

ZESZYTY NAUKOWE

[26]



Nr 8 / WM

**WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA
W KOSZALINIE**



**PRACE
V KRAJOWEJ KONFERENCJI**

**„POLIOPTYMALIZACJA
W PROJEKTOWANIU
- Mielno '86”**

pod redakcją

Wojciecha TARNOWSKIEGO

CZĘŚĆ II

1986

KOSZALIN

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

Zespół Konstrukcji Maszyn Komitetu Budowy Maszyn PAN

Prace V Krajowej Konferencji

" POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU-MIELNO-86"

Mielno, 9 - 13 czerwca 1986

pod redakcją
Wojciecha Tarnowskiego

część II

Koszalin 1986

ZESZYT NAUKOWY WYDZIAŁU MECHANICZNEGO

Wydane za zgodą Rektora
Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Koszalinie

Wydawnictwo Uczelniane Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Koszalinie
75-620 Koszalin, ul. Raclawska 15-17

Koszalin, 1986, wyd. 1, format A-5, ark. wyd. 14,3 nakład 175 +25 egz
Cena 230, zł.

Druk: Dział Poligrafii WBIInt. zam. 0/102/86 zgoda OUKPiW D-12

SPIS TREŚCI

	strona
WSTEP	5
AMELJAŃCZYK Andrzej: Zadania optymalizacji z relacją dominowania.....	9
BIL Tadeusz., TARNOWSKI Wojciech: Polioptymalizacja mechanizmu ze względu na koszt i luz przy losowych odchyłkach wykonawczych	29
BOJARSKI Włodzimierz: Problemy optymalizacji i harmonizacji systemów socjo-techniczno-ekologicznych.....	38
FIALA P. Multicriteria dual simplex method.....	54
FIALA P., JABLONSKI J.: Multicriterial evaluation of biogas production alternatives.....	63
GOSIEMSKI Zdzisław, BIL Tadeusz: Optymalna dyslokacja sił sterujących drganiami wirników giętnych	77
JACQUET-LAGREZE E., SŁOWIŃSKI R: Help with an interactive assessment of a piecewise-linear utility function.....	95
JĘDRZEJEWSKI A: Zastosowanie korelacji kanonicznej w optymalizacji wielokryterialnej.....	114
KALISZEWSKI Ignacy: Wyznaczanie rozwiązań niezdominowanych w zadaniach wielokryterialnego programowania całkowitoliczbowego.....	124
KONARZEWSKA-GUBAŁA Ewa: O wykorzystaniu celów referencyjnych w wielokryterialnej analizie decyzji.....	130
KUSIDŁO K: O pewnym przykładzie wykorzystania polioptymalizacji w procesie projektowania elektromagnesu.....	165
MARECKI F: Hierarchizacja kryteriów w metodzie podziału i ograniczeń.....	183
MATUSZEK Józef: Polioptymalizacja przy probabilistycznych postaciach funkcji celu.....	191
MISIAKIEWICZ Jacek: Komputerowe wspomaganie wyboru w projektowaniu wstępnym.....	201
OSYČZKA A., MONTUSIEWICZ J.: Optymalizacja wielokryterialna tarczowych hamulców samochodowych.....	208
PALUS Henryk., TARNOWSKI Wojciech: Wielokryterialny wybór metody heurystycznej w projektowaniu technicznym.....	220

PIASOCKI Stanisław: Wielokryterialne projektowanie linii technologicznych na przykładzie procesów obróbki.....	230
POGORZELSKI Witold: Metoda wagowo-korelacyjna określania użyteczności kompromisowej wytworów przy wielu kryteriach.....	252
POGORZELSKI Andrzej., POGORZELSKI Witold: Wyznaczenie reprezentacji zbioru pareto algorytmem "Beta"Monte-Carlo...	269
POKOJSKI J., WRÓBEL J: Cechy, uwarunkowania i postać dużego zadania polioptymalizacji w dynamice maszyn.....	282
TARNOWSKI Wojciech: Polioptymalizacja w projektowaniu technicznym - próba syntezy.....	293
WACŁAWEK Mariusz., Wrodarczyk Henryk: Próba polioptymalizacji szczeliny i światłości pola odczytowego czytnika kart testowych w warunkach niepewności.....	316
CABAŃSKI Jerzy., STYP-REKOWSKI Michał: Optymalizacja niejednorodnej płyty prostokątnej.....	328
KULAS Stanisław: Wybór wariantu konstrukcji łącznika elektrycznego.....	335

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

F. Marecki

Instytut Automatyki,

Wydział Automatyki, Informatyki i Elektroniki

Politechnika Śląska

HIERARCHIZACJA KRYTERIÓW W METODZIE PODZIAŁU I OGRANICZEŃ

W pracy rozważana jest wielokryterialna optymalizacja problemów dyskretnych metodą podziału i ograniczeń.

Przedyskutowano redukcję zbioru rozwiązań Pareto- optymalnych przy hierarchizacji kryteriów.

1. Wstęp

Do rozwiązywania skłóconych problemów dyskretnych / alokacji zadań i zasobów, harmonogramowania itp. / stosowane są metody przeglądowe [3] / np. podział i ograniczenia /. W metodach tych dokonuje się przeglądu rozwiązań dopuszczalnych w oparciu o tzw. drzewo decyzyjne. Niekonwencjonalne podejście w tym względzie stanowi programowanie wieloetapowe [4], w którym przegląd rozwiązań dopuszczalnych jest oparty na generowaniu wiązki trajektorii. Cechą charakterystyczną metod przeglądowych jest to, że rozwiązania dopuszczalne są generowane jedno po drugim / sekwencyjnie /. Zatem w problemach optymalizacji jednokryterialnej wystarcza zapamiętywać aktualnie najlepsze rozwiązanie dopuszczalne / ostatnie z nich jest optymalne /.

W problemach wielokryterialnych wyznaczenie najlepszego rozwiązania metodą przeglądową wymaga uwzględnienia podstawowych własności rozwiązań dominujących i niezdominowanych [1]. Zasadnicze znaczenie ma wyznaczenie zbioru rozwiązań Pareto- optymalnych. Na ogół jednak zbiór ten jest zbyt liczny, dlatego dąży się do jego uzasadnionej redukcji [2, 10].

Zakładając, że dane są preferencje decydenta w problemach wielokryterialnych można wyznaczyć rozwiązanie kompromisowe [2, 13]. W wielu przypadkach metoda polioptymalizacji polega na wielokrotnym zastosowaniu schematu obliczeniowego dla optymalizacji jednokryterialnej. Dla metod przeglądowych istotne znaczenie ma to, czy istnieje funkcja agregacji kryteriów / np. suma ważona itp. /. Jeżeli dane jest jedno kryterium / po agregacji / to generując kolejne rozwiązania dopuszczalne można zapamiętywać tylko to, które daje aktualnie najlepszy kompromis [7].

W metodach przeglądowych szczególną rolę odgrywa hierarchizacja kryteriów. W ogólnym przypadku nie można bowiem zapamiętywać tylko aktualnie najlepszego rozwiązania kompromisowego. Hierarchizacja kryteriów ma również ważne znaczenie praktyczne [14]. Przykłady polioptymalizacji metodą hierarchizacji kryteriów przedstawiono w pracach [5, 6, 9, 11]. Jednakże jedynie w pracach [7 i 8] przedstawiono problem redukcji zbioru rozwiązań Pareto- optymalnych.

2. Sformułowanie problemu

W metodzie hierarchizacji kryteriów wyróżnia się priorytety i tolerancje. Kryteria są uporządkowane zgodnie z priorytetami / np. od I do I /. Tolerancje c_i / $i=1, \dots, I$ / wakanują

na ile może odbiegać wskaźnik Q_1 od wartości minimalnej H_1 dla i -tego kryterium / zakładając, że rozważane są kryteria minimalizacyjne /. Rozwiązanie polioptymalne można otrzymać przeprowadzając I faz obliczeniowych. W i -tej fazie rozwiązywany jest problem jednokryterialny / dla i -tego kryterium / , przy uwzględnieniu rozwiązań dla poprzednich faz. Po rozwiązaniu problemu w i -tej fazie i wyznaczeniu H_1 uzyskujemy dodatkowe ograniczenie dla rozwiązań dopuszczalnych w następnych fazach

$$Q_1 \leq (1 + q_1) H_1 \quad /1/$$

Rozwiązanie spełniające warunek /1/ po i -tej fazie obliczeniowej jest polioptymalne w sensie hierarchizacji kryteriów.

Warto podkreślić, że według powyższego schematu w metodzie podziału i ograniczeń drzewo stanów / trajektorie / jest generowane i -krotnie. Wartości H_1 nie są dane z góry / nie tworzą progów /, lecz trzeba je wyznaczać sekwencyjnie.

Celem tej pracy jest przedstawienie sposobu wyznaczania rozwiązania polioptymalnego / w sensie hierarchizacji kryteriów / po jednej fazie obliczeniowej.

3. Analiza problemu

W metodach przeglądowych rozwiązanie dopuszczalne X na określone wskaźniki kryterialne $Q_1, i=1, \dots, I$. Jednakże wartości H_1 mogą być znane dopiero po wygenerowaniu wszystkich rozwiązań dopuszczalnych. Zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest na ogół bardzo liczny. Z tego względu zapamiętywane są tylko rozwiązania niezdominowane / Pareto- optymalne /. Jeżeli X^k jest danym rozwiązaniem aktualnie Pareto- optymalnym, a kolejnym

rozwiązaniem dopuszczalnym jest X^1 , to X^k dominuje nad X^1 gdy spełniony jest warunek

$$\exists_j \forall_{1 \leq i \leq I} (q_i^k < q_i^1) \wedge (q_j^k < q_j^1) \quad /2/$$

Rozwiązanie zdominowane / X^1 lub X^k / porzucamy w dalszych obliczeniach.

Analogiczne podejście do oceny rozwiązań X^k i X^1 można zastosować wykorzystując hierarchizację kryteriów. Rozwiązanie X^k jest lepsze od X^1 jeżeli jest spełniony warunek

$$\exists_j \forall_{1 \leq i < j} \left[(1 + q_i) q_i^k < q_i^1 \right] \vee \left[(1 + q_j) q_j^k < q_j^1 \right] \wedge \left[(1 + q_i) \min(q_i^k, q_i^1) \geq \max(q_i^k, q_i^1) \right] \quad /3/$$

Warunek /3/ pozwala wybrać lepsze z dwóch rozwiązań. Jednakże, jak pokazano w pracy [7] w metodzie hierarchizacji kryteriów, trzeba zapamiętywać pewien podzbiór stanów Pareto- optymalnych.

4. Algorytm polioptymalizacji.

Algorytm polioptymalizacji metodą hierarchizacji kryteriów, zaproponowany w [7] składa się z następujących kroków obliczeniowych :

- krok 1.:** Sprawdzić, czy wygenerowano wszystkie rozwiązania dopuszczalne. Jeżeli tak - to przejść do kroku 4. Jeżeli nie - to wygenerować kolejny rozwiązanie X^1 i przejść do kroku 2.
- krok 2.:** Sprawdzić, czy rozwiązanie X^1 jest aktualnie Pareto- optymalne. Jeżeli tak - to przejść do kroku 3. Jeżeli nie - to porzucić go i przejść do kroku 1.

krok 3.: Sprawdzić, czy rozwiązanie X^1 jest perspektywicznym rozwiązaniem Pareto-optymalnym. Jeżeli tak - to włączyć go do zbioru perspektywicznych rozwiązań Pareto-optymalnych. Jeżeli nie - to pominąć go i przejść do kroku 1.

krok 4.: Wyznaczyć stan polioptymalny ze zbioru perspektywicznych rozwiązań Pareto-optymalnych.

W programowaniu wieloetapowym stan końcowy trajektorii reprezentuje rozwiązanie dopuszczalne.

W pracy [7] pokazano, że rozwiązanie X^1 jest perspektywicznym rozwiązaniem Pareto-optymalnym, jeżeli spełnia warunek

$$q_1^1 < (1 + q_1) \min_k q_1^k \quad /4/$$

gdzie: k -numer aktualnie perspektywicznego rozwiązania Pareto.

Ponadto jeżeli X^1 spełnia warunek /4/ oraz

$$(1 + q_1) q_1^1 < |q_1^k \quad /5/$$

to rozwiązanie X^R pomija się jako nieperspektywiczne.

Rozwiązanie polioptymalne wyznacza się eliminując w kolejnych cyklach obliczeniowych $i=2, \dots, I$ rozwiązania X^R , które spełniają warunek

$$(1 + q_1) \min_k q_1^k < q_1^R \quad /6/$$

5. Modyfikacja algorytmu

Celem modyfikacji algorytmu polioptymalizacji jest zmniejszenie liczności zbioru perspektywicznych rozwiązań Pareto-optymalnych / krok 3 algorytmu /. W algorytmie bez modyfikacji zbiór perspektywicznych rozwiązań Pareto-optymalnych wyznacza się na

podstawie tylko pierwszego kryterium. Jak pokazano w pracy 8 w pewnych przypadkach można korzystać również z pozostałych kryteriów.

W metodach przeglądowych / podziału i ograniczeń / wyznacza się dolne ograniczenia b_i , $i=1, \dots, I$ dla każdego węzła drzewa decyzyjnego / stanu trajektorii /. Dla szerokiej klasy problemów optymalizacyjnych funkcje b_i są monotoniczne niemalejące / dla problemów minimalizacyjnych /. Stąd jeżeli w trakcie obliczeń otrzymamy

$$b_i < \min_k Q_i^k \quad /7/$$

to na pierwszym poziomie hierarchii wprowadzamy próg

$$s_1 = (1 + q_1) \min_k Q_i^k \quad /8/$$

i przechodzimy do poziomu drugiego.

W analogiczny sposób można wyznaczyć kolejne progi s_1 , gdy ograniczenia b_i spełniają warunek analogiczny do /7/.

Wprowadzenie progów zmniejsza licznosc zbioru perspektywicznych rozwiązań Pareto-optymalnych. Jeżeli dla I-tego poziomu występuje próg, to w algorytmie wystarczy zapamiętywać jedno rozwiązanie Pareto-optymalne.

6. Zakończenie

W referacie przedstawiono sposób redukcji zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych w przypadku polioptymalizacji metodą hierarchizacji kryteriów. Rozwiązania dopuszczalne powinny być tak generowane, by możliwie szybko uzyskać progi od s_1 do s_I .

Literatura cytowana w tekście

1. Ameljańczyk A.: Ogólne własności rozwiązań dominujących i niezdominowanych, ZN Pol. Śl., seria : Automatyka, Z. 67, Gliwice 1983, ss.17-28.
2. Ameljańczyk A.: Formułowanie zadań optymalizacji przy wielu celach, XXIV Sympozjon nt. " Modelowanie w mechanice ", PTMTiS Gliwice, 1985, ss.563-570.
3. Kohler W.H., Steiglitz K.: Przeglądowe i iteracyjne metody obliczeniowe, / w : Teoria szeregowania zadań, red. Coffman jr / WNT, Warszawa, 1981, ss.241-301.
4. Marecki F.: Metoda programowania wieloetapowego, ZN Pol. Śl., seria : Automatyka, Z. 74, Gliwice, 1984, ss.159-177.
5. Marecki F.: Wielokryterialne balansowanie linii montażowej, XXIII Sympozjon nt. " Modelowanie w mechanice ", PTMTiS, Gliwice, 1984, ss.555-563.
6. Marecki F.: Dwukryterialne sterowanie procesem dyskretnym realizowanym na jednym agregacie, ZN Pol. Śl., seria : Automatyka, Z. 76, Gliwice, 1984, ss.57-73.
7. Marecki F.: Polioptymalne programowanie wieloetapowe, XXIV Sympozjon nt. " Modelowanie w mechanice ", PTMTiS, Gliwice, 1985, ss.589-596.
8. Marecki F.: Eliminacja strategii nieperspektywicznych w wielokryterialnym programowaniu wieloetapowym, Konferencja nt.: " Ekonomiczne aplikacje teorii gier ", CSVTS, Praha, 1985, ss. 110-126.
9. Marecki F.: Dwukryterialne harmonogramowanie zadań w systemie o strukturze równoległej z zasobem, Konferencja nt. " Ekonomiczne aplikacje teorii gier ", CSVTC, Praha, 1985, ss.127-141.

10. Czysaka A.: Pewien algorytm poszukiwania reprezentatywnego podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, XXIV Sympozjon nt. " Modelowania w mechanice ", PTMTiS, Gliwice, 1985, ss.613-618.
11. Przybysz T.: Polioptymalizacyjne harmonogramowanie w magazynie wysokiego składowania, XXIII Sympozjon nt. " Modelowanie w mechanice ", PTMTiS, Gliwice, 1984, ss.593-600.
12. Słowiński R.: Metody wielokryterialnego programowania liniowego, XXI Sympozjon nt. " Modelowanie w mechanice ", PTMTiS, Gliwice, 1982, ss.389-424.
13. Słowiński R.: Modelowanie preferencji w wielokryterialnych problemach decyzyjnych, ZN Pol. Śl., seria : Automatyka, Z. 67, Gliwice, 1982, ss.95-111.
14. Szadkowski J.: Metodologiczne problemy polioptymalizacji w budowie maszyn, XXI Sympozjon nt. " Modelowanie w mechanice ", PTMTiS, Gliwice, 1982, ss.425-430.

CRITERION HIERARCHIZATION IN BRANCH AND BOUND METHOD

Summary

In the paper criterion hierarchization in branch and bound method is presented. Particular sequencing reduction of a Pareto-optimum solution set is discussed.

ИЕРАРХИЗАЦИЯ КРИТЕРИЕВ В МЕТОДЕ РАЗДЕЛА И ГРАНИЦ

Резюме

В статье рассматривается многокритериальная оптимизация дискретных проблем методом раздела и ограничений. Оговорена подробно иерархизация критериев.

Praca została przesłana dnia 15 lutego 1986 r.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

Józef Matulek

Instytut Technologiczno-Samochodowy

Wydział Budowy Maszyn

Politechnika Łódzka Filia w Bielsku-Białej

POLIOPTYMALIZACJA

PRZY PROBABILISTYCZNYCH POSTACIACH FUNKCJI CELU

W artykule przedstawiono procedury postępowania zmierzające do określenia zbioru rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto w oparciu o probabilistyczne postaci funkcji celu. Procedury postępowania zilustrowano przykładami dotyczącymi doboru optymalnych warunków obróbki w procesie wiórkowania walcowych kół zębatach.

1. Wstęp

Optymalizacja procesów wytwarzania elementów maszyn prowadzi często do problemów, w których zachodzi potrzeba rozwiązania zagadnienia oceny jakości procesu w oparciu o więcej niż jedną funkcję celu. Z reguły jakość tych procesów nie da się opisać deterministycznymi postaciami tych funkcji. Rozwiązanie powyższego problemu należy rozpatrywać w kategoriach statystycznych. W tym celu autor, do rozwiązania tego typu zagadnień, proponuje tok postępowania polegający na wyznaczeniu zbioru rozwiązań w oparciu o przedziały ufności określone dla poszczególnych kryteriów optymalizacji.

2. Procedury postępowania zmierzające do określenia zbioru rozwiązań kompromisowych

Oznaczmy przez W rozpatrywany zbiór wariantów badanego procesu, a przez K zbiór kryteriów gdzie:

$$W = \{W_1, W_2, \dots, W_p, \dots, W_n\} \quad (1)$$

$$K = \{K_1, K_2, \dots, K_k, \dots, K_m\} \quad (2)$$

w którym każde K_k jest probabilistyczną funkcją wariantu W_p

$$K_k = f(W_p) \text{ dla: } p = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m \quad (3)$$

przypisującą każdemu elementowi zbioru W , dla przeprowadzonych pomiarów paralelnych / kilkakrotnych powtórzeń pomiarów jakości/ w ramach danego kryterium K_k , zbiór liczb rzeczywistych ze zbioru R .

Określenie optymalnych wariantów W_p badanego procesu dla tak sformułowanego problemu, będzie polegało na przeprowadzeniu procedur optymalizacji wielokryterialnej /polioptymalizacji/. W przypadku gdy założymy, że kryteria jakości K_k zbioru K są między sobą równoważne, procedury te sprowadzą się do określenia zbioru rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto.

Tok postępowania, czyli ustalenie relacji między poszczególnymi wariantami W_p zbioru W dla każdego kryterium K_k zbioru K , zmierzający do określenia zbioru rozwiązań w sensie Pareto, przy deterministycznych postaciach funkcji celu /kryteriów/ podano w [1, 4, 5].

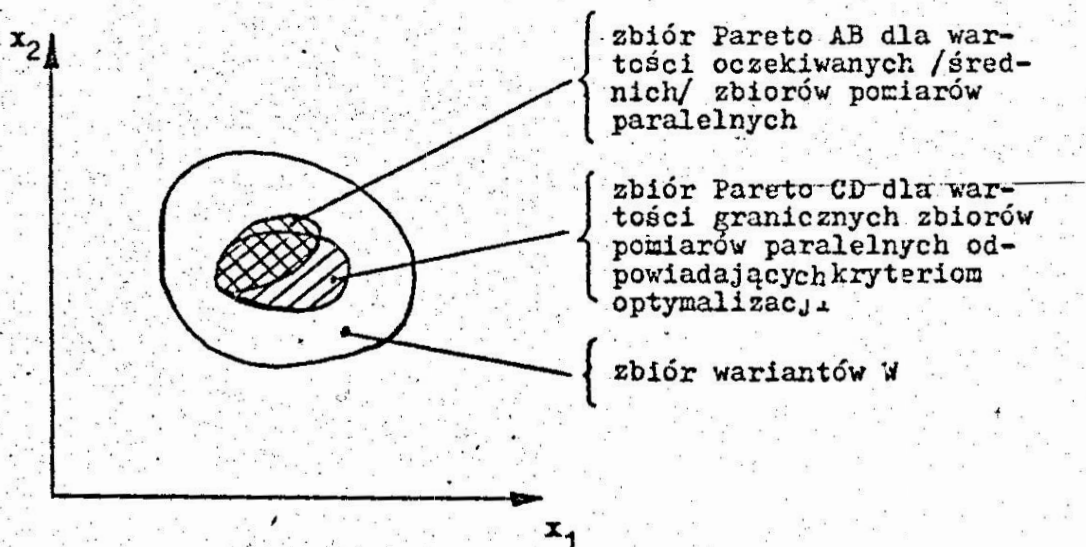
W przypadku, gdy funkcje celu dane są w postaci probabilistycznej, ustalenie relacji między wariantami W_p polegające na ich wzajemnym porównywaniu w ramach danego kryterium K_k w sensie równości, dominacji i ścisłej dominacji /porządku nieostrego i ostrego/ winno być przeprowadzone w kategoriach statystycznych. W tym celu autor proponuje oprzeć się na jednej z następujących przykładowych procedur postępowania:

- a/ - określić wartości średnie /oczekiwane/ dla zbiorów pomiarów paralelnych odpowiadających danym kryteriom K_k wariantu W_p i ustalić relacje między wariantami tak jakby kryteria miały postać deterministyczną,
- b/- określić dla poszczególnych zbiorów wyników paralelnych wartości krytyczne przedziałów ufności dla odpowiednich poziomów istotności α i ustalić wzajemne relacje między wariantami W_p tak jakby kryteria K_k miały postać deterministyczną,
- c/ - poddać zbiory paralelnych pomiarów dla danych kryteriów K_k wariantu W_p analizie wariancji, np. według klasyfikacji pojedynczej w ramach danego kryterium jakości K_k i ustalić w ten sposób wzajemne relacje między wariantami W_p w sensie równości, dominacji i ścisłej dominacji.

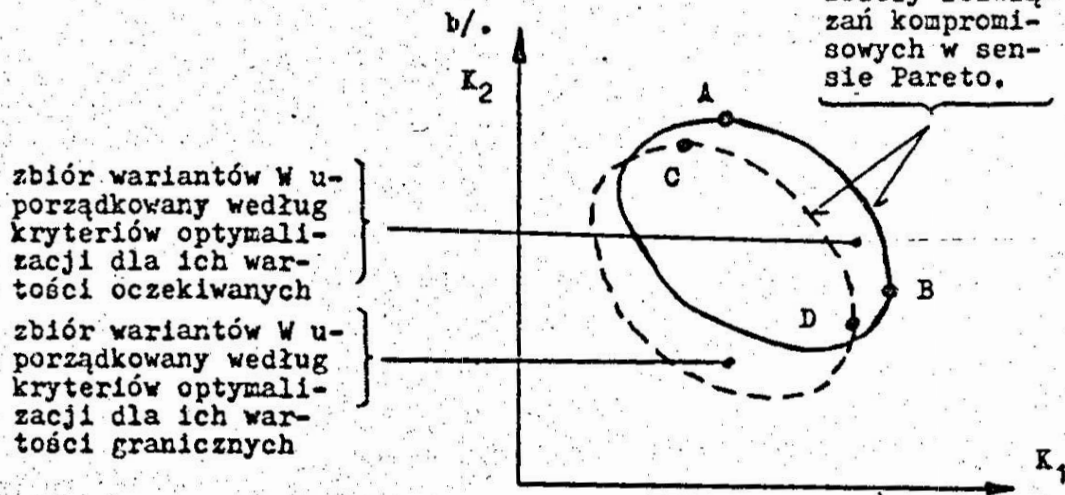
W każdym z wyżej wymienionych wariantów zachodzi problem rozwiązania optymalizacji wielokryterialnej i wiążące się z nim dla przyjętych założeń pojęcie zbioru rozwiązań kompromisowych

w sensie Pareto. Rozwiązując przedstawione zagadnienie w oparciu o procedury a i b możemy otrzymać różne / nieidentyczne / zbiory rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto - rys. 1.

a/.



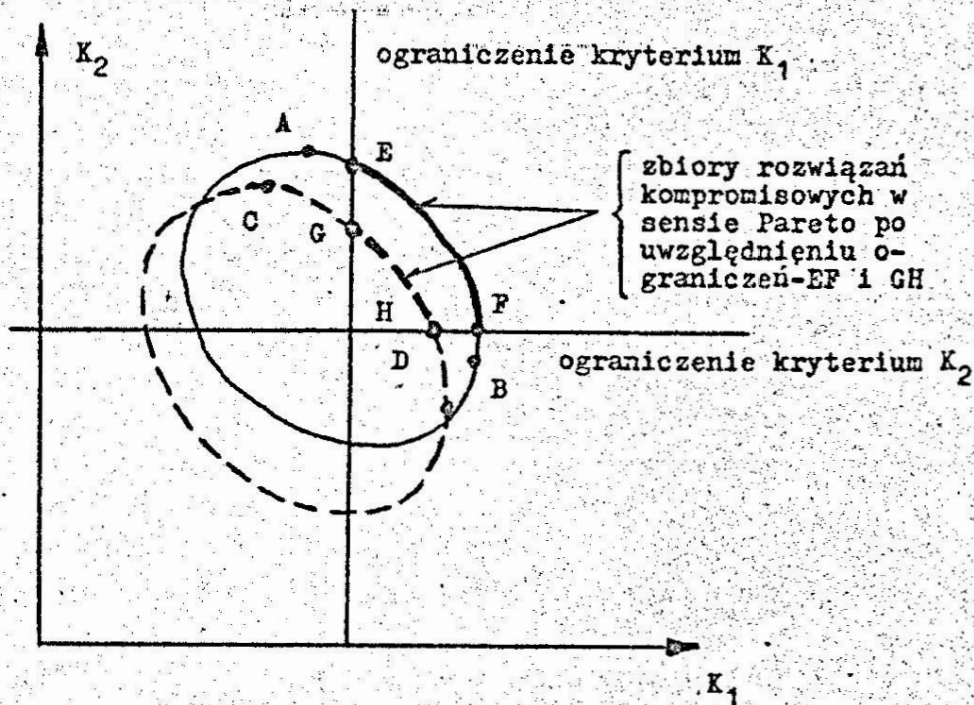
b/.



Rys. 1. Zbiór wariantów W o dwu zmiennych decyzyjnych parametrach x_1 i x_2 uporządkowany według: a/ - parametrów x_1 i x_2 , b/. - kryteriów optymalizacji K_1 i K_2 , określonych dla wartości oczekiwanych oraz wartości granicznych przedziału ufności rozkładu ich parametrów.

Zbiory rozwiązań kompromisowych - AB otrzymany dla wartości oczekiwanych i CD określony dla wartości granicznych zbiorów pomiarów paralelnych odpowiadających danym kryteriom optymalizacji K_k , mogą być różne z punktu widzenia rodzaju i liczby wariantów W_p wchodzących w ich skład. Różnice te mogą spowodować różne rozkłady zbiorów pomiarów paralelnych, których parametry ustalają wzajemne relacje między wariantami zbioru W . Schematycznie problem ten zobrazowano na rys.1, gdzie izoliny zbiorów rozwiązań kompromisowych z przestrzeni celów przedstawiono przykładowo w postaci dwuwymiarowych zbiorów w przestrzeni zmiennych decyzyjnych.

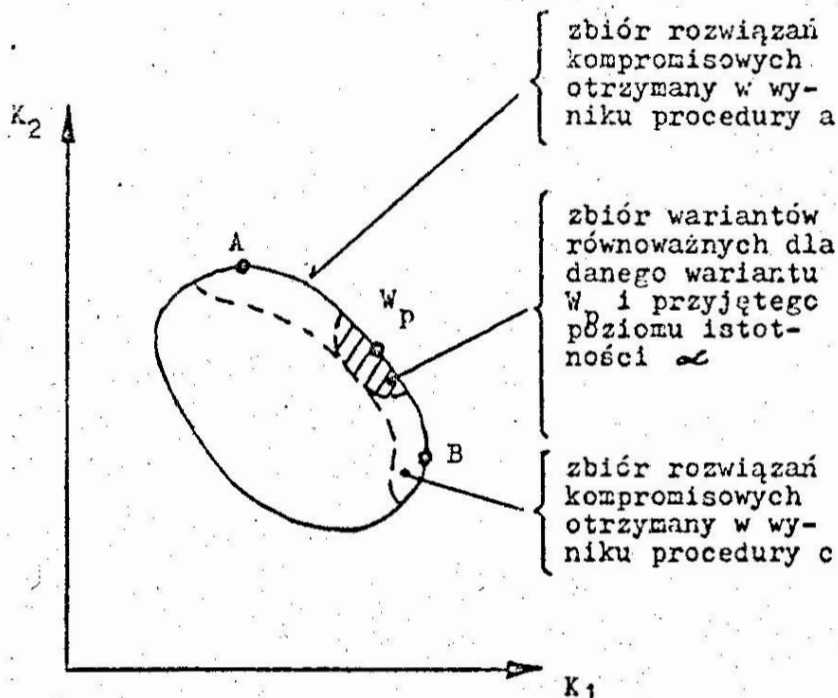
W przypadku nałożenia na obszar możliwych rozwiązań wariantów W_p uporządkowany według kryteriów optymalizacji warunków ograniczających, obszary możliwych rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto otrzymanych według procedur a i b mogą ulec dalsze-



Rys.3. Zbiór wariantów W z rys.1 uporządkowany według kryteriów optymalizacji K_1 i K_2 z narzuconymi warunkami ograniczającymi. EF - zbiór rozwiązań kompromisowych po uwzględnieniu ograniczeń zbioru AB z rys.1, GH - zbiór rozwiązań kompromisowych po uwzględnieniu ograniczeń zbioru CD.

mu zawężeniu. Przy czym zbiór otrzymany według procedury b będzie zwykle mniejszy od zbioru otrzymanego w wyniku postępowania zgodnie z procedurą a - patrz rys. 3.

Zgodnie z tokiem postępowania przedstawionym w procedurze c, do zbioru Pareto będą należały wszystkie warianty W_p równoważne w sensie statystycznym. Zgodnie z procedurą c relacje między poszczególnymi wariantami W_p zbioru W są ustalane na bazie analizy wariancji i przyjętych istotnych różnic między średnimi dla przyjętych poziomów istotności α [7]. Rozwiązaniem tak postawionego problemu będzie zbiór wariantów W_p przedstawiony na rys. 4. Zbiór W przedstawiony na rys. 4 jest uporządkowany według wartości średnich /oczekiwanych/ kryteriów optymalizacji - procedura a. Rozważając relacje między danym wariantem W_p leżącym na linii AB /zbiorze rozwiązań kompromisowych otrzymanych w wyniku procedury a/ a pozostałymi wariantami zbioru W , możemy określić zbiór wariantów równoważnych w sensie statystycznym dla przyjętego poziomu istotności α .



Rys. 4. Zbiór rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto uporządkowany według kryteriów optymalizacji K_1 i K_2 otrzymanych w wyniku procedury c - analizy wariancji.

Przytoczone procedury pozwalają określić zbiory rozwiązań kompromisowych wariantów zbioru W w sensie Pareto. Wybór ostatecznego rozwiązania tak sformułowanego problemu ze zbioru rozwiązań kompromisowych winien nastąpić w każdej z wyżej przytoczonych procedur w oparciu o ustalone kryteria dodatkowe lub w wyniku narzucenia warunków ograniczających. W przypadku procedury o przyjęty wariant końcowego rozwiązania może leżeć w zbiorze rozwiązań kompromisowych Pareto w ujęciu statystycznym /tzn. nie koniecznie musi leżeć na linii AB z rys. 4/.

4. Przykład

Przedstawione wyżej procedury postępowania wykorzystano do dokonania optymalizacji warunków obróbki w procesie wiórkowania kół zębatych wiórkownikiem składanym [6].

Parametrami zmiennymi obiektu badań /wariantu W_p / były: prędkość obrotowa narzędzia n_o obr/min, naddatek na obróbkę g mm, posuw wzdłużny stołu wiórkarki p_w mm/min i grubość ostrzy skrawających /krząków użytych do wykonania narzędzia/ 1 mm.

Ze względu na uwarunkowania konstrukcyjno-technologiczne narzędzia i obrabiarki powyższe parametry mogły mieć następujące wartości graniczne /granice zbioru W /:

$$\begin{array}{l} 63 \leq n_o \leq 500 \\ 0,0 < g \leq 0,15 \\ 71 \leq p_w \leq 300 \\ 1,0 \leq 1 \leq 2,0 \end{array} \quad (4)$$

Kryteriami zbioru K były parametry jakości wykonania uzębienia kół zębatych - odchyłka zarysu zęba f_{fr} i chropowatość powierzchni Ra [2]. Ponadto ze względu na chropowatość powierzchni /parametr Ra /, odchyłkę zarysu zęba f_{fr} i odchyłkę średniej długości pomiarowej λ_{WNR} założono, że obróbka może być realizowana przy spełnieniu następujących warunków:

$$\begin{array}{l} Ra \leq 0,80 \mu\text{m} \\ f_{fr} \leq 5 \mu\text{m} \\ s_{\lambda_{WNR}} \leq 20 \mu\text{m} \text{ /odchylenie standardowe } \lambda_{WNR} \end{array} \quad (5)$$

Warunki i wyniki prowadzonych badań podano w tablicy 1 i 2. Otrzymane zbiory rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto dla poszczególnych przedstawionych w artykule procedur postępowania zilustrowano na rys. 5.

Warunki badań

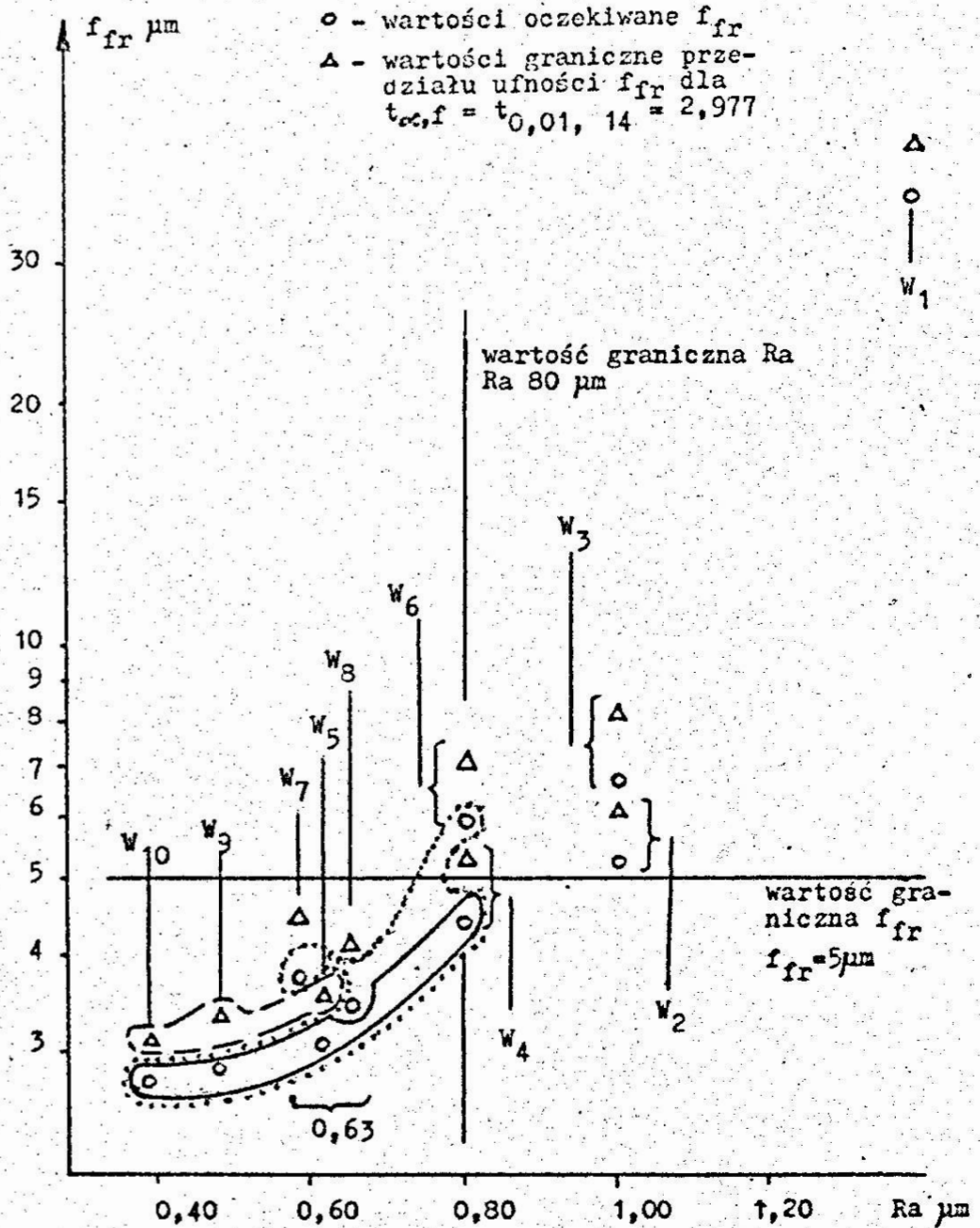
T a b l i c a 1

Materiał obrabiany: stal 8620H ulepszana cieplnie ~ 62,0 HRA
Warunki obróbki: wiórkarka - 5702B, płyn obróbkowy - sulfofrezol 2, narzędzie - wiórkownik składany zestawiony z krążków SW7M, liczba skoków stołu obrabiarki, posuw promieniowy - według DTR /dokumentacji techniczno-ruchowej/ obrabiarki.
Parametry narzędzia: $m_n=2\text{mm}$, $z_o=113$, $\alpha_n=20^\circ$, $\beta_o=0^\circ$, $b_o=25\text{mm}$, $d_{ao}=230,22$, $w_o/k_o=77,00/13$.
Uwagi i oznaczenia zastosowane przy opracowywaniu wyników badań: \bar{x} - średnia z przeprowadzonych 15 pomiarów paraleln. s - odchylenie standardowe średniej \bar{x} $\bar{s}(\bar{x})$ - oszacowanie średniego odchylenia standardowego CIR x $\bar{s}(\bar{x})$ - istotna różnica między średnimi według [7]

Wyniki badań

T a b l i c a 2

War. roz- wią- zania W_p	Wartości parametrów wariantu rozwiąz. W_p				Kryteria optymalizacji K_k			Kryteria ograniczające		
	l mm	s mm	n obr min	P_w mm min	f_{fr}		R_a μm	A_{wfr} s μm	f_{fr} μm	R_a μm
					\bar{x} μm	s μm				
W_1	2,0	0,10	100	118	38,0	4,47	1,25	12,9		
W_2	1,7	0,055	125	118	5,2	1,21	1,00	10,8		
W_3	1,7	0,09	125	150	6,4	1,18	1,00	9,4		
W_4	1,7	0,09	125	71	4,3	1,05	0,80	10,9		
W_5	1,0	0,09	125	118	3,1	0,70	0,63	7,4	5,0	0,80
W_6	1,2	0,06	160	118	5,7	0,96	0,80	12,7		
W_7	1,2	0,11	160	90	3,7	1,22	0,63	14,3		
W_8	1,0	0,035	200	190	3,5	0,83	0,63	9,4		
W_9	1,0	0,03	160	118	2,9	0,88	0,50	6,8		
W_{10}	1,0	0,09	160	71	2,8	0,78	0,40	8,6		



- - optimum Pareto dla procedury a
- - - - optimum Pareto dla procedury b
- - optimum Pareto dla procedury c /CIR/σ(x̄) dla α = 0,05, 2, 3 średnich i 14 pomiarów paralelnych wynosi odpowiednio 2,99 i 3,48/

Rys. 5. Zbiory rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto otrzymane w wyniku różnych procedur postępowania - a, b, c.

4. Wnioski i uwagi

Przedstawiona metodyka postępowania umożliwia określenie pełnego w rozumieniu statystycznym zbioru rozwiązań kompromisowych w sensie Pareto przy probabilistycznych postaciach funkcji celu.

Rozwiązanie omawianego zagadnienia zgodnie z podanymi wariantami procedury postępowania może nastąpić w przypadku oceny przebiegu procesu na podstawie znajomości parametrów rozkładu wartości kryterium /kryteriów/ optymalizacji K_k zbioru K jako zmiennych losowych, otrzymanych dla poszczególnych wariantów W_p zbioru W . Wybór wariantu procedury uzależniony jest od celu i zakresu prowadzonej optymalizacji.

Przedstawione procedury nie wyczerpują wszystkich możliwości rozwiązania prezentowanego zagadnienia, zarówno pod względem interpretacji jak i zastosowań innych metod opracowania wyników otrzymanych powtórzeń pomiarów należących do zbioru liczb rzeczywistych R . Przykładem takiego opracowania może być procedura określenia zbioru rozwiązań kompromisowych w oparciu o parametry rozkładu kryteriów optymalizacji otrzymanych dla danego wariantu W_p na bazie analizy regresji i korelacji.

Biorąc pod uwagę przykład, dla odpowiednich wariantów prezentowanych procedur otrzymaliśmy trzy różne zbiory rozwiązań kompromisowych:

- procedura a: - wariant W_4, W_5, W_9, W_{10} ,
- procedura b: - wariant W_5, W_9, W_{10} ,
- procedura c: - wariant $W_4, W_5, W_6, W_7, W_8, W_9, W_{10}$.

Uwzględniając racje wydajności /która w pewnych warunkach obróbki skrawaniem nie musi być równoważna w stosunku do kryteriów określających przestrzeń celów/, należałoby odpowiednio do powyższych procedur wybrać wariant: W_5 lub W_9 , W_5 lub W_9 , W_8 .

Kierując się wartością odchylenia standardowego parametru A_{WMr} wybranymi wariantami winny być warianty W_9, W_9, W_9 .

Przedstawione rozwiązanie przykładu uwidacznia możliwość uzyskania różnych zbiorów rozwiązań w zależności od zastosowanej procedury.

Literatura cytowana w tekście

- [1] P e s c h e l M. , R i e d e l C. : Polioptymalizacja. Metody podejmowania decyzji kompromisowych w zagadnieniach inżyniersko-technicznych. WNT, Warszawa 1979.

- [2] PN-76/M-88509 arkusz 00. Przekładnie zębate. Podstawowe nazwy, określenia i symbole.
- [3] Polański Z. : Metody optymalizacji w budowie maszyn. PWN, Warszawa 1977.
- [4] Szadkowski J. : Metodologiczne problemy polioptymalizacji w budowie maszyn. XXI Sympozjon "MODELOWANIE W MECHANICE". PTMTIS Gliwice, Wisła 1982.
- [5] Szadkowski J. , Huczek J. : Polioptymalizacja procesów technologicznych. XIX Sympozjon "MODELOWANIE W MECHANICE". PTMTIS Gliwice, Ustroń Jaszowiec 1980.
- [6] Szadkowski J. , Matuszek J. : Opracowanie konstrukcji, technologii wykonania i badanie niezawodności wiórkowników do obróbki kół zębatach. Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej ITS 022/003T. ITS Pł Pilia w Bielsku-Białej, Bielsko-Biała 1980.
- [7] Volk W. : Statystyka dla inżynierów. WNT, Warszawa 1973.

ПОЛИОПТИМИЗАЦИЯ ДЛЯ ПРОБАБИЛИСТИЧЕСКИХ
ФОРМ ФУНКЦИИ ЗАДАЧИ

Р е з ю м е :

В статье представлено процедуры поведения определяющие собрание компромиссных решений в смысле Парето. Решение определено на основании пробабилистических форм функции задачи. Приведено пример полиоптимизации режимов обработки при шевинговании зубчатых колес.

POLYOPTIMIZATION BASING UPON
PROBABILISTIC FORMS OF TARGET FUNCTION.

S u m m a r y :

In the paper there have been presented the procedures aiming at determination of the set of compromising solutions in Pareto sence, basing upon probatilistic forms of target function. Polyoptimization of machining conditions in a gear shaving process has been described as an example.

Praca została przesłana dnia: 7 luty 1986.

V KONFERENCJA "POLIOPTIMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

Jacek Misiakiewicz
Instytut Automatyki,
Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki
Politechnika Śląska

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE WYBORU

W PROJEKTOWANIU WSTĘPNYM

W artykule przedstawiono możliwość zastosowania komputera do wspomagania wyboru w projektowaniu wstępnym. Omówiono zadanie wyboru oraz metody jego rozwiązywania. Przedstawiono koncepcję heurystycznego algorytmu wyboru i przedyskutowano jego właściwości. Algorytm przeznaczony jest do realizacji na mikrokomputerze.

1. Wstęp

Dotychczas mówiąc o wspomaganii komputerowym w projektowaniu /CAD/, największy nacisk kładzie się na konstruowanie i optymalizację parametryczną, a więc na przypadki, gdy jest znana postać obiektu i jest dość dobrze określony jego model matematyczny. I tak np. dla potrzeb optymalizacji wielokryterialnej opracowano m. in. system "WEKTOR" /TEKOMA, Warszawa/ oraz system przedstawiony w pracy [4]. Tymczasem należałoby już wprowadzić komputer do wcześniejszych faz projektowania, a zwłaszcza do projektowania wstępnego.

W projektowaniu wstępnym projektant stoi przed problemem określenia systemu wartości oraz wybrania koncepcji obiektu, od których to działań w istotny sposób zależy dalszy przebieg procesu projektowego. Zadanie wyboru jest dość trudne, gdyż ocenę i wybór należy dokonać na ogół na zbiorze słabo rozpoznanych wariantów, przy braku modelu matematycznego i dużej liczbie kryteriów / [9] /.

Zastosowanie komputera w procesie wyboru pozwoliłoby na zmniejszenie niepewności związanej z wynikiem wyboru i dałoby możliwość lepszego przebadania i określenia relacji pomiędzy analizowanymi wariantami.

Zeszyt Naukowy WSInż w Koszalinie, prace Wydziału
Mechanicznego, Koszalin 1986

Istniejące metody rozwiązywania zadań wyboru oraz coraz szersze rozpowszechnienie mikrokomputerów zachęcają do stworzenia systemu ułatwiającego pracę projektanta.

2. Zadanie wyboru w projektowaniu wstępnym

Problematykę wyboru w projektowaniu technicznym przedyskutowano w pracy [7], a istotne aspekty dotyczące wyboru w projektowaniu wstępnym poruszono w referacie [9], zamieszczonym w materiałach niniejszej konferencji.

2.1. Model zadania wyboru

Wybór w projektowaniu wstępnym jest z natury rzeczy wieloaspektowy. Strukturę procesu wyboru opisano szczegółowo w pracy [7].

Dla potrzeb rozpatrywanego zadania przyjęto, że dane są:

- zbiór ocenianych wariantów $\{a_v\}$, $v = \overline{1, V}$ /zwykle nie więcej niż kilkanaście/;
- zbiór kryteriów oceny $\{K_i\}$, $i = \overline{1, I}$ /może ich być dość dużo/ oraz wymagania S nałożone na wartości kryteriów;
- macierz ocen wariantów $\|k_{iv}\|$, gdzie: i - numer kryterium, a v - numer wariantu; elementy tej macierzy określone są w sposób deterministyczny /ostry/, rozmyty lub probabilistyczny.

Należy sformalizować preferencje projektanta /ustalić zadaniowe kryterium optymalizacji/ i wskazać optymalny wariant. Jako zmienną decyzyjną przyjmuje się najczęściej numer wariantu.

Decyzję o akceptacji wyniku wyboru podejmuje projektant. Wybór w projektowaniu wstępnym, ze względu na duży stopień niepewności co do poprawności formalizacji preferencji i dokładności ocen, ma charakter "iteracyjny". Kierując się wynikami pierwszej /lub kolejnych/ optymalizacji /analiza postoptymalizacyjna/ można dokonać modyfikacji wariantów bądź utworzonego systemu wartości.

2.2. Metody wyboru

Modelowaniu preferencji i metodom wyboru poświęcone są liczne publikacje. Informacje w zakresie użytecznym w projektowaniu wstępnym można znaleźć m. in. w pracach [1, 2, 3, 5, 6, 7].

W projektowaniu wstępnym chętnie stosuje się metody z globalnym modelowaniem preferencji. Często korzysta się z metody sumy ważonej [7]

$$F = \sum_1 w_1 k_1$$

gdzie w_1 - współczynniki wagi, przy czym stosuje się zwykle jej postać zwaną addytywną funkcją użyteczności

$$F = \sum_1 w_1 u_1/k_1/$$

gdzie u_1 - użyteczności cząstkowe kryteriów oceny.

W przypadku, gdy projektant ocenia kryteria jako niekompensacyjne może posługiwać się m. in. metodami: hierarchizacji kryteriów, funkcji dystansowej bądź ograniczeń progowych.

Istnieje też wiele metod z lokalnym modelowaniem preferencji /metody dialogowe/.

Pomocna w wyborze może okazać się także analiza zbioru wariantów niezdominowanych /mimo uwag co do roli tego zbioru w projektowaniu wstępnym zamieszczonych w referacie [9] /.

3. Algorytm komputerowego wspomagania wyboru

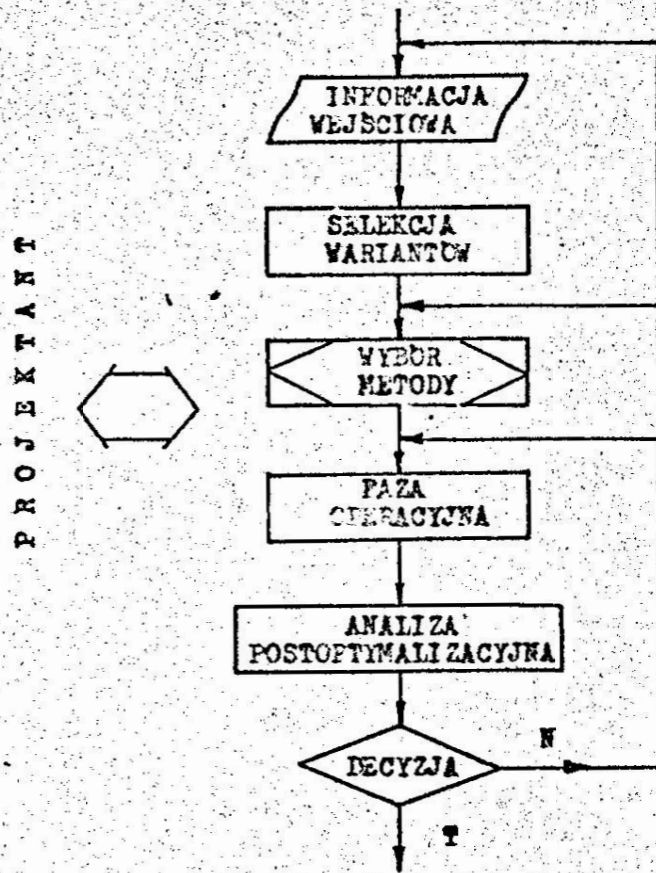
Poniżej zostanie przedstawiona koncepcja algorytmu komputerowego wspomagania wyboru w projektowaniu wstępnym. Algorytm ten ma charakter heurystyczny i wykorzystano w nim doświadczenia zebrane przy opracowywaniu algorytmu wyboru ofertowego opisanego w artykule [8] .

Ogólny schemat blokowy proponowanego algorytmu pokazano na rys. 1. Założono jego realizację na mikrokomputerze klasy IBM PC, którego możliwości wydają się odpowiadać wymaganiom zadania.

W dalszej części pracy omówiono poszczególne bloki algorytmu.

3.1. Informacja wejściowa

Projektant wprowadza dane o liczności zbioru wariantów i kryteriów, nazwy /bądź skróty mnemoniczne/ wariantów i kryteriów, ułatwiające ich późniejszą identyfikację oraz macierz ocen i wartości wymagań nałożone na kryteria oceny.



Rys. 1. Algorytm komputerowego wspomagania wyboru w projektowaniu wstępnym

3.2. Selekcja wariantów

Celem selekcji jest wydzielenie ze zbioru wariantów podzbioru wariantów dopuszczalnych.

Jeżeli projektant uzna, że selekcja jest potrzebna, deklaruje kryteria selekcji i ustala ich wartości progowe. Kryteria selekcji dobierane są spośród zbioru wprowadzonych uprzednio kryteriów oceny

3.3. Wybór metody

Projektant dysponuje listą metod realizowanych przez system. Proponuje się by podstawowy zestaw obejmował metody:

- addytywnej funkcji użyteczności,
- funkcji dystansowej,
- hierarchizacji kryteriów,
- ograniczeń progowych,
- max-min

oraz wyszukiwanie i graficzne przedstawianie zbioru wariantów niezdominowanych /Pareto/.

Metody te, mimo ich wad, są łatwe do zrozumienia i przyswojenia przez projektanta.

Algorytm może być uzupełniany o inne metody, np. z grupy metod dialogowych.

Projektant może:

- sam wskazać metodę wyboru do realizacji w zadaniu,
- uruchomić program wspomaganie wyboru metody, który na podstawie wprowadzonej przez niego dodatkowej informacji wskaże metodę lub metody najbardziej przydatne w jego zadaniu /informacje dotyczące wspomaganie wyboru metody można znaleźć np. w monografii [2] /.

3.4. Faza operacyjna

W fazie operacyjnej realizowana jest uprzednio wybrana metoda. Projektant wprowadza dane niezbędne do jej realizacji. Są to np. informacje dotyczące funkcji preferencji, współczynników wagi, hierarchii kryteriów.

Dane te mogą być podane w sposób bezpośredni bądź uzyskane przy pomocy metod wspomagających np. tworzenie funkcji preferencji, określanie współczynników wagi /np. metody opisane w [2], [6], [7]/.

Wybór może być prowadzony w oparciu o pełny zbiór kryteriów bądź tylko jego podzbiór.

3.5. Analiza postoptymalizacyjna

W rezultacie realizacji wybranej metody projektant otrzymuje wariant optymalny /lub zbiór takich wariantów/. Dodatkowo może uzyskać informacje o każdym z wariantów, np. o użytecznościach cząstkowych, wartości funkcji dystansowej.

Gdy projektant uzna to za potrzebne, proces wyboru może być powtórzony przy zmienionych:

- danych wejściowych /"poprawione" warianty, nowe warianty, zmiany w macierzy ocen/,
- parametrach charakterystycznych dla metody /funkcje preferencji, współczynniki wagi, poziomy aspiracji, inny podzbiór kryteriów oceny itp./

lub też dla innej metody.

Wyniki poszczególnych sesji pracy algorytmu są przechowywane i mogą być wywoływane w celu analizy. Możliwa jest np.:

- agregacja uporządkowań zbioru wariantów otrzymanych różnymi metodami,
- testowanie wrażliwości uporządkowania zbioru wariantów uzyskanego metodą addytywnej funkcji użyteczności na zmianę wartości współczynników wagi.

Przy pomocy opisanego algorytmu możliwe jest także prowadzenie oceny kolektywnej, np. poprzez zmianę funkcji preferencji i wartości współczynników wagi, przemieszczanie punktu referencyjnego dla poszczególnych uczestników oceny.

4. Podsumowanie

Przedstawiony powyżej algorytm przyjęty został jako podstawa do budowy komputerowego systemu wspomaganie wyboru w projektowaniu wstępnym opracowywanego obecnie w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej w Gliwicach pod kierunkiem doc. dr inż. Wojciecha Tarnowskiego. System ten powstaje w oparciu o mikrokomputer IBM XT. W pierwszym etapie będzie on uruchomiony dla ocen deterministycznych /ostrych/, a w kolejnych etapach uzupełniony o oceny rozmyte i probabilistyczne oraz rozszerzony na zbiory wariantów o dużej liczności, np. uzyskane przy pomocy metody morfologicznej.

Literatura cytowana w tekście

1. A m e l j a ń c z y k A.: Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania. Ossolineum, 1984.
2. H w a n g C h., Y o o n K.: Multiple Attribute Decision Making - Methods and Applications. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/ New York 1981.
3. K o n a r z e w s k a - G u b a ła E.: Programowanie przy wielorakości celów. PWN, Warszawa 1980.
4. O s y c z k a A.: Konwersacyjny system optymalizacji wielokryterialnej. XXIII Sympozjon "Modelowanie w mechanice", Gliwice - Szczyrk 1984, ss. 583-592.
5. S ł o w i ń s k i R.: Modelowanie preferencji w wielokryterialnych problemach decyzyjnych. ZN Politechniki Śląskiej, seria: Automatyka z.67, Gliwice 1983, ss. 95-111.

6. S ł o w i ń s k i R.: Metoda konstrukcji addytywnej funkcji użyteczności i jej zastosowanie do wielokryterialnego programowania liniowego. XXIV Sympozjon "Modelowanie w mechanice", Gliwice - Szczyrk 1985, ss. 649-660.
7. T a r n o w s k i W.: Model procesu wyboru w projektowaniu technicznym. ZN Politechniki Śląskiej, seria: Automatyka z.72, Gliwice 1984.
8. T a r n o w s k i W., M i s i a k i e w i c z J.: Heuristic Algorithms For Tenders Choice And Quality Appraisal. Prace Instytutu Badań Systemowych, Warszawa /w druku/.
9. T a r n o w s k i W.: Polioptymalizacja w projektowaniu - próba syntezy. /w materiałach niniejszej konferencji/.

КОМПЬЮТЕРНОЕ ВСПОМОГАНИЕ ВЫБОРА
В ПРЕДВАРИТЕЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Р е з ю м е

В статье показана возможность применения компьютеров к вспомоганию процесса выбора в предварительном проектировании. Обсуждена задача выбора и связанные с ней методы решения. Представлена идея эвристического алгоритма выбора и оговорены основные его свойства. Алгоритм предназначен для реализации на микрокомпьютере.

COMPUTER AIDED CHOICE MAKING
IN A PRELIMINARY DESIGN

S u m m a r y

The paper presents a possibility of raising the standard of choice making efficiency in a preliminary design by the computer assistance. The choice task and some choice making methods are discussed. An idea of an heuristic choice algorithm designed for personal computer use is described.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

NUMERO 86

A. Osyczka

Instytut Technologii Maszyn

Politechnika Krakowska

J. Montusiewicz

Wydział Wychowania Technicznego

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

OPTIMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA
TARCZOWYCH HAMULCÓW SAMOCHODOWYCH

W artykule zaprezentowane jest rozwiązanie optymalnego projektowania hamulców tarczowych samochodów osobowych. Optymalizowany problem jest sformułowany jako zagadnienie nieliniowego programowania wielokryterialnego i zostało rozwiązane poprzez użycie konwersacyjnego systemu komputerowego. System ten [6] pozwala projektantowi na aktywne uczestniczenie w procesie poszukiwania rozwiązania optymalnego, które spełni kryteria oraz jego priorytety. Zaprezentowano przykład liczbowy projektowania hamulców samochodu FSO 1500.

1. Wstęp

W procesie optymalnego projektowania maszyn bardzo często występuje kilka konfliktowych kryteriów oceny rozwiązania. Sytuacja ta prowadzi do modeli optymalizacji wielokryterialnej, dla których to modeli proces projektowania sprowadza się do znalezienia takiego rozwiązania które spełnia narzucone ograniczenia i minimalizuje kilka funkcji celu. Modele te oraz metody ich rozwiązania budzą w ostatnich latach duże zainteresowanie [1], [3], [5], [7], [8].

2. Sformułowanie problemu optymalizacyjnego

Ogólnie problem optymalizacji wielokryterialnej można sformułować następująco:

Znaleźć wektor zmiennych decyzyjnych $x^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$
taki, że: $f(x^*) = \text{opt } f(x)$ (1)

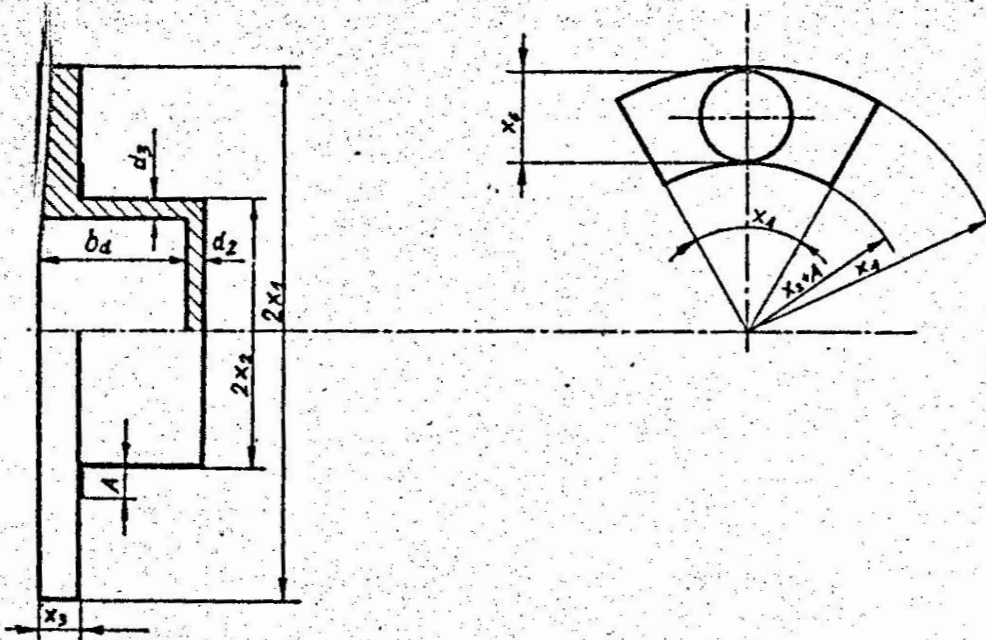
oraz taki, że

$$g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$h_j(x) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p < n \quad (3)$$

gdzie: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych określonym w n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej E^n , $f(x) = [f_1(x), \dots, f_k(x)]^T$ jest funkcją wektorową w k -wymiarowej przestrzeni euklidesowej E^k . Elementy wektora $f(x)$ reprezentują poszczególne kryteria, które należy rozpatrzyć w modelu optymalizacyjnym, $g_j(x)$, $h_j(x)$ są funkcjami zmiennych decyzyjnych x_1, x_2, \dots, x_n i reprezentują ograniczenia narzucone na model. Ograniczenia definiują dopuszczalny obszar oznaczony przez X .

W odniesieniu do problemu optymalizacji wielokryterialnej samochodowego hamulca tarczowego, którego schemat przedstawiono na rys. 1. przyjęto następujący model optymalizacyjny:



Rys.1. Schemat hamulca tarczowego

- a) Zmienne decyzyjne tworzą wektor $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$ gdzie: x_1, x_2, x_3 - odpowiednio: promień zewnętrzny, wewnętrzny, grubość tarczy hamulca w [mm], x_4 - kąt środkowy klocka hamulcowego w radianach, x_5 - wartość nacisków występujących między klockiem, a tarczą hamulca w $\left[\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}\right]$, x_6 - średnica tarczki rozpięrcza w [mm].
- b) Funkcja wektorowa $f(x)$ ma postać $f(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)]^T$ gdzie:
- $f_1(x)$ - wartość zużycia tarczy na skutek ścierania,
 - $f_2(x)$ - powierzchnia klocka hamulcowego,

$f_3(x)$ - objętość tarczy,

$f_4(x)$ - powierzchnia tłoczka rozpieracza.

Pierwsza funkcja celu odzwierciedla kryterium trwałości hamulca, natomiast trzy pozostałe funkcje odzwierciedlają ciężar hamulca (hamulec jest częścią masy nieresorowanej). Pierwszą funkcję celu $f_1(x)$ możemy obliczyć korzystając z pracy [11]. Objętość materiału ścieranego z tarczy można zapisać:

$$V = \frac{N}{\rho} \frac{s_k}{K_z} \quad (4)$$

gdzie: N - siła docisku klocka hamulcowego do tarczy,

s_k - droga przebyta przez klocek hamulca po tarczy,

$\frac{\rho}{K_z}$ - odporność materiału tarczy na ścieranie.

$$V = \pi \delta [x_1^2 - (x_2 + A)^2] \quad (5)$$

gdzie: δ - grubość warstwy ścieranej,

A - wielkość związana z konstrukcją strzemięcia hamulca, rys.1.

$$N = \pi [x_1^2 - (x_2 + A)^2] \frac{z_4}{2\pi} z_5 \quad (6)$$

Drogę przebytą przez samochód od momentu pierwszego kontaktu klocka hamulcowego z tarczą [4] wyraża wzór:

$$s = v_p \cdot \frac{t_s}{2} + \frac{v_p}{2\gamma g} - \frac{\gamma g}{24} t_s^2 \quad (7)$$

gdzie: v_p - prędkość początkowa pojazdu (prędkość końcowa wynosi zero),

t_s - czas narastania siły hamującej,

g - przyspieszenie ziemskie,

γ - wskaźnik intensywności hamowania.

Droga przebyta przez klocek hamulca po tarczy:

$$s_k = \frac{s}{r_d} r_m \quad (8)$$

gdzie: r_d - promień dynamiczny koła,

r_m - promień średni tarczy hamulca

$$r_m = \frac{2}{3} \frac{x_1^3 - (x_2 + A)^3}{x_1^2 - (x_2 + A)^2} \quad (9)$$

Wzór na δ otrzymujemy po wstawieniu zależności (5), (6) oraz (8) wraz z (7) i (9) do wyrażenia (4) i po wstawieniu wartości liczbowych: $\frac{p}{kz} = 5 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{mm}}{\text{m}^2} \right]$ - żeliwo szare perlityczne, $g = 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$; $t_s = 0,3 \text{ [s]}$. Wzór na δ jest wówczas z pierwszą funkcją celu i ma następującą postać:

$$f_1(x) = \frac{0,2126 \cdot 10^{-2} x_4 x_5 [x_1^3 - (x_2 + A)^3]}{r_d [x_1^2 - (x_2 + A)^2]} \cdot \left(0,15 v_p + \frac{0,0507}{\gamma} v_p^2 - 0,009 \gamma \right) \quad [\mu\text{m}] \quad (10)$$

Wyprowadzając wzór (10) wprowadzono kilka uproszczeń w odniesieniu do rzeczywistego przebiegu zjawiska, nie uwzględniono: (a) zmian wartości siły docisku klocka hamulcowego do tarczy w czasie uruchamiania hamulca, (b) nierównomierności docisku klocka hamulcowego do tarczy, (c) oporów toczenia i aerodynamicznych, (d) przyjęta wartość $t_s = 0,3 \text{ [s]}$ jest wybrana z wielu innych wartości proponowanych przez literaturę [4], [9].

Wyprowadzenie wzorów określających funkcje celu $f_2(x)$, $f_3(x)$ i $f_4(x)$ wynika bezpośrednio z rys. 1. i mają postać:

$$f_2(x) = 0,005 x_4 [x_1^2 - (x_2 + A)^2] \quad [\text{cm}^2] \quad (11)$$

$$f_3(x) = 0,00314 [x_2^2 (g_2 - x_3) + x_1^2 x_3 + (2x_2 g_3 - g_3^2) b_d] \quad [\text{cm}^3] \quad (12)$$

$$f_4(x) = 0,00735 x_6^2 \quad [\text{cm}^2] \quad (13)$$

c) Ograniczenia nierównościowe

Pierwszą grupę ograniczeń stanowią ograniczenia geometryczne dotyczące tarczy hamulca oraz klocka hamulcowego, a wynikają one z wielkości koła samochodu, a przede wszystkim od rodzaju felgi jaka zostanie zastosowana i od rodzaju konstrukcji mechanizmu realizującego docisk klocków hamulcowych do tarczy hamulca (system DBA-BENDIX, LOCKHEED "QM" itd.) i od wielkości strzemięcia. Z praktyki inżynierskiej wiemy, że wartość x_4 , rys.1. zawiera się w przedziale $\frac{1}{2} - \frac{1}{7}$ kąta pełnego.

$$g_{2i-1}(x) \equiv x_{i\max} - x_i \geq 0 \quad (14)$$

$$g_{2i}(x) \equiv x_i - x_{i\min} \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (15)$$

gdzie indeks "max" i "min" oznaczają górną i dolną granicę przedstawianych wielkości.

Dwa następne ograniczenia geometryczne dotyczą wymiarów tłoczka rozpieracza i mają postać:

$$g_9(x) \equiv x_1 - x_2 - x_6 \geq 0 \quad (16)$$

$$g_{10}(x) \equiv x_6 - x_{6min} \geq 0 \quad (17)$$

gdzie: x_{6min} - minimalna średnica tłoczka rozpieracza. Obliczamy ją przyrównując wartość siły jaka powstaje w wyniku działania płynu hamulcowego na denko tłoczka:

$$F_1 = \pi \frac{x_{6min}^2}{4} p_c \quad (18)$$

gdzie: p_c - ciśnienie płynu hamulcowego w $\left[\frac{MN}{m^2}\right]$, do wartości siły, która potrzebna jest do skutecznego zahamowania pojazdu:

$$F_1 = x_5 \cdot 0,5 [x_1^2 - (x_2 + A)^2] x_4 \quad (19)$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$x_{6min} = \left[\frac{2 \cdot x_5 [x_1^2 - (x_2 + A)^2] x_4}{p_c} \right]^{\frac{1}{2}} \quad [mm] \quad (20)$$

Kolejne dwa ograniczenia dotyczą wartości nacisków jakie są dopuszczalne dla zastosowanego materiału na okładzinę klocka hamulcowego i mają postać:

$$g_{11}(x) \equiv x_{5max} - x_5 \geq 0 \quad (21)$$

$$g_{12}(x) \equiv x_5 - p_0 \geq 0 \quad (22)$$

gdzie: x_{5max} - maksymalna wartość nacisków,

p_0 - obliczona wartość nacisków.

Należy pamiętać aby naciski p_0 występujące między klokiem hamulcowym a tarczą wywołały taki moment hamujący, który spowoduje skuteczne zahamowanie pojazdu. Minimalną wartość tych nacisków obliczamy przyrównując wartość momentu tarcia wytworzonego na tarczy hamulca jednego koła, M_D [10] do wartości momentu tarcia na jednym kole powstałego na skutek kontaktu koła z nawierzchnią, M'_D [9].

$$M_b = 2 N K_0 \frac{x_1 + x_2 + A}{2} \mu \quad (23)$$

$$N = 0,5 [x_1^2 - (x_2 + A)^2] x_4 P_0 \quad (24)$$

gdzie: μ - współczynnik tarcia między tarczą, a okładziną klocka hamulcowego,

K_0 - współczynnik wyrażony wzorem:

$$K_0 = \frac{2 x_4}{3 \sin(0,5 x_4)} \left[1 - \frac{x_1(x_2 + A)}{(x_1 + x_2 + A)^2} \right] \quad (25)$$

Podstawiając do wzoru (23) zależność (24) otrzymujemy:

$$M_b = 0,5 x_4 P_0 \mu K_0 [x_1^2 - (x_2 + A)^2] (x_1 + x_2 + A) \quad (23a)$$

Moment tarcia powstały na skutek kontaktu jednego koła z nawierzchnią:

$$M'_b = 0,5 y \mu_p G r_d \quad (26)$$

gdzie: μ_p - współczynnik przyczepności przylgowej,

G - ciężar całkowity pojazdu,

y - współczynnik określający siłę hamowania przypadającą na oś pojazdu.

oś przednia:

$$y = \frac{G_1}{G} + \frac{c Y}{L} \quad (27)$$

gdzie: G_1 - ciężar pojazdu przypadający na oś przednią,

c - wysokość środka ciężkości pojazdu,

L - rozstaw osi pojazdu.

oś tylnia:

$$y = 1 - \frac{G_1}{G} \quad (27a)$$

Wyrażenie $\frac{c Y}{L}$ wyraża odciążenie osi przedniej podczas hamowania, oś tylnia jest odciążana w tym samym momencie, ale $\frac{c Y}{L}$ nie jest brane pod uwagę gdy obliczamy y z wzoru (27a) dla osi tylnej. Ostatecznie podstawiając (23a) i (26) otrzymujemy:

$$P_0 = \frac{y \mu_p G r_d}{x_4 K_0 [x_1^2 - (x_2 + A)^2] (x_1 + x_2 + A) \mu} \quad (28)$$

gdzie: K_0 i y określone są wzorami (25) oraz (27) albo (27a)

Ograniczenie trzynaste określa obszar dopuszczalny ze

względnie na maksymalną wartość średniego poślizgu powierzchni klocka hamulcowego po tarczy [2]. To ograniczenie wyraża zależność:

$$g_{13}(x) = v_{smax} - v_s \geq 0 \quad (29)$$

gdzie: v_{smax} - maksymalna wartość poślizgu

$$v_s = v_p \frac{r_n}{r_d} \quad \left[\frac{m}{s} \right] \quad (30)$$

Ograniczenie czternaste dotyczy maksymalnej temperatury do jakiej może nagrzać się tarcza hamulca w czasie jednorazowego hamowania. Obliczenia według Newcomba [10]:

$$g_{14}(x) = T_{max} - T_d \geq 0 \quad (31)$$

$$T_d = \frac{K' x_3}{\lambda \Omega^2} (0,5 + 0,0773 \Omega^4) \quad [^{\circ}C] \quad (32)$$

gdzie: $K' = \frac{E'}{t_k} \quad \left[\frac{J}{m^2 s} \right] \quad (33)$

E' - wielkość wyrażona wzorem (35),

t_k - czas kontaktu klocka hamulcowego z tarczą.

$$t_k = 0,5 t_s + \frac{v_p}{\gamma g} \quad [s] \quad (34)$$

podstawiając $t_s = 0,3$ [s] i $g = 9,81$ $\left[\frac{m}{s^2} \right]$ otrzymujemy:

$$t_k = 0,15 + 1,02 \frac{v_p}{\gamma} \quad [s] \quad (34a)$$

$$E' = \frac{\sigma \gamma G (1 + \xi) v_p^2}{2g\pi [x_1^2 - (x_2 + A)^2]} \quad \left[\frac{J}{m^2} \right] \quad (35)$$

gdzie: σ - współczynnik rozdzielenia ciepła między tarczą, a okładziną klocka hamulcowego, wzór (38), (38a),

ξ - współczynnik redukcyjny mas wirujących.

przy $\xi = 0,05$; $g = 9,81$ $\left[\frac{m}{s^2} \right]$ i $\pi = 3,14$ otrzymujemy:

$$E' = 0,01705 \cdot 10^5 \frac{\sigma \gamma G v_p^2}{x_1^2 - (x_2 + A)^2} \quad (35a)$$

$$\Omega = \frac{x_3 \cdot 10^{-3}}{(\alpha'_d t_k)^{0,5}} \quad (36)$$

$$\alpha'_d = \frac{\lambda'}{c_w^2 w} \quad \left[\frac{m}{s^2} \right] \quad (37)$$

gdzie: λ - przewodność cieplna materiału tarczy w $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{deg}}\right]$,

c_w - ciepło właściwe materiału tarczy w $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}\right]$,

ρ_w - gęstość właściwa materiału tarczy w $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$.

Współczynnik rozdziału ciepła ζ między tarczą i okładziną klocka hamulcowego, według Newcomba [10] :

$$\zeta = \frac{1}{1 + 0,09 \frac{F_s}{F_d}} \quad (38)$$

Po wstawieniu $F_d = X [x_1^2 - (x_2 + A)^2]$ i $F_s = 0,5 [x_1^2 - (x_2 + A)^2] x_4$ otrzymujemy:

$$\zeta = \frac{1}{1 + 0,0143 x_4} \quad (38a)$$

Należy zaznaczyć, że przy wyprowadzaniu powyższej zależności nie uwzględniono chłodzenia tarczy (przepływ powietrza) i oporów ruchu pojazdu. Postępowanie to prowadzi do niewielkiego zawyżenia temperatury tarczy w porównaniu do temperatury rzeczywistej.

3. Metoda rozwiązania problemu

Do rozwiązania przedstawionego powyżej problemu wykorzystano konwersacyjny system optymalizacji wielokryterialnej, którego pełny opis oraz tekst programu w języku FORTRAN zawiera praca [6]. Stosując ten system najpierw poszukujemy minimum każdej funkcji celu niezależnie. Minima te tworzą tzw. wektor idealny, który oznaczamy przez $f^0 = [f_1^0, \dots, f_l^0, \dots, f_k^0]^T$, a którego elementy są określone przez:

$$f_i^0 = \min_{x \in X} f_i(x) \quad (39)$$

Następnie stosując metodę min-max z wagami generujemy zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. Rozwiązanie nazywamy optymalnym w sensie Pareto jeżeli nie ma możliwości poprawienia żadnego z kryteriów bez konieczności pogorszenia któregoś z pozostałych kryteriów. Ponieważ dla większości problemów optymalizacji wielokryterialnej zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto jest bardzo duży większość komputerowych metod rozwiązania problemu ma charakter interaktywny. Taki też charakter ma wykorzystana tu metoda min-max z wagami. Podczas interaktywnej pracy projektanta z komputerem podaje

on swoje preferencje odnośnie ważności poszczególnych kryteriów, które w tej metodzie stanowią wagi przypisane względnym odchyleniom od rozwiązań minimalnych. Dla tych wartości wag zostaje znalezione przez komputer rozwiązanie optymalne w sensie Pareto. Dla metody min-max z wagami jest to takie rozwiązanie $x^* \in X$ dla którego:

$$v(x^*) = \min_{x \in X} \max_{i \in I} \{w_i \cdot z_i(x)\} \quad (40)$$

gdzie: $z_i(x)$ - wartość względnego przyrostu i -tej funkcji celu, którą wyznaczamy korzystając ze wzoru:

$$z_i(x) = \frac{|f_i^0 - f_i(x)|}{|f_i^0|} \quad (41)$$

w_i - współczynniki wagowe,

$I = \{1, 2, \dots, k\}$ - zbiór indeksów rozpatrywanych funkcji celu.

Po fazie obliczeniowej następuje faza decyzyjna, w której projektant decyduje czy przedstawione rozwiązanie optymalne w sensie Pareto odpowiada jego preferencjom. Jeżeli tak nie jest kolejna faza obliczeniowa jest realizowana po której nowe rozwiązanie jest generowane przez komputer dla nowych wartości współczynników wagowych. Postępowanie zostaje zatrzymane w momencie gdy otrzymane rozwiązanie spełnia oczekiwania projektanta. Należy tu zwrócić uwagę na fakt że w opisanej metodzie współczynniki wagowe odnoszą się do wielkości bezwymiarowych, stąd ich wartości odwzorowują w miarę precyzyjnie preferencje jakie projektant zamierza nadać poszczególnym kryteriom.

Problem optymalizacyjny jest wprowadzony do systemu za pomocą FORTRAN-owskich podprogramów (SUBROUTINE) które opisują ograniczenia i funkcje celu. Podprogramy te zostały napisane w sposób ogólny i umożliwiają łatwe wprowadzanie danych dla różnych typów hamulców tarczowych. W następnym rozdziale pokazano przykładowe dane i wyniki uzyskane przy realizacji obliczeń dla tych danych.

4. Przykład liczbowy

Jako przykład zaprezentowano w szczególności hamulec tarczowy osi przedniej samochodu FSO 1500. Przyjęto następujące założenia i wartości:

- a) samochód jest pod pełnym obciążeniem $G = 13734 \text{ [N]}$
 - b) współczynnik γ ma wartość maksymalną $\gamma = 0,8$
 - c) współczynnik przyczepności przylgowej przyjmuje wartość maksymalną $\mu_p = 0,8$
 - d) prędkość początkowa samochodu $v_p = 30 \text{ [m/s]}$
 - e) maksymalna temperatura tarczy hamulca po jednorazowym hamowaniu $T_{\max} = 400 \text{ [}^\circ\text{C]}$
 - f) wartość maksymalna poślizgu pomiędzy powierzchnią klocka ciernego i powierzchnią tarczy hamulca $v_{s\max} = 13,5 \text{ [m/s]}$
- Pozostałe dane: $G_1 = 6327 \text{ [N]}$; $\lambda' = 50,24 \text{ [m}^2\text{/s}^2\text{deg]}$; $\varepsilon_w' = 0,74 \cdot 10^4 \text{ [kg/m}^3\text{]}$;
 $c_w' = 540,1 \text{ [kJ/kg deg]}$; $\mu = 0,35$; $L = 2505$; $c = 590$; $r_d = 287$; $A = 13$; $d_2 = 6$; $d_3 = 6$;
 $d_1 = 38$; $x_{1\max} = 120$; $x_{1\min} = 100$; $x_{2\max} = 72$; $x_{2\min} = 62$; $x_{3\max} = 14$; $x_{3\min} = 9$
 [mm] ; $x_{4\max} = 1$; $x_{4\min} = 0,8$ radianów; $x_{5\max} = 5$; $p_c = 8,5 \text{ [MN/m}^2\text{]}$

Wykonując obliczenia optymalizacyjne dla powyższych danych i przedstawionego modelu optymalizacyjnego otrzymano następujące wyniki.

Tabela 1 przedstawia wartości zmiennych decyzyjnych i funkcji celu otrzymane podczas minimalizacji poszczególnych funkcji celu.

T a b l i c a 1

	$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$	$f(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)]^T$
minimum $f_1(x)$	$x = [120, 62, 9, 5, 1, 3, 22, 57, 6]^T$	$f(x) = [0, 219, 43, 9, 471, 1, 26]^T$
minimum $f_2(x)$	$x = [116, 8, 67, 7, 10, 6, 0, 8, 5, 49]^T$	$f(x) = [0, 275, 28, 5, 480, 9, 18, 9]^T$
minimum $f_3(x)$	$x = [110, 5, 62, 9, 1, 4, 53, 47, 4]^T$	$f(x) = [0, 292, 32, 9, 393, 6, 17, 7]^T$
minimum $f_4(x)$	$x = [120, 72, 9, 1, 3, 78, 45]^T$	$f(x) = [0, 269, 35, 9, 456, 9, 15, 9]^T$

Tabela 2 zawiera kilka rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, które zostały wygenerowane przez system. W ostatnim wierszu tabeli znajduje się rozwiązanie, które jest obecnie w użyciu. Rozwiązanie to nie jest optymalne w sensie Pareto, ponieważ rozwiązania 1 i 2 mają mniejsze wartości wszystkich funkcji celu.

Obliczenia wykonano w Zakładzie Metod Numerycznych UMCS w Lublinie na komputerze Riad 32.

5. Wnioski

Model optymalizacji wielokryterialnej w projektowaniu hamulców samochodowych oraz metod jego rozwiązania pozwala projektantowi znaleźć rozwiązanie optymalne w krótkim czasie.

Program komputerowy do powyższego modelu został opracowany w formie ogólnej i jedynie wprowadzenie danych przez konstruktora jest potrzebne do włączenia modelu w system optymalizacji wielokryterialnej. Wyniki, które otrzymano i przedstawiono w artykule pokazują nam przewagę metody projektowania z wykorzystaniem optymalizacji nad tradycyjnymi sposobami obliczeń konstrukcyjnych.

T a b l i c a 2

I_p	$w_i = [w_1, w_2, w_3, w_4]^T$	$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$	$f(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)]^T$
1	$w_1 = [0.25, 0.55, 0.1, 0.1]^T$	$x = [115.6, 62.6, 9.1, 0.8, 4.8, 46.9]^T$	$f(x) = [0.255, 30.6, 430.2, 17.3]^T$
2	$w_2 = [0.23, 0.52, 0.1, 0.1]^T$	$x = [116.3, 63.2, 9.2, 0.8, 4.7, 46.7]^T$	$f(x) = [0.253, 30.8, 437.2, 17.1]^T$
3	$w_3 = [0.15, 0.15, 0.35, 0.35]^T$	$x = [115.4, 63.4, 9.0, 0.9, 4.3, 46.7]^T$	$f(x) = [0.26, 33.6, 424.7, 17.2]^T$
4	$w_4 = [0.25, 0.25, 0.25, 0.25]^T$	$x = [116.7, 62.1, 9.0, 0.8, 4.6, 46.8]^T$	$f(x) = [0.245, 31.9, 433.3, 17.2]^T$
5	w użyciu	$x = [113.5, 64.1, 0.89, 4.7, 48]^T$	$f(x) = [0.273, 31.440, 19.1]^T$

Literatura cytowana w tekście

1. E s c h e n a u e r H.A.: Vector-Optimization in Structural Design and its Application on Antena Structures. In Optimization Methods in Structural Design, Bibliographisches Institut AG, Zurich, 1983
2. J a w o r s k i J.: Okładziny cięrne do hamulców i sprzęgieł pojazdów samochodowych, WKŁ, W-wa 1984
3. K o s k i J.: Bicriterion Optimum Design Method for Elastic Trusses, cta Politechnica Scandinavica, Mechanical Engineering Series No.86, Helsinki 1984
4. M i t s c h n e M.: Dynamika samochodu, WKŁ, W-wa 1977
5. O s y c z k a A.: Application of Multicriterion Optimization Methods to Machine Tool Design and Manufacturing Process. Proceedings of the 5th International Conference on Production Engineering, Tokyo 1984
6. O s y c z k a A.: Multicriterion Optimization in Engineering with FORTRAN Programs. John Wiley and Sons, Chichester 1984
7. P u g h J.T.: Synthesis of Pareto Optimal Four Bar Function Generator with Optimum Structural Error and Optimum Transmission Angles, Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design vol. 106 (437-443), 1984
8. S i n g h N.: Optimum Design of a Journal Bearing System with Multi-Objectives; A Goal Programming Approach, Engineering

- Optimization, 1983, vol. 6 (193-196)
9. S t u d z i ń s k i K.: Samochód, teoria, konstrukcja i obliczanie, WKŁ, W-wa 1980
10. W r z e c i ń s k i T.: Hamowanie pojazdów samochodowych, WKŁ, W-wa 1973
11. Zagadnienia tarcia, zużycia i smarowania, praca zbiorowa PWN, W-wa 1966

МНОГОКРИТЕРИЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
ДИСКОВЫХ АВТОМОБИЛЬНЫХ ТОРМОЗОВ
Резюме

В работе представлено решение оптимального проектирования дисковых тормозов легких автомобилей. Проблема записана в форме нелинейного многокритерийного программирования и решена с помощью разговорной компьютерной системы. Эта система [6] позволяет конструктору активно участвовать в процессе поиска оптимального решения, которое исполняет критерии, а также его приоритеты. Представлено цифровой пример проектирования автомобильных тормозов для ФСО 1500.

A MULTICRITERION OPTIMIZATION
OF DISC BRAKE OF VEHICLES
Summary

In the paper an optimal solution of designing the disc brakes of passenger cars is presented. This model is formulated as a nonlinear multicriterion programming of problem and the interactive system of a computer is used to solve the model. The system [6] allows the designer to participate actively in the process of seeking the conflicting criteria and his preferences. A numerical example for the design of a FSO 1500 car brake is presented.

Praca została przesłana dnia 12 lutego 1986 roku.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

Henryk Palus, Wojciech Tarnowski
Instytut Automatyki, Wydział Automatyki, Elektroniki i Infor-
matyki
Politechnika Śląska

WIELOKRYTERIALNY WYBÓR METODY HEURYSTYCZNEJ
W PROJEKTOWANIU TECHNICZNYM

W pracy sformułowano zadanie optymalnego wyboru metody heurystycznej jako zadanie optymalizacji wielokryterialnej. Opisano różne strategie wyboru. Strategia pierwsza [7] oparta jest na 22 pytaniach i służy do selekcji i do wspomaganie wyboru. Strategia druga jest bardziej sformalizowana i została zaproponowana w dwóch wersjach: z oceną rozmytą i z oceną ostrą. Wykorzystuje liniową addytywną funkcję celu.

1. Wstęp

W procesie projektowania technicznego, w momencie planowania procesu /na poziomie jego makrostruktury [8]/ oraz przed rozpoczęciem każdej fazy procesu /na poziomie mikrostruktury [8]/, projektant stoi wobec konieczności wyboru metody postępowania. Tu zajmiemy się tylko problemem wyboru metody heurystycznej, ze zbioru znanych metod, przeznaczonych do wspomaganie procesu koncipowania, czyli procesu poszukiwania możliwych rozwiązań danego problemu projektowego. Obecnie zbiór znanych metod jest już dość liczny, i ciągle rośnie - patrz np. monografie [1], [2], [4], [5], [8], [10], [13]. Panuje zgodność, że w konkretnym przypadku zadania projektowego /określonego rodzajem zadania, charakterem systemu projektującego i uwarunkowaniami zewnętrznymi/, powodzenie projektanta silnie zależy od rodzaju zastosowanej metody. Zatem problem wyboru optymalnej metody jest problemem ważnym i niełatwym. Nietrudno przy tym zauważyć, że jest to zadanie optymalizacji wielokryterialnej na zbiorze skończonym.

Wspomniane wyżej monografie zawierają najczęściej ogólne uwagi co do sposobu wyboru, podają na przykład:

- luźne wskazówki uwzględniające charakter zadania projektowego [1],
- tablice wyboru sugerujące wybór grupy metod w zależności od fazy projektu [2], [3], stanu informacji osiągniętego w procesie [4], fazy i złożoności metody [5],
- sposób zakładający współpracę z metodologiem dokonującym wyboru metod efektywnych [6].

Rozwój zastosowań systemów CAD, formalizacja niektórych metod heurystycznych, powstawanie systemów CATI /Computer Aided Technical Invention/ oraz istnienie programów wyboru dla innych metod projektowania, np. dla metod optymalizacji [9] wskazuje na celowość budowy programu konwersacyjnego wspomagającego projektanta przy rozwiązywaniu zadania wyboru metody heurystycznej. Podstawą takiego programu powinna być strategia wyboru możliwie najpełniej uwzględniająca:

- właściwości poszczególnych metod projektowania, np. użyteczność, koszt nauzenia się, koszt stosowania, różne przeciwwskazania,
- właściwości zadania projektowego; np. faza projektowania, początkowy stan procesu koncipowania, wymagany stopień oryginalności rozwiązania i inne,
- właściwości systemu projektującego, np. liczebność grupy, stopień znajomości poszczególnych metod, inne kwalifikacje.

W pracy [7], [8] przedstawiono strategię w znacznym stopniu spełniającą te wymagania. Nazwijmy ją tu strategią pierwszą.

2. Strategia pierwsza [8]

Projektant stosujący tę strategię powinien odpowiedzieć na kolejne 22 pytania, w tym 6 pytań selekcyjnych i 16 oceniających - patrz Tablica 1.

Pytania selekcyjne uwzględniają:

- stan systemu projektującego /jego liczebność, aktualne ograniczenia kosztowe/,
- stan opracowania zadania przed zastosowaniem metody heurystycznej /istnienie koncepcji rozwiązania, istnienie rozwiązania idealnego, możliwość dekompozycji zadania/.

Dzięki temu dokonąć można oceny przydatności metody w zależności od szczegółowo scharakteryzowanego zadania. Ocenę taką w skali dwuwartościowej przeprowadził autor strategii na podstawie znajomości metod.

Strategia proponuje projektantowi wybór metody, która uzyskała największą notę N/N - suma uzyskanych punktów/, zapoznanie się z tą metodą i jej zastosowanie. W przypadku braku intuicyjnego przekonania do tej metody, projektant może wybrać inną metodę o kolejnej największej wartości noty N .

3. Idea strategii drugiej

Zakładając, że zwiększenie formalizacji procesu wyboru metody heurystycznej pozwoli zwiększyć prawdopodobieństwo wyboru optymalnego, traktuje się to zadanie jako zadanie optymalizacji wielokryterialnej.

3.1. Zadanie optymalizacji wielokryterialnej

Można wyróżnić następujące pojęcia:

Zmienne decyzyjne ; tu wystąpi tylko jedna zmienna dyskretna, tj. numer metody m , przyjmująca kilkanaście wartości:

$$M = \{m_1, \dots, m_n\}$$

Ograniczenia ; ze względu na ich charakter, służą do wstępnej analizy i selekcji zbioru metod i redukcji do zbioru M' .

Ograniczenia te mogą opisywać np.:

- liczebność zespołu projektującego /projektant indywidualny, zespół projektowy/ ,
- stan procesu konceptowania opisany przez następujące elementy: koncepcja rozwiązania /istnieje, nie istnieje/, dekompozycja /możliwa, niemożliwa/ itp.

Kryteria oceny /optymalizacji/; proponuje się trzy niezależne kryteria:

- koszt nauczania się metody K_1 ,
- koszt stosowania metody K_2 ,
- użyteczność metody K_3 .

Kryteria kosztowe są zdefiniowane i mierzalne /w jednostkach czasu lub w jednostkach pieniężnych/, ale dokładne wartości kryteriów są niedostępne. Natomiast kryterium użyteczności jest

Zestaw pytań do wypełniania Tablicy 1:

A. Pytania selekcyjne; gdy odpowiedź jest "TAK" - wpisz plus w wolnej kratce danej kolumny:

1. Nie da się utworzyć grupy /muszę pracować sam/ ?
2. Nie da się przeszkolić grupy ?
3. Nie mam żadnej koncepcji rozwiązania /np. z literatury/ ?
4. Nie jest możliwe wyobrażenie sobie rozwiązania idealnego /najbardziej pożądanego/ ?
5. Nie można racjonalnie podzielić zadania ?
6. Nie mogę długo i kosztownie szukać rozwiązania ?

Metoda, która uzyskała chociaż jeden plus zostaje odrzucona.

B. Pytania oceniające; gdy odpowiedź jest "TAK" - wpisz plus w wolnej kratce danej kolumny:

1. Czy po raz pierwszy przystępujesz do próby rozwiązania ?
2. Czy zadanie polega na bardziej szczegółowym rozpracowaniu wcześniej podanej koncepcji zadania ?
3. Czy zadanie polega na ulepszeniu podanego rozwiązania ?
4. Czy znasz dużo rozwiązań danego zadania ?
5. Czy problem leży w silnych ograniczeniach projektowych ?
6. Czy problem leży w braku pomysłów w ogóle ?
7. Czy zadanie jest trudne, nietypowe, dotychczas nie rozwiązane ?
8. Czy koncepcja istnieje, ale jest nierealizowalna ?
9. Czy zadanie jest nowe, ale znasz sporo rozwiązań zadań podobnych ?
10. Czy problem leży w wewnętrznej sprzeczności wymagań ?
11. Czy szukasz wstępnej koncepcji rozwiązania ?
12. Czy masz sporo "niedojrzałych" koncepcji ?
13. Czy zależy Ci na rozwiązaniach mających zdolność patentową ?
14. Czy zadanie jest "z natury" kompleksowe i będzie wymagało dekompozycji i rozdziału pośród wielu specjalistów ?
15. Czy masz ograniczone środki na projektowanie ?
16. Czy masz mało czasu na projektowanie i zależy Ci na szybkim postępowaniu projektowym ?

niezdefiniowane, zatem wszystkie kryteria można traktować jako zmienne lingwistyczne.

parametry; część kryteriów wyraźnie zależy od parametrów zadania lub parametrów systemu projektującego, takich jak np. /1/ koszt nauczania zależy od znajomości metody, /ii/ użyteczność metody zależy silnie od fazy projektowania [2], [3], [5] oraz wymaganej oryginalności rozwiązania.

zależności /równania modelu zadania optymalizacji/; dla danej metody m_i należącej do zbioru metod dopuszczalnych M' można wyrazić zależności:

$$\begin{aligned} K_1 &= f_1/z_1, m_i/ & i = \overline{1, \dots, l} \leq n & \dots /1/ \\ K_2 &= f_2/m_i/ & & \dots /2/ \\ K_3 &= f_3/j, p, m_i/ & & \dots /3/ \end{aligned}$$

gdzie:

- z_1 - stopień znajomości metody m_i ,
- j - faza projektowania,
- p - wymagany stopień oryginalności rozwiązania.

Więc zadanie wyboru jest zadaniem optymalizacji wielokryterialnej z jedną dyskretną zmienną decyzyjną, przyjmującą skończoną liczbę wartości i z kryteriami opisanymi zmiennymi lingwistycznymi. Rozwiązanie takiego zadania wymaga formalizacji zmiennych lingwistycznych: albo za pomocą zbiorów rozmytych albo za pomocą wprowadzenia sztucznej skali liczbowej.

Ujęcie rozmyte

W literaturze [1] znane są metody optymalizacji wielokryterialnej przy rozmytych kryteriach. Pierwszym etapem takiej metody jest określenie funkcji przynależności dla wszystkich wartości wszystkich kryteriów. Kryterium K_1 przyjmuje jedną wartość deterministyczną gdy metoda jest znana ($K_1 = 0$) oraz 3 wartości lingwistyczne: "koszt mały", "koszt średni" i "koszt duży". Te same wartości lingwistyczne przyjmuje kryterium K_2 . Natomiast kryterium K_3 zależy od parametru j , przyjmującego np. 4 wartości deterministyczne:

- j_1 - faza formułowania i analizy zadania,
- j_2 - faza poszukiwania rozwiązań,
- j_3 - faza analizy i oceny rozwiązań,

j4 - faza projektowania szczegółowego, oraz parametr rozmyty p przyjmujący 3 wartości lingwistyczne: "oryginalność mała", "oryginalność średnia" i "oryginalność duża".

Samo kryterium rozmyte przyjmuje 4 wartości lingwistyczne: "metoda nieużyteczna", "metoda słabo użyteczna", "metoda użyteczna" i "metoda bardzo użyteczna".

Należy wybrać ten przebieg funkcji przynależności /spośród standardowych [12]/, który jest najbardziej zbliżony do uzyskanego na podstawie danych literaturowych i ankietowania ekspertów. Jeżeli w przypadku kryteriów K_1 i K_2 wymagane jest określenie 6 funkcji przynależności, to dla kryterium K_3 , które silnie zależy od parametrów, należy znaleźć 43 funkcji przynależności. Drugi etap polega na wyznaczeniu współczynników wagowych. Znane są wprawdzie formalne sposoby wyznaczenia wartości tych współczynników [12], lecz tutaj można zadowolić się intuicyjnym wyborem wartości. Pozwoli to projektantowi wyrazić swoje preferencje co do ważności kryteriów. Następnie jako sposób agregacji kryteriów, a właściwie odpowiadających im zbiorów rozmytych, przyjmuje się liniową formę addytywną, uważaną za najbardziej uniwersalną [12]. Przeprowadzając taką agregację transformuje się zbiory rozmyte odpowiadające poszczególnym metodom w przestrzeń wartości funkcji celu F . Ostatnim krokiem jest porównanie powstałych zbiorów rozmytych i wybranie metody uznanej za optymalną. Formalnie umożliwi to np. metoda zaproponowana przez Basso-Kwaternaka [11], zalecająca badanie rozmytych relacji preferencji między zbiorami rozmytymi, co jednak w przypadku kilkunastu zbiorów /metod/ ogranicza jej przydatność. W przypadku oprogramowania tej strategii można pozostawić wybór projektantowi na podstawie przedstawionych na monitorze zbiorów rozmytych w przestrzeni wartości funkcji F .

3.3. Ujęcie ostre

Ujęcie ostre daje rozwiązanie uproszczone w stosunku do rozwiązania rozmytego, powoduje bowiem utratę informacji co do niejednoznaczności kryteriów, ale równocześnie pozwala na łatwiejsze zbudowanie programu konwersacyjnego. Wprowadza się sztuczną skalę liczbową, np. następującą:

- dla kryteriów K_1 i K_2 : 4-3-2-1, przy czym 4 dotyczy tylko przypadku $K_1 = 0$,
- kryterium K_3 , zależne od dwóch parametrów, można rozbić na dwa składniki: $K_3 = f/j/$ i $K_3' = f/p/$, oceniane w skali czteropunktowej 1-2-3-4 ; to rozbitcie pozwala na wykorzystanie danych z literatury, odnośnie oceny kryterium K_3 .

Zatem program dla strategii z ujęciem ostrym operuje na tablicy zawierającej wartości liczbowe dla wszystkich metod, dla kryteriów K_1 , K_2 , K_3 i K_3' . Przy tym dla kryterium K_3 tabela zawiera cztery kolumny /j1 do j4/, a dla K_3' - trzy kolumny /p1 do p3/. Operacje na tabeli sprowadzają się do:

- zmniejszenia liczby jej wierszy /liczby metod/ przez następujące pytania selekcjonujące: 1/jaka jest liczebność grupy projektującej ?, 2/czy istnieje koncepcja rozwiązania ?, 3/czy istnieje rozwiązanie idealne ?, 4/czy możliwa jest dekompozycja zadania ?,
- zmniejszenie liczby kolumn /oceny kryterialne/ przez odpowiedź na zadania: 5/określ fazę projektowania, 6/określ wymaganą oryginalność rozwiązania,
- zmiany zawartości tablicy w kolumnie K_1 przez wpisanie liczby 4 dla metod znanych,
- obliczenia wartości liniowej addytywnej funkcji F dla każdej metody, przy współczynnikach wagi określonych przez projektanta.

4. Podsumowanie

Przedstawione w pracy strategię wyboru metody heurystycznej mają duże znaczenie dla projektanta nie znającego ogółu heurystycznych metod koncipowania, ponieważ umożliwiają mu racjonalny wybór bez konieczności uprzedniego dokładnego zapoznania się z tymi metodami.

Przedstawione strategię mają wystarczający stopień sformalizowania do tego, aby można je oprogramować i włączyć do dowolnego systemu CAD. Wymagają jednak uprzedniej weryfikacji praktycznej. Trudno jest przeprowadzić jakiś eksperyment dowodzący ich wyższości nad wyborem w pełni intuicyjnym można jednak stwierdzić, że uwzględniają heurystyczne sugestie zawarte w literaturze, że są ich metodologicznym uporządkowaniem i uo-

gólnieniem i stąd wynika ich racjonalność, nawet mimo obecnego braku weryfikacji praktycznej.

Literatura cytowana w tekście

1. K a u f m a n n A., F u s t i e r M., D r e v e t A.: Inwentyka - metody poszukiwania twórczych rozwiązań. WNT, Warszawa 1975.
2. P a h l G., B e i t z W.: Nauka konstruowania. WNT, Warszawa 1984.
3. VDI - Richtlinien 2221: Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte. VDI - Verlag, Düsseldorf 1985.
4. J o n e s J. Ch.: Metody projektowania. WNT, Warszawa 1977.
5. A n t o s z k i e w i c z J.: Metody heurystyczne, PwE, Warszawa 1982.
6. M ü l l e r J.: Methoden muss man anwenden. ZIS, Halle 1980.
7. T a r n o w s k i W.: Sposób doboru metody poszukiwania rozwiązań w projektowaniu technicznym. Materiały I Krajowej Konferencji "Nowoczesne Metody Projektowania", cz. III, Wałbrzych - Książ 1980.
8. T a r n o w s k i W.: Metody koncyptowania. Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1986.
9. G o l i Ń s k i J.: Adaptacyjne systemy poszukiwania konstrukcji optymalnej. PWN, Warszawa 1976.
10. M a r t y n i a k Z.: Inwentyka przemysłowa. IWZZ, Warszawa 1985.
11. T a r n o w s k i W., W a c ł a w e k M.: Optymalizacja wielokryterialna w obecności ocen rozmytych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, z. 65, Gliwice 1983.
12. T a r n o w s k i W.: Model procesu wyboru w projektowaniu technicznym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, z. 72, Gliwice 1984.
13. G ó r a l s k i A. /red./: Zadanie, metoda, rozwiązanie. WNT, Warszawa, cz. 1 - 1977, cz. 2 - 1978, cz. 3 - 1980, cz. 4 - 1982.

MULTICRITERIAL CHOICE OF THE HEURISTIC METHOD
IN ENGINEERING DESIGN

Summary

It is formulated the optimal choice task of the heuristic method as the multicriterial optimization problem. Various multiaspect strategies are described. The first strategy is based on 22 items questionnaire [7], and is devised for selection and choice aiding. The strategy No 2 is more formalized and is elaborated in two versions: with the fuzzy and with the non-fuzzy appraisal criterions. This approach applies the linear additive goal function as an optimal criterion.

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР ЭВРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА
В ТЕХНИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Резюме

В работе сформулирована задача оптимального выбора эвристического метода как задача многокритериальной оптимизации. Представлены разные стратегии выбора. Первая стратегия основана на ставляемых 22 вопросах для селекции и вспомогания выбора. Вторая стратегия является более формальной и предложена в двух вариантах: с расплывчатой оценкой и нерасплывчатой оценкой. Эта стратегия использует линейную аддитивную целевую функцию.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO 86

Stanisław Piasecki
Instytut Badań Systemowych PAN

WIELOKRYTERIALNE PROJEKTOWANIE LINII
TECHNOLOGICZNYCH NA PRZYKŁADZIE PRO-
CESOW OBROBKI.

Streszczenie:

Praca definiuje metodę wielokryterialnego projektowania technologii realizacji złożonych kompleksów operacji jako pewnego rodzaju algebrę z przedłużonym ciągle odwzorowaniem i z operacją wydzielenia minimalnego zbioru technologii podstawowych. To znaczy takich, które nie mogą być rozłożone "liniowo" na prostsze i których kombinacja liniowa zapewnia osiągnięcie każdego elementu zbioru technologii Pareto- optymalnych. Wyrażając się w języku algebry, technologie podstawowe tworzą zbiór technologii bazowych dla zbioru technologii Pareto- optymalnych.

1. WSTEP.

W projektowaniu linii technologicznych, szczególnie w przypadku projektowania nowych zakładów lub ich modernizacji, występuje zagadnienie wyrobu i kompozycji wyposażenia takich linii w odpowiednie do programu produkcyjnego urządzenia /maszyny, narzędzia/ technologiczne.

Wyboru należy dokonać w taki sposób aby linia była zaprojektowana

jak najkorzystniej z punktu widzenia interesów przyszłego użytkownika.

Ponieważ projektowana linia ma służyć użytkownikowi długie lata więc "punkt widzenia" nie może odzwierciedlać jedynie chwilowego interesu użytkownika. Powstaje w ten sposób trudność wyboru kryterium oceny jakości /"korzystności"/ projektowanych rozwiązań technologicznych, adekwatnego do długofalowych interesów użytkownika.

Posłużymy się przykładem. Ocena jakości przyjętej technologii zależy co najmniej od trzech wielkości:

- wydajności μ linii technologicznej mierzonej wielkością /skalą/ produkcji w jednostce czasu np. w ciągu roku,
- czasu τ trwania pojedynczego zestawu operacji, do których wykonywania przeznaczona jest linia,
- kosztu κ utrzymania w ruchu linii /włącznie z kosztami remontów i amortyzacji oraz ewentualnie z kosztami oprocentowania kredytów inwestycyjnych/.

Wynika to stąd, że zapas w toku produkcji jest proporcjonalny do wielkości $\tau \cdot \mu$ koszt jednostkowy produktu - do wielkości κ/μ oraz $\tau \cdot \mu \cdot \rho$ gdzie ρ jest oprocentowaniem kredytów obrotowych itp.

Ponieważ zarówno ceny składników zużywanych w procesie produkcji jak i oprocentowanie kredytów może zmieniać się w czasie, więc jest oczywisty fakt, że nawet gdyby istniała możliwość przyjęcia jednego, decydującego kryterium /na przykład w postaci kosztu jednostkowego produktu/ to i tak niemożliwością jest przewidzenie przyszłych zmian cen składników, szczególnie, że musiałoby to dotyczyć niekiedy okresu kilkudziesięcioletniego, w którym projektowana inwestycja ma być użytkowana.

W takiej sytuacji, wydaje się, że najlepszym sposobem rozwiązania zagadnienia projektowego jest przedstawienie przyszłemu użytkownikowi kilka wariantów "najlepszych" rozwiązań, z których użytkownik mógłby wybrać "jego zdaniem najlepszy".

Pozostaje wyjaśnić co będziemy rozumieli przez "najlepsze" /zdaniem projektanta/ warianty rozwiązań technologicznych.

W tym celu posłużymy się przykładem "negatywnym" określającym intuicyjnie, które rozwiązanie napewno nie jest najlepszym.

Założmy, że mamy cztery warianty rozwiązań technologicznych ozna-

czonych symbolami a_1, a_2, a_3, a_4 , z których każdy jest scharakteryzowany omówionymi trzema parametrami $\langle \mu, \tau, \kappa \rangle$ przyjmującymi następujące wartości :

$a_1: \langle 100, 2, 10 \rangle$

$a_2: \langle 100, 3, 12 \rangle$

$a_3: \langle 100, 3, 8 \rangle$

$a_4: \langle 200, 3, 20 \rangle$

Łatwo zauważyć, że wariant a_2 nie może należeć do zbioru "najlepszych" wariantów rozwiązań technologicznych, gdyż pod każdym względem, a dokładniej ze względu na τ i κ , wariant a_3 jest lepszy od a_2 . Należy także zwrócić uwagę, że lepiej zainstalować dwie linie technologiczne typu a_1 uzyskując wydajność $\mu=200$ aniżeli jedną linię typu a_4 . Z tego względu technologię a_4 należałoby wykluczyć ze zbioru technologii podstawowych, z których tworzyłibyśmy "najlepsze" technologie o zadanej wydajności.

Prezentowana praca poświęcona jest określeniu metody projektowania zbioru najlepszych wariantów rozwiązań technologicznych przy wielokryterialnej zasadzie oceny jakości rozwiązań, na przykładzie procesów obróbczych /niekoniecznie obróbki mechanicznej/.

Problem polega na dobraniu odpowiednich wariantów technologii - zestawów urządzeń technologicznych, do wykonania poszczególnych operacji przy zadanym częściowym porządku ich wykonywania w taki sposób, aby otrzymane warianty linii technologicznych należały do zbioru najlepszych wariantów. Zakłada się przy tym, że dla każdej składowej operacji znany jest zbiór możliwych do zastosowania technologii i odpowiadających im urządzeń technologicznych, to znaczy, że znane są parametry tych urządzeń, takie jak na przykład wymienione wielkości: μ, τ, κ .

Opisana metoda syntezy najlepszych technologii realizacji procesów wieloperacyjnych jest formalnie określonego rodzaju algebrą i jest możliwa do zaprogramowania na komputerze. Próba taka była prowadzona w latach 1965-1967 jeszcze na lampowej maszynie cyfrowej /tak wtedy nazywano komputery/ typu URAL 2. Niestety ograniczone ramy publikacji nie pozwalają na pełny opis algorytmu i dowód twierdzeń na których był on oparty.

Należy podkreślić, że praca Synteza Technologii Złożonych została opublikowana w 1968 roku jako pierwszy rozdział większego opracowania pt.: "Teoria Optymalnych Systemów Obsługi /205 str./" wydane w postaci Dodatku do Biuletynu Wojskowej Akademii Technicznej nr. 9/68. Warszawa 1968r.

Wtedy nie był znany termin optymalizacji wektorowej lub wielokryterialnej, tylko mówiło się o zadaniach wieloekstremalnych.

Można stwierdzić, że opracowany w latach 1965-1967 problem nie stracił na aktualności i jak sądzę wart jest przypomnienia. Obejmuje on nie tylko zagadnienie wyznaczania optymalnych rozwiązań z zbioru dopuszczalnych ale przede wszystkim obejmuje zagadnienie konstruowania optymalnych rozwiązań przy istotnie wielokryterialnej ocenie ich optymalności.

SYNTEZA TECHNOLOGII ZŁOŻONYCH.

Zadania wykonywane przez duże zespoły ludzi i maszyn są tak złożone, że konieczne jest przedstawienie zadania jako ciągu prostszych czynności /operacji/, których wzajemne zależności można przedstawić przy pomocy grafu Γ_K należącego do klasy grafów zorientowanych, skończonych, acyklicznych i spójnych. Łuki grafu Γ_K w ilości K odpowiadają czynnościom, a wierzchołki zdarzeniom /faktom/.

Graf Γ_K można interpretować jako obraz czynności złożonej, składającej się z $K=1,2,\dots$ czynności prostych.

Oczywiście pojęcie czynności prosta i czynność złożona są pojęcia względne, gdyż każdą czynność prostą można rozłożyć na ciąg czynności jeszcze prostszych.

Czynność złożoną będziemy rozkładać na czynności do tego stopnia proste, aż staną się znane sposoby ich realizacji przy pomocy standardowych środków technicznych.

Zadanie może być określone jako jednokrotne /zadanie unikalne/ lub wielokrotne /ciągłe/ powtarzalne z określoną intensywnością /np. zamówienie produkcyjno-usługowe/. Dotychczasowe metody teorii grafów /PERT itp/ znalazły szerokie zastosowanie w zakresie planowania i optymalizacji przedsięwzięć unikalnych. Niniejsza praca stanowi próbę

stworzenia aparatu matematycznego /systemu algebraicznego/, użyte -
cznego w zakresie syntezy technologii realizacji przedsięwzięć za-
równu unikalnych jak i powtarzalnych, produkcyjnych.

Zwróćmy obecnie uwagę na dowolną czynność prostą, którą możemy
zrealizować przy pomocy zespołów technologicznych /maszyn, automatów/
zwanych dalej krótko technologiami, oznaczonymi symbolem a .

Poszczególne technologie różnią się między sobą ze względu na:

- inne wyposażenie techniczne zespołu,
- inny personel obsługujący technikę,
- inną organizację procesu realizacji rozpatrywanej czynności.

Wszystkie możliwe technologie zapewniające realizację ustalonej
czynności tworzą zbiór technologii $A = \{ a^1, a^2, \dots \}$.

Zbiór A jest zbiorem przeliczalnym.

Wyróżniamy następnie pewną ilość $I = 1, 2, \dots$, cech, których nasi-
lenie będzie rozstrzygało o wygodzie stosowania danej technologii.

Niech miarą nasilenia tych cech będą wielkości $x_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, I$.

P R Z Y K Ł A D.

Cechami wyróżnionymi mogą być: odwrotność wydajności technologii
- x_1 , średni czas trwania realizacji czynności x_2 , średni koszt u-
trzymania zespołu w ruchu na jednostkę czasu - x_3 . W tym przypadku
mamy więc $I=3$ oraz

$$x = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle$$

Wielkość $x = \langle x_1, x_2, \dots, x_1, \dots, x_I \rangle$, którą możemy interpretować ja-
ko wektor, będziemy dalej nazywali parametrem technologii. Wszystkie
możliwe wartości parametru x tworzą zbiór X^I będący I -krotnym ilo-
czynem kartezjańskim zbiorów nieujemnych liczb rzeczywistych x :

$$X^I = X \times X \times \dots \times X$$

I -krotnie.

Założmy, że istnieje relacja binarna $y^1 \in A \times X^I$, która każdej
technologii $a \in A$ przyporządkowuje jeden i tylko jeden parametr
 $x \in X^I$.

Powyższą relację będziemy nazywali odwzorowaniem y^1 zbioru A w zbiór
 X^I .

$$y^1 : A \rightarrow X^I$$

W zbiorze A określamy /oprócz tożsamości oznaczonej znakiem \equiv /
relację binarną $\alpha \in A \times A$, zwaną dalej relacją równoważności.

Mianowicie, dwie technologie $a^1, a^2 \in A$ są równoważne, co zapiszemy

w postaci:

$$a^1 = a^2$$

wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi równość wektorowa ich parametrów

$$x^1 = x^2$$

gdzie:

$$x^1 = y^1(a^1) \quad ; \quad x^2 = y^1(a^2)$$

Jest widoczne, że relacja α jest relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią.

Równoważność ($a^1 = a^2$) dwóch różnych pod względem fizycznym technologii może być spowodowana faktem, że ilość I cech wszechstronnie charakteryzujących technologie nie jest nieskończenie duża, że dla naszych potrzeb uwzględniamy tylko skończoną /i to niewielką/ ilość najważniejszych, naszym zdaniem cech.

Przy pomocy relacji równoważności α , w zbiorze A możemy wydzielić klasy, które będziemy oznaczali symbolem $|a|$.

Technologie należące do jednej klasy nie są odróżniane pod względem wygody ich stosowania.

Utwórzmy obecnie zbiór ilorazowy zbioru A oznaczony symbolem A/α będący zbiorem wszystkich klas równoważności.

Oczywiście, wybór technologii realizacji rozpatrywanej czynności, możemy dokonać tylko z dokładnością do klasy równoważności. W związku z tym w dalszych rozważaniach ograniczymy się tylko do zbioru ilorazowego A/α , którego elementami nie są klasy $|a|$ lecz reprezentanci $a \in |a|$ klas.

Obecnie, relacja y^1 odwzorowująca zbiór A/α w zbiór X^1 jest relacją wzajemnie jednoznaczną

$$y^1 : A/\alpha \leftrightarrow X^1$$

Niezależnie od relacji równoważności określimy w zbiorze A /oraz A/α / binarną relację dominacji $D \subset A \times A$ wprowadzającą silny częściowy porządek w zbiorze A /oraz A/α /.

Będziemy mówili, że technologia $a^1 \in A$ w stosunku do technologii $a^2 \in A$ jest dominującą /zapisując to w postaci $a^1 \succ a^2$ / jeżeli zachodzi relacja wektorowa

$$x^1 \succ x^2, \quad \neq x^2$$

gdzie:

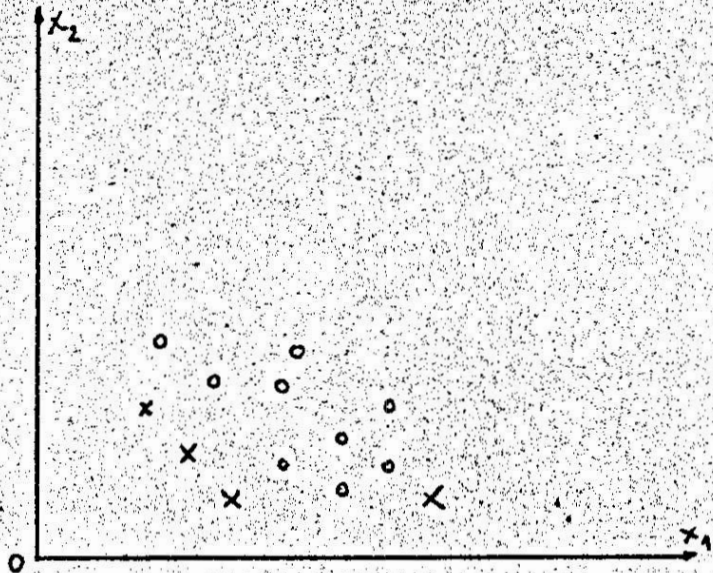
$$x^1 = y^1(a^1) \quad , \quad x^2 = y^1(a^2)$$

przy tym: $x^1 \prec x^2 \leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^2 |x_i^1 < x_i^2|$

Relacja dominacji jest relacją antysymetryczną i przechodnią. W zbiorze $\mathbb{A}/=$ relacja dominacji wydziela podzbiór klas technologii dominujących \mathbb{A}_D , którego elementy są wzajemnie nieporównywalne.

Zbiór $\bar{\mathbb{A}}_D$ będący dopełnieniem zbioru \mathbb{A}_D do zbioru $\mathbb{A}/=$ posiada interpretację geometryczną jako zbiór brzegowy.

Założmy mianowicie, że parametr x posiada dwie składowe x_1, x_2 . Wartości parametru x dla różnych technologii mogą być zobrazowane punktami na płaszczyźnie $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$, tak jak to jest widoczne na poniższym rysunku.



rys. 1.

Technologie dominujące zaznaczone na rys.1. krzyżykami, leżą naj-

bliżej brzegu zbioru X^2 .

Następnie w zbiorze A /oraz $A \neq \emptyset$ / określmy dwuargumentową operację składania technologii, odwzorowującą zbiór $A \times A$ w zbiór A i oznaczoną symbolem $+$.

Fizycznie operacja składania polega na łączeniu w większy zespół kilka zespołów /maszyn i ludzi/ wykonujących tę samą czynność.

Składanie technologii może mieć na celu zwiększenie wydajności /mocy produkcyjnej/ technologii, niezawodności realizacji czynności itp.

Jest oczywiste, że zbiór A jest zamknięty ze względu na tę operację dla wszystkich możliwych technologii. Operacja ta posiada własności przemienności oraz łączności:

$$a^1 + a^2 = a^2 + a^1$$

$$(a^1 + a^2) + a^3 = a^1 + (a^2 + a^3)$$

$$a^1, a^2, a^1 + a^2 \in A$$

Celem skrócenia zapisu będziemy posługiwali się także następującymi oznaczeniami / korzystając z wymienionych własności operacji/.

$$m \cdot a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{m\text{-składników}}$$

$$\hat{m} a^n = \sum_{c=1}^n m_c \cdot a^c = m_1 \cdot a^1 + m_2 \cdot a^2 + \dots + m_c \cdot a^c + \dots + m_n \cdot a^n$$

gdzie:

$$\hat{m} = \langle m_1, m_2, \dots, m_c, \dots, m_n \rangle$$

$$a^n = \langle a^1, a^2, \dots, a^c, \dots, a^n \rangle$$

Wykorzystując powyższe oznaczenia i własności mamy w szczególności

$$\hat{m}^1 a^n + \hat{m}^2 a^n = (m^1 + m^2) a^n$$

gdzie:

$$\hat{m}^1 + \hat{m}^2 = \langle m_1^1 + m_1^2, \dots, m_n^1 + m_n^2 \rangle$$

Wyrażenie $\sum_{c=1}^n m_c \cdot a^c = a$ należy czytać następująco:

" technologia a jest równoważna liniowej kombinacji technologii

a^c ($c=1, 2, \dots, n$) określonej wektorem \hat{m} .

Wyrażenie $\sum_{c=1}^n m_c \cdot a^c = a$ należy czytać następująco:

" Technologia a jest liniową kombinacją technologii $a^c (c=1,2,\dots,n)$ " określona wektorem \hat{m} .

Technologię, która jest liniową kombinacją innych technologii będziemy nazywali złożoną.

Technologia złożona jest scharakteryzowana jednoznacznie względem podzbioru $\{a^c\}_{c=1}^n = \langle a^1, a^2, \dots, a^c, \dots, a^n \rangle = a^n$ wektorem $\hat{m} = \langle m_1, m_2, \dots, m_n \rangle$

Wektor \hat{m} będziemy nazywali charakterystyką /definicją/ technologii złożonej.

Dla ustalonego podzbioru $\{a^c\}_{c=1}^n$ wszystkie wartości charakterystyk \hat{m} tworzą zbiór

$$\mathbb{M}^n = \mathbb{M} \times \mathbb{M} \times \dots \times \mathbb{M}$$

n-krotnie

gdzie \mathbb{M} oznacza zbiór całkowitych liczb nieujemnych.

Założmy, że dane jest odwzorowanie y^1 dla $a = \{a^c\}_{c=1}^n$.

Interesujące jest określenie przedłużenia odwzorowania y^1 na wszystkie technologie złożone, będące liniową kombinacją technologii składowych, należących do zbioru $\{a^c\}_{c=1}^n$.

Problem polega na określeniu odwzorowania $y(\hat{m} a^n) = x$ dla wszystkich $\hat{m} \in \mathbb{M}^n$, jeżeli znane są wartości odwzorowania y^1 dla

$$\hat{m} \in \{1^c\}_{c=1}^n \subset \mathbb{M}^n$$

gdzie:

$1^c = \langle 0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0 \rangle$ oznacza wektor jednostkowy o składowych równych zeru i c -tej składowej równej jedności.

W szczególności mamy:

$$y(1^c a^n) = y^1(a^c) = x^c$$

gdyż $1^c a^n = \langle 0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0 \rangle \langle a^1, a^2, \dots, a^c, \dots, a^n \rangle^T = a^c$

Określenie przedłużenia y jest zawsze możliwe, chociaż zależy od interpretacji fizycznej składowych parametrów x , co pokazane jest w poniższym przykładzie.

PRZYKŁAD

Niech parametr $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ posiada następującą interpretację fizyczną składowych:

x_1 jest odwrotnością wydajności technologii,

x_2 jest średnim kosztem utrzymania zespołu w ruchu w jednostce czasu.

Wartości składowych x_1, x_2 odwzorowania

$$y(\hat{m} a^n) = x$$

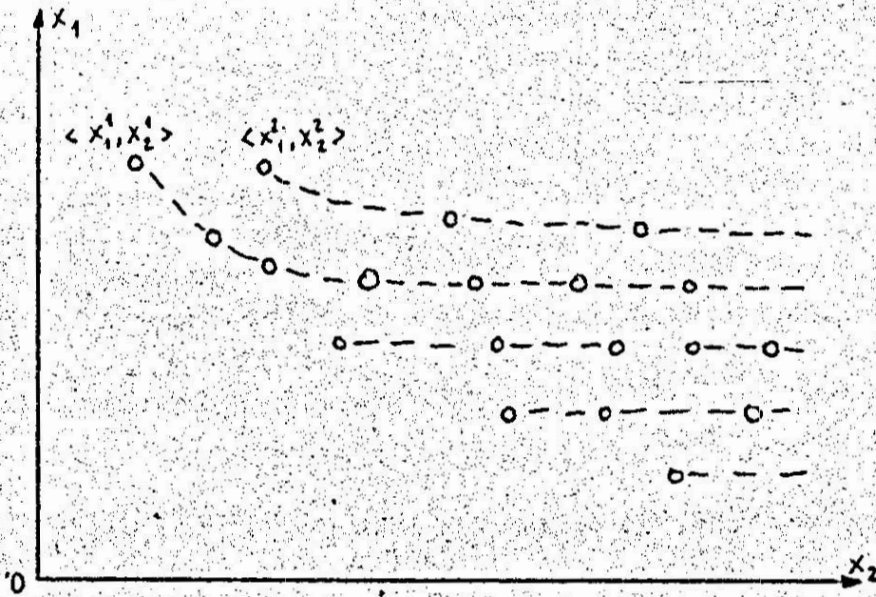
będą określone wzorami:

$$x_1 = \left(\sum_{c=1}^n \frac{m_c}{x_1^c} \right)^{-1}$$

$$x_2 = \sum_{c=1}^n m_c \cdot x_2^c$$

Formalnie, odwzorowanie y jest funkcją \hat{m} , a wielkości $\{x^c\}_{c=1}^n$ odgrywają rolę stałych odwzorowania $M \rightarrow \mathbb{R}^I$.

Jeżeli na płaszczyźnie x_1 0 x_2 przedstawimy kółkami wartości parametrów dwóch $n=2$ technologii a^1, a^2 , to parametry technologii złożonych /przedstawione punktami/ będą leżały na hiperbolach widocznych na poniższym rysunku.



rys.2.

Dalej będziemy zakładali, że przedłużenie odwzorowania γ jest określone.

Obecnie zdefiniujemy technologię elementarną jako technologię, dla której nie istnieje równoważna technologia będąca liniową kombinacją innych technologii należących do zbioru \mathbb{A}/\equiv .

Przykładowo jedną z możliwych technologii elementarnych realizujących czynność toczenia może być zespół składający się z tokarki określonego typu wraz z oprzyrządowaniem oraz pracownika o określonych umiejętnościach /zaszeregowaniu/.

Elementarny zespół przedstawiający elementarną technologię jest nazywany:

- w produkcji - stanowiskiem produkcyjnym,
- w operacjach wojskowych - stanowiskiem /punktem/ ogniowym.

Zauważmy, że zbiór technologii elementarnych \mathbb{A}_E posiada tę własność, że dla dowolnej $a \in \mathbb{A}$ /lub $a \in \mathbb{A}/\equiv$ możemy znaleźć równoważną jej technologię złożoną, będącą kombinacją liniową technologii $a^c \in \mathbb{A}_E$ ($c=1, 2, \dots, n$), zdefiniowaną wartością wektora

$$\hat{m} = \langle m_1, m_2, \dots, m_c, \dots, m_n \rangle$$

Zbiór \mathbb{A}_E można interpretować jako zbiór technologii bazowych zbioru \mathbb{A}/\equiv , gdyż odpowiadający mu zbiór wektorów $\{\Pi^c\}_{c=1}^n$ jest zbiorem wektorów bazowych przestrzeni \mathbb{E}^n .

Każdej technologii złożonej odpowiada zespół składający się z pewnej ilości stanowisk, który nazywany jest:

- w produkcji - gniazdem produkcyjnym,
- w operacjach wojskowych - gniazdem ogniowym, gniazdem oporu itp.

W szczególności, technologię złożoną z wielu identycznych technologii elementarnych realizujących tę samą czynność nazywamy jednorodną /podobnie jak gniazdo składające się z identycznych stanowisk/.

Jednorodna c -ta technologia jest określona wektorem

$$\langle 0, 0, \dots, m, 0, \dots, 0 \rangle$$

o składowych równych zeru, za wyjątkiem c -tej równej m .

Zdefiniujemy następnie zbiór P technologii podstawowych jako przecięcie zbiorów \mathbb{A}_E i \mathbb{A}_D

$$P = \mathbb{A}_E \cap \mathbb{A}_D$$

Zbiór P będziemy nazywali także jądrem zbioru \mathbb{A} . Wszystkie technologie podstawowe $p \in P$ ponumerujemy zmienną całkowitą $r=1, 2, \dots, R$,

tak, że

$$P = \{p^r\}_{r=1}^R$$

Jeżeli wybierzemy technologię $a \in A$ to może się zdarzyć, że żadna technologia złożona, będąca kombinacją liniową technologii $p^r/r=1,2,\dots,R/$ nie jest równoważna wybranej technologii a . Jednakże oczywiste jest twierdzenie, że zawsze istnieje taka technologia

$$\sum_{r=1}^R m_r \cdot p^r$$

że zachodzi

$$\sum_{r=1}^R m_r \cdot p_r^c \leq a$$

Twierdzenie to wynika z faktu, że dla każdego m zachodzi relacja

$$\sum_{c=1}^n m_c \cdot a^c \leq \sum_{c=1}^n m_c \cdot a'^c$$

jeżeli prawdziwa jest chociaż jedna relacja

$$a^c \leq a'^c ; c=1,2,\dots,n$$

dla której

$$m_c \neq 0$$

Dalej będziemy zakładali, że znana jest wartość parametru x^r dla każdego $r=1,2,\dots,R$, co jest niezbędną, minimalną ilością informacji, pozwalającą przedłużyć odwzorowanie y na wszystkie technologie za wyjątkiem niektórych technologii zdominowanych.

Znajomość parametru x^r $r=1,2,\dots,R$ możemy sobie zapewnić analizując dane zawarte w katalogach, prospektach, instrukcjach, wynikach badań poligonowych i eksploatacyjnych.

Dalej będziemy określali wszystkie technologie względem zbioru technologii podstawowych P , dla których wartości $(x^r)_{r=1}^R$ są ustalone. W związku z tym będziemy często używali zapisu skróconego:

$$y(\hat{m}) = y(\hat{m} P^R)$$

przy tym

$$y(1^r) \equiv y(1^r P^R) = y(p^r) = x^r$$

Obecnie rozpatrzmy zbiór czynności prostych o numerach $k=1,2,\dots,K$, których wzajemne relacje są określone grafem Γ_K , definiującym pewną ustaloną czynność złożoną.

Założmy, że dla każdej czynności prostej nr k , z których składa się rozpatrywana czynność złożona, są określone zbiory \mathbb{A}_k technologii prostych $a_k \in \mathbb{A}_k$ a w szczególności zbiory technologii podstawowych

$$\mathbb{P}_k = \{P_k^{r_k}\}_{r_k=1}^{R_k} ; k=1, 2, \dots, K$$

o licznosci R_k .

Każda technologia złożona, realizująca czynność prostą k , może być określona wektorem

$$\hat{m}^k = \langle m_1^k, m_2^k, \dots, m_{r_k}^k, \dots, m_{R_k}^k \rangle$$

Każda technologia złożona realizująca złożoną czynność T_K może być zdefiniowana przez podanie charakterystyk wszystkich złożonych technologii realizujących poszczególne czynności proste $k=1, 2, \dots, K$ przez podanie zbioru wektorów $\{\hat{m}^k\}_{k=1}^K$.

Wartość parametru

$$x_k^r = \langle x_{1,k}^r, x_{2,k}^r, \dots, x_{i,k}^r, \dots, x_{I,k}^r \rangle$$

określone dla każdego $r = 1, 2, \dots, R_k$ i każdego $k=1, 2, \dots, K$ tworzą zbiór stałych

$$\{ \{x_k^r\}_{r_k=1}^{R_k} \}_{k=1}^K$$

zbioru odwzorowań

$$\{Y_k^1 : \mathbb{P}_k \rightarrow \mathbb{X}^I\}_{k=1}^K$$

Określmy obecnie przedłużenie odwzorowań $\{Y_k^1\}_{k=1}^K$ w postaci odwzorowania

$$Y : \mathbb{G}_K \times \mathbb{M}^{R_1} \times \mathbb{M}^{R_2} \times \dots \times \mathbb{M}^{R_K} \rightarrow \mathbb{X}^I$$

dla wszystkich $k=1, 2, \dots$, gdzie \mathbb{G}_K jest zbiorem wszystkich zorientowanych, acyklicznych i spójnych grafów o K łukach. Odwzorowanie to będziemy zapisywać w postaci przekształcenia

$$Y \left(\mathbb{F}_K \left\{ \hat{m}^k \right\}_{k=1}^K \right) = x$$

Stałymi odwzorowania jest wyżej wymieniony zbiór stałych zbioru odwzorowań $\{Y_k^1\}_{k=1}^K$.

Zauważmy, że dla $K=1$ otrzymamy w szczególności:

$$Y(\Gamma_1, \hat{m}^1) = Y(\hat{m}^1)$$

gdź zbiór G_1 jest zbiorem jednoelementowym.

Odwzorowanie Y jest zatem przedłużeniem odwzorowań $y_k (k=1, 2, \dots, K)$ oraz $y_k^1 (k=1, 2, \dots, K)$. Oczywiście postać odwzorowania Y zależy /podobnie jak odwzorowania y / od fizycznego sensu składowych parametru x . Poniżej podany jest przykład określania odwzorowania Y .

P R Z Y K Ł A D

Niech $x = \langle x_1, x_2 \rangle$, gdzie x_1 jest odwrotnością wydajności technologii a x_2 jest rocznym kosztem utrzymania w ruchu technologii. W tym przypadku otrzymamy

$$Y(\Gamma_K, m) = \langle x_1, x_2 \rangle$$

gdzie:

$$x_1 = \left(\min_k \left(\frac{R_k}{\sum_{k=1}^K R_k} \cdot \frac{m_{r_k}^k}{r_k} \cdot -1 \right) \right)$$

$$x_2 = \sum_{k=1}^K \left(\frac{R_k}{r_k} \cdot m_{r_k}^k \cdot x_{2,k}^{r_k} \right)$$

Powyższy przykład został tak dobrany, aby postać funkcji Y nie zależała od grafu Γ_K ; łatwo sobie wyobrazić, że gdyby wielkość $x_1^{r_k}$ była czasem wykonania operacji, to wtedy nie istnieje ogólny wzór na wartość x_1 , chociaż istnieje ogólny algorytm wyznaczania tej wartości, zwany algorytmem wyznaczania ścieżki krytycznej.

Dalej będziemy zakładali, że funkcja Y jest określona dla wszystkich $\Gamma_K \in G_K$, $\{\hat{m}^k\}_{k=1}^K$ oraz $K = 1, 2, \dots$. W ten sposób każdej technologii realizującej czynność złożoną Γ_K jest przyporządkowany w przestrzeni X^I jeden punkt x .

Oznaczmy symbolem A zbiór wszystkich możliwych technologii "a" realizujących czynność złożoną /w odróżnieniu do technologii $a_k \in A_K$ realizujących czynności proste $k=1, 2, \dots, K$ /.

Dodatkowo, do zbioru A należy dołączyć wszystkie specjalne technologie przeznaczone do realizacji rozpatrywanej czynności Γ_K w całości, stanowiące technologicznie nierozzerwalne zespoły.

Na elementach tak utworzonego zbioru A możemy określić relację równoważności wydzielając zbiór ilorazowy $A/=$ oraz relację dominacji wydzielając zbiór A_D technologii dominujących. Następnie po określe niu zbioru A_E możemy wyznaczyć zbiór P technologii podstawowych, po numerować elementy tego zbioru p^r zmienną naturalną $r=1,2,\dots,R$ i każdej z nich przyporządkować wektor $\hat{m} = \mathbf{1}^r$ $r=1,2,\dots,R$.

Zbiór P jest zbiorem technologii podstawowych realizujących czynność złożoną Γ_K dla którego znany jest odpowiadający mu zbiór $\{x^r\}_{r=1}^R$ wyznaczający odwzorowanie.

$$y^1 : P \rightarrow X^1$$

Od tej chwili czynność złożoną możemy traktować jako czynność prostą zdefiniowaną grafem Γ_K , którą można zrealizować przy pomocy zbioru P technologii p^r , z których każda jest zdefiniowana względem rodziny zbiorów $\{P_k\}_{k=1}^K$ charakterystyką $\{m^k\}_{k=1}^K$.

W dalszym ciągu traktując wszystkie czynności złożone $\Gamma_{K_1}, \Gamma_{K_2}, \dots$, jako proste możemy je ponownie zintegrować, redukując w ten sposób czynność dowolnie złożoną do czynności prostej wraz z ustaleniem zbioru technologii podstawowych.

Opisany proces scalania nazwiemy operacją syntezy technologii lub integracji, co zapiszemy symbolicznie

$$\Gamma_K \{P\}^K$$

Tożsamość

$\Gamma_K \{P\}^K = P$
Będziemy czytać następująco: "zbiór technologii P jest integraliem zbiorów P_k ($k=1,2,\dots,K$).

Operacja integracji jest określona, jeżeli jest określone odwzorowanie Y będące przedłużeniem odwzorowania $\{y_k^1\}_{k=1}^K$ oraz relacje: równoważności i dominacji.

Proces integracji polega na określeniu jądra P zbioru wszystkich możliwych technologii A realizujących czynność złożoną Γ_K , jeżeli znane są jądra P_k zbiorów A_k technologii realizujących czynności proste.

Technologie złożone p^r P ($r=1,2,\dots,R$) określone grafem Γ_K i charakterystykami $\{\hat{m}^k\}$ tworzą wraz z wartościami x^r katalog podstawowych technologii złożonych, których definicje opierają się na defi-

nicjach technologii realizujących czynności proste $k=1, 2, \dots, K$.
W ten sposób możemy tworzyć ciągi - "piramidy" definicji dowolnie złożonych technologii realizujących dowolnie złożone czynności.
W procesie integracji określa się zbiór parametrów $\{x^r\}_{r=1}^R$ technologii podstawowych realizujących złożoną czynność Γ_K na podstawie znajomości zbiorów parametrów $\{(x_k^{r_k})_{r_k=1}^{R_k}\}_{k=1}^K$ technologii podstawowych realizujących czynności proste.

Jeżeli zbiory $\{(x_k^{r_k})_{r_k=1}^{R_k}\}_{k=1}^K$ potraktujemy jako stałe odwzorowań Y_k ($k=1, 2, \dots, K$) oraz odwzorowania Y , to wyznaczając nowy zbiór $\{x^r\}_{r=1}^R$ wyznaczymy nowe stałe, nowego odwzorowania y .

Tak więc y /oraz Y / jest w procesie integracji ciągle przedłużalne na coraz bardziej złożone technologie.

Fizycznie technologia złożona składa się z ciągu gniazd produkcyjnych związanych ze sobą strumieniami materiałowymi w sposób określony grafem Γ_K .

Ciąg $K=1, 2, \dots$, gniazd produkcyjnych wzajemnie powiązanych potokami materiałowymi nazywany jest często linią lub nitką produkcyjną.

W szczególności pojedyncze gniazdo może być linią produkcyjną.

Dla zilustrowania procesu integracji, poniżej podany jest prosty przykład.

P R Z Y K Ł A D

Załóżmy, że czynność złożona składa się z $K=2$ czynności prostych i jest określona grafem "szeregowym" $\Gamma_2 = \bar{\Gamma}_2$.



rys.3.

Niech zbiory P_1 i P_2 będą dwuelementowe. Parametr $x = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle$ posiada trzy składowe, z których:

- x_1 - jest odwrotnością wydajności technologii /mocy produkcyjnej/,
- x_2 - czasem wykonania czynności,
- x_3 - kosztem utrzymania stanowiska w ruchu w jednostce czasu.

Niech odwzorowania

$Y_k^i(r_k) = x_k^{r_k}$; $k=1,2$, oraz stałe $\{x_k^{r_k}\}_{r_k=1}^2, k=2$ są określone przez Tablice I i 2.

Tablica I

$r_1 \backslash x_{1,1}^{r_1}$	$x_{1,1}^{r_1}$	$x_{2,1}^{r_1}$	$x_{3,1}^{r_1}$
1	1	2	1
2	1	1	2

Tablica II

$r_2 \backslash x_{1,2}^{r_2}$	$x_{1,2}^{r_2}$	$x_{2,2}^{r_2}$	$x_{3,2}^{r_2}$
1	2	2	1
2	1	1	4

Wtedy odwzorowania $Y_k^i(m^k) = x_k$ ($k=1,2$) mają postać:

$$\left(\sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \cdot \frac{1}{x_{1,k}^{r_k}} \right)^{-1} = x_{1,k}$$

$$\left(\sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \cdot \frac{1}{x_{1,k}^{r_k}} \right)^{-1} \sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \frac{x_{2,k}^{r_k}}{x_{1,k}^{r_k}} = x_{2,k}$$

$$\sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \cdot x_{3,k}^{r_k} = x_{3,k}$$

a odwzorowanie $Y_2^i(m^k) = x$, postać:

$$\left(\min_k \sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \cdot \frac{1}{x_{1,k}^{r_k}} \right)^{-1} = x_1$$

$$\sum_{k=1}^2 \left(\sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \cdot \frac{1}{x_{1,k}^{r_k}} \right)^{-1} \sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \frac{x_{2,k}^{r_k}}{x_{1,k}^{r_k}} = x_2$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{r_k=1}^2 m_{r_k}^k \cdot x_{3,k}^{r_k} = x_3$$

Jak to jest widoczne, relacje y_k ($k=1,2$) są przedłużeniem relacji r_k^1 , a relacja Y przedłużeniem wszystkich relacji y_k ($k=1,2$),

Zbiór A_E technologii elementarnych realizujących czynność r_2 zawiera $n=8$ technologii elementarnych określonych w tabeli 3.

Tabela III.

$c \backslash \hat{m}^k$	$\hat{m}^1 = \langle m_1^1, m_2^1 \rangle$	$\hat{m}^2 = \langle m_1^2, m_2^2 \rangle$	$x = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle$
1	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 2 \ 4 \ 2 \rangle$
2	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 2 \ 0 \rangle$	$\langle 1 \ 4 \ 3 \rangle$
3	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 2 \ 3 \ 3 \rangle$
4	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 2 \ 0 \rangle$	$\langle 1 \ 3 \ 4 \rangle$
5	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 1 \ 2 \ 5 \rangle$
6	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 1 \ 2 \ 6 \rangle$
7	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 1 \ 1 \rangle$	$\langle 1, 2, 3, 6 \rangle$
8	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 1 \ 1 \rangle$	$\langle 1, 2, 3, 7 \rangle$

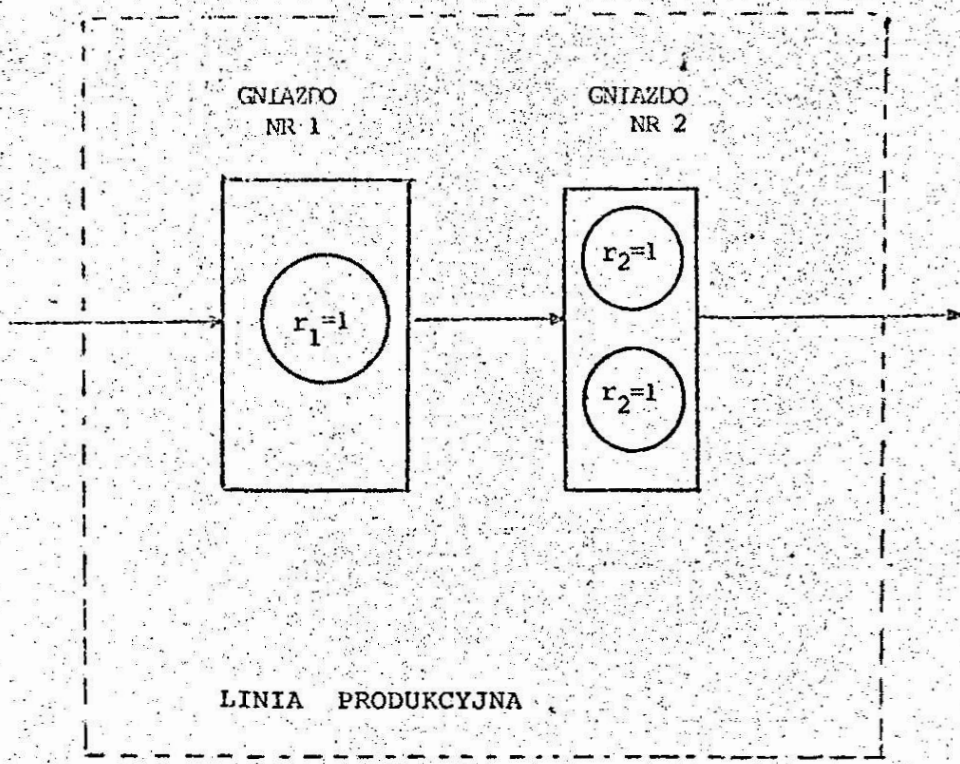
Zbiór $P = A_E \cap A_P$ technologii podstawowych zawiera $R=5$ technologii realizujących czynność r_2 , które wraz z wartościami parametrów x^r są przedstawione w tabeli 4.

Tabela ta określa jednocześnie odwzorowanie $y^1(r) = x$

Tabela IV.

r	$\hat{m}^1 = \langle m_1^1, m_2^1 \rangle$	$\hat{m}^2 = \langle m_1^2, m_2^2 \rangle$	$x = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle$
1	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 2 \ 4 \ 2 \rangle$
2	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 2 \ 0 \rangle$	$\langle 1 \ 4 \ 3 \rangle$
3	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 1 \ 0 \rangle$	$\langle 2 \ 3 \ 3 \rangle$
4	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 2 \ 0 \rangle$	$\langle 1 \ 3 \ 4 \rangle$
5	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 0 \ 1 \rangle$	$\langle 1 \ 2 \ 6 \rangle$

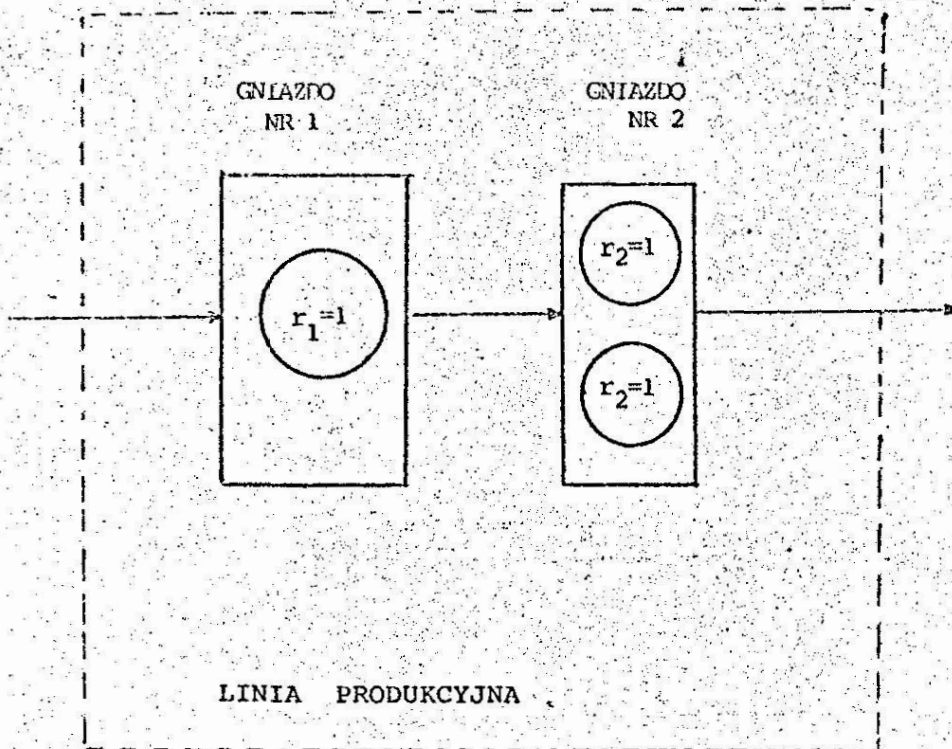
Zauważmy, że Tabela IV jest przykładem katalogu zakodowanego w języku cyfr. I tak, podstawowa technologia nr 4 realizująca czynność złożoną r_2 której graf jest widoczny na rysunku 3, składa się z dwóch



rys.4.

gniazd połączonych szeregowo strumieniem materiałów, przy czym gniazdo nr 1 składa się z jednego stanowiska wykonującego czynność nr 1 w/g technologii nr 2 opisanej w tabeli 1, a gniazdo nr 2 składa się z dwóch równoległych stanowisk wykonujących czynność nr 2 w/a technologii nr 1 określonej w tabeli 2.

Wymienioną technologię nr 4 w tabeli IV można zobrazować rysunkiem nr 4, na którym stanowiska są oznaczone kółkami, gniazda-prostokątami; a linie-prostokątami zarysowanymi liniami przerywanymi. Strzałkami oznaczono strumienie materiałowe.



rys.4.

gniazd połączonych szeregowo strumieniem materiałów, przy czym gniazdo nr 1 składa się z jednego stanowiska wykonującego czynność nr 1 w/g technologii nr 2 opisanej w tabeli 1, a gniazdo nr 2 składa się z dwóch równoległych stanowisk wykonujących czynność nr 2 w/a technologii nr 1 określonej w tabeli 2.

Wymienioną technologię nr 4 w tabeli IV można zobrazować rysunkiem nr 4, na którym stanowiska są oznaczone kółkami, gniazda-prostokątami; a linie-prostokątami zarysowanymi liniami przerywanymi. Strzałkami oznaczono strumienie materiałowe.

Nowo wyznaczone wielkości x^r , których wartości są podane w tabeli IV są stałymi nowego odwzorowania

$$y(\hat{m}) = x$$

o postaci

$$\left(\sum_{r=1}^5 m_r \cdot \frac{1}{x_1^r} \right)^{-1} = x_1$$

$$\left(\sum_{r=1}^5 m_r \cdot \frac{1}{x_1^r} \right)^{-1} \cdot \sum_{r=1}^2 m_r \cdot \frac{x_2^r}{x_1^r} = x_2$$

$$\sum_{r=1}^5 m_r \cdot x_3^r = x_3$$

określającego parametry wszystkich możliwych liniowych kombinacji technologicznych realizujących czynność Γ_2 .

Jest zrozumiałym fakt, że własności operacji integracji zależą od własności odwzorowania Y , a więc od fizycznej interpretacji składowych parametru x .

Niejednokrotnie ze zbioru A wszystkich możliwych technologii realizujących daną czynność wybierzemy tylko takie, które są jednorodne, odrzucając wszystkie technologie niejednorodne. Tak utworzony podzbiór technologii A_0 jest zbiorem, z którego wybiera się najlepszą technologię w sensie ustalonego kryterium. Oczywiście przyjęcie zbioru A_0 , jako zbioru możliwych technologii posiada także konsekwencje przy wyznaczaniu zbioru A/\neq , A_D , A_E oraz P .

Ograniczenie czynności wyboru tylko do zbioru technologii jednorodnych ma swoje uzasadnienie z punktu widzenia kierowania systemami /produkcyjnymi i wojennymi/, ich eksploatacji i produkcji oraz szkolenia załóg.

Przyjęte zasady operowania technologiami jednorodnymi wprowadzają standaryzację wyposażenia komórek produkcyjnych lub oddziałów wojskowych.

Zalety standaryzacji osiąga się kosztem występowania pewnych niedopasowań elementów w systemie, a więc kosztem wzrostu nakładów finansowych w stosunku do kosztu technologii optymalnej.

Tym nie mniej, w złożonych systemach, standaryzacja zespołów przynosi o wiele większe korzyści aniżeli straty i jest powszechnie stosowana.

wana.

Przyjęcie zasady standaryzacji ułatwia także w znacznym stopniu projektowanie systemów. I tak, bez przyjęcia zasady standaryzacji, technologia realizująca czynność złożoną Γ_K jest scharakteryzowana zbiorem wektorów $\{\hat{m}^k\}_{k=1}^K$ gdzie:

$$\hat{m}^k = \langle m_1^k, m_2^k, \dots, m_{r_k}^k, \dots, m_{R_k}^k \rangle$$

podczas, gdy przyjmując zasadę standaryzacji, technologia jednorodna jest scharakteryzowana zbiorem liczb $\{m^k\}_{k=1}^K$ oraz technologii $\{r_k\}_{k=1}^K$ realizujących poszczególne czynności $k=1, 2, \dots, K$.

W szczególności jednorodne gniazdo jest scharakteryzowane wektorem $\langle 0, 0, \dots, m_{r_k}^k, 0, \dots, 0 \rangle = m^k \cdot \mathbf{1}^{r_k}$ lub parą liczb (m^k, r_k) .

3. ZAKOŃCZENIE

Na podstawie przedstawionej teorii wielokryterialnej syntezy linii technologicznych opracowano w latach 1966 - 1967 szereg zestawów algorytmów dla różnych przypadków wielokryterialnego projektowania. Oparte były one o szereg twierdzeń, które zostały udowodnione. Wszystkie rozważane przypadki ograniczyły się do trzech kryteriów: wydajności μ , czasu τ jednokrotnego wykonania kompleksu operacji oraz kosztów κ utrzymania w ruchu linii.

Na podstawie przeprowadzonych doświadczeń okazało się, że szczególnie efektywne są algorytmy syntezy dla przypadku jednorodnych linii technologicznych. Taki komputerowy system syntezy został nazwany skrótem MOD /Metoda Organizacji Działań/. Jest on opisany w wymienionym we wstępie Biuletynie.

Owczesna praca była częściowo inspirowana przez książkę J. B. Mockus'a [2]. Wyniki pracy były częściowo wykorzystane w szeregu moich pracach, np. [4].

LITERATURA CYTOWANA

- [1] PIASECKI S.: Teoria optymalnych systemów obsługi. Dodatek do Biuletynu WAT nr.9/68, Warszawa 1968 /205 str/.
- [2] MOCKUS J.B.: Mnogoekstremalne zadaczi w projektowaniu - Izdat. "Nauka" Moskwa 1968.
- [3] KERNTOPF P.: Podstawowe pojęcia matematyczne w teorii automatów /Relacje Systemy Algebraiczne. Struktury/PWN , Warszawa 1967.
- [4] PIASECKI S.: Optymalizacja systemów obsługi technicznej. WAT, Warszawa.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

Witold Pogorzelski
Instytut Techniki Lotniczej
i Mechaniki Stosowanej, Wydział MEiL
Politechnika Warszawska

METODA WAGOWO-KORELACYJNA OKREŚLANIA UŻYTECZNOŚCI
KOMPROMISOWEJ WYTWORÓW PRZY WIELU KRYTERIACH

W pracy rozważa się wytwory charakteryzowane za pomocą wielowymiarowej użyteczności i rozpatruje zagadnienie jej skalaryzacji. Proponuje się wprowadzić liniowy porządek przez określenie użyteczności kompromisowej metodą polegającą na maksymalizacji ważonego przeciętnego współczynnika korelacji wynikowej użyteczności kompromisowej z użytecznościami cząstkowymi składowymi wielowymiarowej użyteczności dla danego skończonego zbioru wytworów. Współczynniki wagowe zakłada się lub dobiera tak, by uzyskać pożądaną przez decydenta relację między współczynnikami korelacji użyteczności kompromisowej z użytecznościami cząstkowymi. Dla przypadku optymalizacji proponuje się kryterium wagowo-korelacyjne generowane przez zadany skończony zbiór wytworów reprezentujących przestrzeń w której ma być przeprowadzona optymalizacja.

1. Wstęp

Prezentowane zagadnienie zostało zapoczątkowane kłopotami pewnej warszawskiej nauczycielki z opracowaniem wyników badania predyspozycji twórczych uczniów [7]. Przeprowadzała ona badania testowe mające określić predyspozycje twórcze uczniów: test Ravena /inteligencja/, test Guilforda /oryginalność myślenia/ i test wiadomości z fizyki. Podstawowy kłopot polegał na tym, że testy te ujmują cząstkowo predyspozycje twórcze badanego i łącznie, w sposób wielowymiarowy charakteryzują go. Na podstawie wyników tych testów nauczycielka chciała uszeregować uczniów z klasy w kolejności malejących predyspozycji twórczych i predyspozycje każdego z nich scharakteryzować jedną liczbą pokazującą uczniowi jego pozycję w klasie pod względem predyspozycji twórczych. A zatem nauczycielka chciała ułożyć listę rankingową uczniów w klasie z punktu widzenia ich predyspozycji twórczych.

A zatem powstało typowe zagadnienie skalaryzacji wektorowego kryterium i autor spytany o radę przypomniał znane sposoby skalaryzacji [2], [4]:

a. Metoda Lagrange'a

$$q_0(a) = \sum_{k=1}^r \lambda_k q_k(a), \quad \lambda_k \geq 0,$$

gdzie a - wytwór, $/q_1, \dots, q_r/$ - wektorowe kryterium, q_0 - kryterium skalarne, $/\lambda_1, \dots, \lambda_r/$ - założone z góry współczynniki wagowe.

b. Metoda funkcji kwadratowej

$$q_0(a) = \sum_{k=1}^r \lambda_k q_k^2(a), \quad \lambda_k \geq 0.$$

c. Metoda maksyminowa

$$q_0(a) = \min_{1 \leq k \leq r} \{ \lambda_k q_k(a) \}, \quad \lambda_k \geq 0.$$

d. Metoda hierarchizacji /stosuje się po założeniu kolejności ważności kryteriów $q_1, \dots, q_r/$.

e. Metoda wytworu wzorcowego /minimalizuje się odległość w przestrzeni wytworów lub w przestrzeni kryteriów od danego wytworu wzorcowego $a_w/$.

f. Metoda Pawlika [5]

$$q_0(a) = \sum_{k=1}^r \frac{1}{|q_k(a_b)|} q_k(a),$$

gdzie a_b jest znanym i akceptowanym przez decydenta wytworem bazowym.

Niestety, po dyskusji uznano wszystkie te metody za nieprzydatne, głównie z powodu arbitralności postaci i braku metody określania współczynników funkcji skalaryzującej. Wobec określonych braków znanych metod i bazując na opisanym wyżej zadaniu praktycznym autor rozpoczął poszukiwania metody prowadzącej do skalaryzacji w mniej arbitralny sposób i pozwalającej na pełniejsze uwzględnienie globalnych preferencji osoby przeprowadzającej skalaryzację.

2. Sformułowanie zadania

Rozważamy skończony zbiór A wytworów a przy wielu kryteriach, to jest sytuację gdy każdy wytwór $a \in A$ jest scharakteryzowany r liczbami u_1, \dots, u_r , które będziemy nazywali użytecznościami cząstkowymi. Użyteczności cząstkowe u_k , $k=1, \dots, r$ są przypisywane wytworom $a \in A$ zgodnie z odpowiednimi kryteriami q_k , $k=1, \dots, r$ wyczerpującymi różne punkty widzenia decydenta. Im wartość u_k jest większa, tym wytwór jest lepszy z punktu widzenia kryterium q_k . Użyteczność jest rozumiana w klasyczny sposób, jak np. w [3].

Niech będzie teraz pewien decydent, który chce porównywać między sobą wytwory ze zbioru A z pewnego globalnego punktu widzenia i który przy tym uważa, że kryteria q_1, \dots, q_r wszechstronnie ujmują jego punkt widzenia, każde ze swojej strony. Powstaje problem uzgodnienia kryteriów, to jest charakteryzowanie wytworu jedną liczbą, znajdującą na podstawie użyteczności cząstkowych u_1, \dots, u_r . Tę liczbę nazwiemy użytecznością kompromisową u_0 i będzie ona wyrazem zastosowania przez decydenta pewnego kryterium kompromisowego q_0 . Im u_0 będzie większe, tym wytwór będzie lepszy z globalnego punktu widzenia decydenta, ujętego w kryterium kompromisowym q_0 . Pozwala to decydentowi np. ułożyć listę rankingową wytworów ze zbioru A i określić wytwór najlepszy.

W pracy proponuje się pewną metodę znajdowania użyteczności kompromisowej i pokazuje zastosowanie metody na przykładzie.

Dalej zajmujemy się bardziej ogólnym przypadkiem, kiedy to zbiór A wytworów jest próbką wytworów z pewnej ich przestrzeni X , o elementach x . Kryteria q_k są teraz funkcjami na X , a użyteczności u_k wartościami tych funkcji: $u_k = q_k(x)$. Problem uzgodnienia kryteriów polega teraz na znalezieniu takiej funkcji $q_0(x)$ na X , by użyteczność kompromisowa $u_0 = q_0(x)$ wyrażała globalne preferencje decydenta. Pozwala to np. na optymalizację wielokryterialną w przestrzeni X .

W pracy proponuje się pewną postać kryterium kompromisowego $q_0(x)$, będącą konsekwencją przyjętej metody znajdowania

użyteczności kompromisowej u_0 dla próbki A wytworów. Rozwiązano prosty przykład optymalizacji dwukryterialnej w zadaniu technicznym.

3. Metoda wagowo-korelacyjna określania użyteczności kompromisowej dla skończonego zbioru wytworów

Niech będzie dany N -elementowy zbiór A wytworów a , $A = \{a^{(1)}, \dots, a^{(N)}\}$. Wytworom $a^{(1)}, \dots, a^{(N)}$ decydent przypisuje użyteczności cząstkowe $u_1^{(1)}, \dots, u_r^{(1)}$ z punktu widzenia poszczególnych kryteriów q_1, \dots, q_r . Kryteria te ujmują wszystkie różne aspekty pewnego globalnego punktu widzenia decydenta i w różnym stopniu będą z nim zgodne. Im kryterium q_k ma większe znaczenie dla decydenta, tym zgodność ta powinna być większa w porównaniu ze zgodnością pozostałych kryteriów. Znany i powszechnie stosowany miernikiem zgodności cech ilościowych, przyjętym w statystyce matematycznej, jest współczynnik korelacji [6]. Niech $u_0^{(1)}, \dots, u_0^{(N)}$ będą narazie nieznanymi wartościami użyteczności kompromisowej wytworów ze zbioru A . Za miarę ich zgodności ze znanymi decydentowi użytecznościami cząstkowymi proponujemy użyć funkcji

$$f_0(u_0^{(1)}, \dots, u_0^{(N)}) = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \alpha_k} \sum_{k=1}^r \alpha_k \rho_k,$$

gdzie ρ_k jest współczynnikiem korelacji użyteczności cząstkowych u_k z użytecznością kompromisową u_0 , zaś α_k jest pewnym współczynnikiem wagowym, $\alpha_k \geq 0$. Funkcja f_0 jest ważonym przeciętnym współczynnikiem korelacji.

Wartość α_k pokazuje stopień zgodności kryterium q_k z kryterium kompromisowym q_0 mającym ujmować globalny punkt widzenia decydenta. Wartość f_0 zależy od przyjętych wartości użyteczności kompromisowych $u_0^{(1)}, \dots, u_0^{(N)}$ dla poszczególnych wytworów. Im wartość funkcji f_0 jest większa, tym bardziej zgodny jest globalny punkt widzenia z kryteriami cząstkowymi q_1, \dots, q_r . Wartości wag α_k oddają względne znaczenie, jakie przywiązuje decydent do poszczególnych kry-

teriów. Większą wagę decydent daje kryterium do którego przywiązuje większe znaczenie w porównaniu z pozostałymi kryteriami. Jeśli dla decydenta wszystkie kryteria są jednakowo ważne, to da im jednakowe wagi, np. $\alpha_k = 1$ dla $k = 1, \dots, r$. Przy założonych wartościach wag α_k , $k = 1, \dots, r$ za wartości użyteczności kompromisowej naturalne będzie przyjąć wartości maksymalizujące funkcję f_0 .

A zatem wartości $u_0^{(1)}, \dots, u_0^{(N)}$ charakteryzujące globalny punkt widzenia chcemy przyjąć tak, by zmaksymalizować ważony przeciętny współczynnik korelacji f_0 użyteczności kompromisowej z użytecznościami cząstkowymi. W tym celu skorzystamy z warunków koniecznych dla maksimum

$$\frac{\partial f_0}{\partial u_0^{(l)}} = 0, \quad l = 1, \dots, N.$$

Oznaczając

$$\mu_k = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N u_k^{(l)}, \quad k = 0, 1, \dots, r,$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (u_k^{(l)} - \mu_k)^2}, \quad k = 0, 1, \dots, r$$

mamy

$$\rho_k = \frac{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (u_0^{(l)} - \mu_0) (u_k^{(l)} - \mu_k)}{\sigma_0 \sigma_k}, \quad k = 1, \dots, r.$$

Po zróżniczkowaniu

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial u_0^{(l)}} = \frac{1}{N} \frac{1}{\sigma_0} \left[\frac{1}{\sigma_k} (u_k^{(l)} - \mu_k) - \frac{\rho_k}{\sigma_0} (u_0^{(l)} - \mu_0) \right], \quad l = 1, \dots, N.$$

Powinno być

$$\frac{\partial f_0}{\partial u_0^{(l)}} = \sum_{k=1}^r \alpha_k \frac{\partial \rho_k}{\partial u_0^{(l)}} = 0, \quad l = 1, \dots, N.$$

Stąd

$$u_o^{(1)} = \mu_o + \frac{\sigma_o}{\sum_{k=1}^r \alpha_k \rho_k} \sum_{k=1}^r \alpha_k \frac{u_k^{(1)} - \mu_k}{\sigma_k}, \quad l=1, \dots, N.$$

Równości te wyznaczają jedyny punkt stacjonarny funkcji $f_o(u_o^{(1)}, \dots, u_o^{(N)})$. Są to formuły uwikłane, bowiem $u_o^{(1)}$ występuje również po prawej stronie znaku równości, w μ_o , σ_o i ρ_1, \dots, ρ_r . Można je jednak w prosty sposób rozwiązać. Jak wiadomo transformacja liniowa nie zmienia preferencji, więc za użyteczności kompromisowe wygodniej będzie nam przyjąć wartości standaryzowane

$$u_{o,s}^{(1)} = \frac{u_o^{(1)} - \mu_o}{\sigma_o}, \quad l = 1, \dots, N,$$

czyli takie, że ich średnia wynosi 0 i odchylenie standardowe wynosi 1. A zatem

$$u_{o,s}^{(1)} = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \alpha_k \rho_k} \sum_{k=1}^r \alpha_k \frac{u_k^{(1)} - \mu_k}{\sigma_k}, \quad l = 1, \dots, N.$$

Wyznaczenie $u_{o,s}^{(1)}$ nie nastęrcza trudności, bowiem współczynniki korelacji $\rho_k, k = 1, \dots, r$, można wyznaczyć bez znajomości wartości $u_o^{(1)}, \dots, u_o^{(N)}$, a korzystając jedynie z tego, że $u_o^{(1)}$ jest liniową funkcją wielkości

$$\sum_{k=1}^r \alpha_k \frac{u_k^{(1)} - \mu_k}{\sigma_k}.$$

Współczynnik korelacji jest bowiem niezmiennikiem transformacji liniowych o dodatniej modyfikacji skali [6] i ρ_k można obliczyć jako współczynnik korelacji między wartościami

$$\frac{u_k^{(1)} - \mu_k}{\sigma_k}, \quad l = 1, \dots, N$$

i wartościami

$$\sum_{k=1}^r \alpha_k \frac{u_k^{(l)} - \beta_k}{\sigma_k}, \quad l = 1, \dots, N.$$

Udowodnienie, że określone w ten sposób wartości $u_{o,s}^{(1)}, \dots, u_{o,s}^{(N)}$ dają maksimum funkcji f_o nie jest łatwe. Wiemy o nich jedynie to, że dają jedyny punkt stacjonarny. Można jeszcze zauważyć, że w przypadku, gdy wśród wag α_k jedna jest dodatnia a pozostałe zerowe, to funkcja f_o osiąga maksimum równe 1 właśnie dla podanych wartości $u_{o,s}^{(1)}, \dots, u_{o,s}^{(N)}$. Hipotezę o maksimum w przypadku ogólnym zweryfikowano numerycznie. W kilku przykładach liczbowych wyznaczono w podany wyżej sposób wartości $u_{o,s}^{(l)}, l = 1, \dots, N$ i następnie zaburzano losowo wartości tych zmiennych. Okazywało się, że w punkcie stacjonarnym była największa wartość funkcji f_o . Na tej podstawie, bez ścisłego dowodu matematycznego, przyjmujemy, że wyznaczony punkt stacjonarny $u_{o,s}^{(1)}, \dots, u_{o,s}^{(N)}$ jest punktem maksimum funkcji f_o .

Przykład 1

Decydent chce wybrać najlepszy spośród 3 wytworów $/N = 3/$ przy dwóch kryteriach $/k = 2/$. Użyteczności cząstkowe podano w tab. 1. Kryteria są jednakowo ważne.

T a b l i c a 1

Użyteczności cząstkowe $u_k^{(l)}$
w Przykładzie 1

1 \ k	1	2
1	1	5
2	2	0
3	6	-5

W przykładzie kryteria są wyraźnie przeciwstawne i w oparciu o intuicję lub znane metody skalaryzacji trudno powiedzieć w u-

zasadniony sposób, który wytwór jest najlepszy przy uwzględnieniu obu kryteriów. Ze względu na pierwsze kryterium najlepszy jest trzeci wytwór, ze względu na drugie - wytwór pierwszy, a wytwór drugi jest pośredni ze względu na oba kryteria. Zastosujemy naszą metodę maksymalizacji ważonego przeciętnego współczynnika korelacji.

W obliczeniach przyjmujemy wagi $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, ponieważ decydent uznał kryteria za jednakowo ważne /przypadek "a" w tab. 2/. Dla porównania jednak rozważymy dwa przypadki bliskie: "b" kiedy za nieco ważniejsze uznajemy kryterium pierwsze i "c", kiedy za nieco ważniejsze uznajemy kryterium drugie /tab. 2/.

T a b l i c a 2

Wyniki dla przykładu 1

Przypadek Wynik	a $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$	b $\alpha_1 = 1.1, \alpha_2 = 1$	c $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1.1$
φ_1	0.166	0.428	-0.109
φ_2	0.166	-0.109	0.428
f_0	0.166	0.172	0.172
$u_{o,s}^{(1)}$	0.900	0.570	1.163
$u_{o,s}^{(2)}$	-1.394	-1.405	-1.278
$u_{o,s}^{(3)}$	0.494	0.836	0.115

W wyniku obliczeń okazało się, że przy jednakowo ważnych kryteriach /przypadek "a"/ wynikają takie wartości użyteczności kompromisowych maksymalizujące funkcję $f_0 = \varphi_1 + \varphi_2$, że będą one skorelowane dodatnio z obu kryteriami cząstkowymi, na poziomie $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.166$. Przy tym zdecydowanie najlepszy jest wytwór 1 /a zdecydowanie najgorszy wytwór 2/

co trudno by było odgadnąć bez rachunku. Jednakże już nieznaczne zaburzenie wag kryteriów /przypadki "b" i "c"/ powoduje, że jedno z kryteriów, to o mniejszej wadze staje się ujemnie skorelowane z kryterium kompromisowym, co jest nie do przyjęcia. Za to drugie kryterium staje się wtedy o wiele silniej skorelowanym, tak że wartość funkcji f_0 wzrasta.

Ten prosty przykład pokazuje niebanalność i efektywność metody.

4. Wagowo-korelacyjne kryterium kompromisowe

Niech będzie dana pewna przestrzeń wytworów X o elementach x i skończony zbiór A wytworów z X wybranych przez decydenta jako reprezentujący przestrzeń X . Wytwory są charakteryzowane za pomocą r kryteriów $q_k(x)$, $k = 1, \dots, r$. Użyteczności cząstkowe to wartości tych kryteriów: $u_k = q_k(x)$. Decydent chciałby uzgodnić między sobą kryteria, tzn. znaleźć taką funkcję $q_0(x)$ /kryterium kompromisowe/, by jej wartości u_0 dla poszczególnych wytworów z X , w tym z próbki A , wyrażały jego globalne preferencje.

Wyżej wprowadziliśmy takie kryterium kompromisowe dla skończonego zbioru elementów w postaci standardowej użyteczności kompromisowej. A zatem dla próbki A wytworów z przestrzeni X kryterium kompromisowe można przyjąć w postaci

$$q_0(x) = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \alpha_k \rho_k} \sum_{k=1}^r \alpha_k \frac{q_k(x) - \mu_k}{\sigma_k}, \quad x \in A,$$

gdzie wartości μ_k , σ_k , ρ_k , $k = 1, \dots, r$, znajdujemy dla próbki A wytworów reprezentującej przestrzeń X . Konsekwentnie, przyjmijmy kryterium kompromisowe w tej postaci dla całej przestrzeni X . Nazwiemy je wagowo-korelacyjnym kryterium kompromisowym generowanym przez zbiór A i oznaczmy $q_0(x; A)$. Wartości tej funkcji dają użyteczności kompromisowe wytworów $x \in X$.

$$q_0(x; A) = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \alpha_k \rho_k} \sum_{k=1}^r \frac{\alpha_k}{\sigma_k} q_k(x) - \frac{1}{\sum_{k=1}^r \alpha_k \rho_k} \sum_{k=1}^r \frac{\alpha_k \mu_k}{\sigma_k}.$$

Wartości α_k są przyjętymi przez decydenta wagami, zaś μ_k , σ_k , ρ_k , $k = 1, \dots, r$, znajdujemy dla próbki A wytworów wskazanej przez decydenta. Kryterium $q_0(x; A)$ ma tę własność, że jego wartości dla wytworów ze zbioru A maksymalizują ważony przeciętny współczynnik korelacji

$$f_0 = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \alpha_k} \sum_{k=1}^r \alpha_k \rho_k,$$

gdzie ρ_k jest współczynnikiem korelacji kryterium q_k z kryterium globalnym q_0 .

Proponowane kryterium wagowo-korelacyjne $q_0(x; A)$ daje użyteczność kompromisową w postaci liniowej funkcji użyteczności cząstkowych. Należy więc do wspomnianej we wstępie klasy funkcji skalaryzujących Lagrange'a. Skalaryzacja w naszym przypadku charakteryzuje się tym, że wartości współczynników wagowych decydent może dobierać metodycznie, kierując się wartościami współczynników korelacji i równocześnie maksymalizuje ważony przeciętny współczynnik korelacji.

Wprowadzenie kryterium $q_0(x; A)$ pozwala rozwiązać zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej w zbiorze X .

Przykład 2

Projektowany jest rurociąg z rur stalowych do przepompowywania produktów naftowych, o długości 3000 m i wydatku objętościowym $100 \text{ m}^3/\text{h}$. Sprawność pompy $\eta = 0.7$. Najmniejsza grubość ścianki rury dopuszczalna ze względu na warunki pracy rurociągu $\delta_{\min} = 10 \text{ mm}$. Należy wskazać optymalną średnicę zewnętrzną D rur w przedziale $\langle 100; 300 \rangle \text{ mm}$ przy dwóch kryteriach minimalizowanych: (1) nakłady inwestycyjne na wykonanie rurociągu i pompę, (2) wydatki na eksploatację z uwzględnieniem kosztów remontów bieżących.

Zadanie to jest wzorowane na przykładzie 20 z książki [8] autora. Za pracę źródłową radziecką rozważano je tam jako zadanie jednokryterialne, po wprowadzeniu kosztu zredukowanego

$$K = \alpha I + E,$$

gdzie α - tzw. normatywny współczynnik efektywności nakładów inwestycyjnych, I - nakłady inwestycyjne w jednostkach umownych, będące liniową funkcją ciężaru rur przy stałym koszcie zakupu pompy, E - roczne wydatki na eksploatację w jednostkach umownych. Takie podejście wymaga precyzyjnego określenia wartości współczynnika α , co nie jest łatwe, oraz wyrażenie kosztów E i nakładów I w tych samych jednostkach. Tutaj zastosujemy podejście wielokryterialne, korzystając z wagowo-korelacyjnego kryterium kompromisowego.

Wytworami są rury o średnicy zewnętrznej D i grubości ścianki δ . A więc $x = (D, \delta)$. Najkorzystniejsze jest przyjęcie δ_{\min} , a zatem $\delta = 0.01$ m. Natomiast $D \in \langle 0.1; 0.3 \rangle$ m. W ten sposób otrzymujemy przestrzeń wytworów V .

Założymy, że decydent uważa za bardziej korzystne rury o mniejszej średnicy i do wstępnej analizy wybiera 9 wartości podanych w tab. 3. Tworzą one próbkę A wytworów i reprezentują zbiór X .

Przy założeniu, że $\delta = 0.01$ m kryteria wyrażają się następująco /D należy podstawić w metrach/:

$$q_1 = -D \quad \text{/bowiem nakłady inwestycyjne są liniową funkcją średnicy D/}$$

$$q_2 = -1.5 \cdot 10^{-6} D^{-4} - 2.47 \cdot 10^{-4} D^{-4.75} - 10.35 D + 0.01$$

/tak się wyraża roczny koszt eksploatacji w tysiącach rubli/.

Zwróćmy uwagę, że wartości q_1 i q_2 są w różnych jednostkach. Znaki ujemne pochodzą stąd, że koszty I i E trzeba minimalizować, a my użyteczności maksymalizujemy. Próbkę A i wartości użyteczności cząstkowych dla próbki przedstawiono w tab. 3.

Założymy, że decydent uznaje za ważniejsze kryterium kosztów eksploatacji. Żeby wstępnie zorientować się jakie są własności zadania, przyjmujemy wagi jednakowe $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Otrzymujemy $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.420$ /przypadek "a" w tab. 4/ dla użyteczności kompromisowych maksymalizujących ważony przeciętny współczynnik korelacji f_0 . Przyjmijmy, że decydent uznał iż korelacja φ_2 z kosztami eksploatacji jest zbyt ma-

T a

Próbka wytworów w przykładzie 2

l	D	δ	u_1	u_2
1	0.10	0.01	-0.10	-14.923
2	0.12	0.01	-0.12	- 7.082
3	0.14	0.01	-0.14	-4.252
4	0.16	0.01	-0.16	-3.138
5	0.18	0.01	-0.18	-2.706
6	0.20	0.01	-0.20	-2.577
7	0.22	0.01	-0.22	-2.596
8	0.26	0.01	-0.26	-2.830
9	0.30	0.01	-0.30	-3.170

Tablica 4

Przypadki badane w przykładzie 2

Przypadek Dane i wyniki	a	b	c
α_1	1	1	1
α_2	1	1.650	1.282
β_1	0.420	-0.055	0.170
β_2	0.420	0.796	0.640
τ_0	0.420	0.475	0.434

ła i żąda, żeby tak dobrać α_2 żeby ρ_2 wynosiło ok. 0.8 /przypadek "b" w tab. 4/. Po konwersacyjnych obliczeniach okazuje się, że wymaga to, by $\alpha_2 = 1.650$. Ale wtedy użyteczności kompromisowe stają się ujemnie skorelowane z nakładami inwestycyjnymi / $\rho_1 = -0.055$ /. A więc decydent zmniejsza żadaną wartość ρ_2 do ok. 0.65 /przypadek "c" w tab. 4/. Przypadek "c" uznaje za zadawalający. Oczywiście decydent może swoje dialogowe iteracje kontynuować. Zwróćmy uwagę, że za każdym razem maksymalizuje on ważony przeciętny współczynnik korelacji. Zmienia jedynie względne znaczenie poszczególnych kryteriów.

A zatem niech ostatecznie $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 1.282$. Dla próbki A otrzymujemy wtedy użyteczności kompromisowe podane w tab. 5. Jak pamiętamy są to wartości standaryzowane. Naj-

T a b l i c a 5

Użyteczności kompromisowe
dla próbki

1	Użyteczność kompromisowa
1	-2.009
2	0.318
3	0.950
4	1.000
5	0.820
6	0.538
7	0.205
8	-0.527
9	-1.294

lepsza w próbce A okazała się rura "4" o średnicy 0.16 m, a nieco gorsza rura "3" o średnicy 0.14 m.

Mamy dla próbki: $\mu_1 = -0.187$, $\bar{\sigma}_1 = 0.062$, $\mu_2 = -4.808$, $\bar{\sigma}_2 = 3.821$. Po podstawieniu tych danych do funkcji $q_0(x; A)$ otrzymujemy kryterium kompromisowe w postaci

$$q_0(D; A) = 16.322 \cdot q_1(D) + 0.338 \cdot q_2(D) + 4.671.$$

Pozwala to znajdować optymalną średnicę D również poza próbką, w całej X .

Należy teraz znaleźć maksimum funkcji $q_0(D; A)$ dla $D \in \langle 0.1; 0.3 \rangle$. Można to zrobić w różny sposób. My wykonamy 1000 prób losowych metodą "crude" Monte Carlo [1]. W ten sposób znajdujemy jako przybliżenie optimum wartość $D=0.1523$ dla której $u_0 = q_0(D; A) = 1.019$. Wtedy $u_1 = q_1(D) = -0.1523$, $u_2 = q_2(D) = -3.450$. W ten sposób rozwiązaliśmy zadanie dwukryterialne - znaleźliśmy wytwór optymalny.

5. Uwagi końcowe

Zaproponowana metoda określania użyteczności kompromisowej pozwala uzyskać liniowy porządek w rozpatrywanym zbiorze wytworów, charakteryzowanych pierwotnie wektorowo. Ważną kwestią przy zastosowaniach metody jest, by zespół rozważanych kryteriów wyczerpywał cząstkowe poglądy decydenta na wytwory analizowanego zbioru, bowiem istotą metody jest maksymalizowanie ważonego przeciętnego współczynnika korelacji użyteczności kompromisowej, wyrażającej globalne preferencje decydenta, z użytecznościami cząstkowymi.

Metoda wagowo-korelacyjna ma pewną ważną zaletę teoretyczną w porównaniu z innymi metodami skalaryzacji, poza metodycznie uzasadnioną postacią i dialogową metodą określania współczynników funkcji skalaryzującej. Otóż K. Szaniawski [9] zwraca uwagę, że jakkolwiek metoda uzgadniania kryterium prowadzi od zbioru zadań jednokryterialnych na zbiorze X i z kryterium q_k , rozpatrywanych łącznie i stanowiących zadanie wielokryterialne

$$\langle X, q_1 \rangle, \quad \langle X, q_2 \rangle, \quad \dots, \quad \langle X, q_n \rangle,$$

do zadania jednokryterialnego $\langle X, q_0 \rangle$, gdzie q_0 jest funkcją kryterialną kompromisową. Jest to równoważne zastosowaniu pewnego przekształcenia K :

$$K \left(\langle X, q_1 \rangle, \dots, \langle X, q_r \rangle \right) = \langle X, q_0 \rangle.$$

K. Szaniawski formułuje postulat ogólny dotyczący użyteczności $q(a)$ wytworów a : Sensowne są wyłącznie zdania takie o liczbach $q(a)$, których wartość jest niezmiennicza ze względu na dodatnią transformację liniową. Wynika to z faktu, że użyteczności $q(a)$ służą do określania preferencji decydenta. Ten ogólny i, wydawałoby się, oczywisty postulat implikuje jednak niezmiernie mocny postulat dla przekształcenia K określającego zastosowany sposób skalaryzacji:

/Postulat K. Szaniawskiego/ Zbiór wytworów optymalnych jest niezmienniczy ze względu na dodatnią transformację liniową każdej funkcji q_k z osobną.

Jak pisze K. Szaniawski: "Niewiele zapewne można by było do postulatu /powyższego/ dodać bez popadania w sprzeczność".

Nasza metoda wagowo-korelacyjna skalaryzacji i określania kryterium $q_0(x; A)$ jest właśnie niezmiennicza, wprowadzenie w całej przestrzeni X , ale przynajmniej w zbiorze A generującym kryterium kompromisowe $q_0(x; A)$. Wynika to z własności współczynników korelacji ρ_k oraz średnich μ_k i odchyłań standardowych σ_k określanych dla próbki A . Tym samym niezmienniczy jest zbiór wytworów optymalnych. Tak więc w określony przybliżony sposób metoda korelacyjno-wagowa spełnia postulat Szaniawskiego.

By praktycznie stosować metodę opracowano i uruchomiono odpowiedni program konwersacyjny na minikomputer WANG w języku BASIC.

Opracowany program wykorzystano do opracowywania list rankingowych uczniów w klasie ze względu na ich predyspozycje twórcze oraz do analizy, czy eksperymentalnie zastosowane metody rozwijania predyspozycji twórczych uczniów są skuteczniejsze od tradycyjnie stosowanych metod nauczania pod tym względem. Jak wspomnieliśmy we wstępie, zagadnienia te zainspirowały badania autora.

Dotychczasowa praktyka autora pokazała, że zaproponowana metoda jest wysoce efektywna i może być użyteczna przy wielu zagadnieniach, w których należy szeregować wytwory charakteryzowane wielokryterialnie, w tym w zagadnieniach wielokry-

terialnej optymalizacji konstrukcji i maszyn. W porównaniu z innymi znanymi metodami znacznie mniejsza jest arbitralność postaci i wartości współczynników kryterium kompromisowego.

Literatura cytowana w tekście

1. Brooks S.H.: Discussion of random methods for seeking maxima. *Operations Research*, 6 /1958/, 2, s. 244-251.
2. Kotas Zb., Siarkiewicz M.: System komputerowy optymalizacji wielokryterialnej WEKTOR. *Przegląd Mechaniczny*, 1984, 23, s. 20-22.
3. Luce D.R., Raiffa H.: *Games and Decisions*. Wiley, New York 1958 /tłum. polskie: *Gry i decyzje*. PWN, Warszawa 1964/.
4. Osyczka A.: Optymalizacja wielokryterialna w konstrukcji i eksploatacji maszyn. *Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, Mechanika*, 1978, 2 /56/.
5. Pawlik R.: Optymalizacja wielocelowa urządzeń technicznych. Praca doktorska. Politechnika Warszawska, Warszawa 1974.
6. Plucińska A., Pluciński E.: *Elementy probabilistyki*, PWN, Warszawa 1979.
7. Pochmielecka D.: Rozwijanie myślenia twórczego na lekcjach fizyki. Praca magisterska pod kierunkiem doc. dr hab. J. Nowak, Wydział Pedagogiczny UW, Warszawa, 1984.
8. Pogorzelski W.: Optymalizacja układów technicznych w przykładach, WNT, Warszawa 1978.
9. Szaniawski k.: Logiczne aspekty optymalizacji. *Biuletyn Naukowy Instytutu Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Warszawskiego*, 1974, 32, s. 41-53.

WEIGHT-CORRELATION METHOD OF DEFINING THE COMPROMISE
UTILITY OF PRODUCTS IN MULTICRITERIAL CASE

Summary

In this work products, characterized by the multicriterial utility, are considered. We suggest the introduction of a linear order by defining compromise utility for each considered product. This method is based on maximization of weight average coefficient of correlation result compromise utility and partial utilities which are elements of multi-dimensional utility. Theoretical description has been completed by examples of effective use of this method.

ВЕСОВО-КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ
КОМПРОМИССНОЙ ПОЛЕЗНОСТИ ПРОДУКТОВ
В ПРИСУТСТВИИ МНОГИХ КРИТЕРИЕВ

Резюме

В работе рассматриваются продукты характеризованные многомерной полезностью и предлагается новый метод введения линейного порядка в данном конечном множестве продуктов /введения компромиссной полезности/. Метод состоит в максимизации взвешенного среднего коэффициента корреляции итоговой компромиссной полезности и отдельных слагаемых многомерной полезности. Значения весовых коэффициентов предполагается или определяется так, чтобы получить желаемые отклонения в множестве коэффициентов корреляции.

Для случая многокритериальной оптимизации предлагается весово-корреляционный критерий порождаемый заданным конечным множеством продуктов представляющим оптимизационное пространство.

Рассматривается два численные примеры.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

Andrzej Pogorzelski^{x/}, Witold Pogorzelski^{xx/}

^{x/} Instytut Matematyki

Politechnika Warszawska

^{xx/} Instytut Techniki Lotniczej

i Mechaniki Stosowanej

Politechnika Warszawska

WYZNACZENIE REPREZENTACJI ZBIORU PARETO

ALGORYTMEM "BETA" MONTE-CARLO

W pracy nawiązuje się do metody Monte Carlo optymalizacji i klasycznego algorytmu "crude". Przypomina się algorytm "crude" polioptymalizacji, którym można wyznaczyć całą reprezentację zbioru Pareto. Zwraca się uwagę na efektywną regułę stopu algorytmu. Następnie opisuje się nowy algorytm "beta" Monte Carlo polioptymalizacji. Zestawia się podstawowe czynności algorytmu. Przedstawia się dwa przykłady numeryczne zadań polioptymalizacji i ich rozwiązania uzyskane za pomocą algorytmu "beta" Monte Carlo.

1. Wstęp

W zadaniu optymalizacji wielokryterialnej może wystąpić potrzeba wyznaczenia zbioru rozwiązań niezdominowanych, tzw. zbioru Pareto [7]. Jest to zagadnienie teoretycznie i praktycznie złożone: w monografii [5] bibliografia prac dotyczących optymalizacji wielokryterialnej i jej zastosowań liczy ponad 500 pozycji. Zwykle wyznaczenie wszystkich rozwiązań tworzących zbiór Pareto jest niemożliwe i poprzestaje się na wyznaczeniu pewnej reprezentacji zbioru Pareto, czyli na wyznaczeniu zbioru rozwiązań przybliżających zbiór Pareto. Do rozwiązywania takich zadań opracowuje się specjalne algorytmy polioptymalizacji lub stosuje się wielokrotnie algorytm /zwykłej/ optymalizacji, po odpowiednim spreparowaniu zadania obliczeniowego. W wyniku jednego przejścia algorytm polioptymalizacji daje wieloelementową reprezentację zbioru Pareto, natomiast algorytm /zwykłej/ optymalizacji daje tylko jedno rozwiązanie. Opracowuje się systemy komputerowe umożliwiające wyznaczenie zbioru Pareto /np. [6]/. Stosowanie algorytmów /zwykłej/ optymalizacji może dać reprezentację bardzo źle przybliżającą zbiór Pareto.

Niech w zadaniu optymalizacji wielokryterialnej będzie jawnie zadany ograniczony i domknięty zbiór P rozwiązań dopuszczalnych a . Niech będą dane warunki ograniczające, wyznaczające tzw. zbiór rozwiązań skutecznych A : spośród takich rozwiązań decydent chce wybrać rozwiązanie a^* , które nie są zdominowane przez jakiegokolwiek inne rozwiązanie a ze zbioru A ze względu na dane kryteria q_1, \dots, q_k . Przy tym przy maksymalizacji mówimy, że rozwiązanie a_1 dominuje nad rozwiązaniem a_2 - lub że a_2 jest zdominowane przez a_1 - ze względu na kryteria q_1, \dots, q_k , wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq k} [q_i(a_2) \leq q_i(a_1)] \wedge \bigvee_{1 \leq i \leq k} [q_i(a_2) < q_i(a_1)].$$

Zbiór wszystkich elementów niezdominowanych a^* to zbiór Pareto - oznaczymy go D .

Do wyznaczenia elementów zbioru D decydent będzie stosował pewien algorytm, który w wyniku jednego przejścia daje jedno lub wiele rozwiązań ze zbioru

$$D_\xi = \{ a \in A : RS(a) \},$$

gdzie $RS(a)$ jest zastosowaną przez decydenta regułą stopu algorytmu. Oczywiście reguła stopu powinna być adekwatna do zadania, tak by D_ξ był przybliżeniem zbioru D w sensie interpretacji zrozumiałej dla decydenta. Należy rozróżnić operacyjną i interpretacyjną postać reguły stopu. Postać operacyjna dla danego algorytmu to forma zdaniowa uzależniona od parametrów algorytmu, danych początkowych i wyników obliczeń, której spełnienie spowoduje zatrzymanie /stop/ algorytmu. Taką formą zdaniową będziemy oznaczali RS^{OP} i nazywali operacyjną regułą stopu. Dla danego zadania i algorytmu z RS^{OP} zwykle wynika pewna forma zdaniowa określona dla rozwiązań $a \in P$ i poddająca się interpretacji zrozumiałej i mającej walor praktyczny dla decydenta. Taką formą zdaniową będziemy oznaczali RS_a i nazywali regułą stopu interpretacyjną.

2. Algorytm "crude" Monte Carlo polioptymalizacji

Jeśli zbiór P rozwiązań dopuszczalnych jest przestrzenią z miarą to do optymalizacji można zastosować metodę Monte Carlo. Metoda ta, zaproponowana w 1958 r. przez Brooksa [1] i niezależnie w 1964 r. przez Golińskiego [4] polega na losowaniu rozwią-

zań z P według pewnego rozkładu prawdopodobieństwa na P . Po wykonaniu pewnej liczby prób za przybliżenia optimum bierze się pewną liczbę najlepszych rozwiązań spośród zarejestrowanych.

Metoda Monte Carlo posiada trzy ważne zalety:

- jest metodą zerowego rzędu, tzn. w obliczeniach nie używa się pochodnych funkcji-kryteriów, co często w praktyce jest kłopotliwe a nawet niewykonalne;
- jest metodą globalną, tzn. wskazuje przybliżenie optimum globalnego w P a nie jedynie jakiegoś optimum lokalnego;
- daje możliwość efektywnego określania interpretacyjnej reguły stopu, co pozwala oceniać dobroć otrzymanych rozwiązań.

Początkowo opracowano i stosowano algorytm "crude", przy którym losowania odbywały się wg rozkładu równomiernego na P , nie zmienianego w czasie optymalizacji. W 1970 r. jeden z autorów zaproponował klasę algorytmów adaptacyjnych [9], charakteryzujących się tym, że rozkład według którego losuje się jest wielokrotnie celowo zmieniany, każdorazowo po wykonaniu pewnego cyklu prób. Niezależnie analogiczną propozycję ogłosił w 1971 r. Dzi-bładze [2]. Do klasy algorytmów adaptacyjnych Monte Carlo należy proponowany w niniejszej pracy algorytm "beta" polioptymalizacji.

W algorytmie "crude" Monte Carlo typową regułą stopu zatrzymującą proces poszukiwań jest

$$RS^{OP} : n = N,$$

gdzie n jest numerem kolejnym dokonanej próby losowej, a N jest założoną z góry liczbą. Gdy w procesie obliczeń zostanie spełniona forma zdaniowa RS^{OP} drukowana jest lista najlepszych rozwiązań. Pierwsze, najlepsze rozwiązanie $a^{x(N)}$, ma tę własność, że w N przeprowadzonych próbach według rozkładu równomiernego ani razu nie natrafiliśmy na rozwiązanie lepsze od niego. Prawdopodobieństwo p , że takie zdarzenie zajdzie wynosi

$$p = 1 - \left[1 - \frac{\mu(D_{\xi}^{\circ})}{\mu(P)} \right]^N,$$

gdzie: $D_{\xi}^{\circ} = \{a \in A : q(a) > q(a^{x(N)})\}$ jest zbiorem rozwiązań lepszych od $a^{x(N)}$,

$\mu(\{.\})$ jest miarą zbioru $\{.\}$,

N jest parametrem operacyjnej reguły stopu RS^{OP} algorytmu.

Z powyższego związku wynika, że

$$\mu(D_\xi^c) = \mu(P) [1 - (1 - p)^{1/N}].$$

zbiór rozwiązań lepszych na poziomie prawdopodobieństwa p od pewnego rozwiązania $a \in A$ oraz to rozwiązanie a tworzą zbiór

$$D_\xi = D_\xi^c \cup \{a\};$$

Zbiór D_ξ można wziąć jako zbiór przybliżeń optimum. Oczywiście w tym przypadku zbiór rozwiązań ścisłych $D \subseteq D_\xi$. Mamy

$$\mu(D_\xi) = \mu(D_\xi^c) + \mu(\{a\}).$$

Zapiszmy interpretacyjną regułę stopu w postaci

$$RS(a) : \mu(D_\xi) < \eta,$$

gdzie η i p są założonymi z góry stałymi: $0 < \eta < \mu(P)$, $0 < p < 1$. W przypadku algorytmu "crude" Monte Carlo mamy

$$\mu(D_\xi^c) < \eta - \mu(\{a\}),$$

czyli

$$\mu(P) [1 - (1 - p)^{1/N}] < \eta - \mu(\{a\}),$$

skąd można wyznaczyć, że powinno być

$$N > \frac{\log(1 - p)}{\log\left[1 - \frac{\eta - \mu(\{a\})}{\mu(P)}\right]}.$$

A zatem po założeniu η i p w interpretacyjnej regule stopu otrzymujemy operacyjną regułę stopu dla algorytmu "crude" Monte Carlo

$$RS^{op}(a) : n \geq \frac{\log(1 - p)}{\log\left[1 - \frac{\eta - \mu(\{a\})}{\mu(P)}\right]}.$$

określoną efektywnie po obliczeniu miary zbioru składającego się z jednego rozwiązania a , gdzie a jest rozwiązaniem będącym aktualnym przybliżeniem optimum ścisłego /rozwiązaniem nie gorszym od rozwiązania najlepszego $a^{x(n)}$ po n próbach/. Wszystkie rozwiązania a spełniające regułę stopu RS po zatrzymaniu się algorytmu; stanowią reprezentację zbioru D , gdzie

$$D = \{a \in A : RS(a)\}.$$

W grudniu 1983 r. autorzy ogłosili algorytm "crude" Monte Carlo polioptymalizacji [8]. Polega on na losowaniu według rozkładu równomiernego rozwiązań z P i następnie na pamiętaniu takich rozwiązań z A , które nie są zdominowane przez któreś z rozwiązań już pamiętanych i na usuwaniu takich rozwiązań nad którymi dominuje nowo wylosowane rozwiązanie. Zbiór takich rozwiązań nazwaliśmy reprezentacją zbioru Pareto w danym zadaniu. Po dokonaniu N losowań obliczenia zatrzymujemy i drukujemy reprezentację:

$$RS^{OP} : n = N,$$

gdzie N - założona stała,

n - numer kolejny przeprowadzanej próby losowej.

Niech D'_ξ oznacza zbiór takich rozwiązań ze zbioru A , które dominują nad którymkolwiek spośród rozwiązań wylosowanych lub które nie są zdominowane przez którekolwiek z rozwiązań wylosowanych w N próbach. Ponieważ w kolejnych próbach zapamiętujemy te rozwiązania, które nie są zdominowane przez któreś z wylosowanych, więc zbiór D'_ξ maleje i po N próbach

$$\mu(D'_\xi) = \mu(P) [1 - (1 - p)^{1/N}].$$

Reprezentacja zbioru Pareto reprezentuje zbiór

$$D_\xi = D'_\xi \cup \bigcup_{i=1}^{N_0} \{a_i\},$$

gdzie $a_i, i = 1 \dots N_0$ są rozwiązaniami tworzącymi reprezentację. Zbiór D_ξ przybliża zbiór Pareto. Z warunku by miara zbioru D_ξ była dostatecznie mała można uczynić interpretacyjną regułę stopu:

$$RS(a) : \mu(D_\xi) < \eta,$$

którą można przekształcić w operacyjną regułę stopu dla algorytmu "crude" polioptymalizacji i analogicznie jak dla algorytmu "crude" zwykłej optymalizacji:

$$RS^{OP}(a) : n \geq \frac{\log(1-p)}{\log \left[1 - \frac{\eta - \sum_{i=1}^{N_0} \mu(\{a_i\})}{\mu(P)} \right]}.$$

3. Proponowany algorytm "beta" Monte Carlo polioptymalizacji

Jeżeli zbiór rozwiązań dopuszczalnych P jest podzbiorem przestrzeni metrycznej /np. podzbiorem przestrzeni euklidesowej/, a kryteria są określone przez funkcje przedziałami ciągłe, to powstaje możliwość poprawienia zbieżności metody Monte Carlo przez adaptowanie rozkładu prawdopodobieństwa, według którego losuje się rozwiązania. Rozwiązania a przestrzeni metrycznej mają swoje otoczenia i można mówić o promieniowaniu własności dobroci rozwiązania a na swoje otoczenie. Mianowicie, jeśli rozwiązanie a_1 dominuje nad rozwiązaniem a_2 , to można założyć, że pewne otoczenie rozwiązania a_1 dominuje nad rozwiązaniem a_2 oraz że pewne otoczenie rozwiązania a_2 jest zdominowane przez rozwiązanie a_1 . Dzięki temu można teraz przeprowadzić cykl losowań według pewnego rozkładu, a następnie znając próbkę wylosowanych rozwiązań odpowiednio zmodyfikować rozkład do następnego cyklu.

Algorytm "beta" Monte Carlo stosuje się do zadań polioptymalizacji, w których zbiór P jest podzbiorem n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej, a więc $a = (x_1, \dots, x_n)$. Do losowania rozwiązań w cyklach po N losowań każdy używa się n -wymiarowych niezależnych rozkładów z rodziny beta, poczynając od beta o złożonych parametrach, np. od beta o parametrach $(1,1)$. W kolejnych cyklach dla poszczególnych zmiennych x_i parametry rozkładu dobiera się tak, by pierwsze dwa momenty rozkładu były takie, jak próbkowe wartości tych momentów z próbki rozwiązań tworzących aktualną reprezentację zbioru Pareto. Dzięki temu rozkład skupia się wokół rozwiązań reprezentacji; gęściej przeszukujemy obszar, gdzie należy się spodziewać rozwiązań dominujących nad wylosowanymi dotychczas, a z rzadka badamy obszar pozostały /mogą tam być rozwiązania nie zdominowane przez rozwiązania wylosowane/.

Algorytm "beta" Monte Carlo polioptymalizacji:

1. Wprowadzanie danych:

- liczba zmiennych,
- liczba kryteriów ilościowych,
- granice przedziału P ,
- postać kryteriów jakościowych,
- postać kryteriów ilościowych,
- górna liczba rozwiązań reprezentacji,
- liczba losowań w cyklu.

2. Ustalenie początkowych parametrów rozkładu beta.
3. Losowanie rozwiązania a z P według rozkładu beta.
4. Jeśli wylosowane a jest zdominowane przez jakieś rozwiązanie z reprezentacji, to przejdź do p.8.
5. Jeśli wylosowane a dominuje nad jakimś rozwiązaniem z reprezentacji to:
 - wprowadź wylosowane a w miejsce rozwiązania zdominowanego,
 - usuń z reprezentacji wszystkie inne rozwiązania zdominowane,
 - przejdź do p.8.
6. Jeśli przekroczono górną liczbę rozwiązań reprezentacji, to przejdź do p.8.
7. Wprowadź wylosowane a do reprezentacji.
8. Jeśli nie wykonano w cyklu założonej liczby losowań to przejdź do p.3.
9. Pytanie dialogowe: Czy wykonać następny cykl losowań? Jeśli nie, to STOP. Jeśli tak, to przejdź do punktu następnego.
10. Ustalenie wartości parametrów rozkładu beta odpowiadających pamiętanyemu rozwiązaniu tworzącym reprezentację zbioru Pareto.
11. Aktualizacja danych:
 - górna liczba rozwiązań reprezentacji,
 - liczba losowań w cyklu.
12. Przejdź do p.3.

W opracowanej wersji algorytmu "beta" przyjęto, że zatrzymanie algorytmu arbitralnie powoduje decydent. Opracowanie operacyjnej reguły stopu jest zagadnieniem złożonym. Punktem wyjścia takiego opracowania może być spostrzeżenie, że można oszacować miarę zbioru D_{ξ}^* przypadającą na otoczenie A^* każdego wylosowanego rozwiązania $a = (x_1, \dots, x_n)$ w cyklu na podstawie zależności

$$p = 1 - \left[1 - \frac{\mu(D_{\xi}^* \cap A^*)}{\mu(A^*)} \right]^N$$

oraz

$$\mu(A^*) \approx \frac{1}{f(a)} [1 - (1 - p)^{1/N}],$$

gdzie

$$f(a) = \prod_{i=1}^n f_i(x_i),$$

przy czym $f_1(x_1)$ jest gęstością rozkładu beta dla współrzędnej 1-tej rozwiązania a w punkcie x_1 .

4. Przykłady zastosowania algorytmu "beta"

Algorytm "beta" polioptymalizacji zaimplementowano na mini-komputerze APPLE II C i po uruchomieniu rozwiązano szereg zadań numerycznych. Przedstawiamy dwa z nich.

Zadanie 1

Liczba zmiennych $n = 2$

$$P = \{(x_1, x_2) : x_1 \in \langle 0; 5 \rangle, x_2 \in \langle 0; 5 \rangle\}.$$

Nie ma kryteriów jakościowych: $A = P$.

Liczba kryteriów ilościowych: $k = 4$.

$$q_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2,$$

$$q_2 = (x_1 - 1.01)^2 + (x_2 - 1)^2,$$

$$q_3 = (x_1 - 1.01)^2 + (x_2 - 2)^2,$$

$$q_4 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2.$$

A zatem miara zbioru P wynosi $\mu(P) = 5^2 = 25$, zaś łatwo sprawdzić, że miara zbioru Pareto w zadaniu jest dodatnia i wynosi $\mu(D) = 0.01$, bo zbiór Pareto

$$D = \{(x_1, x_2) : x_1 \in \langle 1; 1.01 \rangle, x_2 \in \langle 1; 2 \rangle\}.$$

Można znaleźć rozkład prawdopodobieństwa liczby rozwiązań ze zbioru Pareto, które uzyskalibyśmy stosując algorytm "crude" Monte Carlo polioptymalizacji [8]. Przy założeniu $N = 1000$ losowań otrzymujemy z przybliżenia rozkładu dwumianowego o parametrach $n = 1000$, $p = \frac{1}{2500}$ rozkładem Poissona z $\lambda = n \cdot p = 0.4$ /tab. 1/. Widać, że praktycznie zerowe jest prawdopodobieństwo uzyskania 6 lub więcej rozwiązań ze zbioru Pareto.

Jeden raz wykonano obliczenia algorytmem "crude" Monte Carlo polioptymalizacji przy $N = 1000$ losowań. Uzyskano 15 rozwiązań w reprezentacji, ale po sprawdzeniu okazało się, że żadne z tych rozwiązań nie należało do zbioru Pareto.

Do zadania 1 zastosowano algorytm "beta" Monte Carlo zakładając w cyklu $N = 100$ losowań i górną licznosc reprezentacji 100.

T a b l i c a 1

Rozkład prawdopodobieństwa liczby rozwiązań ze zbioru Pareto przy algorytmie "crude" Monte Carlo

Liczba rozwiązań l	Prawdopodobieństwo uzyskania l rozwiązań	Prawdopodobieństwo uzyskania 1 lub więcej rozwiązań
0	.670 320	1
1	.268 128	.329 680
2	.053 626	.061 552
3	.007 150	.007 926
4	.000 715	.000 776
5	.000 057	.000 061
6	.000 004	.000 004

Rozpoczęto od rozkładu równomiernego, a więc rozkładu beta o parametrach (1,1). Już w czwartym cyklu, dla losowań o numerach od 301 do 400, stosowano rozkład beta o parametrach dla x_1 (627.0, 2471.2), zaś dla x_2 (26.2, 62.5), a więc mocno skupiony dla pierwszej zmiennej. W tym cyklu wypełniono całą reprezentację /w 331 losowaniu/, a przy tym okazało się, po zakończeniu cyklu, że spośród 100 rozwiązań reprezentacji aż 15 należało do zbioru Pareto. Dalsze losowanie reprezentacji bez powiększania liczności reprezentacji, do 1000 losowań, dały 27 rozwiązań ze zbioru Pareto. Parametry rozkładu beta wynosiły: dla x_1 (2594, 10301) zaś dla x_2 (29.3, 71.0).

A zatem stosując algorytm "beta" uzyskano spektakularny wynik, aż 27 rozwiązań ze zbioru Pareto.

Zadanie 2

Liczba zmiennych $n = 5$.

$$D = \{(x_1, \dots, x_5) : x_i \in \langle 0; 5 \rangle, i = 1, \dots, 5\}.$$

Nie ma kryteriów jakościowych: $A = P$.

Liczba kryteriów ilościowych $k = 6$.

$$q_1 = \sum_{i=1}^5 (x_i - 1)^2,$$

$$q_j = \sum_{i=1}^5 (x_i - 1)^2 - 2 \cdot x_j + 3, \quad j = 2, \dots, 6.$$

A zatem miara zbioru P wynosi $\mu(P) = 5^5 = \frac{1}{32} \cdot 10^5$, zaś można obliczyć, że miara zbioru Pareto w zadaniu jest dodatnia i wynosi $\mu(D) = \frac{1}{120}$, bo zbiór Pareto jest simpleksem rozpiętym na punktach

$$(1, 1, 1, 1, 1), \quad (2, 1, 1, 1, 1), \quad (1, 2, 1, 1, 1), \\ (1, 1, 2, 1, 1), \quad (1, 1, 1, 2, 1) \quad \text{i} \quad (1, 1, 1, 1, 2).$$

Można obliczyć, że prawdopodobieństwo trafienia w zbiór Pareto przy równomiernym losowaniu rozwiązań ze zbioru P wynosi około $2.67 \cdot 10^{-6}$. Stąd można znaleźć dla 900 losowań, stosując przybliżenie rozkładu dwumianowego rozkładem Poissona z parametrem $\lambda = 2.67 \cdot 10^{-6} \cdot 900 = 0.024$, że uzyskamy zero trafień z prawdopodobieństwem 0.9765, jedno trafienie z prawdopodobieństwem 0.034, dwa trafienia z prawdopodobieństwem 0.0003. A zatem w zadaniu 2 praktycznie zerowe jest prawdopodobieństwo uzyskania 3 lub więcej rozwiązań ze zbioru Pareto przy zastosowaniu algorytmu "crude" Monte Carlo.

Do zadania 2 zastosowano algorytm "beta" rozpoczynając od rozkładu równomiernego i łącznie wykonując 900 losowań w 10 cyklach o długości serii losowań od 25 do 200 w poszczególnych cyklach przy zakładanej różnej górnej liczności reprezentacji. W tych warunkach uzyskano 100 rozwiązań w reprezentacji zbioru Pareto, w tym okazało się 8 rozwiązań ze zbioru Pareto. Parametry rozkładu beta zmieniały się adaptacyjnie i wpływało na ten proces właśnie przez próby celowego sterowania parametrami algorytmu. Tak czy inaczej udało się uzyskać aż 8 rozwiązań ze zbioru Pareto i 92 rozwiązania przybliżające zbiór Pareto, co jest niemałym osiągnięciem.

5. Wnioski

Przedstawiony algorytm "beta" Monte Carlo okazał się poręcznym narzędziem polioptymalizacji. Jego implementacja na minikomputerze nie nastroczała specjalnych trudności. Trudnością numeryczną była potrzeba opracowania generatora liczb o rozkładzie beta efektywnego przy parametrach rzędu tysięcy, czego nie ma w literaturze [3], [10].

Algorytm jest losowy i wymaga sprawdzenia setek i tysięcy rozwiązań ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Powoduje to, że zadania praktyczne duże, o długim czasie komputerowego sprawdzania skuteczności rozwiązania i obliczania wartości funkcji-kryteriów będą wymagały zastosowania odpowiednio szybkiego komputera. Przydatne też wtedy będą metody i sposoby przekształcania zadania obliczeniowego optymalizacji do postaci prostszej lub przybliżonej, a za to mniej czasochłonnej w badaniu.

Algorytm ma tę zaletę dodatkowo, że są nadzieje na opracowanie reguły stopu. Pozwoliłoby to na głębszą i bardziej pragmatyczną interpretację otrzymywanej reprezentacji zbioru Pareto.

Poważnym ale łatwym do usunięcia mankamentem algorytmu jest otrzymywanie bardzo licznej reprezentacji w końcowych cyklach obliczeń. Otóż autorzy mają zamiar w przyszłości ograniczyć liczbę tej reprezentacji przez przyjęcie, że jedno rozwiązanie w reprezentacji reprezentuje pewien zbiór rozwiązań bliskich. Tak więc zamiast kilku rozwiązań, wprowadzimy między sobą nie zdominowanych ale bliskich sobie, pamiętane byłoby w reprezentacji jedno rozwiązanie zastępujące je.

Kwestią przyszłościową jest możliwość wprowadzenia dalszej modyfikacji metody Monte Carlo w zakresie adaptacji rozkładu losowań. Narzuca się możliwość i potrzeba losowania rozwiązań według rozkładu wielowymiarowego zależnego, a nie tak jak w algorytmie "beta" niezależnie dla poszczególnych współrzędnych. Stwarza to określone trudności, szczególnie w zakresie interpretacyjnej reguły stopu.

Na zakończenie chcielibyśmy jeszcze raz podkreślić zalety algorytmu wynikające z ogólnych zalet metody Monte Carlo:

- algorytm jest zerowego rzędu,
- algorytm jest globalny,
- w wyniku jednego przejścia daje pewien układ rozwiązań zadania /zbiór specyficznie powiązanych między sobą rozwiązań/ o wyrażonej i pewnej interpretacji, nie uwarunkowanej numerycznie.

Literatura cytowana w tekście

1. B r o o k s S.H.: Discussion of random methods for seeking maxima. Operations Research, 6 /1958/, 2, s.244-251.
2. D ž i b ž a d z e H.I.: Nekotere nove metode rešenija linejnih i nelinejnih zadač statističeskoj optimizaciji.

Autoreferat kandydatskiej dysertacji. Gruzinskij politechničeskij institut, Tibilisi 1971.

3. F i s h m a n G.S.: Concepts and Methods in Discrete Event Digital Simulation. Wiley 1973 /tłum. polskie: Symulacja komputerowa. Pojęcia i metody. PWN, Warszawa 1981/.

4. G o l i ń s k i J.: O optymalnej syntezy maszyn metodami Monte Carlo. Praca doktorska. Politechnika Warszawska, Warszawa 1964.

5. H w a n g C., M a s u d A.: Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications. Lecture Notes in Economics and Mathematics Systems, Vol.164, Springer-Verlag, Berlin 1979.

6. K o t a s Zb., S i a r k i e w i c z M.: System komputerowy optymalizacji wielokryterialnej WEKTOR. Przegląd Mechaniczny, 1984, 23, s.20-22.

7. P e s c h e l M., R i e d e l C.: Polyoptimierung. VEB Verlag Technik, Berlin 1976 /tłum. polskie: Polioptymalizacja. Metody podejmowania decyzji kompromisowych w zagadnieniach inżyniersko-technicznych. WNT, Warszawa 1979/.

8. P o g o r z e l s k i A., P o g o r z e l s k i W.: Wyznaczenie reprezentacji zbioru Pareto metodą Monte Carlo. I Symposium "Problemy optymalizacji wielokryterialnej" OBRPTIKM TEKOMA, Warszawa 1983. Materiały /maszynopis powielony/.

9. P o g o r z e l s k i W.: Badanie algorytmów przy optymalnej syntezy maszyn metodami losowymi. Praca doktorska. Politechnika Warszawska, Warszawa 1970.

10. Z i e l i ń s k i R.: Generatory liczb losowych. WNT, Warszawa 1972.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО
АЛГОРИТМОМ "БЕТА" МОНТЕ КАРЛО

Резюме

В работе упоминается метод Монте Карло нахождения оптимума и алгоритм "круде" Монте Карло полиоптимизации. Обращается внимание на эффективное правило останова алгоритма. Следовательно предлагается новый метод и алгоритм "бета" Монте Карло полиоптимизации заключающийся в циклической зависимости выборке решений согласно многомерному независимому распределению бета. Параметры распределения "бета" определяются на основе первого и второго моментов выборки из прошлого цикла.

Предоставляется две численные задачи многомерной полиоптимизации и их решения алгоритмом "бета".

A "BETA" MONTE CARLO ALGORITHM FOR SEEKING A REPRESENTATION
OF THE PARETO SET

Summary

The present paper aims at describing a new random algorithm for seeking a representation of the Pareto set. This algorithm belongs to the class of experimental methods usually called Monte Carlo.

To begin a "crude" algorithm of polioptimization is mentioned. Next, a new "beta" algorithm is described in detail. Its performances are being tested on basis of two examples whose exact solutions are known. It is shown that numerical results are much superior to those obtainable with the "crude" Monte Carlo method.

Eventually a program of further generalizations is proposed.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MISLINO 86

J. Pokojski, J. Wróbel
Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Politechnika Warszawska

CECHY, UWARUNKOWANIA I POSTAĆ DUŻEGO ZADANIA
POLIOPTYMALIZACJI W DYNAMICIE MASZYN

W pracy omówiono metodykę rozwiązywania dużych dekomponowalnych zadań polioptymalizacji w dynamicie maszyn. Sformułowano ogólną postać dużego zdekomponowanego zadania w dynamicie maszyn. Dekompozycja wynika z wieloaspektowości problemów dynamiki maszyn. Podział na problemy zdekomponowane następuje ze względu na: różne etapy pracy układu dynamicznego, oddziaływania zewnętrzne, charakterystyki układu, oddziaływania wzajemne z innymi układami dynamicznymi. Celem dekompozycji jest zastąpienie dużego zadania globalnego, szeregiem wzajemnie powiązanych zadań lokalnych o mniejszej wymiarowości.

1. Wstęp

Naturalnym dążeniem każdego projektanta jest rozpatrywanie coraz większych problemów, złożonych z szeregu mniejszych podproblemy, które można rozwiązywać niezależnie koordynując ich estetyczną postać, co prowadzi do dużych zadań polioptymalizacji.

Zadania takie powstają także w dynamicie maszyn. W pracy ograniczono się do układów dyskretnych o następujących równaniach stanu [5,7]:

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i / t, \underline{x}, \underline{z}, \underline{w}, \underline{\lambda} /$$

$$y_i / t_0 / = y_{i0} ; i = 1, \dots, u$$

/1/

gdzie: \underline{y} - wektor zmiennych stanu, \underline{x} - wektor zmiennych decyzyjnych, \underline{w} - wektor oddziaływań zewnętrznych, $\underline{\lambda}$ - wektor parametrów układu, \underline{y}_0 - wektor warunków początkowych, f - nieliniowa funkcja wektorowa.

W zależności od postaci równań /liniowe, nieliniowe/ rodzaju wymuszenia /zdeteminowane, losowe/ wektora parametrów układu, a także charakteru i zakresu informacji, które chce się uzyskać następuje dobór metody badania układu.

Na ogół są to metody numeryczne. Metody te pozwalają na dwukierunkowe rozszerzenie zakresu badań układów dynamicznych. Z jednej strony umożliwiają badania znacznie rozbudowanych układów dynamicznych, a z drugiej strony - przeprowadzenie obliczeń dla bardzo dużej liczby wariantów układu. Pierwszy kierunek można zaobserwować w wielu pracach np. [3,5,7]. Realizacja drugiego wiąże się na ogół z koniecznością przetworzenia i selekcji dużej liczby informacji wyjściowych. W celu wyodrębnienia najbardziej preferowanych rozwiązań należy stosować metody polioptymalizacji.

2. Kryteria jakości w dynamice maszyn

Kryteria jakości przyjmowane w dynamice maszyn zależą od klasy przyjętego modelu matematycznego. Jeśli model matematyczny jest zdeterminowany /bez wielkości losowych/ to zdeterminowany jest charakter kryteriów jakości. Często jako kryteria przyjmuje się maksymalne /bądź minimalne/ wartości pewnych zmiennych stanu /lub ich funkcji/ w zadanym przedziale czasu całkowania równań stanu /1/:

$$q_1 = \max_{t \in [t_0, T]} J_1/t/ \quad /1/$$

$$q_2 = \max_{t \in [t_0, T]} \{J_1/t/, \dots, J_n/t/\} \quad /2/$$

W wielu zadaniach wskaźniki jakości przyjmuje postać całkową /jest to na przykład czas rozproszenia przez układ zadanej energii lub całka z kwadratów przemieszczeń pewnych zmiennych stanu lub funkcji tych zmiennych/:

$$q_3 = \int_{t_0}^T J_1^2 /t/ dt \quad /3/$$

$$q_4 = \int_{t_0}^T \{J_1/t/, \dots, J_n/t/\} dt$$

Obliczanie takich wskaźników jakości jest dla modeli liniowych /opisywanych liniowymi równaniami ruchu i liniowymi

ograniczeniami/ zadaniem dosyć prostym, niemniej dla modeli nieliniowych poza przypadkami szczególnymi jest to zadanie złożone i praktyczną metodą badawczą do obliczania wskaźników jakości takich układów staje się technika symulacji cyfrowej [5]

W przypadku modeli losowych /z wielkościami losowymi/ inne muszą być kryteria jakości układu. Często wskaźniki jakości określa się w postaci wartości średnich lub wariancji pewnych zmiennych stanu czy też pewnych funkcji zmiennych stanu /w określonej chwili czasu, bądź w stanie ustalonym/:

$$q_5 = E [y_1/t/]$$

$$q_6 = E [E/y_1/t/, \dots, y_n/t//]$$

$$q_7 = D [y_1/t/ = E y_1/t/ - y_1/t/]^2 \quad /4/$$

$$q_8 = D [E/y_1/t/, \dots, y_n/t//]$$

Coraz silniej zaznacza się tendencja do stosowania jako wskaźników jakości pewnych prawdopodobieństw. Kryterium jakości określa się wtedy jako prawdopodobieństwo znalezienia się pewnych funkcji tych zmiennych wewnątrz zadanych przedziałów w określonej chwili czasu, bądź w przedziale czasu 3,5 :

$$q_9 = P \{ \omega : a_1/t/ \leq y_1/t/ \leq b_1/t/; i=1,2,\dots,n \}$$

$$q_{10} = P \{ \omega : a_j/t/ \leq E_j/y_1, \dots, y_n/ \leq b_j/t/; j=1,2,\dots,r \} \quad /5/$$

Obliczanie wskaźników jakości dla modeli losowych jest bardziej złożone niż dla modeli deterministycznych, niemniej dla modeli liniowych istnieje cały szereg efektywnych metod obliczania wskaźników o postaci /4/, /5/. Obliczanie wskaźników jakości w nieliniowej stochastycznej dynamice maszyn jest zadaniem znacznie trudniejszym i poza przypadkami szczególnymi jedną z bardziej efektywnych metod badania jakości jest technika symulacji cyfrowej. Zagadnieniem podstawowym dla układów z losowością jest definicja rozwiązania polioptymalnego, nawiązujące do definicji klasycznej dla przypadku sde-terminowanego, ale uwzględniająca zależności probabilistyczne.

3. Sformułowanie drugiego zadania polioptymalizacji w dynamice

maszyn

Prawie zupełnie nie podejmowaną tematyką w dynamice maszyn jest uwzględnienie obu wspomnianych we wstępie kierunków jednocześnie tj. zarówno rozbudowy zadania, jak i jego polioptymalizacji.

Należy bliżej określić co rozumiemy przez rozbudowane zadanie polioptymalizacji. Weźmy pod uwagę określony układ dynamiczny np.: wielopłytkowe sprzęgło cierne w obrabiarce. Analizując ogólną postać modelu matematycznego można powiedzieć, że aby zbliżyć się do bardziej całościowego ujęcia zagadnienia należy uwzględnić następujące aspekty:

- sprzęgło na różnych etapach pracy np. uruchomienie od prędkości zerowej do określonej stałej prędkości, praca w stacjonarnych warunkach, praca w przypadku chwilowych przeciążeń /np. wynikających z obróbki/, itd. Każdy taki etap można podzielić na etapy czasowe. Na każdym etapie pracy i w każdym przedziale może być badany inny model matematyczny problemu, mogą być brane pod uwagę inne zmienne decyzyjne, inny obszar dopuszczalny, inne funkcje kryterialne. Sformułowany może być każdorazowo inny problem polioptymalizacji. Wszystkie te problemy łączy fakt, że dotyczą jednego i tego samego układu fizycznego,

- sprzęgło w przypadku różnych oddziaływań zewnętrznych. W badanym modelu uwzględnia się różne rodzaje oddziaływań np: w zależności od parametrów procesu obróbkowego, rodzaju obrabianego materiału. Dla każdego takiego przypadku można sformułować model matematyczny różniący się wektorem wymuszeń zewnętrznych. Prowadzi to, tak jak poprzednio, do szeregu powiązanych zadań polioptymalizacji,

- sprzęgło jako układ dynamiczny współdziałający z innymi układami dynamicznymi obrabiarki. Zadania polioptymalizacji parametrów dynamicznych podzespołów układu napędowego: przekładni, łożyskowania, silnika i sprzęgła wiążą się ze sobą poprzez zmienne stanu,

- sprzęgło może mieć różne parametry np. składniki o różnej jakości i cechach opisane w kategoriach losowości.

Można dla każdej wartości /dla przykładu dyskretnego, bądź dyskretyzacji/ parametru zaproponować odrębne zadania polioptymalizacji.

Powyżej omówione różne aspekty jakie powinny być brane pod uwagę przy projektowaniu układu dynamicznego. Można zbudować jeden model, który uwzględni wszystkie wyszczególnione elementy i poddać go badaniom za pomocą określonej metody polioptymalizacji, tak jak to zaproponowano na początku rozdziału. Zaletą tego ujęcia jest jego uniwersalność nie wymagająca głębszego wnikania w strukturę i własności zadania, pozwalająca na bezpośrednie wykorzystanie znanych technik obliczeniowych. Zatem na wprowadzenie pewnego automatyzmu. Wad jednak można wymienić tu znacznie więcej. Po pierwsze w przypadku dużych problemów /np. weźmy sumę problemów wyszczególnionych powyżej jako problemy polioptymalizacji sprzęgła/ pojawiają się znaczne trudności w dopracowaniu modelu i jego weryfikacji. W praktyce weryfikacja sprowadziłaby się do działań cząsteczkowych, brakowałoby spojrzenia bardziej całościowego. O ile jednak przy pewnym nakładzie pracy trudność ta byłaby do pokonania to polioptymalizacja takiego zadania sprawiłaby już poważne kłopoty. W przypadku problemów polioptymalizacji istnieje konieczność preferencyjnego udziału projektującego w podejmowaniu decyzji i to na różnych etapach rozwiązywania problemu.

W celu ilustracji problemu wymiarowości zadania rozważmy przykład ze sprzęgłem. Załóżmy, że praca etapowa oznacza sformułowanie 5 podproblemów polioptymalizacji dla różnych stadiów pracy, uwzględnijmy też 5 przypadków oddziaływań zewnętrznych daje to w sumie 25 zadań polioptymalizacji. Jeżeli każde zadanie będzie miało 2 kryteria to w przypadku całościowym daje problem o 50 kryteriach jakości. Podejmowanie tak globalnych decyzji wydaje się nieskuteczne przede wszystkim z powodu natłoku dużej ilości informacji. Naturalne wydaje się być ograniczenie koncentracji uwagi projektującego na jednym zadaniu lub serii zadań np. przy pracy etapowej. Prowadzi to do oczywistej w tym przypadku etapizacji procesu podejmowania decyzji na drodze dekompozycji problemu, a na-

stępnie jego koordynacji.

W tym miejscu może pojawić się jeszcze jedna wątpliwość. Czy przy takim podejściu nie następuje sztuczne zwielokrotnienie liczby zmiennych decyzyjnych, bowiem przy każdym z podproblemów polioptymalizacji będzie występował określony zbiór zmiennych decyzyjnych. Zbiory zmiennych decyzyjnych, jak należy się spodziewać, nie będą się między sobą zbyt mocno różniły. Takie podejście ma jednak kilka zalet w stosunku do podejścia całościowego. Po pierwsze rozwiązanie wstępne jednoaspektowego podproblemu np.: zadania przy różnych oddziaływaniach zewnętrznych pozwala na wyodrębnienie najlepszych rozwiązań z punktu widzenia poszczególnych zadań jednoaspektowych. Rozwiązania te mogą stanowić informację pomocną do wypracowania rozwiązania kompromisowego dla całego, globalnego problemu. Poza tym w przypadku układów aktywnych stanowią rozwiązania określające wartości zmiennych decyzyjnych jakie powinien przyjmować układ w zależności od np.: etapu pracy i rodzaju oddziaływań zewnętrznych.

Poniżej zostanie przedstawione w sposób formalny duże zadanie polioptymalizacji w dynamice maszyn w ujęciu zdekomponowanym, odrębnie dla poszczególnych przypadków "czystych":

- 1/ zadanie polioptymalizacji w przypadku etapowego funkcjonowania układu dynamicznego,
- 2/ zadanie polioptymalizacji w przypadku wystąpienia różnego rodzaju oddziaływań zewnętrznych,
- 3/ zadanie polioptymalizacji w przypadku różnych wartości wektora parametrów układu,
- 4/ zadanie polioptymalizacji w przypadku uwzględniania innych, związanych problemów polioptymalizacji.

Można przyjąć, że problem globalny składa się z r problemów cząstkowych /rys. 1/.



Rys. 1 Problem globalny

Przyjęto następujące oznaczenia:

q^j - wektorowy wskaźnik jakości, x^j - wektor zmiennych decyzyjnych, przy czym obie wielkością związane są z j-tym problemem cząstkowym, x^j ma postać $x^j = /x, m^j/$. Zmienne decyzyjne x wspólne dla wszystkich zadań lokalnych noszą nazwę koordynacyjnych, a m^j są zmiennymi lokalnymi.

Zbiór dopuszczalny Φ_c W/W^- - przestrzeń zmiennych decyzyjnych ma następujące właściwości:

$$W = V \times M_{V_2} \times \dots \times M_{V_r}$$

$$V = \left\{ \underline{y} \in E_0 \mid \underline{y} \leq 0, \underline{h}_0 \mid \underline{y} \geq 0 \right\} \quad /6/$$

$$V \subset V'$$

$$M_{V_j} \subset M_{V_j} \quad j = 1, \dots, r$$

Dla danego $\underline{y} \in V$ zbiór $M_{V_j} \subset M_{V_j}$ składa się z ograniczeń nałożonych na zmienne decyzyjne, w tym przez równania stanu o postaci:

$$\frac{dy_{ij}}{dt} = f_{ij} / t, x^j, y, m^j, \lambda^j, w^j / \quad /7/$$

$$Y_{ij} / t_0 / = Y_{ij0} \quad \begin{matrix} j = 1, \dots, r \\ i = 1, \dots, n_j \end{matrix}$$

Dla j-tego problemu cząstkowego: m^j - wektor zmiennych decyzyjnych lokalnych, λ^j - wektor parametrów układu, w^j - wektor oddziaływań zewnętrznych.

Globalny problem polioptymalizacji o powyższych własnościach strukturalnych ma postać:

$$\min /q^1/x^1/, q^2/x^2/, \dots, q^r/x^r/ /$$

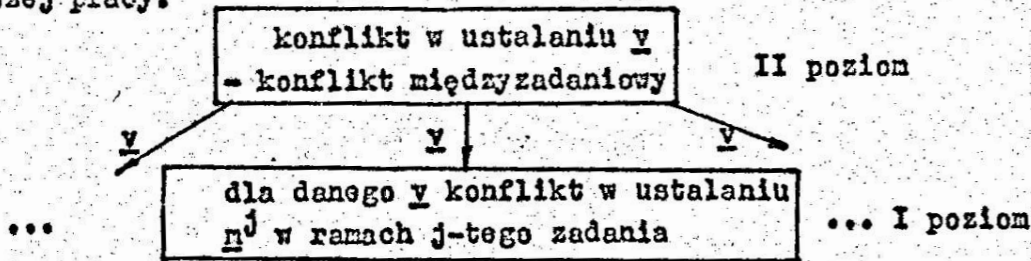
$$\underline{x}^j \in \bigcup_{j=1}^r \{ \underline{y} \} \cap M_{V_j}; \quad j = 1, 2, \dots, r \quad /8/$$

$$\underline{y} \in V$$

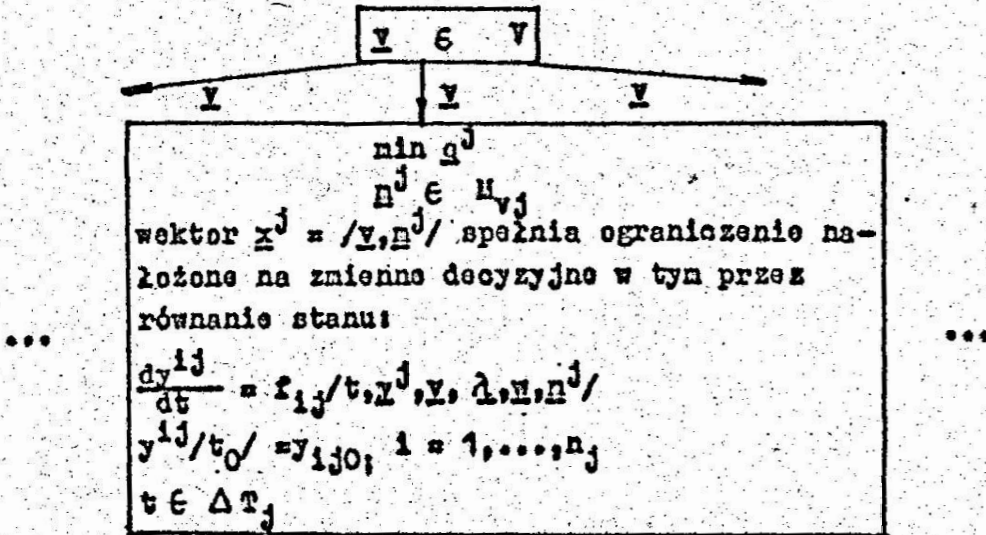
Konstrukcja zbioru dopuszczalnego w powyższym ujęciu jest zgodna z zaproponowaną w 6. W zadaniu o postaci /18/ obserwuje się poziomowość konfliktów. Jest to poziomowość uwarunkowana modelowo, co schematycznie przedstawiono na rys. 2. Przejdźmy do uwzględnienia własności strukturalnych, które posłużyły do wyodrębnienia 4 klas problemów polioptymalizacji w dynamice nastyn.

W przypadku 1/ tj. zadania etapowego, schemat zadania przedstawiano na rys. 3. Przypadek 2/ tj. występowanie różnych oddziaływań zewnętrznych, przedstawiono na rys. 4.

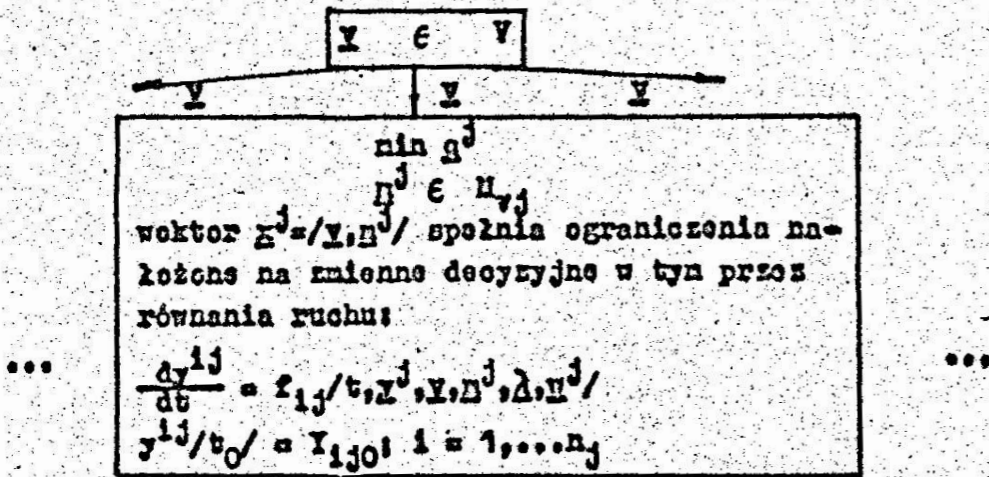
Przypadek 3/, został przedstawiony na rys.5. Przypadek 4/, ze względu na swoją złożoność nie został podjęty w niniejszej pracy.



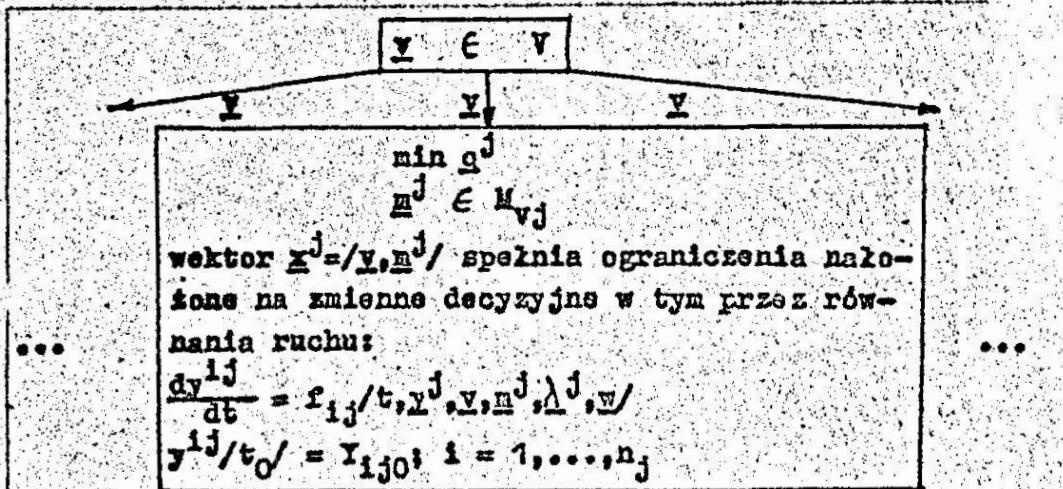
Rys. 2. Schemat poziomowości konfliktów



Rys. 3. Schemat zadania etapowego



Rys.4. Schemat zadania w przypadku występowania różnych oddziaływań zewnętrznych



Rys. 5. Schemat zadania w przypadku różnych wektorów parametrów

Powyższy podział pozwala na formułowanie szerokiej gamy zadań polioptymalizacji zależnie od modelowanej sytuacji.

4. Zakończenie

Przedstawione w pracy cechy, uwarunkowania i postać dużego zadania polioptymalizacji w dynamice maszyn dają szerokie możliwości bezpośredniego wykorzystania w praktyce. W pracach [3,7] przedstawiono przykłady polioptymalnego doboru charakterystyk zawieszenia pojazdu, przy czym zadania te potraktowane jako duże dekomponowalne zadania polioptymalizacji.

Literatura cytowana w tekście

1. H w a n g ch.L., M a s u d A.S.: Multiple decision making methods and applications, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1979.
2. K e e n e y R.L., R e i f f a H.: Decisions with multiple objectives; preferences and tradeoffs, Wiley, New York, Santa Barbara, London, Sydney, Toronto, 1976.
3. Osiński Z., P o k o j s k i J., W r ó b e l J.: Kryteria jakości i polioptymalizacja w warunkach losowości, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Automatyka, z.67 1983. pp 73-82.
4. O s i ń s k i Z., P o k o j s k i J., W r ó b e l J.: Optimization of multilevel multicriteria machine design problems, Foundations of Control Engineering, vol. 8, no

- 3+4, 1983, pp.175-182.
5. O s i á s k i Z., W r ó b e l J.: Teoria konstrukcji maszyn, PWN, Warszawa, 1983.
 6. P o k o j s k i J.: Polioptymalizacja dużych zadań projektowych w budowie maszyn na przykładzie samochodowej skrzynki przekładniowej, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, 1982.
 7. P o k o j s k i J., W r ó b e l J.: Komputerowe wspomaganie procesów decyzyjnych w dynamice maszyn, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria: Energetyka z.89, 1985, pp 161-178.

ПРИЗНАКИ, ОБУСЛОВЛЕННОСТИ И ВИД БОЛЬШОЙ ЗАДАЧИ
ПОЛИОПТИМИЗАЦИИ В ДИНАМИКЕ МАШИН

Резюме

В работе рассмотрено методика решения большой декомпонируемой задачи полиоптимизации в динамике машин. Сформулировано обобщенный вид большой декомпонируемой задачи в динамике машин. Декомпонирование следует из многокритериальности проблем в динамике машин. Разбиение на декомпонированные проблемы происходит по порогу: разновильности этапов работы динамической системы; внешних влияний; характеристик системы; взаимодействия с другими динамическими системами. Цель декомпонирования является замещение большой глобальной задачи, рядом взаимосвязанных задач меньшей размерности.

ATTRIBUTES, CONDITIONS AND FORM OF LARGE
POLYOPTIMIZATION PROBLEM IN MACHINE DYNAMIC

Summary

In the paper the methodology of solving large decomposed polyoptimization problem in the machine dynamics is presented. The problem of the polyoptimization in the decomposition case in the machine dynamics is generally formulated. The decomposition results the multiaspect character of the machine dynamic problems. There are the natural basis to partition to subproblems: the different stages of the dynamic system motion, the different external disturbances, characteristics of system and interaction with the other dynamic systems. The main purpose of the decomposition is to replace the global problem by the set of the interconnected subproblems.

Praca została przesłana dnia 11 marca 1986 r.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

Wojciech Tarnowski
Instytut Automatyki
Politechnika Śląska w Gliwicach

POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU TECHNICZNYM -
PRÓBA SYNTEZY

W pracy scharakteryzowano zadanie polioptymalizacji w procesie projektowania technicznego. Pokazano rolę dekompozycji zadania projektowego oraz rolę hierarchizacji zadań dla procesu formułowania kryteriów optymalizacji. Wykazano, że w projektowaniu wstępnym znaczenie polioptymalizacji jest drugorzędne, natomiast optymalizacji wielokryterialnej - pierwszorzędne. Następnie pokazano osobliwości zadania polioptymalizacji w konstruowaniu i przedyskutowano korzyści ujęcia polioptymalizacyjnego, w szczególności: /i/ możliwość krytycznej oceny roli poszczególnych ograniczeń i wymagań projektowych oraz /ii/ możliwość oszacowania kosztów dyskretyzacji zmiennych decyzyjnych. Podkreślono również uogólniającą rolę polioptymalizacji: na przykład /1/ umożliwienie równoczesnej optymalizacji struktury i parametrów obiektu, /2/ formułowanie nowych i weryfikację znanych heurystycznych zasad konstrukcyjnych.

1. Wstęp

Jednym z najbardziej istotnych i podstawowych działań w projektowaniu jest wybór. Asimow [1] uważa go nawet za element definicyjny procesu projektowania, nazywając projektowanie procesem podejmowania decyzji w warunkach niepewności i przy wysokiej karze za błąd. Wybór rozumiemy tu jako proces racjonalnego przygotowania decyzji. Problematyce tej poświęcono monografię [6]. Z niej przytoczymy kilka najważniejszych definicji przyjętych w tej pracy i niezbędnych do rozumienia tekstu.

Zeszyt Naukowy WSinż. w Koszalinie, prace Wydziału Mechanicznego Nr 8, Koszalin 1986

Objaśnienia używanych terminów

Cechy konstrukcyjne $X = \{X_p : p = \overline{1, P}\}$ - zbiór wielkości, których wartości stanowią konieczny i wystarczający zbiór informacji, potrzebny do wykonania i uruchomienia obiektu oraz do prowadzenia remontów. Zbiór wartości /lub rozkładów wartości/ cech konstrukcyjnych /projektowych/ w sposób jednoznaczny określa konstrukcję obiektu.

Decyzja - jednorazowy akt postanowienia w sprawie rezultatów wyboru, nie podlegający algorytmizacji, zawsze dokonywany przez człowieka, intuicyjny, arbitralny.

Kryteria oceny $K = \{K_i : i = \overline{1, I}\}$ - zbiór zdefiniowanych wielkości tworzących system wartości w danym zadaniu wyboru. Zbiór K jest podzbiorem właściwości konstrukcyjnych Y .

Model matematyczny obiektu - zbiór formalnych związków między wartościami zmiennych decyzyjnych x_p i wartościami właściwości konstrukcyjnych y_r .

Ocena - proces estymacji /oceniań/, którego celem jest oszacowanie wartości lub rozkładów wartości danego kryterium oceny K_i dla kolejnych wariantów $a \in A$.

Ograniczenia - zwykle rozumie się jako podzbiór wymagań konstrukcyjnych /projektowych/, nałożonych na cechy konstrukcyjne.

Optymalizacja - proces szukania wariantu optymalnego $d_0 \in A$ przy jednym kryterium optymalizacji, F .

Poliptymalizacja - proces szukania zbioru wariantów poliptymalnych P /efektywnych, kompromisowych, Pareto, niezdominowanych/, gdy dany jest zbiór wariantów A lub zbiór wariantów poprawnych D oraz zbiór kryteriów oceny K .

Selekcja - działanie, którego celem jest określenie zbioru wariantów poprawnych $D \subseteq A$ /dopuszczalnych/, czyli wariantów czyniących zadość wszystkim wymaganiom projektowym.

System wartości - układ atrybutów jakości obiektu /zadań, życzeń itp/ i relacji między nimi /np. preferencji/.

Wariant /wariant konstrukcyjny, wariant projektowy, rozwiązanie zadania projektowego/ - wersja rozwiązania zadania projektowego lub konstrukcyjnego, określona z dokładnością do zmiennych decyzyjnych.

Wariant poprawny /wariant dopuszczalny/ $d \in D \subseteq A$ - wariant który czyni zadość wszystkim wymaganiom projektowym.

Właściwości projektowe /konstrukcyjne/ $Y = \{Y_r : r = \overline{1, R}\}$ - /osiągi obiektu/ - zbiór wielkości których wartości y_r jednoznacznie określają właściwości eksploatacyjne /w tym ergonomiczne, kosztowe i inne/, umożliwiając racjonalne użytkowanie, przechowywanie, transport i sprawdzanie obiektu.

Wybór - proces poszukiwania wariantu optymalnego lub satysfakcjonującego.

Wymagania konstrukcyjne /projektowe/ - /w tym ograniczenia/ - zbiór ograniczeń narzuconych na wartości cech konstrukcyjnych i właściwości konstrukcyjnych /w tym na kryteria ocen i na zmiennie decyzyjne/.

Zadaniowe kryterium optymalizacji F - zdefiniowana, mierzalna, skalarna miara jakości wariantów $a \in A$, wynikająca z przyjętego w danym zadaniu systemu wartości, ważna tylko w tym zadaniu i możliwa do ilościowego wyznaczenia w tym zadaniu.

Zmienne decyzyjne - minimalny zbiór wielkości /np. cech konstrukcyjnych/, których wartości jednoznacznie definiują wariant $a \in A$ w zbiorze wariantów A .

W pracy [6] zaproponowano ogólny model procesu wyboru; przez model procesu rozumie się tu strukturę procesu /czyli wyróżnione działania i relacje między tymi działaniami/, zbiór zbiorów procedur zalecanych dla poszczególnych działań oraz strategię procesu, czyli zbiór reguł wyboru spośród tych procedur w konkretnym przypadku procesu.

We wspomnianej strukturze [6, ss. 62 i 63] wyróżniono oce-

nę, tworzenie modelu matematycznego obiektu, selekcję, tworzenie zadaniowego kryterium optymalizacji /skalarne/, polioptymalizację, optymalizację i decyzję, zdefiniowano te działania, w szczególności określono informację wejściową i cel każdego z nich, oraz pokazano ich wzajemne relacje. Nie będziemy powtarzać tu tego modelu. Wymienione wyżej pojęcia wydają się jednak bardzo istotne w kontekście niniejszej pracy.

Tu podkreślimy, że ostatnim /zalgorytmizowanym/ działaniem wg modelu [6] jest optymalizacja, poprzedzona ewentualnie polioptymalizacją. Optymalizacja wymaga jednego skalarnego kryterium optymalizacji. W przypadku wielu kryteriów oceny K_1, K_2, \dots, K_I , co jest przecież regułą, jako kryterium optymalizacji tworzymy zastępcze sztuczne kryterium $F = F/K_1, \dots, K_I/$ i formułujemy w ten sposób zadanie optymalizacji wielokryterialnej.

Postuluje się jednocześnie, że wszystkie kryteria oceny K_1 /lub niemal wszystkie/ dadzą się sprowadzić do kosztu całkowitego, będącego uogólnionym społecznym kosztem wytwarzania i eksploatacji obiektu [6]. W tej sytuacji polioptymalizacja nie byłaby niezbędna. Tezą tego artykułu jest, że nawet w takiej sytuacji jak wyżej opisana, polioptymalizacja jest celowa i pożyteczna, i w dalszym ciągu artykułu pokażemy te korzyści.

Formalny opis optymalizowanego obiektu

Optymalizację prowadzi się na zbiorze wariantów A . W projektowaniu technicznym możemy wyróżnić dwa skrajne przypadki postaci tego zbioru:

1/ Zbiór ograniczony skończony $A = \{a_v : v = \overline{1, V}\}$, przy czym liczba wariantów V jest niezbyt duża, kilka do kilkudziesięciu, np. zbiór koncepcji lub zbiór możliwych elementów z katalogu. Liczba zmiennych decyzyjnych może być wówczas bardzo mała: jedna /np. numer koncepcji, v / albo co najwyżej kilka. Do utworzenia modelu matematycznego obiektu nie można najczęściej użyć równań fizycznych, bo zmienne decyzyjne

nie są zmiennymi fizycznymi. Zamiast modelu matematycznego mamy macierz ocen: $\|k_{iv}\|$ $i = \overline{1, I}$, $v = \overline{1, V}$, gdzie 'i' jest numerem kryterium oceny a 'v' jest numerem wariantu.

2/ Zbiór wariantów A jest zbiorem ograniczonym o mocy continuum: $A = \{a_v\}$, przy czym $a_v = X_v$, gdzie X_v reprezentuje wariant jako wektor w przestrzeni zmiennych decyzyjnych:

$$X_v = [x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{pv}]^T$$

Zadanie wyboru

Zadanie wyboru można zatem zdefiniować następująco:

- należy znaleźć rozwiązanie optymalne d_o , tj. takie rozwiązanie $a \in A$, które spełnia wszystkie wymagania /i ograniczenia/ projektowe oraz jest najlepsze ze względu na zadaniowe kryterium optymalizacji F , albo:
- należy znaleźć rozwiązanie satysfakcjonujące d_s , tj. takie, które spełnia wszystkie wymagania /i ograniczenia/ projektowe oraz jest wystarczająco dobre ze względu na kryteria. Ten drugi warunek uważamy za spełniony jeśli

$$F(d_s) \geq F_{\min}$$

gdzie F_{\min} jest arbitralnie ustaloną satysfakcjonującą wartością zadaniowego kryterium optymalizacji F , lub jeśli

$$\bigwedge_{i \in [1, I]} k_i(d_s) \geq k_{i \min}$$

gdzie $k_{i \min}$, $i = \overline{1, I}$ są arbitralnie ustalonymi satysfakcjonującymi wartościami poszczególnych kryteriów oceny K_i .

Zadanie wyboru jest w ogólności sformułowane przy pomocy trójki: $\langle A, \mathcal{Q}, \Phi \rangle$, gdzie A jest zbiorem wariantów, \mathcal{Q} jest zbiorem wymagań, Φ jest systemem wartości. Elementy tej trójki są zazwyczaj sformułowane w sposób opisowy /lingwistyczny/, często niepełny, niejasny, nawet wewnątrznie sprzeczny, niespójny. Gdyby były dane w sposób formalny i zupełny, można by od razu przystąpić do zadania optymalizacji.

Dla zadania wyboru w projektowaniu charakterystyczne jest to, że: /i/ zbiór wariantów A jest często bardzo liczny, czasem o mocy continuum, /ii/ system wartości jest dany w sposób roznyty i często niekompletny, ale istnieje możliwość ściślejszego sprecyzowania; w szczególności większość kryteriów jest zdefiniowana i mierzalna, i zbiór kryteriów nie jest duży, np. nie przekracza zwykle 3 do 4.

2. Dekompozycja i hierarchizacja zadań a polioptymalizacja

Przez dekompozycję zadania projektowego Z rozumiemy podział tego zadania na skończony zbiór zadań częściowych /podzadań/ $\{Z_n : n = \overline{1, N}\}$, takich, że każde z nich może być rozwiązywane niezależnie [4]. Naturalnie dla każdego podzadania określa się osobny system wartości i wymagania projektowe. Zakłada się przy tym, że "złożenie" otrzymanych optymalnych rozwiązań poszczególnych podzadań Z_n przyniesie heurystycznie quasi - optymalne rozwiązanie d_0 zadania Z .

Dekompozycja jest działaniem heurystycznym. Może być robiona rozmaicie, przy czym użyteczne są dwa ujęcia: /1/ podział modelu matematycznego projektowanego obiektu [2], jak w przykładzie łożyska [5], /2/ podział projektowanego obiektu na części /zespoły/ - np. maszynę roboczą można podzielić na napęd, część roboczą, podwozie /korpus/, sterowanie itd. Drugie podejście wymaga znajomości co najmniej koncepcji rozwiązania całego obiektu, pierwsze podejście ponadto znajomości matematycznego modelu obiektu oraz formalnego skalarnego kryterium optymalizacji. Dlatego dekompozycja może być przeprowadzana dopiero w późniejszych fazach procesu projektowania [4]. Pierwsze ujęcie może w ogóle wyeliminować wektorowe kryterium optymalizacji umożliwiając zamianę kryteriów na ograniczenia, eliminuje więc polioptymalizację, albo co najmniej znacznie redukuje zbiór kryteriów /jak w przykładzie łożyska ślizgowego - patrz [5]/

Podejście drugie jest bardziej heurystyczne. Ponieważ jednak wymiarowość podzadania Z_n /mierzona liczbą zmiennych decyzyjnych/ jest z reguły mniejsza niż wymiarowość zadania Z , można stwierdzić że także w tym przypadku polioptymalizacja albo jest znacznie łatwiejsza, albo w ogóle nie jest potrzebna ponieważ jest tylko jedno kryterium.

Mówiąc o dekompozycji - w kontekście optymalizacji lub polioptymalizacji - należy również wziąć pod uwagę działanie przeciwne do dekompozycji: odwoływanie się do nadzadań i tam poszukiwanie kryteriów. Jest to ustalanie hierarchii zadań i hierarchii kryteriów. Na przykład projektując optymalną skrzynię biegów do samochodu, powinniśmy starać się ustalić /choćby nawet tylko intuicyjnie/, jaka jest właściwość tej skrzyni taka, która powinna być ekstremalna aby samochód mógł być optymalny. To działanie doprowadza z reguły do zamieniania niektórych kryteriów oceny na ograniczenia, np. w kontekście pewnej maszyny nie zależy nam na największej trwałości T jej określonego zespołu, $T = \max !$, ale na tym, aby $T \geq T_0$, gdzie T_0 jest trwałością całej maszyny. Innym przykładem może być optymalizacja łożyska [5], gdzie początkowe 4 kryteria oceny zostały zastąpione trzema ograniczeniami, a czwarte stało się naturalnym kryterium optymalizacji, bez potrzeby szukania zastępczego skalarnego kryterium optymalizacji F , zbudowanego z czterech kryteriów oceny.

Uogólnieniem tego spostrzeżenia może być wcześniej opublikowana propozycja [7], [6], aby jako jedyne kryterium optymalizacji stosować tzw. uogólniony społeczny koszt K , będący sumą kosztów wytwarzania, eksploatacji i kasacji obiektu. W tym celu wyróżniono dwa typy projektowanych obiektów: typ A, bezpośrednio przeznaczony do wprowadzania na rynek i typ B, produkowany po to aby stał się częścią tego pierwszego. Dla obiektów typu A kryterium optymalizacji jest koszt K , dla obiektów

typu B ustalamy zadaniowe kryterium optymalizacji badając hierarchię zadań i odpowiadającą im hierarchię kryteriów optymalizacji, prowadzącą do odpowiedniego obiektu typu A. Na przykład możemy dojść do konkluzji, że kryterium optymalizacji dla mikroprocesora /obiekt typu B/ powinna być jego niezawodność, ponieważ jest to niezbędny warunek aby mikrokomputer /obiekt typu A/ był optymalny ze względu na całkowity koszt jego wytwarzania /w tym koszty gwarancyjne/ i koszt eksploatacji.

3. Polioptymalizacja w projektowaniu wstępnym

We wczesnych fazach projektowania, np. w fazie poszukiwania koncepcji rozwiązania zadania projektowego, nie należy dokonywać dekompozycji tego zadania w sensie podziału na zbiór autonomicznie rozwiązywanych zadań częściowych [4]. W związku z tym zbiór właściwości konstrukcyjnych jest liczny. Obiekt projektowania jest słabo rozpoznany, nie można więc stworzyć modelu matematycznego obiektu. Zatem nie ma potrzeby ani możliwości używania dużej liczby dobrze zdefiniowanych cech konstrukcyjnych, czyli zbiór zmiennych decyzyjnych może być niewielki, zazwyczaj nie więcej niż kilka. Na przykład zmiennymi decyzyjnymi mogą być nazwy podproblemów, jak w metodzie morfologicznej [10].

Przykład. Szukamy rozwiązania napędu stanowiska do przykręcania śrub w zautomatyzowanej linii montażu samochodu. Przykładowa tablica morfologiczna pokazana jest w Tabl. 1.

T a b l i c a 1

Zmienna decyzyjna	Podproblem	Rozwiązania podproblemów			
		1	2	4	
x_1	Liczba wrzecion				
x_2	Napęd wrzecion	elektr.	pneumat.	inne	
x_3	Sposób wkładania nakrętek do głowic	ręcznie	robot uniwers.	robot specj.	inne

Zmienne decyzyjne są w tym przypadku dyskretne.

Najczęściej zmienna decyzyjna jest tylko jedna: jest nią kolejny numer koncepcji.

Jak wyżej wspomniano, zbiór właściwości projektowych /technicznych, ergonomicznych, ekonomicznych i innych/ jest duży. Ponieważ zadania nie można zdekomponować i brak też matematycznego modelu obiektu, zbiór kryteriów oceny K_i , $i = \overline{1, I}$ musi być często dość liczny. Zauważmy jednak, że w projektowaniu technicznym decydująca ich większość jest dobrze zdefiniowana, zatem tylko niewielka ich część, nie więcej niż kilka, może mieć charakter rozmyty [3].

Natomiast ocena w większości jest rozmyta i/lub probabilistyczna. Projektant przeprowadza więc optymalizację wielokryterialną, twórczą i wykorzystując zastępcze kryterium skalarne, częste nie mające interpretacji fizycznej /sztuczne/ [6], [3].

Biorąc pod uwagę powyższą charakterystykę zadania wyboru w projektowaniu wstępnym, a głównie fakt że zbiór rozwiązań jest skończony i o małej liczności, można stwierdzić że polioptymalizacja ma tu ograniczone zastosowanie. Jej celem może być tylko zmniejszenie zbioru rozwiązań, co może być cenne jeśli optymalizacja ma być intuicyjna, i decydentowi znacznie łatwiej podjąć decyzję na małym zbiorze.

Trzeba jednak zauważyć, że polioptymalizacja może decydująco przyczynić się do optymalizacji wyboru koncepcji projektowanego obiektu przez to, że umożliwia czasem sformułowanie jednoznacznych kryteriów i zasad wyboru optymalnej struktury obiektu - patrz p. 5.

Jednocześnie trzeba podkreślić, że w projektowaniu wstępnym, kiedy dekompozycja jest praktycznie nie do zrealizowania ponieważ brak modelu matematycznego, a zbiór kryteriów oceny jest co najmniej kilkuelementowy, pierwszorzędne znaczenia nabiera optymalizacja wielokryterialna, np. leksykograficzna

lub oparta na sztucznym kryterium skalarnym.

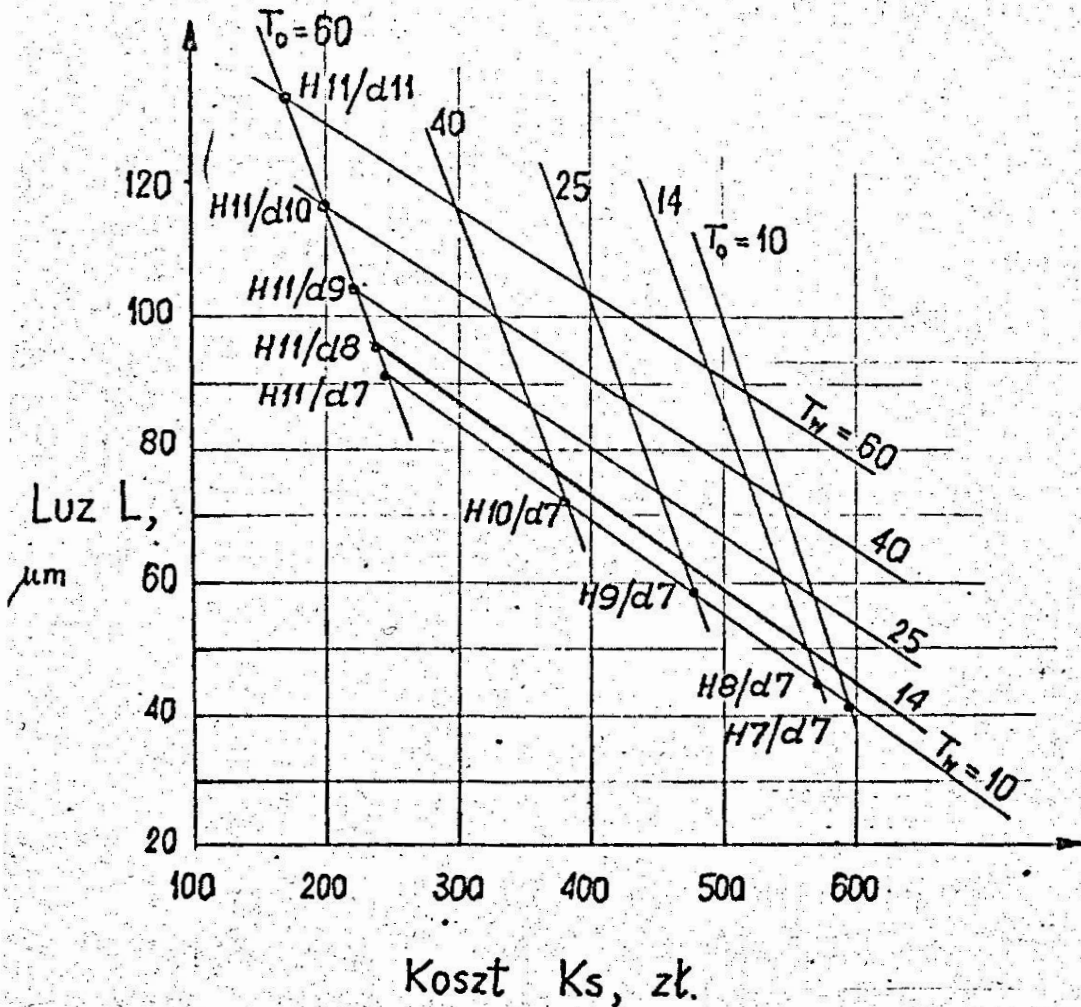
4. Polioptymalizacja w konstruowaniu /projektowaniu parametrycznym/

Najpełniej korzyści podejścia polioptymalizacyjnego wiadać w przypadku sparametryzowanych zbiorów rozwiązań o mocy continuum, niezależnie od liczby zmiennych decyzyjnych. Zakładamy oczywiście, że w zadaniu występują co najmniej dwa konfliktowe kryteria oceny.

Korzyści z polioptymalizacji w przypadku projektowania są oczywiście te same co w każdym innym przypadku optymalizacji /ogólniej: podejmowania decyzji/ wielokryterialnej. Taką korzyścią jest umożliwienie "wglądu" w problem konfliktu między kryteriami, pod warunkiem że da się go przedstawić graficznie w przestrzeni zmiennych decyzyjnych, ale znacznie lepiej gdy w przestrzeni celów. Przy odpowiednio sugestywnej konfiguracji zbioru rozwiązań polioptymalnych, wybór rozwiązania optymalnego może sam się narzucać, jak np. na rys. 1 [5, rys. 6].

Na podstawie wielu przebadanych przypadków można pokusić się o podanie kilku osobliwości zadań polioptymalizacji w projektowaniu /szczególnie w konstruowaniu/.

1. Zbiór kryteriów nie jest liczny /rzędu dwa do cztery, prawie nigdy powyżej ośmiu/. Zbiór zmiennych decyzyjnych liczny, dochodzi do kilkunastu, czasami więcej. Konstruktorzy świadomie ograniczają ten zbiór, arbitralnie nadając ustalone wartości wielu cechom konstrukcyjnym, po to aby zmniejszyć wymiarowość zadania i trudności obliczeniowe.
2. Zdecydowana większość zmiennych ma charakter ostry; zmienne decyzyjne z reguły są ostre, natomiast wśród kryteriów bywa jedno lub rzadko kilka o charakterze rozmytym /np, właściwości ergonomiczne/.
3. Niektóre ostre kryteria mogą być oceniane lingwistycznie /oceny rozmyte/. Większość kryteriów powinna być oceniana



Rys. 1. Przykładowy zbiór rozwiązań polioptymalnych w przestrzeni celów [5]. Kryteria: $K_s = \min !$, $L = \min !$, zmienne decyzyjne: T_o , T_w

probabilistycznie.

4. Najczęściej projektant /ogólnie: osoba realizująca proces wyberu/ może uzyskać od decydenta lub od eksperta informację implicite o wartościach wzajemnych substytucji między kryteriami, a co najmniej o wzajemnych ważnościach współczynników wagi.

Dzięki tym właściwościom, szczególnie ostatniej, istnieje możliwość utworzenia sztucznego skalarnego kryterium optymalizacji:

$$F = F/k_1, \dots, k_1, \dots, k_I /$$

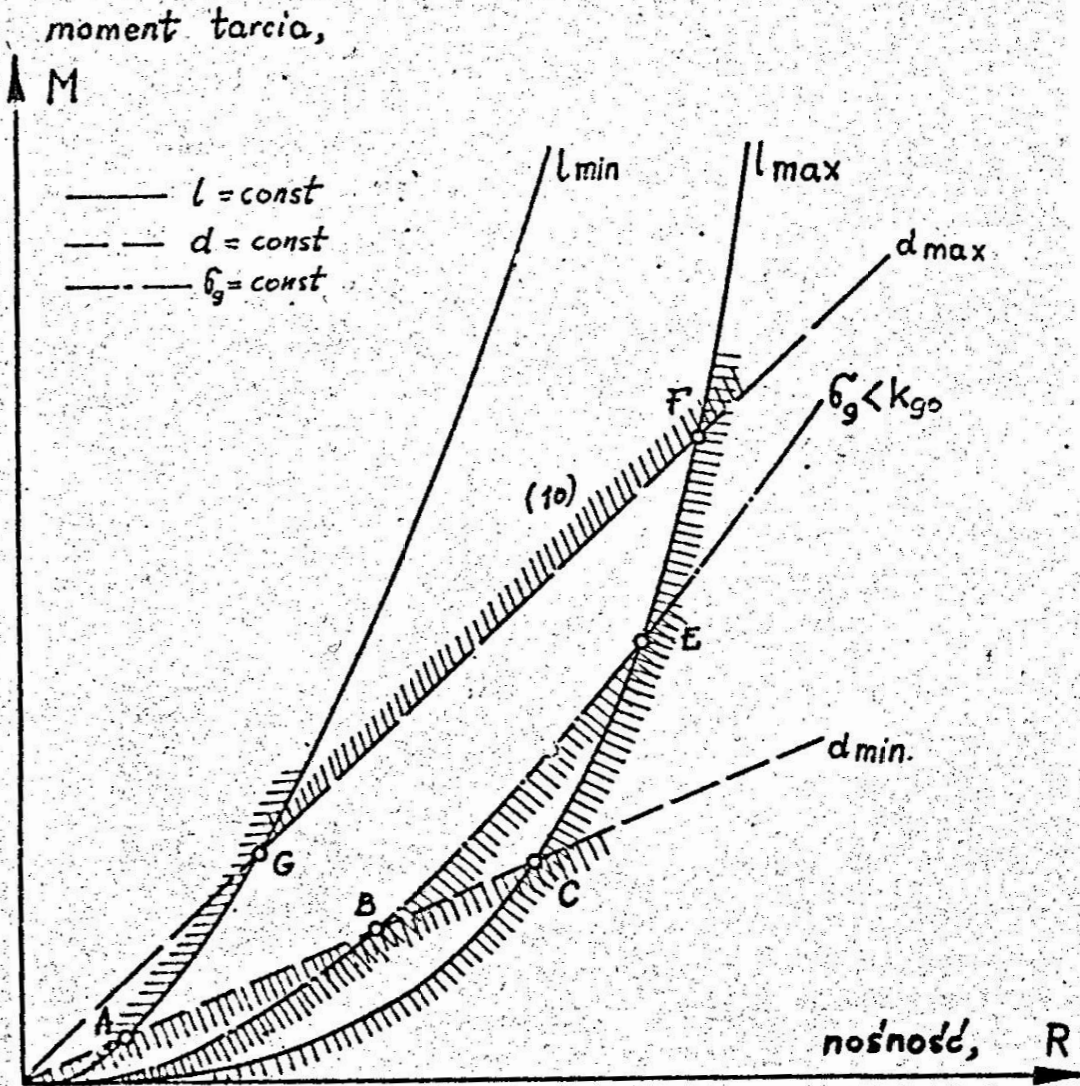
i teoretycznie nie jest potrzebna polioptymalizacja. Jak pokażemy dalej, o celowości przeprowadzania polioptymalizacji decydują inne jej możliwości.

4.1. Polioptymalizacja jako narzędzie analizy ograniczeń i wymagań projektowych

Trudno tego dowieść, ale doświadczenie uczy że zbiór rozwiązań polioptymalnych P najczęściej leży w całości /patrz np. rys. 1/ lub w części /np. s. 119, [6]/ na ograniczeniach. Oznacza to, że odpowiednio zmieniając dane ograniczenie /"rozluźniając" je / można uzyskać nowy, lepszy zbiór P .

Na przykład [5] takim ograniczeniem dla łożyska ślizgowego $d \geq d_{\min}$ może być minimalna średnica czopa d_{\min} /rys. 2/: zmniejszając ją z wartości d'_{\min} do wartości $d''_{\min} < d'_{\min}$, otrzymujemy lepszy zbiór P . Przy graficznym sposobie przedstawienia zbioru rozwiązań polioptymalnych widać więc explicité jaki jest techniczny i ekonomiczny skutek /często zresztą niepotrzebnego/ "zacieśniania" ograniczeń. Ten aspekt polioptymalizacji jest o tyle ważny, o ile często, lub nawet z reguły w praktycznych przypadkach projektowania ograniczenia ustalane są arbitralnie, na podstawie intuicyjnego sądu projektanta. Próby formalnej optymalizacji wymagań [9] nie znalazły jeszcze praktycznej realizacji ze względu na trudności w matematycznym sformułowaniu tego zadania. Ujęcie polioptymalizacyjne może prowadzić do uzmiennienia ograniczeń, np. w przytoczonym przykładzie d_{\min} mogłoby stać się dodatkową zmienną decyzyjną.

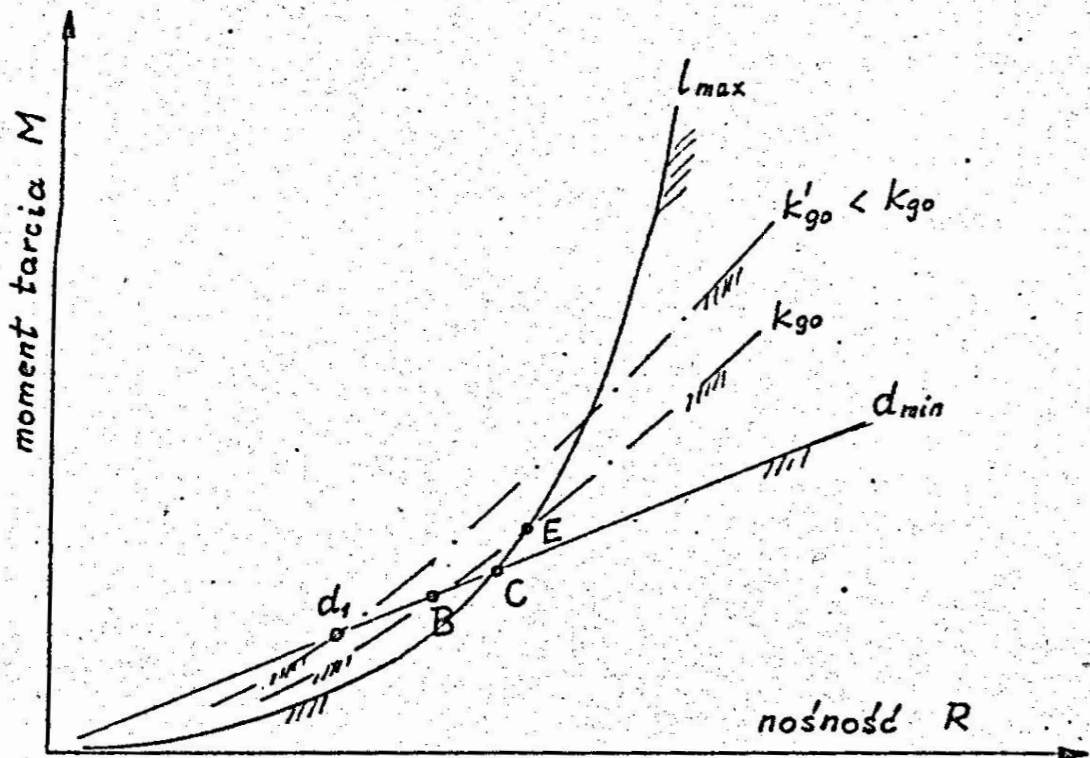
Jest ogólnie znanym, że pewne ograniczenia są nieistotne dla optymalizacji /nieefektywne/, np. ograniczenie $d \leq d_{\max}$



Rys. 2. Zależność zbioru rozwiązań polioptymalnych P od wartości ograniczenia $d \geq d_{\min}$ [5].
Kryteria: $R = \max !$, $M = \min !$

/rys. 2/, i że ujęcie polioptymalizacyjne dobrze to ilustruje. Na przykładzie łożyska można jednak dokonać jeszcze jednego spostrzeżenia: ta "nieefektywność" ograniczenia zależy od konkretnych wartości zmiennych. Na przykład ograniczenie wytrzymałościowe $\sigma \leq k_{go}$ jest w ogólności ograniczeniem efektywnym

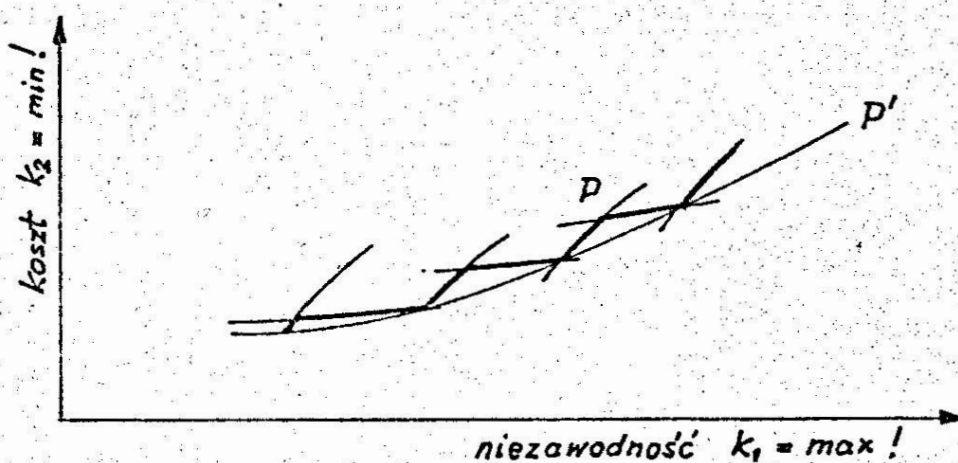
/rys. 2/, i na nim leży częściowo zbiór P [5]. Jeśli jednak projektant zdecyduje się na rozwiązanie np. $d_1 \in P$ /rys. 3/, to można zastosować gorszy materiał o wytrzymałości k'_{g0} mniejszej niż pierwotnie zakładano, k_{g0} .



Rys. 3. Przykład względności "efektywności" ograniczenia $\sigma \leq k_{g0}$. Oznaczenia te same co na rys. 2.

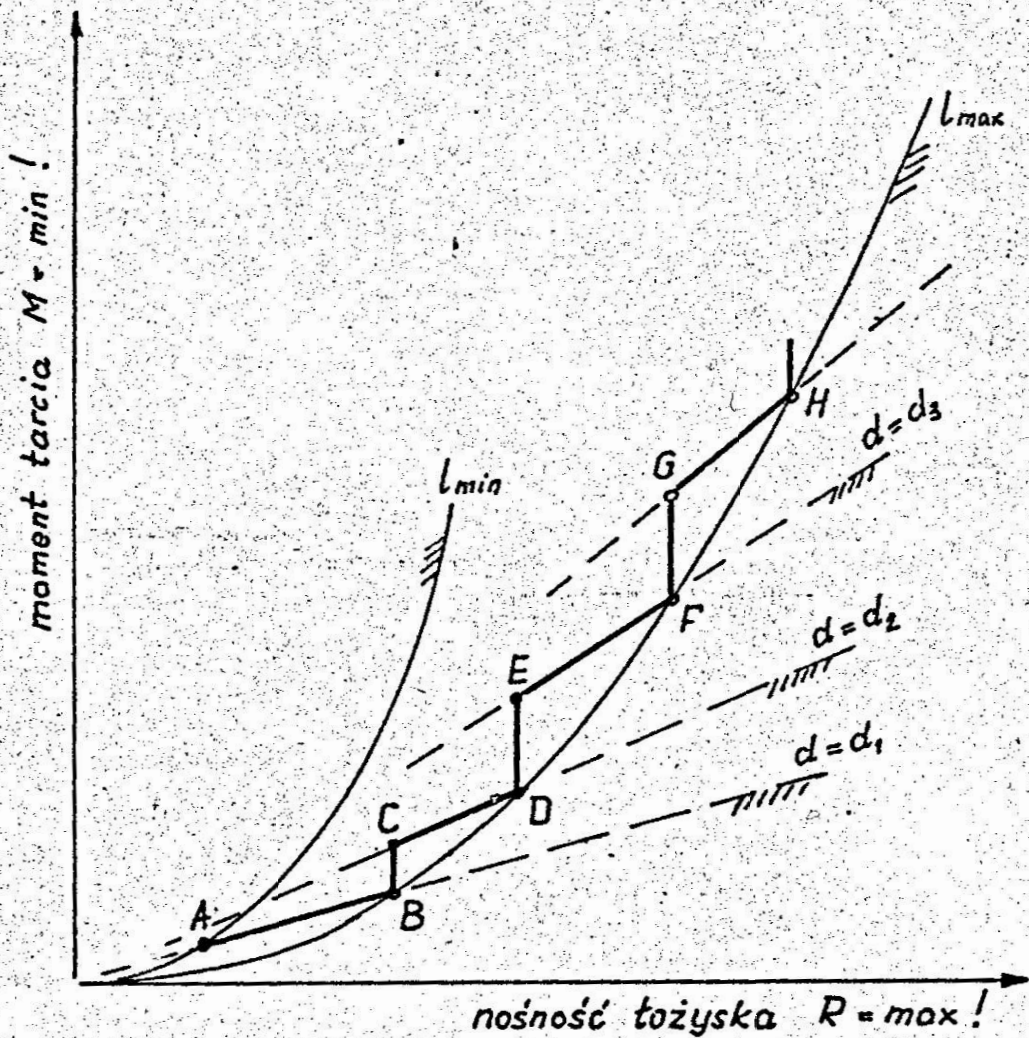
4.2. Koszty dyskretyzacji zmiennych decyzyjnych

W pracy [8] zauważono, że ujęcie polioptymalizacyjne pozwala ocenić koszty dyskretyzacji zmiennych decyzyjnych, tzn. ocenić, na ile gorszy jest zbiór rozwiązań niezdominowanych P dla przypadku gdy określona zmienna jest dyskretna w stosunku do zbioru P' gdy może ona przyjmować dowolną wartość z określonego przedziału /rys. 4/.



Rys. 4. Przykładowy zbiór rozwiązań polioptymalnych dla przypadku, gdy wszystkie zmienne decyzyjne są ciągłe, P' i dla przypadku, gdy jedna z nich jest dyskretna, P [8]. Kryteria: niezawodność $k_1 = \max!$, koszt wykonania $k_2 = \min!$

Analogiczne spostrzeżenie można zrobić dla przykładu z łożyskiem /rys. 5/. Załóżmy, że z pewnych względów /np. wymagania normy lub dostępność narzędzi/ średnica nominalna łożyska d może przyjmować wartości tylko spośród danego, skończonego zbioru wartości $\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$. Analiza sytuacji prowadzi obecnie do wniosku, że zbiór rozwiązań polioptymalnych jest obecnie reprezentowany odcinkami AB, CD, EF itd., zatem jest gorszy od zbioru P dla przypadku zmiennej d ciągłej /rys. 5/. Jedynie rozwiązania reprezentowane przez punkty B, D, F, \dots są równocenne.



Rys. 5. Zbiór rozwiązań polioptymalnych łożyska walcowego [5]: A - B - C - D - E - ... - gdy zmienna decyzyjna d jest dyskretna ($d = d_1$ lub d_2 lub d_3 lub ... /, B - D - F - - gdy zmienna d jest ciągła. Pozostałe oznaczenia jak na rys. 2

5. Uogólniająca rola polioptymalizacji w projektowaniu

Ujęcie polioptymalizacyjne pozwala na szerszą ocenę zadania wyboru. O jednym aspekcie - bardzo ważnym w projektowaniu - by-

za mowa w punkcie 2. Teraz omówimy dwa dalsze.

5.1. Równoczesna optymalizacja struktury i parametrów

Obiektami o różnej strukturze konstrukcyjnej nazwiemy tu takie, które opisane są odmiennymi równaniami, a więc mają różne modele matematyczne - np. sprężyna płaska i sprężyna śrubowa.

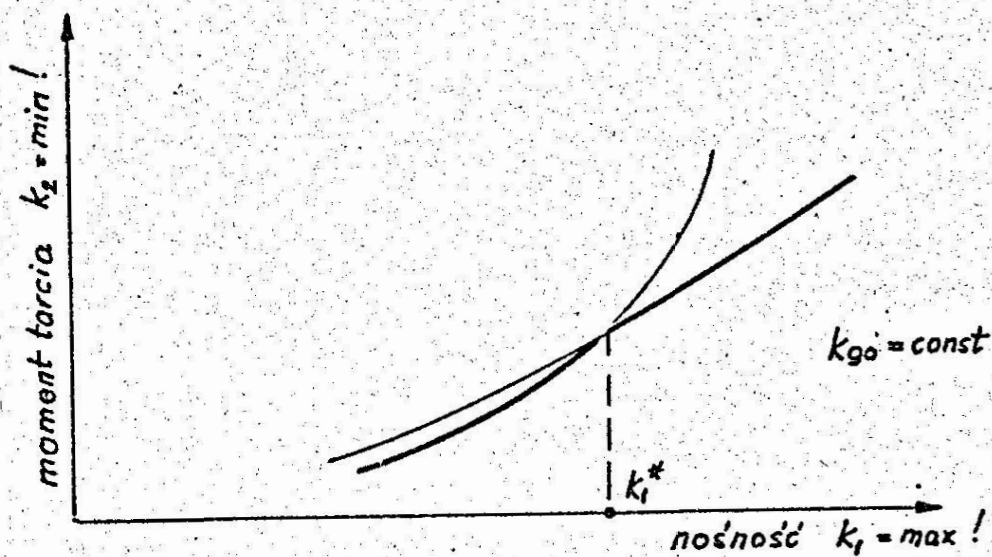
W klasycznym postępowaniu optymalizacyjnym przed przystąpieniem do optymalizacji parametrów należy utworzyć model matematyczny obiektu, a to jest możliwe jeśli jest wybrana określona struktura konstrukcyjna obiektu. Ten wybór jest z reguły możliwy tylko intuicyjnie, a jednocześnie jest ważniejszy z punktu widzenia końcowych rezultatów projektowania i konstruowania. Jak zobaczymy, ujęcie polioptymalizacyjne czasem umożliwia jednoczesną optymalizację struktury konstrukcyjnej obiektu i wartości parametrów. Osiąga się to przez wyznaczenie zbiorów niezdominowanych dla każdej struktury niezależnie i porównaniu ich między sobą. To porównanie jest natychmiastowe, jeśli odpowiednie zbiory wariantów polioptymalnych przedstawione są w tej samej przestrzeni celów.

Na rys. 6 pokazano przykład. Na tej samej płaszczyźnie celów $\langle k_1, k_2 \rangle$ naniesiono graficzną reprezentację zbiorów polioptymalnych dla łożyska walcowego /1/ i dla łożyska kielkowego /2/, przy założeniu tego samego tworzywa na czop /ograniczenie wytrzymałościowe/. Widać, że jeśli nośność łożyska ma być większa niż k_1^* to optymalne jest łożysko walcowe.

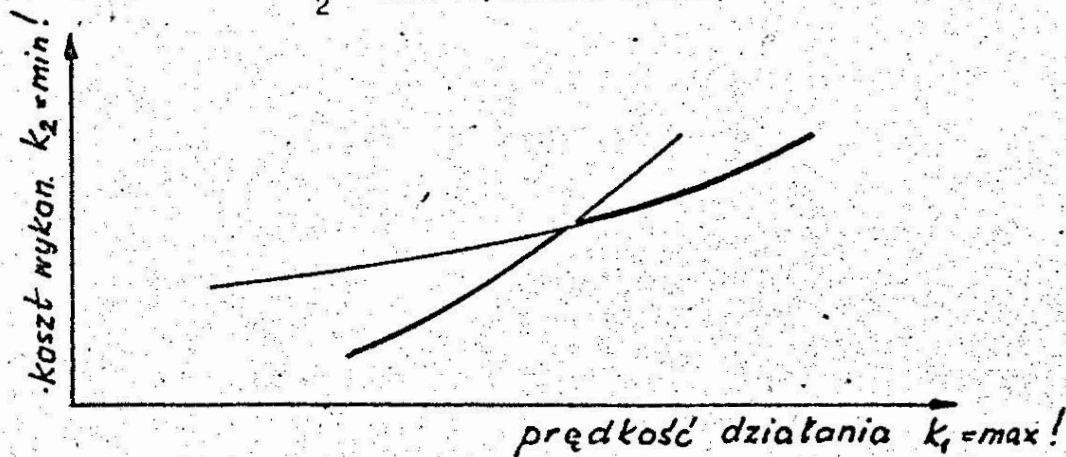
Podobnie, na rys. 7 pokazane polioptymalne rozwiązania serwoniechanizmów dwóch typów: z napędem elektrycznym /1/ i z napędem hydraulicznym /2/, sporządzone dla układów tej samej mocy.

5.2. Formułowanie niektórych szczegółowych zasad konstrukcyjnych

Ujęcie polioptymalizacyjne umożliwia krytyczną weryfikację intuicyjnych reguł /zasad/ konstrukcyjnych, np. takich które



Rys. 6. Zbiory polioptymalne: /1/ łożyska walcowe, /2/ łożyska kulkowe, dla tego samego k_{g0} , kryteria: $k_1 = \max!$ /nośność łożyska/, $k_2 = \min!$ /moment tarcia/.



Rys. 7. Zbiory polioptymalne serwomechanizmów hydraulicznych /1/ i elektrycznych /2/, tej samej mocy. Kryteria: $k_1 = \max!$ /prędkość działania/, $k_2 = \min!$ /koszt wykonania/

podają zalecane ekonomiczne sposoby obróbki metali zależnie od żądanej dokładności obróbki i rodzaju tworzywa. Niektóre z nich są formułowane heurystycznie, np. w architekturze lub w projektowaniu procesów technologicznych. Tymczasem formalizacja danego zagadnienia i określenie zbioru polioptymalnego pozwala na: /i/ uzasadnienie określonej reguły, ewentualnie sprecyzowanie zakresu jej ważności, /ii/ ewentualne uściślenie określonej reguły, jeśli była sformułowana heurystycznie /np. w sposób rozmyty/.

Można wyróżnić dwa przypadki:

- 1/ zasada może dotyczyć wyboru struktury - ten problem omówiono w punkcie 5.1,
- 2/ zasada dotyczy zalecanych stosunków pewnych wielkości, np. cech konstrukcyjnych /czyli zmiennych decyzyjnych w zadaniu wyboru/, np. że przy pasowaniu wałka z otworem należy dobrać dokładność wałka o jedną klasę lepszą niż otworu.

Na rys. 1 widać, że jeśli przyjąć rozkład kosztów /w badanym zakresie/ liniowo zależny od tolerancji, to zasada ta nie jest całkiem słuszna. W pracy [5] zweryfikowano inną zasadę, mówiącą że w łożysku ślizgowym walcowym stosunek długości panewki l do średnicy czopa d powinien być około jeden.

6. Podsumowanie

W pracy pokazano, że prócz ogólnie znanych korzyści ujęcia polioptymalizacyjnego, takich jak np. /i/ redukcja liczby zmiennych w zadaniu, lub /ii/ możliwość intuicyjnego określania idealnego rozwiązania w danym problemie i ewentualnego ułatwienia utworzenia metryki przestrzeni celów, polioptymalizacja stwarza decydentowi pewne nowe możliwości.

Ujęcie polioptymalizacyjne, w szczególności graficzne przedstawienie zbioru wariantów niezdominowanych P , na tle przyjętych ograniczeń pozwala na szybką i łatwą ocenę roli tych ograniczeń, a w szczególności tego, o ile można poprawić określone właści-

wości /osiągi/ obiektu w rezultacie rozluźnienia określonych wymagań /p. 4.1/.

Połączenie polioptymalizacji wraz z hierarchizacją zadań /p. 2/, tzn. z określeniem relacji między projektowanym obiektem a jego "nad-obiektem" może doprowadzić do zmiany niektórych kryteriów oceny na ograniczenia, czyli do zmniejszenia liczby kryteriów, a w skrajnym przypadku może doprowadzić do jednego kryterium, a więc do usunięcia niejednoznaczności zadania optymalizacji.

Analiza zadania optymalizacji może doprowadzić do uzasadnienia, rewizji lub precyzyjniejszego sformułowania pewnych zasad konstrukcyjnych, wcześniej ustalonych intuicyjnie przez praktykę.

Literatura cytowana w tekście

1. A s i m o w M.: Wprowadzenie do projektowania w technice. WNT, Warszawa 1967.
2. K i r s c h U.: Multilevel Approach to Optimum Structural Design. Journal of the Structural Division, April 1975, pp. 957 - 973.
3. T a r n o w s k i W., W a c ł a w e k M.: Optymalizacja wielokryterialna w obecności ocen rozmytych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, z. 67, ss. 121 - 134, Gliwice 1983.
4. T a r n o w s k i W.: Struktura procesu projektowania. Przegląd Mechaniczny, nr 1-7, ss.5 - 9, 1982.
5. T a r n o w s k i W.: Polioptymalizacja i optymalizacja hierarchiczna w projektowaniu technicznym - przykład. Materiały XXIV Sympozjum "Modelowanie w Mechanice", ss. 159 - 174, Beskid Śląski 1985.
6. T a r n o w s k i W.: Model procesu wyboru w projektowaniu technicznym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej,

seria Automatyka, z. 72, Gliwice 1984.

7. T a r n o w s k i W.: Kryteria oceny a kryteria optymalizacji w procesie konstrukcyjnym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, z. 36, ss. 19 - 30, Gliwice 1976.
8. T a r n o w s k i W.: Określanie zbioru rozwiązań nieulepszalnych /Pareto/ w procesie optymalizacji w projektowaniu. Materiały IX Sympozjonu Podstaw Konstrukcji Maszyn, ss. 223 - 232, tom 1, Wydawn Inst. Podstaw Konstr. Maszyn Pol. Śląskiej, zeszyt 34/68, Gliwice 1979.
9. T a r n o w s k i W.: Optymalizacja jakości i kosztów w projektowaniu wstępnym. Postępy Cybernetyki, z. 3, ss. 57 - 70, Ossolineum 1983.
10. T a r n o w s k i W.: Metody koncepcowania. Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1986.

ПОЛИОПТИМИЗАЦИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ — ПОПЫТКА ОБЩЕНИЯ

Резюме

В статье охарактеризована задача полиоптимизации в процессе технического проектирования. Показана роль разложения проектного задания а также роль иерархизации заданий в процессе формулирования оптимизационных критериев. Показано, что при начальном проектировании значение полиоптимизации второстепенное и напротив, значение оптимизации многокритериальной первостепенное. Далее показаны некоторые свойства задания полиоптимизации при конструировании. Оговорены те положительные факторы, которые вытекают из-за применения полиоптимизации, а в частности: (1) возможность критической оценки роли отдельных ограничений и проектных требований а также (2) возможность оценки стоимости дискретизации решающих переменных. Подчёркнута также обобщающая роль полиоптимизации: на пример (1) возможность одновременной оптимизации структуры и параметров объекта, (2) формулирование новых и проверка известных эвристических принципов конструирования.

POLYOPTIMIZATION IN ENGINEERING DESIGN -
AN ATTEMPT OF SYNTHESIS

Summary

A characteristic of the polyoptimization problem in the engineering design process is given. It is shown how a decomposition of a design goal and the hierarchical approach to the goal may aid the formulating of optimization criteria. It is argued that in a preliminary design process the polyoptimization is of a secondary importance, while the multiattribute optimization plays a primary role. Then the specific advantages of polyoptimization in detail designing are exhibited, namely:

/1/ the possibility of an assessment of specific requirements and specifications in design, /ii/ the possibility of an estimation of costs of decision variables discretization. It is emphasised the generalization part that the polyoptimization plays, for example: 1/ the simultaneous optimization of a structure and its parameters may be done within one task, 2/ the formulating of new design principles, as well as verification of already known heuristic principles may be done .

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

ZIELNO 86

Mariusz Wacławek, Henryk Wrodarczyk
Instytut Automatyki, Wydział Automatyki, Elektroniki i
Informatyki
Politechnika Śląska

PRÓBA POLIOPTYMALIZACJI SZCZELINY I ŚWIATŁO-
ŚCI POLA ODCZYTOWEGO CZYTNIKA KART TESTOWYCH
W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

W pracy podano rezultaty komputerowych obliczeń zbioru rozwiązań polioptymalnych pola odczytowego czytnika kart testowych przy dwóch kryteriach jakości: prawdopodobieństwie poprawnego odczytu oraz dogodności wkładania karty do szczeliny, dla dwóch zmiennych decyzyjnych: szerokości szczeliny i światłości żarówki - w warunkach niepewności.

1. Cel pracy.

Celem niniejszego opracowania jest prezentacja wyników komputerowych obliczeń polioptymalnych wartości szczeliny i światłości pola odczytowego czytnika kart testowych.

Badano kompromis dwukryterialny pomiędzy prawdopodobieństwem odczytu w warunkach zewnętrznego zakłócenia o charakterze probabilistycznym oraz dogodnością wkładania karty testowej przy preferencjach użytkownika modelowanych zmienną rozmytą.

2. Koncepcja czytnika.

Czytnik kart testowych jest elementem systemu testowego sprawdzania wiadomości studentów z wykorzystaniem komputera.

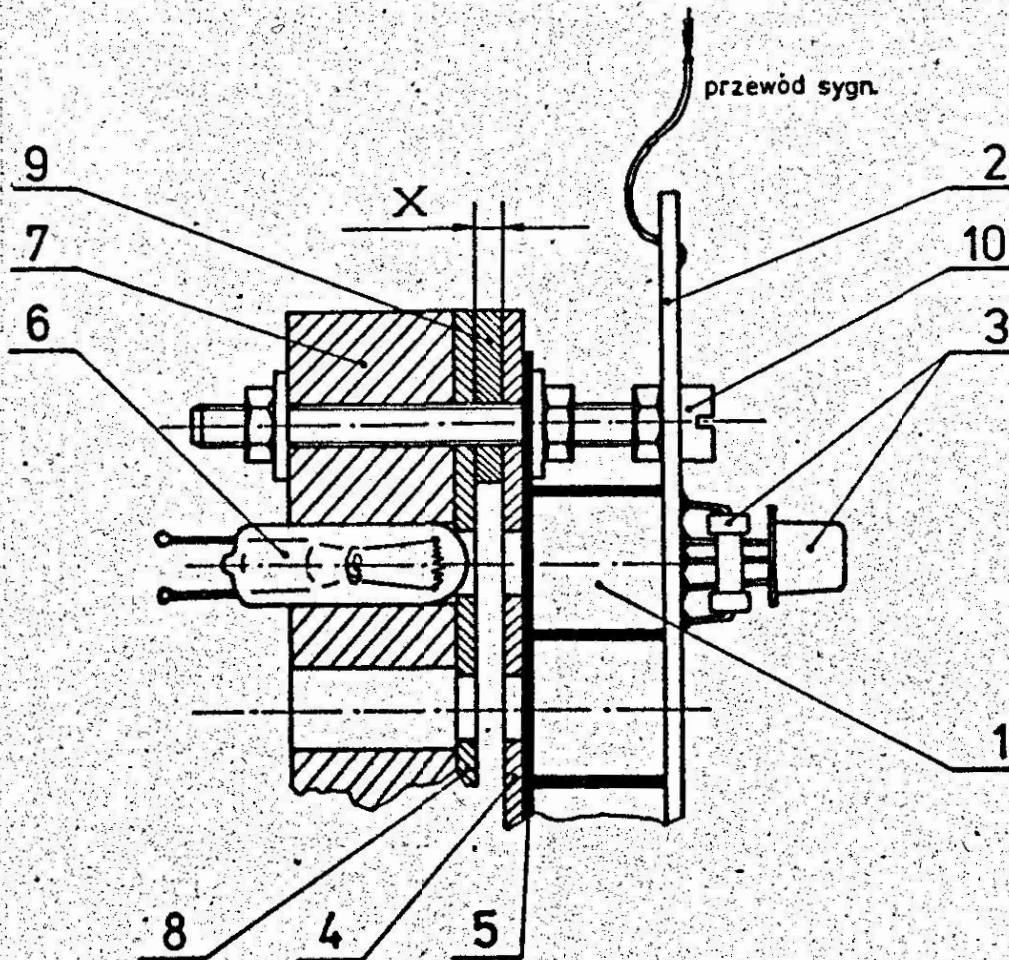
System składa się:

- z wejściowego nośnika informacji, w postaci specjalnie oznakowanej karty testowej,

- specjalizowanego czytnika kart testowych (CKT),
- maszyny cyfrowej z wybranym urządzeniem peryferyjnym do wprowadzenia odczytanej z karty informacji.

Po opracowaniu założeń systemowych pojawił się problem odczytywania informacji (znaków) z kart testowych. Począwszy od roku 1978 w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej zaprojektowano i wykonano trzy prototypy CKT. Ostatnia konstrukcja z roku 1983 umożliwia trzykrotne skrócenie czasu czytania karty obecnie ok. 3 sek., niemniej posiada nadal pewne wady natury ergonomicznej.

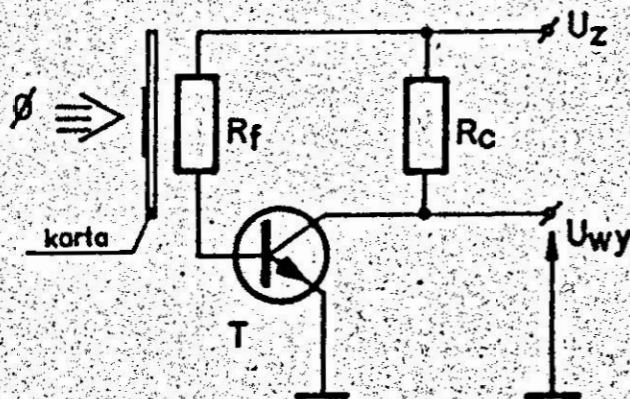
Zasadniczym podzespołem CKT jest matryca z 80-ciu czujników fotoelektrycznych. Zasadę działania i budowę pojedynczego pola odczytowego przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Budowa matrycy fotoelektrycznej.

Czujnikiem fotoelektrycznym jest fotorezystor 1 przylutowany do płytki drukowanej 2. Na płytce zamontowano także pozostałe elementy obwodu elektronicznego 3 (tranzystor T i rezystor R_c). Od strony powierzchni światłoczułej fotorezystor jest przesłonięty maskownicą 4 z uszczelnieniem 5. Żarówka 6 zamontowano na wcisk w płycie nośnej 7 i przysłonięto maskownicą 8. Szczelinę x umożliwiającą wsunięcie karty zapewnia wymienna wkładka dystansowa 9. Całość jest skręcona za pomocą siedmiu śrub 10 rozmieszczonych po obwodzie płyty nośnej 7. [1]

Schemat ideowy pojedynczego pola odczytowego przedstawia rys.2.



Rys.2. Schemat pojedynczego pola odczytowego.

Zależność napięcia wyjściowego U_{wy} od wartości fotorezystora R_f jest dana zależnością:

$$U_{wy} = \begin{cases} U_{CE_{sat}} & R_f < 50 \text{ [k}\Omega\text{]} \\ U_z - \beta \cdot \frac{R_c}{R_f} (U_z - U_{BE}) & 50 \leq R_f \leq 600 \text{ [k}\Omega\text{]} \quad (1) \\ U_z & R_f > 600 \text{ [k}\Omega\text{]} \end{cases}$$

gdzie: U_Z - napięcie zasilania czujnika
 U_{BE} - napięcie baza - emiter tranzystora 0,6 [V]
 $U_{CE sat}$ - napięcie nasycenia tranzystora

3. Model matematyczny.

Przyjęto dwie zmienne decyzyjne: szerokość szczeliny pomiędzy żarówką a fotoelementem x oraz światłość żarówki I .

Decyzja co do światłości żarówki jest konsekwencją decyzji co do jej typu i wartości napięcia zasilającego.

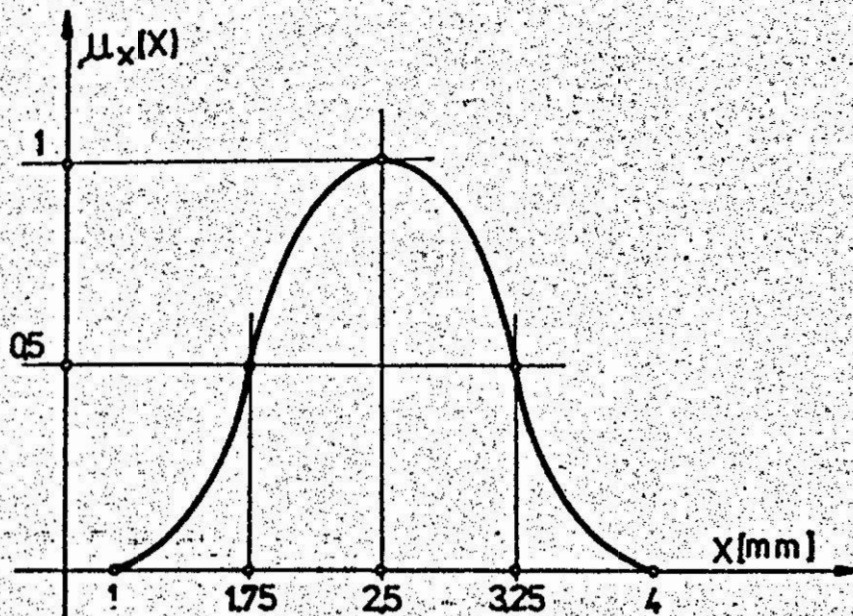
Rozpatrywano dwa następujące kryteria:

k_1 - prawdopodobieństwo P poprawnego odczytu stanu karty (zdarzenie C), rozumiane jako iloczyn prawdopodobieństwa otrzymania na wyjściu układu elektronicznego pewnego "0" przy karcie nie zaczernionej (zdarzenie A) i prawdopodobieństwo otrzymania na tym wyjściu pewnej "1" przy karcie zaczernionej (zdarzenie B) czyli
 $P(C) = P(A) \cdot P(B)$

k_2 - dogodność wkładania karty do szczeliny, zdefiniowana jako funkcja przynależności $\mu_{\bar{X}}(x)$ zbioru rozmytego \bar{X} określonego w przestrzeni \bar{X} wartości szczeliny [3]. Przyjęto $\bar{\Pi}$ -funkcję o przebiegu jak na rys.3, wartościami kryterium są jej odpowiednie rzędne.

Kryteria k_1 i k_2 podlegają maksymalizacji. Model matematyczny rozumiany jako zależność pomiędzy wartościami kryteriów a zmiennymi decyzyjnymi jest w swojej części dotyczącej kryterium k_2 określony przebiegiem $\bar{\Pi}$ -funkcji z rys.3. Poniżej rozpatrywano zależność wartości k_1 od zmiennych decyzyjnych x i I .

Jak wynika z zależności (1), aby na wyjściu układu elektronicznego z rys.2 uzyskać pewne "1" (tzn. w sensie standardu TTL $U_{wy} \geq 2,8$ [V]) wartość fotorezystora R_f musi być nie mniejsza niż $R_g = 127,27$ [k Ω]. Podobnie dla pewnego "0" ($U_{wy} \leq 0,8$ [V]), wartość fotorezystora R_f nie może przekraczać $R_d = 66,67$ [k Ω].



Rys.3. Przebieg $\bar{\mu}$ -funkcji.

Aproksymując zależność wartości fotorezystora R_f od oświetlenia jego powierzchni funkcją:

$$R_f = R_0 \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right) \quad (2)$$

gdzie: R_f , E - wartość fotorezystora i oświetlenie jego powierzchni

R_0 - oporność ciemna, równa ok. 10 [MΩ]

E_0 - stała, równa 1000/ln(200000)

otrzymujemy następujące warunki na oświetlenie odpowiadające progowym wartościom R_g i R_d :

$$\begin{aligned} R_f \geq R_g &\Rightarrow E \leq E_d = E_0 \ln \frac{R_0}{R_g} \\ R_f \leq R_d &\Rightarrow E \geq E_g = E_0 \ln \frac{R_0}{R_d} \end{aligned} \quad (3)$$

Zauważmy, że:

$$E = k \cdot E_x \quad (4)$$

gdzie: E - bieżące średnie oświetlenie fotorezystora,

E_x - oświetlenie średnie fotorezystora przy braku karty w szczelinie, zależne od wartości szczeliny x , światłości żarówki I i średnicy pola odczytowego,

k - transmisja optyczna, współczynnik przepuszczalności karty $k \in [0,1]$.

wartość E_x została obliczona przy założeniu punktowego charakteru źródła światła i dana jest zależnością:

$$E_x = \frac{I}{x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{D^2}{4}}} \quad (5)$$

gdzie: I - światłość żarówki,

x - wielkość szczeliny,

D - średnica fotorezystora.

Na podstawie (3), (4) i (5) otrzymujemy warunki na graniczne wartości transmisji papieru odpowiadające pewnemu "0" i pewnej "1" na wyjściu czytnika:

pewne "0"

$$k \geq k_g = \frac{E_x}{E_g} = \frac{I}{E_0 \cdot \ln \frac{R_0}{R_d} \cdot x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{D^2}{4}}} \quad (6)$$

pewne "1"

$$k \leq k_d = \frac{E_x}{E_d} - \frac{I}{E_0 \cdot \ln \frac{R_c}{R_g} x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{p^2}{4}}} \quad (7)$$

Ze względu na fakt, że potencjalni użytkownicy czytnika indywidualnie dobierają papier na karty testowe oraz w różny sposób je zaczerniają, przyjęto, że transmisja k papieru nie zaczernionego jak i zaczernionego są zmiennymi losowymi o rozkładzie beta [2], oraz, że obie te zmienne są niezależne. W związku z tym warunki (6) i (7) mogą być spełnione z określonym prawdopodobieństwem, zaś iloczyn tych prawdopodobieństw tzn. prawdopodobieństwo koniunkcji zdarzeń niezależnych stanowi kryterium k_1 , jako prawdopodobieństwo poprawnego odczytu poprawnego rozróżnienia stanu zaczernienia i niezaczernienia karty.

Mamy więc:

$$k_1 = P(C) = P(A) \cdot P(B) = P(k \geq k_g) \cdot P(k \leq k_d) = (1 - F_1(k_g)) \cdot F_2(k_d) \quad (8)$$

gdzie: $P(*)$ - prawdopodobieństwa odpowiednich zdarzeń,

$F_1(*)$ - dystrybuanta rozkładu beta transmisji papieru nie zaczernionego,

$F_2(*)$ - dystrybuanta rozkładu beta transmisji papieru zaczernionego.

Korzystając z definicji dystrybuanty $F(k)$ rozkładu beta transmisji papieru k określonej na przedziale $[0, 1]$ postaci:

$$F(k) = \frac{\int_0^k t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt}{\int_0^1 t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt} \quad (9)$$

otrzymujemy po zapisaniu wielomianów podcałkowych wg. wzoru Newtona i wykonaniu całkowania następującą zależność na $F(k)$

$$F(x) = \frac{\sum_{i=0}^{q-1} \binom{q-1}{i} (-1)^{q-i-1} \frac{k^{p+q-i-1}}{p+q-i-1}}{\sum_{i=0}^{q-1} \binom{q-1}{i} \frac{(-1)^{q-i-1}}{p+q-i-1}} \quad (10)$$

gdzie: p, q - liczby naturalne będące parametrami rozkładu. Wartość oczekiwana tego rozkładu dana jest zależnością:

$$m = \frac{p}{p+q} \quad (11)$$

Zauważmy w związku z tym, że naturalnym jest przyjęcie

$$p_1 > q_1 \quad \text{i} \quad p_2 < q_2 \quad (12)$$

gdzie: p_1, q_1 - parametry rozkładu dla papieru czystego,

p_2, q_2 - parametry rozkładu dla papieru zaczernionego,

podstawiając w zależności (10) za p i q p_1, q_1 oraz za $k - k_g$ z zależności (6) otrzymujemy wartość $F_1(k_g)$, zaś p_2, q_2 oraz k_d z zależności (7) - wartość $F_2(k_d)$.

Tak więc równania (6), (7) i (10) podstawione do (8) dają poszukiwane równanie modelu wiążące wartości k_1 z I i x .

4. Zadanie polioptymalizacji (ZP).

ZP polega na znalezieniu zbioru decyzji i rozwiązań optymalnych w sensie Pareto dla kryteriów:

$$k_1 = k_1(x, I)$$

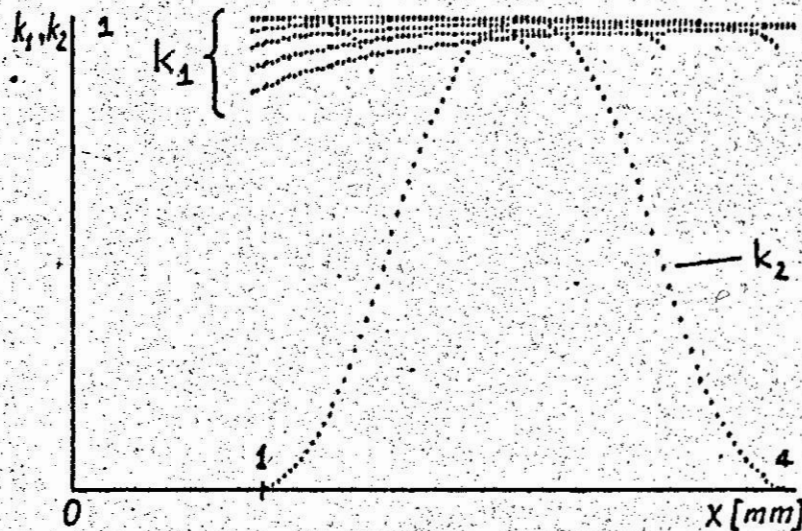
$$k_2 = k_2(x)$$

przy ograniczeniach $0,001 \leq x \leq 0,004$ i $I > 0$

$$x, I \in \{(x, I) : k_1(x, I) > 0\}$$

5. Rozwiązanie ZP.

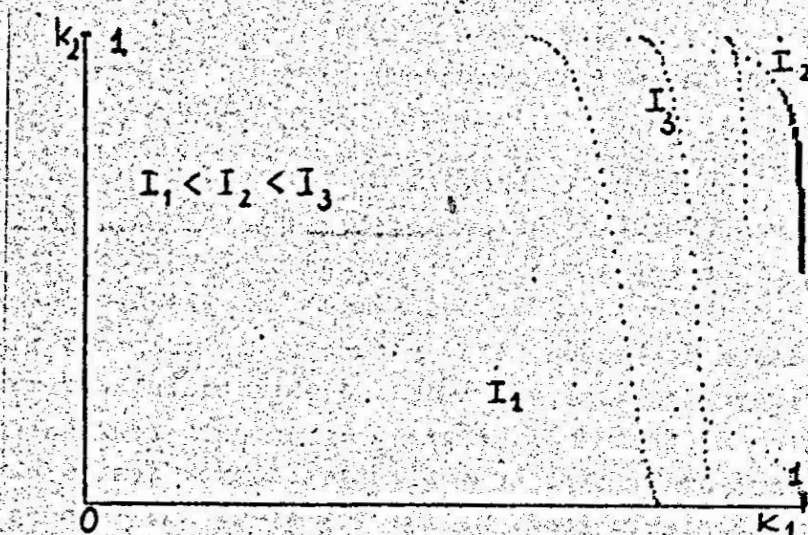
Na rys.4. przedstawiono przebiegi kryterium $k_1(x)$ dla kilku wybranych wartości światłości I oraz $k_2(x)$. Rys.5. przedstawia zbiór krzywych na płaszczyźnie celów, będących zbiorami Pareto dla ustalonych wartości zmiennej decyzyjnej I .



Rys.4. Przebieg $k_1(x, I_1, \dots, I_5)$ i $k_2(x)$

Jak widać rozwiązanie wyżej sformułowanego ZP leży na prawostronnej obwiedni wykresu z rys.5. Zostało ono pogrubione. Do obwiedni należą krzywe odpowiadające światłościom rzędu od 3 do 7 [mcd]. Rozwiązania odpowiadające światłościom większym lub mniejszym leżą już na lewo od obwiedni. Stąd wniosek, że gdyby zmodyfikować dolne ograniczenie na I tak by $I \geq I_0$, gdzie $I_0 \approx 7$ [mcd]

zbiór Pareto leży na krzywej odpowiadającej $I = I_0$.
 Rysunki 4 i 5 były wykreślone dla parametrów rozkładu beta: $q_1 = p_2 = 1$, $q_2 = p_1 = 15$. Tabela 1 podaje rozwiązania ZP dla dwóch zestawów parametrów rozkładu.



Rys.5. Graficzne przedstawienie zbioru Pareto.

Przyjęto krok dyskretyzacji światłości 1 [mcd] i szczeliny $0,03 \text{ [mm]}$. Wszystkie obliczenia dokonano na mikrokomputerze ZX "SPECTRUM" w oparciu o program w języku BASIC.

T a b l i c a 1

Rozwiązania ZP

I [mcd]	x [mm]	k_1, k_2	p, q
3	1-1,06	$k_1 \in \langle 0,9997287;$ $0,99573528 \rangle$	$p_1 = q_2 = 15$
4	1,36-1,6		
5	1,75-2,05	$k_2 \in \langle 0 ; 0,9968 \rangle$	$q_1 = p_2 = 1$
6	2,34-2,44		

I [rod]	x [mm]	k_1, k_2	P, q
4	1,33-1,54	$k_1 \in \langle 0,5080552;$ $0,48249239 \rangle$	$p_1=q_2=2$
5	1,75-2,02		
6	2,17-2,47	$k_2 \in \langle 0,0968 ; 1 \rangle$	$p_2=q_1=1$
7	2,5		

6. Uwagi końcowe.

Przedstawiony w pracy sposób wyznaczania zbioru rozwiązań polioptymalnych, bazujący na programie napisanym w języku BASIC umożliwia rozwiązanie zaprezentowanego problemu dla dowolnego przedziału wartości światłości, po podaniu czterech parametrów dwóch rozkładów beta. Parametry te można uzyskać poprzez aproksymację tymi rozkładami doświadczalnie otrzymanych danych co do transmisji papieru czystego i zaczernionego używanego przez studentów. Zebranie tych danych jest w pełni realne po uruchomieniu systemu. Autorzy widzą konieczność rozbudowania problemu poprzez badanie kompromisu więcej niż dwóch kryteriów /np. wprowadzając jako dodatkowe kryterium zużycie energii/.

Literatura cytowana w tekście

- [1] Wrodarczyk H.:Praca dyplomowa nt.:"Zaprojektować i uruchomić urządzenie do czytania kart testowych będących elementem systemu testowego sprawdzania wiadomości studentów, wykorzystując i modyfikując konstrukcyjnie istniejący w Instytucie czytnik kart testowych", Politechnika Śląska, Gliwice 1982.
- [2] Fisz.M.:Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, Warszawa 1969.
- [3] Zadeh L.A., King-Sun-Fu, Tanaka E., Shimura M.: Fuzzy sats and Decision processes, Academic Press, Inc. New York, San Francisco, London 1975
- [4] Katalog "Przynzady półprzewodnikowe" t.IV."Elementy optoelektroniczne, halotrony i termistory" Wyd. Przemysłu Maszynowego "Wema", Warszawa 1977.

ПОПЫТКА ПОЛИОПТИМИЗАЦИИ ЦЕЛИ И ОСВЕЩЁННОСТИ
ОТСЧЁТНОГО ПОЛЯ ЧИТАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА ТЕСТОВЫХ
БЛАНКОВ В УСЛОВИЯХ НЕУВЕРЕННОСТИ

Резюме

В статье даны результаты компьютерных расчётов множества полиоптимальных решений отсчётного поля устройства читающего тестовые бланки с учётом двух критериев качества: вероятности исправного отсчёта и удобства вкладывания бланка в щель. Расчёты проведены для двух переменных решающих: ширины щели и освещённости лампочки в условиях неопределённости.

POLYOPTIMIZATION OF THE SLOT WIDTH AND LIGHT
INTENSIVENESS OF A READING AREA OF THE TEST CARD READING
DEVICE, WITH UNCERTAINTY APPROACH

Summary

There were adapted two criteria: the probability of the proper reading out and the convenience of inserting the card into the slot, as well as two decision variables: the width of the slot and the candle power of the light source, under uncertainty. The set of the polyoptimal solutions has been calculated and depicted by a computer.

POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU

Mielno '86

Jerzy CABANŃSKI
Michał STYP-REKOWSKI
Wydział Mechaniczny
Akademia Techniczno-Rolnicza
Bydgoszcz

OPTYMALIZACJA NIEJEDNORODNEJ PŁYTY PROSTOKĄTNEJ

K O M U N I K A T

W pracy przedstawiono sposób optymalizacji niejednorodnej płyty prostokątnej. Optymalizację przeprowadzono wykorzystując opracowaną metodę modelowania płyty. Jako główne kryteria optymalizacji przyjęto ugięcie płyty oraz jej objętość.

1. Wprowadzenie

Optymalizacja jest pojęciem bardzo często stosowanym do wszystkich elementów procesu zaspokajania potrzeb, w którym wyróżnia się [3] :

- projektowanie /pr/,
- konstruowanie /ks/,
- wytwarzanie /wt/,
- eksploatację /ep/.

Przyjęcie takiego modelu procesu zaspokajania potrzeb determinuje podział działań w procesie optymalizacji na działania na utworach /pr, ks/ i działania na wytworach /wt, ep/.

Opierając się na definicji optymalizacji: "Optymalizacja działania, rzeczy lub cech rzeczy to wybór elementu ze zbioru możliwości, odpowiednio do przyjętych kryteriów" [3] stwierdzić można, że warunkiem niezbędnym procesu optymalizacji jest przyjęcie jednego lub kilku kryteriów umożliwiających wybór. W zależności od liczby kryteriów mamy do czynienia z optymalizacją jedno- lub wielokryterialną zwaną również polioptymalizacją. W literaturze można spotkać szereg pozycji proponujących kryteria lub grupy kryteriów optymalizacji np. [3, 4] .

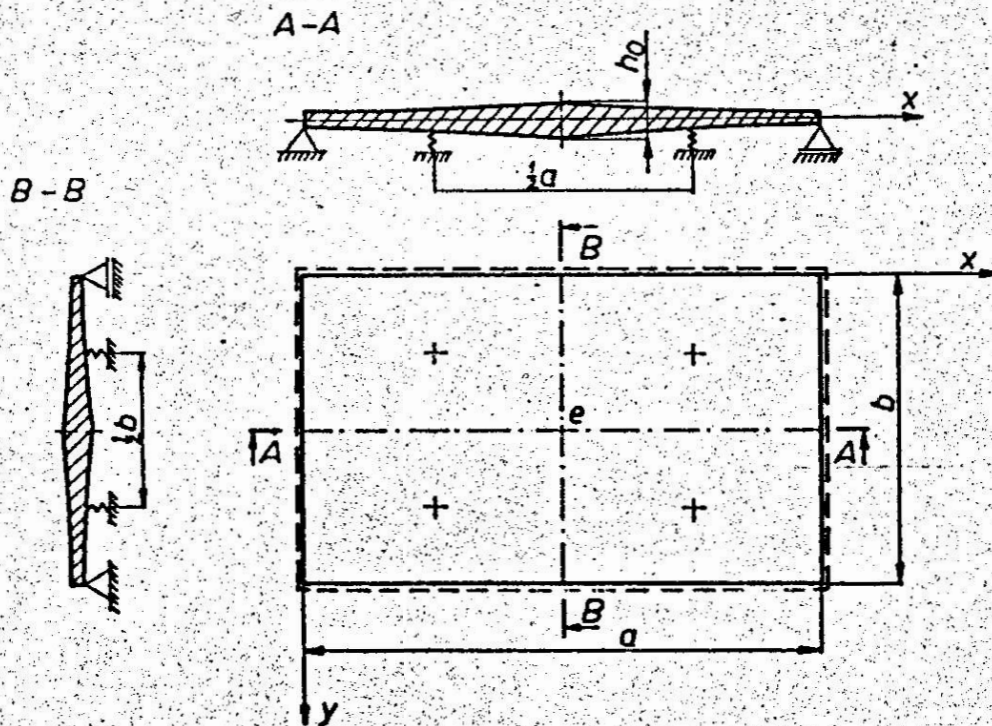
Optymalizując należy dążyć do tego, aby wyboru dokonywać za pomocą możliwie szerokiego układu kryteriów, w maksymalnym stopniu

eliminując elementy wyboru decyzyjnego i losowego.

W niniejszej pracy przedstawiono przykład optymalizacji cech konstrukcyjnych niejednorodnej płyty prostokątnej wykorzystując opracowaną metodę jej modelowania. Optymalizacji dokonano w oparciu o matematyczny algorytm przedstawiony w [2].

2. Optymalizowany obiekt

Optymalizacji poddano wybrane cechy konstrukcyjne niejednorodnej stalowej płyty prostokątnej, swobodnie podpartej na obwodzie oraz na czterech podporach liniowo sprężystych, których rozmieszczenie przedstawiono na rys. 1. Płyta obciążona jest siłą harmonicznie zmienną przyłożoną w środku płyty /punkt e/. Ze względu



Rys. 1.

na fakt, że do optymalizacji wykorzystano metodę modelowania płyty, spełniać musi ona przyjęte w modelowaniu kryteria podobieństwa [1].

Kryterialna funkcja sztywności płyty R określona jest wzorem:

$$(1) \quad R = e^{-\alpha \left| x - \frac{a}{2} \right| - \beta \left| y - \frac{b}{2} \right|}$$

przy czym

$$(2) \quad \alpha = \frac{1}{a} \ln |sc|, \quad \beta = \frac{1}{b} \ln \left| \frac{c}{s} \right|,$$

gdzie: s - kryterialna liczba podobieństwa geometrycznego,
c - stosunek sztywności w środku płyty do sztywności
w narożu /przyjęto c = 10/.

Długość płyty a = 1000 mm, szerokość jej wynika z przyjętego kryterium podobieństwa geometrycznego

$$(3) \quad s = \frac{b}{a} = 0,6$$

3. Kryteria optymalizacji

W prezentowanej pracy jako główne kryteria optymalizacji przyjęto:

- objętość płyty

$$(4) \quad V = V_{\min}$$

- ugięcie płyty w jej środku

$$(5) \quad w \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) = w_{\min}$$

Objętość płyty określona jest zależnością:

$$(6) \quad V = h_0 \int_0^a \int_0^b H(x, y) dx dy$$

gdzie: h_0 - brzegowa grubość płyty,

$H(x, y)$ - kryterialna funkcja podobieństwa grubości płyty.

Przybliżoną wartość ugięcia płyty w jej środku określa się ze wzoru:

$$(7) \quad w \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) = W \frac{\lambda S_{11}}{\lambda \sqrt{F_{1111}} + 1 - A_{1111}}$$

gdzie: W - współczynnik odwzorowania amplitudy ugięcia płyty

$$(8) \quad \lambda = \frac{a^2 b^2 s^2 q_0}{\pi^4 D_0},$$

λ - liczba kryterialna podobieństwa mechanicznego

$$(9) \quad = \frac{1}{Z \omega^2},$$

Z - wymiarowy parametr konstrukcyjny

$$(10) \quad Z = \frac{a^2 b^2 s^2 \mu_0}{\pi^4 D_0},$$

ν - bezwymiarowy parametr konstrukcyjny

$$(11) \quad \nu = \frac{a^2 b^2 s^2 \kappa_0}{\pi^4 D_0},$$

q_0 - brzegowa amplituda obciążenia rozłożonego płyty,

D_0 - brzegowa sztywność zginania płyty,

ω - częstość siły wymuszającej,

μ_0 - brzegowa masa przypadająca na jednostkę powierzchni środkowej płyty,

κ_0 - brzegowa sztywność więzów sprężystych

$$(12) \quad \kappa_0 = \frac{\kappa}{a b},$$

κ - sztywność podpór sprężystych.

Jako kryterium ograniczające w prezentowanej pracy przyjęto warunek:

$$(13) \quad \omega \ll \omega_{\text{dop}}$$

przy czym

$$(14) \quad \omega_{\text{dop}} = 0,5 \omega_{11}$$

gdzie: ω_{dop} - dopuszczalna częstość siły wymuszającej,

ω_{11} - podstawowa częstość własna.

Należy zaznaczyć, że rozpatrywane jest zjawisko drgań wymuszonych harmonicznymi o częstości siły wymuszającej poniżej pierwszej częstości rezonansowej.

Jako kryteria ograniczające przyjęto również graniczne wartości grubości brzegowej płyty h_0 oraz graniczną maksymalną wartość sztywności podpór \mathcal{K} . Dla płyt średniej grubości przyjmuje się

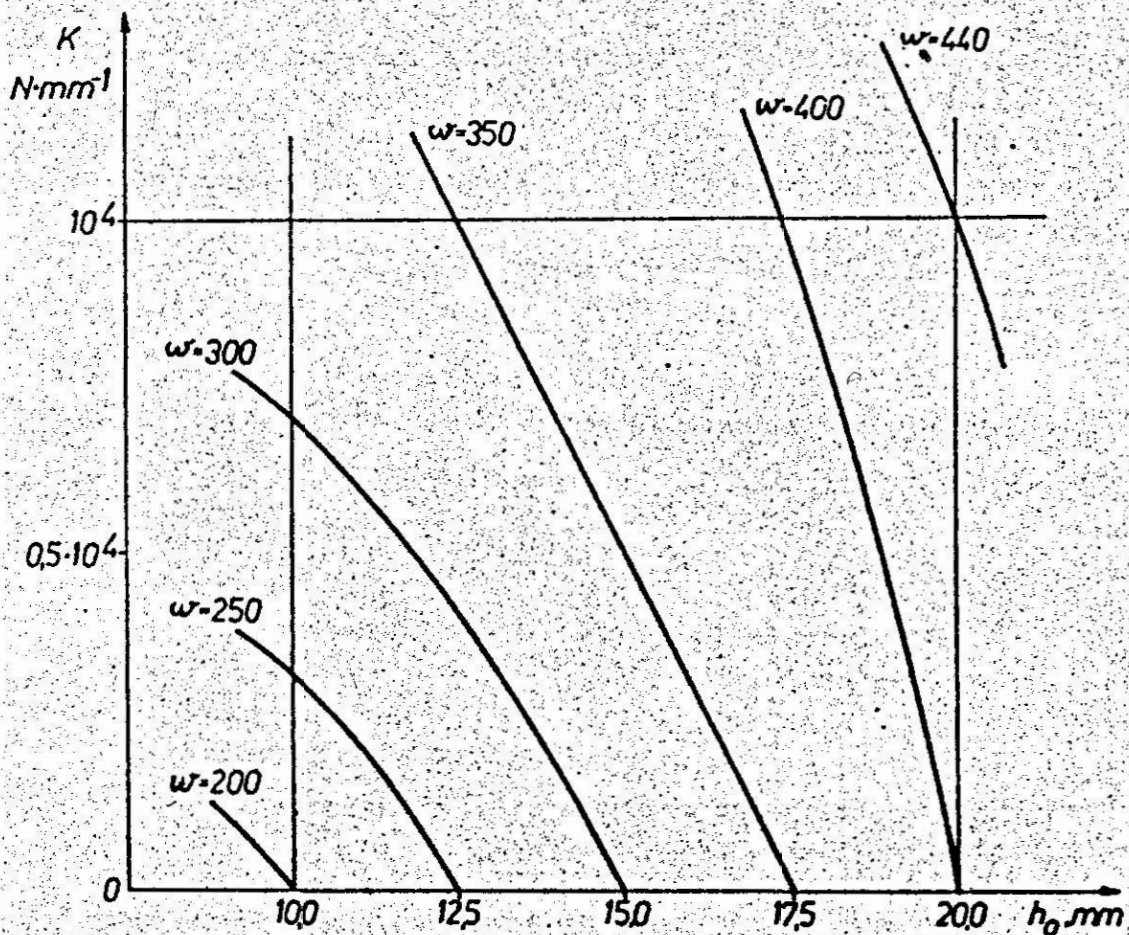
$$(15) \quad h_0 = (0,01 + 0,02)a .$$

Celem uzyskania małego lokalnego gradientu ugięcia płyty przyjęto $\mathcal{K} = 10^4 \text{ N/mm}$.

4. Wyniki optymalizacji

Dla przyjętych w modelowaniu kryteriów podobieństwa i stałych materiałowych płyty oraz przy uwzględnieniu (1) określono wartości:

$$S_{11} = 4,9 \quad , \quad F_{1111} = 1,5 \quad , \quad A_{1111} = 1,1 .$$

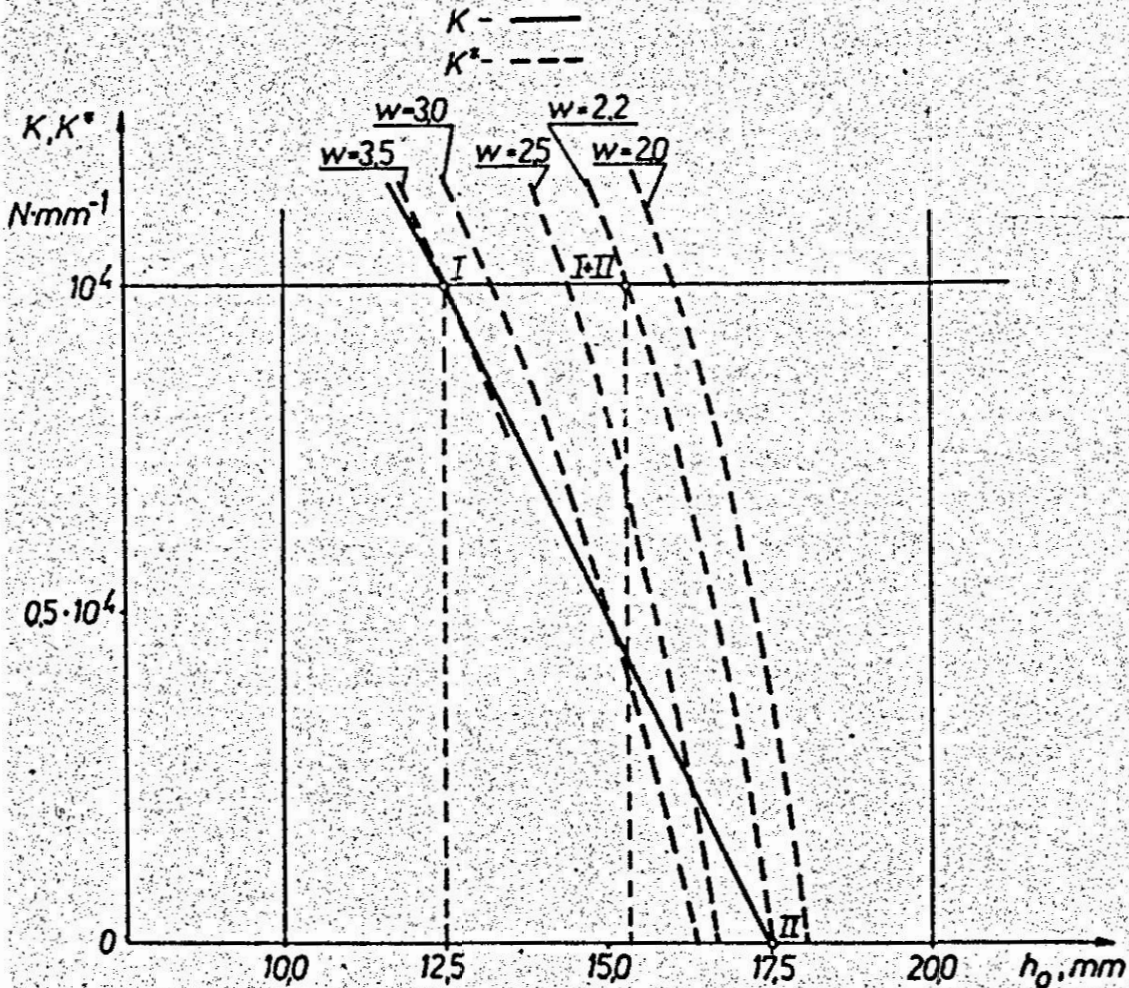


Rys. 2.

W oparciu o zależności (6 + 12) przeprowadzono obliczenia.
Z warunku wartości własnych

$$(16) \quad \lambda (\sqrt{F_{1111}} + 1) - A_{1111} = 0$$

przy zachowaniu warunku (14) określono zależność sztywności podpór liniowo sprężystych od grubości brzegowej płyty. Graficzny zapis tej zależności przedstawiono na rys. 2. Krzywe na wykresie stanowią rodzinę dla zbioru dopuszczalnych częstości siły wymuszającej.



Rys. 3.

Każdej krzywej z rodziny pierwszej przyporządkowana jest rodzina krzywych wyznaczona z zależności (7). Na rys. 3 przedstawiono przykładowe krzywe z rodziny drugiej przyporządkowane jednej z krzywych rodziny pierwszej dla $\omega = 350 \text{ s}^{-1}$.

Ze względu na kryterium minimalnej objętości optymalną wartością grubości brzegowej jest punkt przecięcia się krzywych dla $X = 10^4$ (I). Ze względu na kryterium drugie optymalną wartością h_0 określa punkt przecięcia krzywych rodziny pierwszej i drugiej dla $X = 0$ (II) /dla nie ujemnych wartości X /.

Uwzględniając obydwa kryteria główne oraz kryteria ograniczające optymalną wartość grubości brzegowej płyty wyznacza punkt (I+II).

5. Podsumowanie

W prezentowanej pracy przedstawiono metodę i przykład optymalizacji grubości brzegowej płyty h_0 . Przedstawiony algorytm zastosować można również do optymalizacji innych cech konstrukcyjnych płyt.

Literatura

- [1] Cabański J.: Modelowanie prostokątnej płyty niejednorodnej ze względu na funkcyjne amplitudy ugięcia poprzecznych drgań wymuszonych płyty. Materiały XXV sympozjonu "Modelowanie w mechanice". Gliwice - Kudowa 1986.
- [2] Cabański J., Styp-Rekowski M.: Możliwości wykorzystania metody modelowania niejednorodnej płyty prostokątnej do optymalizacji niektórych jej cech konstrukcyjnych. Materiały XXV sympozjonu "Modelowanie w mechanice". Gliwice - Kudowa 1986.
- [3] Dietrych J.: System i konstrukcja. WNT, Warszawa 1985.
- [4] Jendo S., Marks W.: Formułowanie zagadnień wielokryterialnej optymalizacji konstrukcji. Materiały XXV sympozjonu "Modelowanie w mechanice". Gliwice - Kudowa 1986.

OPTIMIZATION OF HETEROGENEOUS RECTANGULAR PLATE

Summary

In this paper way of heterogeneous rectangular plate optimization is described. Optimization is made by method of plate modelling. As main optimization criterions are used: plate deflection amplitude and plate volume.

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛИТЫ

Резюме

В статье представлено метод оптимизации неоднородной прямоугольной плиты. Оптимизацию проведено используя разработанный метод моделирования плиты. Как главные критерия оптимизации принято изгиб и объем плиты.

V KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO 86

Stanisław Kulas
Instytut Wysokich Napięć
Politechnika Warszawska

WYBOR WARIANTU KONSTRUKCJI
ŁACZNIKA ELEKTRYCZNEGO
K O M U N I K A T

W pracy przedstawiono sposób wyboru najlepszego wariantu konstrukcji łącznika elektrycznego przy pomocy metody wymuszonych decyzji. Metoda ta umożliwia wartościowanie kryteriów oceny konstrukcji oraz pomysłów realizacji problemów cząstkowych danej konstrukcji.

1. Wstęp

Proces projektowania łączników elektroenergetycznych jest procesem złożonym, obejmującym wymagania z różnych dziedzin techniki. Projektowane konstrukcje łączników należy analizować zarówno pod kątem kryteriów ilościowych jak i jakościowych. Powstałe tak warianty rozwiązań danej konstrukcji są wynikiem działań twórczych zespołu projektowego oraz wspomagających te działania metod heurystycznych.

W niniejsze pracy przedstawiono przykład wykorzystania metody wymuszonych decyzji [1] do oceny i wyboru najlepszego wariantu konstrukcji łącznika elektrycznego.

2. Przebieg wyboru wariantu konstrukcji łącznika elektrycznego

Metoda wymuszonych decyzji jest jedną z wielu metod wykorzystywanych do podejmowania decyzji w procesie projektowania [3]. Jest to metoda punktowa, która może służyć do wartościowania przyjętych kryteriów oceny konstrukcji oraz wartościowania pomysłów realizacji problemów cząstkowych /zadań składowych/ tej konstrukcji. W wyniku takiego postępowania istnieje możliwość wyboru /mniej subiektywnego/ wariantu konstrukcji łącznika elektrycznego.

W metodzie tej do ustalania wskaźników wagi zarówno

kryteriów oceny jak i pomysłów przyjmuje się skalę liczbowa. W przyjętej tu skali od 1 do 10 punktów porównuje się kolejno 2 różne kryteria lub pomysły między sobą, przy czym suma dwóch porównywanych wielkości musi równać się 10.

W tablicach 1 i 2 przedstawiono ogólne zasady wyznaczania wskaźników wagi, tj. kryteriów oceny przyjętych uprzednio w założeniach projektowych dla toru prądowego odłącznika oraz pomysłów realizacji problemów cząstkowych tej konstrukcji.

T a b l i c a 1

Kryteria oceny		Decyzja D_T					$W_{ki} = \frac{\sum L_k}{10 D_T}$
		1	2	3	...	n	
1	Koszt wykonania	x	x				$W_{k1} =$
2	Niezawodność	x		x			$W_{k2} =$
3	Ciężar		x	x			$W_{k3} =$

Uwaga: $\sum L_k$ - algebraiczna suma punktów w wierszu

$$D_T = \frac{n(n-1)}{2} - \text{liczba decyzji}$$

W tablicach 3, 4, 5 podane są przykłady wyznaczania wskaźników wagi kryteriów oceny i pomysłów realizacji dwóch problemów cząstkowych toru prądowego odłącznika. Przy ocenie punktowej porównywanych kryteriów lub pomysłów udział powinien brać cały zespół projektowy. Wypadkowa punktacja porównywanych wielkości, które są wstawiane do odpowiednich rubryk tablic pt. "Decyzje" powinna być wynikiem analizy statystycznej. Jak wynika natomiast z tablic 4 i 5, wskaźniki wagi pomysłów W_{pi} są oceniane na tle poszczególnych kryteriów. Wskaźnik wagi całkowity W_j danego pomysłu jest sumą wskaźników wagi W_{pi} określonych dla wszystkich przyjętych kryteriów oceny.

T a b l i c a 2

Kryteria oceny	Pomysły realizacji problemu cząstkowego np. styczności styków	Decyzja D_r			Wskaźnik wagi pomysłu W_{pi}
		1	2	3	
Koszt wykonania W_{k1}	styk punktowy	X	X		$W_{p1} = \frac{\sum L_p \cdot W_{k1}}{10 D_r}$
	styk liniowy	X		X	
	styk powierzchniowy		X	X	
Niezawodność W_{k2}	styk punktowy	X	X		$W_{p2} = \frac{\sum L_p \cdot W_{k2}}{10 D_r}$
	styk liniowy	X		X	
	styk powierzchniowy		X	X	

Wskaźnik wagi całkowity W_j danego pomysłu może być z kolei wpisany jako element do tablicy morfologicznej [2]. Dla rozpatrywanego w referacie przykładu, w którym rozpatruje się w konstrukcji odłącznika tylko dwa problemy cząstkowe, tablica ta ma postać tablicy 6.

T a b l i c a 3

Kryteria oceny	Decyzje D_r			Wskaźnik wagi kryteriów W_{ki}
	1	2	3	
1 Koszt wykonania	4	7		$W_{k1} = 0,366$
2 Niezawodność	6		8	$W_{k2} = 0,466$
3 Ciężar		3	2	$W_{k3} = 0,166$

W tablicy 6 można wyróżnić 6 wariantów rozwiązania toru prądowego odłącznika, a mianowicie: $A_1 B_1$, $A_1 B_2$, $A_2 B_1$, $A_2 B_2$, $A_3 B_1$, $A_3 B_2$.

Najlepszym rozwiązaniem jest konstrukcja utworzona z pomysłów $A_2 B_2 = 0,228$ punktów, a następną z kolei jest

T a b l i c a 4

Kryteria oceny	Pomysły dotyczące styczności styków		Decyzje D_r			Wskaźnik wagi pomysłu W_{pi}
			1	2	3	
Koszt wykonania $W_{k1} = 0,366$	A_1	punktowy	5	6		0,134
	A_2	liniowy	5		6	0,134
	A_3	powierzchniowy		4	4	0,098
Niezawodność $W_{k2} = 0,466$	A_1	punktowy	1	1		0,031
	A_2	liniowy	9		6	0,233
	A_3	powierzchniowy		9	4	0,201
Ciężar $W_{k3} = 0,166$	A_1	punktowy	3	3		0,033
	A_2	liniowy	7		6	0,072
	A_3	powierzchniowy		7	4	0,061
Wskaźnik wagi całkow. W_j	A_1	punktowy	$W_{A1} = 0,134 + 0,031 + 0,033 = 0,198$			
	A_2	liniowy	$W_{A2} = 0,134 + 0,233 + 0,072 = 0,439$			
	A_3	powierzchniowy	$W_{A3} = 0,098 + 0,201 + 0,061 = 0,359$			

T a b l i c a 5

Kryteria oceny	Pomysły dotyczące ruchu styków		Decyzje D_r	Wskaźnik wagi pomysłu W_{pi}
			1	
Koszt wykonania $W_{k1} = 0,366$	B_1	prostoliniowy	4	0,146
	B_2	obrotowy	6	0,219
Niezawodność $W_{k2} = 0,466$	B_1	prostoliniowy	6	0,279
	B_2	obrotowy	4	0,186
Ciężar $W_{k3} = 0,166$	B_1	prostoliniowy	3	0,049
	B_2	obrotowy	7	0,116
Wskaźnik wagi całkow. W_j	B_1	prostoliniowy	$W_{B1} = 0,146 + 0,279 + 0,049 = 0,474$	
	B_2	obrotowy	$W_{B2} = 0,219 + 0,186 + 0,116 = 0,521$	

Problemy cząstkowe		Wskaźniki wagi całkowite W_j dotyczące pomysłów realizacji problemów cząstkowych		
		1	2	3
Styczność styków	A	$W_{A1} = 0,198$	$W_{A2} = 0,439$	$W_{A3} = 0,359$
Ruch styków	B	$W_{B1} = 0,474$	$W_{B2} = 0,521$	0

konstrukcja $A_2-B_1 = 0,208$ punktów.

3. Podsumowanie

Przedstawione w referacie metody, wymuszonych decyzji i morfologiczna, były wykorzystywane między innymi przy opracowywaniu konstrukcji odłączników wielkopiętrowych i elektrozawórów. Metody te umożliwiają zespołowe rozwiązywanie problemów projektowych. W trakcie projektowania korzystano z minikomputera "Spectrum" do obliczania wskaźników wagi kryteriów, pomysłów oraz do wyznaczenia z tablicy morfologicznej najlepszego wariantu rozwiązania konstrukcji.

4. Literatura

- [1]. Crum L.: Analiza wartości, poszukiwanie optymalnej wartości. PWE, Warszawa, 1973
- [2]. Góralski A.: Zadanie, metoda, rozwiązanie. WNT, Warszawa, 1977
- [3]. Pahl G., Beitz W.: Nauka konstruowania. WNT, Warszawa, 1984

ВЫБОР РЕШЕНИЯ КОНСТРУКЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО АППАРАТА

Резюме

В работе представлено способ выбора решения конструкции электрического аппарата методом вынужденных решений. Этот метод даёт возможность оценки проектного решения при количественных и качественных критериях.

THE WAY OF CHOICE OF THE BEST SOLUTION
OF THE ELECTRICAL SWITCH CONSTRUCTION

Summary

The way of choice of the best solution of the electrical switch construction was presented by means of the method of the forced decision. This method enables criteria evaluation of construction estimates as well as of the inventions of the realization partial solution of the given construction.

Praca została przesłana dnia 18 lutego 1986 r.