfekcji na układy ramowe

Wpływ imperfekcji geometrycznych na układy ramowe jest przedmiotem wielu aktualnych prac naukowych. W pracy [60] przedstawiono wyniki nieliniowych analiz numerycznych dotyczących wpływu wszelkiego rodzaju imperfekcji na zwichrzenie belki dwuteowej o przekroju IPE500 oraz wybranych smukłościach. W pracy tej uwzględniono m. in: naprężenia wstępne, wstępną łukową deformację belki w kierunku słabszej osi, wstępne skręcenie belki, lokalne imperfekcje pasów. Imperfekcje geometryczne modelowano w sposób bezpośredni poprzez zmianę współrzędnych węzłowych elementów skończonych. Uwzględniono jedenaście różnych konfiguracji imperfekcji w ponad 700 cyklach obliczeń numerycznych. Otrzymane wyniki, czyli stosunek nośności granicznej do nośności modelu perfect, zestawiono z normową wartością współczynnika χ_{LT} . Przedstawiono również wnioski ogólne oraz praktyczne zalecenia budowy imperfekcyjnego modelu numerycznego, zginanej belki dwuteowej. Należy zaznaczyć, że połączenie wstępnej łukowej deformacji belki oraz skręcenia jej przekroju odpowiada różnym kombinacjom łukowych imperfekcji pasów w przypadku kratownicy - co jest przedmiotem badań autora dysertacji.

Prace [71], [72], [150] przedstawiają wpływ imperfekcji wykonawczych na stan wyężenia ram jednokondygnacyjnych. W pracy [71] rozważano ramy o szerokości 24,0 m i 30,0 m

oraz wysokościach 4,0 m; 5,0 m; 6,0 m; 8,0 m. W pracach [72] i [150] rozważano analogiczne ramy o rozpiętości 12,0 m i 18,0 m. Przyjęto możliwość oddzielnego wystąpienia imperfekcji łukowych rygli i przechyłowych słupów z płaszczyzny układu poprzecznego o wartościach odpowiednio $L/150$ oraz $\approx H/300$.

Wpływ imperfekcji geometrycznych oraz wstępnych naprężeń na parterowe, przesuwne układy ramowe był analizowany również w pracach [35] i [36]. W pracach tych przedstawiono wyniki analiz numerycznych, z użyciem nieliniowej metody stref plastycznych (*Plastic-Zone Method*). Rozważano dwanaście różnych układów jednoczesnych imperfekcji geometrycznych słupów: przechyłowej o wartości $H/500$ oraz łukowej o wartości $H/1000$. Na podstawie przeprowadzonych analiz określono najbardziej niekorzystną kombinację rozważanych imperfekcji oraz jej wpływ na obciążenie uplastyczniające i graniczne. Wpływ imperfekcji geometrycznych na obciążenia te wyniósł ok. 10%.

Imperfekcje styków doczołowych w słupach stalowych, pewnego budynku wielokondygnacyjnego, były przedmiotem analizy w pracy [81]. Rozważane imperfekcje styków powodowały łamane wychylenie słupa względem osi teoretycznej w dwóch płaszczyznach. Maksymalne pomierzone w analizowanym obiekcie imperfekcje osiągnęły wartość 32,0 mm w płaszczyźnie ramy głównej oraz 70,0 mm ($H/220$) w płaszczyźnie prostopadłej do ramy głównej. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że wpływ tych imperfekcji na naprężenia maksymalne w wybranych, zestawionych w artykule słupach jest bardzo duży, np. nastąpiło zwiększenie maksymalnych naprężeń w przypodporowym przekroju słupa aż o 340% w stosunku do naprężeń projektowych.

Wpływ imperfekcji na układy kratowe

Wśród publikacji opisujących wpływ imperfekcji geometrycznych na elementy prętowe lub kratowe, można wymienić starsze prace np. [89] oraz [121]. W pracy [89] zawarto propozycję obliczania nośności kratownicowych prętów ze wstępnymi imperfekcjami lub prętów zdeformowanych wskutek uszkodzeń eksploatacyjnych. Propozycja ta polegała na redukcji modułu sprężystości stali E w celu redukcji sztywności osiowej EA oraz giętej EJ pręta z imperfekcjami. Proponowaną metodę poparto nomogramami, ułatwiającymi stosowanie zaproponowanej metody oraz przykładami obliczeń. W pracy [121] zaproponowano model konstytutywny ściskanego pręta z imperfekcjami geometrycznymi. Model ten pozwala wykorzystać metody **MES** do szybkiej oceny nośności granicznej oraz deformacji prętowych systemów konstrukcyjnych. Konstytutywną ścieżkę równowagi statycznej pręta rzeczywistego opracowano na podstawie wybranych badań doświadczalnych.

Wśród pozycji nowych wymienić należy prace [55] oraz [187]. Dotyczą one m. in. zagadnienia stateczności kratownic "krótkich", co zostało szczegółowo omówione na początku rozdziału.

Ponadto w pracy [176] dokonano interesującego powiązania tematycznego pomiędzy elementami belkowymi a kratownicami podczas analizy wpływu imperfekcji geometrycznych na konstrukcje. Autor zaproponował możliwość wykonania kratowniczego modelu zastępczego na potrzeby analizy dwuteowych belek zginanych z imperfekcjami. W pracy tej przyję-

to belkę o rozpiętości 4,0 m i pewnym przekroju dwuteowym oraz opracowano jej odpowiedni model kratowy. W analizach tych przyjęto różne wartości wstępnych imperfekcji, w postaci skręcenia belki oraz kratownicy, tak, aby boczna deformacja pasa odpowiadała wartościom od $L/300$ do $L/66,6$. Rozważano również różne warianty obciążenia obu elementów. Opracowano ścieżki równowagi dla obu przyjętych modeli, wykazując dużą zgodność otrzymanych wyników. W przypadku największej przyjętej imperfekcji wykazano spadek nośności granicznej o odpowiednio: 33,6% - model kratownicowy; 33,0% - model belkowy.

Analizę wpływu imperfekcji geometrycznych kratownicy oraz słupów na wykorzystanie nośności pasa ściskanego, przykładowego układu poprzecznego hali przedstawił autor dysertacji w pracy [161]. W pracy tej rozpatrywano tzw. kombinatorykę imperfekcji, które uwzględniano za pomocą obciążenia zastępczego. Przeprowadzona analiza numeryczna wykazała wzrost wykorzystania nośności pasa ściskanego w przypadku wszystkich rozważanych układów imperfekcji względem analizy normowej. W przypadku najbardziej niekorzystnego układu imperfekcji wzrost ten wynosił ok. 30%.

Dostępna literatura opisuje również kilka ciekawych przypadków wystąpienia imperfekcji geometrycznych w rzeczywistych konstrukcjach. Często pomiary rzeczywistej geometrii konstrukcji wykonuje się wówczas, gdy zachodzi konieczność weryfikacji nośności konstrukcji z uwagi na zmianę przeznaczenia obiektu lub planowane zwiększenia jego obciążenia. Sytuacja taka została opisana w pracy [175], w której analizowano konstrukcję stalową hal trzech czeskich elektrowni. W halach tych wykonano pomiary geodezyjne istniejących kratowych konstrukcji stalowych, określono imperfekcje geometryczne jej poszczególnych elementów oraz ich wpływ na wyężenie konstrukcji. Przykładowe, pomierzone imperfekcje pasów, dźwigarów kratowych o rozpiętości 23,0 metrów, wynosiły od 25,0 mm do 50,0 mm i charakteryzowały się znakozmienną krzywizną. Wg autorów artykułu imperfekcje takie powodowały przyrost naprężeń w pasach od istniejącego obciążenia nawet o 95 MPa. Pomiary geodezyjne obejmowały również elementy wykratowania, w których maksymalna pomierzona imperfekcja wyniosła 35 mm ($L/130$). Imperfekcja taka powodowała zwiększenie wyężenia krzyżulca o ok. 100 MPa. Ponadto w artykule [175] zaznaczono, że swoistym rodzajem "imperfekcji" jest również brak prawidłowo projektowanych elementów konstrukcyjnych, który został wykryty w analizowanych obiektach. Częstym przykładem takich imperfekcji jest brak stężeń, które zostały przypadkowo pominięte przy montażu, mimo iż zostały przewidziane w projekcie konstrukcyjnym. Dodatkowo, w starszych obiektach, które podlegały wielokrotnej modernizacji, dochodzi czasami do niewłaściwej modyfikacji elementów konstrukcyjnych, np. w celu uzyskania miejsca potrzebnego na dodatkowe elementy instalacyjne.

Przykład znacznych imperfekcji geometrycznych wykratowania stalowych dźwigarów przestrzennych został przedstawiony w pracy [122]. W pracy tej autor przedstawił wyniki przeglądu okresowego konstrukcji nośnej dachu sali gimnastycznej, składającej się z przestrzennych dźwigarów kratowych o rozpiętości ok. 10,6 m. Dźwigary te charakteryzowały się wykratowaniem z pełnościennych prętów okrągłych o średnicy od 16,0 mm do 22,0 mm. Przeprowadzony przegląd okresowy wykazał m. in. duże deformacje prętów wykratowania,

wynoszące od 25,0 mm do 50,0 mm ($L/20$) (długość krzyżulca 100,0 cm) w prawie wszystkich prętach skratowania we wszystkich dźwigarach kratowych. Z uwagi na długi czas eksploatacji obiektu autor sugeruje, że tak duże imperfekcje mogą być wynikiem zarówno nieodpowiedniego wykonania oraz montażu dźwigarów, jak również wynikiem przeciążenia wiotkich prętów skratowania pod wpływem obciążeń stałych i obciążenia śniegiem. Zaistniały stan awaryjny konstrukcji wymagał podjęcia działań naprawczych, które przedstawiono w pracy [124].

Pomiar imperfekcji montażowych oraz analiza ich wpływu na nośność konstrukcji kratowej hali zostały przedstawione w pracy [146]. Analiza dotyczyła konstrukcji nośnej hali magazynowej, w której zastosowano bazpłatwiowe pokrycie dachowe. Konstrukcję nośną hali stanowiły podciągi kratowe o rozpiętości 12,0 m oraz dźwigary kratowe o rozpiętości 30,0 m. Przeprowadzone pomiary geodezyjne wykazały przekroczenie, o ok. 50%, dopuszczalnych wartości imperfekcji bocznego przesunięcia pasów podciągów (przesunięcie to wynosiło ok. 40,0 mm). Przekroczone zostały również dopuszczalne imperfekcje wzajemnego przemieszczenia pasów dźwigarów wg normy [24]. Deformacja ta wynosiła ok. 400 % wartości dopuszczalnej. Tak duże deformacje dźwigarów powodowały dodatkowe komplikacje w postaci nieprawidłowego mocowania blachy trapezowej do pasa górnego oraz dużej deformacji tężnika pionowego znajdującego się w kalenicy. W artykule tym wskazano bezpośrednią przyczynę wystąpienia tak dużych imperfekcji montażowych. Powodem tym był brak stężeń tymczasowych w trakcie montażu dźwigarów, który spowodował ich zwichrzenie pod wpływem ciężaru własnego. Stan taki został następnie utrwalony poprzez zamocowanie blachy trapezowej.

Brak należytego stężenia konstrukcji w trakcie montażu prowadzi nie tylko do powstania dużych imperfekcji montażowych ale może prowadzić do nagłej awarii konstrukcji. Przypadki takie zostały opisane w pracy [37] oraz w pracach [192] i [193]. W obu opisanych konstrukcjach wykonano montaż niezwykle smukłych kratownic, bez zastosowania odpowiednich stężeń montażowych. Doprowadziło to do natychmiastowego zniszczenia większości zamontowanych dźwigarów kratowych. Dodatkowe, niepomierzone, poprzeczne imperfekcje geometryczne pasów dźwigarów mogły przyczynić się do wystąpienia zjawiska zwichrzenia kratownic.

Imperfekcje geometryczne mogą powstać również w czasie nieodpowiedniego transportu elementów składowych konstrukcji. Analizowane w pracy [92] dźwigary kratowe o rozpiętości 76,0 metrów zostały podzielone na elementy wysyłkowe, w których występowały wspornikowe elementy wykratowania. Elementy te nie zostały należycie zabezpieczone podczas transportu, co spowodowało ich trwałe odkształcenie oraz uszkodzenie spoin pachwinowych w węzłach. Powstałe w ten sposób imperfekcje styków montażowych elementów wykratowania (wzajemne przesunięcie osi wykratowania w styku montażowym) wynosiło ponad 20,0 mm. Podczas montażu zdeformowane elementy zostały dopasowane "na siłę" co spowodowało deformację całej kratownicy. Zaistniała sytuacja wymagała dodatkowej analizy wytrzymałościowej, która wykazała znaczny przyrost naprężeń w węzłach konstrukcji oraz jej

elementach. W analizowanym przypadku podjęto decyzję o przerwaniu prac montażowych oraz wzmocnieniu kratownicy elementami dodatkowymi.

Rzeczywiste imperfekcje geometryczne w płaszczyźnie pewnej konstrukcji kratowej były przedmiotem badań w pracy [41]. Autorzy przeprowadzili pomiary geodezyjne siedemdziesięciu dwóch kratownic o rozpiętości 30,0 m zamontowanych w pięcionawowej hali produkcyjnej. Pomiary geodezyjne polegały na pomiarze deformacji pionowej pasa dolnego, jako odchylenia od zakładanej teoretycznie linii prostej. Pomierzone deformacje zostały porównane z oczekiwaną wartością ugięcia od znanego obciążenia stałego. W pracy tej postawiono tezę, że różnica pomiędzy ugięciem pomierzonym a oczekiwanym jest miarą wykonawczych i montażowych imperfekcji geometrycznych. Poprawność tej tezy argumentowano charakterem uzyskanego rozkładu statystycznego pomierzonych różnic, zbliżonym do rozkładu Gaussa. Zaprezentowane wyniki wykazały również, że niewielka liczba mierzonych dźwigarów charakteryzuje się ugięciem, nieprzekraczającym teoretycznej linii prostej, co wskazuje na duże imperfekcje o charakterze strzałki odwrotnej. W podsumowaniu pracy [41] autorzy zwrócili uwagę, że normą w praktyce budowlanej jest zaniechanie wykonywania inwentaryzacji imperfekcji geometrycznych na każdym etapie procesu budowlanego, co może prowadzić do błędnych wniosków przy ocenie stanu rzeczywistego wyęźnienia konstrukcji.

Wpływ imperfekcji na konstrukcje specjalne

Wpływ imperfekcji na konstrukcje stalowe jest tematem aktualnym nie tylko w przypadku konstrukcji ramowych i kratowych, świadczą o tym liczne prace dotyczące różnego rodzaju konstrukcji. W pracy [58] autorzy przedstawiają wpływ imperfekcji geometrycznych na statykę i wytrzymałość typowego rusztowania fasadowego. W artykule [136] rozpatrywano wpływ układów imperfekcji na wyęźnienie trzonu masztu kratowego. Jednocześnie w artykule zwrócono uwagę na trudności związane z koniecznością stosowania kombinatoryki imperfekcji w trzonie masztu z jednoczesną kombinatoryką obciążenia od wiatru. Wpływ imperfekcji geometrycznych na nośność elementów powłokowych został opisany w takich pracach jak: [59], [123] i [160] (zbiorniki); oraz [74] i [178] (sklepienia łukowe wykonane z profilowanych blach). W pracy [191] przedstawiono pomiary oraz wpływ, różnego rodzaju imperfekcji geometrycznych na nośność trzech mostów kolejowych. W przypadku jednego z mostów wykazano imperfekcje zwiększające nośność doraźną konstrukcji (niezamierzone podniesienie wykonawcze). Wpływ imperfekcji na konstrukcje cięgnowe został przeanalizowany w pracy [198] na przykładzie Stadionu Śląskiego w Chorzowie. Szczegółowe omówienie zagadnienia wpływu imperfekcji na konstrukcje inne niż kratownice zostało w dysertacji pominięte.

3.6. Badania doświadczalne konstrukcji kratowych

Z uwagi na badawczy charakter dysertacji przeprowadzono analizę literatury dotyczącej badań doświadczalnych. W pracach tych często wyznaczane jest obciążenie krytyczne konstrukcji dlatego też na wstępie omówiono zasady jego wyznaczania. Doświadczalna metoda wyznaczania obciążenia krytycznego oraz wstępnych imperfekcji elementów ściskanych bazuje na przekształceniu *Southwella* (1932), które pozwala interpretować wzór (9) jako funkcję

liniową w układzie współrzędnych δ/P - δ . Funkcja ta (wzór 33) przecina oś rzędnych w punkcie o współrzędnych $(0, -e_0)$, natomiast jej współczynnik kierunkowy jest wartością siły krytycznej P_{cr} (rys.3.14.b - linia niebieska). Analogiczna interpretacja graficzna wzoru (10), wzór (34) nie jest funkcją liniową w układzie współrzędnych Δ/P - Δ , natomiast jej kształt jest jednocześnie zbliżony do funkcji *Southwella* oraz wartości wstępnej imperfekcji e_0 . Przedstawiono to na rysunku 3.14.b.

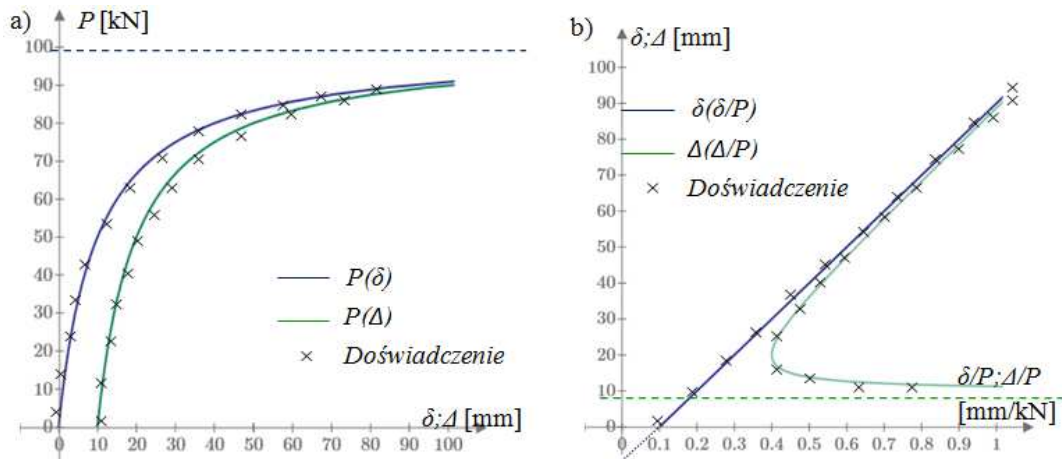
$$\delta = \frac{\delta}{P} P_{cr} - e_0, \quad (33)$$

$$\Delta = \frac{\Delta P}{P_{cr}} + e_0, \quad (34)$$

gdzie:

δ - deformacja względna, wg rys. 3.2.b,

Δ - deformacja bezwzględna od osi *perfect*, $\Delta = e_0 + \delta$, wg rys. 3.2.b.



Rys. 3.14. Zależność pomiędzy obciążeniem P a deformacją pręta ściskanego ze wstępną imperfekcją geometryczną (wartości przykładowe: $e_0 = 10$ mm, $P_{cr} = 100$ kN): a) ścieżki równowagi (wzory 9 i 10), b) Metoda *Southwella*

Zjawisko utraty stateczności kratownicy w skutek utraty stateczności pasa ściskanego z płaszczyzny kratownicy jest analogiczne do zjawiska zwichrzenia belki zginanej. Wielu badaczy starało się wykorzystać metodę *Southwella* podczas analizy zwichrzenia belek zginanych ze wstępnymi imperfekcjami łukowymi e_0 oraz skrętnymi ϕ_0 [134]. Początkowe próby takiej analizy przyjmowały pełną analogię pomiędzy zjawiskiem wyboczenia pręta ściskanego a zwichrzeniem belki zginanej, dlatego też wykres "*Southwella*" dla belki zginanej przedstawiany był w układzie współrzędnych $\phi/M - \phi$. Wśród późniejszych modyfikacji metody *Southwella* wyróżnić należy propozycję *Massey'a* (1963), który zaproponował, aby wyniki pomiarów doświadczalnych przedstawiać w układzie współrzędnych $\delta/M^2 - \delta$ lub $\phi/M^2 - \phi$. Inne zależności pozwalające określić moment krytyczny belki zginanej w sposób graficzny zostały przedstawione przez *Meck'a* (1977). Zależności te przedstawiają dwie funkcje liniowe w "skrzyżowanych" układach współrzędnych $\delta/M - \phi$ oraz $\phi/M - \delta$. Metody te zostały szczegółowo opisane przez autora dysertacji w artykule [162]. W artykule tym porównano obciążenie krytyczne obliczone za pomocą metod graficznych (*Southwella*, *Massey'a* i *Mack'a*) na

podstawie wyników badań doświadczalnych - *Badanie stateczności kratownicy z imperfekcjami* - opisanych dokładnie w rozdziale 5 dysertacji.

Cennym źródłem informacji na temat wpływu geometrycznych imperfekcji na konstrukcje są badania konstrukcji stalowych w skali naturalnej, np. w trakcie próbnego obciążenia. Badanie takie wraz z wynikami analizy numerycznej zostało przedstawione w pracy [39]. Przedmiotem badań była kratowa, jednoprzęsłowa kładka dla pieszych o rozpiętości ok. 50,0 m. Opisane badanie miało na celu określenie statycznej i dynamicznej odpowiedzi konstrukcji na obciążenie stałe, w postaci płyt betonowych, które wynosiło ok. 80% teoretycznego obciążenia granicznego. W czasie badania pomierzono pionowe i poziome przemieszczenia konstrukcji w środku rozpiętości, wynoszące odpowiednio 20,66 mm oraz 22,39 mm. Otrzymane wartości przemieszczenia poprzecznego były o ok. 8% większe niż wartości otrzymane z analizy numerycznej. Może to świadczyć o wpływie rzeczywistych imperfekcji geometrycznych, które nie zostały pomierzone ani uwzględnione w modelu numerycznym.

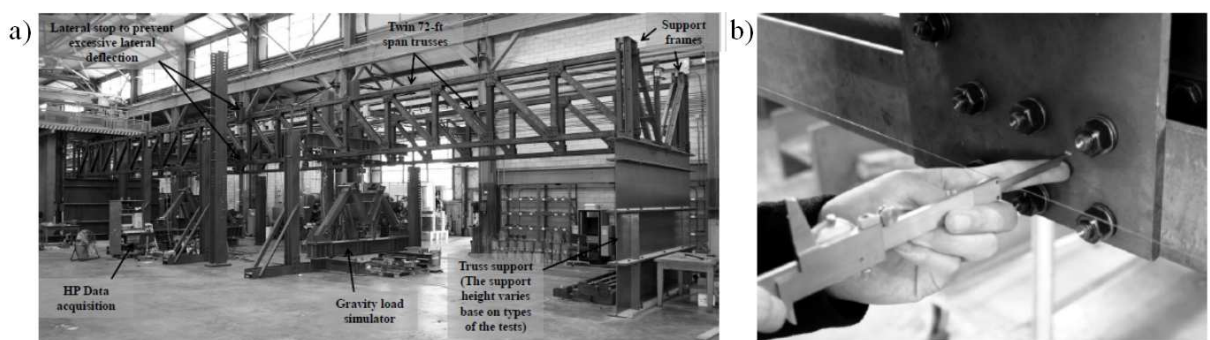
Innym przykładem badań konstrukcji kratowych w skali naturalnej jest badanie mostu kratowego opisane w pracy [38]. Badanie to dotyczyło mostu drogowego z jazdą dołem zbudowanego w roku 1920 i użytkowanego przez ok. 60 lat. W pierwszym etapie badań wykonano doświadczenia w celu określenia obciążenia granicznego pierwotnej konstrukcji oraz jej najsłabszych elementów. Etap drugi badań obejmował wzmocnienie konstrukcji oraz obciążanie jej aż do zniszczenia pasów ściskanych, na skutek plastycznego wybożenia z płaszczyzny. Badana konstrukcja dźwigara charakteryzowała się wieloma wstępnymi imperfekcjami geometrycznymi, wynikającymi z długiego czasu eksploatacji konstrukcji i jej złego stanu technicznego.

Podobne badania doświadczalne opisano w pracy [57]. Dotyczyły one kontrolowanego zniszczenia kratowego mostu kolejowego o rozpiętości przęsła 32,0 m. Most ten został wybudowany w latach 60. XX wieku i był obiektem wielu nieniszczących badań doświadczalnych w czasie jego eksploatacji. Opisane w tej pracy badania obejmowały teoretyczną oraz numeryczną weryfikację nośności, pomiar odkształceń w trakcie przejazdu składu kolejowego, a ostatecznie również doświadczalne określenie nośności granicznej. Osiągnięcie obciążenia granicznego mostu nastąpiło przy obciążeniu ok. 11,0 MN, a zniszczenie mostu nastąpiło na skutek wybożenia i uplastycznienia pasa górnego. W pracy [57] brak jest jednak informacji na temat pomiarów wstępnych imperfekcji geometrycznych.

Przykładem badań konstrukcji kratowych w skali naturalnej z pomierzonymi imperfekcjami lokalnymi i globalnymi jest praca zespołu *Rykaluk-Szafran* [179], w której opisano badanie ponad 40,0 metrowej telekomunikacyjnej wieży kratowej. W badaniach tych pomierzono istniejące lokalne imperfekcje łukowe krawężników, wynoszące maksymalnie 15,0 mm oraz globalne imperfekcje przechyłowe całej wieży, określone jako przesunięcie boczne wierzchołka, wynoszące odpowiednio 30,0 mm i 31,0 mm na kierunkach prostopadłych do jej wysokości. W trakcie badania konstrukcję obciążano poprzecznie za pomocą liny zaczeplonej do masztu na wysokości ok. 30,5 m. Zniszczenie wieży nastąpiło przy obciążeniu wynoszą-

cym 132,5 kN, na skutek wyboczenia ściskanego krawężnika. Maksymalne przemieszczenie wierzchołka wieży w trakcie badania wyniosło 474,0 mm.

W obszernej rozprawie doktorskiej [188] oraz artykule [189] przedstawiono wyniki badań doświadczalnych oraz analiz numerycznych stalowych kratownic o długości 21,95 m (72,0 ft) rozsuniętych na odległość 3,05 m (10,0 ft). Modele badawcze wykonane były jako kratownice typu *Howe*. W trakcie badań analizowano statykę oraz stateczność pojedynczych niestężonych kratownic w przypadku obciążenia grawitacyjnego lub bocznego. Określono również wpływ różnych układów stężeń bocznych i przeciwskrętnych, montowanych w pasach górnych lub dolnych w postaci sztywno zamocowanych belek, na deformację układu dwóch kratownic pod wpływem obciążenia. Wyniki badań przedstawiono w postaci ścieżek równowagi, na podstawie których określono obciążenie krytyczne oraz właściwe długości wyboczeniowe pasów. W pracy przeprowadzono również odpowiednią numeryczną analizę parametryczną. Przed przystąpieniem do badań pomierzono wstępne imperfekcje geometryczne pasów za pomocą metody stałej prostej oraz suwmiarki w sposób punktowy co 2,44 m (8 ft) w węzłach kratownicy (rys.3.15). Imperfekcje te zostały uwzględnione w analizach numerycznych jako kluczowa kwestia w trakcie weryfikacji zgodności modelu numerycznego z modelem badawczym. Wyniki pomiarów wstępnych imperfekcji przedstawione w pracy [188] potwierdzają możliwość wystąpienia przeciwnych imperfekcji pasów w pojedynczej kratownicy. Maksymalna wartość, pomierzonej w badaniu, łukowej imperfekcji pasa wyniosła 30,5 mm (1,2 in), co odpowiada wartości $L/720$. Z punktu widzenia niniejszej dysertacji istotne są wnioski dotyczące wstępnych imperfekcji. Zaobserwowano, że różne imperfekcje, odnośnie kształtu i wielkości, dwóch sąsiednich kratownic powodują wystąpienie dodatkowych sił w ich stężeniach przeciwskrętnych. W pracy tej zaznaczono również, że przesunięcie punktu przyłożenia obciążenia względem osi pasa, czyli przyłożenie obciążenia na pewnym mimośrodku, może wpływać na wzmocnienie lub redukcję wpływu wstępnych imperfekcji na obciążenie stężeń.



Rys. 3.15. Badania doświadczalne przedstawione w pracy [188]: a) badany układ kratownic, b) pomiar imperfekcji (Autor zdjęć: Wongjeeraphat Rangsan.)

Badania doświadczalne układu dwóch równoległych kratownic, wykonanych z kątowników równoramiennych zostały przedstawione w pracach: [62], [63], [69], [77]. Badania te dotyczyły czterech modeli kratownic o rozpiętości 6,0 m, wykonanych z kątowników o przekroju 65x65x6, ze stali S275, z uwzględnieniem różnej konfiguracji kątowników

względem siebie oraz różnej sztywności węzłów modelu doświadczalnego. W omawianych pracach brak jest informacji na temat pomierzonych wstępnych imperfekcji geometrycznych modeli badawczych, w prowadzonych równolegle analizach numerycznych przyjęto jednak współczynnik imperfekcji α o wartości 0,0055 (zgodnie z krzywą "c" wg zaleceń *Dwight'a*). Autorzy przedstawili również własne propozycje dotyczące przyjmowania wstępnych imperfekcji e_0 w przypadku kątowników, tzn.: L/360 - w przypadku kątowników równoramiennych oraz L/400 - w przypadku kątowników nierównoramiennych. Opisane badania przeprowadzono w celu weryfikacji zaleceń normowych dotyczących długości wyboczeniowych oraz weryfikacji zaproponowanej przez autorów metody analizy nośności konstrukcji z kątowników z uwzględnieniem efektów II rzędu. Wykazano, że proponowana metoda pozwala otrzymać bezpieczne wyniki projektowe, zgodnie z wymaganiami normowymi oraz jest bardziej wydajną i niezawodną metodą w stosunku do metody długości wyboczeniowych.

Interesujące badania doświadczalne przedstawiono w pracy [194]. Badania te polegały na analizie obciążonego modelu kratowego w sytuacji nagłego zniszczenia jednego z jego prętów. Modele badawcze o długości 4,0 m wykonano z rur okrągłych z trzema wariantami węzłów: przegubowe z pasem ciągłym, sztywne z nakładką oraz sztywne spawane. W badaniach tych zastosowano specjalne elementy nieciągle, połączone ze sobą za pomocą zwalnianej klamry ściskowej. Do analizy deformacji niszczonej kratownicy wykorzystano system fotogrametryczny, z uwagi na bardzo dynamiczny przebieg badania. Na podstawie przeprowadzonych badań wykazano m. in., że możliwe jest osiągnięcie stabilnego stanu równowagi w kratownicy, po przerwaniu jednego z jej elementów wykratowania.

Badania doświadczalne kratownic płaskich wykonanych z profili cienkościennych zostały przedstawione w raporcie [107]. Przedstawia on wyniki badań dziesięciu modeli kratownic pojedynczych oraz dziesięciu układów składających się z dwóch sąsiednich kratownic, połączonych z blachą trapezową w płaszczyźnie pasów górnych. Badania prowadzono na modelach o rozpiętość ok. 7,0 m, wykonanych z dwóch zestawów profili zimnogiętych. Badane modele obciążano dwunastoma siłownikami, przyłożonymi do pasa górnego w przypadku kratownic pojedynczych lub do blachy trapezowej w przypadku układu dwóch kratownic. Wyniki przedstawiono w postaci ścieżek równowagi, zestawiając obciążenie z przemieszczeniem pionowym wybranych punktów pomiarowych.

Badania doświadczalne stalowych kratownic były prowadzone również w ośrodku Politechniki Gdańskiej pod kierunkiem *Iwickiego*. W pracach [100], [125], [127] przedstawiono wyniki badań modelowych oraz analiz numerycznych, dotyczące wpływu usytuowania stężeń bocznych na nośność kratownicy stalowej o rozpiętości 6,0 m z obniżonym pasem dolnym. W analizach numerycznych rozważano różne schematy statyczne bocznego podparcia pasa górnego oraz różne sztywności punktowych podpór sprężystych. Przeprowadzono analizę prętowego oraz powłokowego modelu numerycznego, poszukując obciążeń krytycznych oraz ścieżek równowagi statycznej pomiędzy obciążeniem a przemieszczeniem pionowym. W pracy [125] otrzymane wyniki porównano z wynikami badań doświadczalnych, w których rozpatrywano dwa schematy bocznego podparcia pasa górnego oraz podparć bocznych o sztywno-

ści 40 kN/m. Podczas analiz numerycznych przyjęto odpowiednie postacie wstępnych imperfekcji geometrycznych modelu numerycznego, zgodne z pierwszą oraz drugą postacią wybożenia pasa górnego o wartości maksymalnej 12,0 mm. W pracach [100] i [127] przedstawiono wyniki rozszerzonych analiz numerycznych, w których obciążenie oraz boczne podpory sprężyste znajdowały się w co drugim węźle pasa górnego. Przeprowadzone analizy wykazały, że kształt wstępnej imperfekcji łukowej pasa górnego badanego modelu ma duży wpływ na jego obciążenie graniczne. We wnioskach zauważono, że niewielkie różnice pomiędzy wynikami analiz numerycznych a badaniem doświadczalnym mogą być spowodowane różnicami w rzeczywistych oraz zakładanych w modelu numerycznym imperfekcjach kratownicy. Autorzy zaznaczyli, że w przyszłości planowane są dodatkowe badania uwzględniające między innymi rzeczywiste deformacje wstępne modelu badawczego w analizie numerycznej.

Obszerne badania doświadczalne stateczności sprężystej dźwigara kratowego o pasach podpartych w sposób sztywny, jak i sprężysty przeprowadzili *Kołodziej - Jankowska-Sandberg*. Badania te miały na celu weryfikację zaleceń normowych dotyczących przyjmowania długości wybożeniowej pasa przy jego wybożeniu z płaszczyzny. Wyniki badań zostały przedstawione m. in. w pracach: [102], [103], [104] i [120]. Badania te prowadzono na 7,0 metrowych modelach badawczych o wysokości 0,7 m z wykratowniem typu *Pratt*. Wszystkie pręty modelu badawczego zostały wykonane z rurowych profili o przekroju kwadratowym z węzłami spawanymi. W badaniach tych uwzględniono takie czynniki jak: rozstaw stężeń bocznych pasów, sztywność stężeń bocznych (rozpatrywano podpory sztywne oraz sprężyste) oraz miejsce przyłożenia obciążenia (węzły pasa górnego bądź dolnego). Podstawowym celem prowadzonych badań było określenie rzeczywistej długości wybożeniowej pasa ściskanego na podstawie określonej wartości jego obciążenia krytycznego i porównanie jej z normową długością wybożeniową. Obciążenie to określono na podstawie otrzymanych ścieżek równowagi punktu wiodącego pasa ściskanego i metody *Southwella*. Badania doświadczalne prowadzono w zakresie sprężystym, ograniczając przemieszczenie boczne deformujących się pasów poprzez stałe elementy stanowiska badawczego. W pierwszym etapie, przeprowadzono badania doświadczalne, uwzględniające pięć różnych konfiguracji sztywnego podparcia bocznego oraz dwa przypadki obciążenia (obciążenie przyłożone do pasa górnego lub dolnego). Wyniki badań zestawiono z odpowiednimi wynikami analizy numerycznej, uzyskując dobrą zbieżność rezultatów. Określone na podstawie wyników, rzeczywiste długości wybożeniowe pasów były znacznie mniejsze niż długości zalecane przez normy [1], [23]. Kolejny etap badań został przeprowadzony z wykorzystaniem sprężystych podpór bocznych w formie sprężyn o sztywności odpowiednio: 0,009 kN/cm, 0,025 kN/cm, 0,055 kN/cm, 0,079 kN/cm i 0,129 kN/cm. Badanie przeprowadzono na wybranym schemacie podparcia bocznego (trzy podpory sprężyste, w co drugim węźle pasa górnego) z obciążeniem podwieszonym do pasa dolnego. Otrzymane wyniki pozwoliły określić zależność pomiędzy sztywnością podpór a obciążeniem krytycznym kratownicy. W pracy wykazano, że nawet niewielka sztywność podpór bocznych powoduje znaczny wzrost obciążenia krytycznego kratownicy. Badania przedstawione w pracy [104] były częścią obszernej pracy doktorskiej

dotyczącej analizy zwichrzenia sprężystego kratownic stalowych [120]. W pracy tej oprócz dokładnego opisu przeprowadzonych badań modelowych znalazły się obszerne analizy numeryczne wykonane przy użyciu dwóch autorskich programów obliczeniowych. W przedstawionych badaniach wstępne imperfekcje z płaszczyzny pasów nie były mierzone.

Wśród analizowanych prac na temat badań doświadczalnych znaleźć można nie tylko przykłady badań elementów konstrukcji w skali naturalnej lub półnaturalnej, ale także przykłady badań doświadczalnych wybranych elementów składowych z imperfekcjami geometrycznymi, np. węzłów doczołowych. Badania takie zostały przedstawione w pracy [64]. Dotyczyły one węzłów doczołowych typu rygiel-słup, z imperfekcją geometryczną blachy czołowej. W badaniach doświadczalnych oraz odpowiednich analizach numerycznych rozważano trzy różne kształty wstępnej imperfekcji blachy czołowej z maksymalnym rozwarciem szczeliny od 2,0 do 6,0 mm. Przedstawione w pracy [64] parametryczne analizy numeryczne oraz wyniki badań wskazują na znikomy wpływ imperfekcji blachy czołowej na nośność graniczną połączenia. Wpływ rozważanych imperfekcji na sztywność obrotową połączenia był jednak zauważalny. Maksymalne obniżenie sztywności w połączeniu z imperfekcją wyniosło 5,7% w stosunku do sztywności połączenia bez imperfekcji. Wykazano ponadto dodatkowo różny wpływ kształtu początkowej deformacji blachy czołowej na sztywność połączenia.

Przedstawiona powyżej analiza literatury wskazuje na aktualność tematyki wpływu imperfekcji na statykę i stateczność, wszelkich rodzajów konstrukcji lub jej wydzielonych fragmentów takich jak stężenia połączeniowe. Zakres tematyczny przedstawionej literatury odpowiada informacjom zawartym w normie [1], która skupia się na konstrukcjach ramowych. W aktualnej literaturze dotyczącej ustrojów prętowych przeważają informacje na temat wpływu imperfekcji na statykę ram stalowych, dlatego też informacje te potraktowano jako "punkt wyjścia" i wskazówki na temat analizy wpływu imperfekcji na układy kratowe. Zdaniem autora w aktualnej literaturze brakuje dostatecznych informacji na temat "kombinatoryki imperfekcji". Biorąc pod uwagę możliwość współdziałania imperfekcji w złożonych układach konstrukcyjnych oraz rosnące możliwości obliczeniowe współczesnych komputerów, informacje takie powinny zostać zweryfikowane badaniami naukowymi oraz wprowadzone do norm projektowych.

Wskazane w analizie literatury współautorskie i samodzielne prace autora dotyczące wpływu imperfekcji kratownicy, zwłaszcza układów imperfekcji pasów, na obciążenie tężnika połączeniowego [157], [161], [164] wpisały się naukową dyskusję prowadzoną również w innych ośrodkach akademickich co świadczy o aktualności tematu i zapotrzebowaniu naukowym na doświadczalne analizy tego zagadnienia.

4. Analizy wstępne dźwigarów kratowych z imperfekcjami

4.1. Imperfekcje w kratownicach - systematyzacja

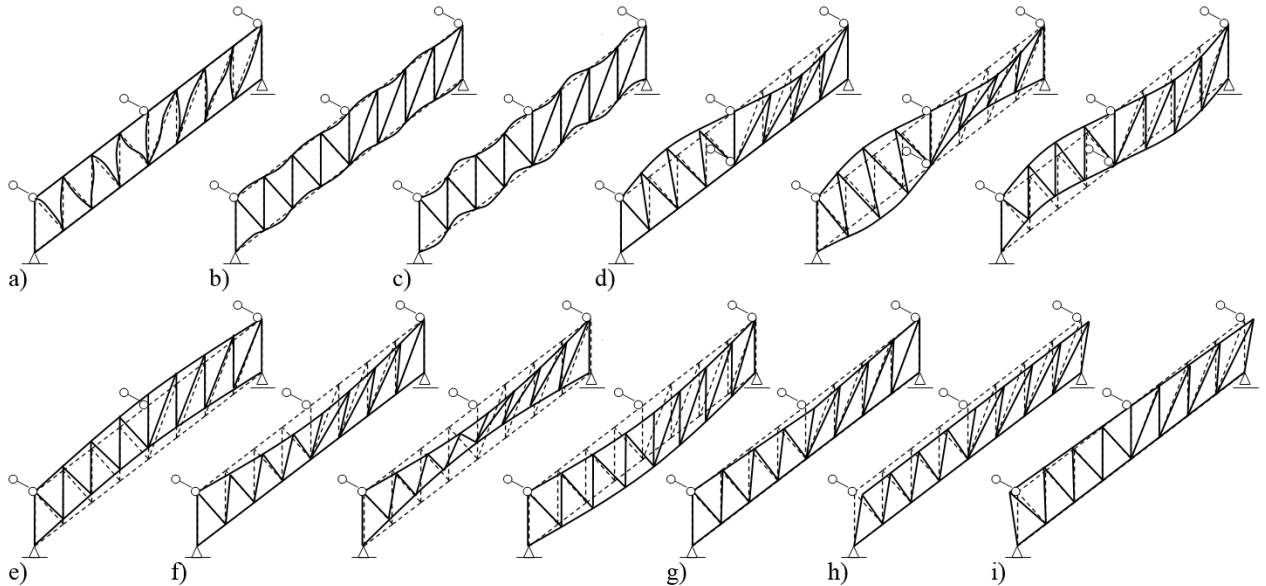
Analizowana w rozdziale 3. literatura dotycząca nazewnictwa i klasyfikacji imperfekcji przedstawia koncepcję podziału imperfekcji geometrycznych na lokalne (pojedynczych elementów) i globalne (całej konstrukcji lub jej wydzielonej struktury). Koncepcja ta dotyczy w szczególności elementów konstrukcji ram i zdaniem autora jest ona niewystarczająca w przypadku dźwigarów kratowych z powodu ich złożonej budowy. Z tego względu podjęto próbę systematyzacji geometrycznych imperfekcji w kratownicach płaskich, co przedstawiono na rysunku 4.1. Zgodnie z ogólnie przyjętą, ideą podziału imperfekcji na lokalne i globalne, wprowadzono następujący podział imperfekcji geometrycznych w kratownicach płaskich:

- lokalne łukowe:
 - wykratowania (w dowolnym kierunku) – rys. 4.1.a,
 - pasa "w płaszczyźnie" pomiędzy węzłami konstrukcji – rys. 4.1.b,
 - pasa "z płaszczyzny" pomiędzy węzłami konstrukcji – rys. 4.1.c,
 - pasa "z płaszczyzny" pomiędzy punktami bocznego podparcia – rys. 4.1.d,
- globalne łukowe pasów:
 - pasa "w płaszczyźnie" – rys. 4.1.e,
 - pasa "z płaszczyzny" – rys. 4.1.f,
- globalna, łamana pasów - wynikająca z imperfekcji styków montażowych – rys. 4.1.g,
- globalna kratownicy:
 - przechyłowa – rys. 4.1.h,
 - skrętna – rys. 4.1.i.

W dysertacji, analizując wpływ imperfekcji na obciążenie tężnika połączeniowego lub stateczność i nośność kratownicy, rozróżnia się układy łukowych imperfekcji pasów ($IMP1 \div IMP3$, rys. 4.7), zarówno na poziomie globalnym jak i lokalnym, pominięto natomiast wpływ imperfekcji lokalnych wykratowania oraz lokalnych i globalnych imperfekcji pasów "w płaszczyźnie".

Przedstawiony podział zachowuje koncepcję rozróżnienia imperfekcji ze względu na globalny lub lokalny zasięg ich występowania, jednak wprowadza dodatkowo, w przypadku imperfekcji pasa, rozróżnienie pomiędzy imperfekcją międzywęzłową a imperfekcją wynikającą z istnienia bocznych podpór pasa. Podstawą tego rozróżnienia jest założenie, według którego pas kratownicy nie musi być podparty bocznie w każdym węźle. O rozstawie podpór bocznych decyduje bowiem warunek zalecanej smukłości pasa z płaszczyzny kratownicy (smukłość $\lambda \leq$: 120 - ściskanie; 250 - rozciąganie [47]) oraz jego wymagana nośność. W przypadku pasa górnego stosowanie bocznego podparcia w każdym węźle nie zawsze jest uzasadnione ekonomicznie. Wprowadzone założenie jest oczywiste w przypadku pasa dolnego, którego obciążenie siłą ściskającą jest zazwyczaj mniejsze niż w przypadku pasa górnego, dlatego też pas dolny należy podparć poprzecznie w odległości nie większej niż 15,0 m [47]. Dodatkowo w przedstawionym podziale uwzględniono możliwość wystąpienia imperfekcji styku

montażowego, która na skutek złego dopasowania styku doczołowego może powodować brak prostoliniowości pasa (rys. 4.1.g) Uwzględniono również możliwość wystąpienia braku pionowości słupków podporowych, który w przypadku jednostronnego przechyłu obu słupków powoduje powstanie globalnej imperfekcji przechyłowej (rys. 4.1 h), natomiast w przypadku niejednostronnego przechyłu słupków podporowych powoduje powstanie globalnej imperfekcji skrętnej kratownicy (rys. 4.1 i).



Rys. 4.1. Proponowany podział imperfekcji geometrycznych w kratownicach: a) lokalna wykratowienia, b) lokalna pasa "w płaszczyźnie", c) lokalna pasa "z płaszczyzny" - pomiędzy węzłami, d) układy lokalnych imperfekcji pasów "z płaszczyzny" - pomiędzy punktami bocznego podparcia, e) globalna pasa w płaszczyźnie, f) układy globalnych imperfekcji pasów "z płaszczyzny", g) globalna pasów wynikająca z imperfekcji styku montażowego, h) globalna przechyłowa, i) globalna skrętna

W rozdziale trzecim wskazano brak wymagań aktualnych norm wykonawczych ze względu na dopuszczalną, montażową tolerancję skrętną kratownicy. Zakładając zalecaną zależność pomiędzy wysokością kratownicy a jej rozpiętością $h = L/12 \div L/7$ [47] oraz przeciwny układ imperfekcji pasów (każda o wartości dopuszczalnej $\Delta = L/500$) można wyznaczyć maksymalny, dopuszczalny przez normę [16], kąt skręcenia kratownicy ϕ , mierzony w środku rozpiętości

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{2 \cdot \Delta}{h} = \frac{2L/500}{L/12} \div \frac{2L/500}{L/7} \approx \frac{1}{21} \div \frac{1}{36} \Rightarrow \phi = 1,6^\circ \div 2,7^\circ. \quad (35)$$

Prowadzi to również do zależności opisującej wzajemne boczne przesunięcie pasów

$$\Delta_{\text{torsion}} \approx \left(\frac{1}{21} \div \frac{1}{36} \right) h. \quad (36)$$

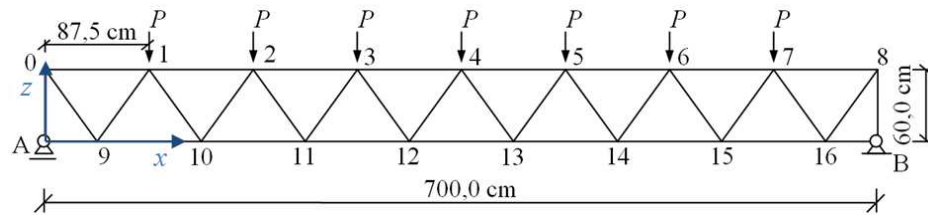
Warto dla porównania przypomnieć, że dopuszczalna przez normę [24] wartość wzajemnego przesunięcia pasów belek lub kratownic względem siebie Δ_{torsion} wynosi $h/100$ i nie mniej niż 10,0 mm.

Należy przy tym pamiętać, że kształt każdej łukowej imperfekcji może mieć przebieg paraboliczny, sinusoidalny lub złożony, a rzeczywista geometryczna imperfekcja wstępna każ-

dej kratownicy może być sumą wszystkich imperfekcji składowych opisanych na rysunku 4.1 oraz imperfekcji przekrojów, imperfekcji skratowania i imperfekcji położenia punktów podporowych.

4.2. Teoretyczna analiza obciążenia tężnika od kratownicy z imperfekcjami

Omówione w rozdziale 3 zależności normowe oraz teoretyczne, przedstawione w pracach zespołów *Pałkowski-Piątkowski* oraz *Biegus-Czepiżak*, wykorzystano w celu określenia rozkładu obciążenia tężnika od imperfekcji geometrycznych pasów modelu badawczego. Geometrię modelu przedstawiono na rysunku 4.2, natomiast szczegóły techniczne modelu opisano dokładnie w rozdziale 5.

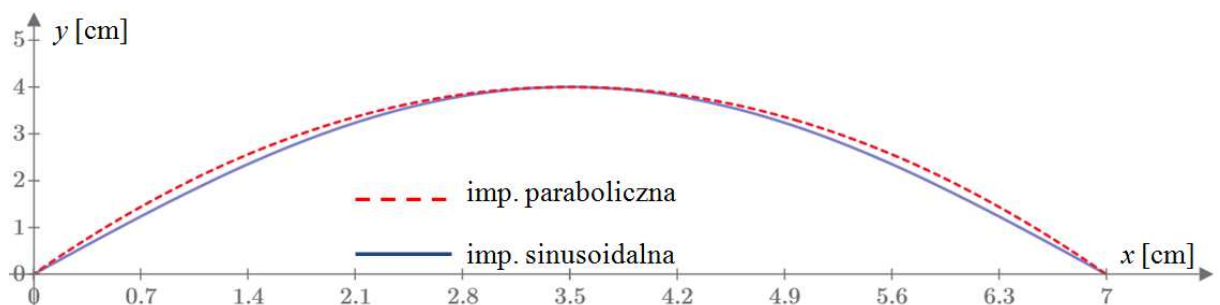


Rys. 4.2. Geometria i schemat modelu badawczego

Na potrzeby analizy teoretycznej przyjęto imperfekcję łukową o maksymalnej wartości, w środku rozpiętości, $e_0 = 40,0$ mm, zgodnie z przeprowadzonymi badaniami doświadczalnymi. Zalecenia normowe dotyczą imperfekcji parabolicznej, jednak w pracy [153] jako bardziej "naturalny" kształt imperfekcji wstępnej wskazano kształt sinusoidalny. W analizie tej uwzględniono oba kształty deformacji wstępnej. Porównanie obu deformacji przedstawiono na rysunku 4.3 oraz w tabelicy 4.1, natomiast odpowiednie funkcje przyjęto wg wzorów:

$$\text{- deformacja paraboliczna} \quad y_{par}(x) = 4e_0 \frac{x}{L^2} (L - x), \quad (37)$$

$$\text{- deformacja sinusoidalna} \quad y_{sin}(x) = e_0 \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right). \quad (38)$$



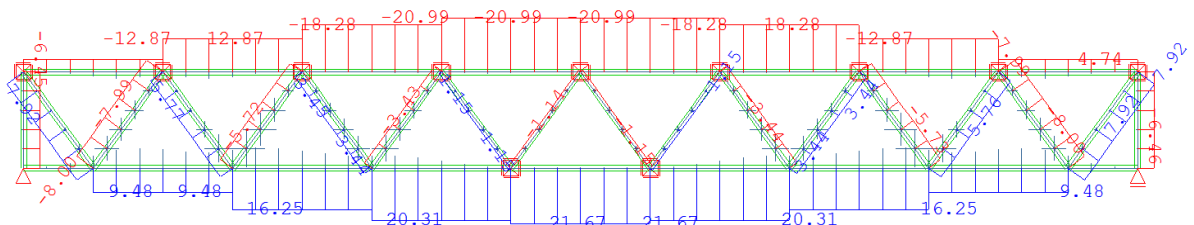
Rys. 4.3. Porównanie krzywizny imperfekcji sinusoidalnej i parabolicznej

Należy zauważyć, że imperfekcja paraboliczna przyjmuje większe wartości w węzłach 1, 2, 3 oraz 5, 6, 7. Maksymalne różnice położenia występują w węzłach 1 i 7 i wynoszą ok. 14,3% względem współrzędnej y imperfekcji sinusoidalnej.

Tablica 4.1. Współrzędne węzłów kratownicy

Współrzędne	Nr węzła wg rys 4.2								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x [cm]	0,0	87,5	175,0	262,5	350,0	437,5	525,0	612,5	700,0
y_{par} [mm]	0,0	17,5	30,0	37,5	40,0	37,5	30,0	17,5	0,0
y_{sin} [mm]	0,0	15,3	28,3	37,0	40,0	37,0	28,3	15,3	0,0
$y_{par} - y_{sin}$ [mm]	0,0	2,2	1,7	0,5	0,0	0,5	1,7	2,2	0,0

Na potrzeby obliczeń teoretycznych przyjęto rozkład siły normalnej, określony na podstawie analizy statycznej numerycznego modelu kratownicy, przeprowadzonej w programie SOFiSTiC. Podczas analizy statycznej modelu numerycznego przyjęto nominalne cechy materiału i przekrojów oraz węzłowe, grawitacyjne obciążenie pionowe P o wartości 1,8 kN. Rozkład sił normalnych w kratownicy przedstawiono na rysunku 4.4.

**Rys. 4.4.** Rozkład siły normalnej [kN] w analizowanym modelu numerycznym

4.2.1. Normowe obciążenie tężnika

Na podstawie przedstawionych w rozdziale 3 wzorów normowych [1] wyznaczono zastępcze obciążenie tężnika $q(x) = const.$ zgodnie z normową zależnością

$$q(x) = \frac{8N_{Ed}e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 20,99 \cdot 0,04}{7^2} = 0,137 \text{ kN/m} \quad (39)$$

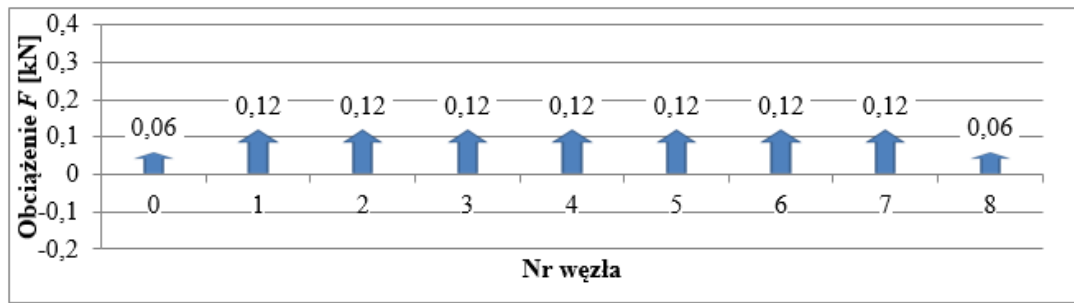
Rozpatrywany element badawczy stanowi pojedynczy dźwigar kratowy ($m = 1$), a zatem wartość współczynnika redukcyjnego a_m przyjęto jako 1,0. Wpływ efektów drugiego rzędu pominięto ze względu na brak poprzecznego obciążenia zewnętrznego oraz przyjęte założenie o wystarczającej sztywności tężnika połaciowego. Węzłowe oddziaływanie kratownicy z imperfekcjami na tężnik F_n można zatem obliczyć z zależności

$$F_n = q(x)a = 0,137 \cdot 0,875 = 0,120 \text{ kN} \quad (40)$$

gdzie:

a – długość przedziału skratowania.

Węzłowe obciążenie F_n , obliczone na podstawie wzoru (40) ma stały na długości pasa rozkład (w węzłach 0 i 8 przyjęto połowę obciążenia F_n) co przedstawiono na rysunku 4.5.



Rys. 4.5. Normowe obciążenie tężnika

4.2.2. Obciążenie tężnika wyznaczone z warunku równowagi węzłów

Siły węzłowego obciążenia tężnika obliczono również zgodnie ze wzorami przedstawionymi w pracy [157] oraz w rozdziale trzecim. Wzory te pozwalają uwzględnić szereg czynników, mających wpływ na wartość węzłowych oddziaływań zgodnie z zależnością

$$F_n = F_\varphi + F_\phi. \quad (41)$$

Obliczenia składowej F_φ przeprowadzono, przyjmując paraboliczny lub sinusoidalny kształt imperfekcji oraz rozkład siły normalnej przedstawiony na rysunku 4.4. Wyniki te zestawiono w tabelicy 4.2 oraz na rysunku 4.6, natomiast przykładowe obliczenia dla węzła nr 3 przedstawiono poniżej.

W przypadku imperfekcji parabolicznej

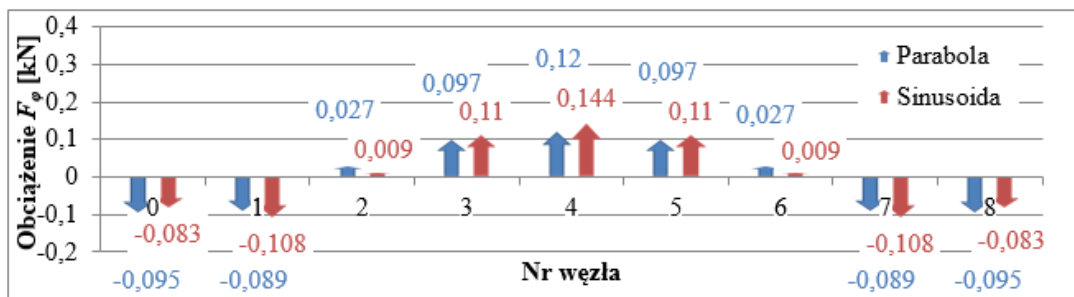
$$F_{\varphi,3} = N_2 \sin \varphi_2 - N_3 \sin \varphi_3 = 18,28 \cdot 0,0086 - 20,99 \cdot 0,0029 = 0,097 \text{ kN}. \quad (42)$$

W przypadku imperfekcji sinusoidalnej

$$F_{\varphi,3} = N_2 \sin \varphi_2 - N_3 \sin \varphi_3 = 18,28 \cdot 0,0099 - 20,99 \cdot 0,0034 = 0,110 \text{ kN}. \quad (43)$$

Tabelica 4.2. Wartości składowej F_φ zależne od kształtu imperfekcji

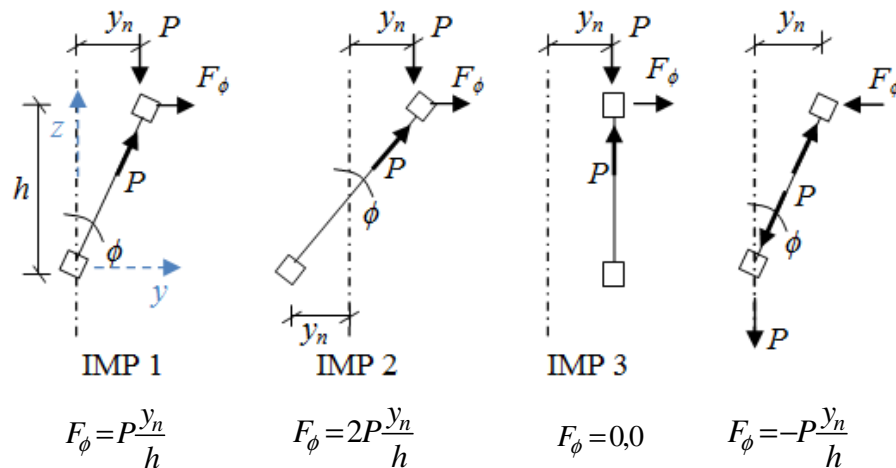
Imperfekcja	Nr węzła wg rys 4.2								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Paraboliczna	-0,095	-0,089	0,027	0,097	0,120	0,097	0,027	-0,089	-0,095
Sinusoidalna	-0,083	-0,108	0,009	0,110	0,144	0,110	0,009	-0,108	-0,083

Rys. 4.6. Rozkład składowej F_φ w przypadku imperfekcji parabolicznej lub sinusoidalnej

Otrzymane wartości składowego obciążenia tężnika F_φ charakteryzują się zbliżonym rozkładem, zmieniającym znak z lewej strony węzła 2. oraz z prawej strony węzła 6. W przypadku imperfekcji sinusoidalnej otrzymujemy większe wartości w strefie środkowej oraz mniej-

sze wartości w strefie podporowej. Różnice pomiędzy odpowiednimi wartościami wynoszą 20% w węźle 4. oraz 15% w węzłach 0. i 8. Warto nadmienić, że w przypadku innego rozkładu siły normalnej w pasie, np. w przypadku nierównomiernego obciążenia kratownicy od obciążenia śniegiem, wartości składowej F_ϕ będą miały inny rozkład. Również w sytuacji utwierdzenia kratownicy na podporze lub wieloprzęsłowego schematu statycznego w pasie górnym pojawiają się nie tylko siły ściskające, ale również rozciągające. Sytuacja ta, wpłynie na rozkład obciążenia tężnika poprzez zwiększenie liczby oraz wartości oddziaływań ujemnych. Zagadnienie to było analizowane przez autora dysertacji w sposób teoretyczny oraz numeryczny i zostało opisane w pracy [164].

Obliczenia składowej F_ϕ przeprowadzono przyjmując różne układy globalnej imperfekcji pasa górnego i dolnego "z płaszczyzny" (IMP1÷IMP3, zgodnie z rys. 4.7), globalną imperfekcję przechyłową kratownicy oraz obciążenie grawitacyjne przyłożone do pasa górnego lub dolnego. W układach tych przyjęto paraboliczny lub sinusoidalny kształt deformacji pasów. Obciążenie przyłożone do pasa dolnego analizowano tylko w przypadku układu imperfekcji IMP 1. Obliczone oddziaływania zestawiono w tabelicy 4.3.

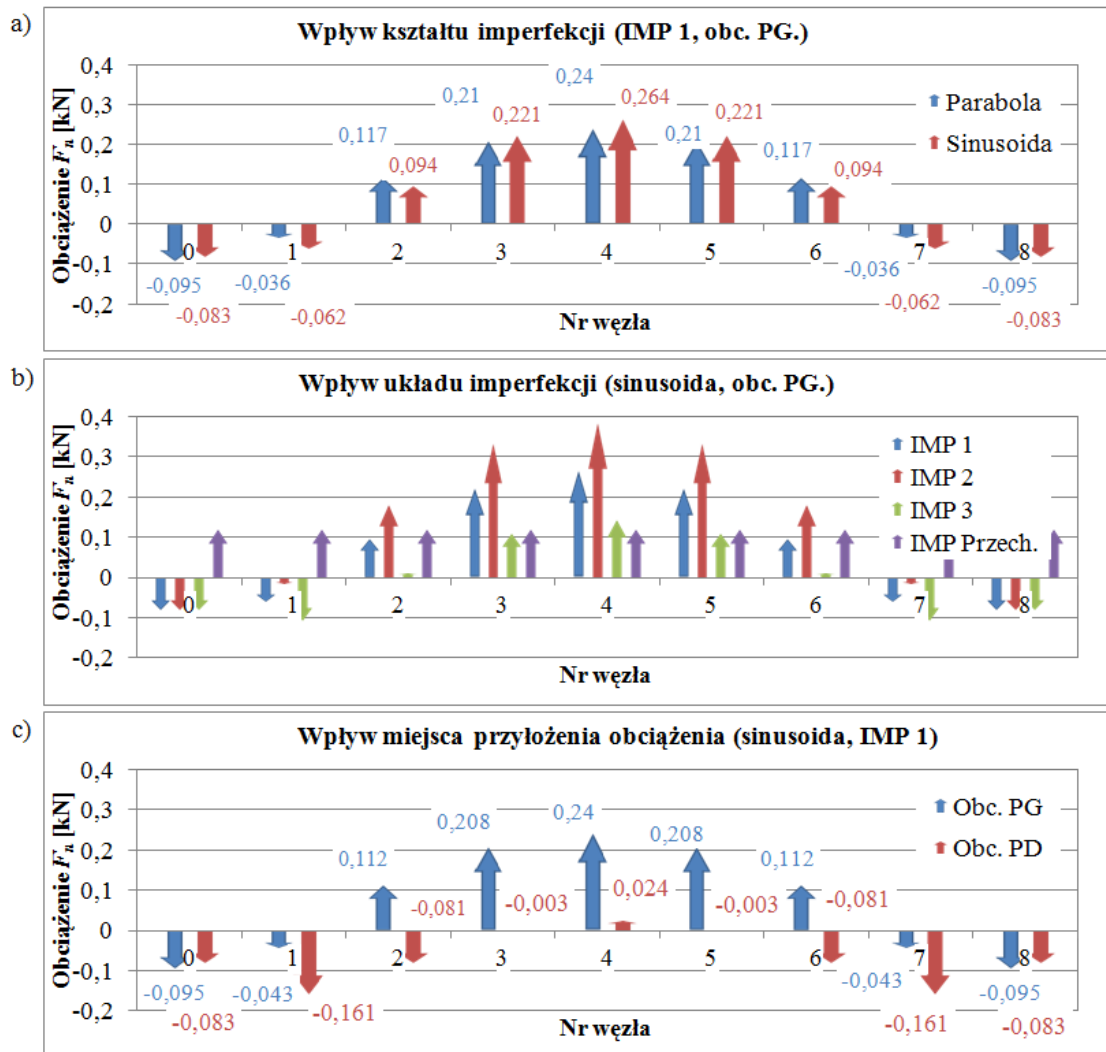


Rys. 4.7. Składowe F_ϕ w przypadku rozpatrywanych układów imperfekcji pasa górnego i dolnego (IMP1÷IMP3)

Przedstawione w tabelicy 4.3 wartości zależą wprost proporcjonalnie od kąta skrzywienia przekroju kratownicy ϕ . W przypadku układów imperfekcji IMP1÷IMP3 siły F_ϕ przyjmują wartość od 0,000 kN do 0,240 kN. Wpływ kształtu imperfekcji na wartość oddziaływań składowych jest niewielki i zgodny z różnicami pomiędzy współrzędnymi węzłów przedstawionymi w tabelicy 4.1. W przypadku imperfekcji przechyłowej otrzymujemy stałą wartość składowego oddziaływania F_ϕ równą wartości całkowitego obciążenia normowego. Warto zaznaczyć, że przyłożenie obciążenia do pasa dolnego zmienia znak oddziaływania F_ϕ , co w konsekwencji znacznie zmienia rozkład obciążenia F_n . Wybrane rozkłady obciążenia F_n przedstawiono na rysunku 4.8.

Tablica 4.3. Wartości składowej F_ϕ zależne od układu imperfekcji oraz przyłożonego obciążenia

Układ imperfekcji pasów		Miejsce przyłożenia obciążenia	Nr węzła wg rys 4.2									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	
IMP 1	parabola	Pas górny (PG)	0,000	0,053	0,090	0,113	0,120	0,113	0,090	0,053	0,000	
IMP 2			0,000	0,105	0,180	0,225	0,240	0,225	0,180	0,105	0,000	
IMP 3			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
IMP 1	sinusoïda		0,000	0,046	0,085	0,111	0,120	0,111	0,085	0,046	0,000	
IMP 2			0,000	0,092	0,170	0,222	0,240	0,222	0,170	0,092	0,000	
IMP 3			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
IMP Przechyłowa				0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120
IMP 1	Sinusoïda		Pas dolny (PD)	0,000	-0,053	-0,090	-0,113	-0,120	-0,113	-0,090	-0,053	0,000

**Rys. 4.8.** Porównanie wybranych rozkładów obciążenia F_n wg [157]: a) wpływ kształtu imperfekcji pasa, b) wpływ układu imperfekcji globalnych, c) wpływ miejsca przyłożenia obciążenia

4.2.3. Obciążenie tężnika wyznaczone na podstawie twierdzenia *Szwedlera-Żurawskiego*

Obciążenie tężnika połaciowego w przypadku analizowanego modelu obliczono również według wzorów przedstawionych w pracy [73]. W przypadku deformacji parabolicznej, przyjętej wartości e_0 oraz rozkładu siły normalnej w pasie ściskanym, funkcję obciążenia tężnika $q(x)$ można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} q(x) &= 32N_{Ed} \frac{e_0}{L^2} \left(6 \frac{x}{L} - 6 \frac{x^2}{L^2} - 1 \right) = 32 \cdot 20,99 \cdot \frac{0,04}{7,0^2} \cdot \left(6 \frac{x}{7,0} - 6 \frac{x^2}{7,0^2} - 1 \right) = \\ &= -0,0042x^2 + 0,0294x - 0,0343 \end{aligned} \quad (44)$$

Funkcja ta opisuje rozkład obciążenia tężnika od parabolicznej imperfekcji pasa oraz quasi-parabolicznego rozkładu siły normalnej w pasie. Do celów porównawczych autor dysertacji wyprowadził analogiczny wzór na obciążenie $q(x)$ w przypadku imperfekcji sinusoidalnej. Przyjęto następujące założenia:

$$N(x) = 4N_{Ed} \frac{x}{L^2} (L-x), \quad (45)$$

$$y(x) = e_0 \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right), \quad (46)$$

$$M(x) = N(x)y(x) = 4N_{Ed} \frac{e_0 x}{L^2} (L-x) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right). \quad (47)$$

Obciążenie przekazywane na tężnik połaciowy obliczono jako pochodną drugiego stopnia z iloczynu funkcji $N(x)$ oraz $y(x)$ zgodnie ze wzorem *Leibniza*

$$q(x) = -\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = -\frac{d^2 [N(x)y(x)]}{dx^2} = -\left[\frac{d^2 N(x)}{dx^2} y(x) + 2 \frac{dN(x)}{dx} \frac{dy(x)}{dx} + \frac{d^2 y(x)}{dx^2} N(x) \right], \quad (48)$$

gdzie:

$$\frac{d^2 N(x)}{dx^2} = -\frac{8N_{Ed}}{L^2}, \quad (49)$$

$$\frac{dN(x)}{dx} = \frac{4N_{Ed}}{L^2} (L-2x), \quad (50)$$

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -\frac{\pi^2 e_0}{L^2} \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right), \quad (51)$$

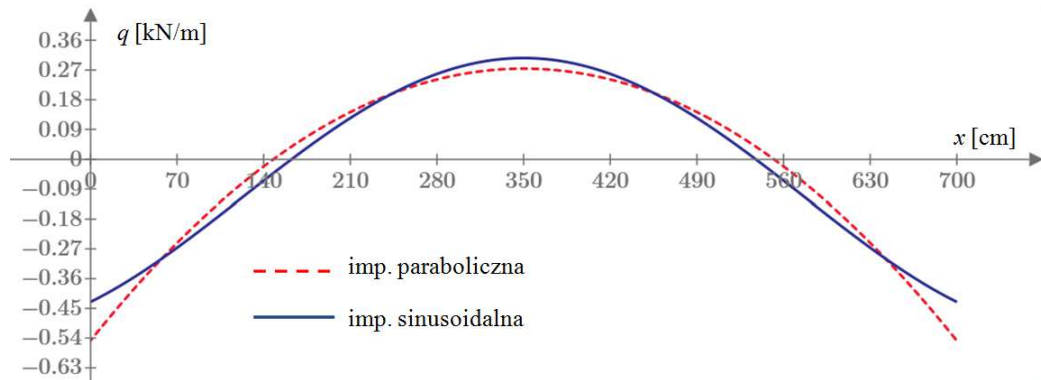
$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{\pi e_0}{L} \cos\left(\frac{x\pi}{L}\right). \quad (52)$$

Wzór na obciążenie $q(x)$ w przypadku imperfekcji sinusoidalnej można zapisać w postaci

$$q(x) = -\left[-\frac{8N_{Ed}}{L^2} e_0 \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) + 2 \left(\frac{4N_{Ed}}{L^2} (L-2x) \frac{\pi e_0}{L} \cos\left(\frac{x\pi}{L}\right) \right) - \frac{\pi^2 e_0}{L^2} \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) 4N_{Ed} \frac{x}{L^2} (L-x) \right] = \quad (53)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[\frac{8e_0 N_{Ed}}{L^2} \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) - \left(\frac{8\pi e_0 N_{Ed}}{L^3} (L-2x) \cos\left(\frac{x\pi}{L}\right) \right) + \frac{4\pi^2 e_0 N_{Ed} x}{L^4} (L-x) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) \right] = \\
 &= \frac{4e_0 N_{Ed}}{L^2} \left[2 \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) - \frac{2\pi}{L} (L-2x) \cos\left(\frac{x\pi}{L}\right) + \frac{\pi^2 x}{L^2} (L-x) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) \right].
 \end{aligned}$$

Porównanie przebiegu funkcji $q(x)$ w przypadku imperfekcji parabolicznej (44) oraz sinusoidalnej (53) przedstawiono na rysunku 4.9.



Rys. 4.9. Porównanie funkcji $q(x)$ zależnych od kształtu wstępnej imperfekcji

W celu obliczenia węzłowych wartości obciążenia F_φ na podstawie obciążenia rozłożonego, w obu przypadkach rozważanych kształtów imperfekcji, zastosowano wzór

$$F_\varphi = \int_{x_1}^{x_2} q(x) dx, \quad (54)$$

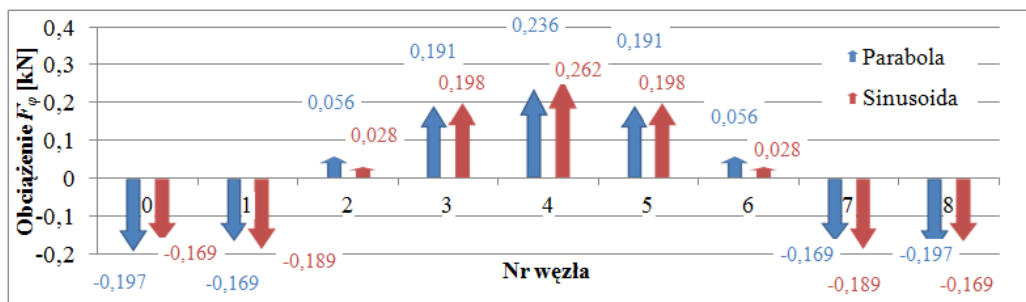
gdzie:

x_1, x_2 - współrzędne x przyjmowane w połowie odległości pomiędzy węzłami pasa.

Otrzymane wartości obciążenia węzłowego F_φ w przypadku imperfekcji parabolicznej oraz sinusoidalnej przedstawiono w tabelicy 4.4 oraz na rysunku 4.10.

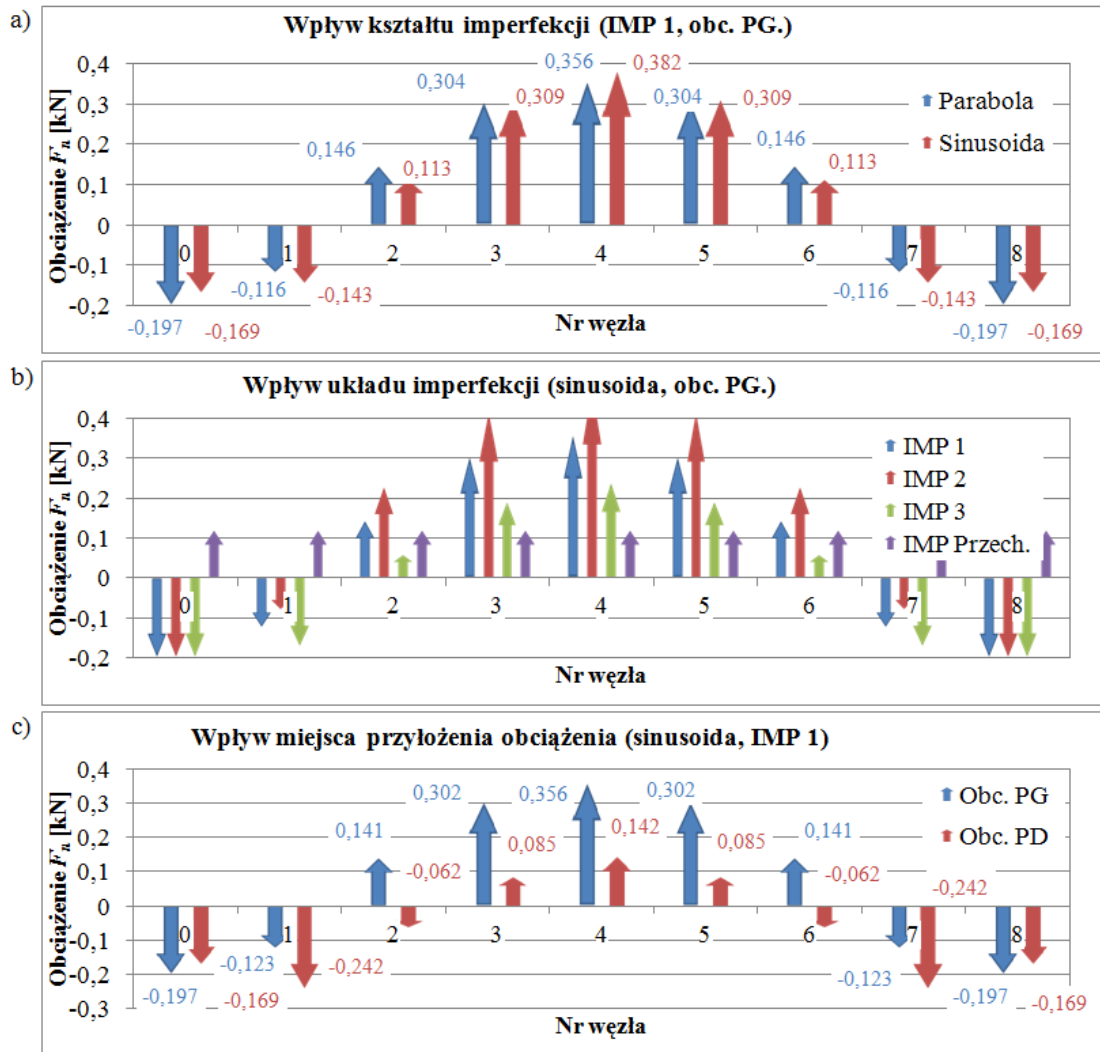
Tablica 4.4. Wartości składowej F_φ zależne od krzywizny imperfekcji

Imperfekcja	Nr węzła wg rys 4.1								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Paraboliczna	-0,197	-0,169	0,056	0,191	0,236	0,191	0,056	-0,169	-0,197
Sinusoidalna	-0,169	-0,189	0,028	0,198	0,262	0,198	0,028	-0,189	-0,169



Rys. 4.10. Rozkład składowej F_φ wg [73] w przypadku imperfekcji parabolicznej lub sinusoidalnej

W celu obliczenia poszczególnych wartości obciążenia przekazywanego na tężnik F_n w metodzie opisanej w pracy [73] do obciążenia węzłowego F_ϕ obliczonego na podstawie wzoru (54) należy dodać odpowiednią wartość obciążenia F_ϕ , wynikającą z pochylenia skrawowania zgodnie z tabelicą 4.3. Wybrane rozkłady obciążenia F_n obliczone na podstawie twierdzenia *Szwedlera-Żurawskiego* (analogiczne jak w przypadku metody równowagi węzła) przedstawiono na rysunku 4.11.



Rys. 4.11. Porównanie wybranych rozkładów obciążenia F_n wg [73]: a) wpływ kształtu imperfekcja pasa, b) wpływ układu imperfekcji globalnych, c) wpływ miejsca przyłożenia obciążenia

Przedstawione powyżej wyniki analiz teoretycznych dobitnie wskazują na nierównomierny oraz znakozmienny rozkład obciążenia połączeniowego tężnika poprzecznego od dźwigara kratowego z imperfekcjami geometrycznymi. Co więcej, analizy te pokazują, że rozkład ten uzależniony jest również od jednoczesnej imperfekcji pasa dolnego oraz miejsca przyłożenia obciążenia.

4.3. Analiza statyczna i stateczności modelu doświadczalnego

Podstawowym parametrem, którego znajomość była niezbędna, do właściwego zaplanowania badań doświadczalnych była przybliżona wartość obciążenia krytycznego analizowanego

modelu badawczego. W modelu tym ściskany pas górny wykonany jest z profilu rurowego o przekroju kwadratowym o boku 30 mm i grubości ścianki 3 mm, a maksymalna odległość pomiędzy punktami bocznego podparcia wynosi $L = 7,0$ m. Eulerowska siła krytyczna ściskanego osiowo pręta o takich parametrach wynosi $N_{cr,E} = 1,445$ kN. Wykorzystując wzór zaproponowany przez *Teiysseyra* (32) otrzymuje się nieco większą wartość siły krytycznej $N_{cr,T} = 1,608$ kN. Wartości te są jednak mocno zaniżone w stosunku do wartości rzeczywistej, z uwagi na nieuwzględnienie skokowego rozkładu siły ściskającej w pasie.

Jako pewną analogię do zjawiska wyboczenia pręta obciążonego skokowo zmienną siłą ściskającą można rozpatrywać przypadek pręta, obciążonego na długości w sposób ciągły. W literaturze można znaleźć przypadek pręta swobodnie podpartego obciążonego w sposób ciągły obciążeniem symetrycznie trójkątnym [186], dla którego obciążenie krytyczne wynosi

$$N_{cr} \approx \frac{\pi^2 EJ}{(0,694L)^2}. \quad (55)$$

Obliczona w ten sposób siła krytyczna pasa ściskanego modelu badawczego osiąga wartość $N_{cr,J} = 2,966$ kN, co również jest wartością zaniżoną, ponieważ wzory te nie uwzględniają współpracy pasa ściskanego z wykratowaniem oraz pasem rozciągającym. W związku z tym obliczenia właściwej siły krytycznej pasa ściskanego modelu badawczego wykonano w programie komputerowym SOFiSTiK. Za pomocą analizy wyboczeniowej modelu *perfect* otrzymano wartość węzłowego obciążenia krytycznego $P_{cr} = 0,876$ kN, która bezpośrednio przekłada się na wartość siły krytycznej w pasie ściskanim $N_{cr} = 8,506$ kN.

Znając wartość siły krytycznej lub obciążenia krytycznego można określić przybliżoną ścieżkę równowagi pręta ściskanego o pewnej wstępnej imperfekcji e_0 zgodnie ze wzorem (9) lub (10). Należy przy tym zaznaczyć, że tak określona ścieżka równowagi jest właściwa tylko dla wyizolowanego pręta ściskanego stałą siłą. W szczególności wzory te nie uwzględniają możliwej imperfekcji pasa dolnego kratownicy. Przyjmując normowo dopuszczalną wartość wstępnej imperfekcji pasa górnego $e_0 = L/500$ otrzymujemy ścieżkę równowagi przedstawioną na rysunku 4.12 kolorem czerwonym. W przypadku układów imperfekcji IMP2 oraz IMP3 na podstawie wzorów (9) i (10) uzyskujemy tę samą ścieżkę równowagi, pomimo że układy te charakteryzują się innym kątem wstępnego skręcenia przekroju poprzecznego kratownicy ϕ_0 .

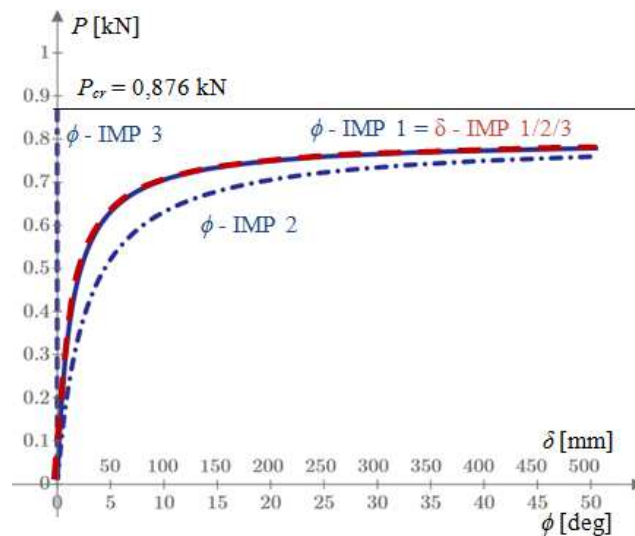
Układ wzajemnej imperfekcji pasów można by uwzględnić wykorzystując analogię kratownicy do belki zginanej obciążonej siłami P i na tej podstawie określić ścieżkę równowagi pasa górnego, bazując na znajomości kąta wstępnej imperfekcji skrętnej przekroju kratownicy ϕ_0 zgodnie z zależnością

$$\phi = \frac{\phi_0}{\frac{P_{cr}}{P} - 1}, \quad (56)$$

gdzie:

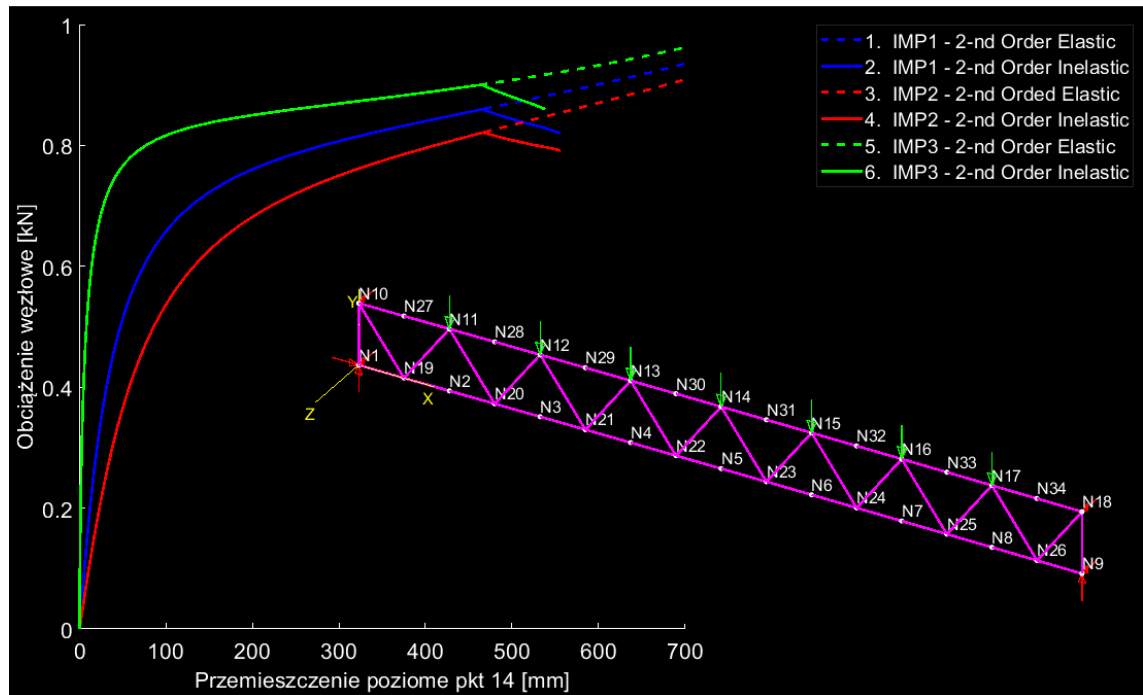
ϕ_0 - wstępna imperfekcja skrętne przekroju elementu.

Określona w ten sposób ścieżkę równowagi w przypadku układu imperfekcji IMP 1÷3 przedstawiono na rysunku 4.12 kolorem niebieskim. Na wykresie tym oś poziomą wyskalowano w taki sposób, aby ścieżki równowagi w przypadku układu IMP 1 obliczone na podstawie imperfekcji e_0 oraz ϕ_0 pokrywały się. Zależność (56) jest również pewnym przybliżeniem, ponieważ zgodnie z nią w przypadku jednostronnej imperfekcji obydwu pasów o wartość e_0 (IMP 3) kąt wstępnego skręcenia ϕ_0 przyjmuje wartość 0 a zatem ścieżka równowagi (na rys. 4.12 linia niebieska przerywana) była by w tym przypadku ścieżką krytyczną (co nie może być prawdą). Należy spodziewać się więc, że właściwa zależność opisująca ścieżkę równowagi pasa ściskanego kratownicy zależy jednocześnie od obu wstępnych imperfekcji e_0 i ϕ_0 .



Rys. 4.12. Ścieżki równowagi węzła wiodącego (węzeł nr 4) pasa górnego modelu badawczego wyznaczone na podstawie wzorów (9) i (56)

Znając przybliżoną ścieżkę równowagi pasa ściskanego można określić, również w sposób przybliżony, obciążenie graniczne kratownicy, czyli obciążenie wywołujące pełne uplastycznienie w najbardziej obciążonym przekroju pasa ściskanego. Obciążenie takie można w sposób dokładny wyznaczyć za pomocą odpowiedniej analizy numerycznej. W tym celu wykorzystano oprogramowanie MASTAN2 [197] z uwagi na intuicyjny i szybki sposób opracowywania ścieżek równowagi konstrukcji prętowych. W analizie tej wykorzystano nominalne wymiary modelu badawczego oraz nominalne cechy przekroju (RK 30x3 oraz RK 20x2) i materiału (stal S355). Rozpatrywano trzy analizowane wcześniej układy globalnych imperfekcji łukowych: IMP 1; IMP 2; IMP 3 o maksymalnym wychyleniu, zgodnym z normą $e_0 = L/500 = 14,0$ mm. Ścieżki równowagi opracowano jako zależność pomiędzy poziomym przemieszczeniem punktu wiodącego (węzeł nr 14 na rys.4.13) a węzłowym obciążeniem pionowym na podstawie wyników sprężysto plastycznej analizy II rzędu (GMNIA). Otrzymane za pomocą analizy numerycznej ścieżki równowagi przedstawiono na rysunku 4.13.



Rys. 4.13. Numerycznie wyznaczone ścieżki równowagi węzła wiodącego (węzeł N14 na rysunku) pasa górnego modelu badawczego

Określone w analizie numerycznej obciążenia graniczne wynoszą odpowiednio: 0,860 kN (IMP 1); 0,821 kN (IMP 2); 0,900 kN (IMP 3). W przypadku analizowanego modelu doświadczalnego, różnica wartości obciążenia granicznego pomiędzy najbardziej korzystnym oraz najbardziej niekorzystnym układem imperfekcji wynosi ok. 10%, może więc być istotna z punktu widzenia projektowania.

5. Badania doświadczalne

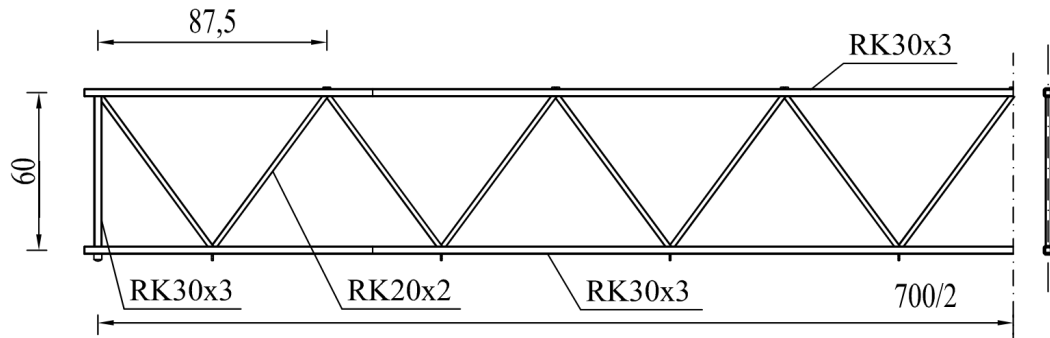
Przeprowadzone badania doświadczalne obejmują zagadnienia związane z nośnością i statecznością płaskich kratownic z imperfekcjami geometrycznymi, a w szczególności oddziaływaniem takich kratownic na tężnik połaciowy poprzeczny. Badania wstępne obejmowały pomiar rzeczywistych cech fizycznych przekrojów oraz cech mechanicznych materiałów zastosowanych do wykonania modelu badawczego. Wykonano również pewne badania pomocnicze związane z przygotowaniem stanowiska badawczego, opisane w treści poszczególnych rozdziałów. Przeprowadzono badania wpływu wybranych układów imperfekcji na przebieg ścieżki równowagi badanych modeli kratownic oraz określono wielkość i rozkład obciążenia przekazywanego na tężnik połaciowy od dźwigara z imperfekcjami geometrycznymi. Ogólny schemat przeprowadzonych prac badawczych przedstawiono w rozdziale 2., natomiast ogólny widok stanowiska i modeli badawczych przedstawiono na rysunku 5.1.



Rys. 5.1. Stanowisko badawcze oraz modele doświadczalne

5.1. Modele badawcze

W badaniach doświadczalnych wykorzystano stalowe modele kratownic. Przyjęto kratownice o pasach równoległych i wysokości $h = 0,6$ m, z wykratowaniem typu V (*Warren truss type*) i słupkiem podporowym. Ze względu na gabaryty stanowiska badawczego przyjęto kratownice o rozpiętości $L = 7,0$ m. Modele te wykonano jako spawane, z przekrojów rurowych zamkniętych - rysunek 5.2. Wykorzystano rurowe profile kwadratowe kształtowane na zimno ze szwem.



Rys. 5.2. Schemat modelu badawczego

Wykonano dziesięć modeli badawczych. Z uwagi na niedostępne dwunastometrowe sztangy profilu RK 30x3 zastosowano jeden styk warsztatowy na długości pasa górnego oraz dolnego. Styk ten wykonano jako połączenie spawane z wypełnieniem profilem RK 25x2 długości ok. 10 cm. Modele badawcze wyposażono w niezbędne elementy służące do przykładania obciążenia do pasa górnego lub dolnego. W węzłach pasa górnego przyspawano poziome płytki z wgłębieniami sferycznymi w celu oparcia zawiesi z obciążeniem i uzyskania grawitacyjnego obciążenia pionowego także w przypadku przechylenia lub skręcenia kratownicy. Przed przystąpieniem do badań, modele te poddano kontroli pod względem jakości wykonania, w szczególności: pasowania elementów, poprawności wykonania spoin. Kontrola ta nie wykazała istotnych nieprawidłowości. Wykonano również pomiar rzeczywistych, wstępnych imperfekcji geometrycznych modeli badawczych. Imperfekcje te pomierzono zgodnie z wytycznymi normy [16], tak jak w przypadku rzeczywistych elementów konstrukcji budynku. Pomierzono następujące imperfekcje:

- odchylenie punktów węzłowych względem projektowanej linii prostej zarówno "w płaszczyźnie" jak i "z płaszczyzny" kratownicy (Podstawowe - D.1.10.1; Funkcjonalne - D.2.10.1),
- długość przedziałów p między punktami węzłowymi (Funkcjonalne - D.2.10.2),
- odległość sumaryczna $\sum p$ między punktami węzłowymi (Funkcjonalne - D.2.10.2),
- prostoliniowość elementów skratowania „z płaszczyzny” (Podstawowe - D.1.10.2).

Wszystkie wyniki pomiarów imperfekcji dla modeli badawczych przedstawiono w załączniku Z1, natomiast maksymalne wyniki pomiarów, wyniki uśrednione wraz z ich odchyleniem standardowym oraz wartości dopuszczalne zestawiono w tabelicy 5.1. Większość imperfekcji mierzono, gdy modele badawcze znajdowały się w pozycji poziomej na posadzce. Wyjątkiem było odchylenie punktów węzłowych względem projektowanej linii prostej "z płaszczyzny", które było mierzone w pozycji pionowej po zamontowaniu kratownicy na stanowisku badawczym. Podczas tych pomiarów modele badawcze były obciążone tylko ciężarem własnym.

Tablica 5.1. Zestawienie pomierzonych maksymalnych, średnich oraz dopuszczalnych imperfekcji modeli badawczych

Imperfekcja	Wartość maksymalna [mm]	Nr modelu (element)	Wartość średnia [mm]	Odchylenie standardowe [mm]	Wartość dopuszczalna [mm]
D.1.10.1 / D.2.10.1 (w płaszczyźnie)	2,8	5, 7 (pas dolny)	1,75	0,13	$L/500 = 14,0$
D.1.10.1 / D.2.10.1 (z płaszczyzny)	10,4	3 (pas górny)	4,75	0,59	$L/500 = 14,0$
D.2.10.2 (p)	- 5,0	6	- 0,26	0,01	± 5
D.2.10.2 (Σp)	- 4,0	7, 10 (pas górny)	- 1,65	0,07	± 10
D.1.10.2 (z płaszczyzny)	+ 1,05	6 (krzyżulec k1 wg zał. Z1)	+ 0,11	0,02	$\pm 6,0$

Pomiar imperfekcji D.1.10.1/D.2.10.1 („w płaszczyźnie” oraz „z płaszczyzny”) wykonano przy użyciu teodolitu THEO 020B za pomocą metody „stałej prostej” z dokładnością odczytu 0,2 mm. W przypadku każdego modelu, podczas montażu na stanowisku badawczym dokonano pionowania słupków podporowych. Wartości średnie imperfekcji pasów obliczono na podstawie sumy wartości bezwzględnych, poszczególnych deformacji maksymalnych, pomierzonych na długości pasa. W niektórych modelach uzyskany kształt deformacji poszczególnych pasów odbiega od założonego w normie [16] kształtu półfali sinusoidy lub paraboli, a wychylenie maksymalne nie zawsze występowało w środku rozpiętości. Kształt poszczególnych deformacji pasów przedstawiono w załączniku Z2. Zaznaczyć należy, że wśród pomierzonych kształtów deformacji wstępnych znalazły się również kształty zbliżone do pełnej sinusoidy o znakozmiennym wychyleniu (model 6 – pas dolny, model 9 – pas górny) oraz przypadki przeciwnej imperfekcji pasów (model 4 i model 10).

Imperfekcje D.2.10.2 pomierzono w pozycji poziomej przymiarem taśmowym o długości 30,0 m z dokładnością odczytu 1,0 mm, metodą od punktu bazowego. Punkt bazowy przyjmowano w osi słupka podporowego. Imperfekcja długości poszczególnych odcinków pomiędzy węzłami (p) przyjmowała zarówno wartości dodatnie, jak i ujemne, co powodowało ich wzajemną redukcję oraz niewielkie odchylenie całkowitej długości pasa kratownicy (Σp) względem długości projektowej. W większości przypadków rzeczywista długość pasa kratownicy była mniejsza niż długość projektowa.

Imperfekcje D.1.10.2 obliczono na podstawie przeprowadzonych pomiarów położenia krzyżulca względem osi pionowej kratownicy, przy użyciu poziomicy oraz suwmiarki noniuszowej o dokładności 0,05 mm. Pomiary te przeprowadzono w pozycji poziomej, mierząc położenie krzyżulca względem krawędzi zewnętrznej pasów, przy styku z pasem oraz

w środku rozpiętości. Wygięcie krzyżulca obliczono, jako różnicę pomiędzy średnią wartością z pomiarów przy węzłach a pomiarem w środku rozpiętości. Określone w ten sposób wygięcie krzyżulców nie przekroczyło wartości dopuszczalnej, która wynosi $L_1/750$ (L_1 - długość osiowa pręta wykratowania) i nie mniej niż 6,0 mm.

Po przeprowadzeniu analizy pomiarów uznano, że dokładność wykonania modeli badawczych jest wystarczająca, ponieważ żadna z przewidzianych w normie [16] odchyłek nie została przekroczona. Podczas pomiarów zaobserwowano również przestrzenną deformację kilku modeli badawczych względem płaszczyzny posadzki. Maksymalna zaobserwowana deformacja wystąpiła przy pasie górnym w modelu 6 i wynosiła 16,0 mm. Pokazano to na rysunku 5.3.



Rys. 5.3. Zaobserwowana wstępna deformacja przestrzenna kratownicy względem posadzki

Na podstawie pomierzonych, poprzecznych deformacji pasów określono skręcenie poszczególnych przekrojów poprzecznych kratownicy w miejscu węzłów pasa górnego. Ponieważ w modelu badawczym występuje przesunięcie węzłów pasów względem siebie (wykratownie typu V), to jako deformację pasa dolnego w odpowiednim przekroju przyjęto wartość średnią z imperfekcji dwóch sąsiednich węzłów pasa dolnego. Maksymalne skręcenie przekroju każdego modelu badawczego zestawiono w tabelicy 5.2.

Tablica 5.2. Zestawienie maksymalnego, wstępnego skręcenia modeli badawczych

	Model									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Węzeł pasa górnego	4	4	2	4	1	4	3	4	2	4
Wzajemne przesunięcie pasów [mm]	3,6	2,1	1,6	4,7	2,5	4,8	3,2	4,5	3,7	9,5
Skręcenie [°]	0,33	0,2	0,15	0,42	0,23	0,43	0,3	0,41	0,34	0,74
Wartość dopuszczalna wg [24]	Wartość większa z dwóch: $h/100 = 6,0$ mm; 10,0 mm									

Ponieważ norma [16] nie precyzuje dopuszczalnego wzajemnego przesunięcia pasów względem siebie (skręcenia kratownicy), to wartość dopuszczalną przyjęto zgodnie z wytycznymi normy [24]. Maksymalna wartość wstępnego skręcenia przekroju kratownicy została zaobserwowana w modelu 10 w przekroju poprzecznym węzła nr 4. Wartość ta (9,5 mm) jest bliska wartości dopuszczalnej. Poszczególne pomiary imperfekcji modeli badawczych przedstawiono na rysunku 5.4.



Rys. 5.4. Pomiar wstępnych imperfekcji modeli badawczych: a) pomiar prostoliniowości pasów „z płaszczyzny”, b) pomiar długości kratownicy i przedziałów skratowania, c) pomiar wygięcia krzyżulców z płaszczyzny kratownicy

5.2. Badania cech fizycznych przekrojów i materiału

Badania doświadczalne kratownic poprzedzono wstępną analizą rzeczywistych cech przekrojowych oraz materiałowych profilu stalowego, dostarczonego przez wykonawcę modeli badawczych. Wstępna ocena parametrów wytrzymałościowych była istotna ze względu na planowany, sprężysty zakres badań. W tym celu pobrano próbki przekroju (10 próbek) oraz próbki płaskie wycięte ze ścianek surowego profilu RK 30x3 (9 próbek). Średnie wyniki wstępnych badań wykazały następujące parametry wytrzymałościowe stali i geometryczne przekroju:

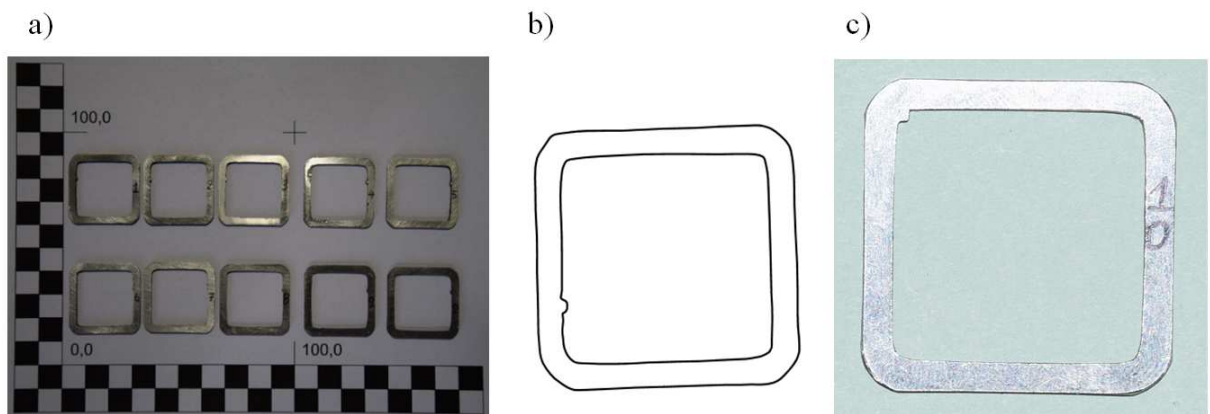
- moduł sprężystości podłużnej $E = 205,6$ GPa,
- granica sprężystości stali $f_H = 400$ MPa,
- powierzchnia przekroju profilu RK 30x3, $A = 3,24$ cm².

Wartości te wykorzystano podczas planowania poszczególnych etapów badań oraz we wstępnych analizach numerycznych. Dokładne badania materiałowe przeprowadzono po zakończeniu badań doświadczalnych. W tym celu, pobrano kolejne próbki badawcze w formie przekrojów poprzecznych, fragmentów ścianek oraz odcinków profili z pierwszego modelu badawczego. Pozwoliło to określić miarodajne wartości parametrów cech przekrojów i materiałów, które zostały wykorzystane w późniejszych analizach numerycznych.

5.2.1. Określenie cech geometrycznych przekroju

W celu określenia rzeczywistych cech geometrycznych wykorzystanych profili stalowych, przygotowano 20 próbek pasów, pozyskanych z różnych odcinków pasa górnego i dolnego oraz 20 próbek wykratowania pobranych z modelu 1. Próbki te wykonano w formie płaskich przekrojów poprzecznych o grubości ok. 2,0 mm. Cechy geometryczne powierzchni przekroju poprzecznego analizowanych próbek, określono za pomocą zdjęć fotograficznych o rozdzielczości 300 dpi oraz programu AutoCad.

Przykładowe zdjęcie próbek przekroju poprzecznego przedstawiono na rysunku 5.5.a oraz c. Na rysunku 5.5.a, próbki umieszczono na tle układu odniesienia, który pozwalał wyskalować zdjęcia zaimportowane do programu AutoCad. Skalowanie zdjęcia wykonano na podstawie przekątnej kwadratu o boku 100,0 mm. Uzyskana dokładność skalowania wynosiła 0,5 mm na długość 100,0 mm. Pomiar cech geometrycznych każdej próbki przeprowadzono na podstawie ręcznie wykonanego obrysu przekroju poprzecznego, widocznego na rysunku 5.5.b. Analizowano tylko jedną stronę każdej próbki. Pomierzone cechy geometryczne uśredniono oraz porównano z wartościami nominalnymi. Wyniki pomiarów przedstawiono w tabeli 5.3 oraz w załączniku Z3.



Rys. 5.5. Próbkę przekrojowe: a) zdjęcie wybranych próbek, b) przykładowy obrys próbki, c) próbka nr 10 - RK 30x3 (ze szwem w narożu)

W przypadku obu użytych przekrojów, uzyskano nieco większe pole powierzchni przekroju w stosunku do wartości nominalnej, odpowiednio o 4% (przekrój RK 30x3) oraz 2% (przekrój RK 20x2). W przypadku wielu pobranych próbek (12 z 20 w przypadku RK 30x3 oraz 8 z 20 w przypadku RK 20x2) wyraźnie widoczny jest szew zlokalizowany na jednej ze ścianek (rys. 5.5.b) W przypadku trzech próbek zaobserwowano, niepoprawnie zlokalizowany, szew w narożu przekroju, rysunek 5.5.c.

Tablica 5.3. Zestawienie uśrednionych pól powierzchni przekrojów z wartościami nominalnymi

Profil		A [cm ²]	$J_{y,z}$ [cm ⁴]
Pas górny i dolny oraz słupki podporowe RK 30x3	Wartość średnia \bar{x}	3,05	3,66
	Odchylenie standardowe s	0,10	0,02
	Wartość nominalna [19]	3,01	3,5
	Niepewność standardowa $u(x)$	0,023	0,003
	Niepewność rozszerzona $U(x)$, $k = 2,09 (A); k = 2,02 (J_{y,z})$	0,048	0,07
Wykratowanie RK 20x2	Wartość średnia \bar{x}	1,37	0,730
	Odchylenie standardowe s	0,03	0,002
	Wartość nominalna [19]	1,34	0,692
	Niepewność standardowa $u(x)$	0,006	0,000
	Niepewność rozszerzona $U(x)$, $k = 2,09 (A); k = 2,02 (J_{y,z})$	0,013	0,001

5.2.2. Określenie cech wytrzymałościowych materiału

Badania wytrzymałościowe próbek stali przeprowadzono zgodnie z normą [21]. Badania prowadzono w Laboratorium Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Budowlanych Politechniki Koszalińskiej przy wykorzystaniu maszyny wytrzymałościowej Inspekt 600 (Hege-waldt & Peschke; rok prod. 2013; nr fab. 100301305, świadectwo wzorcowania – załącznik Z6) o maksymalnym zakresie wskazań 600,0 kN. Zgodnie ze specyfikacją producenta, maszynę można zakwalifikować do pierwszej klasy dokładności w przedziale 0,4-100% zakresu pomiarowego. W celu określenia cechy wytrzymałościowych przebadano łącznie 22 próbki płaskie oraz 20 próbek rurowych wyciętych z Modelu 1. Próbki pobrano z przypodporowych odcinków pasa górnego i dolnego, słupków podporowych oraz z wykratowania.

Próbki płaskie, o długości ok. 30,0 cm zostały pobrane ze środkowej części ścianki profilu RK 30x3 oraz RK 20x2 zgodnie z normą [18]. W celach porównawczych, przebadano również jedną próbkę płaską, pobraną ze ścianki ze szwem (P22). Przed przystąpieniem do badania przeprowadzono próbne zniszczenie próbki zerowej w celu wyznaczenia optymalnych parametrów pracy maszyny wytrzymałościowej oraz wprowadzenia właściwego programu badawczego. Przygotowane próbki płaskie wycięte z profilu RK 30x3 podzielono na dwie grupy (Grupa 1 – próbki P1÷P6; Grupa 2 – próbki P7÷P12;), co przedstawiono na rysunku 5.6.a. W grupie 2 wprowadzono dodatkowo pętlę histerezy po przekroczeniu spodziewanej granicy sprężystości. Próbki pobrane z profilu RK 20x2 przydzielono do Grupy 3 (próbki P13÷P21). Przyjęto następujące parametry pracy maszyny wytrzymałościowej:

Grupa 1 i 3:

- prędkość obciążenia:

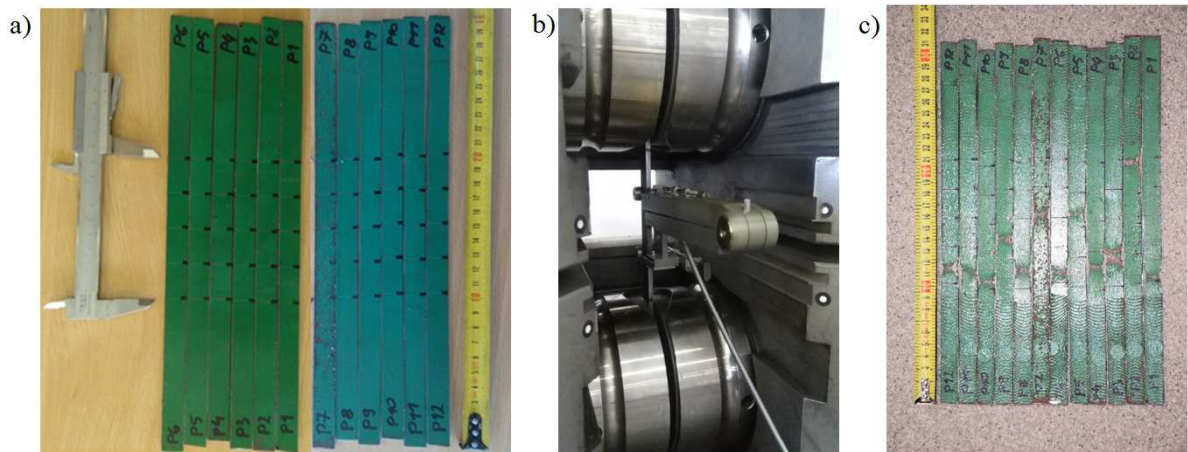
- 1 mm/min do osiągnięcia całkowitego odkształcenia 1%,
- 2 mm/min powyżej osiągniętego odkształcenia 1%,

- zatrzymanie maszyny przy spadku siły rozciągającej do 50% siły maksymalnej.

Grupa 2:

- prędkość obciążenia/odciążenia 1 mm/min,
 - obciążanie próbki do osiągnięcia całkowitego odkształcenia 0,8 %,
 - odciążenie próbki do poziomu 10% siły rozpoczęcia odciążania,
 - obciążenie próbki do osiągnięcia siły niszczącej,
- zatrzymanie maszyny przy spadku siły rozciągającej do 50% siły maksymalnej.

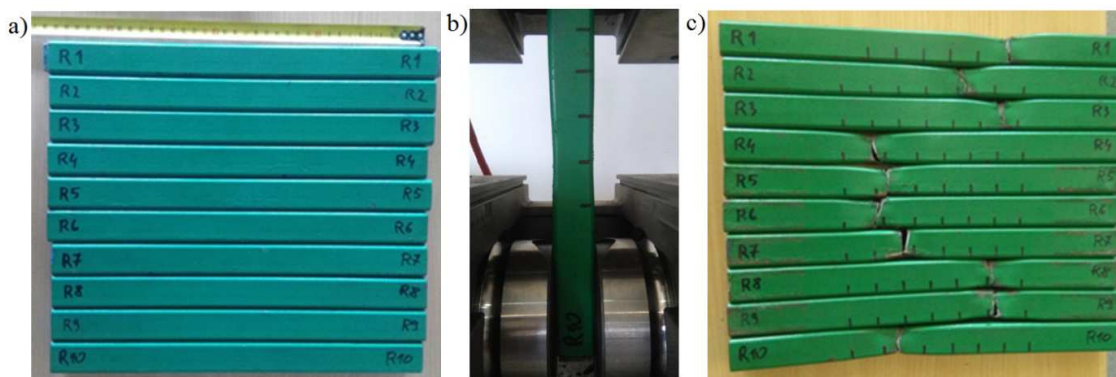
Na powierzchni próbek płaskich założono zachodzące na siebie bazy pomiarowe o długości $L_0 = 50,0$ mm. Wymiary przekroju poprzecznego próbek płaskich pomierzono suwmiarką noniuszową o dokładności $\pm 0,05$ mm w trzech miejscach. Zestawienie pomierzonych wymiarów próbek oraz cech wytrzymałościowych przedstawiono w załączniku Z4. Pomiaru wydłużenia próbek płaskich dokonano ekstensometrem mechanicznym o bazie pomiarowej 50,0 mm (nr fab. 13537) będącym na wyposażeniu maszyny Inspekt 600 (rys.5.6.b).



Rys. 5.6. Badanie cech materiałowych próbek płaskich: a) próbki przed badaniem, b) badanie doświadczalne, c) próbki po badaniu

Próbki rurowe pobrane z profilu RK 30x3 (R1÷R10) oraz RK 20x2 (R11÷R20) o długości ok. 35,0 cm zakończono stalowymi wkładami z litego pręta kwadratowego w celu zabezpieczenia profilu przed zgnieciem w szczękach maszyny wytrzymałościowej. Na powierzchni próbek założono pięć zachodzących na siebie baz pomiarowych o długości $L_0 = 50,0$ mm. Pole powierzchni próbek określono na podstawie pomierzonych długości oraz masy próbki (załącznik Z3). Zdjęcie próbek przed i po badaniu przedstawia rysunek 5.7. Przyjęto następujące parametry badania wytrzymałościowego:

- prędkość obciążenia:
 - 2,0 mm/min do osiągnięcia odkształcenia 2%,
 - 4,0 mm/min powyżej odkształcenia 2%,
- zatrzymanie badania przy spadku siły do poziomu 25% siły maksymalnej.



Rys. 5.7. Badanie cech materiałowych próbek rurowych: a) próbki przed badaniem, b) badanie doświadczalne, c) próbki po badaniu

Podczas badania próbek rurowych, wykorzystanie ekstensometru było niemożliwe z uwagi na zbyt dużą szerokość profilu. Pomiar modułu sprężystości został wykonany przez maszynę na podstawie odległości pomiędzy szczękami na początku i końcu badania, należy więc uznać go za niemiernodajny. W przypadku próbek rurowych zaobserwowano, że początek zerwania następował w miejscu szwu spawanego, co świadczy o wpływie strefy ciepła na odkształcalność stali pręta w tym rejonie. W trakcie badania próbek rurowych następowały tzw. poślizgi w szczękach, co w niektórych przypadkach zostało błędnie zinterpretowane przez maszynę wytrzymałościową jako dolna i górna granica plastyczności stali.

Na podstawie wyników badań wytrzymałościowych określono następujące parametry:

- umowną granicę sprężystości $R_{E0,05}$,
- umowną granicę plastyczności $R_{e0,2}$,
- wytrzymałość na rozciąganie R_m ,
- moduł sprężystości E .

Wartości umownej granicy sprężystości $R_{E0,05}$ oraz umownej granicy plastyczności $R_{e0,2}$ były określane w sposób graficzny, na podstawie wykresów dlatego też zostały one określone z dokładnością $\pm 5,0$ MPa.

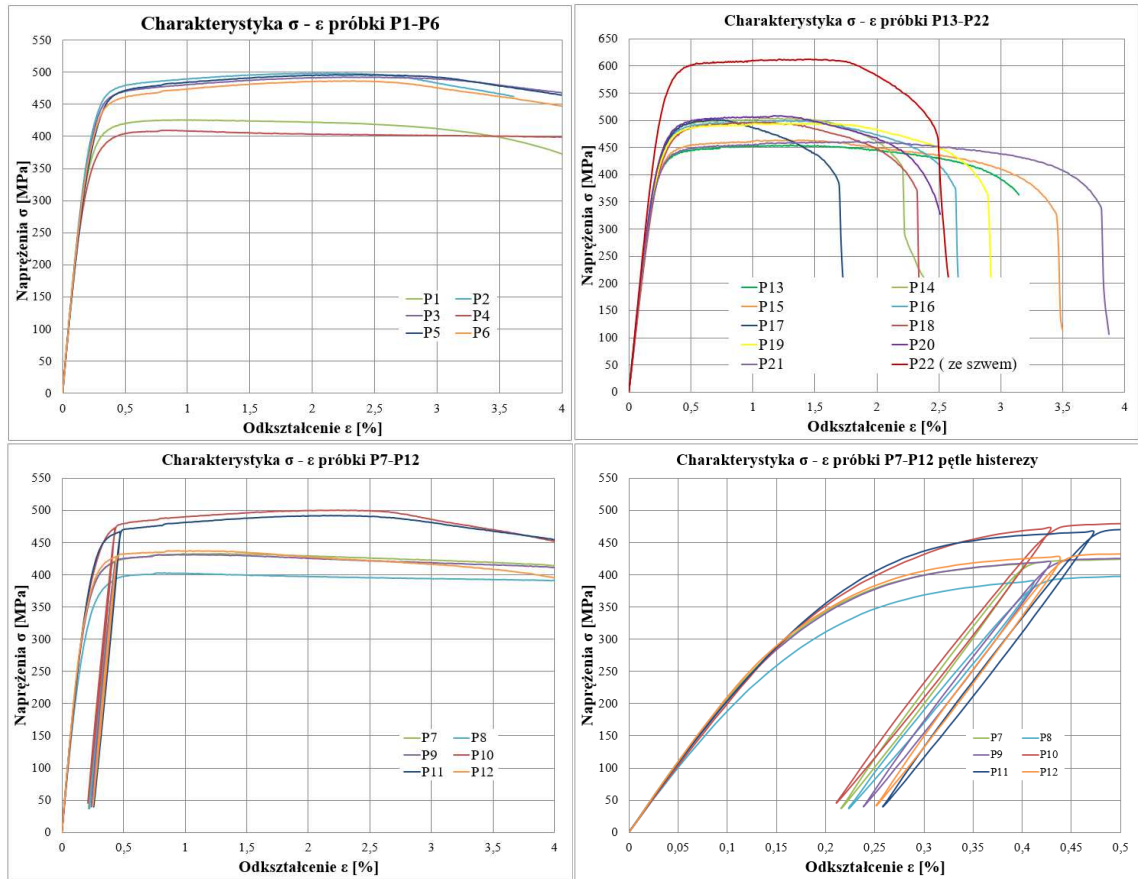
Wytrzymałość R_m określono na podstawie największej, zarejestrowanej przez maszynę wytrzymałościową siły oraz pomierzonego doświadczalnie pola powierzchni każdej próbki. Moduł sprężystości stali określono na podstawie kąta kierunkowego funkcji będącej aproksymacją liniową początkowego odcinka każdej charakterystyki $\sigma - \varepsilon$. Zestawienie otrzymanych wartości oraz analizę statystyczną przedstawiono w tabelicy 5.4. W analizach tych określono wartość średnią \bar{x} wraz z odchyleniem standardowym s oraz niepewnością pomiaru $u(x)$ i niepewnością rozszerzoną $U(x)$ [196].

Tablica 5.4. Zestawienie pomierzonych właściwości stali - próbki płaskie i rurowe

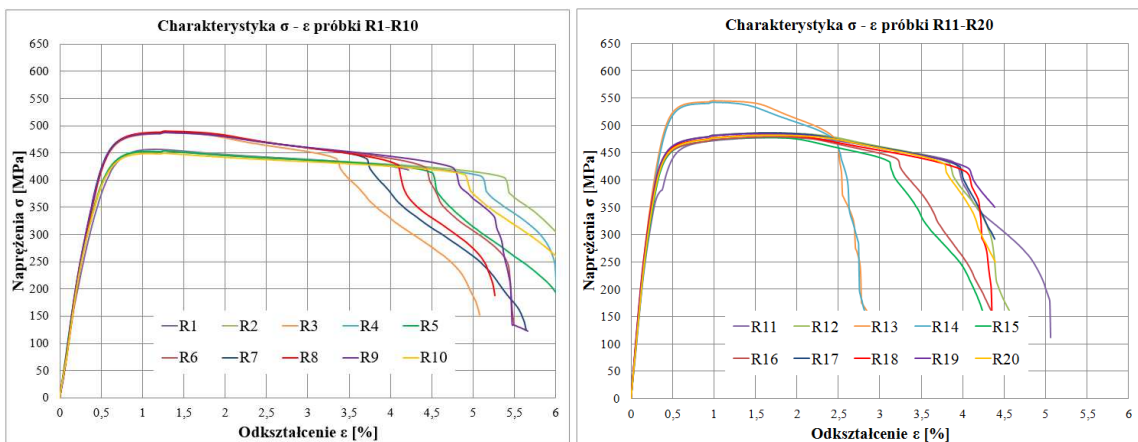
Próbka	Wytrzymałość [MPa]			Moduł sprężystości E [GPa]
	Umowna granica sprężystości $R_{E0,05}$	Umowna granica plastyczności $R_{e0,2}$	Wytrzymałość R_m	
P1	355,0	410,0	424,6	209,2
P2	410,0	475,0	499,0	208,4
P3	405,0	465,0	492,0	205,1
P4	330,0	395,0	408,8	200,7
P5	390,0	465,0	496,5	196,1
P6	390,0	455,0	486,1	203,4
P7	360,0	415,0	432,9	206,3
P8	320,0	390,0	402,9	190,6
P9	360,0	420,0	431,6	207,2
P10	395,0	475,0	500,3	201,1
P11	405,0	465,0	491,8	205,7
P12	365,0	425,0	436,8	211,6
P13	390,0	440,0	454,7	208,8
P14	440,0	490,0	504,9	209,9
P15	405,0	450,0	462,7	200,1
P16	430,0	485,0	500,3	208,8
P17	435,0	490,0	501,7	202,7
P18	430,0	480,0	496,4	190,4
P19	430,0	480,0	495,0	203,4
P20	440,0	495,0	506,6	206,6
P21	400,0	440,0	460,4	202,9
P22 (ze szwem)	545,0 ¹⁾	600,0 ¹⁾	611,8 ¹⁾	222,8 ¹⁾
R1	310,0	420,0	456,1	93,9 ¹⁾
R2	330,0	425,0	453,8	97,8 ¹⁾
R3	355,0	460,0	487,8	100,9 ¹⁾
R4	325,0	425,0	452,5	98,7 ¹⁾
R5	310,0	425,0	452,8	100,9 ¹⁾
R6	370,0	465,0	488,2	99,8 ¹⁾
R7	360,0	460,0	488,6	102,5 ¹⁾
R8	380,0	465,0	490,3	97,1 ¹⁾
R9	370,0	465,0	487,8	101,7 ¹⁾
R10	340,0	425,0	449,3	96,9 ¹⁾
R11	350,0	430,0	468,1	151,9 ¹⁾
R12	340,0	455,0	486,7	164,5 ¹⁾
R13	410,0	525,0	544,6	166,7 ¹⁾
R14	420,0	525,0	542,3	157,0 ¹⁾
R15	360,0	450,0	478,4	157,5 ¹⁾
R16	370,0	450,0	479,2	163,7 ¹⁾
R17	360,0	460,0	485,5	172,3 ¹⁾
R18	350,0	450,0	481,5	177,3 ¹⁾
R19	365,0	460,0	484,8	169,8 ¹⁾
R20	380,0	455,0	481,9	159,4 ¹⁾
\bar{x} [MPa]	376,6	453,7	476,2	203,8
n	41	41	41	21
s [MPa]	36,7	30,4	30,7	5,8
$u(x)$ [MPa]	5,7	4,7	4,8	1,3
$U(x)$ [MPa]	11,6	9,6	9,7	2,7

¹⁾ – Pomiar nieuwzględniany w analizach statystycznych

W badaniu wytrzymałościowym nie zaobserwowano wyraźnej granicy plastyczności stali, natomiast średnia granica wytrzymałości wyniosła $R_m = 476,2(9,7)$ MPa. Miarodajną wartość umownej granicy plastyczności stali $R_{e0,2}$ określono na poziomie 453,7(9,6) MPa, natomiast umowną granicę sprężystości określono na poziomie 376,6(11,6) MPa. Moduł sprężystości podłużnej stali E określono na podstawie wyników pomiarów próbek płaskich na poziomie 203,8(2,7) GPa. Poniżej zaprezentowano przykładowe charakterystyki $\sigma - \varepsilon$ przebadanych próbek.



Rys. 5.8. Wyniki badań materiałowych – próbki płaskie

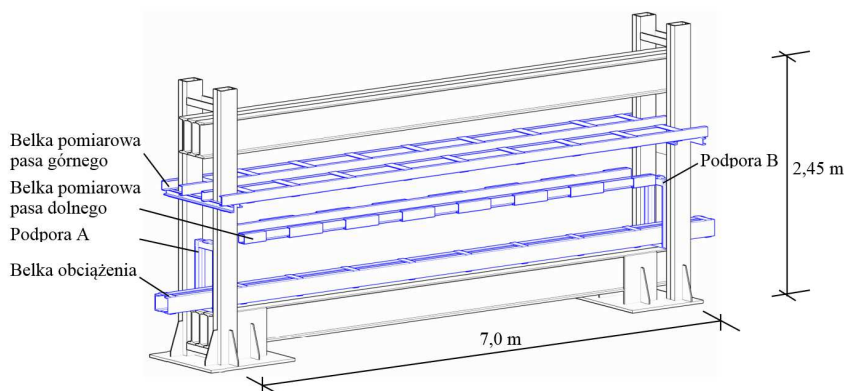


Rys. 5.9. Wyniki badań materiałowych – próbki rurowe

5.3. Stanowisko i metody badawcze

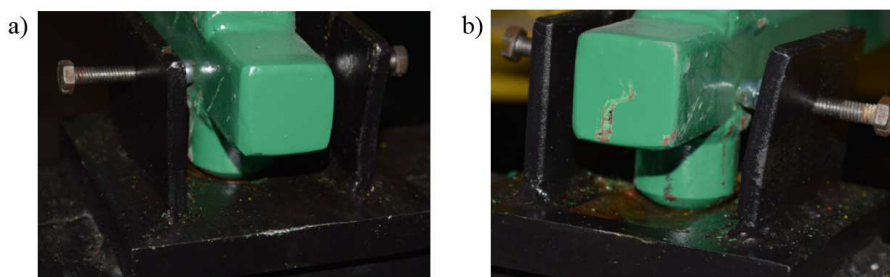
Badania modelowe również przeprowadzono w Laboratorium Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Budowlanych Politechniki Koszalińskiej. Podstawową wersję stanowiska, które zostało wykorzystane w badaniach przedstawia rys. 5.10. Stanowisko to składa się ze sztywnej ramy o wymiarach osiowych 7,0 m x 2,45 m zamocowanej w sposób sztywny do płyty dużych obciążeń. Stanowisko to było wcześniej wykorzystane do badań kratownic, opisanych m.in. w pracach [102], [104], [105].

W celu przeprowadzenia zaplanowanych badań doświadczalnych, stanowisko badawcze wyposażono w dodatkowe elementy takie jak: podpory, belki pomiarowe oraz belkę obciążenia. Elementy te przedstawiono na rysunku 5.10 kolorem granatowym. W elementach tych wprowadzono niezbędne modyfikacje uwzględniające geometrię nowych modeli badawczych. Belki pomiarowe zapewniały możliwość montażu takich elementów jak: czujniki przemieszczeń liniowych, sztywne lub sprężyste podpory boczne pasów oraz założenie dodatkowych elementów systemu poprzecznego obciążenia pasów. Szczegóły zastosowanych rozwiązań technicznych i elementów dodatkowych przedstawiono na rysunkach 5.11 ÷ 5.19.



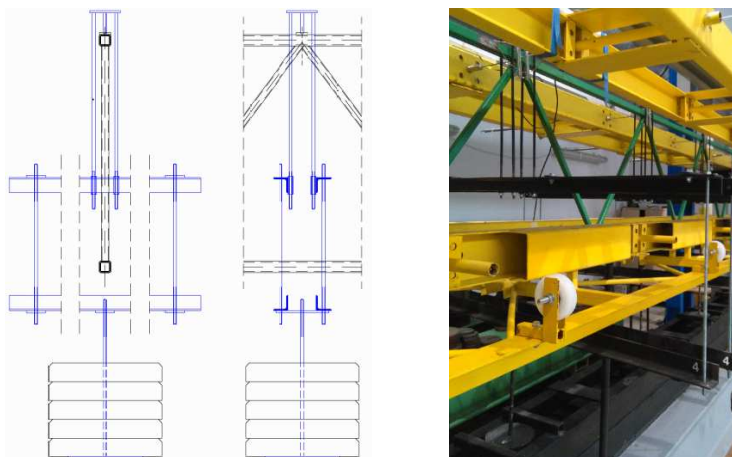
Rys. 5.10. Stanowisko badawcze z elementami dodatkowymi

Zakładany schemat statyczny modelu badawczego uzyskano poprzez odpowiednie wykonanie podpór kratownicy (Podpora A oraz Podpora B na rys. 5.10). Podpory te wykonano jako stalowe, z odpowiednio wyżłobionymi gniazdami służącymi do osadzania wyokrąglonych trzpieni, przyspawanych do pasa dolnego kratownicy. Gniazda te wykonano jako zagłębienie kuliste w przypadku podpory przegubowej oraz zagłębienie walcowe w przypadku podpory przegubowo-przesuwnej [120], co przedstawia rysunek 5.11.



Rys. 5.11. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego podparcie modelu badawczego: a) podpora przegubowa, b) podpora przegubowo-przesuwna

W prowadzonych badaniach doświadczalnych wykorzystano obciążenie grawitacyjne, przykładane w węzłach pasa górnego kratownicy. Obciążenie to, w postaci stalowych kołowych odważników o zróżnicowanej masie (1; 2; 5; 20 kg), podwieszano poniżej kratownicy w celu osiągnięcia "śledzącego" obciążenia na każdym etapie deformacji modelu badawczego. Wykorzystano przedstawiony na rysunku 5.12 system zawiesi, opracowany na potrzeby badań prowadzonych przez zespół *Kołodziej - Jankowska-Sandberg* [120]).



Rys. 5.12. Szczegół techniczny stanowiska badawczego – przyłożenie grawitacyjnego obciążenia do pasa górnego

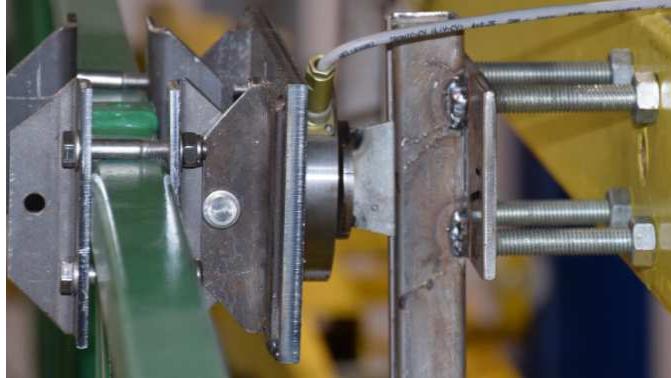
Podczas badań doświadczalnych stosowano boczne nieprzesuwne podpory na końcach oraz w wybranych punktach pośrednich pasów. Podparcie to miało zapobiegać poprzecznym przesunięciom wybranych węzłów pasów z jednoczesną swobodą przesuwu pionowego i podłużnego oraz swobodą obrotową. W tym celu zastosowano wykrąglone trzpienie poprzeczne, mocowane do bocznej ścianki pasa oraz blachy ślizgowe mocowane do belek pomiarowych, przedstawione na rysunku 5.13.



Rys. 5.13. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego – podparcie poprzeczne w skrajnym węźle pasa górnego (nieprzesuwne w kierunku poprzecznym)

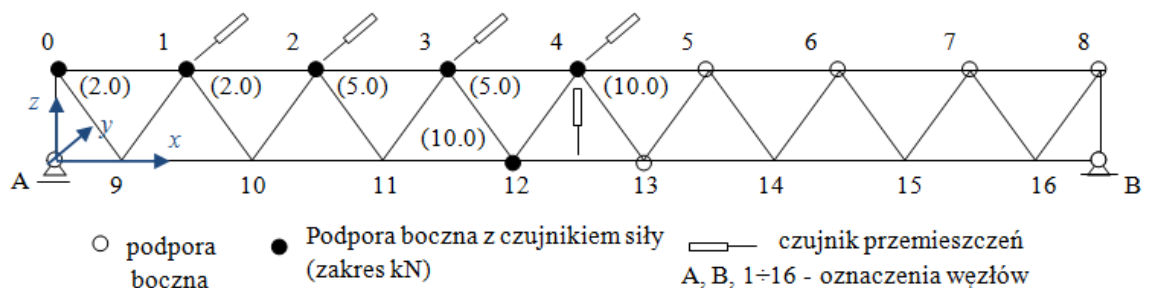
Pierwszy etap prowadzonych badań "*Badanie obciążenia tężnika od kratownicy z imperfekcjami*" zakładał weryfikację nierównomiernego rozkładu obciążenia, przekazywanego z imperfekcyjnej kratownicy na tężnik połączony poprzecznie. W tym celu zaprojektowano i wykonano specjalne podpory pasa kratownicy, umożliwiające pomiar poziomych reakcji w wybranych węzłach pasów z jednoczesną swobodą przemieszczenia pionowego kratownicy oraz obrotu w punkcie podparcia. Podpory te składały się z kątowych szczęk, moco-

wanych do pasa oraz przegubowo połączonego z nimi czujnika siły. Czujnik ten wyposażony był w specjalną końcówkę z wózkiem łożyskowym, zamocowanym w pionowej szynie jezdnej, przytwierdzonej do belki pomiarowej. Rozwiązanie to pozwoliło wykonać pomiar siły poziomej, przekazywanej na podporę (tężnik). Wykorzystane w badaniu elementy przedstawiono na rysunku 5.14.



Rys. 5.14. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego – połączenie modelu „kratownica-tężnik” z czujnikiem siły

Pomiary prowadzono na jednej połowie modelu kratownicy w pasie górnym i dolnym. Wykorzystano czujniki siły firmy ZEPWN o zakresie 2,0 kN, 5,0 kN, 10,0 kN. Lokalizację odpowiednich czujników wybrano zgodnie z przewidywanym rozkładem obciążenia tężnika. Czujniki rejestrowały zarówno siłę ściskającą, jak i rozciągającą z dokładnością 0,001 kN. Rozmieszczenie czujników siły oraz ich zakres pomiarowy przedstawiono na rysunku 5.15. Pozostałe punkty kratownicy zostały podparte w sposób przedstawiony na rysunku 5.12. W każdym punkcie, w którym rejestrowano przekazywaną siłę, zainstalowano również czujnik przemieszczeń Peltron PSx w celu weryfikacji podatności elementu podporowego i luzów wynikających z połączeń poszczególnych elementów podpory.



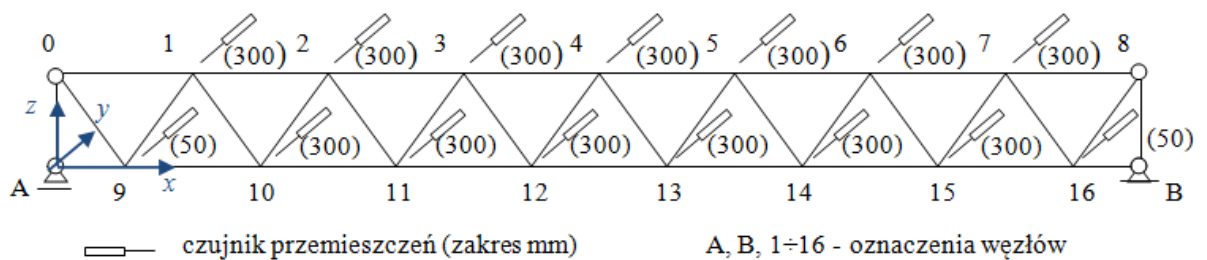
Rys. 5.15. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego. Schemat rozmieszczenia czujników siły i przemieszczeń - *Badanie obciążenia tężnika od dźwigara z imperfekcjami*

W czasie drugiego etapu badań doświadczalnych - *Badanie stateczności kratownicy z imperfekcjami* – badano ścieżkę równowagi pasa górnego kratownicy. Pomiary te wykonano przy użyciu transformatorowych czujników przemieszczeń liniowych Peltron PSx, osadzonych w belkach pomiarowych w miejscach odpowiadających węzłom pasów (rys. 5.16). Czujniki te zamocowano jednostronnie z możliwością pomiaru przemieszczania w kierunkach "do i od" czujnika. Z uwagi na możliwe wygięcia "bagnetów" czujników spowodowane

przesunięciem pionowym kratownicy wprowadzono dodatkowe płyty ślizgowe, wykonane z poliwęglanu [120]. Lokalizację wykorzystanych czujników o bazach pomiarowych 50 mm (węzeł 9 i 16) oraz 300 mm (w każdym pozostałym węźle) przedstawiono na rysunku 5.17. Dokładność zastosowanych czujników wynosi 0,5% wskazań, natomiast ich czułość wynosi 0,001 mm.

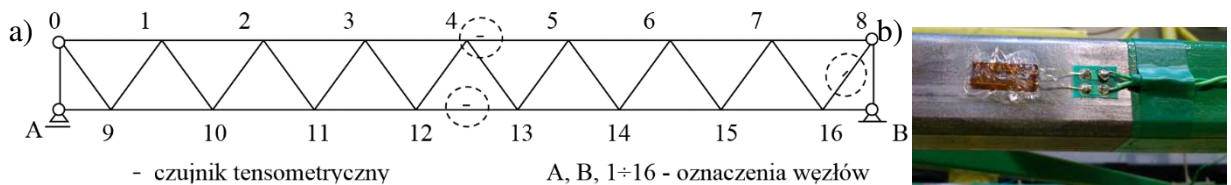


Rys. 5.16. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego – czujnik przemieszczeń liniowych



Rys. 5.17. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego – schemat rozmieszczenia czujników przemieszczeń – *Badanie stateczności kratownicy z imperfekcjami*

Podczas badań doświadczalnych prowadzono kontrolę stanu naprężenia w wybranych miejscach modelu badawczego. Wykorzystano w tym celu liniowe tensometryczne czujniki elektrooporowe o bazie pomiarowej 10 mm i rezystancji znamionowej $120 \Omega \pm 0,2\%$. Tensometry te zamontowano w wybranych miejscach pasa górnego i dolnego oraz w środku długości pierwszego krzyżulca, co przedstawia rysunek 5.18.a. Tensometry instalowano w układzie pojedynczym w kierunku podłużnym każdego pręta (rys 5.18.b). W celu właściwego pomiaru rezystancji wykorzystano mostki *Wheatstone'a*. W każdym przypadku montowano tensometry na dwóch sąsiednich ściankach przekroju kwadratowego w środku ich szerokości.

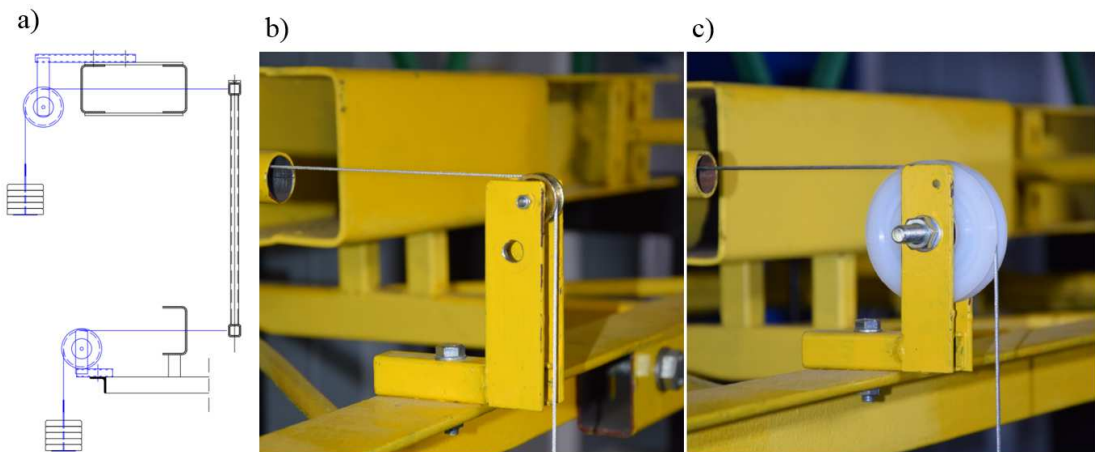


Rys. 5.18. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego: a) miejsce mocowania tensometrów, b) zainstalowany tensometr elektrooporowy

Drugi etap prowadzonych badań - "*Badanie stateczności kratownic z imperfekcjami*" zakładał możliwość wymuszania wstępnych układów niezależnych od siebie imperfekcji geometrycznych pasów. W tym celu zaprojektowano i wykonano system grawitacyjnego, zastępczego obciążenia poprzecznego. System ten składał się z obciążenia powieszzonego, bloczka stałego oraz elementów linowych z zakotwieniem. Zakotwienie linki stanowił stalowy ha-

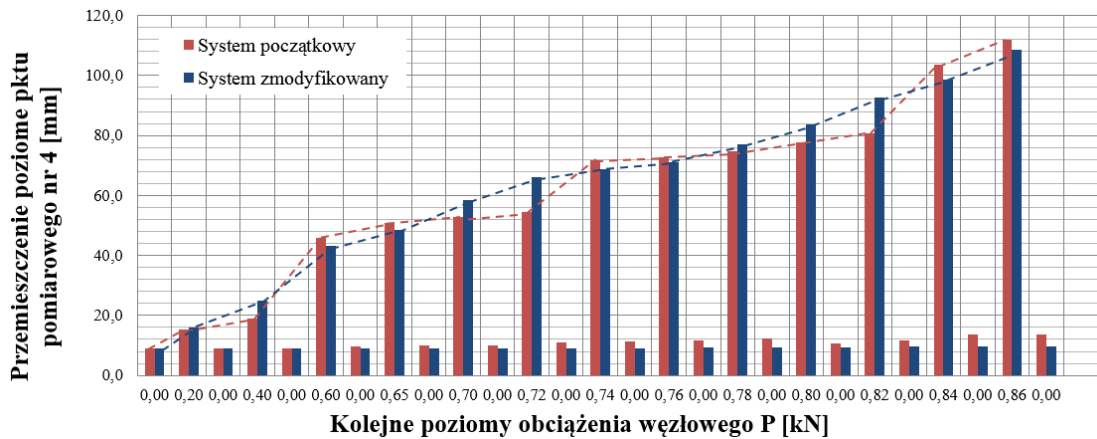
czyk, wkręcony w boczną ściankę pasa. Grawitacyjny sposób przykładania obciążenia, bloczek stały i zakotwiona lina zapewniały stałe oddziaływanie zastępczego obciążenia poprzecznego na model badawczy, przemieszczający się pod wpływem obciążenia pionowego.

Pierwotna koncepcja systemu obciążenia poprzecznego zakładała wykorzystanie mosiężnych rolek o średnicy 25/20 mm, osadzonych na stalowym trzpieniu oraz linki wykonanej z tworzywa sztucznego. Wyniki pomiarów uzyskiwane z wykorzystaniem rolek mosiężnych charakteryzowały się dużymi zaburzeniami, co wymusiło konieczność modyfikacji systemu podwieszania obciążenia. Rolki mosiężne wymieniono na łożyskowane rolki PVC o zwiększonej średnicy zewnętrznej 80/67 mm, zamontowane na dopasowanym trzpieniu śruby. Liny z tworzywa sztucznego wymieniono na linki stalowe wraz z odpowiednimi elementami zaciśkowymi. Wprowadzone zmiany pozwoliły uzyskać odpowiednią swobodę przemieszczenia bocznego kratownicy oraz zapewniły bezpieczeństwo prowadzonych badań. Szczegóły techniczne obu systemów obciążenia poprzecznego przedstawiono na rysunku 5.19.



Rys. 5.19. Szczegóły techniczne stanowiska badawczego – zastępcze obciążenie podwieszane:
a) schemat ideowy, b) wersja początkowa, c) wersja zmodyfikowana

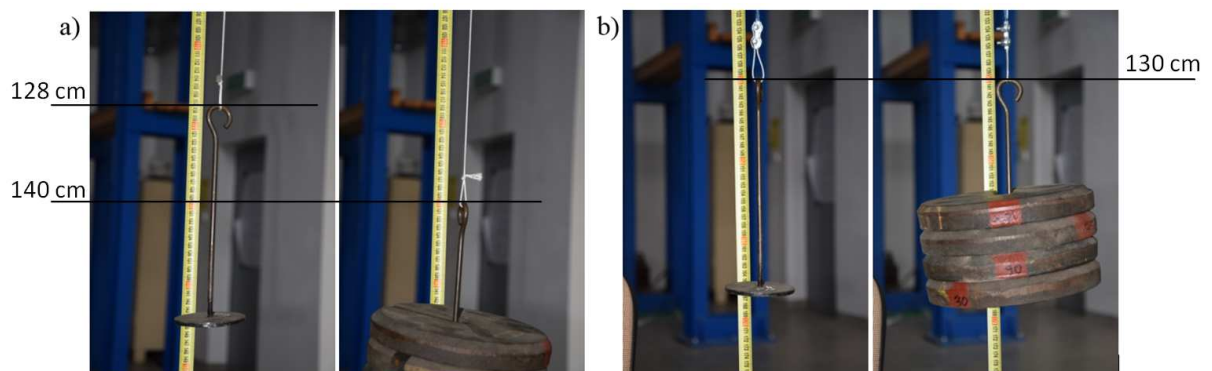
Pierwotny oraz zmodyfikowany system realizowania poprzecznego obciążenia modelu sprawdzono i porównano ze sobą w czasie jednego z badań dodatkowych, wykonując pomiar przemieszczeń poprzecznych pasa kratownicy w pewnym przyjętym cyklu obciążenia i odciążenia modelu badawczego (Model 1; IMP 1 zgodnie z rozdziałem 5.4.2). Rejestrację deformacji poprzecznej pasów prowadzono po każdym zwiększeniu obciążenia oraz w czasie, gdy kratownica była odciążona w celu dołożenia balastu. Przeprowadzone pomiary wykazały znaczne ograniczenie swobody przemieszczeń bocznych kratownicy w przypadku wersji początkowej systemu realizowania obciążenia zastępczego, co przedstawiono na rysunku 5.20.



Rys. 5.20. Przesunięcie poprzeczne węzła wiodącego (węzeł nr 4) podczas badania dodatkowego (Porównanie systemu rolek - Model 1 IMP 1)

Prezentowane wyniki pomiarów przesunięć poprzecznych węzła wiodącego w przypadku wersji początkowej cechują się nierównomiernym, skokowym przyrostem, szczególnie widocznym w zakresach obciążenia $0,60 \text{ kN} \div 0,72 \text{ kN}$ oraz $0,74 \text{ kN} \div 0,82 \text{ kN}$. W przedziałach tych widoczne są niewielkie wzrosty deformacji, podczas gdy po osiągnięciu obciążenia $0,74 \text{ kN}$ oraz $0,84 \text{ kN}$ następuje jej nagły przyrost. Rozbieżności pomiędzy uzyskanymi wynikami widoczne są również w przypadku pomiarów przesunięć pasów wykonanych po odciążeniu kratownicy. Różnica pomiędzy deformacją od samego obciążenia poprzecznego na początku oraz końcu badania osiągnęła 54% deformacji początkowej w przypadku systemu początkowego, podczas gdy w przypadku systemu zmodyfikowanego są one porównywalne.

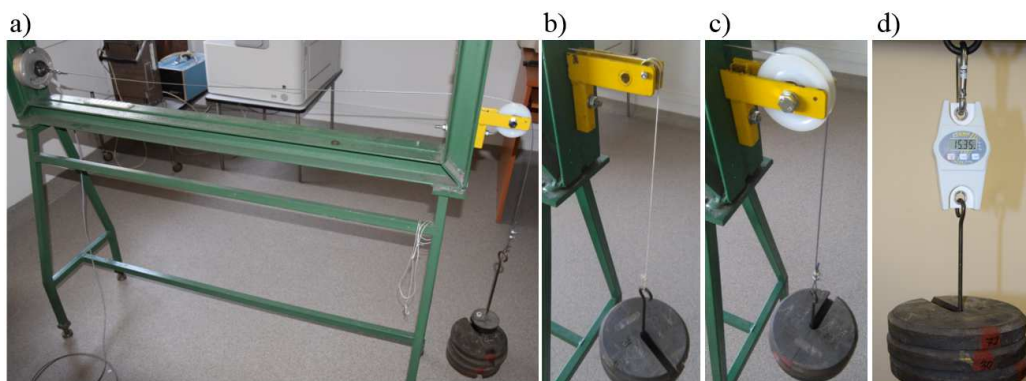
Przyjęto, że powodem tak dużych zaburzeń w przyroście deformacji było blokowanie obrotu rolki (w obu kierunkach) na skutek tarcia rolki o trzpień i złego dopasowania średnicy trzpienia do średnicy otworu w rolce. Brak odpowiedniej swobody obrotowej rolki mógł być również wzmocniony przez jej niewielką średnicę zewnętrzną. Zaobserwowano również znaczną sprężystość liny wykonanej z tworzywa sztucznego. Sprężystość tę zbadano wykonując proste badanie wydłużalności odcinka liny o długości $130,0 \text{ cm}$ pod obciążeniem $0,2 \text{ kN}$ (rys. 5.21). Pod wpływem przykładanego obciążenia lina z tworzywa sztucznego wydłużała się o ok. 9%, podczas gdy w linach stalowych wydłużenie to było niezauważalne.



Rys. 5.21. Zaobserwowane wydłużenie lin podwieszających obciążenie poprzeczne: a) lina z tworzywa sztucznego, b) lina stalowa

Wady te mogły dodatkowo wpływać na różnice pomiędzy ciężarem zawieszonoego obciążenia a siłą poziomą przekazywaną na kratownicę w różnych etapach badania. Ponadto zauważono, że elementy zaciskowe, wykorzystywane do wykonania pętli na końcówkach lin z tworzywa sztucznego, powodowały ich miejscowe uszkodzenie. Uszkodzenie takie spowodowało zerwanie jednej z lin w trakcie ściągania obciążenia po zakończonych badaniach wstępnych.

Skuteczność poprawionego systemu rolek potwierdzono w przeprowadzonym dodatkowo eksperymencie, w którym mierzono siłę naciągu poziomego odcinka liny pod znanym obciążeniem podwieszonym wg rysunku 5.22. W eksperymencie tym wykorzystano ramę stalową, do której zamocowano czujnik siły o zakresie 10,0 kN oraz wykorzystywane w badaniach doświadczalnych zestawy bloczków i lin. Obciążenie przykładano stopniowo w postaci odważników o masie ok. 5,0 kg do osiągnięcia wartości ok. 20,0 kg. Pomiar siły naciągu liny wykonywano po każdym zwiększeniu obciążenia, aż do osiągnięcia wartości maksymalnej oraz po zdjęciu każdego pojedynczego odważnika. Wyniki przedstawiono w tabelicy 5.5.



Rys. 5.22. Schemat eksperymentu dodatkowego: a) stanowisko, b) rolka mosiężna z linką PVC, c) rolka PVC z linką stalową, d) pomiar rzeczywistej wartości obciążenia podwieszonoego

Tablica 5.5. Wyniki eksperymentu dodatkowego

Obciążenie podwieszonoego [kN]	Siła naciągu [kN]	
	Rolka mosiężna + linka PVC	Rolka PVC (łożyskowana) + linka stalowa
0,00	0,000	0,000
0,051	0,045	0,049
0,103	0,088	0,097
0,154	0,138	0,147
0,207	0,174	0,196
0,154	0,147	0,147
0,103	0,101	0,097
0,051	0,056	0,047
0,00	0,003	0,000

Wyniki eksperymentu wykazują znaczny wpływ rozwiązania początkowego na siłę naciągu w poziomym odcinku liny. W przypadku początkowego systemu przykładania obciąże-

nia zastępczego oraz procesu zwiększania obciążenia, uzyskane wartości siły naciągu są mniejsze niż wartość oczekiwana nawet o 17%, natomiast podczas odciążania są one zbliżone do wartości oczekiwanej lub większe o 9% (w przypadku obciążenia 0,051 kN). W przypadku zmodyfikowanego systemu przykładania obciążenia zastępczego różnice pomiędzy zmierzoną siłą naciągu a wartością oczekiwaną wynoszą od 4% ÷ 8%. Co ważniejsze, poprawiony system przykładania obciążenia cechuje się również dobrą powtarzalnością wyników pomiędzy procesem obciążania i odciążania.

Zarówno w przypadku badań głównych, jak i eksperymentów dodatkowych, wszystkie wyniki pomiarów sił, przemieszczeń i odkształceń były rejestrowane przez system akwizycji danych SAD 256 (rys. 5.23).



Rys. 5.23. System akwizycji danych SAD 256

5.4. Przebieg i wyniki badań doświadczalnych

Przeprowadzone badanie wykonano wg procedur badawczych opracowanych z uwzględnieniem warunków i możliwości laboratoryjnych. Procedury te przedstawiono dla każdego głównego etapu badań w poniższych punktach:

1. Badanie obciążenia tężnika od dźwigara kratowego z imperfekcjami - 10 modeli

- montaż kratownicy oraz osprzętu badawczego,
- ustawienie kratownicy w stanie *quasi-perfect* za pomocą przyrządów geodezyjnych,
- zerowanie czujników pomiarowych,
- wymuszenie deformacji kratownicy poprzez przemieszczenie podpór w pasie górnym,
- pomiar sił na wybranych podporach i deformacji kratownicy,
- obciążenie kratownicy obciążeniem pionowym grawitacyjnym,
- pomiar sił w wybranych podporach i deformacji kratownicy z obciążeniem zewnętrznym,
- odciążenie kratownicy,
- demontaż osprzętu badawczego oraz wymiana kratownicy.

2. Badanie stateczności kratownicy z imperfekcjami - 3 modele

- montaż kratownicy oraz osprzętu badawczego,
- geodezyjny pomiar imperfekcji z płaszczyzny pasów,
- zerowanie czujników pomiarowych,
- przyłożenie obciążenia poprzecznego w celu wywołania przyjętego układu imperfekcji,

- pomiar deformacji kratownicy (pomiar stanu *imperfect*),
- przyłożenie lub zwiększenie obciążenia pionowego i pomiar deformacji, (powtarzane wielokrotnie aż do osiągnięcia deformacji maksymalnej),
- usunięcie obciążenia pionowego (pomiar kontrolny),
- usunięcie obciążenia poprzecznego (pomiar kontrolny),
- zmiana przyjętego układu imperfekcji lub modelu kratownicy.

5.4.1. Badania obciążenia tężnika dachowego od dźwigara kratowego z imperfekcjami

Wyniki badań przedstawiono w tablicy 5.6-1/2 oraz w załączniku Z8, w formie użytych w czasie wykonywania badania, protokołów badawczych i sporządzonych na ich podstawie wykresów. Zgodnie z opisanym wcześniej programem badawczym, po ustawieniu modelu w konfiguracji "*quasi-perfect*" oraz wyzerowaniu czujników pomiarowych, wywoływano deformację każdego badanego modelu poprzez wymuszone przemieszczenie bocznych podpór pasa górnego. Przyjęto sinusoidalny kształt imperfekcji pasa o wartości maksymalnej, mierzonej w środku rozpiętości, $e_0 = 40,0$ mm. Przemieszczenie to wywołało pewien stan naprężenia w kratownicy oraz pewne reakcje podporowe oznaczone w badaniu jako $F_n^{0,0}$. W stanie tym pomierzono również aktualną deformację kratownicy w punktach, w których dokonywano pomiaru oddziaływania F_n . Deformację tę oznaczono jako $\delta_n^{0,0}$. Drugi pomiar reakcji podporowych i deformacji kratownicy wykonano po obciążeniu kratownicy pionowym, węzłowym obciążeniem P przyłożonym do węzłów pasa górnego. Pomierzone w tym momencie obciążenie tężnika oznaczono jako $F_n^{1,8}$, natomiast deformację oznaczono jako $\delta_n^{1,8}$.

Zarejestrowane pomiary posłużyły do obliczenia poszukiwanej wartości oddziaływania kratownicy z imperfekcją geometryczną na tężnik poprzeczny wg zależności

$$F_n = F_n^{1,8} - F_n^{0,0}, \quad (57)$$

oraz do weryfikacji "podatności" podpory ze względu na przemieszczenie boczne, wg zależności

$$\delta_n = \delta_n^{1,8} - \delta_n^{0,0}. \quad (58)$$

"Podatność" tę należy rozumieć jako dokładność modelowania i wykonania podpory nieprzesuwnej z uwagi na występujące luzy pomiędzy poszczególnymi elementami podpory przedstawionej na rys. 5.14. Podczas badania mierzono również ugięcie kratownicy jako pionowe przemieszczenie punktu znajdującego się w połowie rozpiętości pasa dolnego.

Tablica 5.6-1. Wyniki badań doświadczalnych - Obciążenie tęznika

Model	Deformacja pasa δ [mm]; Obciążenie podpór F_n [kN]	Węzeł nr							Ugięcie [mm]
		A	0	1	2	3	4	12	
1	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	15,718	28,861	37,862	40,411	0,243	5,262
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	15,702	28,882	38,123	40,633	0,454	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,016	0,021	0,261	0,222	0,211	
	$F_n^{0,0}$	-0,635	0,844	-0,222	-0,027	-0,253	-0,538	0,562	
	$F_n^{1,8}$	-0,999	0,827	-0,343	0,083	0,001	-0,143	0,502	
	Obc. podpór F_n	-0,364	-0,017	-0,121	0,110	0,254	0,395	-0,060	
2	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	16,213	29,117	38,703	40,903	0,347	5,348
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	16,023	28,983	38,987	41,333	0,534	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,190	-0,134	0,284	0,430	0,187	
	$F_n^{0,0}$	-0,414	0,442	-0,034	-0,187	-0,034	-0,573	0,513	
	$F_n^{1,8}$	-0,615	0,387	-0,214	-0,083	0,183	-0,163	0,423	
	Obc. podpór F_n	-0,201	-0,055	-0,180	0,104	0,217	0,410	-0,090	
3	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	14,870	28,103	38,052	40,917	0,314	7,133
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	14,234	27,984	38,562	41,323	0,573	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,636	-0,119	0,510	0,406	0,259	
	$F_n^{0,0}$	-0,374	0,424	-0,063	-0,026	-0,062	-0,663	0,432	
	$F_n^{1,8}$	-0,485	0,352	-0,242	0,040	0,153	-0,242	0,303	
	Obc. podpór F_n	-0,111	-0,072	-0,179	0,066	0,215	0,421	-0,129	
4	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	15,343	27,543	38,013	40,382	0,422	6,524
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	15,023	28,863	38,432	40,843	0,634	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,32	1,320	0,419	0,461	0,212	
	$F_n^{0,0}$	0,080	0,634	-0,302	-0,313	-0,284	-0,734	0,552	
	$F_n^{1,8}$	-0,115	0,593	-0,492	-0,294	0,002	-0,253	0,432	
	Obc. podpór F_n	-0,195	-0,041	-0,190	0,019	0,286	0,481	-0,120	
5	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	15,113	28,531	37,383	40,667	0,624	6,382
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	15,033	28,154	37,432	40,973	0,813	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,080	-0,377	0,049	0,306	0,189	
	$F_n^{0,0}$	-0,671	0,501	-0,073	-0,081	-0,190	-0,524	0,776	
	$F_n^{1,8}$	-0,891	0,472	-0,198	-0,022	-0,026	-0,139	0,734	
	Obc. podpór F_n	-0,220	-0,029	-0,125	0,059	0,164	0,385	-0,042	

W polach szarych znajdują się wartości obliczone na podstawie wyników pomiarów

¹⁾ - Pomiar nie był realizowany

Tablica 5.6-2. Wyniki badań doświadczalnych - Obciążenie tężnika - c.d.

Model	Deformacja pasa δ [mm]; Obciążenie podpór F_n [kN]	Węzeł nr							Ugięcie [mm]
		A	0	1	2	3	4	12	
6	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	15,427	27,525	37,644	39,874	0,248	6,934
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	14,529	27,208	37,969	40,323	0,525	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,898	-0,317	0,325	0,449	0,277	
	$F_n^{0,0}$	0,125	0,537	-0,013	-0,378	-0,523	-0,673	0,589	
	$F_n^{1,8}$	-0,092	0,501	-0,164	-0,289	-0,315	-0,304	0,511	
	Obc. podpór F_n	-0,217	-0,036	-0,151	0,089	0,208	0,369	-0,078	
7	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	15,329	28,565	37,032	39,776	0,323	7,346
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	15,246	28,259	37,207	40,483	0,635	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,083	-0,306	0,175	0,707	0,312	
	$F_n^{0,0}$	1,128	0,175	-0,029	-0,044	-0,825	-1,777	0,484	
	$F_n^{1,8}$	0,940	0,138	-0,212	-0,031	-0,549	-1,403	0,416	
	Obc. podpór F_n	-0,188	-0,037	-0,183	0,013	0,276	0,374	-0,068	
8	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	15,213	28,314	37,324	40,713	0,485	6,633
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	15,023	28,146	38,542	40,913	0,867	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,190	-0,168	1,218	0,200	0,382	
	$F_n^{0,0}$	0,810	0,314	-0,194	-0,053	-0,994	-0,492	0,363	
	$F_n^{1,8}$	0,772	0,243	-0,363	-0,024	-0,774	-0,094	0,193	
	Obc. podpór F_n	-0,038	-0,071	-0,169	0,029	0,220	0,398	-0,170	
9	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	15,243	27,748	38,453	40,214	0,366	7,026
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	14,855	27,546	38,864	40,834	0,886	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,388	-0,202	0,411	0,620	0,520	
	$F_n^{0,0}$	0,607	0,194	-0,243	-0,074	-0,372	-0,652	0,214	
	$F_n^{1,8}$	0,574	0,134	-0,396	-0,105	-0,124	-0,315	0,075	
	Obc. podpór F_n	-0,033	-0,060	-0,153	-0,031	0,248	0,337	-0,139	
10	$\delta_n^{0,0}$	- ¹	- ¹	14,863	27,215	38,246	40,353	0,673	7,284
	$\delta_n^{1,8}$	- ¹	- ¹	14,686	27,026	38,457	40,656	1,024	
	δ_n	- ¹	- ¹	-0,177	-0,189	0,211	0,303	0,351	
	$F_n^{0,0}$	-0,107	0,563	-0,073	-0,233	-0,385	-0,634	0,552	
	$F_n^{1,8}$	-0,180	0,473	-0,253	-0,184	-0,145	-0,254	0,416	
	Obc. podpór F_n	-0,073	-0,090	-0,180	0,049	0,240	0,380	-0,136	

W polach szarych znajdują się wartości obliczone na podstawie wyników pomiarów (pola białe)

¹⁾ - Pomiar nie był realizowany

Otrzymane wyniki oddziaływania kratownicy na tężnik poddano analizie statystycznej zgodnie z zasadami przedstawionymi w pracy [196]. W analizie tej określono wartość średnią oddziaływania \bar{F}_n oraz odchylenie standardowe s . W analizie statystycznej obliczono również niepewność standardową oraz rozszerzoną zgodnie ze wzorami

$$u(x) = \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad (59)$$

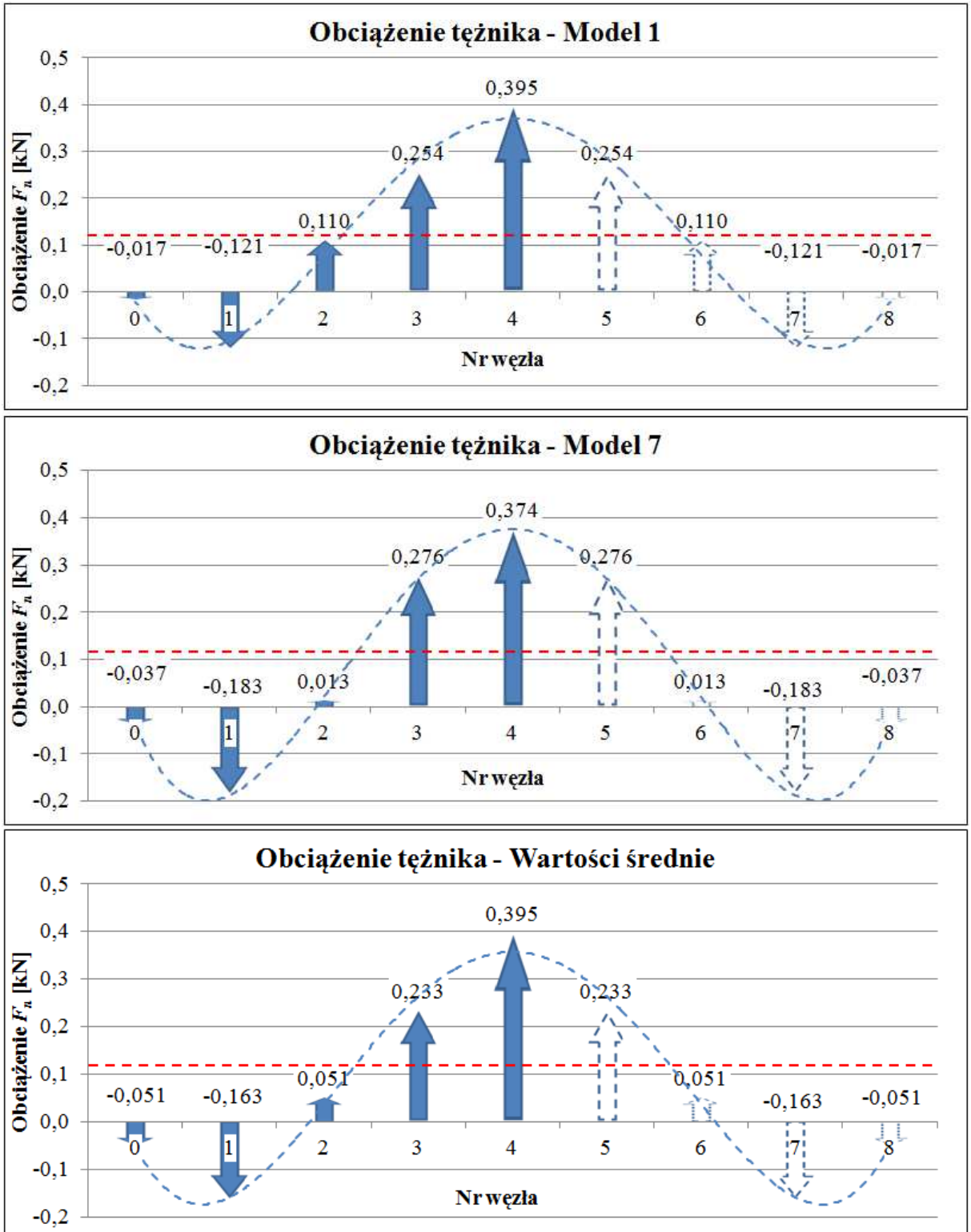
$$U(x) = u(x)k. \quad (60)$$

Współczynnik rozszerzenia k przyjęto zgodnie z rozkładem T-Studenta (dla próby o 9. stopniach swobody $v = n - 1$ i prawdopodobieństwa objęcia 95%, gdzie n jest to liczność próby) równy 2,26. Otrzymane wartości średnie, przedstawione w tabelicy 5.7 porównano z normowymi oraz teoretycznymi wartościami obciążenia tężnika obliczonymi w rozdziale 4.

Tablica 5.7. Analiza statystyczna otrzymanych wyników obciążenia tężnika

	Nr węzła							Ugięcie [mm]
	A	0	1	2	3	4	12	
Średnie wyniki doświadczalne [kN]	-0,164	-0,051	-0,163	0,051	0,233	0,395	-0,103	6,578
Odchylenie standardowe [kN]	0,096	0,021	0,023	0,042	0,034	0,036	0,039	0,746
Niepewność standardowa [kN]	0,032	0,007	0,008	0,014	0,011	0,012	0,013	0,236
Niepewność rozszerzona [kN]	0,073	0,016	0,018	0,032	0,026	0,027	0,030	0,533
Analiza normowa wg [1] pkt. 4.2.1 [kN]	¹⁾	0,060	0,120	0,120	0,120	0,120	¹⁾	-
Analiza teoretyczna wg [157] pkt. 4.2.2 [kN]	¹⁾	-0,083	-0,062	0,094	0,222	0,264	¹⁾	-
Analiza teoretyczna wg [50] pkt. 4.2.3 [kN]	¹⁾	-0,169	-0,143	0,113	0,309	0,382	¹⁾	-
¹⁾ Brak możliwości obliczenia wg metody normowej lub rozpatrywanych analiz teoretycznych								

Graficzne prezentacje poszczególnych wyników badań przedstawiono w załączniku Z8, Wybrane wyniki badań Modelu 1. i 7. oraz wartość uśrednioną przedstawiono w sposób graficzny na rysunku 5.24. Na wykresach tych normową wartość obciążenia tężnika przedstawiono czerwoną linią przerywaną, natomiast linią niebieską przedstawiono przybliżony kształt rozkładu obciążenia tężnika. Kształt ten uzyskano jako aproksymację wyników pomiarów funkcją wielomianową czwartego stopnia. Wyniki te potwierdzają wykazane w sposób analityczny rozbieżności pomiędzy zaleceniami normowymi a rzeczywistym obciążeniem tężnika od dźwigarów z imperfekcjami geometrycznymi.



Rys. 5.24. Graficzny rozkład obciążenia tężnika - modele przykładowe oraz wartości średnie

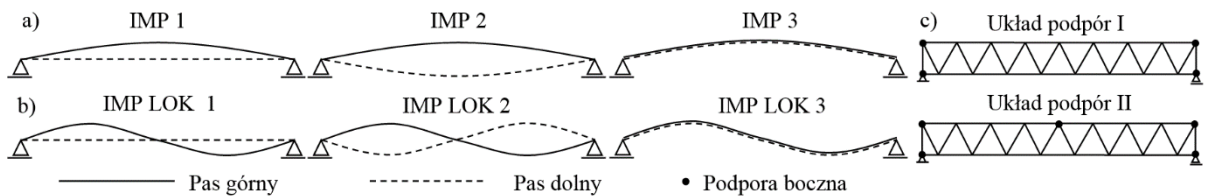
Przykładowe zdjęcia przedstawiające badania doświadczalne przedstawiono na rysunku 5.25.



Rys. 5.25. Zdjęcia z badań doświadczalnych: a) Model 1 – widok pasa górnego, b) Model 4 – widok czujników przemieszczeń (ugięcie kratownicy i podatność podpory na przesuw), c) Model 6 – widok pasów kratownicy, d) Model 8 – widok podpory skrajnej na węźle 0

5.4.2. Badanie stateczności kratownic z imperfekcjami

Analizę stateczności kratownic płaskich, rozpatrywano jako zagadnienie stateczności ich pasów ściskanych. Wynikiem drugiego etapu badań są ścieżki równowagi pasa górnego, badanych kratownic, zależne od wstępnych układów jednoczesnych imperfekcji z płaszczyzny obu pasów kratownicy, które przedstawiono na rysunku 5.26. Wywołując rozpatrywane układy imperfekcji globalnych starano się uzyskać przyjętą, wg normy [1], wartość maksymalnego wychylenia poprzecznego pasa e_0 równą $L/500 = 14,0$ mm oraz sinusoidalną krzywiznę imperfekcji. W przypadku imperfekcji lokalnych wartość e_0 przyjęto jak dla analizy sprężystej równą $L_i/200 = 17,5$ mm, gdzie L_i jest długością pasa pomiędzy punktami bocznego podparcia ($L_i = 3,5$ m).

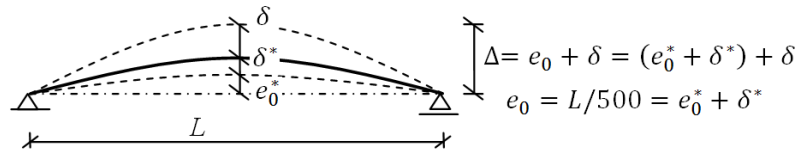


Rys. 5.26. Analizowane układy wstępnych imperfekcji pasów: a) układy imperfekcji globalnych (IMP 1, IMP 2, IMP 3), b) układy imperfekcji lokalnych (IMP LOK 1, IMP LOK 2, IMP LOK 3), c) układ bocznych podpór pasów

Przedstawione w załączniku Z2 wstępne imperfekcje pasów z płaszczyzny zostały oznaczone jako IMP 0. Układy imperfekcji IMP 1, IMP 2, IMP 3 zostały wywołane za pomocą zastępczego obciążenia poprzecznego, które zostało przyłożone zgodnie z opisanymi w rozdziale 5.3 szczegółami technicznymi stanowiska badawczego.

Pomiary przemieszczenia poziomego prowadzono we wszystkich węzłach kratownicy. Z uwagi na dużą liczbę danych, szczegółowe zestawienie poziomych przemieszczeń punktów pomiarowych, na każdym etapie obciążenia analizowanych modeli badawczych oraz wszystkich rozważanych układów imperfekcji przedstawiono w załączniku Z7. W niniejszym rozdziale, jako najistotniejsze wyniki, przedstawiono w formie tabelarycznej oraz graficznej zależność pomiędzy przemieszczeniem poziomym δ punktu wiodącego pasa górnego a obciążeniem węzłowym w analizowanych modelach badawczych i rozważanych układach imperfekcji. Jako punkt wiodący przyjęto węzeł nr 4 w przypadku układów imperfekcji lokalnych oraz węzeł nr 2 w przypadku układów imperfekcji lokalnych.

Ponieważ badane modele doświadczalne charakteryzowały się różnymi wartościami wstępnych imperfekcji z płaszczyzny, to w przypadku wywoływania zakładanych układów imperfekcji konieczne było wielokrotne testowanie różnych wartości obciążenia poprzecznego, aż do osiągnięcia zakładanej konfiguracji pasów. Poszczególne etapy deformacji pasa wraz z przyjętymi oznaczeniami przedstawiono na rysunku 5.27. W tabelicy 5.8-1/2 przedstawiono zarówno początkową imperfekcję pasa górnego e_0^* , jak i wstępną imperfekcję pasa e_0 uzyskaną po przyłożeniu obciążenia poprzecznego. W tabelicy tej, w celu przejrzystej prezentacji wyników, przedstawiono wartości względnego poziomego przemieszczenia pasa górnego δ . Podczas prowadzenia badań przyjmowano różne przyrosty obciążenia P .



Rys. 5.27. Poszczególne etapy deformacji pasa kratownicy

W czasie badania przeprowadzono również pewne doświadczenia pomocnicze w celu weryfikacji poprawności przyjętych metod i procedur badawczych:

1. Podczas badań modelu 1. zweryfikowano poprawność działania systemu przykładania obciążenia poprzecznego i jego wpływu na otrzymywane wyniki doświadczenia. Zostało to szczegółowo opisane w punkcie 5.3 niniejszego rozdziału. Skutkiem tego badania dodatkowego była modyfikacja systemu przykładania obciążenia zastępczego.

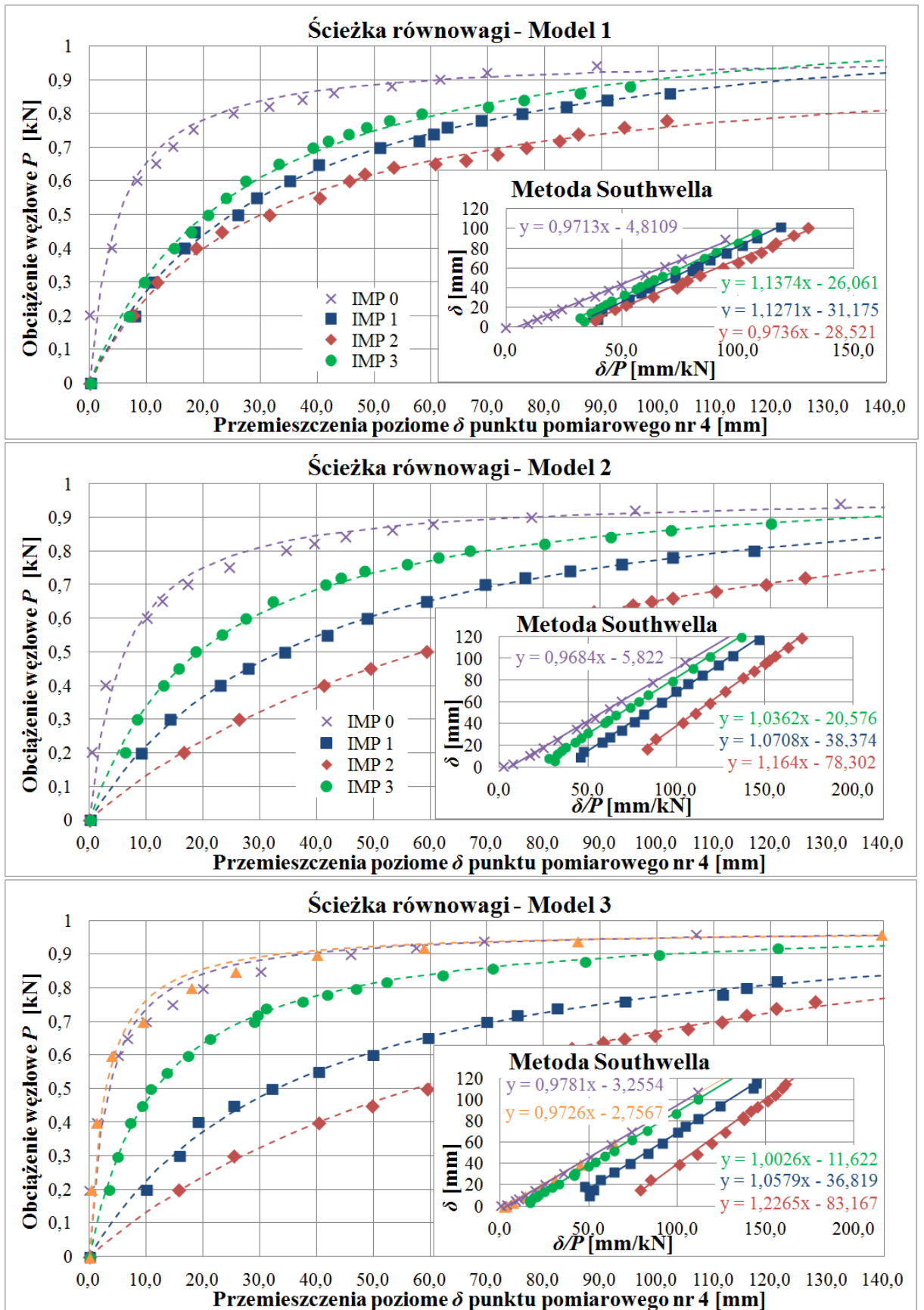
2. Podczas badań modelu 2. pomiar deformacji w przypadku układu imperfekcji IMP 0 powtórzono trzykrotnie w celu weryfikacji powtarzalności uzyskiwanych wyników doświadczenia. Badania te przeprowadzono w niewielkim odstępie czasowym z zachowaniem tych samych warunków zewnętrznych oraz całkowitym powtórzeniem procedury badawczej.

3. Podczas badań modelu 3. przeprowadzono badanie kratownicy w stanie "quasi-perfect". Stan ten wywołano poprzez przyłożenie odwrotnego obciążenia poprzecznego w celu eliminacji wstępnych imperfekcji geometrycznych z płaszczyzny pasów. Badanie to przeprowadzono w celu obserwacji ścieżki równowagi pasa ściskanego, maksymalnie zbliżonej do ścieżki krytycznej ustroju *perfect*.

Na podstawie otrzymanych wyników badań, osobno dla każdego modelu badawczego oraz każdego układu imperfekcji, zgodnie z metodą *Southwella* określono obciążenie krytyczne kratownicy oraz wstępną, umowną imperfekcję pasa górnego. Uzyskane wartości wykorzystano do sporządzenia wykresu ścieżki równowagi w postaci funkcji zgodnej ze wzorem (9). Funkcje te przedstawiono na rysunku 5.28 liniami przerywanymi.

Tablica 5.8-2. Wyniki badań doświadczalnych - stateczność kratownicy - część 2

P [kN]	Model 2 c.d.			Przemieszczenie δ [mm] - Model 3				
	IMP 1	IMP 2	IMP 3	"PERF"	IMP 0	IMP 1	IMP 2	IMP 3
Imperfekcja początkowa e_0^* [mm]	5,4			10,4				
Imperfekcja wstępna e_0 [mm]	14,272	14,658	14,354	0,050	10,4	14,036	14,036	14,025
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,20	9,104	16,600	6,146	0,276	0,089	9,984	15,777	3,300
0,30	14,201	26,370	8,347	-	-	15,777	25,393	4,877
0,40	23,029	41,275	12,867	1,068	1,432	19,002	40,339	7,125
0,45	27,965	49,574	15,670	-	-	25,393	49,874	9,221
0,50	34,293	59,344	18,549	-	-	32,117	59,562	10,635
0,55	41,839	70,006	23,313	-	-	40,339	69,902	13,523
0,60	48,892	82,306	27,487	3,878	5,205	49,874	82,410	17,328
0,62	-	88,829	-	-	-	-	85,018	-
0,64	-	95,731	-	-	-	-	90,521	-
0,65	59,344	99,000	32,274	-	6,705	59,562	94,245	21,223
0,66	-	102,754	-	-	-	-	99,606	-
0,68	-	110,444	-	-	-	-	105,387	-
0,70	69,700	119,232	41,464	9,376	10,059	69,902	111,459	28,881
0,72	76,588	126,060	44,166	-	-	75,264	115,731	29,610
0,74	84,639	-	48,335	-	-	82,410	121,065	30,980
0,75	-	-	-	-	14,710	-	-	-
0,76	93,755	-	55,900	-	-	94,245	127,818	37,539
0,78	102,749	-	61,328	-	-	111,459	-	41,737
0,80	117,106	-	66,912	17,804	20,045	115,731	-	46,833
0,82	-	-	80,137	-	-	121,065	-	52,339
0,84	-	-	91,806	-	-	-	-	62,076
0,85	-	-	-	25,595	30,331	-	-	-
0,86	-	-	102,322	-	-	-	-	71,043
0,88	-	-	119,970	-	-	-	-	87,220
0,90	-	-	-	40,029	46,087	-	-	100,242
0,92	-	-	-	58,824	57,641	-	-	121,210
0,94	-	-	-	85,867	69,676	-	-	-
0,96	-	-	-	139,458	106,974	-	-	-



Rys. 5.28. Ścieżki równowagi modeli badawczych w analizowanych układach imperfekcji globalnych wraz z metodą Southwella

Wyznaczone metodą *Southwella* obciążenia krytyczne zestawiono w tabelicy 5.9. Wartości te uśredniono oraz wykorzystano do określenia rzeczywistego współczynnika długości wyboczeniowej zgodnie ze wzorem *Eulera*. Otrzymana wartość współczynnika długości wyboczeniowej jest korzystniejsza niż wartość zalecana w normie **EC3**, co jest zgodne z wcześniejszymi badaniami dotyczącymi długości wyboczeniowej pasów ściskanych kratownic.

Tablica 5.9. Obciążenie krytyczne badanych modeli w przypadku układu podpór I

	Obciążenie krytyczne [kN]				Siła krytyczna w pasie ściskającym [kN]	Współczynnik długości wyboczeniowej
	Model 1	Model 2	Model 3	Wartość średnia		
IMP 0	0,97	0,97	0,98	1,06	10,4	0,38
IMP 1	1,13	1,07	1,06			
IMP 2	0,97	1,16	1,23			
IMP 3	1,14	1,04	1,00			

Przedstawione w tabelicy 5.8-1/2 (kolumna 6,7,8) wyniki pomiarów badania dodatkowego, w którym trzykrotnie określono ścieżkę równowagi pasa górnego (Model 2 - IMP 0) charakteryzują się dobrą powtarzalnością. W tabelicy tej (kolumna 9) przedstawiono również wartości średnie. Obliczone dodatkowo, maksymalne odchylenie standardowe tych pomiarów w przypadku wartości obciążenia P większych niż 0,4 kN wynosi 4,9% średniej wartości 12,657 mm, uzyskanej dla obciążenia $P = 0,65$ kN. Uzyskana dobra powtarzalność wyników świadczy o odporności stanowiska na wpływ czynników losowych.

Opracowana ścieżka równowagi w przypadku układu "*quasi-perfect*" przedstawiona na rys. 5.23 (Model 3 - PERFECT) jest bardzo zbliżona do układu IMP 0. Może to świadczyć o wpływie imperfekcji naprężeniowych na ścieżkę równowagi pasa górnego, ponieważ w miejsce istniejącej imperfekcji geometrycznej wprowadzono naprężenia od przyłożonego obciążenia poprzecznego. W przypadku tym wpływa na ścieżkę równowagi mają również imperfekcje, których nie niwelowano, takie jak: imperfekcje pasów "w płaszczyźnie", imperfekcje przyłożenia obciążenia oraz imperfekcje skratowania.

Kolejnym etapem badań stateczności kratownicy była analiza wpływu wybranych układów imperfekcji lokalnych. W celu wywołania odpowiedniego kształtu imperfekcji w węzle 4 wprowadzono sztywną, ze względu na przesuw poziomy podporę. Zestawienie otrzymanych wyników przedstawiono w tabelicy 5.10.

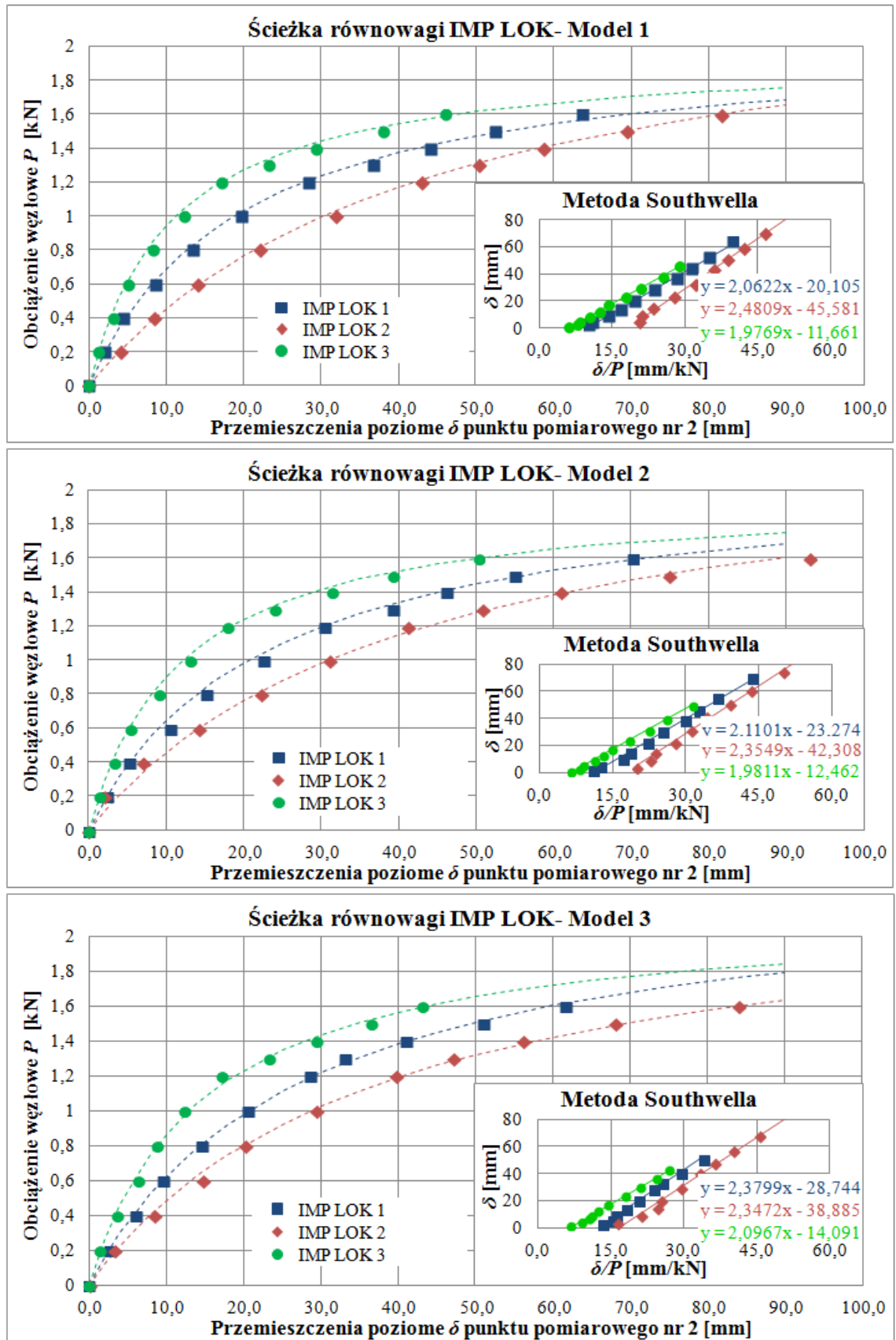
Tablica 5.10. Wyniki badań doświadczalnych - stateczność kratownicy z imperfekcjami lokalnymi

P [kN]	Przemieszczenie δ [mm] - Węzeł nr 2 Model 1			Przemieszczenie δ [mm] - Węzeł nr 2 Model 2			Przemieszczenie δ [mm] - Węzeł nr 2 Model 3		
	IMP LOK 1	IMP LOK 2	IMP LOK 3	IMP LOK 1	IMP LOK 2	IMP LOK 3	IMP LOK 1	IMP LOK 2	IMP LOK 3
Imperfekcja początkowa e_0^* [mm]	1,2			1,8			2,2		
Imperfekcja wstępna e_0 [mm]	16,957	16,548	16,348	17,142	17,478	17,220	17,348	17,678	17,475
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,20	2,057	4,106	1,200	2,405	3,997	1,301	2,645	3,228	1,309
0,40	4,377	8,433	3,106	5,206	9,043	3,258	6,077	8,427	3,619
0,60	8,524	14,036	5,006	10,445	14,268	5,325	9,609	14,700	6,317
0,80	13,417	22,123	8,199	15,232	22,176	8,994	14,524	20,228	8,810
1,00	19,691	31,934	12,306	22,492	31,046	13,054	20,600	29,411	12,329
1,20	28,407	43,000	17,109	30,493	41,157	17,907	28,587	39,688	17,119
1,30	36,740	50,309	23,199	39,182	50,767	24,017	33,082	47,183	23,333
1,40	44,097	58,692	29,299	46,212	60,876	31,327	41,049	56,150	29,350
1,50	52,401	69,506	36,000	55,072	74,979	39,255	50,907	68,100	36,449
1,60	63,701	81,700	45,966	70,216	92,979	50,265	61,670	83,988	43,113

Uzyskane ścieżki równowagi wraz z wykresami metody *Southwella* przedstawiono na rysunku 5.29. Na rysunku tym przedstawiono także obliczone zgodnie z metodą *Southwella* wartości obciążenia krytycznego oraz wstępnych imperfekcji pasa górnego. Podobnie jak w przypadku imperfekcji lokalnych określono średnie obciążenie krytyczne, które wykorzystano do obliczenia rzeczywistego współczynnika długości wyboczeniowej pasa ściskanego. Wyniki te przedstawiono w tablicy 5.11.

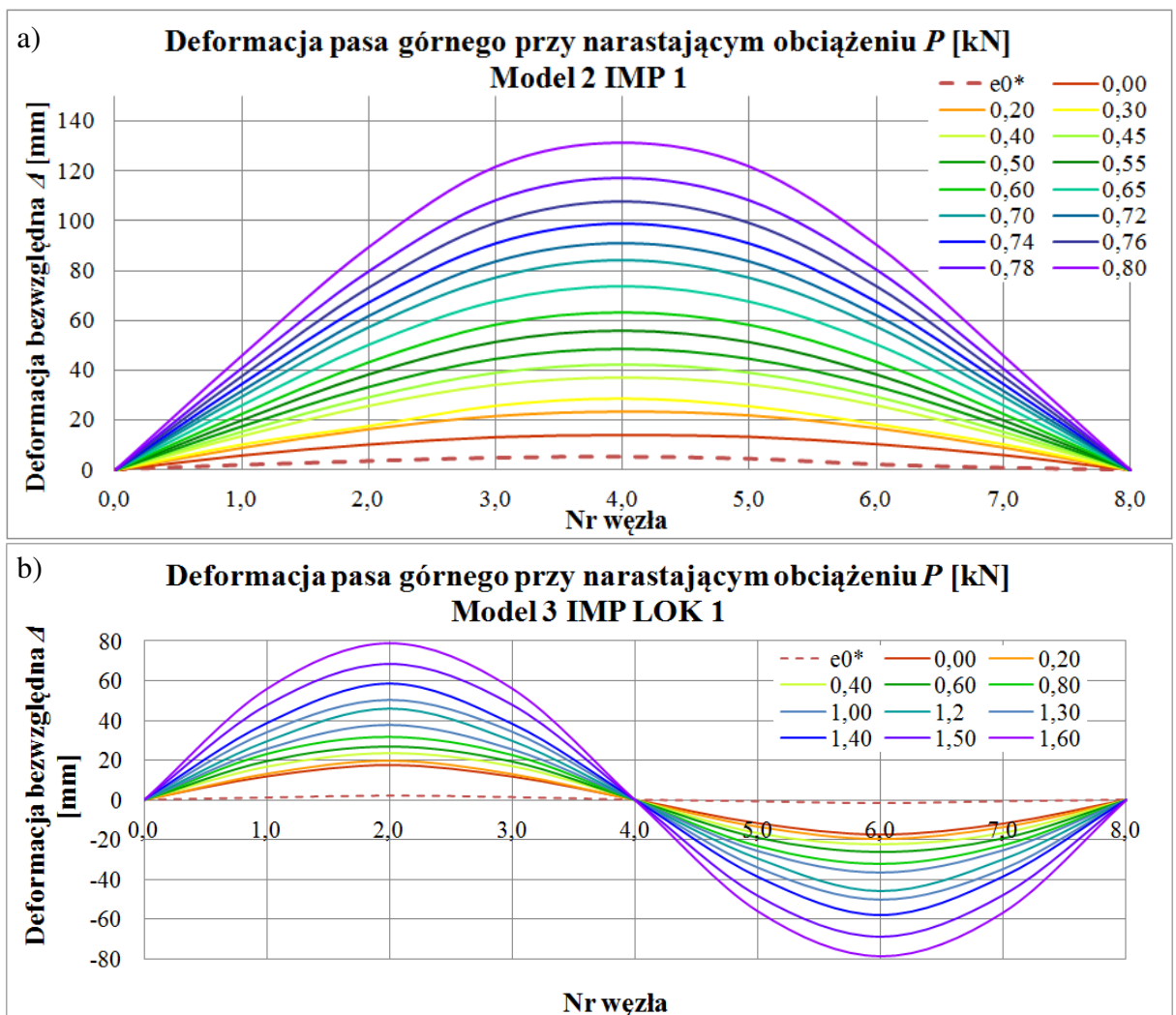
Tablica 5.11. Obciążenie krytyczne badanych modeli w przypadku występowania podpory bocznej w środku rozpiętości pasa górnego (układ podpór II, rys. 5.26.)

	Obciążenie krytyczne [kN]				Siła krytyczna w pasie ściskanym [kN]	Współczynnik długości wyboczeniowej
	Model 1	Model 2	Model 3	Wartość średnia		
IMP 1	2,06	2,48	1,98	2,20	23,4	0,51
IMP 2	2,11	2,35	1,98			
IMP 3	2,38	2,35	2,10			



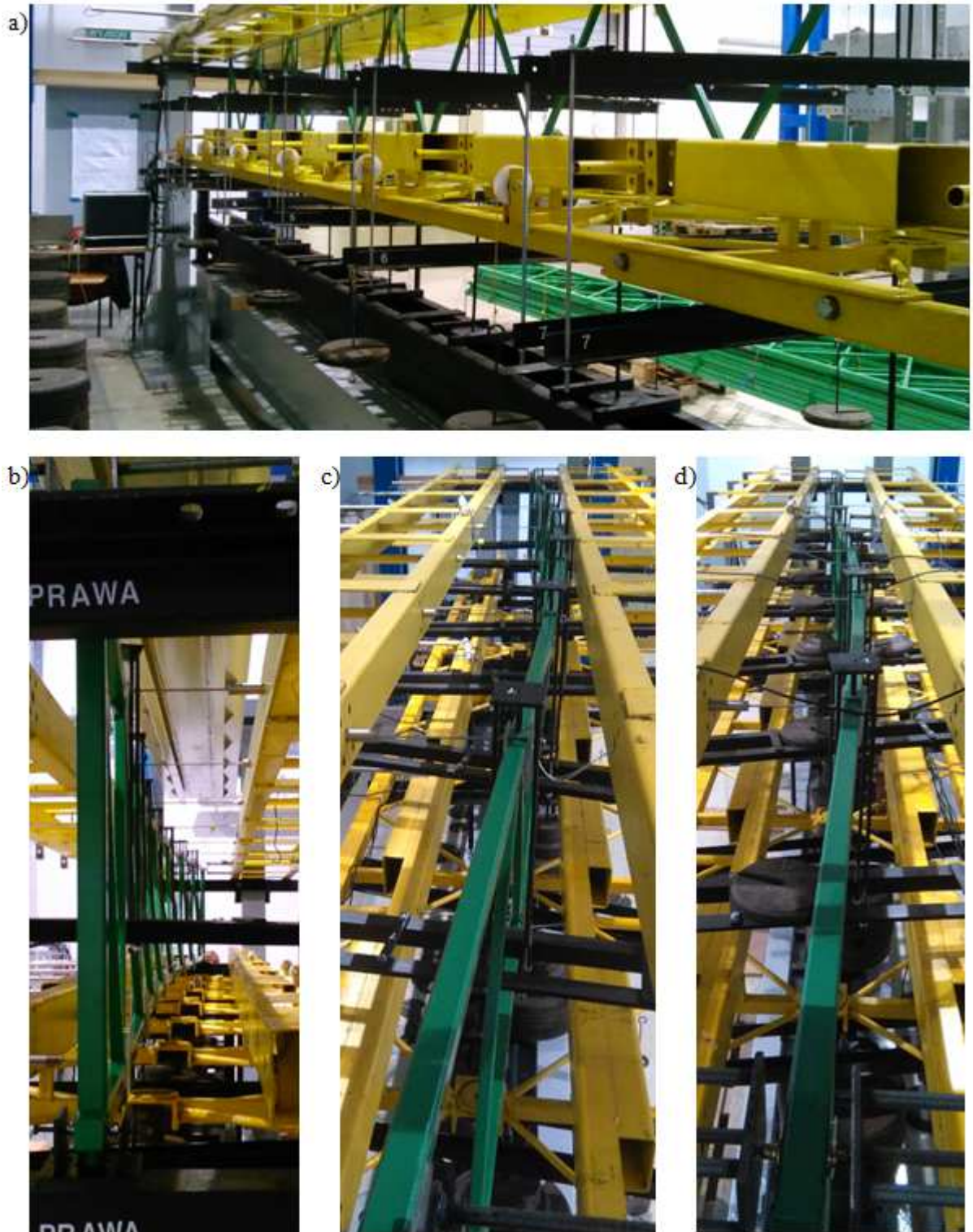
Rys. 5.29. Ścieżki równowagi modeli badawczych w analizowanych układach imperfekcji lokalnych wraz z metodą Southwella

Otrzymane wyniki wskazują jednoznacznie na wpływ rozważanych układów imperfekcji globalnych, jak i lokalnych na ścieżkę równowagi pasa górnego kratownicy. Pomimo, iż we wszystkich rozważanych układach wstępna imperfekcja pasa e_0 jest zbliżona do wartości dopuszczalnej, to zaobserwowano znaczne spłaszczenie ścieżek równowagi w przypadku układu IMP 2 oraz IMP LOK 2 (przeciwna imperfekcja pasów) oraz zmniejszenie spłaszczenia w przypadku układu IMP 3 oraz IMP LOK 3 (jednostronna imperfekcja pasów). Świadczy to o dużym wpływie wstępnej imperfekcji pasa dolnego na ścieżkę równowagi pasa górnego, a co za tym idzie na wartość obciążenia granicznego kratownicy. Poszczególne etapy deformacji pasa, przy narastającym obciążeniu P przedstawiono na rysunku 5.30. Przedstawione deformacje dotyczą pasa górnego modelu 2. w przypadku układu wstępnej imperfekcji IMP 1 (rys. 5.30.a) oraz pasa górnego modelu 3. w przypadku układu imperfekcji lokalnych IMP LOK 1 (rys. 5.30.b).



Rys. 5.30. Przykładowe deformacja pasa górnego: a) Model 2, IMP 1, b) Model 3, IMP LOK 1

Wybrane zdjęcia przedstawiające badania doświadczalne przedstawiono na rysunku 5.31.



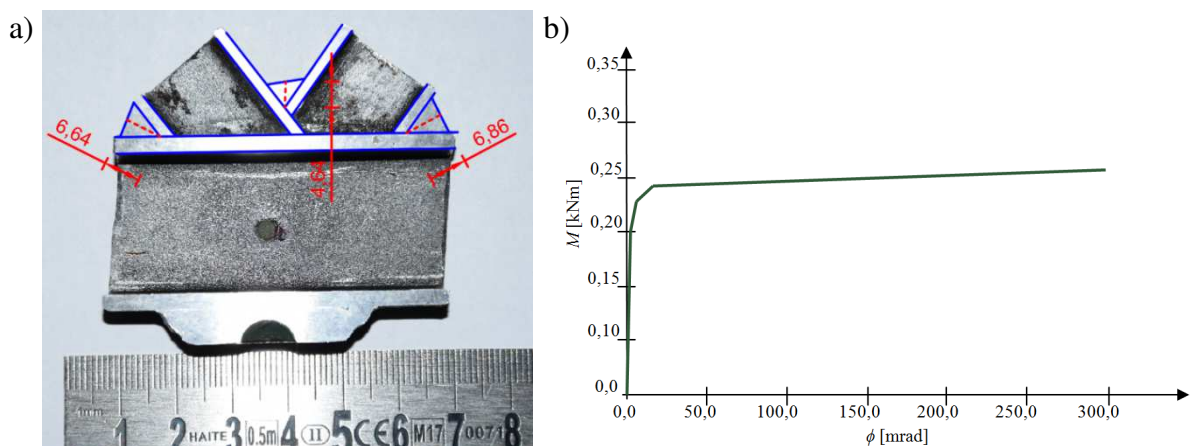
Rys. 5.31. Zdjęcia z badań doświadczalnych: a) Model 1 - IMP 2 - widok obciążenia poprzecznego, b) Model 2 - IMP 1, obciążenie $P = 0,8$ kN, c) Model 3 - IMP 2, obciążenie $P = 0,76$ kN, d) Model 2 - IMP LOK 2, obciążenie $P = 1,4$ kN

6. Analizy numeryczne

Przedstawione w rozdziale 5. wyniki badań doświadczalnych wykazują zgodność jakościową z analizami teoretycznymi. Potwierdzono doświadczalnie występowanie miejsca zmiany znaku obciążenia tężnika w strefie przypodporowej oraz wyższe wartości obciążenia w środku przęsła tężnika w stosunku do analizy normowej. Pomimo zgodności jakościowej, wyniki doświadczalne wykazują pewne rozbieżności ilościowe względem analizy teoretycznej. Ponadto, przeprowadzone badania doświadczalne nie odzwierciedlają wszystkich możliwych przypadków geometrii i obciążenia układu kratownica-tężnika. Uznano więc za konieczne, przeprowadzenie numerycznej analizy modelu doświadczalnego oraz numerycznych analiz parametrycznych.

Główne analizy numeryczne przeprowadzono z użyciem oprogramowania SOFiSTiK Structural Desktop przy zastosowaniu Metody Elementów Skończonych [177]. Zastosowane w badaniach doświadczalnych oraz stosowane powszechnie rozwiązania projektowe kratownic płaskich, charakteryzują się przekrojami niewrażliwymi na lokalną utratę stateczności, dlatego też zdecydowano się na stosowanie prętowych elementów skończonych. Wybór ten uzasadniono poprzez porównanie ścieżek równowagi wydzielonego pasa górnego z łukową imperfekcją wstępną e_0 modelowanego za pomocą elementów prętowych oraz powłokowych z teoretycznie wyznaczoną ścieżką równowagi. Uzyskane w ten sposób ścieżki równowagi pokrywały się.

Podczas numerycznego modelowania modelu badawczego przyjęto sztywne połączenie wykratowania z pasami, z uwagi na spawane połączenia węzłów. Założenie to potwierdzono analizą numeryczną węzła w programie IDEA STATICA [95]. Rzeczywiste grubości spoin pomierzono na zeszlifowanych próbkach węzłów przedstawionych na rysunku 6.1.a



Rys. 6.1. Węzły modelu badawczego: a) widok węzła kratownicy, b) charakterystyka węzła

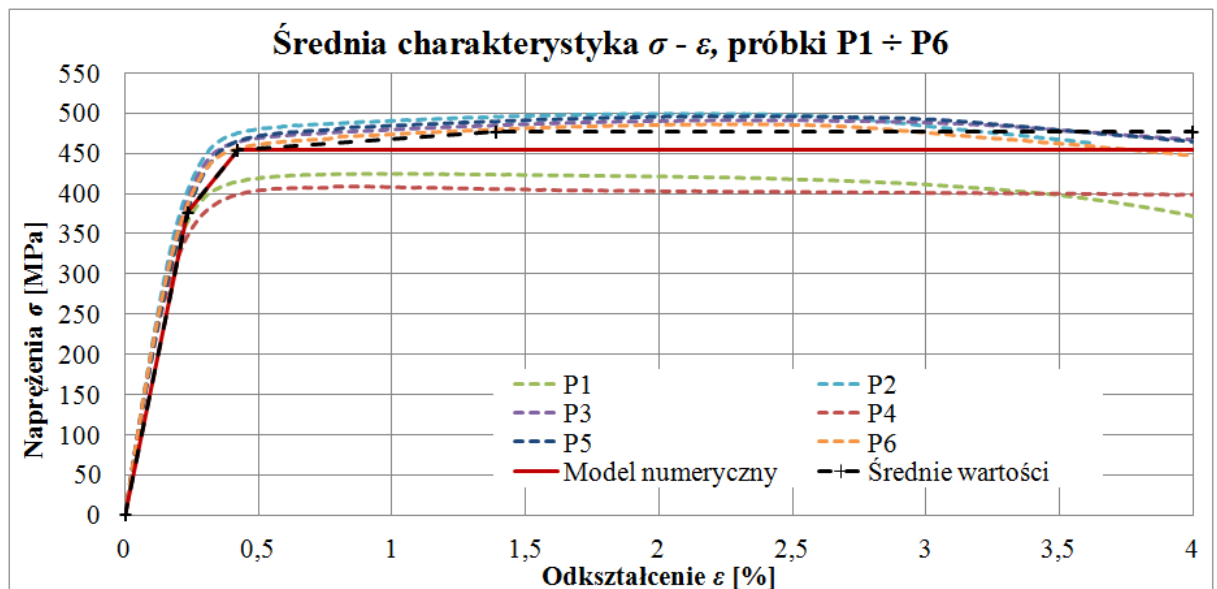
6.1. Walidacja modelu numerycznego z wynikami badań doświadczalnych

Pierwszym celem przeprowadzonych analiz numerycznych była walidacja względem wyników badań eksperymentalnych. Opracowany w tym celu model numeryczny odpowiadał nominalnej geometrii modelu badawczego przedstawionej na rysunku 5.2. Model numeryczny zbudowano z prętowych elementów skończonych o sześciu stopniach swobody w każdym

węzle. Przyjęto pasy ciągłe oraz sztywne połączenie prętów wykratowania z pasami. Tężnik połaciowy zastąpiono nieprzesuwnymi podporami bocznymi. Analizy numeryczne MES przeprowadzono jako przestrzenne z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i materiałowej oraz imperfekcji (analiza **GMNIA**).

Istotnym elementem przygotowywania modelu numerycznego na tym etapie było uwzględnienie pomierzonych, średnich cech geometrycznych przekroju oraz cech wytrzymałościowych materiału [152]. W modelu numerycznym przyjęto uśrednione cechy geometryczne przekrojów, określone na podstawie pomiarów opisanych w punkcie 5.2.1. Na podstawie otrzymanych charakterystyk $\sigma - \varepsilon$, uzyskanych podczas prób rozciągania próbek płaskich

i rurowych określono średnie cechy wytrzymałościowe materiału, które posłużyły do sporządzenia trzy-liniowej (sprężysto - plastycznej) charakterystyki materiału. Charakterystykę tę przedstawiono na rysunku 6.2 kolorem czerwonym. Przyjęto jednakową charakterystykę zarówno w przypadku naprężeń ściskających, jak i rozciągających.



Rys. 6.2. Przyjęta charakterystyka materiałowa w modelu numerycznym oraz wybrane wyniki próby rozciągania próbek płaskich (próbki P1 ÷ P6)

Numeryczną analizę badań doświadczalnych poprzedzono analizą zbieżności wybranych rezultatów, ze względu na poziom dyskretyzacji modelu numerycznego oraz dokładność i czas wykonywania obliczeń numerycznych. Rozpatrywano podział na 2, 5, 10 i 20 elementów skończonych w każdym przecie pomiędzy węzłami kratownicy. Dokładność wykonywania obliczeń modyfikowano postępowo geometrycznym (współczynnik 10 lub 0,1), zwiększając zarówno liczbę iteracji (od 100 do 10 000), jak i wymaganą tolerancję rozwiązań pomiędzy kolejnymi iteracjami (od 0,001 do 0,00001).

Analizowano takie wyniki jak:

- węzłowe obciążenie krytyczne kratownicy w stanie *perfect*,
- obciążenie "tężnika" w stanie *imperfect*,

- ścieżki równowagi w stanie *imperfect*.

Przeprowadzone analizy wskazują na bardzo dobrą zbieżność rozpatrywanych wyników z uwagi na poziom dyskretyzacji i dokładność obliczeń. Analizowane wyniki praktycznie pokrywają się we wszystkich przypadkach dyskretyzacji oraz dokładności obliczeń. Wynika to bezpośrednio ze sposobu budowania modelu numerycznego w programie, w którym to, współrzędne przestrzenne punktów, będących węzłami kratownicy zdefiniowano w sposób bezpośredni. Uzyskano w ten sposób podział każdego z pasów na minimum 16 elementów skończonych (8 odcinków pomiędzy węzłami, min. 2 elementy skończone w każdym odcinku). Czas wykonywania obliczeń numerycznych w przypadku największego rozpatrywanego poziomu dyskretyzacji oraz największej liczby iteracji wynosił nie więcej niż 300 sekund.

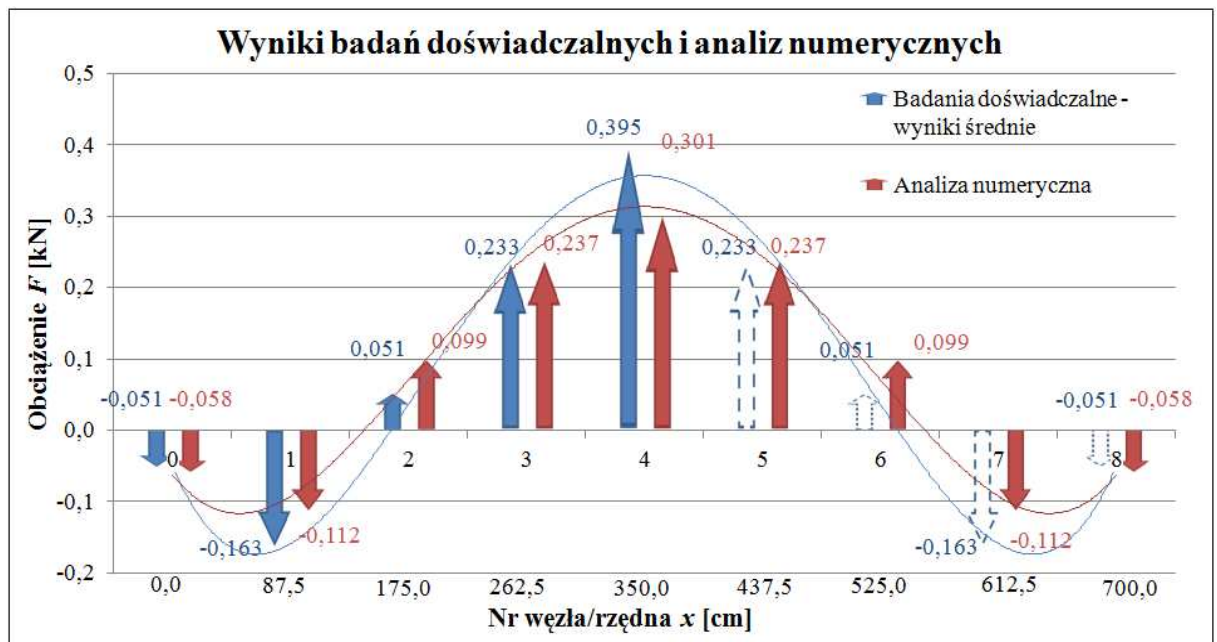
Z uwagi na bardzo dobrą zbieżność otrzymywanych wyników oraz niewielki czas wykonywania obliczeń numerycznych, zdecydowano się na stosowanie modelu numerycznego o wysokim podziale na elementy skończone (20 elementów pomiędzy węzłami) i średniej dokładności (1000 iteracji, tolerancja 0,0001). Duża liczba elementów skończonych na długości pasów pozwoliła ponadto uzyskać gładki kształt definiowanych imperfekcji. Dla tak przyjętych parametrów wykonano walidację modelu numerycznego w stosunku do wyników badań. Wyniki analiz numerycznych zestawiono w tablicy 6.1. W celach porównawczych imperfekcję geometryczną pasa górnego wywoływano na dwa sposoby: za pomocą modelowania bezpośredniego oraz za pomocą wymuszonego przemieszczenia podpór.

Tablica 6.1. Porównanie wyników numerycznych z badaniem doświadczalnym i analizą teoretyczną

Obciążenie tężnika od dźwigara z imperfekcjami		Obciążenie "tężnika" [kN] w węzle nr						
		A	0	1	2	3	4	12
Analiza numeryczna (bezpśrednie modelowanie imperfekcji)		-0,179	-0,073	-0,114	0,101	0,246	0,300	-0,130
Analiza numeryczna (przemieszczenie podpór)	$F_n^{0,0}$	-0,111	0,149	-0,024	-0,026	-0,058	-0,073	0,106
	$F_n^{1,8}$	-0,286	0,091	-0,136	0,073	0,179	0,228	-0,021
	$F_n^{1,8} - F_n^{0,0}$	-0,175	-0,058	-0,112	0,099	0,237	0,301	-0,127
Uśrednione wartości doświadczalne wg tab. 5.3		-0,164	-0,051	-0,163	0,051	0,233	0,395	-0,103
Analiza normowa wg [1]		-	0,060	0,120	0,120	0,120	0,120	-
Analiza teoretyczna wg [157]		-	-0,083	-0,062	0,094	0,222	0,264	-
Analiza teoretyczna wg [50]		-	-0,169	-0,143	0,113	0,309	0,382	-

Zestawione w tablicy 6.1 wyniki analiz numerycznych, badań doświadczalnych i analiz teoretycznych wykazują bardzo dobrą zgodność jakościową. We wszystkich węzłach otrzymano zgodność zwrotów sił oddziaływania kratownicy na tężnik oraz znakozmienny rozkład obciążenia (zmian znaku pomiędzy węzłami 1 i 2) a maksymalne oddziaływanie na podpory poprzeczne (tężnik), występuje w węzle 4 w środku rozpiętości kratownicy. Obciążenie to

stanowi odpowiednio: 329% (w przypadku badań doświadczalnych) oraz 251% (w przypadku analiz numerycznych) obciążenia normowego. Zgodność ilościowa pomiędzy analizą numeryczną a badaniem doświadczalnym jest zadowalająca. W przypadku węzłów nr 4 i 1, 7 uzyskano mniejsze wartości oddziaływania niż w przypadku badań doświadczalnych o odpowiednio 24% oraz 31%, natomiast w przypadku węzłów 0, 8 oraz 2, 6 uzyskano wartości większe o odpowiednio 18% oraz 94%. Wartości uzyskane w węzłach 3, 5 są najbardziej zbliżone do siebie. Różnica pomiędzy oddziaływaniem w przypadku analizy numerycznej oraz badania doświadczalnego nie przekracza w tych węzłach 2%. Należy zaznaczyć, że węzły 2 oraz 6 znajdują się najbliżej miejsca zmiany znaku, a pomierzone w nich oddziaływanie jest najbardziej wrażliwe na wszelkie niedokładności, stąd tak duże rozbieżności ilościowe (94%). Przedstawione na rysunku 6.3 wartości poszczególnych oddziaływań przedstawiają rozkład obciążenia tężnika od dźwigara z imperfekcjami oraz uzyskaną zgodność badań doświadczalnych i analiz numerycznych. Opisane rozbieżności ilościowe mogą wynikać z niewielkich luzów technologicznych, zaobserwowanych w podporach poprzecznych pasa, które wpływały na kształt imperfekcji w badaniach doświadczalnych. Uzyskane w analizie numerycznej wyniki obciążenia tężnika, otrzymane przy zastosowaniu metody bezpośredniego modelowania imperfekcji oraz wymuszonego przemieszczenia podpór są stosunkowo zgodne, można zatem uznać, że metody te można stosować zamiennie.



Rys. 6.3. Porównanie średnich wyników doświadczalnych (rys. 5.24) i analizy numerycznej

Zestawione w tabelicy 6.1 wyniki wskazują pewne rozbieżności ilościowe pomiędzy wynikami uzyskanymi na podstawie analizy numerycznej i doświadczalnej a wynikami analiz teoretycznych wg [157] i [50]. Jest to wynikiem pewnych uproszczeń i założeń metod teoretycznych. Obie rozważane metody bazują bowiem na początkowej, imperfekcyjnej geometrii kratownicy, nieodkształconej sprężystości pod wpływem obciążenia P . Pas dolny kratownicy jest z reguły rzadziej podparty niż pas górny, co może umożliwiać pewną swobodę poprzecz-

nej deformacji pasa dolnego pod wpływem obciążenia zewnętrznego. Może to prowadzić do zmiany kąta pochylenia skratowania, co wpływa na zmianę składowej F_ϕ obliczanej w analizach teoretycznych. Wpływ sprężystej deformacji pasa dolnego na obciążenie tężnika obliczane wg prac [157] i [50] został zasugerowany w pracy [148]. Zostało to potwierdzone poprzez dodatkowe analizy numeryczne rozpatrywanego modelu badawczego z uwzględnieniem dwóch dodatkowych wariantów podparcia pasa dolnego:

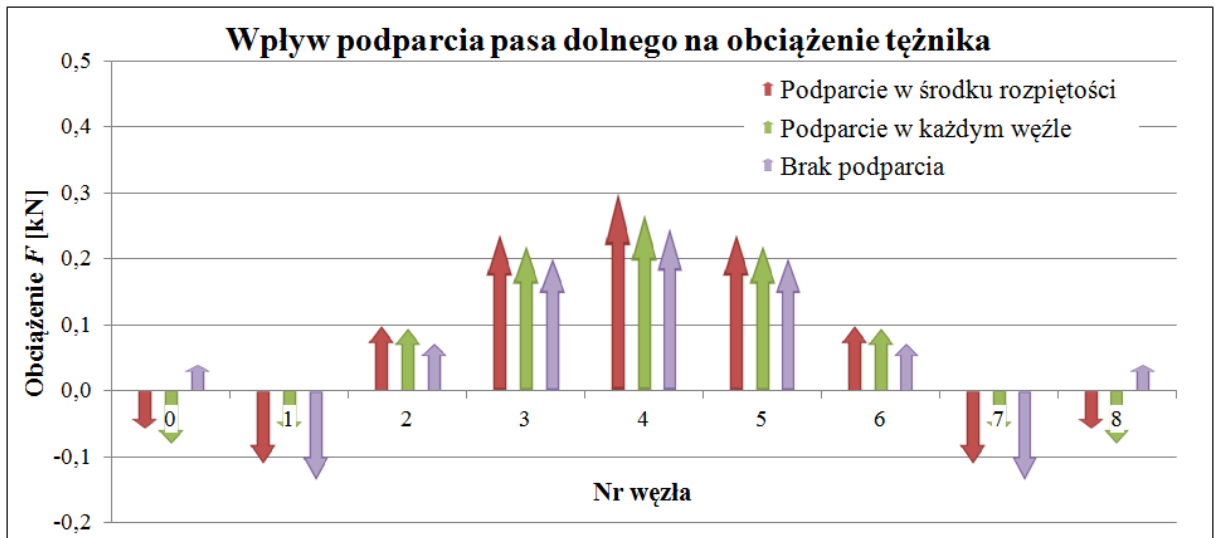
- sztywne, ze względu na przesuw boczny, podparcie pasa dolnego w każdym węźle;
- brak bocznego podparcia pasa dolnego.

Otrzymane wyniki dodatkowych analiz numerycznych zestawiono w tabelicy 6.2 oraz przedstawiono na rysunku 6.4.

Tablica 6.2. Wpływ sprężystej deformacji pasa dolnego na obciążenie tężnika

Schemat podparcia pasa dolnego		Obciążenie "tężnika" [kN] w węźle nr						
		A	0	1	2	3	4	12
Analiza podstawowa (podparcie w środku rozpiętości)	$F_n^{0,0}$	-0,111	0,149	-0,024	-0,026	-0,058	-0,073	0,106
	$F_n^{1,8}$	-0,286	0,091	-0,136	0,073	0,179	0,228	-0,021
	$F_n^{1,8} - F_n^{0,0}$	-0,175	-0,058	-0,112	0,099	0,237	0,301	-0,127
Podparcie w każdym węźle	$F_n^{0,0}$	-0,148	0,164	-0,036	-0,039	-0,056	-0,055	0,054
	$F_n^{1,8}$	-0,148	0,083	-0,099	0,056	0,164	0,212	0,048
	$F_n^{1,8} - F_n^{0,0}$	0,000	-0,081	-0,063	0,095	0,220	0,267	-0,006
Brak podparcia	$F_n^{0,0}$	-0,009	0,056	-0,011	-0,011	-0,018	-0,015	-
	$F_n^{1,8}$	-0,310	0,096	-0,146	0,061	0,183	0,232	-
	$F_n^{1,8} - F_n^{0,0}$	-0,301	0,040	-0,135	0,072	0,201	0,247	-

Warto zauważyć, że w przypadku stężenia bocznego pasa dolnego, występującego w każdym węźle uzyskujemy wartości oddziaływania zbieżne z wartościami teoretycznymi, obliczonymi na podstawie zależności przedstawionych w pracy [157]. Natomiast w przypadku braku podparcia pasa dolnego pojawiają się dodatkowe miejsca zmiany znaku oddziaływania przy podporach. Przeprowadzone analizy numeryczne potwierdzają wpływ sprężystej deformacji pasa dolnego na obciążenie tężnika.



Rys. 6.4. Porównanie oddziaływania na tężnik w przypadku różnych układów stężenia poprzecznego pasa dolnego

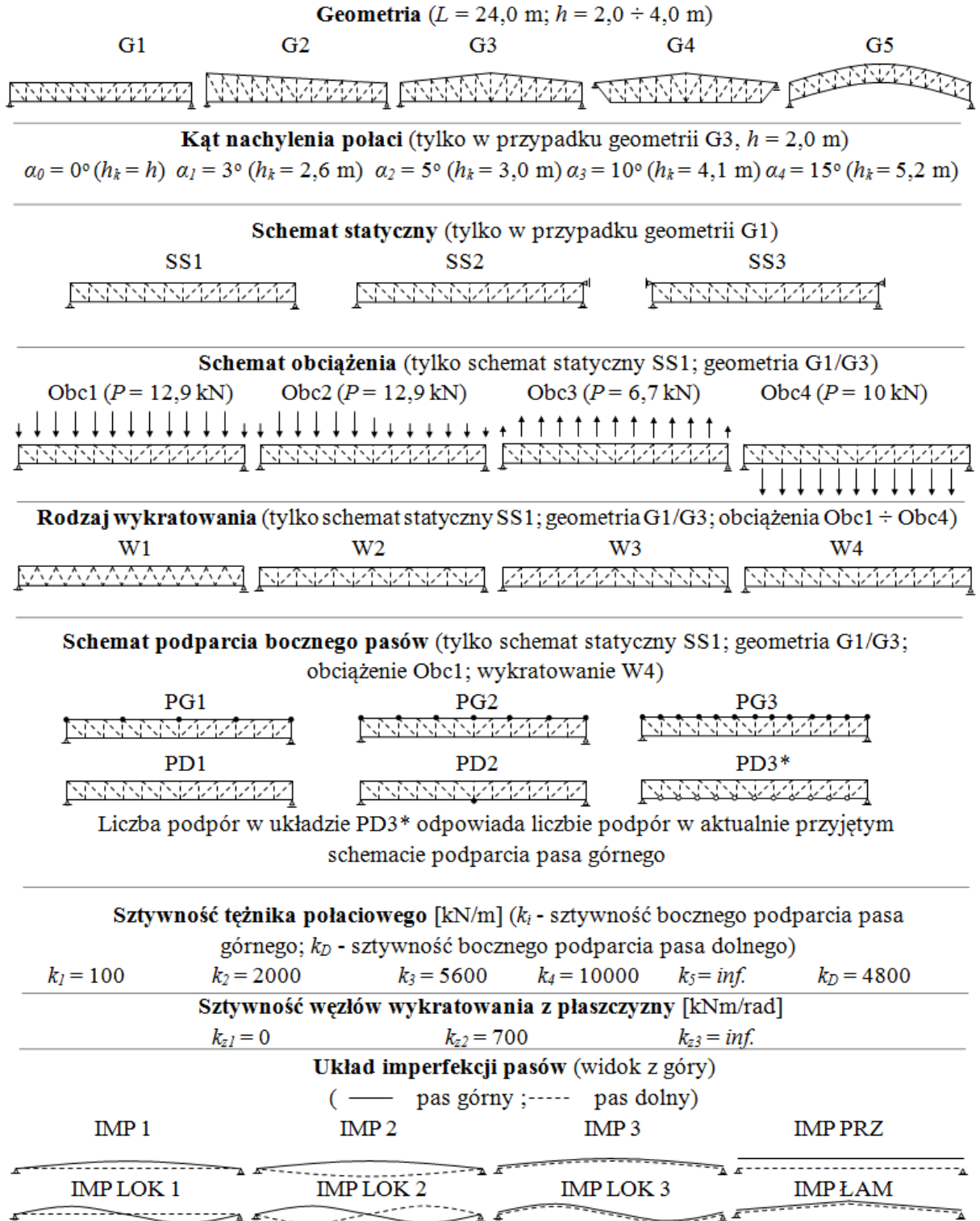
6.2. Obciążenie typowego tężnika połaciowego od przykładowego dźwigara kratowego z imperfekcjami - analizy parametryczne

Wykonane do tej pory badania doświadczalne z uwagi na możliwości technologiczne stanowiska badawczego dotyczyły siedmiometrowej kratownicy o smukłych pasach równoległych oraz smukłym wykratowaniu. Rzeczywiste dźwigary kratowe charakteryzują się większą rozpiętością od 18,0 do 36,0 m [47] oraz często pochyłym pasem górnym. Często stosowanym rozwiązaniem jest także kratownica z opuszczonym pasem dolnym. W związku z tym, przeprowadzono obszernie parametryczne analizy numeryczne w celu potwierdzenia zaobserwowanych zależności pomiędzy imperfekcjami a obciążeniem połaciowego tężnika poprzecznego.

Przeprowadzone analizy parametryczne obejmowały takie parametry jak: geometria dźwigara, rozkład obciążenia, schemat statyczny dźwigara, schemat i sztywność podparcia bocznego kratownicy oraz układ imperfekcji. Z uwagi na dużą liczbę parametrów zdecydowano się na definicję modelu numerycznego w module tekstowym za pomocą zdefiniowanych przez autora parametrów zmiennych. Pozwoliło to zmniejszyć ilość czasu potrzebną na każdorazowe modelowanie kratownicy. Właściwy tekst programu przedstawiono w załączniku Z9.

Do celów analizy parametrycznej przyjęto średnią rozpiętość dźwigara kratowego $L = 24,0$ m, wysokość osiową kratownicy w miejscu podparcia $h = 2,0$ m, maksymalną wysokość h_{max} od 2,6 m do 5,2 m w kalenicy dachu dwuspadowego oraz dwunastoma połami wykratowania. Podczas analizy parametrycznej rozpatrywano pojedynczy dźwigar kratowy, wydzielony z układu geometrycznego typowej hali. Przyjęto odległość pomiędzy sąsiednimi dźwigarami $l = 6,0$ m. W celu określenia wpływu rozkładu obciążenia określono również wartości typowych obciążeń układu poprzecznego rozważanego obiektu halowego. Zestawienie graficzne przyjętych parametrów przedstawiono na rysunku 6.5. Analizy numeryczne przeprowadzono w programie SOFiSTiK, bazując na kodzie tekstowym wykorzystanym pod-

czas analizy numerycznej modelu doświadczalnego. Podczas analiz parametrycznych zdecydowano się modelować imperfekcje poprzez bezpośrednie modelowanie imperfekcji z uwagi na niewielkie różnice wyników w przypadku obu metod modelowania imperfekcji (Tablica 6.1).

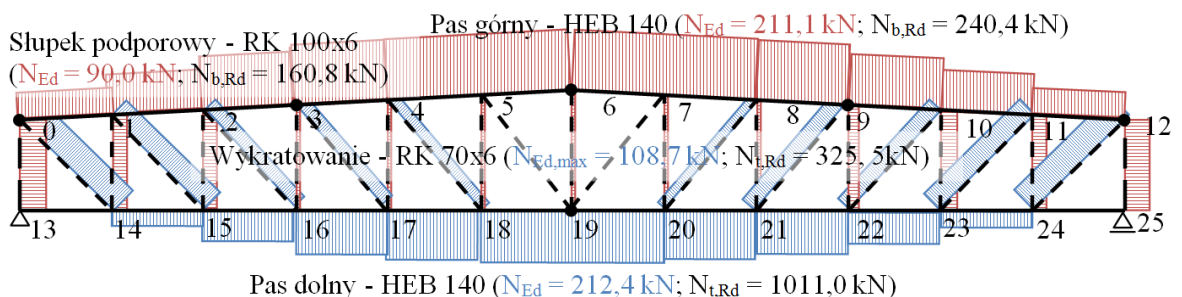


Rys. 6.5. Parametry rozpatrywane w analizie numerycznej

W celu określenia rzeczywistych przekrojów poprzecznych prętów, przeprowadzono weryfikację nośności wybranego przypadku podstawowego. Za przypadek podstawowy przyjęto: kratownicę dwuspadową (geometria **G3**) o wysokości nad podporą $h = 2,0$ m i kącie nachylenia połączy 3° ($\alpha_1, h_{max} = 2,6$ m), o jednoprzęsłowym i swobodnie podpartym schemacie zamocowania (schemat **SS1**), obciążoną równomiernym obciążeniem grawitacyjnym przyłożonym do pasa górnego (obciążenia **Obc 1**), z wykratowaniem typu N (krzyżulce rozciągane w przypadku obciążenia grawitacyjnego - **W4**), z podparciem pasa górnego w "co trzecim" węźle oraz bocznym podparciem pasa dolnego na podporach i w środku rozpiętości (**PG1 + PD2**),

o sztywnych ze względu na przesuw podporach bocznych (k_8), sztywnych węzłach wykratowania (k_{z3}), z pojedynczą łukową imperfekcją pasa górnego (**IMP 1**). Oznaczenia przypadku podstawowego (**G3 / $h = 2,0$ / α_1 / SS1 / Obc1 / W4 / PG1 + PD2 / k_3 / k_{z3} / IMP1**) oraz pozostałych, przyjętych w analizie parametrycznej przypadków, budowano zestawiając ze sobą odpowiednie oznaczenia przyjęte, wg rysunku 6.5. W przypadku wybranych, zdaniem autora interesujących wyników poszczególnych analiz parametrycznych, wyniki te przedstawiono w poniższym rozdziale w formie graficznej. Kompletne wyniki analiz parametrycznych zaprezentowano w załączniku Z10.

Analizę statyczną przypadku podstawowego przeprowadzono w programie SOFiSTiK. Niezbędne do przeniesienia zadanego obciążenia przekroje zweryfikowano wg zaleceń normy [1]. Założone przekroje, siły normalne występujące w poszczególnych elementach od obciążenia **Obc1** oraz nośności poszczególnych elementów dźwigara przedstawiono na rysunku 6.6. Przedstawione na rysunku przekroje spełniają warunki nośności zgodnie z normą [1] a o nośności kratownicy decyduje nośność pasa górnego z uwzględnieniem możliwości wyboczenia z płaszczyzny. Wykorzystanie nośności w pasie ściskanym wynosi w tym przypadku ok. 89%. Należy zaznaczyć, że w przypadku większej liczby punktów bocznego podparcia w pasie górnym (przypadek **PG2** i **PG3**) nośność wyboczeniowa pasa wzrośnie a wykorzystanie nośności spadnie, odpowiednio do wartości 35% i 24%.



Rys. 6.6. Analiza nośności elementów w przypadku podstawowym oraz numeracja węzłów

Obliczone na podstawie wytycznych normowych [1], węzłowe obciążenie tężnika w przypadku podstawowym (**G3 / $h = 2,0$ / α_1 / SS1 / Obc1 / W4 / PG1 + PD2 / k_3 / k_{z3} / IMP1**) wynosi **0,28 kN**. W przypadku rozpatrywanych parametrów, wartości węzłowego obciążenia tężnika obliczone zgodnie z normą [1], podano na wykresach w nawiasach kwadratowych.

Z uwagi na rozpatrywanie płaskiego układu kratownicy zasadnym było właściwe odwzorowanie sztywności tężnika połączeniowego, czyli sztywności translacyjnej podpór bocznych. Sztywność tę określono z warunku wystarczającej sztywności podpór w celu zapewnienia właściwej długości wyboczeniowej pasa górnego z płaszczyzny w przypadku podparcia pasa górnego **PG3** na podstawie zależności przedstawionej w pracy [154]

$$k_i \geq \frac{\pi^2 EJ_z}{\gamma a^3} = 5,6 \cdot 10^3 \text{ kN/m}, \quad (61)$$

gdzie:

γ – współczynnik o wartości 0,255 jak dla 11 przęseł, wg [180],

a – odległość pomiędzy bocznymi podporami sprężystymi.

Sztywność skrajnych podpór pasa górnego oraz sztywność podpór pasa dolnego wyznaczono przy założeniu istnienia typowych stężeń pionowych dźwigarów kratowych, rozmieszczonych w kalenicy i przy okapie. Założono stężenie pionowe typu X wykonane z prętów okrągłych o średnicy min. 15 mm o sztywności obliczonej wg wzoru [154]

$$k_s = \frac{EA \cos^2(\alpha)}{l_k}, \quad (62)$$

gdzie:

α – kąt nachylenia skratowania stężenia, $\alpha = \sin^{-1}(h/l_k)$, (w przypadku stężenia okapowego $h = 2,0$ m, kalenicowego $h = 2,6$ m),

l_k – długość krzyżulca stężenia.

Określona na podstawie wzoru (62) sztywność podpór krańcowych pasa górnego w przypadku geometrii G1 ÷ G3 oraz G5 wynosi $5,3 \cdot 10^3$ kN/m i wpływa ona na pochylenie dźwigara dachowego jako całości, może więc wpływać dodatkowo na składową F_ϕ . W związku z tym, w przypadku stężeń pośrednich pasa górnego przyjęto sztywność obliczoną ze wzoru

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s}}. \quad (63)$$

W przypadku występowania bocznego podparcia pasa dolnego (tężnik pionowy dźwigarów kratowych w kalenicy) ze wzoru (62) otrzymano sztywność $4,8 \cdot 10^3$ kN/m (w przypadku wysokości $h_{max} = 2,6$ m). Dla uproszczenia, wartość tę jako sztywność podpór pasa dolnego, przyjęto również w innych rozważanych przypadkach podparcia pasa dolnego i dla różnych wysokości kratownicy.

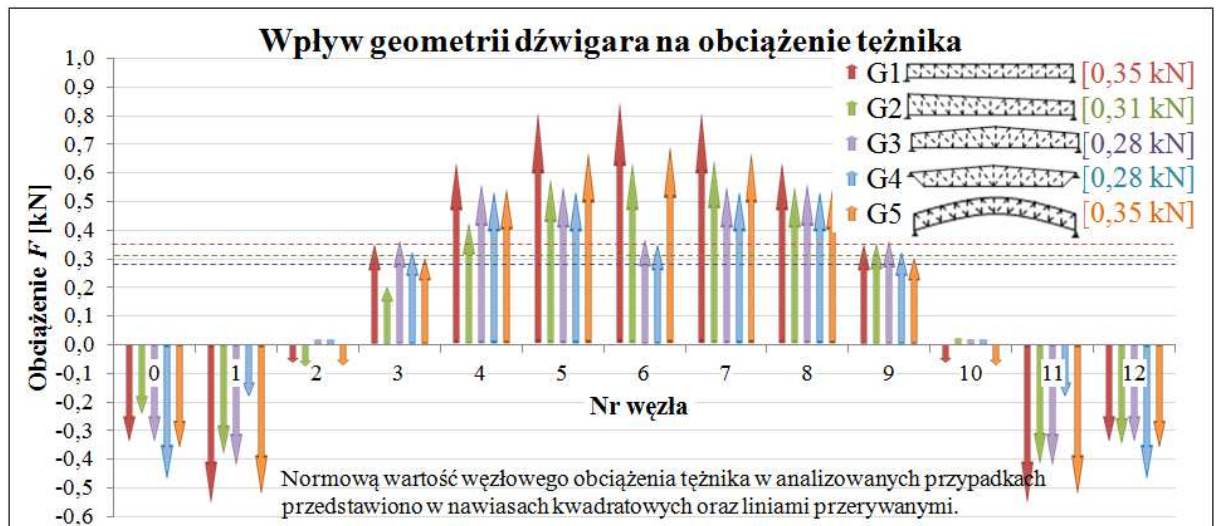
Ostatnim analizowanym parametrem był układ imperfekcji. Wartości poszczególnych wstępnych deformacji przyjęto zgodnie z zaleceniami normy PN-EN 1993-1-1 [1]:

- łukowa imperfekcja globalna, $e_0 = L/500$,
- łukowa imperfekcja lokalna, $e_0 = L/200$ (krzywa wyboczenia c),
- imperfekcja przechyłowa, $e_0 = h/200$,
- imperfekcja łamana, $e_0 = L/200/2$.

Rozważono zarówno pojedyncze przypadki poszczególnych układów, jak również kombinacje imperfekcji globalnych i lokalnych, np. jednoczesny przechył kratownicy z przeciwną imperfekcją lokalną pasów. Wybrane wyniki przeprowadzonych analiz parametrycznych przedstawiono poniżej, w osobnych podrozdziałach w formie wykresów obciążenia. Całość przeprowadzonych analiz parametrycznych przedstawiono w formie tabelarycznej i graficznej w załączniku Z10.

Wpływ geometrii dźwigara kratowego

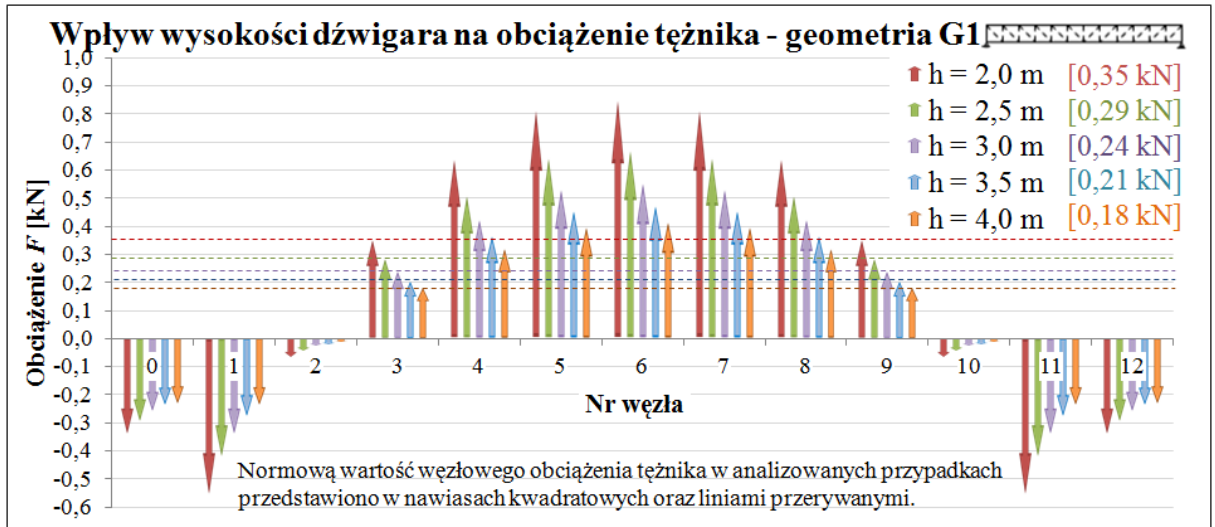
Rozpatrywano pięć różnych geometrii kratownic, które odpowiadają typowym kształtom kratownic średnich rozpiętości (rys. 6.7). W przypadku kratownicy z obniżonym pasem dolnym za wysokość h przyjęto odległość pomiędzy osią pasa górnego a osią pasa dolnego w miejscu podparcia. Zgodnie z postanowieniami normy [1], podczas obliczania wartości wstępnej imperfekcji e_0 za długość L przyjmowano długość pasa górnego z uwzględnieniem kąta nachylenia połąci. Prowadzi to do różnych wartości imperfekcji e_0 w przypadku rozpatrywanych geometrii. Wobec tego, przedstawione wyniki można porównywać tylko ze względu na kształt rozkładu obciążenia tężnika nie zaś ze względu na jego poszczególne wartości. Podczas analiz nie rozważano wpływu rozpiętości kratownicy na obciążenie tężnika, ponieważ można zakładać, że rozpiętość ta wpłynie jedynie na wartości poszczególnych oddziaływań w węzłach nie zaś na rozkład obciążenia. Rozpatrywano natomiast wpływ wysokości samej kratownicy (rys. 6.8) z uwagi na znaczny wpływ kąta pochylenia skratowania na rozkład obciążenia, co wykazano na podstawie analiz teoretycznych w rozdziale 4.



Rys. 6.7. Obciążenie tężnika w przypadku różnych geometrii dźwigara kratowego

Kształty otrzymanych rozkładów są zgodne z wynikami analizy teoretycznej i badań doświadczalnych. Rozkład ten jest rozkładem krzywoliniowym ze zmianą znaku w odległości ok. $L/4$ od podpór. Jak łatwo zauważyć w przypadkach G3 oraz G4 w kalenicy następuje miejscowe zmniejszenie obciążenia tężnika od dźwigara z imperfekcjami. Zjawisko to jest związane ze zmianą wysokości kratownicy, co wpływa na zmniejszenie wartości składowej F_ϕ . Z uwagi na istotną zmianę rozkładu obciążenia tężnika w takich przypadkach, postano-

wiono prowadzić równoległe analizy parametryczne zarówno w przypadku geometrii **G1**, jak i **G3** (załącznik Z10).



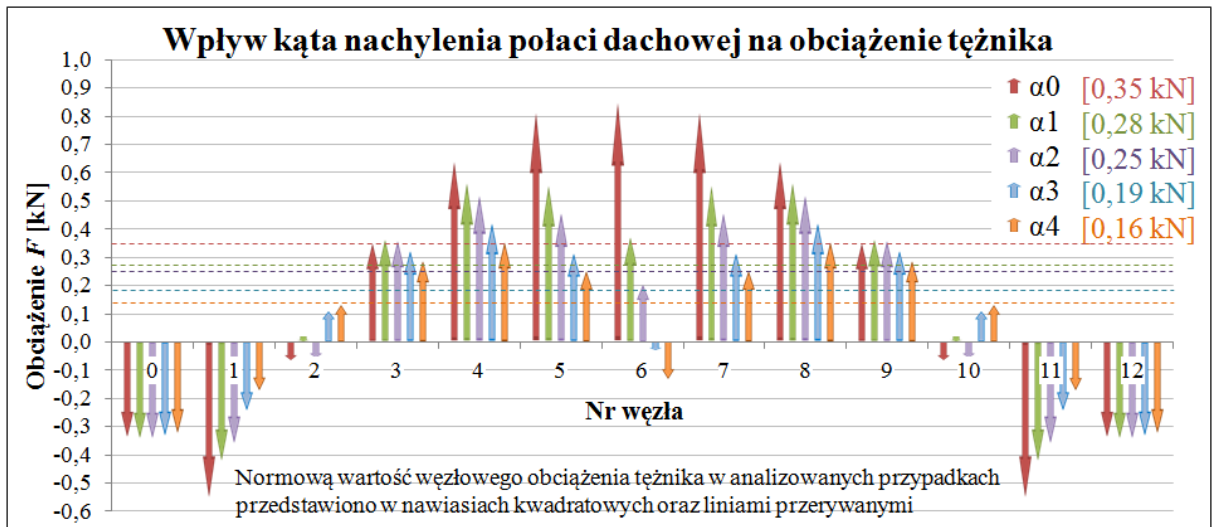
Rys. 6.8. Obciążenie tężnika w przypadku różnych wysokości dźwigara kratowego

Analiza poszczególnych rozkładów węzłowego obciążenia tężnika pozwala stwierdzić, że zasadniczy wpływ na kształt tych rozkładów ma załamanie pasów w kalenicy w przypadku geometrii **G3** i **G4**. Dodatkowo zwiększenie wysokości kratownicy powoduje zmniejszenie węzłowego oddziaływania na tężnik. Zmniejszenie to wynika z oczywistego zmniejszenia siły ściskającej N_{Ed} w pasie górnym, jest ono jednak nieproporcjonalne do zmiany wysokości.

Wpływ kąta nachylenia połączenia

Większość dźwigarów kratowych typowych hal charakteryzuje się pochyłym pasem górnym. Kąt nachylenia połączenia w takich obiektach zależy m. in. od technologii wykonania pokrycia dachowego lub formy architektonicznej. W poniższym punkcie przeprowadzonej analizy parametrycznej rozpatrywano tylko dźwigar o geometrii **G3** oraz kąty nachylenia połączenia od 0° do 15° ($\alpha_0 = 0^\circ$; $\alpha_1 = 3^\circ$; $\alpha_2 = 5^\circ$; $\alpha_3 = 10^\circ$; $\alpha_4 = 15^\circ$). Wyniki analizy przedstawiono na rysunku 6.9.

Jak wykazano w punkcie poprzednim stosowanie dźwigarów o pasach dwuspadowych powoduje miejscowe zmniejszenie węzłowego oddziaływania kratownicy na tężnik połączeniowy poprzeczny w kalenicy. Powyższe analizy wykazały, że wpływ ten utrzymuje się wraz ze wzrostem nachylenia pasów a w przypadku kratownicy o dużym kącie nachylenia (w analizie jest to kąt 10° i 15°) prowadzi to do ponownej zmiany znaku obciążenia węzłowego w kalenicy. Znaczny wpływ kąta nachylenia połączenia dachowej jest widoczny również w węzłach 1 i 11. Wpływ ten polega na zmniejszaniu się oddziaływania węzłowego wraz ze wzrostem kąta nachylenia połączenia, podczas gdy w węzłach podporowych 0 oraz 12 oddziaływanie to pozostaje bez zmian.



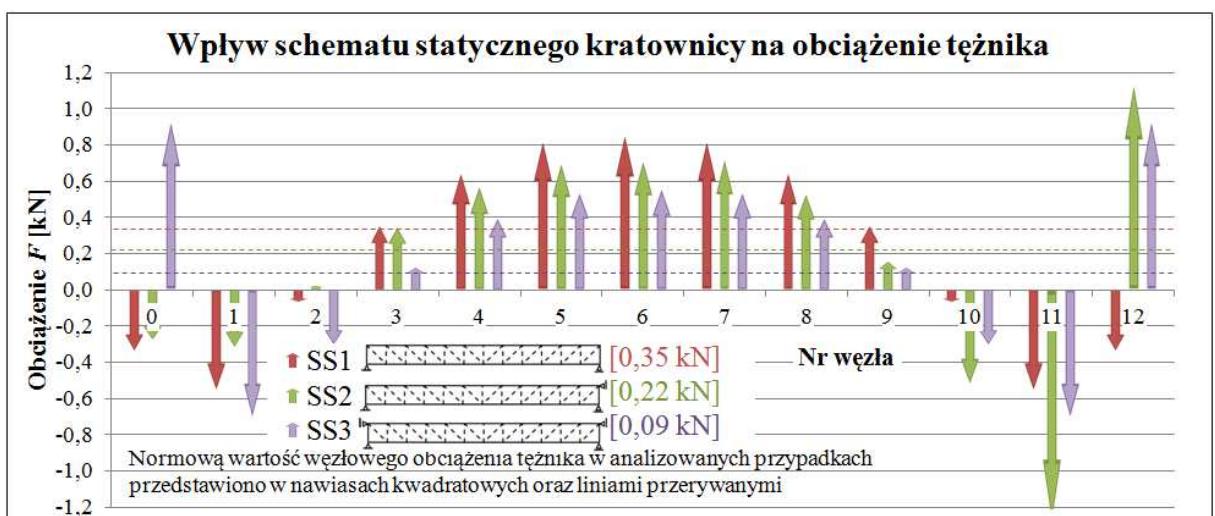
Rys. 6.9. Obciążenie tężnika w przypadku różnych kątów nachylenia połaci dachowej

Wpływ schematu statycznego

Mimo iż w badaniach doświadczalnych rozważano tylko kratownicę jednoprzęsłową (SS1), to podczas analiz numerycznych rozpatrywano także inne schematy, przedstawione na rysunku 6.10, takie jak:

- schemat belki dwuprzęsłowej (SS2),
- schemat belki trzyprzęsłowej (SS3).

Analizę wpływu schematu statycznego na obciążenie tężnika połaciowego ograniczono tylko do kratownic o pasach równoległych (G1), z obciążeniem grawitacyjnym (Obc1) oraz wykratowaniem (W2). W czasie analizy pozostałych parametrów, jako podstawowy schemat statyczny przyjęto schemat belki jednoprzęsłowej. Zmianę schematu statycznego osiągnięto poprzez zablokowanie swobodnego przesuwu skrajnych węzłów kratownicy w kierunku podłużnym.



Rys. 6.10. Wpływ schematu statycznego na obciążenie tężnika połaciowego

Wpływ rodzaju obciążenia

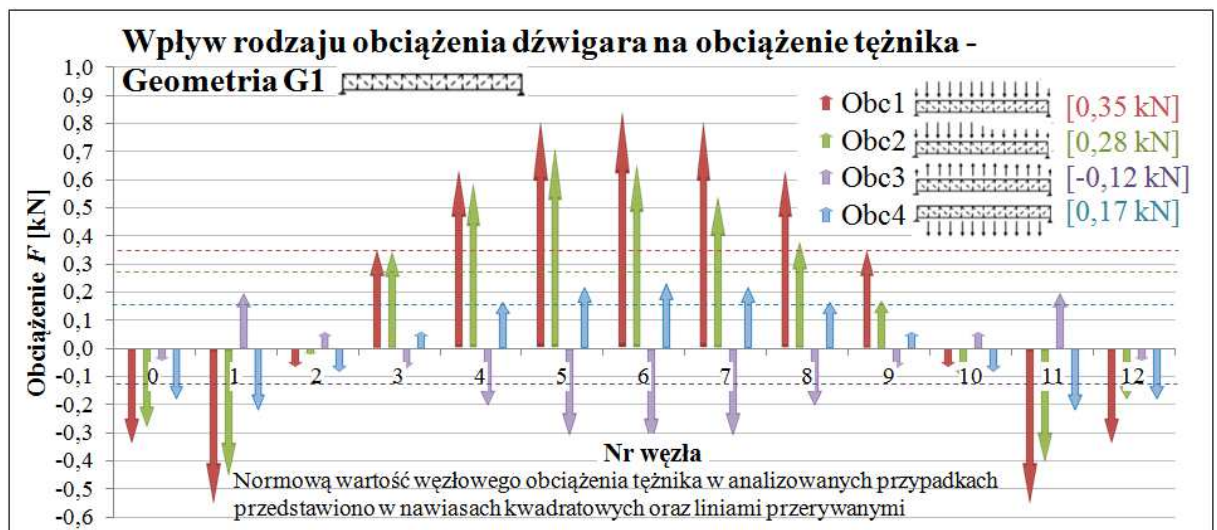
Podczas analiz parametrycznych rozpatrywano trzy przypadki obciążenia grawitacyjnego: obciążenie równomierne (**Obc1**) lub nierównomierne (**Obc2**) przyłożone do pasa górnego, obciążenie równomierne przyłożone do pasa dolnego (**Obc4**) oraz jeden przypadek symetrycznego obciążenia unoszącego (**Obc3** - ssanie połączenia dachowej). W poszczególnych przypadkach przyjęto wartości obciążenia wyznaczone dla typowych obiektów halowych:

- **Obc1, Obc2** - w poszczególnych węzłach kratownicy przyjęto obciążenia skupione zgodnie z kształtem równomiernego i nierównomiernego rozkładu obciążenia od śniegu. Przyjęto maksymalną wartość węzłowej siły $P = 12,9$ kN (strefa obciążenia II, odległość pomiędzy sąsiednimi dźwigarami $l = 6,0$ m).

- **Obc3** - przypadek obciążenia wiatrem ściany szczytowej hali. Wartość składowej pionowej siły unoszącej $W = - 6,96$ kN (strefa dachu H, II strefa obciążenia, $c_{pe} = - 0,7$). W przypadku dźwigarów o kształcie **G2**, **G3** i **G4** pominięto niewielkie nachylenie dachu (ok 3 stopnie) i przyjęto oddziaływania pionowe.

- **Obc4** - obciążenie technologiczne i/lub stałe sufitem podwieszonym i instalacjami. Przyjęto oddziaływanie o wartości $P = 10,0$ kN.

We wszystkich rozważanych przypadkach ciężar własny kratownicy uwzględniano w wartości nominalnej. Pominięto natomiast dodatkowe obciążenia stałe, wynikające np. z poszycia dachowego.

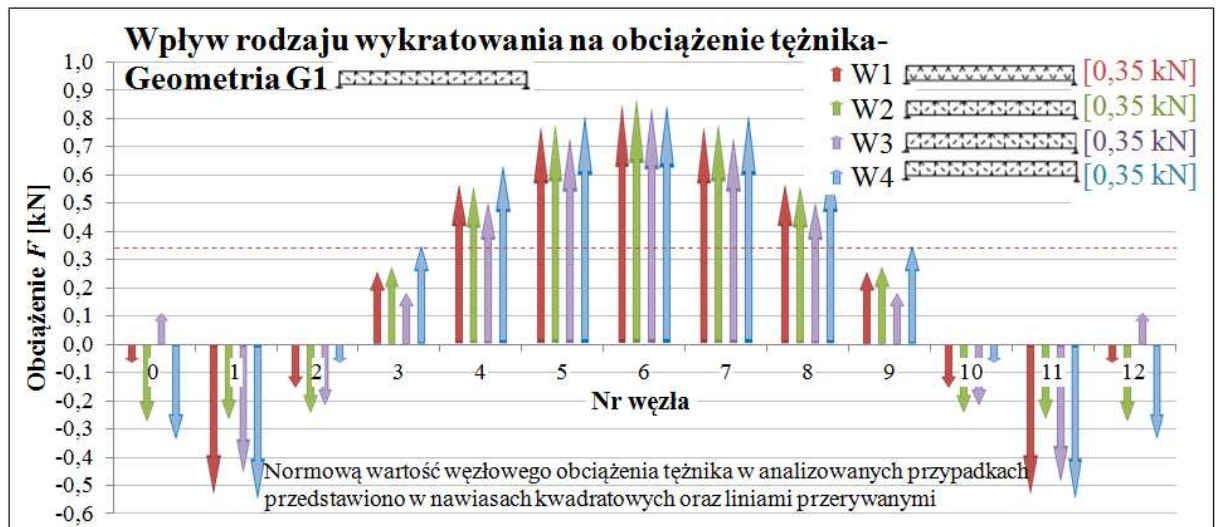


Rys. 6.11. Wpływ rodzaju obciążenia dźwigara na obciążenie tężnika - Geometria G1

Przedstawione na rysunku 6.11 wyniki węzłowego obciążenia tężnika wskazują na niewielki wpływ rodzaju i miejsca przyłożenia obciążenia kratownicy na rozkład obciążenia tężnika. We wszystkich rozpatrywanych przypadkach otrzymano rozkład nierównomierny o przebiegu zgodnym z analizą teoretyczną i doświadczalną. W przypadku niesymetrycznego przypadku obciążenia **Obc2** rozkład ten jest nieznacznie przesunięty w stronę połączenia bardziej obciążonej. Analogiczne zależności otrzymano w przypadku kratownicy z pasami dwuspadowymi (geometria **G3**).

Wpływ rodzaju wykratowania

Z uwagi na udokumentowany wpływ pochylenia skratowania na obciążenie tężnika połączeniowego (czynnik F_ϕ opisany w rozdziale 4.2.2), w analizach parametrycznych, dodatkowo rozważono cztery różne typy wykratowania. Poszczególne rodzaje wykratowania **W1** ÷ **W4** przedstawiają typowe rozwiązania konstrukcyjne dźwigarów kratowych, przy czym za podstawowe uznano wykratowanie **W4** z uwagi na krzyżulce rozciągane w przypadku obciążenia grawitacyjnego (**Obc1**) oraz jednoprzęsłowego schematu statycznego (**SS1**).

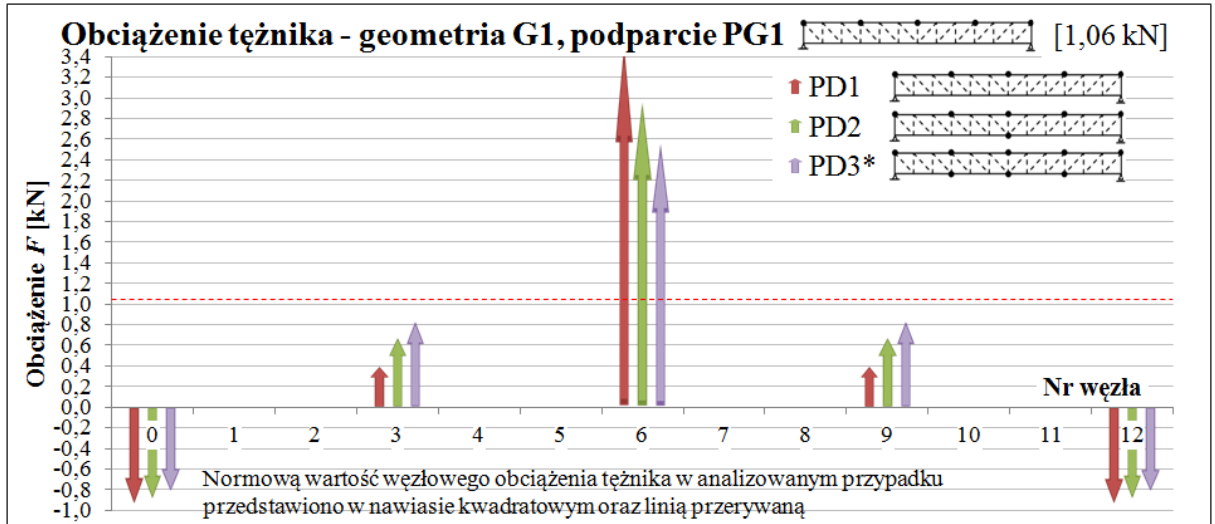


Rys. 6.12. Obciążenie tężnika w przypadku różnego kształtu wykratowania - Geometria G1

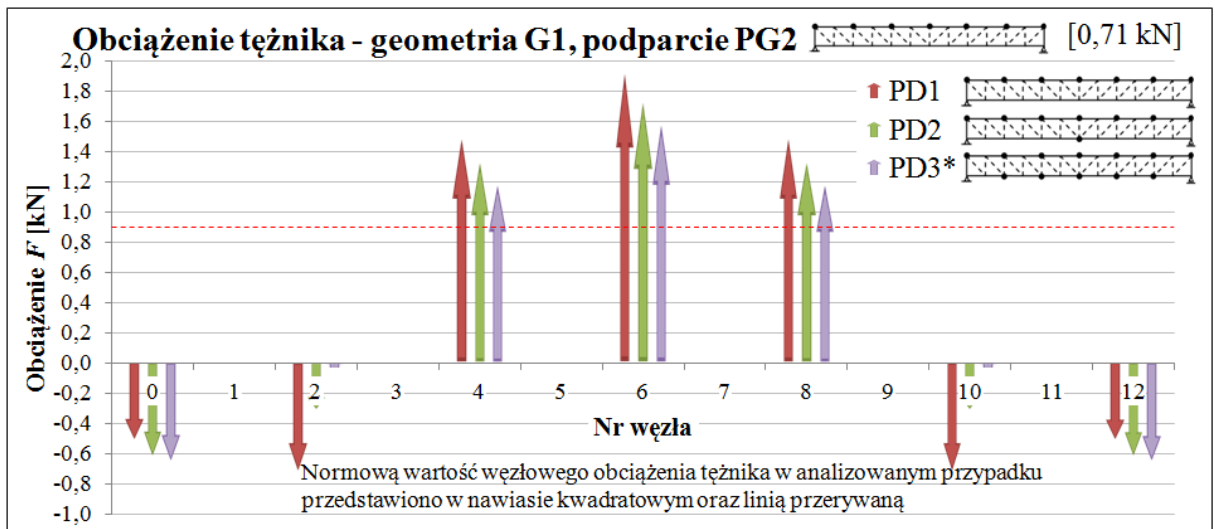
Przedstawiony na rysunku 6.12 wpływ rodzaju wykratowania na obciążenie tężnika połączeniowego od kratownicy z imperfekcjami jest pomijalnie mały. W przypadku wszystkich rozpatrywanych parametrów uzyskano podobne rozkłady obciążenia. Na podstawie rys. 6.12. można wnioskować, że przypadek wykratowania W4 jest najbardziej niekorzystny, ponieważ w większości węzłów pasa górnego uzyskano w tym przypadku największe wartości oddziaływania. Należy jednak zwrócić uwagę na oddziaływanie w węzłach 0 i 12 w przypadku wykratowania W3. W przypadku tym uzyskano oddziaływanie o przeciwnym zwrocie niż w przypadkach pozostałych. Jest to związane z kierunkiem pierwszego i ostatniego krzyżulca, który w przypadku W3 nie łączy się z pasem górnym w tych węzłach.

Wpływ schematu bocznego podparcia

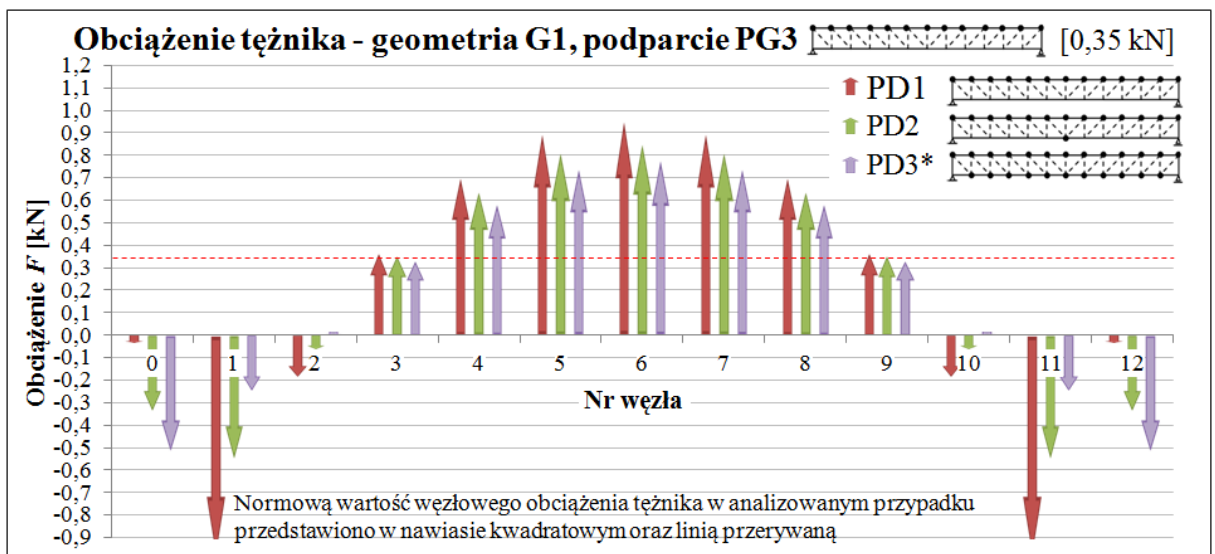
Podczas analiz parametrycznych istotnym czynnikiem był schemat rozmieszczenia podpór bocznych pasów oraz ich sztywności ze względu na przesuw boczny. Podczas analiz przyjmowano różne układy geometryczne podparcia bocznego pasów (różne geometrie tężnika poprzecznego) oraz różne sztywności podpór pasa górnego (od 100 kN/m do $\approx \infty$ kN/m). Jako podstawową geometrię tężnika przyjęto tężnik typu X, zapewniający podparcie poprzeczne w każdym węzle pasa górnego (**PG3**), którego sztywność obliczono ze wzorów (83), (84) i (85). Poszczególne rozkłady obciążenia tężnika w przypadku różnych geometrii tężnika połączeniowego oraz różnych przypadków podparcia poprzecznego pasa dolnego przedstawiono na rysunkach 6.13-1/2/3.



Rys. 6.13-1. Obciążenie tężnika w przypadku podparcia pasa górnego PG1



Rys. 6.13-2. Obciążenie tężnika w przypadku podparcia pasa górnego PG2



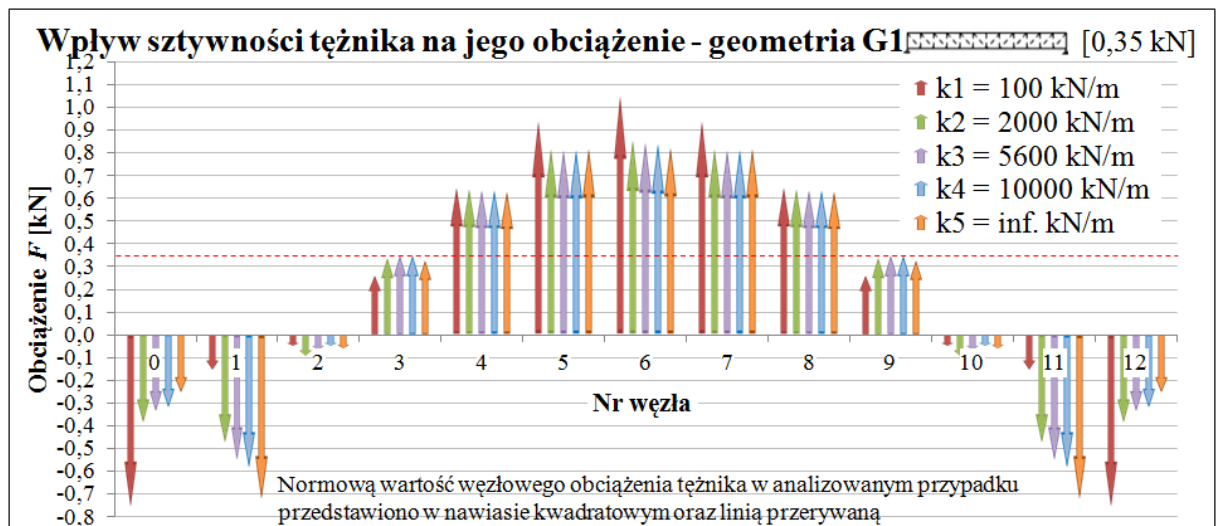
Rys. 6.13-3. Obciążenie tężnika w przypadku podparcia pasa górnego PG3

Układ bocznych podpór pasów kratownicy może być różny (zależy on od geometrii dźwigara oraz tężników, rodzaju stosowanego pokrycia, występowania świetlików dachowych lub ciągów klimatyzacyjnych) jednak zazwyczaj liczba podpór poprzecznych pasa górnego jest większa lub równa liczbie podpór pasa dolnego. Dlatego też należy zaznaczyć, że w zamyśle autora układ **PD3*** (przedstawiony na rysunku 6.5 jako podparcie w każdym węźle) przedstawia sytuację, w której liczba podpór pasa dolnego jest równa liczbie podpór pasa górnego w aktualnie rozpatrywanym przypadku.

Uzyskane wyniki wskazują na niewielki wpływ geometrii tężnika połączeniowego na rozkład jego obciążenia. We wszystkich analizowanych przypadkach **PG1/2/3** uzyskano rozkład nierównomierny ze strefą ujemną na podporach. Istotnym parametrem okazał się sposób podparcia pasa dolnego w przypadku **PG3** (rys. 6.13-3). W przypadku tym wpływ stabilizacji bocznej pasa dolnego jest szczególnie widoczny w strefie podporowej. Potwierdza to zjawisko zaobserwowane podczas analizy numerycznej modelu badawczego (tablica 6.2 oraz rysunek 6.4) oraz sygnalizowane w pracy [148].

Wpływ sztywności tężnika

W pracy [154] wykazano, że w praktyce projektowej sztywność tężnika może być mniejsza niż sztywność wymagana do zapewnienia właściwej długości wybozeniowej pasa ściskanego, przyjętej przez projektanta na etapie projektowania konstrukcji. Dlatego też, podczas analiz parametrycznych rozpatrywano różne sztywności podpór bocznych (rys. 6.14). Uwzględniono zarówno sztywności mniejsze od sztywności wymaganej w przypadku podstawowym ($k_3 = 5600$ kN/m), jak i większe wraz z podparciem sztywnym ze względu na przesuw boczny. W tablicach w załączniku Z10 przedstawiono również poziome przemieszczenia pasa górnego δ , podpartego sprężystością tężnikiem, ponieważ deformacja ta wpływa na wartość obciążenia tężnika z uwagi na efekty II - rzędu.



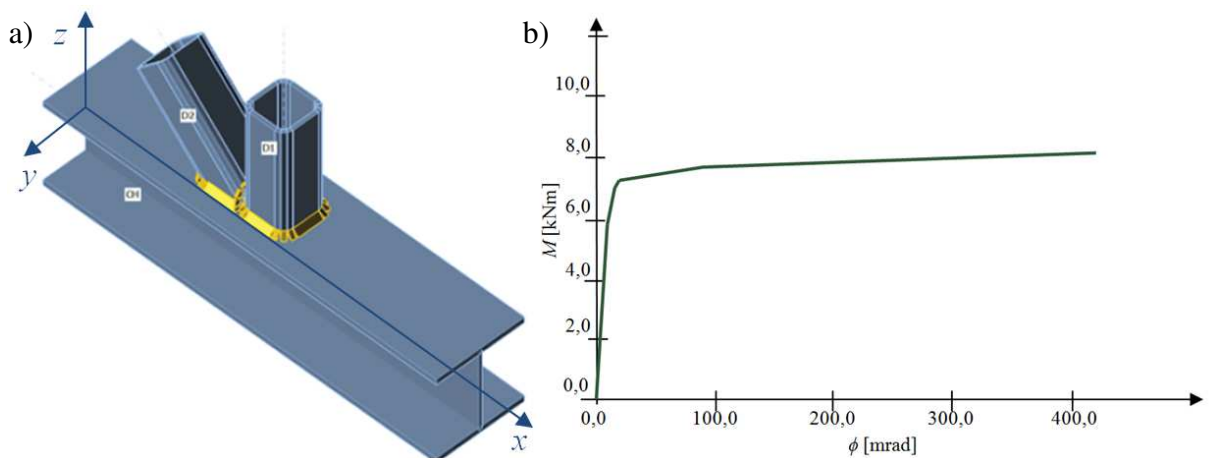
Rys. 6.14. Wpływ sztywności tężnika na jego obciążenie - geometria G1

Wpływ sztywności tężnika na węzłowe oddziaływania od kratownicy z imperfekcjami jest widoczny zwłaszcza w przypadku bardzo małej (nie stosowanej w rzeczywistości) sztyw-

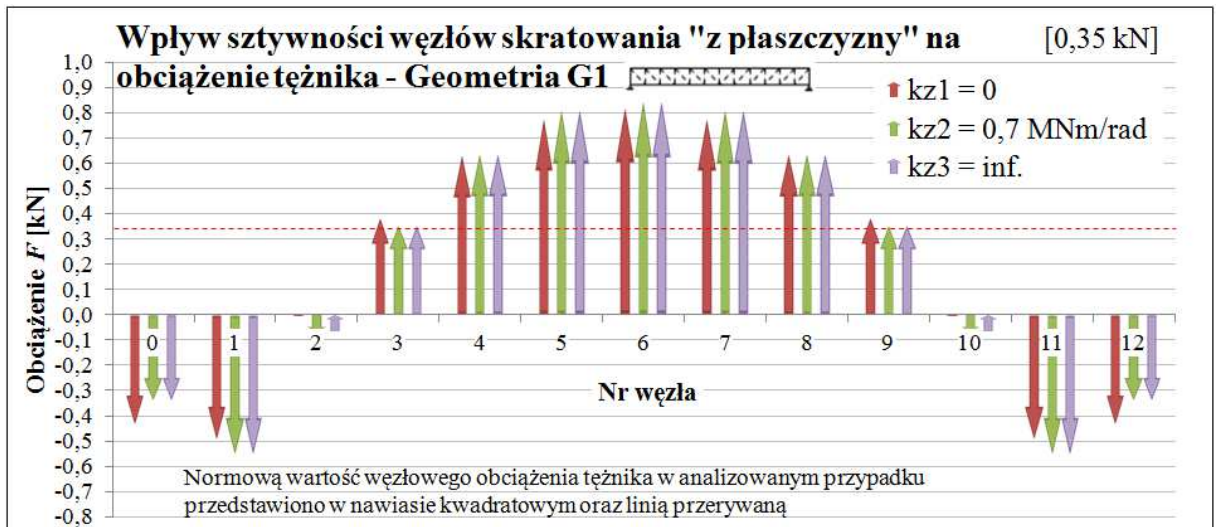
ności translacyjnej podpór o wartości 100 kN/m. W przypadku węzłów środkowych można stwierdzić, że sztywność tężnika nie ma dużego wpływu ani na rozkład oddziaływania węzłowego ani na jego poszczególne wartości. Pewne różnice w wartościach oddziaływania można zaobserwować w węzłach podporowych 0 i 12, w których wzrost sztywności podparcia wpływa na zmniejszenie oddziaływania o ok. 30% oraz w węzłach 1 i 11, w których wzrost sztywności podparcia zwiększa oddziaływanie węzłowe o ok. 60%. Zależności te potwierdzają się również w przypadku kratownicy o geometrii **G3** (Załącznik Z10).

Wpływ sztywności obrotowej węzłów wykratowania "z płaszczyzny" kratownicy

W obecnej praktyce inżynierskiej najczęściej stosuje się spawane połączenia wykratowania z ciągłymi pasami. Charakterystyka $M - \phi$ takiego połączenia jest zbliżona do charakterystyki połączenia sztywnego lub podatnego. Sztywność $k_{\phi,x}$ takiego połączenia (sztywność "z płaszczyzny") może wpływać na deformację poprzeczną kratownicy, zasadne zatem staje się uwzględnienie w analizach parametrycznych, różnych sztywności połączenia wykratowania z pasami (rys. 6.16). Rozważano trzy wartości sztywności węzła wykratowania z płaszczyzny. Wartości te odpowiadają teoretycznym węzłom przegubowym, węzłom o sztywności rzeczywistej lub węzłom sztywnym. Sztywności $k_{\phi,x}$ przykładowego węzła rozpatrywanej kratownicy określono w programie IdeaStatica [95] a wyniki tej analizy przedstawiona na rysunku 6.15. Analizując wpływ sztywności $k_{\phi,x}$ węzłów na obciążenie tężnika przyjęto węzły sztywne na kierunku $k_{\phi,y}$ (sztywność "w płaszczyźnie").



Rys. 6.15. Analiza sztywności węzła kratownicy: a) model węzła; b) charakterystyka węzła wykratowania - sztywność $k_{\phi,x}$

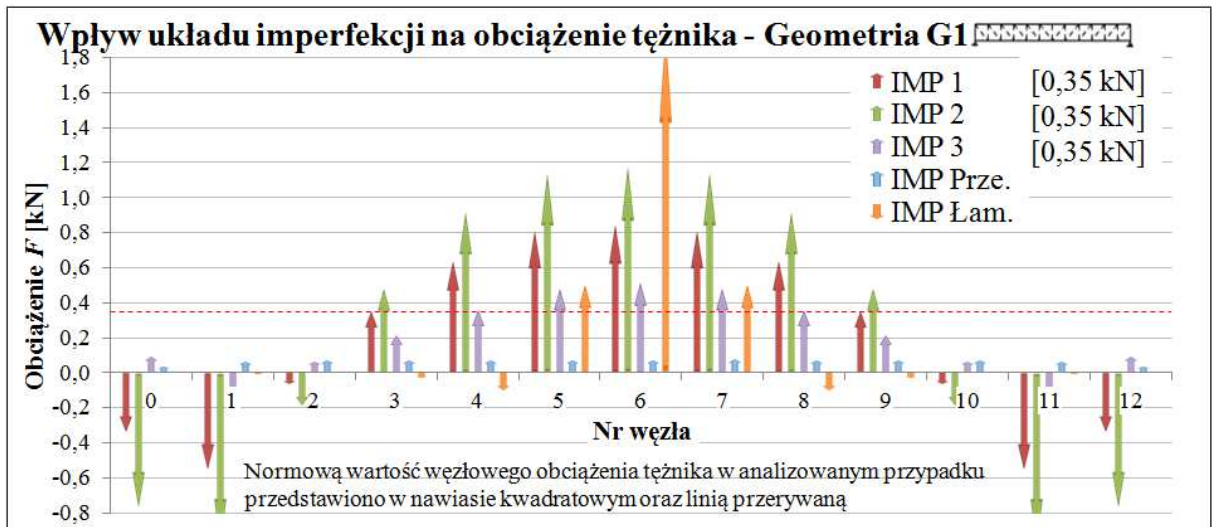


Rys. 6.16. Wpływ sztywności węzłów kratownicy "z płaszczyzny" na obciążenie tężnika

Wpływ sztywności węzłów kratownicy "z płaszczyzny" jest niewielki. Maksymalne uzyskane różnice wartości oddziaływania na tężnik odpowiadają węzłom 1 i 11 (mniej niż 10%). W przypadku węzłów sztywnych ze względu na obrót "z płaszczyzny" względem pasów uzyskujemy nieco większe wartości we wszystkich węzłach z wyjątkiem węzłów podporowych 0 i 12. Na podstawie wyników przedstawionych na rysunku 6.16 "rzeczywiste" połączenie wykratowania z pasami w przypadku rozpatrywanego modelu można zakwalifikować jako połączenie sztywne.

Wpływ układu imperfekcji

Analizę wpływu układu imperfekcji rozpoczęto od analizy wpływu układów imperfekcji globalnych łukowych oraz imperfekcji przechyłowej i łamanej (rys. 6.17). Rozpatrywano układy imperfekcji łukowych, w których pas górny ma ogólnie przyjętą imperfekcję łukową sinusoidalną o wychyleniu maksymalnym $e_0 = L/500$, natomiast pas dolny: pozostaje prosty (**IMP 1**), ma imperfekcję e_0 o przeciwnym kierunku (**IMP 2**) lub ma imperfekcję e_0 o kierunku zgodnym z imperfekcją pasa górnego (**IMP 3**). Tak przyjęte układy imperfekcji charakteryzują się różnym skreśleniem dźwigara (pochyleniem skratowania) i jednocześnie są dopuszczalne przez aktualną normę wykonawczą [16]. W przypadku imperfekcji łamanej przyjęto jednakową wartości imperfekcji w obu pasach.



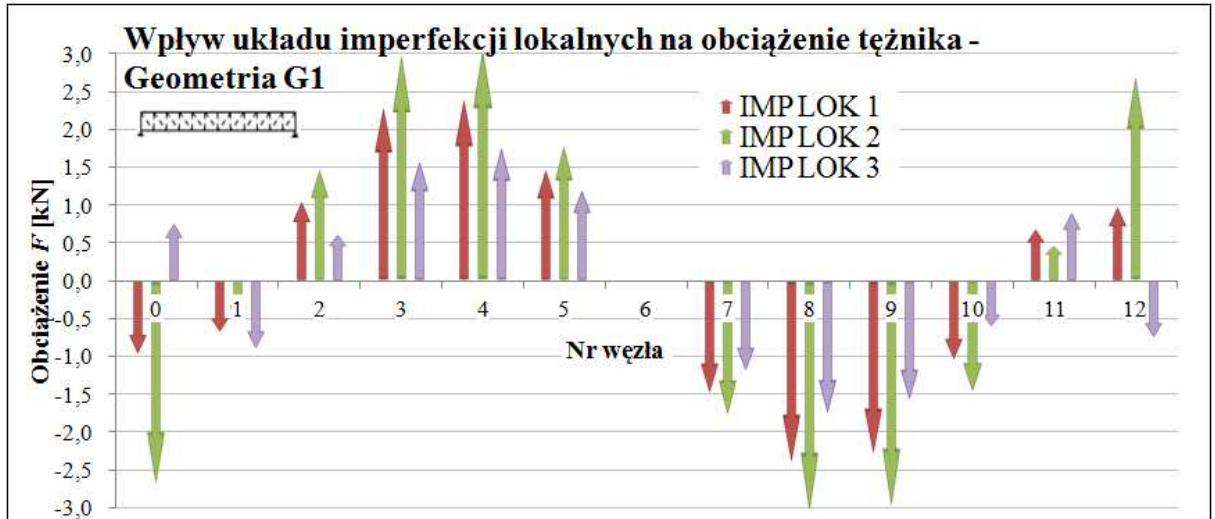
Rys. 6.17. Wpływ układu imperfekcji globalnych pasów kratownicy na obciążenie tężnika

Zgodnie z wynikami badań doświadczalnych i analiz teoretycznych uzyskane rozkłady węzłowego oddziaływania kratownicy na tężnik charakteryzują się nierównomiernym rozkładem oraz zmianą znaku w odległości ok. $L/4$ od podpór. Rozpatrywane układy wzajemnej imperfekcji pasa dolnego mają duży wpływ na wartości węzłowego oddziaływania. Minimalne różnice pomiędzy układem **IMP 2** a układem **IMP 3** wynoszą ok. 240 % (węzeł nr 4). Bardzo duże różnice węzłowego oddziaływania widoczne są również w węzłach skrajnych.

Węzłowe oddziaływanie kratownicy z imperfekcją przechyłową **IMP Prze.** (o wartości $h/200$) na tężnik połączony charakteryzuje się stałym rozkładem o niewielkiej wartości w porównaniu do innych rozpatrywanych przypadków, można więc przypuszczać, że imperfekcja taka nie odgrywa znaczącej roli w obciążeniu tężnika połączeniowego.

W przypadku łamanej imperfekcji pasów **IMP Łam** uzyskany rozkład węzłowego obciążenia tężnika częściowo pokrywa się z zaleceniami normy [1] (jedna siła w miejscu załamania pasa, o wartości $N_{Ed}/200$). Przeprowadzona analiza rozpatrywanego przypadku wykazała, że wartość ta jest nieco większa i wynosi ok. $N_{Ed}/120$, dodatkowo w sąsiednich węzłach nr 5 i 6 wykryto oddziaływania o wartości ok. $N_{Ed}/420$. Pozostałe oddziaływania w dalszych węzłach uznano za pomijalnie małe.

Kolejnym rozpatrywanym przypadkiem układów imperfekcji pasów były układy imperfekcji lokalnych (rys. 6.18), w których jako imperfekcję przyjęto pełną falę sinusoidy (**IMP LOK 1/2/3**) na długości pasa górnego i/lub dolnego kratownicy. W tym przypadku do wyznaczenia maksymalnego wychylenia imperfekcji e_0 przyjęto połowę długości pasa. Założono ponadto, że bardziej zwielokrotnione imperfekcje, np. fala sinusoidy co szósty węzeł oraz ich układy będą charakteryzowały się podobną zależnością.



Rys. 6.18. Wpływ układu lokalnych imperfekcji pasów kratownicy na obciążenie tężnika

Analiza wpływu imperfekcji lokalnych pasów kratownicy na obciążenie tężnika połączonego wykazuje analogiczne zależności jak w przypadku imperfekcji globalnych. W przypadku imperfekcji lokalnych różnica pomiędzy najbardziej korzystnym (**IMP LOK 3**) i niekorzystnym (**IMP LOK 2**) układem imperfekcji wynosi ok. 200% (węzeł 3 i 9). Dodatkowo w przypadku układu **IMP LOK 3** zaobserwowano dodatkową wyraźną zmianę znaku oddziaływania w węzłach skrajnych.

Kolejnym punktem przeprowadzanych analiz parametrycznych była analiza wpływu losowych, złożonych układów imperfekcji pasów na obciążenie tężnika. Zgodnie z literaturą [180], losową krzywiznę pasa $f(x)$ można przedstawić jako sumę losowych imperfekcji składowych, wg wzoru

$$f(x) = \sum e_{0i} \sin \left(\frac{x\pi}{L_i} \right), \quad (64)$$

gdzie:

e_{0i} – amplituda imperfekcji,

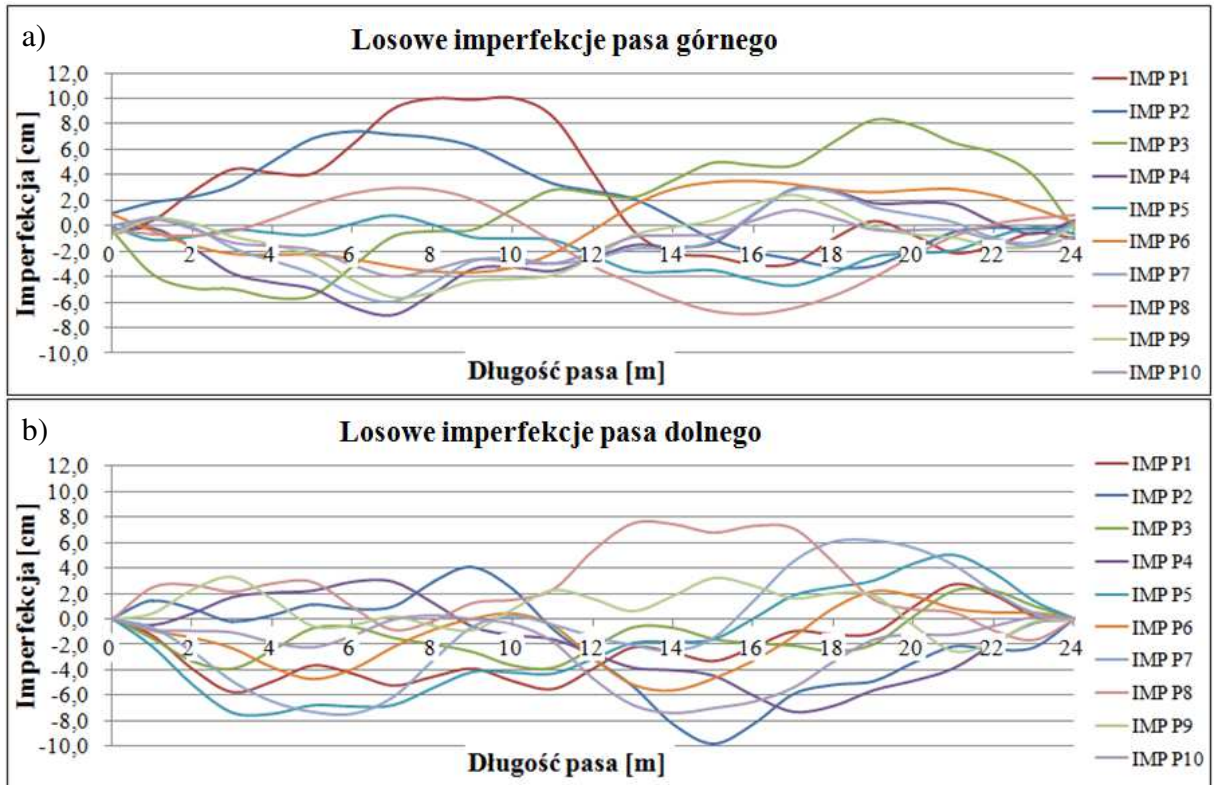
L_i – długość fali sinusoidy.

W prezentowanej analizie oprócz globalnych i lokalnych imperfekcji łukowych rozważano również imperfekcje przechyłową oraz łamaną, które włączono do wzoru (64). Przyjęto dziesięć losowych układów imperfekcji, które określono w sposób probabilistyczny poprzez losowe przyjęcie poszczególnych wartości amplitud imperfekcji pojedynczych. Amplitudy te przyjmowano wg zakresów:

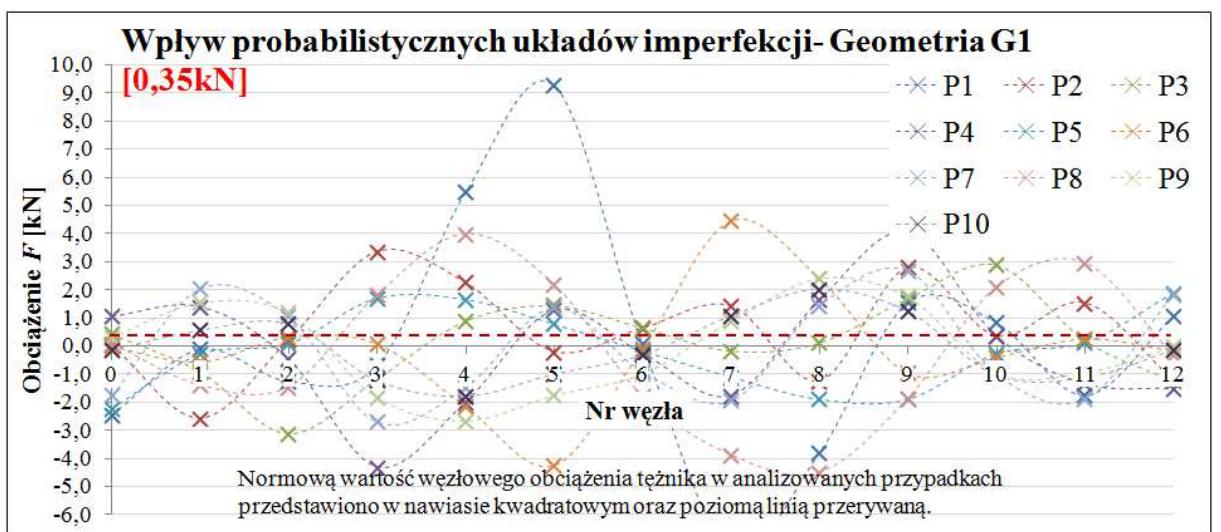
- globalna pasów: od $L/500$ do $+L/500$,
- lokalne pasów: od $-L_i/200$ do $+L_i/200$ ($L_1 = 12,0$ m; $L_2 = 6,0$ m; $L_3 = 4,0$ m; $L_4 = 2,0$ m),
- przechyłowa całej kratownicy: od $-h/200$ do $+h/200$,
- łamana pasów: od $-L/400$ do $+L/400$.

Podczas losowania poszczególnych wartości, przyjęto równomierny rozkład prawdopodobieństwa w każdym wskazanym wyżej przedziale. Wartości imperfekcji przechyłowych słupków podporowych losowano niezależnie od siebie dla każdego słupka. Wykluczono moż-

liwość wystąpienia jednoczesnej imperfekcji łukowej globalnej oraz łamanej pasów, aby nie przekroczyć dopuszczalnej wartości wychylenia pasa z płaszczyzny. Przyjęto pięć układów losowych z imperfekcją globalną łukową (IMP P1 ÷ P5) oraz pięć układów losowych z imperfekcją łamaną (IMP P6 ÷ P10). Kształt losowych imperfekcji pasów przedstawiono na rysunku 6.19, natomiast zestawienie wylosowanych imperfekcji składowych przedstawiono w załączniku Z10.



Rys. 6.19. Kształt losowych imperfekcji pasów: a) pas górny, b) pas dolny



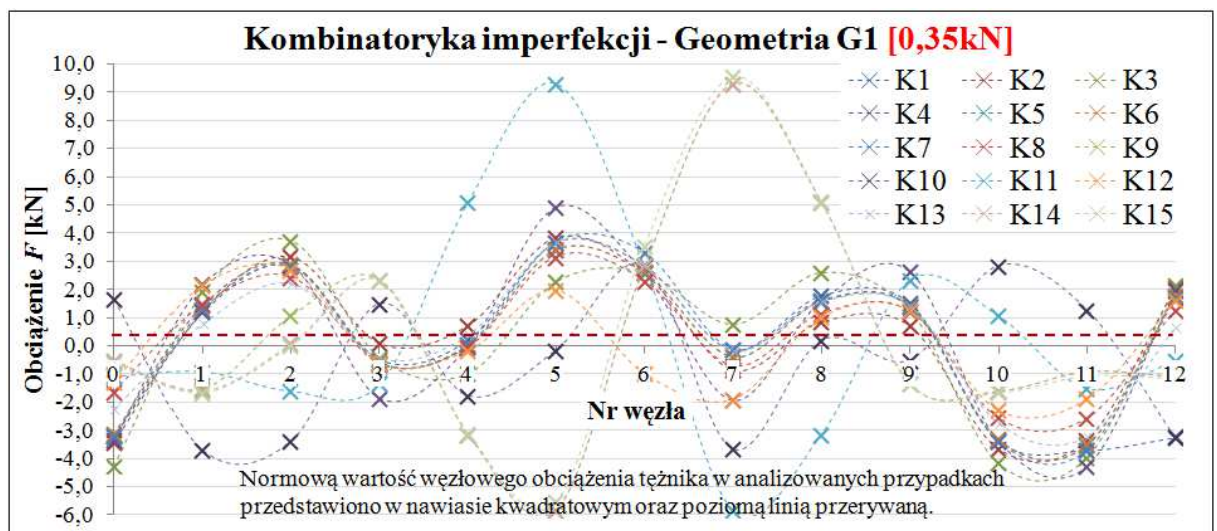
Rys. 6.20. Wpływ losowych układów imperfekcji pasów na obciążenie tężnika

Otrzymane rozkłady we wszystkich przypadkach losowych imperfekcji cechują się nierównomiernością i często wielokrotną zmianą znaku (rys. 6.20). Rozkłady te są silnie uzależnione od wylosowanych imperfekcji pasa i nie można aproksymować ich jedną funkcją. Należy podkreślić, że poszczególne oddziaływania węzłowe osiągają bardzo duże wartości, często wielokrotnie większe niż obciążenie normowe.

Ważnym punktem przeprowadzonej analizy parametrycznej jest tzw. "kombinatoryka imperfekcji". Biorąc pod uwagę postanowienia normy [3] na temat kombinatoryki imperfekcji w blachownicach, postanowiono przeprowadzić analogiczne analizy wpływu odpowiednich kombinacji imperfekcji globalnych i lokalnych kratownicy na obciążenie tężnika połączeniowego. Zgodnie z informacjami zawartymi w punkcie 5. załącznika C.5 normy [3], w każdej kombinacji wyróżniono imperfekcję wiodącą, natomiast pozostałe imperfekcje uznano za towarzyszące i zastosowano wobec nich współczynnik 0,7. Tworząc kombinacje rozpatrywano następujące przypadki imperfekcji:

- globalna łukowa pasa górnego o wartości $e_0 = L/500$,
- globalna łukowa pasa dolnego o wartości $e_0 = \pm L/500$,
- lokalne pasa górnego $\pm e_i = L_i/200$ ($L_1 = 12,0$ m; $L_2 = 6,0$ m; $L_3 = 4,0$ m; $L_4 = 2,0$ m),
- lokalne pasa dolnego $\pm e_i = L_i/200$ ($L_1 = 12,0$ m; $L_2 = 6,0$ m; $L_3 = 4,0$ m; $L_4 = 2,0$ m),
- przechyłowa całej kratownicy $h/200$,
- łamana pasa górnego o wychyleniu $L/400$,
- łamana pasa dolnego o wychyleniu $\pm L/400$.

Norma [3] nie precyzuje ile kolejnych przypadków imperfekcji należy uwzględnić w każdej kombinacji, tak jak to jest w przypadku kombinatoryki obciążeń, w związku z tym uwzględniono wszystkie rozpatrywane do tej pory imperfekcje składowe. Całość wyników oraz informacje na temat poszczególnych kombinacji zestawiono w załączniku Z10, natomiast na rysunku 6.21 przedstawiono wyniki w formie graficznej.



Rys. 6.21. Wpływ kombinacji imperfekcji kratownicy na obciążenie tężnika

Przedstawione powyżej wyniki analiz numerycznych przedstawiających wpływ kombinacji wybranych imperfekcji geometrycznych kratownicy na obciążenie tężnika potwierdzają

duże rozbieżności pomiędzy modelem normowym a "rzeczywistym" obciążeniem tężnika. Zarówno w przypadku kombinacji probabilistycznych (rys. 6.20) jak i deterministycznych (rys. 6.21) otrzymano rozkłady nierównomierne, często wielokrotnie zmieniające znak. Ponadto otrzymane wartości węzłowego oddziaływania w obu przypadkach znacznie przewyższają wartość normową. Maksymalne węzłowe oddziaływanie w przypadku rozważanych kombinacji wyniosło ok. 2700% (9,573 kN) węzłowego obciążenia normowego (0,35 kN). Warto zaznaczyć również, że otrzymywano również duże wartości ujemne, nie tylko w części przypodporowej tężnika, ale również w środku rozpiętości, np. węzeł 5 i 7 (-5,815 kN).

Wszystkie powyższe analizy parametryczne wskazują na złożoność problemu obciążenia tężnika od dźwigara z imperfekcjami geometrycznymi. Jak wykazały analizy parametryczne, obciążenie to jest w dużym stopniu zależne od takich czynników, jak np. geometria dźwigara, kąt nachylenia pasa górnego, które w modelu normowym nie były uwzględnione.

7. Podsumowanie i wnioski

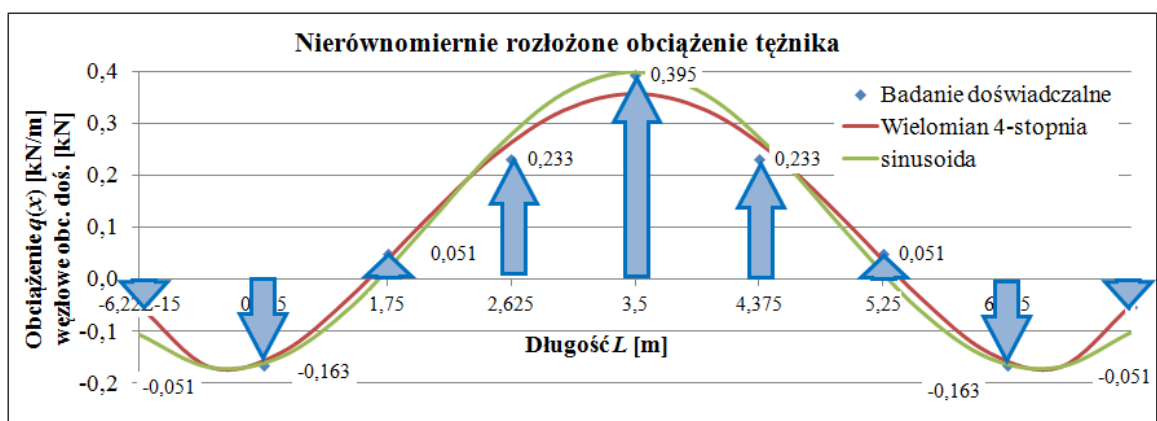
7.1. Podsumowanie badań doświadczalnych i analiz numerycznych

Przeprowadzone badania doświadczalne dotyczą wpływu imperfekcji geometrycznych pasów kratownic na obciążenie poprzecznego tężnika połączeniowego oraz nośność graniczną kratownicy. W ramach przeprowadzonych badań głównych, dokonano pomiarów węzłowego oddziaływania kratownicy z imperfekcjami na tężnik oraz określono ścieżki równowagi pasa ściskanego w przypadku różnych układów imperfekcji pasów. Wykonano również szereg badań dodatkowych, m. in. pomiar geometrycznych imperfekcji modeli badawczych. Przeprowadzone prace doświadczalne podsumowano ogólnymi spostrzeżeniami.

1. Przeprowadzone pomiary imperfekcji modeli badawczych potwierdziły możliwość wystąpienia układu przeciwnych imperfekcji geometrycznych pasów kratownicy. Możliwość wystąpienia takich układów w rzeczywistych obiektach została potwierdzona również w literaturze, np. [175]. Dopuszczalna przez normę [16] skrętna imperfekcja przekroju kratownicy, może być obliczana tylko jako suma przeciwnych imperfekcji pasów wydzielonych, każda o wartości $\pm L/500$. Wartość określonej w ten sposób imperfekcji skrętnej kratownicy ($h/21 \div h/36$ wg pkt. 4.1) może być nawet pięciokrotnie większa niż w przypadku nieaktualnej już normy [24], która dopuszczała wartość $h/100$.

2. Badanie obciążenia tężnika od dźwigara kratowego z imperfekcjami potwierdziły różnice pomiędzy rzeczywistym rozkładem takiego obciążenia a rozkładem zalecanym normowo. Różnice te mają charakter ilościowy oraz jakościowy i są zgodne z wynikami analizy teoretycznej. Uzyskane średnie wyniki węzłowego obciążenia tężnika, (przedstawione na rysunku 5.24), charakteryzują się nierównomiernym i znakozmiennym rozkładem. Otrzymane maksymalne wartości sił wynoszą ok. 330% obciążenia normowego, a zmiana znaku oddziaływania następuje w odległości ok. $L/4$ od podpór.

Otrzymany rozkład obciążenia rozłożonego $q(x)$, działającego na tężnik o długości L może być opisany funkcją wielomianową 4-go stopnia lub funkcją sinusoidalną. Przykładową aproksymację wyników badań umożliwiającą poglądową ocenę rozkładu obciążenia tężnika $q(x)$ przedstawiono na rysunku 7.1.



Rys. 7.1. Nierównomierne obciążenie tężnika w badaniu doświadczalnym

Przedstawione na rysunku 7.1 funkcje można zapisać wzorami:

- wielomian 4-stopnia

$$q_w(x) = 0,007761x^4 - 0,108650x^3 + 0,442046x^2 - 0,432496x - 0,051207.$$

- sinusoida

$$q_{\sin}(x) = \frac{-1}{4n} \sin\left(\frac{2,45\pi x}{L} + n\right) + 10n,$$

gdzie:

$$n = 0,875,$$

$$L = 7,0 \text{ m.}$$

W obu przypadkach wartość węzłowego obciążenia tężnika można obliczyć ze wzoru (54), a wartości te zestawiono w tabelicy 7.1.

Tablica 7.1. Obciążenie węzłowe obliczone na podstawie funkcji aproksymujących

aproksymacja	Nr węzła wg rys 4.1								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Badanie doświadczalne	-0,051	-0,163	0,051	0,233	0,395	0,233	0,051	-0,163	-0,051
Wielomianowa	-0,052	-0,129	0,033	0,225	0,305	0,225	0,033	-0,129	-0,052
Sinusoidalna	-0,061	-0,132	0,019	0,235	0,340	0,235	0,019	-0,132	-0,061

3. Przeprowadzone badanie stateczności kratownic z wybranymi układami imperfekcjami geometrycznych pasów potwierdzają wpływ imperfekcji pasa dolnego na stateczność ogólną pasa ściskanego kratownicy. Otrzymane ścieżki równowagi statycznej pasa górnego charakteryzują się różnym stopniem wypłaszczenia w zależności od kąta wstępnego skręcenia kratownicy, wynikającego z poszczególnych układów imperfekcji pasów. Wpływa to na wartość obciążenia granicznego kratownicy płaskiej, jednak nie może zostać uwzględnione podczas wymiarowania pasa ściskanego jako elementu wydzielonego wg wytycznych normy [1].

Przeprowadzone analizy numeryczne obejmują weryfikację wyników badań doświadczalnych obciążenia tężnika połączeniowego od dźwigara kratowego z imperfekcją geometryczną, jak również analizę parametryczną wpływu wybranych parametrów kratownicy "rzeczywistej" na obciążenie tężnika. Analizy te podsumowano kilkoma ogólnymi spostrzeżeniami:

1. Uzyskano dobrą zgodność wyników analizy numerycznej ze średnimi wynikami badań doświadczalnych (rys. 6.3). Analiza numeryczna potwierdziła nierównomierny i znakozmienny rozkład obciążenia tężnika oraz występowanie większych wartości węzłowego obciążenia tężnika niż w przypadku analizy normowej.

2. Numeryczna analiza modelu badawczego wykazała istotny wpływ bocznego podparcia pasa dolnego na wartości węzłowego obciążenia tężnika od dźwigara z imperfekcjami (rys.6.4). Brak podparcia węzłów pasa dolnego umożliwia sprężystą poprzeczną deformację pasa dolnego, która wpływa na wartość węzłowego obciążenia tężnika poprzez zmianę po-

chylenie skratowania. Największą zgodność pomiędzy wynikami analizy numerycznej a wynikami uzyskanymi za pomocą zaproponowanej, współautorskiej metody teoretycznej [157] uzyskano w przypadku bocznego podparcia pasa dolnego w każdym węźle.

3. Przeprowadzone numeryczne analizy parametryczne pozwoliły wyodrębnić parametry mające istotny wpływ na rozkład bądź wartości obciążenia tężnika. Za istotne parametry, które wpływają na rozkład oraz węzłowe wartości obciążenia uznano parametry wyszczególnione poniżej.

Nachylenie pasa górnego w przypadku dachów dwuspadowych, ponieważ prowadzi ono do zmniejszenia obciążenia w strefie kalenicowej, a w przypadku dachów o kącie nachylenia większym niż 10° prowadzi nawet do zmiany znaku obciążenia tężnika w strefie kalenicy.

Schemat statyczny kratownicy, z uwagi na duże zmiany zarówno kierunku, jak i wartości węzłowego obciążenia tężnika w strefie podporowej. Zmiana schematu statycznego z belki jednoprzęsłowej swobodnie podpartej na jednostronnie lub dwustronnie utwierdzoną powoduje oczywiste zmniejszenie wartości obciążenia tężnika w strefie środkowej oraz powstanie przeciwnej i stosunkowo dużej wartości węzłowego obciążenia tężnika w miejscu wprowadzonego utwierdzenia.

Układ globalnych imperfekcji pasów kratownicy, ponieważ znacząco wpływa on na wartości węzłowego obciążenia tężnika. Różnica pomiędzy wartościami obciążenia w przypadku jednostronnego układu imperfekcji pasów (IMP 3) a układu imperfekcji przeciwnych (IMP 2) wynosi ok. 240 %. Również w przypadku probabilistycznie i deterministycznie przyjmowanych układów globalnych i lokalnych imperfekcji pasów zaobserwowano wartości obciążenia o wiele większe niż w przypadku obciążenia normowego.

Pozostałe analizowane parametry nie wpływają na rozkład obciążenia, a jedynie w nieznacznym stopniu wpływają na węzłowe wartości oddziaływania. Wysokość kratownicy wpływa na obciążenie tężnika poprzez zmniejszenie wartości obciążenia wraz ze wzrostem wysokości kratownicy, co jest oczywiste z uwagi na zmniejszenie wartości siły ściskającej w pasie kratownicy. Schemat obciążenia kratownicy nie wpływa znacząco na rozkład obciążenia tężnika, ponieważ rozpatrywane typowe schematy wywołują podobny, quasi-paraboliczny rozkład siły ściskającej w pasie górnym. Można przypuszczać, że w przypadku nietypowych schematów obciążenia lub nietypowych geometrii kratownic, może wystąpić zmiana rozkładu obciążenia tężnika. Przypadki takie należałoby rozpatrywać indywidualnie. Rodzaj wykratowania w niewielkim stopniu wpływa na rozkład obciążenia tężnika, można natomiast zaobserwować pewien wpływ na poszczególne wartości obciążenia węzłowego, co jest związane z kierunkiem i układem krzyżulców. W przypadku gdy w skrajnym węźle pasa górnego nie zamocowano krzyżulca (W3) następuje w tym węźle zmiana znaku obciążenia tężnika w stosunku do przypadków pozostałych. Schemat bocznego podparcia pasów nie wpływa znacząco na rozkład obciążenia tężnika z wyjątkiem różnic opisanych w punkcie 2. Liczba podparć bocznych pasa górnego wpływa jedynie na wartość węzłowego obciążenia, która jest proporcjonalna do odległości pomiędzy punktami podparcia. Sztywność tężnika połączeniowego wpływa na wartości obciążenia węzłowego tylko w przypadku bardzo małych wartości sztywno-

ści, które nie byłyby wystarczające do zapewnienia odpowiedniej długości wyboczeniowej pasa ściskanego w przypadku wyboczenia z płaszczyzny. Dlatego też należy uznać, że w przypadku tężników o odpowiedniej sztywności wpływ tego czynnika będzie pomijalnie mały. Sztywność „z płaszczyzny” węzłów wykratowania, ponieważ nie wpływa ona znacząco na rozkład obciążenia tężnika ani na poszczególne wartości węzłowego oddziaływania na tężnik.

7.2. Wnioski

Nawiązując do sformułowanych w punkcie 2.3 tez rozprawy można stwierdzić, że tezy te zostały pozytywnie zweryfikowane badaniami doświadczalnymi oraz analizą numeryczną. Na podstawie przeprowadzonych badań własnych można stwierdzić, że:

1. Rozkład obciążenia poprzecznego tężnika połaciowego od dźwigara kratowego z imperfekcjami jest rozkładem nierównomiernym, sprzecznym z modelem zalecanym w normie PN-EN 1993-1-1 zgodnie z tezą rozprawy. Rzeczywisty rozkład obciążenia tężnika od dźwigara z imperfekcjami jest rozkładem znakozmiennym (ze strefą ujemną przy podporach). Kształt rozkładu rzeczywistego w przypadku kratownicy o pasach równoległych jest zbliżony do funkcji wielomianowej 4-stopnia lub funkcji sinusoidalnej z maksymalną wartością „dodatnią” w środku rozpiętości oraz zmianą znaku w odległości ok. $L/4$ od podpór. Za wartość „dodatnią” przyjęto oddziaływanie zgodne z kierunkiem oddziaływania normowego. Poszczególne wartości węzłowego obciążenia tężnika w przypadku rzeczywistego rozkładu tego obciążenia przyjmują wielokrotnie większe wartości niż w przypadku rozkładu normowego.
2. Jak wykazały numeryczne analizy parametryczne, układy globalnych i lokalnych imperfekcji pasów wpływają na obciążenie tężnika zarówno pod względem wartości węzłowego oddziaływania, jak również po względem rozkładu obciążenia. Układ wzajemnych globalnych imperfekcji pasów (jednoczesna imperfekcja pasa dolnego) wpływa znacząco na wartości węzłowego oddziaływania, podczas gdy kombinacje imperfekcji lokalnych i globalnych pasów wpływają znacząco na rozkład obciążenia tężnika, który może przyjmować bardzo złożony, wielokrotnie zmienny kształt.
3. Badania doświadczalne potwierdziły, że ścieżki równowagi statycznej pasa ściskanego kratownicy zależą od układu imperfekcji pasów, co dowodzi, że również imperfekcja pasa dolnego może mieć wpływ na wartość obciążenia granicznego ściskanego pasa kratownicy. Wpływ ten jest związany ze wstępną imperfekcją skrętną kratownicy i nie może zostać uwzględniony za pomocą zalecanej przez normę PN-EN 1993-1-1 procedury wymiarowania pasa ściskanego kratownicy jako elementu wydzielonego.

Przeprowadzone prace badawcze pozwalają również na sformułowanie wniosków dodatkowych, które nie zostały sformułowane jako tezy rozprawy.

4. Zaproponowana współautorska metoda określania węzłowego obciążenia tężnika za pomocą równań równowagi węzłów może być stosowana w sytuacji, gdy wszystkie węzły pasa dolnego będą podparte poprzecznie. W innych przypadkach metoda ta powinna zostać zmodyfikowana o wpływ sprężystej deformacji pasa dolnego.
5. Przyjęcie jednego modelu rozkładu obciążenia tężnika (ujednoliconego dla wszystkich analizowanych parametrów oraz kombinacji imperfekcji) może być trudne z uwagi na wpływ takich czynników jak: kąt nachylenia połączenia w przypadku kratownic ze spadkiem, schemat statyczny kratownicy oraz brak normowych wytycznych na temat przyjmowania kombinacji imperfekcji geometrycznych. Propozycja unifikacji rozkładu obciążenia zastępczego powinna zostać poprzedzona analizą wpływu takiego obciążenia na typowe poprzeczne tężniki połączeniowe.

Ponadto, w odniesieniu do ogólnej tematyki imperfekcji w konstrukcjach kratowych należy stwierdzić, że przepisy normowe dotyczące dokładności wykonania i montażu kratownic zawarte w normie [16] są nieprecyzyjne lub niepełne, co utrudnia ich jednoznaczną interpretację. Sytuacja ta może utrudniać właściwą ocenę poprawności wykonania i montażu kratownic przez inspektorów nadzoru. Sytuację taką należałoby zmienić poprzez wprowadzenie do normy [16] dopuszczalnej, montażowej imperfekcji skrajnej przekroju dźwigara (kratowego lub belkowego) zgodnie z zaleceniami nieaktualnych już norm [22], [24].

7.3. Wpływ wyników pracy na dalszy rozwój tematu

Przeprowadzone badania doświadczalne i analizy numeryczne pozwoliły udowodnić rozbieżności pomiędzy normowym modelem obciążenia tężnika od dźwigara z imperfekcjami a stanem faktycznym. Uznanie normowego modelu obciążenia tężnika za niewłaściwy otworzy możliwość jego weryfikacji lub rezygnacji z modelu uproszczonego na rzecz analizy modelu przestrzennego obejmującego dźwigar wraz z układem tężników i płatwi. W przypadku konieczności weryfikacji modelu normowego konieczna byłaby analiza obciążenia poszczególnych elementów modelu przestrzennego (płatwi oraz prętów stężeń) od możliwych rozkładów obciążenia tężnika. Na podstawie takiej analizy można by określić pewne, umowne maksymalne obciążenie poszczególnych elementów konstrukcyjnych, np. jako pewną wartość obciążenia N_{ED} ściskanego pasa kratownicy. W przypadku rezygnacji z modelu uproszczonego należałoby wskazać projektantom zakres modelu przestrzennego oraz metody jego analizy.

Uwzględniając zakres przeprowadzonych prac badawczych oraz sformułowane na ich podstawie wnioski można wskazać kierunki dalszych prac. W zakresie badań doświadczalnych autor dysertacji planuje przeprowadzenie:

- badań nośności granicznej i stateczności pojedynczych prętów z różnymi rodzajami imperfekcjami geometrycznymi (łukowej o różnych kształtach, łamanej, mimośrodowo obciążonej lub złożonej). Porównanie nośności granicznej oraz ścieżek równowagi statycznej prętów

o różnych, występujących w rzeczywistości imperfekcjach, umożliwi opracowanie uogólnionej charakterystyki pręta ściskanego z imperfekcjami.

- badania obciążenia tężnika połaciowego w formie blachy trapezowej od dźwigara z imperfekcjami geometrycznymi. Stosowane powszechnie konstrukcyjne blachy trapezowe pokrycia dachowego mogą pełnić funkcję tężników połaciowych. Badanie takie pozwoli określić obciążenie takich blach oraz typowych łączników konstrukcyjnych łączących blachy ze ściskany pasem kratownicy. Ponadto pozwoli to lepiej rozpoznać rozkład obciążenia tężnika jako funkcji $q(x)$.

- badań nośności granicznej kratownic z imperfekcjami geometrycznymi pasów w zakresie sprężysto-plastycznym. Przeprowadzenie badań niszczących pozwoli określić rzeczywiste różnice pomiędzy wartościami obciążenia granicznego w przypadku różnych układów imperfekcji geometrycznych kratownicy. Ponadto w badaniach tych istnieje możliwość uwzględnienia dodatkowych imperfekcji geometrycznych wykratowania.

W zakresie analiz numerycznych planowane jest przeprowadzenie:

- analizy obciążenia poszczególnych elementów tężników dachowych (typowych płatwi i prętów stężeń) od rzeczywistych rozkładów obciążenia tężnika. Analizy takie pozwolą określić różnice pomiędzy obciążeniem tych elementów w przypadku normowego modelu obciążenia tężnika oraz modelu rzeczywistego.

- analizy probabilistycznej metodą *Monte Carlo* uwzględniającą wiele jednoczesnych imperfekcji geometrycznych w przykładowej kratownicy. Uwzględnienie w jednym modelu numerycznym wielu imperfekcji geometrycznych (imperfekcji łukowych pasów i wykratowania w obu płaszczyznach, imperfekcji łamanej pasów oraz skrętnej i przechyłowej całej kratownicy) umożliwi określenie stopnia wpływu tych imperfekcji na nośność i stateczność kratownicy. Pozwoli to określić, które z nich wymagają uwzględniania na etapie projektowania. Dodatkowo stworzenie jednego uniwersalnego modelu uwzględniającego różne geometrie kratownicy oraz różne imperfekcje pozwoli przeprowadzić analizy dotyczące zasad tworzenia kombinacji imperfekcji geometrycznych w kratownicach, co zostało pominięte w aktualnej normie projektowej PN-EN 1993-1-1.

Streszczenie

Imperfekcje geometryczne występują we wszystkich rodzajach konstrukcji budowlanych. W przypadku konstrukcji prętowych za najbardziej istotne imperfekcje geometryczne uważa się imperfekcje przechyłowe ram i wstępne wygięcia prętów ściskanych. Wpływ działania imperfekcji geometrycznych na proste konstrukcje prętowe był tematem rozważań naukowych już od początku XX w. Obecne procedury normowe dotyczące uwzględniania imperfekcji w konstrukcjach prętowych w dużej mierze bazują na modelach uproszczonych. W aktualnej literaturze wiele publikacji omawia wpływ imperfekcji na nośność i stateczność układów ramowych, natomiast wpływ imperfekcji na nośność i stateczność układów kratowych pozostaje stosunkowo mało udokumentowany.

Głównym celem pracy była doświadczalna weryfikacja normowych zaleceń dotyczących obciążenia poprzecznego tężnika połączeniowego wynikającego z obciążenia kratownicy z imperfekcjami geometrycznymi pasów. Badania doświadczalne poprzedzono niezbędną analizą teoretyczną oraz analizą literatury. Zagadnienie to uznano za istotne, ponieważ normowy model uproszczony nie uwzględnia takich czynników, jak np. quasi-paraboliczny rozkład siły normalnej w górnym pasie kratownicy oraz wstępnej geometrycznej imperfekcji pasa dolnego. Badania doświadczalne prowadzono z wykorzystaniem siedmiometrowych modeli badawczych kratownic płaskich wykonanych z profili RK 30x3 (pasy kratownicy) oraz RK20x2 (wykratowanie). Oprócz badań głównych przeprowadzono również szereg badań pomocniczych, np. pomiar wstępnych imperfekcji modeli badawczych, analizę właściwości wytrzymałościowych stali wykorzystanej do budowy modeli badawczych, jak również zweryfikowano poprawność działania stanowiska i metod badawczych. Wynikami głównych badań doświadczalnych są rozkłady węzłowego obciążenia poprzecznego tężnika połączeniowego oraz ścieżki równowagi pasa górnego kratownicy. Wyniki badań doświadczalnych wykorzystano do walidacji modelu numerycznego.

Badania numeryczne przeprowadzono w programie SOFiSTiK wykorzystując Metodę Elementów Skończonych. Oprócz analizy modelu doświadczalnego przeprowadzono również analizę parametryczną modelu kratownicy o rozpiętości 24,0 m i rzeczywistych przekrojach pasów i wykratowania dostosowanych do typowych obciążeń obiektów halowych. Podczas analiz parametrycznych rozpatrywano wybrane parametry, takie jak: geometrię dźwigara, rodzaj obciążenia, sztywność i układ podpór bocznych pasów oraz przede wszystkim układ geometrycznych imperfekcji pasów. Rozpatrując wpływ układu imperfekcji pasów kratownicy na obciążenie poprzecznego tężnika połączeniowego uwzględniono zarówno losowe układy imperfekcji (probabilistykę) jak również kombinatorykę imperfekcji.

Badania doświadczalne oraz analizy numeryczne podsumowano wnioskami. Na podstawie przeprowadzonych prac określono rzeczywisty rozkład obciążenia poprzecznego tężnika połączeniowego dla analizowanego modelu badawczego oraz dla kratownic o parametrach rzeczywistych.

Summary

Geometrical imperfections occur in each type of engineering constructions. In the case of rods structures the most important geometrical imperfections are sway imperfections of the frames and initial out-of-straightness imperfections of the compressed rods. The influence of geometric imperfections on simple rod constructions has been the subject of scientific considerations since the beginning of the 20th century. Current standard procedures regarding the inclusion of imperfections in rod constructions are largely based on simplified models. In the current literature, many publications discuss the impact of imperfection on the strength and stability of frame systems, while the influence of geometrical imperfections on the strength and stability of truss systems remains relatively little documented.

The main purpose of the work was the experimental verifications of the standard recommendation regarding the transverse roof bracing's load resulting from the vertical load of the truss with chords' geometrical imperfections. Experimental research was preceded by the necessary theoretical analysis and analysis of the literature. This issue was considered as important because the standard simplified model does not take into account factors such as the quasi-parabolic distribution of normal force in the upper chord and the initial geometric imperfection of the bottom chord. Experimental research was carried out using seven-meter long research models of planar trusses made of SH 30x3 cross-sections (chords) and SH 20x2 cross-sections (webs). In addition to the main studies, a number of auxiliary tests were also carried out, eg measurement of initial imperfections of research models, analysis of strength properties of steel used to build research models, as well as the correctness of operation of the test stand and methods. The results of the main experimental investigations are the distributions of the transverse roof bracing's load and the equilibrium path of the truss' upper chord. In addition, the results of experimental studies were used to validate the numerical model.

Numerical research was carried out using the SOFiSTiK program and the Finite Element Method. In addition to the analysis of the experimental model, a parametric analysis of a truss model with a span of 24.0 m and typical cross-sections of chords and webs adopted to typical loads of hall objects was performed. During this parametric analysis, selected parameters were considered, such as: girder geometry, different type of load, stiffness and arrangement of side supports, and, above all, geometric layout of chords' imperfections. Considering the influence of the imperfection system of truss' chords on the load of the transverse roof bracing, both the random imperfection (probabilistic) as well as the combination of imperfection were considered.

Experimental research and numerical analyzes have been summarized with conclusions. On the basis of the work carried out, the actual distribution of transverse roof bracing's load for the analyzed research model and for trusses with real parameters was determined.

Literatura

Pozycje normowe

- [1] PN-EN 1993-1-1: 2006 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] PN-EN 1993-1-3: 2008 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne - Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
- [3] PN-EN 1993-1-5: 2008: Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.
- [4] PN-EN 1993-1-6: 2009 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych.
- [5] PN-EN 1993-1-7: 2008 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-7: Konstrukcje płytowe.
- [6] PN-EN 1993-1-8: 2006 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [7] PN-EN 1993-1-11: 2008 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-11: Konstrukcje ciągnowe.
- [8] PN-EN 1993-2: 2010 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 2: Mosty stalowe.
- [9] PN-EN 1993-3-1: 2008 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 3-1: Wieże, maszty i kominy - Wieże i maszty.
- [10] PN-EN 1993-3-2: 2008 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 3-2: Wieże, maszty i kominy - Kominy.
- [11] PN-EN 1993-4-1: 2009 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-1: Silosy.
- [12] PN-EN 1993-4-2: 2009 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-2: Zbiorniki.
- [13] PN-EN 1993-4-3: 2008 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-3: Rurociągi.
- [14] PN-EN 1993-6: 2009 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 6: Konstrukcje wsporcze dźwignic.
- [15] PN-EN 1090-1: 2012. Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych. Część 1: Zasady oceny zgodności elementów konstrukcyjnych.
- [16] PN-EN 1090-2: 2002. Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych. Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.
- [17] PN-EN 10034: 1996. Dwuteowniki I i H ze stali konstrukcyjnej - Dopuszczalne odchyłki wymiarowe i odchyłki kształtu.
- [18] PN-EN 10219-1: 2007. Kształtowniki zamknięte ze szwem wykonane na zimno ze stali konstrukcyjnych niestopowych i drobnoziarnistych - Część 1: Warunki techniczne dostawy.
- [19] PN-EN 10219-2: 2007. Kształtowniki zamknięte ze szwem wykonane na zimno ze stali konstrukcyjnych niestopowych i drobnoziarnistych - Część 2: Tolerancje, wymiary i wielkości statyczne.
- [20] PN-EN 10279: 2003. Ceowniki stalowe walcowane na gorąco - Tolerancje kształtu, wymiarów i masy.
- [21] PN-EN ISO 6892-1: 2016. Metale: próba rozciągania, Część 1: Metoda badania w temperaturze pokojowej.
- [22] PN-77/B-06200 Konstrukcje stalowe budowlane. Wymagania i badania.
- [23] PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [24] PN-B 06200: 1997 Konstrukcje stalowe budowlane - Warunki wykonania i odbioru - warunki podstawowe.

- [25] GB50017-2003 Code for design of steel structures. China Planning Press. China 2003 [in English]
- [26] GB50205-2001 Code for acceptance of construction quality of steel structures. China Planning Press. China 2001 [in English]
- [27] BS5950-1 Structural use of steelwork in building. Part 1. Code of practice for design in simple and continuous construction; hot rolled sections, 1990. British Standard Institution, London.
- [28] ANSI/AISC 360-05 Specification of structural steel buildings, 2005. American Institute of Steel Construction. Chicago.
- [29] ANSI/AISC 303-16 Code of standard practice for steel buildings and bridge, 2016. American Institute of Steel Construction. Chicago.
- [30] CAN/SCA S16-01 Limit states design of steel structures. Canadian Standards Associations, Ontario 2001.
- [31] DIN V 18800-7: 2000-10. Stahlbauten; Ausführungen und Herstellerqualifikation.
- [32] ENV 1090-1:1996. Execution of steel structures. Part 1. General rules for buildings.

Publikacje

- [33] AGUERO A., PALLARES L., PALLARES F.J.: Equivalent geometric imperfection definition in steel structures sensitive to flexural and/or torsional buckling due to compression. *Engineering Structures*, 96/2015, s. 160-177. ISSN 0141-0296.
- [34] AGUERO A., PALLARES L., PALLARES F.J.: Equivalent geometric imperfection definition in steel structures sensitive to lateral torsional buckling due to bending moment. *Engineering Structures*, 96/2015, s. 41-55. ISSN 0141-0296.
- [35] ALVARENGA A.R., SILVERIA R.A.M.: Second-order plastic-zone analysis of steel frames – part I: Numerical formulation and examples of validation. *Latin American Journal of Solid and Structures*, 6/2009, s. 131-152. ISSN 1679-7817.
- [36] ALVARENGA A.R., SILVERIA R.A.M.: Second-order plastic-zone analysis of steel frames – part II: effects of initial geometric imperfection and residual stress. *Latin American Journal of Solid and Structures*, 6/2009, s. 323-342. ISSN 1679-7817.
- [37] AUGENTI N., PARISI F.: Buckling analysis of a long-span roof structure collapsed during construction. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 27(1)/2013, s. 77-88. ISSN 0887-3828.
- [38] AZIZINAMINI A.: Full scale testing of old steel truss bridge. *Journal of Constructional Steel Research*, 58/2002, s. 843-858. ISSN 0143-974X.
- [39] BACINSKAS D., KAMAITIS Z., JATULIS D., KILIKVICIUS A., i inni: Field load testing and structural evaluation of steel truss footbridge. The 9th International Conference "Environmental Engineering", may 2014, Vilnius, Lithuania. eISBN 978-609-457-640-9.
- [40] BARSZCZ A.M., GIŻEJOWSKI M.A.: An equivalent stiffness approach for modeling the behavior of compression members according to Eurocode 3. *Journal of Constructional Steel Research*, 63/2007, s. 55-70. ISSN 0143-974X.
- [41] BERKOWSKI P., MARCINKOWSKI Z.: Statystyczny model imperfekcji wykonawczych stalowych dźwigarów kratowych. XLIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB. Poznań – Krynica, 1997. ISBN 83-87230-00-6.
- [42] BIEGUS A.: Analiza wyboczeniowa pasów dolnych z płaszczyzny kratownic w dachach bezpłatwiowych. *Materiały Budowlane*, 10/2015, s. 14-16. ISSN 0137-2971.

- [43] BIEGUS A.: Calculation of lateral bracing of cantilever and multispan girders. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 13/2013, s. 99-103. ISSN 1644-9665.
- [44] BIEGUS A.: Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa – Wrocław 1997. ISBN 83-01-12322-2.
- [45] BIEGUS A.: Obciążenie imperfekcyjne poziomych stężeń poprzecznych dźwigarów wspornikowych i wieloprzęsłowych. *Inżynieria i Budownictwo*, 11/2011, s. 578-581. ISSN 0021-0315.
- [46] BIEGUS A.: Probabilistyczna analiza konstrukcji stalowych. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa - Wrocław 1999, ISBN 83-01-12987-5.
- [47] BIEGUS A.: Stalowe budynki halowe. Arkady, Warszawa, 2008. ISBN 978-83-213-4314-3.
- [48] BIEGUS A.: Stateczność prętów ściskanych pod zmieniającym się skokowo obciążeniem osiowym. *Inżynieria i Budownictwo*, 4/1988, s. 148-151. ISSN 0021-0315.
- [49] BIEGUS A.: Trapezoidal sheet as a bracing preventing flat trusses from out-of-plane buckling. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 15/2015, s. 735-741. ISSN 1644-9665.
- [50] BIEGUS A., CZEPIŹAK D.: Global geometrical imperfections for refined analysis of lateral roof bracing systems. XIII International Conference on Metal Structures ICMS2016 – Zielona Góra 2016. Recent Progress in Steel and Composite Structures, ed. Marian Giżejowski et al. CRC Press. ISBN 978-113-802-946-0.
- [51] BIEGUS A., CZEPIŹAK D.: Imperfection force of member under longitudinal action having a variable sign. Conference paper. Eurosteel 2017, Copenhagen, 1/2017, s. 3719-3728.
- [52] BIEGUS A., CZEPIŹAK D.: Imperfekcyjne obciążenia od wygięcia pasów oraz skręcenia i pochylenia kratownicy. *Materiały Budowlane*, 5/2016, s. 86-87. ISSN 0137-2971.
- [53] BIEGUS A., MAĐRY D.: Obliczanie stężeń hal stalowych według PN-EN 199311. *Konstrukcje Stalowe*, 1(90)/2008, s. 34-37. ISSN 1232-8960.
- [54] BIEGUS A., WOJCZYŚZYN D.: Długości wyboczeniowe pasów kratownic z płaszczyzny ustroju. *Inżynieria i Budownictwo*, 11/2004, s. 607-610. ISSN 0021-0315.
- [55] BIEGUS A., WOJCZYŚZYN D.: Nośność pasów kratownic „krótkich” przy wyboczeniu z płaszczyzny ustroju. *Inżynieria i Budownictwo*, 3/2007, s. 164-168. ISSN 0021-0315.
- [56] BIEGUS A., WOJCZYŚZYN D.: Studies on buckling lengths of chords for out-of-plane instability. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 11/2011, s. 507-517. ISSN 1644-9665.
- [57] BLANKSVÄRD T., HÄGGSTRÖM J., NILIMAA N., SABOUROVA N.: Test to failure of a steel truss bridge - Calibration of assessment methods. *Bridge Maintenance, Safety, Menagement and Life Extension*. Ed. Chen, Frangopol, Ruan. Taylor & Francis Group, London, s. 1076-1081. ISBN 978-1-138-00103-9.
- [58] BŁAZIK-BOROWA E., GONTARZ J.: Wpływ imperfekcji na pracę statycznie wytrzymałościową typowego rusztowania. *Budownictwo i architektura*, 13(2)/2014, s. 325-332. ISSN 1899-0665.
- [59] BŁAŹEJEWSKI P., MARCINOWSKI J.: Najbardziej niekorzystne imperfekcje geometryczne stalowych powłok sferycznych. *Budownictwo i Architektura*, 13(3)/2014, s.219-226. ISSN 1899-0665.
- [60] BOISSONNADE N., SOMJA H.: Influence of imperfections in FEM modeling of lateral torsional buckling. Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council, Grapevine, Texas, april 2012. ISBN 9781622760756.
- [61] BRZOSKA Z.: *Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennych*. PWN, Warszawa, 1965.

- [62] CHAN S.L., CHO S.H.: Second-order analysis and design of angle trusses. Part I: Elastic analysis and design. *Engineering Structures*, 30/2008, s. 616-625. ISSN 0141-0296.
- [63] CHAN S.L., CHO S.H.: Second-order P- Δ - δ analysis and design trusses allowing for imperfections and semi-rigid connections. *International Journal of Advanced Steel Construction*, 1(1)/2005, s. 157-172. ISSN 1816-112X.
- [64] CHEN S., DU G.: Influence of initial imperfection on the behavior of extended bolted end-plate connections for portal frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 63/2007, s. 211-220. ISSN 0143-974X.
- [65] CHEN W.F., LUI E.M.: *Handbook of structural engineering*. Second edition. CRC Press. New York 2005. ISBN 978-0849-315-69-5.
- [66] CHEN W.F., LUI E.M.: *Structural stability: Theory and implementation*. Elsevier. New York, 1987. ISBN 0-444-01119-6.
- [67] CHLADNY E., ŠTUJBEROVA M.: Frames with global and local imperfection in the shape of the elastic buckling mode (part 1). *Stahlbau*, 83(8)/2013, s. 609-617. ISSN 1467-1049.
- [68] CHLADNY E., ŠTUJBEROVA M.: Frames with global and local imperfection in the shape of the elastic buckling mode (part 2). *Stahlbau*, 83(9)/2013, s. 684-694. ISSN 1467-1049.
- [69] CHO S.H., CHAN S.L.: Second-order analysis and design of angle trusses. Part II: Plastic analysis and design. *Engineering Structures*, 30/2008, s. 626-631. ISSN 0141-0296.
- [70] Code of practice for the structural use of steel. Praca zbiorowa. 2011, Hong Kong Building Department.
- [71] CRISTUTIU M., NAGY Z.: Initial imperfection influence on the structural behavior of steel portal frames with variable cross sections and some sustainability considerations - Case study. 6th WSEAS International Conference on Energy, Environment, Ecosystems & Sustainable Development (EEESD'10); 3rd WSEAS International Conference on Landscape Architecture (LA'10). Selected Topics in Energy, Environment, Sustainable Development and Landscaping. Politehnica University of Timisoara, Romania 2010, s.21-32, ISBN 978-960-474-237-0.
- [72] CRISTUTIU M., NUNES D.L.: Local and global stability of single storey frames made of welded plate elements with tapered web. *Acta Technica Napocensis: Civil Engineering & Architecture*, 54(1)/2011, s. 28-37. ISSN 1221-5848.
- [73] CZEPIŻAK D., BIEGUS A.: Refined calculation of lateral bracing system due to global geometrical imperfections. *Journal of Constructional Steel Research*, 119/2016, s. 30-38. ISSN 0143-974X.
- [74] CYBULSKI R., WALENTYŃSKI R., CYBULSKA M.: Local buckling of cold-formed elements used in arched building with geometrical imperfections. *Journal of Constructional Steel Research*, 96/2014, s. 1-13. ISSN 0143-974X.
- [75] DWIGHT J.B.: Use of Perry formula to represent the new European strut curves. *Proceedings, International Colloquium on Column Strength, IABSE Reports of the Working Commissions. Zurich*, 23/1972, 399-412.
- [76] EULER L.: *Elastic curves de curvis elasticis, additamentum I to his methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*. Lausanne and Geneva, 1744. Translated by W.A. Oldfather, C.A. Ellis, D.M. Brown, 1933.
- [77] FONG M., CHO S.H., CHAN S.L.: Design of angle trusses by code and second order analysis with experimental verification. *Journal of Constructional Steel Research*, 65/2009, s. 214-2147. ISSN 0143-974X.

- [78] GALAMBOS T.V., SUROVEK A.E.: Structural stability of steel: Concepts and applications for structural engineers. John Wiley and son. New Jersey, 2008. ISBN 978-0-470-03778-2.
- [79] GIŻEJOWSKI M.: O metodach modelowania, analizy i weryfikacji w projektowaniu konstrukcji stalowych w ujęciu eurokodów. *Inżynieria i Budownictwo*, 10/2012, s. 545-549. ISSN 0021-0315.
- [80] GIŻEJOWSKI M., BARSZCZ A., ŚLĘCZKA L.: Projektowanie stężeń stalowych układów konstrukcyjnych według PN-EN 1993-1-1. *Inżynieria i Budownictwo*, 11/2008, s. 614-621. ISSN 0021-0315.
- [81] GIŻEJOWSKI M., PANCEWICZ Z., ŻÓŁTOWSKI W., KORDJAK J.: Ocena nośności szkieletu stalowego z uwzględnieniem błędów wykonawczych. *Inżynieria i Budownictwo*, 4-1987, s. 125-130. ISSN 0021-0315.
- [82] GIŻEJOWSKI M.A., SZCZERBA R.B., GAJEWSKI M.D. STACHURA Z.: Beam-column in-plane resistance based on the concept of equivalent geometric imperfections. *Archives of Civil Engineering*, 4(2)/2016, s. 35-71. ISSN 1230-2945.
- [83] GORDZIEJ-ZAGÓROWSKA M.: Wpływ mimośrodków na nośność węzłów dźwigarów kratownicowych wykonanych z kształtowników giętych na zimno o przekrojach otwartych. Rozprawa doktorska. Politechnika Gdańska, 2017.
- [84] GORDZIEJ-ZAGÓROWSKA M., URBAŃSKA-GALEWSKA E., DENIZIAK P., PYRZOWSKI Ł.: Truss joint with positive eccentricity experimental research. *Civil and Environmental Engineering Reports*, 25(2)/2017, s.107-123. ISSN 2080-5187.
- [85] GORDZIEJ-ZAGÓROWSKA M., URBAŃSKA-GALEWSKA E., JANKOWSKI R.: Modeling of truss with cold-formed sections and positive eccentricity in the nodes. *Structure and Environment*, 4/2014, s. 24-34. ISSN 2081-1500.
- [86] GORDZIEJ-ZAGÓROWSKA M., URBAŃSKA-GALEWSKA E., PYRZOWSKI Ł., DENIZIAK P., ŁUKOWICZ A.: Preliminary experimental research on stability of truss' joint with positive eccentricity. XIII International Conference on Metal Structures ICMS2016 – Zielona Góra 2016. *Recent Progress in Steel and Composite Structures*, ed. Marian Giżejowski et all. CRC Press. ISBN 978-113-802-946-0.
- [87] GÓRSKI J., MIKULSKI T.: Identification and simulation of initial geometrical imperfections of steel cylindrical tanks. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 46(2)/2008, s. 413-434. ISSN 1429-2955.
- [88] GROCHOWSKA E., MATYSIAK A.: Wpływ błędów procesu budowlanego na awarię konstrukcji dachu. *Przegląd budowlany*, 11/2013, s. 26-29. ISSN 0033-2038.
- [89] GROCHOWSKI I., KAZEK M.: Wpływ imperfekcji rodzaju nieprostoliniowości osi prętów na siły i przemieszczenia. IX Konferencja Naukowo-Techniczna: Awarie Budowlane. Zapobieganie, Diagnostyka, Naprawy, Rekonstrukcje. Szczecin-Międzyzdroje 1995. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, s. 327-336. ISBN 978-83-8635-972-1.
- [90] GWÓŹDŹ M., WOŹNICZKA P.: Badania statystyczne losowej zmienności cech wytrzymałościowych stalowych wyrobów hutniczych. *Przegląd budowlany*, 6/2015, 31-37. ISSN 0033-2038.
- [91] GWÓŹDŹ M., ŻWIREK P.: Statystyczna ocena wytrzymałości blach i kształtowników walcowanych na gorąco. *Inżynieria i Budownictwo*, 3/2012, s. 145-523. ISSN 0021-0315.
- [92] HOTAŁA E., RYKALUK K.: Failure state of steel roof structure of the show-sports hall during assembly. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 12/2012, s.41-48. ISSN 1230-2945.

- [93] HOTAŁA E., RYKALUK K., HOTAŁA P.: Zagrożenie awaryjne stalowej konstrukcji hali wskutek błędów projektowych i wykonawczych. XXV Konferencja Naukowo-Techniczna: Awarie Budowlane. Zapobieganie, Diagnostyka, Naprawy, Rekonstrukcje. Szczecin-Międzyzdroje 2011. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, s. 801-808. ISBN 978-837-663-075-5.
- [94] HUTCHINSON J.W., KOITER W.T.: Postbuckling theory. *Applied Mechanics Reviews*, 23/1970, s. 1353-1366.
- [95] IDEA StatiCa Steel - Release Notes Version 9.0. South Moravian Innovation Center, Kwiecień 2018.
- [96] IWICKI P.: Selected problems of stability of steel structures. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2010. ISBN 978-83-7348-328-6.
- [97] IWICKI P.: Stability of trusses with linear elastic side-supports. *Thin-Walled Structures*, 45/2007, s. 849-854. ISSN 0263-8231.
- [98] IWICKI P.: Stateczność przestrzenna podciągu kratowego z ukośnymi sprężystymi podporami bocznymi. XXIII Konferencja Naukowo-Techniczna: Awarie Budowlane. Zapobieganie, Diagnostyka, Naprawy, Rekonstrukcje. Szczecin-Międzyzdroje 2007. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, s. 327-336-808. ISBN 978-83-7457-029-9.
- [99] IWICKI P.: Sensitivity analysis of critical forces of truss with side bracing. *Journal of Constructional Steel Research*, 66/2010, s. 923-930. ISSN 0143-974X.
- [100] IWICKI P., KRAJEWSKI M.: 3D buckling analysis of a truss with horizontal braces. *Mechanics and Mechanical Engineering*, 17(1)/2013, s. 49-58. ISSN 1428-1511.
- [101] JANICKI S.: Normalizacja, dokładność wymiarów i pasowań w budownictwie. Wydawnictwa Normalizacyjne, Warszawa 1977.
- [102] JANKOWSKA-SANDBERG J.: Wpływ sztywności stężeń bocznych pasa ściskanego na zwichrzenie sprężyste kratownicy stalowej. *Inżynieria i Budownictwo*, 5/2006, s. 264-266. ISSN 0021-0315.
- [103] JANKOWSKA-SANDBERG J.: Wybrane zagadnienia stateczności dźwigarów łukowych i kratowych. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej. Koszalin 2013. ISBN 978-83-7365-305-4.
- [104] JANKOWSKA-SANDBERG J., KOŁODZIEJ J.: Experimental study of steel truss lateral-torsional buckling. *Engineering Structures*, 46/2013, s.165-172. ISSN 0141-0296.
- [105] JANKOWSKA-SANDBERG J., PAŁKOWSKI SZ.: Parametryczna analiza zwichrzenia sprężystego kratownic. XLVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i Komitetu Nauki PZITB Opole-Krynica 2002, Problemy naukowo-badawcze budownictwa. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2002, s.191-197. ISBN 83-7125-091-6.
- [106] JANKOWSKA-SANDBERG J., PIĄTKOWSKI M.: Analiza zwichrzenia sprężystego jedno i dwuprzęsłowej kratownicy stalowej; *Materiały Budowlane*, 11/2013, s. 34-37. ISSN 0137-2971.
- [107] JOHNSON A., CHENG Y.: Experimental study on system reliability of cold formed steel roof trusses. Research Report RP17-1, January 2017, American Iron and Steel Institute.
- [108] JONSSON J., STAN T.C.: European column buckling curves and finite element modeling including high strength steels. *Journal of Constructional Steel Research*, 128/2017, s.136-151. ISSN 0143-974X.

- [109] KALA Z.: Geometrically non-linear finite element reliability analysis of steel plane frames with initial imperfections *Journal of Civil Engineering and Management*, 18(1)/2012, s. 81-90. ISSN 1392-3730.
- [110] KALA Z.: Elastic lateral-torsional buckling of simply supported hot-rolled steel I-beams with random imperfections. *Procedia Engineering*, 57/2013, s. 504-514. ISSN 1230-2945.
- [111] KALA Z.: Sensitivity analysis of stability problems of steel plane frames. *Thin-Walled Structures*, 49/2011, s.645-651. ISSN 0263-8231.
- [112] KALA Z.: Sensitivity analysis of steel plane frame with initial imperfections. *Engineering Structures*, 33/2011, s. 2342-2349. ISSN 0141-0296.
- [113] KALA Z.: Stability of von-Misses truss with initial random imperfection. *Procedia Engineering*, 172, s.473-480, 2017.
- [114] KALA Z., MELCHER J., PUBLICKY L.: Material and geometrical characteristic of structural steels based on statistical analysis of metallurgical products. *Journal of Civil Engineering and Management*, 15(3)/2009, s.299-307. ISSN 1392-3730.
- [115] KĘDZIORA E.: Ocena stateczności prętów ściskanych na podstawie PN-EN 1993-1-1. *Inżynieria i Budownictwo*, 8/2015, s. 430-433. ISSN 0021-0315.
- [116] KIM S.E., CHEN W.F.: Design guide for steel frames using advanced analysis program. *Engineering Structures*, 21/1999, s. 352-364. ISSN 0141-0296.
- [117] KIM S.E., CHEN W.F.: Practical advanced analysis for braced steel frame design. *Journal of Structural Engineering*, 122(11)/1996, s. 1266-1274. ISSN 0733-9445.
- [118] KIM S.E., CHEN W.F.: Practical advanced analysis for unbraced steel frame design. *Journal of Structural Engineering*, 122(11)/1996, s. 1259-1265. ISSN 0733-9445.
- [119] KOITER W. T.: The stability of elastic equilibrium. PhD Thesis, Technische Hooge Schoole, Delft 1945. Technical Report AFFDL-TR-70-25, 1970. Translation by Edward Risk.
- [120] KOŁODZIEJ J.: Numeryczno-modelowa analiza zwichrzenia sprężystego kratownic stalowych. Rozprawa doktorska. Politechnika Koszalińska 2004.
- [121] KOWAL Z., RADOŃ U.: Propozycja modelu konstytutywnego prętów ściskanych do obliczania nośności granicznej rzeczywistych konstrukcji prętowych. *Inżynieria i Budownictwo*, 12/95, s. 679-683. ISSN 0021-0315.
- [122] KOWALSKI D.: Czy przeglądy okresowe obiektów budowlanych są potrzebne. *Materiały Budowlane*, 5/2016, s.78-79. ISSN 0137-2971.
- [123] KOWALSKI D.: Wpływ imperfekcji wykonawczych na stan naprężeń w płaszczu stalowego zbiornika walcowego o osi pionowej. Praca doktorska. Politechnika Gdańska, 2004.
- [124] KOWALSKI D.: Wzmocnienie przestrzennych dźwigarów kratowych z zastosowaniem dodatkowego podparcia i sprężenia. XXVIII Konferencja Naukowo-Techniczna: Awarie Budowlane. Zapobieganie, Diagnostyka, Naprawy, Rekonstrukcje. Szczecin-Międzyzdroje 2017. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, s. 681-692. ISBN 978-83-7663-234-6.
- [125] KOZŁOWSKI A., FONSECA J., KOWALCZYK R.: Stability analysis of a steel roof truss. 8th International Conference "Modern Building Materials, Structures and Techniques" IABSE. Vilnius, 2004.
- [126] KRAJEWSKI M., IWICKI P.: Analiza numeryczna i badania doświadczalne wpływu usytuowania stężeń na nośność wybożeniową modelu kratownicy. *Inżynieria i Budownictwo*, 2/2013, s. 101-104. ISSN 0021-0315.

- [127] KRAJEWSKI M., IWICKI P.: Analysis of brace stiffness influence on stability of the truss. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 20(1)/2015, s. 97-108. ISSN 2353-9003.
- [128] KRAJEWSKI M., IWICKI P.: Stability of a truss under upward wind loading. XIII International Conference on Metal Structures ICMS2016 – Zielona Góra 2016. *Recent Progress in Steel and Composite Structures*, ed. Marian Giżejowski et al. CRC Press. ISBN 978-113-802-946-0
- [129] KRAJEWSKI M., IWICKI P.: Stability of an imperfect truss loaded by wind. *Engineering Transactions*, 64(4)/2016, s. 509-516. ISSN 0867-888X.
- [130] KRZYŚPIAK T.: *Konstrukcje stalowe hal*. Arkady, Warszawa, 1976.
- [131] KUBICA E.: *Nośność graniczna i sztywność podłużna cienkościennych elementów stalowych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej. Wrocław, 2005. ISBN 83-7085-860-0.
- [132] KUCUKLER M., GARDNER L., MACARINI L.: A stiffness reduction method for in-plane design of structural steel elements. *Engineering Structures*, 73/2014, s. 72-84. ISSN 0141-0296.
- [133] MCANALLEN L.E., PADILLA-LLANO D.A., ZHAO X., MOEN C.D. i inni: Initial geometric imperfection measurement and characterization of cold-formed C-section structural member with 3D non-contact measurement techniques. *Proceedings of the Annual Stability Conference*. Structural Stability Research Council, Toronto, Canada, 2014.
- [134] MANDAL P., CALLADINE C.R.: Lateral-torsional buckling of beams and the Southwell plot. *International Journal of Mechanical Sciences*, 44/2002, s. 2557-2571. ISSN 0020-7403.
- [135] MARCINOWSKI J.: *Stateczność konstrukcji sprężystych: Struktury prętowe, łuki, powłoki*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne. Wrocław, 2017. ISBN 978-83-7125-272-3.
- [136] MATUSZKIEWICZ M.: Imperfections in calculations of guyed lattice masts. *Archives of Civil Engineering*, 60(4)/2014, s.409-420. ISSN 1230-2945.
- [137] MEHRI H., CROCETTI R., GUSTAFSSON P.J.: Unequally spaced lateral bracings on compression flanges of steel girders. *Structures*, 3/2015, s. 236-243. ISSN 2352-0124.
- [138] MELCHER J., KALA Z., HOLICKY M., FAJKUS M., ROZLIVKA L.: Design characteristics of structural steel based on statistical analysis of metallurgical products. *Journal of Constructional Steel Research*, 60/2004, s. 795-808. ISSN 0143-974X.
- [139] MENDERA Z. K.: *Współdziałanie imperfekcji w stalowych prętach ściskanych*. XLIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i Komitetu Nauki PZITB Poznań-Krynica 1997.
- [140] NIEWIADOMSKI L.: Ocena nośności pełnościennych dźwigarów dachowych z ponadnormatywnymi imperfekcjami geometrycznymi. XXII Konferencja Naukowo-Techniczna: *Awarie Budowlane. Zapobieganie, Diagnostyka, Naprawy, Rekonstrukcje*. Szczecin-Międzyzdroje 2005. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, s. 739-746. ISBN 978-83-8876-464-6.
- [141] NIEWIADOMSKI L.: Ocena wpływu imperfekcji ściskanych pasów dźwigarów kratowych na siły wewnętrzne w stalowych elementach konstrukcji dachu. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej - Budownictwo* z. 101/2003, s. 287-294.
- [142] NIEWIADOMSKI L.: *Wady stalowej konstrukcji dachu zmodernizowanej hali przemysłowej*. XXV Konferencja Naukowo-Techniczna, *Awarie Budowlane: Zapobieganie, Diagnostyka, Naprawy, Rekonstrukcje*. Wydawnictwo Uczelniane Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego. Szczecin 2011, s.849-856, ISBN 978-83-7663-076-2.

- [143] NIEWIADOMSKI L.: Wpływ imperfekcji geometrycznych stalowych dźwigarów dachowych na stan naprężeń i przemieszczeń konstrukcji dachowej. Rozprawa doktorska. Politechnika Śląska, 2007.
- [144] NIEWIADOMSKI L.: Wpływ nadmiernych imperfekcji geometrycznych na nośność stalowych dźwigarów dachowych budowanej hali. *Inżynieria i Budownictwo*, 5/2006, s. 242-244. ISSN 0021-0315.
- [145] NIEWIADOMSKI L.: Wpływ początkowych wygięć pasów wiązarów na stan naprężeń w konstrukcji dachu. XLVIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB. Opole – Krynica, 2002. ISBN 83-7125-091-6.
- [146] NIEWIADOMSKI L., SŁOWIŃSKI K.: Błędy projektowe i wykonawcze konstrukcji przekrycia hali sportowej. *Nowoczesne Hale*, 3/2011, s. 28-32. ISSN 1899-8224.
- [147] NIEWIADOMSKI L., SŁOWIŃSKI K.: Przyczyny nadmiernych deformacji konstrukcji przekrycia hali stalowej. *Inżynieria i Budownictwo*, 9/2010, s. 485-488. ISSN 0137-2971.
- [148] NIEWIADOMSKI L., ZAMOROWSKI J.: The load of transversal bracings resulting from geometric imperfections of single-span trusses of roofs. *Proceedings of the 12th International Conference on New Trend in Statics and Dynamics of Buildings*, 2014 Bratislava, Slovakia. ISBN 978-80-227-4259-7.
- [149] NIEWIADOMSKI L., ZAMOROWSKI J.: Wstępne imperfekcje łukowe w analizie połączeniowych stężeń poprzecznych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej - Budownictwo*, z. 23/2017, s. 231-244.
- [150] NUNES D. L., CRISTUTIU I. M.: Influence of lateral restraints modeling in pitched-roof single storey frames with tapered members considering initial imperfections. *Acta Technica Napocensis: Civil Engineering & Architecture*, 56(2)/2013, s. 81-89. ISSN 1221-5848.
- [151] OMISHORE A., KALA Z.: Sensitivity analysis of the ultimate resistance of steel plane frames to imperfection. *Proceedings of the 4th International ASRANet Colloquium*, Athens, 2008. ISBN 978-0-9553550-2-8.
- [152] OSTROWSKI K., KOZŁOWSKI A.: Hierarchical validation of FEM models of bolted joints. *Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture*, 62(4)/2015, s. 357-367. ISSN 2300-8903.
- [153] PAŁKOWSKI SZ.: *Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczenia i projektowania*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa 2009, ISBN 987-83-01-15747-0.
- [154] PAŁKOWSKI SZ.: Modele obliczeniowe poprzecznych stężeń dachowych. *Inżynieria i Budownictwo*, 3/2016, s. 131-134. ISSN 0137-2971.
- [155] PAŁKOWSKI SZ.: O stabilizacji płatwii dachowych za pomocą blachy fałdowej. *Inżynieria i budownictwo*, 9/2017, s. 473-475. ISSN 0021-0315.
- [156] PAŁKOWSKI SZ.: *Podstawy stateczności stalowych konstrukcji prętowych*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2016. ISBN 978-83-7365-424-2.
- [157] PAŁKOWSKI SZ., PIĄTKOWSKI M.: O obliczaniu poprzecznych stężeń dachowych. *Inżynieria i Budownictwo*, 4/2014, s. 210-213. ISSN 0021-0315.
- [158] PAPADOPOULOS V., SOIMRIS G., PAPADRAKAKIS M.: Buckling analysis of I-section portal frames with stochastic imperfections. *Engineering Structures*, 47/2013, s. 54-66. ISSN 0141-0296.
- [159] PAPP F.: Buckling assessment of steel member through overall imperfection method. *Engineering Structures*, 106/2016, s. 124-136. ISSN 0141-0296.

- [160] PIEKARCZYK M., NYTKO J., GIDLEWSKI D.: A study on the imperfection sensitivity of the shell of a cylindrical steel tank. *Technical Transactions - Civil Engineering*, 2-B/2016, s. 173-184. ISSN 1897-628X.
- [161] PIĄTKOWSKI M.: Analiza konstrukcji hali z imperfekcjami. XV Konferencja Naukowa Młodych Doktorantów Wydziałów Budownictwa – Szczyrk 2015. *Współczesny stan wiedzy w inżynierii lądowej*, red. Joanna Bzówka. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2015, s. 259-268. ISBN 978-83-7880-207-5.
- [162] PIĄTKOWSKI M.: Critical load of steel trusses - graphical methods. *Web of Conferences* 219, 02015(2018), MATEC, BalCon 2018. DOI: 201821902015.
- [163] PIĄTKOWSKI M.: Metody uwzględniania imperfekcji geometrycznych w kratownicach stalowych. I Konferencja Studentów i Doktorantów – BalCon 2017. *Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture*, 4/2017, s.231-245. ISSN 2300-8903.
- [164] PIĄTKOWSKI M.: Obciążenie stężeń poprzecznych od dwuprzęsłowych dźwigarów dachowych. XIV Konferencja Naukowa Młodych Doktorantów Wydziałów Budownictwa – Szczyrk 2014. *Wiedza i eksperymenty w budownictwie*, red. Joanna Bzówka. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2014, s. 351-360. ISBN 978-83-7880-191-7
- [165] PIĄTKOWSKI M.: Zwicherung sprężyste kratownicy z imperfekcjami. *Materiały Budowlane*, 8/2016, s. 82-83. ISSN 0131-2971.
- [166] RONDAL J., MAQUOI R.: *Le Flambement des colonnes en acier*. Chambre syndicale des fabricants de tubes d'acier, 1980. ISBN 978-28-5259-073-1.
- [167] RONDAL J., WÜRKER K.G., DUTTA D., WARDENIER J., YEOMANS N.: *Structural stability of hollow sections*. Verlag TÜV Rheinland, Köln 1992. ISBN 3-8249-0075-0.
- [168] RYKALUK K.: *Zagadnienia stateczności konstrukcji metalowych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2012. ISBN 978-83-7125-214-3.
- [169] RZESZUT K., GARSTECKI A.: Modeling of initial geometrical imperfections in stability analysis of thin-walled structures. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 43(3)/2009, s. 667-684. ISSN 1429-2955.
- [170] SADOVSKÝ Z., KRIVÁČEK J., IVANČO V., ĎURICOVÁ A.: Computational modeling of geometric imperfections and buckling strength of cold-formed steel. *Journal of Constructional Steel Research*, 78/2012, s. 1:7. ISSN 0143-974X.
- [171] SARAWIT A. T., PEKÖZ T.: Notional load method for industrial steel storage racks. *Thin-Walled Structures* 44/2006, s.1280-1286. ISSN 0263-8231.
- [172] SCHAFER B.W., PEKÖZ T.: Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. *Journal of Constructional Steel Research*, 47/1993, s. 193-210. ISSN 0143-974X.
- [173] SCHILLINGER D., PAPADOPOULOS V., BISCHOFF M., PAPADRAKAKIS M. Buckling analysis of imperfect I-section beam-columns with stochastic shell finite elements. *Computational Mechanics Manuscript*, 46(3)/2010, s. 495-510.
- [174] SHAYAN S., RASMUSEN K. Jr., ZHANG H.: On the modeling of initial geometric imperfections and residual stress of steel frames. *Research Report R935*. School of Civil Engineering, The University of Sydney. ISSN 1833-2781.
- [175] SMAK M., STRAKA B.: Geometrical and structural imperfections of steel member systems. *Procedia Engineering*. 40/2012, s. 434-439. ISSN 1899-7058.

- [176] SMYRNAIOS S.V., ILIOPOULOS A., VAYAS I.: Truss models for inelastic stability analysis and design of steel plate girders. *Engineering Structures*, 105/2015, s. 165-173. ISSN 0141-0296.
- [177] SSD SOFiSTiK Structural Desktop, User interface of SOFiSTiK. SOFiSTiK AG, 2008.
- [178] SUCHODOŁA M.: Wpływ imperfekcji geometrycznych na nośność stalowych blach łukowych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej: Budownictwo*, z. 104, 2005, s. 299-306. ISSN 0434-0779.
- [179] SZAFRAN J., RYKALUK K.: A full-scale experiment of a lattice telecommunication tower under breaking load. *Journal of Constructional Steel Research*, 120/2016, s. 160-175. ISSN 0143-974X.
- [180] TIMOSHENKO S.P., GERE J.M.: *Teoria stateczności sprężystej*. Arkady, Warszawa 1963.
- [181] TRAHAIR N.S. CHAN S.L.: Out-of-plane advanced analysis of steel structures. *Engineering Structures*, 25/2003, s. 1627-1637. ISSN 0141-0296.
- [182] URBAŃSKA-GALEWSKA E.: Jakość wytwarzania i montażu konstrukcji stalowych w świetle norm europejskich. *Inżynieria i Budownictwo*, 12/2002, s. 32-34. ISSN 0021-0315.
- [183] URBAŃSKA-GALEWSKA E.: *Tolerancje w budowlanych konstrukcjach stalowych łączonych na śruby*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2005. ISBN 83-7348-124-9.
- [184] URBAŃSKA-GALEWSKA E.: Nowy system klasyfikacji tolerancji stalowych konstrukcji prętowych. *Konstrukcje Stalowe*, 5/2008, s. 175-182. ISSN 1232-8960.
- [185] URBAŃSKA-GALEWSKA E.: O zasadach określania tolerancji wymiarów stalowych konstrukcji prętowych. *Konstrukcje stalowe*, 4/93, s. 32-33. ISSN 1232-8960.
- [186] WEISS S., GIŻEJOWSKI M.: *Stateczność konstrukcji metalowych: Układy prętowe*. Arkady, Warszawa, 1991. ISBN 83-213-3456-3.
- [187] WOJCZYSZYN D.: *Analiza długości wyboczeniowych pasów z płaszczyzny kratownic płaskich*. Rozprawa doktorska. Politechnika Wrocławska, 2009.
- [188] WONGJEERAPHAT R.: *Stability bracing behavior for truss systems*. Rozprawa doktorska, The University of Texas at Austin, 2011.
- [189] WONGJEERAPHAT R., HELWIG T.A.: Buckling behavior of steel truss with torsional bracing. *Proceedings of the Annual Stability Conference*. Structural Stability Research Council, Pittsburgh, Pennsylvania, 10-14 may 2011.
- [190] WONGKAEW K., CHEN W.F.: Consideration of out-of-plane buckling in advanced analysis for planar steel frame design. *Journal of Constructional Steel Research*, 58/2002, s. 943-965. ISSN 0143-974X.
- [191] WYSOKOWSKI A.: Wpływ imperfekcji wykonawczych konstrukcji kolejowych mostów stalowych na ich nośność doraźną i zmęczeniową. *Budownictwo i Architektura*, 12(2)/2013, s. 71-78.
- [192] ZALLEN R.M.: Collapse of 112 foot long deep longspan steel joists. *Journal of Structural Failures: Forensic Engineering in Construction*, 9/2004.
- [193] ZALLEN R.M.: Erection of open web longspan steel joists. *Journal of Structural Failures: Forensic Engineering in Construction*, 10/2004.
- [194] ZHAO XIANZHONG, YAN SHEN, CHEN YIYI, XU ZHENYU, LU YONG: Experimental study on progressive collapse-resistant behavior of planar trusses. *Engineering Structures*, 135/2017, s.104-116. ISSN 0141-0296.

- [195] ZHAO JUJYOU, ZHANG YAOCUN, LIN YIYING: Study on mid-height horizontal bracing forces considering random initial geometric imperfections. *Journal of Constructional Steel Research*, 92/2014, s. 55-66. ISSN 0143-974X.
- [196] ZIĘBA A.: *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*. PWN, Warszawa 2013,2014. ISBN 978-83-17968-7.
- [197] ZIEMIAN R., MCGUIRE W.: MASTAN2, educational analysis software for the 21st century. *Proceedings of the 6th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures. IASS-IACM 2008: Spanning "Nano to Mega"*
- [198] ŻÓŁTOWSKI K., DRAWC M.: Stadion Śląski. Analiza wpływu wybranych imperfekcji i uszkodzeń na nośność konstrukcji zadaszona. *XXVII Konferencja Naukowo-Techniczna: Awarie Budowlane 2015*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, s. 293-302. ISBN 838-876-464-0.

Załączniki (płyta CD)

Z1 Protokoły dokładności wykonania modeli badawczych

Z2 Wstępne imperfekcje geometryczne pasów

Z3 Świadczenia wzorcowania maszyny wytrzymałościowej

Z4 Pomiar pola powierzchni przekrojów profili rurowych

Z5 Pomiary cech wytrzymałościowych stali

Z6 Oddziaływanie kratownicy z imperfekcjami na tężnik poprzeczny – wyniki badań

Z7 Stateczność dźwigara z imperfekcjami - wyniki badań

Z8 Deformacja kratownicy pod wpływem obciążenia - Model 1 IMP 0

Z9 Kod modułu tekstowego programu SOFiSTiK

Z10 Zestawienie wyników analiz parametrycznych w formie tabelarycznej i graficznej

Z11 Dokumentacja wykonawcza modelu badawczego