

ZESZYTY NAUKOWE

Wydziału

Mechanicznego

Nr 16

**Poliptymalizacja i Komputerowe
Wspomaganie Projektowania
Mielno 91 i 92**

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie
Katedra Projektowania Systemów Technicznych

Materiały IX i X Ogólnopolskiej Konferencji

**Poliptymalizacja i Komputerowe
Wspomaganie Projektowania
Mielno 91 i 92**

Koszalin - Mielno

Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego nr 16

ISSN 0860 - 0325

Materiały do druku zakwalifikowali recenzenci
z Komitetu Naukowego Konferencji

Redaktorzy:

Wojciech TARNOWSKI

Tomasz KICZKOWIAK

Wydano za zgodą Rektora WSInż. w Koszalinie

Wydanie Materiałów dofinansowane przez KBN

Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Koszalinie
75-620 KOSZALIN, ul. Raclawicka 15-17, tel. 427-881

1994, wyd. 1, ark. wyd. 12,97, nakład 100 egz., format B-5
druk: INNOWEX ul. Warszawskiego 35, 75-364 Koszalin

Jerzy BALICKI

POLIOPTYMALIZACJA ROZDZIAŁU PRZEPUSTOWOŚCI I PRZEPIWÓW DANYCH W SIECI KOMPUPEROWEJ *)

1. Wprowadzenie

Praca dotyczy optymalizacji rozdziału przepustowości kanałów, przepływu danych, typów komputerów w procesie projektowania nowej lub modyfikacji już istniejącej sieci komputerowej (w skrócie SK). Powyższy problem należy do istotnych obecnie zagadnień badawczych dotyczących SK [7]. W wyniku tego pojawiło się szereg metod wspomagających wyznaczanie wybranych decyzji projektowych np. [3,5]. Powyższe metody różnią się przyjętymi kryteriami, ograniczeniami oraz zakresem uzyskanego rozwiązania. Przeszkodą w uwzględnieniu nowych ograniczeń oraz w "rozszerzeniu" rozwiązania jest złożoność obliczeniowa problemów. Zagadnienie optymalizacji przydziałów programów w systemie z dwoma komputerami jest już problemem NP-zupełnym, o ile zostanie wprowadzone ograniczenie na pamięć operacyjną [4]. Podobnie zagadnienie przydziału typów kanałów jest również problemem NP-zupełnym [8]. Nie przeszkadza to jednak projektantom SK korzystać z suboptymalnych metod np. [9, 10]. W pracy, do sformułowania odpowiedniego zagadnienia polioptymalizacji wykorzystano zmodyfikowany model sieci z [2], przy czym zastosowano teorie optymalizacji wielokryterialnej z interesującą pracą [1].

Dr Jerzy Balicki
Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Polioptymalizacja i CAD'
Mielno 1991

2. Sformułowanie problemu optymalizacyjnego

Poszukiwane decyzje projektowe reprezentowane są przez poniższe zmienne:

$$x_{vi}^s = \begin{cases} 1 & \text{gdy moduł } s_v \text{ przydzielono do węzła } w_i, \text{ dla } v=1, \overline{V}; i=1, \overline{I} \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases}$$

$$x_{vl}^r = \begin{cases} 1 & \text{gdy dane z } s_v \text{ przesyłane są przez } l\text{-tą parę węzłów} \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases}, \text{ dla } v=1, \overline{V}; l=1, \overline{I};$$

$$x_{ij}^{\Pi} = \begin{cases} 1 & \text{gdy komputer typu } \Pi^j \text{ przydzielono do węzła } w_i \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases}, \text{ dla } i=1, \overline{I}; j=1, \overline{J};$$

$$x_{lk}^e = \begin{cases} 1 & \text{gdy kanał typu } e_k \text{ łączy } l\text{-tą parę węzłów} \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases}, \text{ dla } l=1, \overline{L}; k=1, \overline{K};$$

gdzie

V-liczba modułów programowych (procedur),

I-liczba węzłów,

J-liczba typów komputerów,

K-liczba typów kanałów.

Do oceny rozwiązania przyjęto dwa kryteria. Pierwszym kryterium jest łączny koszt kupna komputerów oraz koszt dzierżawy kanałów w zadanym okresie czasu, który wyznacza się jak niżej:

$$F_1(x) = \left(1 + \frac{\gamma\beta(\beta+1)^\gamma}{\gamma(\beta+1)-1}\right) \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J g_j x_{ij}^{\Pi} + \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K q_k^m x_{lk}^e + T \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K q_k^d x_{lk}^e \quad (1)$$

gdzie

$$x = (x_{11}^s, \dots, x_{VI}^s, x_{11}^r, \dots, x_{V-1, L}^r, x_{11}^{\Pi}, \dots, x_{IJ}^{\Pi}, x_{11}^e, \dots, x_{LK}^e) -$$

szukany wektor decyzji projektowych,

β -stopa dyskonta (zwykle $\beta=0.1$),

T -okres eksploatacji sieci [miesiąc],

$\gamma = [T/12]$,

g_j -koszt zakupu komputera typu Π_j [JM], JM-jednostka monetarna

q_k^m -jednorazowy koszt związany z rozpoczęciem dzierżawy

kanału typu e_k [JM],

q_1 - współczynnik kosztu dzierżawy kanału e_k [JM/miesiąc km],

d_1 - odległość między 1-tą parą węzłów [km].

Wyznaczanie wartości l od wartości numerów węzłów i_1 oraz i_2 można zrealizować za pomocą szybkiej procedury INDEKS lub odpowiedniego wzoru analitycznego [2]. We wzorze (1) zwiększono koszty jednorazowe poprzez wprowadzenie współczynnika większego od jedności, który jest związany ze stopą dyskonta. W ten sposób można zsumować koszty jednorazowe oraz koszty ponoszone cyklicznie [6].

Drugim kryterium jest czas realizacji programów w sieci. Przyjęto, że program można podzielić na sekwencje modułów (procedur, podprogram), które mogą się komunikować poprzez przekazywanie danych w ten sposób, że moduł s_v przesyła dane tylko do modułu s_{v+1} . Jeżeli moduł s_{v+1} nie wymaga danych modułu s_v , to może rozpocząć przetwarzanie bez względu na moment zakończenia wykonania modułu s_v . Jeżeli komputer przetwarza pewien zbiór modułów, to system operacyjny przydziela cyklicznie równe okresy czasu procesora. Dane między modułami przydzielonymi do odległych komputerów przesyłane są zgodnie z ustalonymi trasami dla każdej pary modułów. W kanale dla danych z modułów przydzielone są równe przepustowości. Dla takiego modelu przetwarzania, wartości $F_2(.)$ nie można wyznaczyć analitycznie, ale znany jest algorytm symulacyjny M225₅ [2], który charakteryzuje się złożonością obliczeniową $O(N^5)$, gdzie $N = \max\{V, I, J, K\}$.

Specyfika modelowanej sytuacji decyzyjnej polega na dążeniu do wyznaczania rozwiązań o jak najmniejszym koszcie oraz jak najkrótszym czasie realizacji programów, przy czym nie preferuje się żadnego z kryteriów. W tym przypadku pożądane są rozwiązania dominujące w sensie Pareto [1]. Często jednak zbiór rozwiązań dominujących jest zbiorem pustym, co potwierdziła również praktyka obliczeniowa w rozważanym zagadnieniu. Dlatego wygodniejsze jest sformułowanie zadania poszukiwania rozwiązań niezdominowanych w sensie Pareto w postaci uporządkowanej trójki (X, F, R) , gdzie:

1) X - zbiór rozwiązań dopuszczalnych

$$X = \{x \in B^M \mid x = (x_1, \dots, x_m, \dots, x_M), \\ M = I(2(V+J) + (I-1)(V+K-1))/2,$$

B = {0, 1}, x powinno spełniać następujące ograniczenia

a) ogr. przetwarzania danych

$$\sum_{v=1}^V \sum_{j=1}^J c_v x_{vi}^S x_{ij}^{\Pi} \leq \sum_{j=1}^J d_j x_{ij}^{\Pi} \quad \text{dla } i = \bar{1}, \bar{I},$$

gdzie

$$c_v = (c_{v1}, \dots, c_{vH}, \dots, c_{vH'})$$

$c_{v1}, \dots, c_{vH'}$ - parametry charakteryzujące zapotrzebowania na wybrane zasoby komputerowe dla modułu s_v np. zajętość pamięci operacyjnej, zajętość pamięci zewnętrznych, intensywność przetwarzania modułu oraz intensywność operacji we/wy,

$c_{v,H'+1}, \dots, c_{vH}$ - selektory typów komputerów.

Ze względu na dodatkowe wymagania (często subiektywne) dla danego modułu (żądanie przekroczenia zadanego poziomu niezawodności komputera, możliwość dostępu do oprogramowania standardowego ustalonej klasy, zagwarantowanie dostępu do niezbędnych informacji w bazach danych można wyspecyfikować typy komputerów, które są nieprzydatne dla danego modułu. Dopowyzszego wykorzystano selektory typów komputerów. Selektor $c_{v,H'+j}$ przyjmuje wartość 1, gdy moduł s nie może być wykonany na komputerze typu Π , a w przeciwnym przypadku selektor przyjmuje wartość 0.

Parametry d_1, \dots, d_{jH} c arakteryzują wybrane zasoby komputera typu Π odpowiednio do parametrów wektora c_v . Natomiast $d_{j,H'+1}, \dots, d_{jH}$ oznaczają identyfikatory typów komputerów, które posiadają wartość 0 z wyjątkiem identyfikatora $d_{j,H'+j}$ przyjmującego wartość 1.

b) ograniczenie transmisji danych

$$\sum_{v=1}^{V-1} \sum_{k=1}^K a_v x_{vl}^r x_{lk}^e \leq \sum_{k=1}^K b_k x_{lk}^e \quad \text{dla } l = \bar{1}, \bar{L},$$

gdzie

$a_v = (a_{v1}, a_{v2}, \dots, a_{v, K+1})$ -wektor potrzeb komunikacyjnych modułu s_v ,

a_{v1} -średnia intensywność transmisji danych z modułu s_v do modułu s_{v+1} ,

$a_{v2}, \dots, a_{v, K+1}$ -selektory typów kanałów,

b_{k1} -przepustowość kanału typu e_k ,

$b_{k2}, \dots, b_{k, K+1}$ -identyfikatory typów kanałów.

c) ograniczenie liczby kanałów incydentnych z węzłami

$$\sum_{p=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{lk}^e x_{ij}^{\Pi} \leq \sum_{j=1}^J \gamma_j x_{ij}^{\Pi} \quad \text{dla } i = \bar{1}, \bar{I},$$

gdzie

l odpowiada parze numerów węzłów (p, i) lub (i, p) ,

γ_j -maksymalna liczba kanałów mogących współpracować z komputerem typu Π_j .

d) ograniczenie dopuszczalnych nakładów $F_1(x) \leq K$,

e) ograniczenie maksymalnego czasu realizacji programów $F_2(x) \leq T_{\max}$,

f) ogr. przepływu danych tylko przez istniejące kanały

$$[(x_{vl}^r = 1) \Rightarrow (\sum_{k=1}^K x_{lk}^e = 1)] \quad \text{dla } l = \bar{1}, \bar{L}; v = \bar{1}, \overline{V-1},$$

g) ogr. przydziału co najwyżej jednego komputera do węzła

$$\sum_{j=1}^J x_{ij}^{\Pi} \leq 1 \quad \text{dla } i = \bar{1}, \bar{I},$$

h) ogr. przydziału co najwyżej jednego kanału do pary węzłów

$$\sum_{k=1}^K x_{lk}^e \leq 1 \quad \text{dla } l=\bar{1}, \bar{L},$$

i) ogr. przydziału wszystkich modułów

$$\sum_{i=1}^I x_{vi}^e = 1 \quad \text{dla } v=\bar{1}, \bar{V}.$$

2) F - kryterium jakości

$$F : X \rightarrow R^2$$

$$F(x) = [F_1(x), F_2(x)] \quad \text{dla } x \in X$$

$F_1(x)$ - wartość liczbowa łącznego kosztu zakupu komputerów i dzierżawy kanałów,

$F_2(x)$ - wartość liczbowa czasu wykonania programów w SK

$Y=F(X)$ - przestrzeń kryterialna (zbiór ocen)

3) R - relacja dominowania w Y

$$R = \{(y, z) \in Y \times Y \mid y_1 \leq z_1, y_2 \leq z_2\} \in Y \times Y.$$

Zwykle zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto jest liczny. Zatem można sformułować odpowiednie zagadnienie wyznaczania rozwiązań kompromisowych. Zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest zbiorem rozwiązań o M binarnych współrzędnych. Ograniczeniem może być nierówność, równanie lub implikacje. Przyjmując, że zbiór modułów jest niepusty, rozwiązanie zerowe nie należy do X. Rozwiązanie, którego wszystkie współrzędne są jedynkami, nie jest rozwiązaniem dopuszczalnym (np. moduł można przydzielić tylko do jednego węzła). Dla $V=K=I=5$ oraz $I=5$ rozwiązanie ma 140 współrzędnych binarnych i jest możliwych $1.3 \cdot 10^{42}$ rozwiązań. Natomiast dla pięćdziesięciu węzłów rozwiązanie posiada 11525 współrzędnych, a jest możliwych $8.7 \cdot 10^{3461}$ rozwiązań. Poszukiwane rozwiązanie dostarcza bardzo przydatne informacje. Określa miejsce przetwarzania modułów programowych na rozproszonych geograficznie komputerach, których typ jest również wyznaczony. Rozwiązanie umożliwia proste wyznaczenie struktury topologicznej sieci komunikacyjnej SK. Określa również trasy przepływu danych. Wyznacza koszty budowy oraz roczne nakłady

na eksploatację sieci. Daje wyobrażenie o jakości funkcjonowania sieci. Analizując już istniejącą sieć można dążyć do takiej jej modyfikacji, aby zmniejszyć nakłady finansowe i poprawić jakość funkcjonowania sieci. Formułując problem optymalizacyjny przyjęto, że znane są preferencje decydenta, który jednakowo jest zainteresowany minimalizacją kosztów i czasu realizacji programów. Natomiast preferowanie jednego z kryteriów prowadzi do rozwiązań hierarchicznych.

3. Metoda projektowania suboptymalnych przydziałów zasobów SK

Koncepcja metody wyznaczania przydziałów podstawowych zasobów SK polega na iteracyjnym poszukiwaniu rozwiązań dominujących, niezdominowanych i kompromisowych, przy czym w każdej iteracji generowane jest inne rozwiązanie początkowe. Rozwiązaniem początkowym może być istniejąca sieć. W końcowym etapie weryfikowane są uzyskane rozwiązania i prezentowane są rozwiązania dominujące lub rozwiązania kompromisowe, które są zawsze rozwiązaniami optymalnymi w sensie Paerto. Realizacje lokalnych celów obliczeniowych związanych z uzyskaniem rozwiązania danej klasy opiera się na elementarnych modyfikacjach aktualnego rozwiązania. Modyfikacja elementarna przydziałów zasobów może polegać na przydzieleniu modułu do innego węzła, zmianie trasy przepływu danych, wymianie typów kanałów lub komputerów, redukcji komputera lub kanału oraz dodatkowym przydzieleniu komputera lub kanału.

Algorytm projektowania suboptymalnych przydziałów zasobów SK jest następujący:

1. Wstępna redukcja zbioru możliwych rozwiązań.
2. $N:=0, \forall N=[I \ J \ K / \max \{1, J, K\}]$.
3. Wyznaczanie rozwiązania dopuszczalnego.
4. Czy wyznaczono rozwiązanie dopuszczalne?
Jeśli tak, to przejdź do pkt.5.
Jeśli nie, to przejdź do pkt.9.
5. Wyznaczanie lokalnego rozwiązania dominującego.
6. Czy wyznaczono lokalne rozwiązanie dominujące?
Jeśli tak, to przejdź do pkt.8.

- Jeśli nie, to przejdź do pkt.7.
7. Wyznaczanie lokalnych rozwiązań niezdominowanych oraz lokalnych rozwiązań kompromisowych.
 8. Weryfikacja globalnego rozwiązania dominującego, globalnego zbioru rozwiązań niezdominowanych i globalnego zbioru rozwiązań kompromisowych.
 9. Czy $N > N_{\max}$?
 Jeśli tak, to przejdź do pkt.10.
 Jeśli nie, to $N:=N+\sqrt{N}$ i przejdź do pkt.3.
 10. Weryfikacja globalnego rozwiązania dominującego za pomocą globalnego zbioru rozwiązań kompromisowych. Jeśli rozwiązanie dominujące zostało wyznaczone, to jest prezentowane STOP.

Jeśli rozwiązanie dominujące nie istnieje, to prezentuje się zbiór rozwiązań kompromisowych oraz na życzenie zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. STOP. ■

Powyższy algorytm oprogramowano w języku Fortran 77 na IBM PC. Program zajmuje ok.70 kB pamięci, a funkcja czasowej złożoności algorytmu jest rzędu $O(N^8)$, co jest górną granicą rozsądnego czasu obliczeń dla w/w komputerów. Podstawowa iteracja obejmuje kroki 2, ..., 9. Najbardziej czasochłonne są kroki 3, 5 i 7.

4. Wstępna redukcja zbioru możliwych rozwiązań

Analiza ograniczeń, jakie musi spełniać rozwiązanie dopuszczalne wykazała, że ograniczenie przydziału wszystkich modułów programowych zostanie zawsze spełnione, jeżeli dokonana się specyfikacji przydziału operacji do węzłów jako pierwszą kolumnę macierzy $XST(v, 1)=i$ dla $x_{vi}^s=1$. Ponieważ $1 \leq XST(v, 1) \leq I$ to wszystkich możliwych przydziałów modułów jest I^V , a nie 2^{IV} . W ten sposób dla $I=V=K=J=5$ redukuje się liczbę zbioru możliwych rozwiązań z $1.39 \cdot 10^{42}$ do $1.3 \cdot 10^{38}$.

Drugim sposobem redukcji zbioru rozwiązań jest spełnienie ograniczenia przydziału co najwyżej jednego komputera do węzła za pomocą zapisania przydziału typów komputerów w postaci wektora $XPI=(xpi_1, \dots, xpi_i, \dots, xpi_I)$, gdzie $xpi_i=j$

dla $x_{ij}^{\prod}=1$. W ten sposób uzyskuje się tylko $(1+J)^I$ przydziałów typów komputerów, zamiast 2^{IJ} , co dla przykładowych danych zawęży zbiór rozwiązań do $3.01 \cdot 10^{34}$ możliwych wariantów.

Znacznie efektywniej redukuje zbiór rozwiązań spełnienie ograniczeń przydziału co najwyżej jednego kanału do pary węzłów za pomocą wektora $XE=(x_{e_1}, \dots, x_{e_1}, \dots, x_{e_L})$, gdzie $x_e=k$ dla $x^e=1$. Dzięki temu uzyskuje się tylko $(K+1)^L$ przydziałów typów kanałów, zamiast 2^{KL} , co dla przykładowych danych redukuje zbiór rozwiązań do $1.62 \cdot 10^{27}$.

Zbiór rozwiązań dopuszczalnych wyznacza V równań, $(2+I+I(I-1)/2+J+K)$ nierówności i przez zmienną liczbę implikacji, których liczba nie przekracza $I(I-1)(V+I-1)/2$.

W rozważanym etapie po wczytaniu danych wejściowych, ustalane są selektory oraz identyfikatory, a następnie wyznaczanych jest siedem tablic następników K_1, \dots, K_7 . Niech $K(j)$ oznacza wartość j -tego elementu tablicy K , a G oznacza relację porządkującą elementy $j \in \{1, \dots, J\}$ wg wartości wag elementów w sposób rosnący lub malejący. Indeksowi j odpowiada waga w_j . Pod pojęciem tablicy następników rozumiemy tablicę $*$ o $J+1$ elementach takich, że $(K(j), j) \in G$ oraz $K(J+1)=j$ takiego, że $w_{j*} = \min\{w_1, \dots, w_j\}$ dla uporządkowania rosnącego lub $w_{j*} = \max\{w_1, \dots, w_j\}$ dla uporządkowania malejącego. Tablice następników wykorzystuje się przy modyfikacjach rozwiązań wymagających wymiany typów komputerów lub typów kanałów w celu zmniejszenia złożoności obliczeniowej metody. Rozważa się następujące tablice: K_1 -następniki typów komputerów wg rosnących mocy obliczeniowych, K_2 -następniki typów kanałów wg rosnącej przepustowości, K_3 -następniki typów komputerów wg rosnącej liczby kanałów, K_4 -następniki typów komputerów wg malejących cen zakupu, K_5 -następniki typów kanałów wg malejących kosztów dzierżawy, K_6 -następniki typów komputerów wg malejących czasów przetwarzania modułów, K_7 -następniki typów kanałów wg malejących czasów przesyłania danych.

5. Wyznaczanie rozwiązania dopuszczalnego

Wyznaczanie rozwiązania dopuszczalnego polega na wygenerowaniu rozwiązania początkowego. O ile rozwiązanie początkowe nie jest rozwiązaniem dopuszczalnym następuje "poprawienie" rozwiązania początkowego tak, aby uzyskać rozwiązanie dopuszczalne. Rozwiązanie początkowe jest generowane w dwóch fazach. W fazie pierwszej generuje się przydział operacji, typów komputerów oraz typów kanałów następująco:

$$xst(v, 1) = \text{mod}_I (\text{mod}_I v + \text{mod}_I N) + 1 \quad \text{dla } v = \bar{1}, \bar{V},$$

$$xpi(i) = \text{mod}_J (\text{mod}_J i + \text{mod}_J N) + 1 \quad \text{dla } i = \bar{1}, \bar{I},$$

$$xe(l) = \text{mod}_K (\text{mod}_K l + \text{mod}_K N) + 1 \quad \text{dla } l = 1, L.$$

Faza druga polega na wyznaczaniu najkrótszych tras przepływu danych między kolejnymi modułami za pomocą algorytmu Dijkstry. Trasa reprezentowana jest za pomocą wiersza macierzy XST, co umożliwi również łatwe uwzględnienie w algorytmie Dijkstry ograniczających implikacji. Rozwiązanie początkowe spełnia zatem cztery ostatnie grupy ograniczeń. Jeżeli rozwiązanie początkowe nie jest rozwiązaniem dopuszczalnym, to kolejno są "poprawiane" ograniczenia za pomocą modyfikacji elementarnych sieci. Jeżeli rozwiązanie nie spełnia ograniczenia przetwarzania danych, to wykorzystuje się trzy modyfikacje sieci. Pierwsza modyfikacja polega na przerzuceniu modułów, które przydzielono do komputerów o niedostatecznych zasobach tak długo aż powyższe ograniczenie zostanie dla tego komputera spełnione. Moduły przydzielone są do komputerów najmniej obciążonych. Druga modyfikacja to wymiana typów komputerów o ile spełniają ograniczenia, zgodnie z tablicą następników K1. Jeżeli istnieje węzeł, do którego nie jest przydzielony komputer, to dokonywany jest taki przydział, a przy wyznaczaniu zbioru modułów przetwarzanych na tym komputerze stosuje się algorytm maksymalnego przepływu [4].

Jeżeli ograniczenie transmisji danych nie jest spełnione, to dla określonego kanału rezygnuje się kolejno ze strumieni danych z modułów i wyznacza się nowe trasy przepływu danych. Dokonuje się wymiany typów kanałów zgodnie z tablicą K2 oraz wstawione są dodatkowe kanały. Dokładne algorytmy wyznaczania rozwiązania dopuszczalnego przedstawiono w [2].

Wyznaczanie lokalnych rozwiązań niezdominowanych polega na zmniejszeniu wartości jednego kryterium dopuszczając zwiększenie wartości drugiego kryterium przez dokonanie od-

powiednich modyfikacji. W [2] zamieszczono implementacje programową metody oraz przykłady liczbowe.

6. Przykład liczbowy

Rozważa się sieć komputerową o węzłach zlokalizowanych w Warszawie- w_1 , Wrocławiu- w_2 i Bydgoszczy- w_3 . Sieć realizuje jedno zadanie składające się z trzech operacji. Zadanie może rozpoczynać się i kończyć w dowolnym węźle. Projektant dysponuje dwoma typami komputerów: IBM PC/Pentium i HP-3000, którymi zamierza zastąpić komputery typu IBM PC/386. Kanał typu e_1 ma przepustowość 5 bloków/s, a kanał typu e_2 10 bloków/s. IBM PC AT/Pentium posiada dysk 5GB, a HP-3000 20GB. Operacje mogą być realizowane na dowolnym typie komputera. Operacja s_1 przetwarzana jest 4 minuty na IBM PC/Pentium i 2 minuty na HP-3000. Operacja s_2 przetwarzana jest odpowiednio 6 min. i 3min., a operacja s_3 wymaga 8min. i 4 min. Transfer danych pomiędzy s_1 i s_2 zajmuje 2 min. poprzez kanał typu e_1 oraz 1 min. wykorzystując kanał typu e_2 . Z Warszawy do Bydgoszczy jest 200km, z Warszawy do Wrocławia 220km, a z Bydgoszczy do Wrocławia 280km. Oba komputery mogą współpracować z większą liczbą węzłów niż dwa. Koszt zakupu IBM PC AT/Pentium wynosi 100 mln zł., a HP-3000 200 mln zł. Koszt rozpoczęcia dzierżawy kanału typu e_1 wynosi 2 mln zł., a kanału typu e_2 4 mln zł. Miesięczne współczynniki dzierżawy kanałów wynoszą odpowiednio 0, 2 i 0, 4 mlnzł./miesiąc*km). Przyjęto limit wydatków 20mld zł. Ustalono, że maksymalny czas przetwarzania wynosi 100 minut.

Zadanie projektowe polega na wyznaczeniu zbioru rozwiązań niezdominowanych X_N^{\leq} zadania polioptymalizacji $(X, F, <)$, gdzie $V=3$, $I=3$, $L=3$, $K=2$, $H=3$, $G=3$.

W pierwszym kroku algorytmu APR ustawiono selektor a_{22} , gdyż operacja S_2 nie może przesyłać danych przez kanał e_1 . Ponadto wyznaczono tablice następników. Skonstruowano również wektor odległości.

W trzecim kroku wygenerowane rozwiązanie A dla $N=0$ okazało się rozwiązaniem dopuszczalnym, gdzie

$$XST = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad XPI = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad XE = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Natomiast $F_1(A) = 2\ 526\ 860\ 000$ zł. dla $\beta=0, 1$, a $F_2=16$ min.

W pierwszej fazie kroku piątego rozwiązywane jest zadanie pomocnicze $F_1(B) = \min_{x \in X} F_1(x)$. Wykonano cztery modyfikacje

elementarne sieci (ekonomiczna wymiana typów komputerów w w_3 , zredukowano węzeł w_1 wraz z przerzuceniem operacji s_3 do w_2 i wyznaczeniem nowej trasy przepływu danych, zredukowano połączenie (w_1, w_3), "przeniesiono" kanał (w_1, w_3) w miejsce łącza (w_1, w_2). Powyższe modyfikacje zmniejszyły koszt do 1193490000zł i skróciły czas przetwarzania do 15 minut.

Aby stwierdzić, czy uzyskane rozwiązanie B jest rozwiązaniem lokalnie dominującym zminimalizowano $F_2(.)$ zaczynając od rozwiązania początkowego A. Zrealizowano "przyspieszającą" wymianę łącza Warszawa-Bydgoszcz. Uzyskano rozwiązanie C o ocenie $F(C) = (2\ 992\ 240\ 000, 14)$.

W początkowej fazie kroku siódmego przyjęto, że lokalny zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto zawiera trzy rozwiązania A', B i C. Rozwiązanie A' wyznaczono z rozwiązania A poprzez redukcję łącza Warszawa-Bydgoszcz. $F(A') = (2326860000, 16)$. Ostatecznie wyznaczono lokalny zbiór Pareto jako (B, C'), przy czym $F(C') = (1456240, 12)$. Rozwiązanie C' jest również rozwiązaniem lokalnie kompromisowym dla $p=2$ z normą 1.024. Dla $N=4$ wyznaczono rozwiązanie D o ocenie (2789810, 15). Proces obliczeniowy zakończono dla $N=12$, gdyż uzyskano identyczne rozwiązanie pretendujące jak dla $N=0$.

Ostatecznie wyznaczono zbiór rozwiązań suboptymalnych w sensie Pareto {B, E, G} oraz zbiór rozwiązań subkompromisowych {E}, gdzie $F(E) = (1456240000, 11)$.

Za pomocą metody pełnego wyznaczono współrzędne punktu idealnego ($F_1(B), F_2(E)$). Rozwiązanie E można opisać za pomocą następujących macierzy i wektorów
Rozwiązanie G posiada identyczny przydział typów kanałów i komputerów, ale różni się macierzą XST

$$XST = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$XPI = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$XE = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$XST = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Zakończenie

W pracy zaproponowano sformułowanie zagadnienia optymalizacji przydziałów wybranych zasobów w sieci komputerowej w postaci zadania optymalizacji wektorowej z dwoma kryteriami. Takie podejście umożliwia uzyskanie rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, rozwiązań dominujących lub kompromisowych. Możliwe jest także rozpatrywanie rozwiązań leksykograficznych. Interesującym kierunkiem dalszych badań wydaje się uwzględnienie w zadaniu (X, F, R) kryterium niezawodnościowego sieci wraz z odpowiednim ograniczeniem. Ponadto bardzo użyteczna byłaby dialogowa metoda polioptymalizacji rozważanych przydziałów, gdyż nie zawsze preferencje dotyczące kryteriów cząstkowych są znane przed sformułowaniem problemu.

Literatura

1. **Ameljańczyk A.:** Optymalizacja wielokryterialna. WAT, Warszawa 1986.
2. **Balicki J.:** Optymalizacja rozdziału zadań oraz wybranych zasobów w sieci komputerowej, WAT, Warszawa 1987.
3. **Bobier W. I.:** Janbych G.F, Maszynnyj analiz wariantów struktury otrasliwoj informacyjno-wyczisljennoj sietzi z raspriedieliennoj obratkoj informaczi, AiVT, 8, 4, 1989, 28-34.
4. **Bokhari S. H.:** Assignment Problems in Parallel and Distributed Computing, Kluwer Academic Pub., Boston, 1987.

5. **Chosh B. K.:** Design and performance analysis models of computer networks in CIM systems, *Comp.Ind.*, 12, 1989, 141-152.
6. **Findeisen W.(red):** Analiza systemowa-podstawy i metodologia PWN, Warszawa 1985.
7. **Kleinrock L.:** Distributed Systems, *Computer*, 14, 1985, 90-103.
8. **Kasprzak A.:** Optymalizacja kosztów budowy podsieci w projektowaniu wielkich sieci teleinformatycznych, *Postępy Cybernetyki*, 12, 2 1989, 81-89.
9. **Lo V.M.:** Heuristic algorithms for task assignments in distributed systems, *Proc.of the 4th Intern.Conf.on Distributed Processing Systems*, 1984, 33-39.
10. **Nicol D.M.:** Optimal partitioning of random programs across two processors, *IEEE Trans.Soft.Eng.*, 15, 2, 1989, 134-141.

Streszczenie

W pracy zaproponowano heurystyczną metodę projektowania globalnych sieci komputerowych ze szczególnym uwzględnieniem rozdziału przepustowości i przepływów danych w sieci komputerowej. Metoda umożliwia wyznaczanie rozwiązań optymalnych w sensie Pareto oraz rozwiązań kompromisowych. Przedyskutowano możliwości modyfikacji metody.

OPTIMIZATION OF RESOURCE ASSIGNMENTS IN COMPUTER NETWORK

Summary

In the paper a heuristic technique for a large computer network design, which enables finding suboptimal assignments of programs, data flow paths, computer types and channel types has been proposed. This algorithm enables finding suboptimal solutions in Pareto sense and compromise solutions. In addition, some modified methods have been discussed.

Jerzy BALICKI
Tadeusz NIEMCZYK

DIALOGOWA METODA WYBORU OPTYMALNEGO WARIANTU ZŁOŻONEGO SYSTEMU PRZEZ GRUPĘ EKSPERTÓW^{*)}

1. Wprowadzenie

W złożonym systemie istnieje co najmniej jeden "ukryty" związek między parametrami systemu, które są istotne w procesie modelowania matematycznego [2]. W tej sytuacji optymalizacja wielokryterialna [1] proponuje wykorzystanie kilku wskaźników do oceny jakości rozwiązania (projektu, wariantu, alternatywy) np. niezawodność, koszt i czas reakcji systemu. Zakładając, że rozważa się nawet niezbyt liczny zbiór rozwiązań dopuszczalnych, to istotne są w procesie wyboru dwa zagadnienia. Pierwszy problem polega na właściwym doborze kryteriów cząstkowych [11]. W pracy podano zasady wprowadzania lub eliminacji kryteriów cząstkowych. Drugi problem polega na identyfikacji preferencji decydenta. Brak informacji o preferencjach decydenta prowadzi do poszukiwań rozwiązań optymalnych w sensie Pareto lub rozwiązań kompromisowych z tzw. p-normą. Jeżeli decydent udziela dodatkowych informacji o swoich preferencjach w trakcie procesu obliczeniowego, to możliwe jest stosowanie dialogowych metod polioptymalizacji [5]. W pracy przyjęto, że decydenta reprezentuje grupa ekspertów, którzy nadają wagi kryteriom cząstkowym. W szczególności eksperta może reprezentować system ekspercki z odpowiednią bazą wiedzy [6]. Liczba ekspertów powinna być jak najmniejsza, ze względu na koszty, ale wystarczająca dla zapewnienia wiarygodności wyznaczanych wag. Dlatego podano w pracy wzory do wyznaczania liczby ekspertów. Szczególny nacisk położono na zaprezentowanie dialogowej metody wyznaczania optymalnego wariantu ze względu na funkcje użyteczności, która uwzględnia sugestie ekspertów. Rozważania zilustrowano

Dr Jerzy Balicki, dr Tadeusz Niemczyk,
Akademia Marynarki Wojennej

^{*)} Przedstawiony na X Konferencji 'Polioptymalizacja i CAD'
Mielno 1992

przykładem liczbowym, w którym dobiera się wariant lokalnej sieci komputerowej - modelu komunikacji sieci komputerowych OSI/ISO [4].

2. Dobór kryteriów cząstkowych

Właściwy dobór kryteriów cząstkowych odzwierciedla preferencje decydenta. Przyjęcie nieistotnego z punktu widzenia modelowanej sytuacji decyzyjnej kryterium cząstkowego może prowadzić do zaproponowania rozwiązań o niepożądanych właściwościach i pominięcia rozwiązań o wskazanych parametrach.

Rodzina N kryteriów cząstkowych $F_1, F_2, \dots, F_n, \dots, F_N$ powinna spełniać trzy warunki. Warunek jednoznaczności wyklucza sytuacje, gdy dwa różne warianty charakteryzujące się równymi wartościami wszystkich kryteriów cząstkowych, są różnie preferowane przez decydenta. Warunek spójności wyklucza sytuacje, gdy po zmodyfikowaniu dwóch równoważnych wariantów ze względu na preferencje decydenta okaże się, że decydent wybierze zmodyfikowany wariant drugi, mimo że wartość jednego z kryteriów cząstkowych wariantu pierwszego została poprawiona a wartość jednego z kryteriów cząstkowych drugiego wariantu uległa pogorszeniu. Warunek nienadmiarowości jest spełniony, gdy usunięcie co najwyżej jednego kryterium cząstkowego spowoduje, że rodzina kryteriów cząstkowych staje się niejednoznaczna lub niespójna.

Niech w wyniku wstępnego modelowania znane jest bazowe kryterium wektorowe $F: X \rightarrow \mathbb{R}^N$ oraz wektor poziomów spełnienia kryteriów cząstkowych p . Poziom ufności dla kryterium cząstkowego będący miernikiem przydatności danego kryterium do modelowanej sytuacji decyzyjnej proponuje się wyznaczyć z zależności $u_n = 1/3(u_{n1} + u_{n2} + u_{n3})$ dla $n=1, N$, gdzie u_{n1} jest poziomem ufności związanym z przyjęciem kryterium cząstkowego jako odpowiedniego do modelowanej sytuacji decyzyjnej. Do kładność wyznaczania (szacowania) kryterium cząstkowego to u_{n2} , a dokładność wyznaczania (szacowania) poziomu realizacji oznaczona jest przez u_{n3} . Jeżeli $u_{n1}, u_{n2}, u_{n3} \in [0, 1]$, to $u_n \in [0, 1]$. Funkcjonał $Q: F \rightarrow \mathbb{R}$, gdzie $Q(F)$ jest średnią arytmetyczną poziomów ufności kryteriów cząstkowych kryterium F , jest globalną miarą umożliwiającą porównywanie różnych wektorowych kryteriów. Jeżeli wprowadzenie dodatkowego kryterium cząstkowego nie wpłynie na zmianę poziomów ufności po-

zostałych kryteriów (zwykle obniża poziom ufności sąsiednich kryteriów), to można pokazać [11], że powyższe rozszerzenie kryterium wektorowego jest celowe, gdy poziom ufności dodatkowego kryterium jest większy niż globalny poziom ufności. Analogicznie można pokazać, że kryterium cząstkowe można zredukować, jeżeli poziom ufności powyższego kryterium jest mniejszy niż poziom globalny przy czym muszą być spełnione warunki jednoznaczności, spójności i niereduncji (JSN). Zwykle jednak wprowadzenie lub wyeliminowanie kryterium cząstkowego wpływa na poziom ufności pozostałych kryteriów. Przykładowo wprowadzenie dodatkowego kryterium kosztowego do grupy kryteriów kosztowych może obniżyć zaufanie decydenta do pozostałych kryteriów cząstkowych. Można pokazać, że sensowne jest wprowadzanie dodatkowego kryterium kosztowego, gdy różnica poziomu nowego kryterium i strat pozostałych kryteriów przewyższa poziom globalny. Natomiast kryterium cząstkowe można zredukować, jeżeli różnica przyrostów poziomów ufności pozostałych kryteriów i poziomu ufności danego kryterium przewyższa poziom globalny, przy spełnieniu warunków JSN.

3. Wyznaczanie liczby ekspertów

Proces doboru ekspertów obejmuje m.in. ustalenie reprezentowanego przez ekspertów poziomu wiedzy i wyznaczenie listy potencjalnych ekspertów, która jest uporządkowana wg ich przydatności. Następnie wyłania się dylemat wyznaczenia niezbędnej liczby ekspertów.

Niech $X = \{X_1, \dots, X_m, \dots, X_M\}$ oznacza zbiór możliwych wariantów pewnego złożonego systemu. Przykładem złożonego systemu może być lokalna sieć komputerowa (w skrócie LAN). Funkcjonowanie LAN można przedstawić za pomocą modelu sieci otwartych OSI [10]. W ramach powyższego modelu funkcje dwóch najniższych warstw (fizyczna i kanału) realizują różne warianty: Ethernet (firma 3Com. Corp.)- X_1 , PCnet1(Orchid Technology)- X_2 , PCnet2 (AST Research)- X_3 , Omninet (Corvus Systems)- X_4 , 10Net (Fox Research)- X_5 [5].

Przyjęto, że znane jest również wektorowe kryterium jakości $F: X \rightarrow R^N$, gdzie $F_n(X_m)$ jest wartością liczbową n-tego kryterium cząstkowego odpowiadającego wariantowi X_m . Niech I

oznacza liczbę ekspertów generujących wagi dla kryteriów cząstkowych, w_{ni} jest wagą przydzieloną przez i -tego eksperta do kryterium $F_n(\cdot)$, przy czym $\sum_{n=1, \overline{N}} w_{ni} = 1$ dla $i = \overline{1, I}$ oraz $w_{ni} \in [0, 1]$ dla $n = \overline{1, N}$. Eksperti są klasyfikowani wg rankingu $r_i \in R$. Średnią wagę dla kryterium $F_n(\cdot)$ można wyznaczyć z poniższej zależności:

$$w_n = \frac{\sum_{i=1}^I r_i w_{ni}}{\sum_{i=1}^I r_i} \quad \text{dla } n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

Podstawowe warianty LAN można porównywać za pomocą czterech kryteriów cząstkowych: $F_1(\cdot)$ - przepustowość sieci [Mbit/s], $F_2(\cdot)$ - max liczba komputerów mogąca pracować w sieci, $F_3(\cdot)$ - koszt podłączenia jednego komputera [\$], $F_4(\cdot)$ - max zasięg sieci [f]. Praktyka [9] wykazuje, że eksperci przydzielają wagi następująco: $w_{1i} \in [0.90, 0.91]$, $w_{2i} \in [0.080, 0.082]$, $w_{3i} \in [0.013, 0.015]$, $w_{4i} \in [0.00050, 0.00052]$.

Koncepcja metody wyznaczania liczby ekspertów polega na szacowaniu tej liczby za pomocą metod statystyki matematycznej. Przyjmęto, że $w_{n1}, \dots, w_{ni}, \dots, w_{nI}$ mają rozkład normalny $N(w_n, \sigma_n^2)$. Jeżeli znana jest wariancja σ_n^2 , maksymalny błąd wartości oczekiwanej d_n , prawdopodobieństwo ufności p_{nmin} , to liczbę ekspertów do wyznaczania wag można wyznaczyć nast. :

$$I_0 = \max_{n=1, N} \left[\frac{u_{p_{nmin}}^2 \sigma_n^2}{d_n^2} \right], \quad (2)$$

gdzie

$u_{p_{nmin}}$ - wartość zmiennej normalnej z tablicy znormalizowanego rozkładu normalnego $N(0, 1)$ dla danego p_{nmin} ,

[1]- zaokrąglenie z nadmiarem liczby rzeczywistej do liczby całkowitej.

W proponowanej metodzie początkowa liczba ekspertów wynosi I_0 . Jeżeli w pewnej iteracji nie zostanie dokonany wybór wariantu, to zwiększa się liczbę ekspertów na podstawie statystyki:

$$S = \frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^I (w_{ni} - w_n) \quad , \quad (3)$$

gdzie liczbę ekspertów można wyznaczyć następująco:

$$I = \max_{n=1, N} \left[\frac{S_n^2 t_{p, I-1}^2}{d_n^2} \right]$$

gdzie

$t_{p, I-1}$ -wartość zmiennej o rozkładzie t-Studenta odczytana z tablicy rozkładu dla prawdopodobieństwa ufności p oraz $I-1$ stopni swobody. Dla $\delta_n=0.25$, $d_n=0.1$, $p_{nmi}=0.8$ niezbędnych jest dwunastu ekspertów. Zwiększenie prawdopodobieństwa ufności do $p=0.9$ powoduje wzrost liczby niezbędnych ekspertów do 19.

4. Metoda polioptymalizacji złożonego systemu

W [4] zaproponowano metodę polioptymalizacji złożonych systemów, która jednak nie uwzględnia współpracy z ekspertami W [9] przedstawiono metodę polioptymalizacji, która wprawdzie uwzględnia współpracę z ekspertami, ale nie wyznacza rozwiązań kompromisowych. W proponowanym podejściu można wyróżnić [5] fazę dialogu oraz fazę obliczeniową. W fazie dialogu eksperci analizują aktualnie preferowane rozwiązania i wyznaczają wagi danych kryteriów. W fazie obliczeniowej wyznaczana jest liczba ekspertów biorących udział w następnej iteracji, ale przede wszystkim wyznaczane są trzy rozwiązania kompromisowe dla $p=1, 2, \infty$ oraz rozwiązanie optymalne ze względu na aktualną funkcję użyteczności.

Algorytm proponowanej metody jest następujący:

1. Wczytaj σ_n^2, d_n dla $n=1, \overline{N}$, r_i dla $i=1, \overline{I_{\max}}$, p_{\min}, p_{\max} , $F_n(X_m)$ dla $m=1, \overline{M}$ $n=1, \overline{N}$.

2. Selekcja rozwiązań ze względu na rozwiązanie dominujące. Jeżeli istnieje rozwiązanie dominujące, to STOP. Można pokazać, że każde rozwiązanie dominujące jest rozwiązaniem optymalnym ze względu na dowolną ważoną funkcję użyteczności danego zestawu kryteriów cząstkowych.

3. Wyznaczenie początkowej liczby ekspertów I_0 za pomocą formuły (2).

$$I := I_0, \quad p := p_{\min}$$

4. Normalizacja kryteriów cząstkowych

$$\overline{F}_n(X_m) = \frac{F_n(X_m)}{F_n^{\max}} \quad \text{dla } F_n^{\max} = \max_{m=1, \overline{M}} F_n(X_m),$$

5. Faza dialogu z ekspertami.

Eksperti podają wagi w_{ni} dla $i=1, \overline{I}$, $n=1, \overline{N}$.

6. Wyznaczenie średnich ważonych w_n dla $n=1, \overline{N}$ wg formuły (1)

7. Obliczenie statystyk S_n dla $n=1, \overline{N}$ wg wzoru (3)

8. Szacowanie liczby ekspertów I za pomocą zależności (4)

9. Rozwiązanie pomocniczego jednokryterialnego zadania programowania matematycznego

Wyznaczyć $X^* \in X$ takie, że $Q(X^*) = \max \{ Q(X_m) \text{ dla } X_m \in X \}$,

gdzie

$$Q(X_m) = \sum_{n=1}^N w_n \overline{F}_n(X_m)$$

10. Wyznaczenie rozwiązań kompromisowych X^1, X^2, X^∞ za pomocą metody z pracy [1].

11. Test optymalności rozwiązania X^* [2]

a) wyznaczenie macierzy wag pomocniczych $U = [u_{mn}]_{M \times N}$ dla

$$X^* = X_k$$

jeżeli $\bar{F}_n(X_k) < \bar{F}_n(X_m)$, to $u_{mn} := w_n^{\inf}$, $u_{kn} := w_n^{\sup}$

jeżeli $\bar{F}_n(X_k) = \bar{F}_n(X_m)$, to $u_{mn} := w_n$, $u_{kn} := w_n$

jeżeli $\bar{F}_n(X_k) > \bar{F}_n(X_m)$, to $u_{mn} := w_n^{\sup}$, $u_{kn} := w_n^{\inf}$

gdzie

$$w_n^{\inf} = \inf\{w_{ni} \text{ dla } i=1, I\}, \quad w_n^{\sup} = \sup\{w_{ni} \text{ dla } i=1, I\}$$

b) rozwiązanie pomocniczego jednokryterialnego zadania programowania matematycznego.

Wyznaczyć $X^0 \in X$ takie, że $P(X^0) = \sup\{P(X_m) \text{ dla } X_m \in X\}$,

gdzie
$$P(X_m) = \sum_{n=1}^N u_{mn} \bar{F}_n(X_m)$$
.

c) jeżeli $X^* = X^0$ lub $p \geq p_{\max}$, to X^* jest rozwiązaniem optymalnym dla danej ważonej funkcji użyteczności, to jest przedstawiane decydentowi do ostatecznej akceptacji wraz z rozwiązaniami kompromisowymi. STOP.

d) jeżeli $X^* \neq X$ i $p < p_{\max}$, to $p := p + \Delta p$ i przejdź do pkt. 5

■

Dla $\delta_n = 0.25$, $d_n = 0.1$, $p_{\min} = 0.8$ wyznaczono za pomocą formuły (2) $I_0 = 12$. Niech dwunastu ekspertów ustali wagi generujące wektor średnich ważonych $w = (0.9045, 0.081, 0.014, 0.000515)$. Na podstawie danych parametrów LAN można wyznaczyć wartość ważonego kryterium użyteczności $Q(X_1) = 0.996$, $Q(X_2) = 0.099$, $Q(X_3) = 0.110$, $Q(X_4) = 0.107$, $Q(X_5) = 0.098$. Z powyższych danych wynika, że sieć typu Ethernet zdecydowanie przewyższa pod względem przyjętego kryterium pozostałe sieci. Nie kończy to jednak procesu obliczeniowego. Następnie wyznacza się macierz wag pomocniczych U oraz przeprowadzany jest test optymalności rozwiązania, który kończy się pozytywnie. Wystarczy zatem dwunastu ekspertów do dokonania wyboru LAN ze zbioru rozważanych pięciu sieci. Uwzględnienie innych sieci [7] (Amstrad Network, Sage Mainlan, MetanetLAN/1 czy Equipnet DNA) może spowodować zmianę dokonanego wyboru oraz zwiększyć liczbę eksperów szacujących wagi.

Proponowana metoda ma cechy ustrukturalizowanej dialogowej metody polioptymalizacji [5]. W każdej iteracji eksperci

mogą zmieniać wagi w zależności od aktualnego rozwiązania. Można pokazać, że wyznaczone rozwiązanie jest rozwiązaniem optymalnym w sensie Pareto, ale może nie być rozwiązaniem kompromisowym w sensie p-normy [1]. Ostatecznie decydentowi przedstawiane są cztery warianty (trzy warianty kompromisowe i jedno "ważone" rozwiązanie optymalne w sensie PARETO). Złożoność obliczeniowa metody jest rzędu $O(M^2 + KMN)$, gdzie K jest liczbą konsultacji z ekspertami.

4. Zakończenie

W pracy zaproponowano metodę polioptymalizacji złożonych systemów, w której eksperci ustalają wagi dla kryteriów cząstkowych. Przedstawiono zależności do wyznaczania liczby ekspertów przyjmując, że generują oni wagi zgodnie z rozkładem normalnym. Zaproponowano metodę wyznaczania rozwiązania optymalnego w sensie Pareto. Praktyka obliczeniowa wykazała, że preferowane przez decydenta rozwiązanie jest często rozwiązaniem kompromisowym. Scharakteryzowano również proces wyboru wariantu lokalnej sieci komputerowej.

Literatura

1. **Ameljańczyk A.:** Optymalizacja wielokryterialna. WAT, Warszawa 1986.
2. **Balicki J., Niemczyk T.:** Ekspertowa metoda optymalizacji złożonych systemów sterowania. Mat. III Kraj. Konf. "Automatyzacja Nawigacji i Systemów Sterowania", Gdynia 1991, ss. 7-14.
3. **Burren J.W.:** High speed communication - a tutorial on the jargon and technologies. CN&ISDN Systems, vol. 22, nu. 4, October 1991, pp. 399-415.
4. **Dubov J.A., Trabkin S.I., Jakimiec V.N.:** Mnogokriterialnyje modeli formirovanija i wybora wariantov sistiem. Nauka, Moskva 1986.
5. **Gonzalez M.J., Jordan B.W.:** A Framework for the Quantitative Evaluation of Distributed Computer Systems. IEEE Trans. Soft. Eng., vol. c-29, nu. 12 1980, pp. 1087-1094.
6. **Karmarkar V.V., Kuhl J.G.:** An Integrated Approach to Distributed Demand Assignment in Multiple-Bus Local Net-

works. IEEE Trans. Comp., vol.38, nu.5 1989, pp 679-695.

7. Shink G., Krishna C.M., Lee Y.H.: Optimal Dynamic Control of Resources in a Distributed System. IEEE Trans. Soft. Eng. vol.15, no.10 1989, pp.1188-1198.
8. Słowiński R, Soniewicki B., Węglarz J.: MPS- Komputerowy system wspomagania decyzji dla wielokryterialnego rozdziału zasobów. AAiR, nr 1, 1991, ss.3-18.
9. Szczegółow A.J.: Mnogokryterialna optymalizacja złożonych uprawiających system. AiVT, no. 2 1990, ss. 43-48.
10. Vorontzov J.A., Komarov A.O.: Analysis and optimization of packet switching centers. AiVT, nu.4, 1990, pp.25-33.
11. Zak B., Balicki J.: Dobór optymalnego wariantu ilości kryteriów cząstkowych. Mat. III Kraj. Konf. "Automatyzacja Nawigacji i Systemów Sterowania", Gdynia 1991, ss.219-225.

Streszczenie

W pracy zaproponowano metodę polioptymalizacji złożonych systemów, w której eksperci ustalają wagi dla kryteriów cząstkowych. Przedstawiono zależności do wyznaczania liczby ekspertów przyjmując, że generują oni wagi zgodnie z rozkładem normalnym. Zaproponowano metodę wyznaczającą rozwiązanie optymalne w sensie Pareto. Praktyka obliczeniowa wykazuje, że preferowane przez decydenta rozwiązanie jest często rozwiązaniem kompromisowym. Scharakteryzowano również proces wyboru wariantu lokalnej sieci komputerowej.

INTERACTIVE MULTICRITERION OPTIMIZATION METHOD FOR COMPLEX SYSTEMS WITH PARTICIPATION OF EXPERTS

Summary

In the paper, the interactive multicriterion optimization method for complex systems, where experts are finding weights of scalar criteria, has been proposed. Relationships for finding a number of experts has been presented. The method of search the Pareto optimal solutions has been proposed. The problem of choice local area network has been illustrated.

OPTIMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA KONSTRUKCJI PRĘTOWYCH O PARAMETRACH LOSOWYCH ZA POMOCĄ METODY MONTE-CARLO*¹

1. Wprowadzenie

Niezawodnościowe ujęcie zagadnienia optymalizacji jest bardziej skomplikowane od deterministycznego i wciąż rozwijane. Ma ono zastąpić dotychczas stosowane metody, tam gdzie brakuje wiedzy, a zwłaszcza doświadczenia, na temat pracy konstrukcji. Dotyczy to zwłaszcza intensywnie rozwijanych technik budowy platform wiertniczych na morzu, budynków w rejonach sejsmicznych, a także radioteleskopów o dużej średnicy i wysokich masztów. Trudne do przewidzenia warunki naturalne sprawiają, że stosowanie heurystycznie przyjętych mnożników bezpieczeństwa nie wystarczy. Coraz częściej natomiast okazuje się, że dokładny opis probabilistyczny zjawisk losowych pozwala na uzyskanie wiarygodnych wyników. Na podstawie losowego modelu zdarzeń tworzy się obecnie strategie napraw i przeglądów, co prowadzi do znacznego obniżenia kosztów eksploatacji.

Zagadnienie bezpieczeństwa konstrukcji jest także problemem ekonomicznym. Podczas projektowania uwzględnia się społeczny koszt awarii i na tej podstawie ustala środki na zapewnienie niezawodnego działania konstrukcji. Kryteria bezpieczeństwa i kosztu są konfliktowe. Zachodzi więc potrzeba znalezienia rozwiązania kompromisowego, które polega na zaprojektowaniu takiej konstrukcji, która jest wystarczająco niezawodna a koszty ponoszone na jej budowę i eksploatację są niskie. W przypadku konstrukcji o wysokich standardach niezawodności, ściśle matematyczne ujęcie zagadnienia wyboru między konfliktowymi kryteriami stało się niezbędne. W pracy rozważono zagadnienie bezpieczeństwa i funkcjonalności konstrukcji w odniesieniu do związanych z nimi kosztów. Zaproponowano metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych, które wspomagają podejmowanie decyzji o wyborze rozwiązania preferowanego. Krzywe rozwiązań sprawnych będące odwzorowaniem zbiorów Pareto - optymalnych w przestrzeni celów ilustrują stopień ich konfliktowości i efekt jaki można uzyskać poprawiając jedno z kryteriów kosztem innych. Porównywane ze sobą kryteria często

Doc. dr hab. inż. Stefan Jendo i Dr inż. Jarosław Putresza

Instytut Podstawowych Problemów Techniki

Polska Akademia Nauk, Warszawa

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Poliptymalizacja i CAD'

Mielno 1992

wyrażają różne, trudne do wspólnego zinterpretowania wielkości. Każde z rozwiązywanych zagadnień przedstawiono więc również we współrzędnych bezwymiarowych. Pozwala to obiektywnie ocenić możliwości dokonania wyboru.

2. Sformułowanie zagadnienia optymalizacji konstrukcji prętowych z uwzględnieniem niezawodności obliczanej metodą symulacji Monte-Carlo

Zagadnienie optymalizacji konstrukcji ze względu na minimum ciężaru $W(\mathbf{x})$ i maksimum wskaźnika niezawodności b_{sys} zostało sformułowane w następujący sposób: wyznaczyć wektor zmiennych decyzyjnych \mathbf{x}^* , taki że:

$$f(\mathbf{x}^*) = \min_{\mathbf{x} \in \Omega} \left\{ -\beta_{sys}(\mathbf{x}), W(\mathbf{x}) \right\} \quad (1)$$

$$\mathbf{W} = \{ \mathbf{x}: \mathbf{x}_{min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{max}, \mathbf{q} = \mathbf{N}\mathbf{l}, \mathbf{l} \geq 0, \mathbf{Y} \leq 0, \mathbf{l}^T \mathbf{Y} = 0, \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{q} \}, \quad (2)$$

gdzie \mathbf{q} jest wektorem prędkości odkształceń, \mathbf{N} jest macierzą gradientów powierzchni plastyczności, \mathbf{l} jest wektorem mnożników plastycznych, \mathbf{C} jest macierzą zgodności kinematycznej, $\mathbf{Y} = \mathbf{0}$ jest równaniem powierzchni plastyczności, zaś \mathbf{q} jest wektorem prędkości przemieszczeń węzłów. Wskaźnik niezawodności b_{sys} jest obliczany z uwzględnieniem wszystkich możliwych mechanizmów zniszczenia konstrukcji. Obliczenie tak zdefiniowanego wskaźnika niezawodności jest możliwe jedynie przy użyciu metody symulacji losowej.

3. Rozwiązanie zagadnienia optymalizacji metodą symulacji losowej

Idea każdej z metod symulacji polega na sprawdzaniu, czy dany punkt należy do obszaru zniszczenia F , czy też do obszaru bezpiecznego S (Melchers [3], [4]). Wszystkie odmiany symulacji Monte - Carlo powstały przy założeniu, że dostępne są dodatkowe informacje o obszarze zniszczenia. Dzięki temu można zawęzić zakres próbkowania do rejonów mających istotny wpływ na wynik końcowy. Problem można sformułować w następujący sposób: obliczyć prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji:

$$(3)$$

gdzie F jest obszarem zniszczenia określonym przez jedną lub kilka funkcji granicznych, $f(\mathbf{z})$ jest gęstością prawdopodobieństwa, a \mathbf{z} jest wektorem n zmiennych losowych. Bezpośrednie całkowanie gęstości prawdopodobieństwa po obszarze zniszczenia jest realne dla $n \leq 6$. Dla $n > 6$ obszar całkowania bada się przy użyciu dwuwartościowej funkcji I :

$$(4)$$

Wzór (3) można napisać w następujący sposób:

$$P_f = \int_{z \in R^n} I(z) f(z) dz \quad (5)$$

obszar całkowania jest teraz nieograniczony, $z \in R^n$, ale bierze się pod uwagę tylko te wartości $f(z) dz$, które są realizacją $z \in F$, czyli $I(z)=1$. Po wygenerowaniu losowo N wektorów z według zadanej gęstości prawdopodobieństwa $f(z)$ otrzymuje się:

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(z) \quad (6)$$

Z zależności (5) wynika, że prawdopodobieństwo zniszczenia jest wartością oczekiwaną funkcji $I(z)$: $E[I(z)]$. Współczynnik zmienności estymatora prawdopodobieństwa zniszczenia P_f wynosi:

$$V_{P_f} = \frac{1 - P_f}{\sqrt{NP_f}} \quad (7)$$

Jeżeli badane prawdopodobieństwa P_f są małe, to tylko znikoma część wektorów z jest generowana z obszaru F . Potrzebna jest zatem dostatecznie duża liczba wektorów z , aby wynik uznać za wiarygodny [6]. Wynika to także z definicji średniego odchylenia standardowego estymatora P_f . Średnie odchylenie standardowe $V(P_f)$ maleje ze wzrostem liczby symulacji N . Istotne przy tym są tylko niezerowe realizacje wektorów z , tzn. $I(z)=1$. Można więc zwiększyć liczbę pobieranych próbek z obszaru F . Każda ingerencja w proces generowania wektorów z wiąże się ze zmianą ich rozkładu prawdopodobieństwa, co należy uwzględnić. Ingerencja taka może polegać na wskazaniu obszarów, z których próbki należy generować częściej. Intensywność pobierania próbek z obszaru preferowanego jest zadawana za pomocą ciągłych funkcji $h(z)$. Technikę takiego próbkowania stosuje się według następującego równania:

(8)

Poszukiwaną wartość estymatora $E(I(z))$ wyrażono za pomocą nowych wektorów z^{\wedge} , które wygenerowano według nowej funkcji gęstości $h(z^{\wedge})$:

(9)

Funkcja $h(z^{\wedge})$ jest więc gęstością rozkładu prawdopodobieństwa wektora z^{\wedge} . Estymator wartości oczekiwanej $I(z^{\wedge})$ oblicza się według analogicznej do (9) formuły:

(10)

Postać funkcji ważności $h(z^{\wedge})$ decyduje o wyniku symulacji, należy więc dobierać ją na podstawie znajomości obszaru zniszczenia F . Przy doborze funkcji $h(z^{\wedge})$ uwzględniono jednak możliwość ich modyfikowania. Algorytm adaptacyjnego dobierania funkcji

ważności zrealizowany na podstawie metody zaproponowanej przez Buchera [1] można przedstawić w następujący sposób:

- a) $i=1; j=0$, $h_i(\mathbf{z}^{\wedge}_{ij}) = f(\mathbf{z}^{\wedge}_{ij})$, gdzie $f(\mathbf{z}^{\wedge}_{ij})$ jest gęstością prawdopodobieństwa zmiennych losowych opisujących parametry konstrukcji,
- b) $j=j+1$; generuj wektor \mathbf{z}^{\wedge}_{ij} według gęstości $h_i(\mathbf{z}^{\wedge}_{ij})$, sprawdź czy jego realizacją jest zniszczenie konstrukcji przy największej gęstości prawdopodobieństwa f ; jeżeli tak to $N_i=j$, $\mathbf{z}^{\wedge}_i = \mathbf{z}^{\wedge}_{ij}; j=0; i=i+1$; przejdź do (c), w przeciwnym wypadku przejdź do (d),
- c) sformułuj funkcję $h_{i+1}(\mathbf{z}^{\wedge}_{i+1}, j)$, która koncentruje generowane wektory wokół \mathbf{z}^{\wedge}_i , przechodzi się do (d)
- d) oblicz prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji P_f uwzględniając i funkcji ważności:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i \sum_{j=1}^{N_i} I(\mathbf{z}^{\wedge}_{ij}) \frac{f(\mathbf{z}^{\wedge}_{ij})}{h_i(\mathbf{z}^{\wedge}_{ij})} \quad (11)$$

gdzie $N = \sum_{k=1}^i N_k$.

- e) oblicz współczynnik zmienności estymatora P_f według (7) i sprawdź czy spełnia ona kryterium zbieżności:

$$\text{Var} \left(\frac{I(\mathbf{z}^{\wedge})}{N} \right) \leq \varepsilon_s \quad (12)$$

gdzie ε_s jest dobraną arbitralnie maksymalną dopuszczalną wartością wariancji estymatora P_f . Jeżeli warunek (12) jest spełniony przejdź do (f), w przypadku niespełnienia (12): $i=i+1$ przejdź do (b),

- f) zakończ symulację.

Przedstawiony powyżej algorytm znacznie przyspiesza proces obliczania niezawodności konstrukcji. Identyfikacja obszaru zniszczenia odpowiadającego największej gęstości prawdopodobieństwa pozwala zredukować liczbę symulacji. Doświadczenia numeryczne wykazały jednak, że zbyt silne zawężenie obszaru próbkowania może być przyczyną grubych błędów.

4. Minimalizacja nieróżniczkowalnej funkcji celu metodą complexu

Dyskretne funkcje celu, do jakich można zaliczyć indeks niezawodności obliczany za pomocą symulacji Monte - Carlo, minimalizowano przy użyciu zmodyfikowanego algorytmu pełzającego sympleksu [5], zwanego complexem. Procedurę zaczyna się od wyboru punktu startowego $\mathbf{x}_s \in R^n$, następnie wyznacza się wierzchołki \mathbf{x}_i , $i=1, n$ według reguły:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_s + \mathbf{ad}_i \quad (13)$$

Długość kroku wyznacza się według następującego kryterium:

$$\min f(\mathbf{x}_s + \mathbf{ad}) \quad (14)$$

gdzie wektory \mathbf{d}_i stanowią bazę ortogonalną w przestrzeni n - wymiarowej:

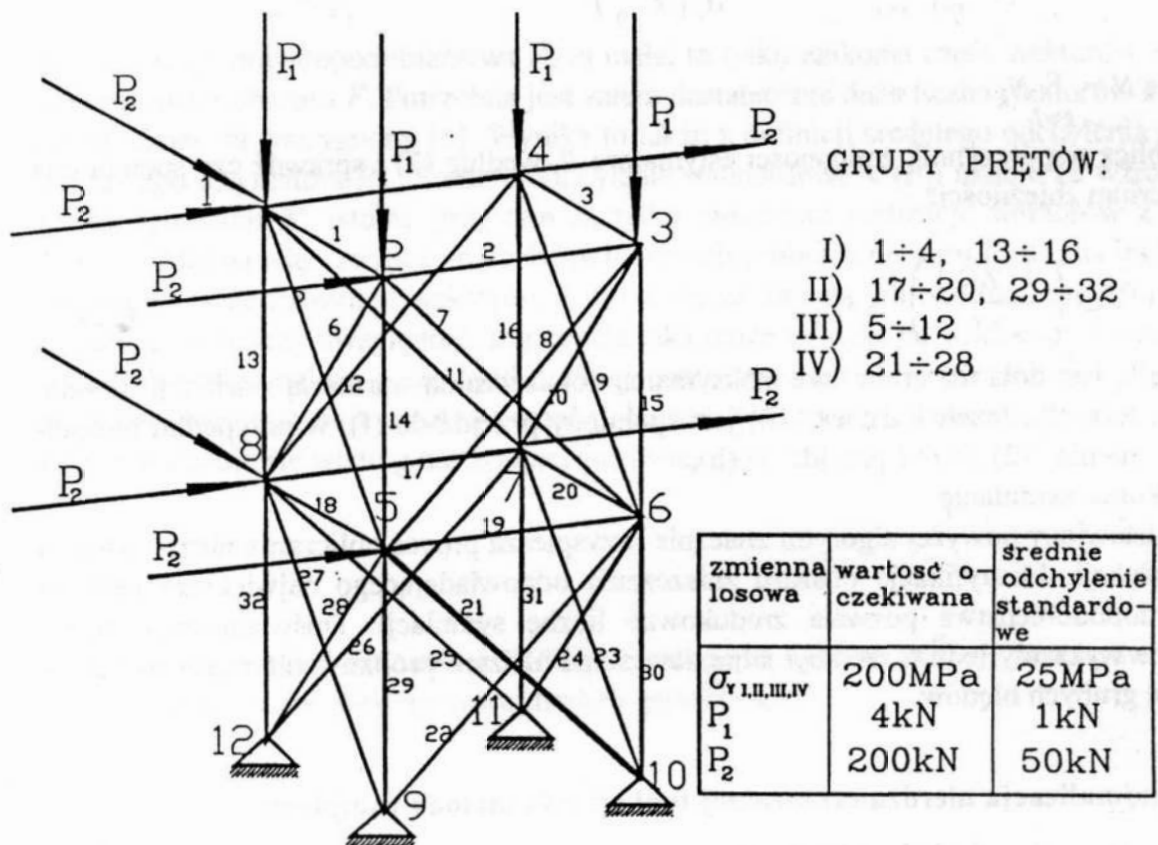
$$\mathbf{d}_i = \mathbf{x}_U - \mathbf{x}_L \quad (15)$$

a x_U , x_L są górną i dolną wartością wektora zmiennych decyzyjnych x . Spośród otrzymanych w ten sposób wierzchołków wybierany jest taki x_w , w którym funkcja celu f jest największa, oraz x_b , w którym wartość funkcji f jest najmniejsza. Następnie oblicza się położenie środka x_c sympleksu według następującej formuły:

$$x_c = \frac{-x_w}{n} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (16)$$

i wyznacza x_n dokonując odbicia lustrzanego punktu x_w względem x_c :

$$x_n = x_c + l(x_c - x_w), \quad l > 0. \quad (17)$$



Rys. 1. Topologia i schemat obciążenia 32 prętowej kratownicy

Fig. 1. Topology and loads of the 32-bar truss

Jeżeli okaże się, że wartość f uległa zmniejszeniu, to dokonuje się ekspansji tzn. wydłuża się krok w aktualnym kierunku:

$$x_n' = x_n + e(x_n - x_c), \quad e > 0. \quad (18)$$

Po dokonaniu ekspansji sprawdza się, czy $f(\mathbf{x}_n') < f(\mathbf{x}_n)$. Jeżeli funkcja f została zmniejszona to $\mathbf{x}_w = \mathbf{x}_n'$, w przeciwnym wypadku $\mathbf{x}_w = \mathbf{x}_n$. Jeżeli badany kierunek nie jest kierunkiem poprawy, wtedy dokonuje się kontrakcji, tzn. zmniejsza się długość kroku:

$$\mathbf{x}_n'' = \mathbf{x}_c + g(\mathbf{x}_w - \mathbf{x}_c), \quad 0 < g < 1. \quad (19)$$

Jeżeli okaże się, że któreś z ograniczeń jest przekroczone w wierzchołku \mathbf{x}_n , to wyznacza się nowy wierzchołek w następujący sposób:

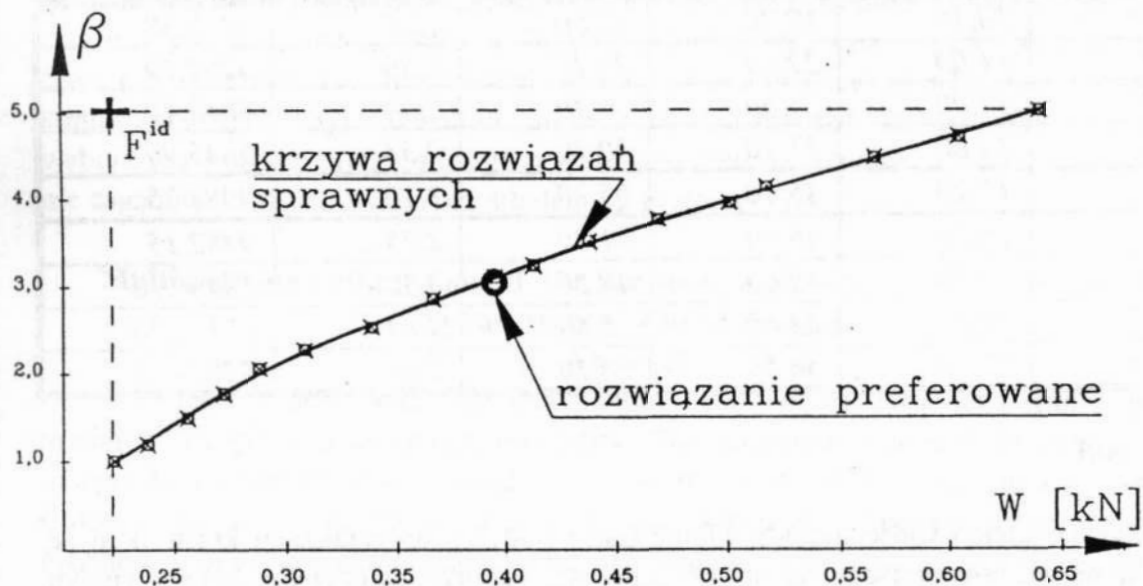
$$\mathbf{x}_n''' = \mathbf{x}_c + \frac{1}{2}(\mathbf{x}_v - \mathbf{x}_c) \quad (20)$$

Procedura zostaje zakończona, gdy maksymalna odległość między wierzchołkami sympleksu nie przekracza arbitralnie założonej wartości.

5. Przykład optymalizacji konstrukcji z uwzględnieniem jej niezawodności obliczanej metodą symulacji Monte-Carlo

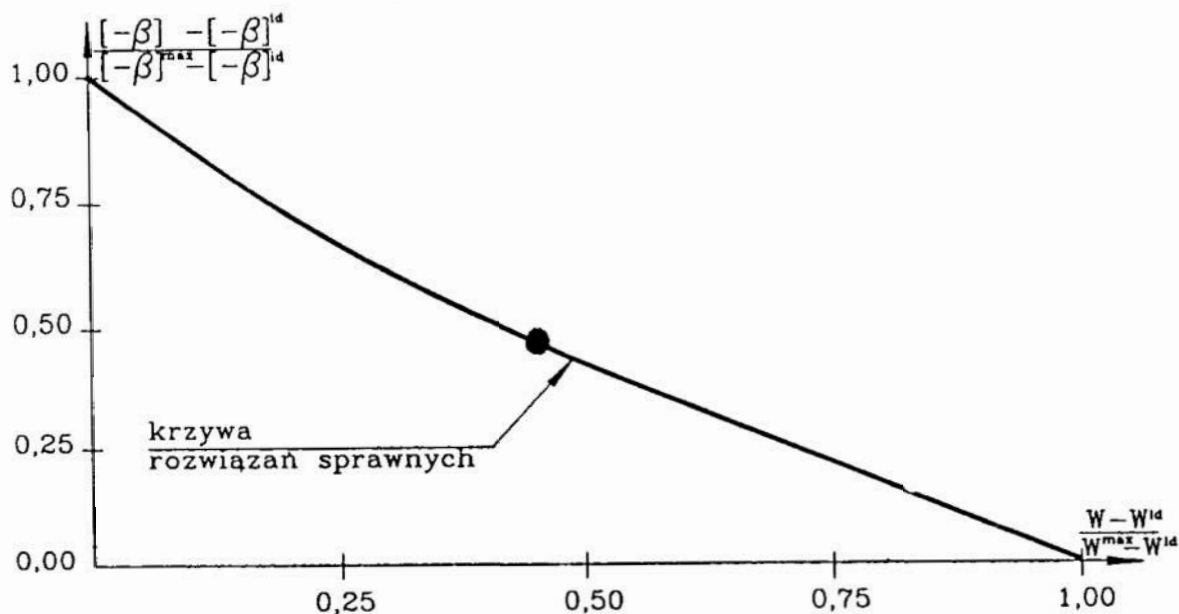
Kratownicę, której schemat obciążenia i dane dotyczące zmiennych losowych przedstawiono na Rys. 1 optymalizowano ze względu na minimum ciężaru i maksimum niezawodności [2]. Zmiennymi decyzyjnymi są pola przekrojów grup prętów A_i , $i=1, \dots, 4$. Nałożono na nie ograniczenia technologiczne: $1,0E-4m^2 = A_{imin} \leq A_i \leq A_{imax} = 1,0E-2m^2$.

Zbiór rozwiązań kompromisowych podano w Tablicy 1, a odpowiadające im krzywe rozwiązań sprawnych wygenerowane metodą ograniczonych funkcji celu przedstawiono na Rys. 2 i 3. Krzywa rozwiązań sprawnych jest bardzo płaska ale należy przypuszczać że jest to spowodowane małą liczbą zmiennych decyzyjnych. Rozwiązanie preferowane wyznaczone metodą min-max, przy doborze współczynników wagowych: $c_1 = c_2 = 0,5$, przedstawiono na Rys. 2 i 3.



Rys. 2. Krzywa rozwiązań sprawnych i rozwiązanie preferowane

Fig. 2. Efficient and preferable solutions



Rys. 3. Krzywa rozwiązań sprawnych w unormowanej przestrzeni celów

Fig. 3. Efficient curve in the normalized objective space

Tablica 1. Zbiory rozwiązań kompromisowych i sprawnych 32-prętowej kratownicy

Table 1. Sets of the compromise and the efficient solutions of the 32-bar truss

Rozwiązania kompromisowe A _i -pole przekroju pręta, i=1,...,4 [cm ²]				b _{sys}	ciężar konstrukcji [N]
A1	A2	A3	A4		
5,50	10,10	18,70	19,60	1,00	4470,38
5,50	11,00	22,00	24,20	1,56	5250,29
5,58	12,90	24,60	26,40	2,04	5812,49
5,50	14,60	31,10	30,20	2,53	6845,90
6,31	17,20	35,70	35,70	3,10	7984,75
5,68	18,70	46,00	41,30	3,75	9482,15
7,90	22,20	50,60	48,20	4,30	10900,16
9,54	24,80	53,60	55,60	4,84	12115,26
10,15	27,70	56,50	58,10	5,01	12914,83

6. Wnioski

1) Wykazano efektywność metody Monte-Carlo podczas optymalizacji konstrukcji ze względu na niezawodność i ciężar. Okazało się, że przy założonym współczynniku zmienności estymatora prawdopodobieństwa zniszczenia konstrukcji, liczba wymaganych symulacji zwiększa się w miarę zbliżania się do rozwiązania optymalnego. Efekt ten jest zawsze obserwowany przy wzroście niezawodności.

2) Stwierdzono, że każdy wynik optymalizacji ze względu na niezawodność obliczaną metodą symulacji Monte-Carlo według funkcji ważności należy zweryfikować stosując metody próbkowania bezpośredniego. Wynik optymalizacji bowiem zależy od doboru funkcji ważności i symulacji początkowej. Stwierdzono też konieczność utrzymania małej wartości wariancji estymatora prawdopodobieństwa zniszczenia konstrukcji na każdym kroku algorytmu optymalizacji, tak aby prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji było obliczane z dostatecznie wysoką dokładnością.

Literatura

1. **Bucher, C. G.:** *Adaptive sampling-an iterative fast Monte-Carlo procedure*, Structural Safety, 5, 1988, pp. 119-126.
2. **Jendo, S., Putresza, J.:** *Reliability-based multicriteria optimization of bar structures (Monte-Carlo simulation)*, X Konf. 'Metody Komputerowe w Mechanice', Świnoujście, 1991, ss. 309-316.
3. **Melchers, R.E.:** *Importance sampling in structural systems*, Structural Safety, 6, 1989.
4. **Melchers, R.E.:** *Structural Reliability - Analysis and Prediction*, Ellis Horwood/Wiley, Chichester, UK., 1987.
5. **Nelder, J.A., Mead, R.:** *A simplex method for function minimization*, Comp. J, 7, 1965, pp. 308-320.
6. **Warner, R. F., Kabaila A. P.:** *Monte - Carlo study of structural safety*, Journ. of the Struct. Div., ST12, pp. 225-238, 1968.

Streszczenie

W pracy przedstawiono zagadnienie optymalizacji konstrukcji prętowych ze względu na minimum ciężaru i maksimum niezawodności. Obciążenie konstrukcji jest losowe i nie zależy od czasu. Granica plastyczności materiału również jest opisana za pomocą zmiennych losowych. Zniszczenie konstrukcji następuje na skutek przejścia w stan mechanizmu kinematycznego. Prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji oblicza się przy użyciu zmodyfikowanej metody symulacji Monte-Carlo. Zbiór rozwiązań kompromisowych wygenerowano metodą ograniczonych funkcji celu. Dokonano wyboru rozwiązania preferowanego przy użyciu metody minimax z wagami. Rozwiązanie zagadnienia zilustrowano przykładem 32 prętowej kratownicy.

Multicriterion optimization of the bar structures with random parameters by the Monte - Carlo Method

Abstract

The paper deals with problem of optimization of bar structures with regard to minimum weight and maximum reliability. The structure is loaded by random time independent external loads. Yield stress of the material is also random variable. Collapse of the structure is defined by the kinematic mechanism development. Probability of failure is computed using self-adaptive Monte-Carlo technique. A set of compromise and noninferior solutions is generated by constrained objectives method. Preferable solution was found using min-max method. The optimization problem is illustrated with the example of 32-bar space truss.

Barbara KASZYŃSKA
Witold M. PACZKOWSKI

POLIOPTYMALNY MODEL PRODUKCJI PRZEDSIĘBIORSTWA BUDOWLANEGO^{*)}

1. Wprowadzenie

Teoretyczno-poznawczą podstawą każdej wydajnej działalności gospodarczej jest zasada gospodarności, która podaje ogólne wytyczne dla racjonalnego postępowania w warunkach kwantyfikacji celów i środków działania. Zasada ta określa racjonalne sposoby przydziału rzadkich środków między konkurencyjne cele, kiedy wynikiem tego przydziału ma być maksymalizacja osiągnięć. Zgodnie z tą zasadą działalność firmy można uznać za wydajną, jeżeli maksymalizuje ona produkcję przy danych środkach produkcyjnych, bądź też osiąga określone efekty produkcyjne przy minimalnych nakładach środków.

Celem pracy jest poznanie i skwantyfikowanie wpływu niektórych czynników produkcji w firmach budowlanych w Szczecinie. W badaniach zastosowano zarówno tradycyjną metodę opartą na ogólnej analizie produkcji i ogólnym logicznym dociekaniu przyczyn wzrostu, jak też metody statystyczno-matematyczne, a w szczególności metody analizy optymalizacyjnej.

2. Czynniki określające poziom produkcji

Jednym z podstawowych problemów analizy procesów produkcyjnych jest kwestia pomiaru zależności, jakie występują pomiędzy nakładami pracy ludzkiej, przedmiotami pracy oraz zasobami trwałych środków pracy z jednej strony, a ilością otrzymanego produktu z drugiej.

Dr inż. Witold Paczkowski, Instytut Inżynierii Lądowej,
Politechnika Szczecińska

*) Przedstawiony na X Konferencji 'Polioptymalizacja i CAD'
Mielno 1992

W przeprowadzonej analizie produkcji przyjęto następujące założenia ogólne:

- przedmiotem analizy matematycznej może być albo ocena istniejących obiektywnie ilościowych prawidłowości procesu produkcyjnego, albo też wyznaczenie relacji dla celów produkcji,

- analiza ma charakter stochastyczny, umożliwia oddzielną ocenę siły i kierunku wpływów poszczególnych wyróżnionych czynników o zasadniczym znaczeniu oraz pozwala na sumaryczną ocenę oddziaływania pozostałych czynników, nie uwzględniających explicite w analizie,

- przedmiotem badań są związki ilościowe występujące w normalnych warunkach pracy firmy i przy założeniu przeciętnych zdolności organizacyjnych i kierowniczych, a więc z wyłączeniem wyników w warunkach laboratoryjnych, czy półtechnicznych oraz bez uwzględnienia sytuacji wyjątkowych lub marnotrawstwa środków,

- analiza dotyczy firm należących do tej samej branży.

W zależności od przyjętego stopnia agregacji celów badania, w różny sposób definiuje się poszczególne zmienne występujące w funkcji produkcji [2]. Jeżeli chodzi o zmienną objaśnianą (produkcję), to najwłaściwsze byłoby ujmowanie jej w jednostkach naturalnych. Jednak w niezmiernie zróżnicowanej produkcji budowlanej ujęcie jej w jednostkach naturalnych jest na ogół niemożliwe. Z konieczności ujmuje się więc wytworzony produkt wartościowo. Należy ponadto zaznaczyć, że wartościowe mierniki produkcji mogą być zastosowane do analizy tylko wtedy, gdy spełnione zostaną następujące warunki:

- wartość produkcji liczona jest w cenach porównywalnych,
- struktura produkcji nie ulega istotnym zmianom,
- nie ulega też istotnym zmianom struktura nakładów pracy żywej i uprzedmiotowanej w jednostce produkcji.

Jak wiadomo, na wzrost produkcji wpływa cały szereg różnorodnych czynników. W praktyce niemożliwe jest uwzględnienie wszystkich, a nawet większości teoretycznie znanych czynników. Wynika to z szeregu obiektywnych ograniczeń, między innymi z trudności uzyskania danych, z nierealnego i nieuchwytnego charakteru niektórych czynników oraz spełnienia odpowiednich warunków w badaniach ekonometrycznych. I tak do zbioru czynników kształtujących produkcję zaliczono nakłady pracy żywej i majątek produkcyjny. Przyjęto tylko produkcyjne środki trwałe, ponieważ tylko ta grupa środków jest bezpośrednio związana z procesem produkcji budowlanej.

Ze względu na duże zróżnicowanie technologiczne środków trwałych, określono je wartościowo, przyjmując ich wartości brutto. Nakłady pracy żywej mierzy się zwykle liczbą przepracowanych roboczogodzin i można przyjąć, że miernik ten oddaje wielkość tego rodzaju nakładów. W przypadku, gdy brak danych statystycznych o liczbie przepracowanych roboczogodzin, używa się danych o liczbie zatrudnionych. W przeprowadzonej analizie nakłady pracy wyrażono przez przeciętne zatrudnienie całkowite.

3. Matematyczny model produkcji

Podstawowym narzędziem ekonometrycznym analizy związków zachodzących między produkcją a nakładami jest model ekonometryczny. Wśród licznych ekonometrycznych metod analizy tych związków wyróżniają się modele typu przyczynowo-skutkowego. Szczególnego znaczenia i popularności zyskał specjalny typ funkcji produkcji zwanej funkcją Cobba-Douglasa [3]. W modelu tym między zmienną objaśnianą (produkcją) a zmiennymi objaśniającymi zachodzi związek przyczynowo-skutkowy. Interpretacja więzi przyczynowo-skutkowej w modelu tej klasy polega na tym, że zmienną objaśnianą traktuje się jako skutek oddziaływania szeregu czynników wyrażonych przy pomocy zmiennych objaśniających. Ogólny model przedstawiający wielkość produkcji od zmiennych objaśniających przedstawić można następująco

$$P = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + e^{\gamma}, \quad (1)$$

gdzie:

P - wielkość produkcji,

x_1, x_2, \dots, x_k - czynniki określające wielkość produkcji,

$+e^{\gamma}$ - składnik losowy przedstawiający łączny efekt oddziaływania na zmienną objaśnianą pozostałych czynników nie uwzględnianych explicite w modelu.

Występowanie składnika losowego w modelu produkcji wynika ze stochastycznego charakteru zależności pomiędzy zmiennymi ekonomicznymi.

Tworzenie modelu jest procesem wieloetapowym. Można wymienić następujące główne etapy modelowania ekonometrycznego:

- sprecyzowanie zakresu badań i ustalenie zmiennych objaśniających,

- dokonanie wyboru matematycznej postaci funkcji opisujących zależności,
- zebranie danych statystycznych będących podstawą oszacowania parametrów modelu,
- estymacja parametrów modelu,
- weryfikacja modelu,
- praktyczne wykorzystanie modelu.

Wybór analitycznej postaci modelu powinien być dokonany pod kątem jednoznacznej ekonomicznej interpretacji szacowanego modelu. Opierając się na dotychczasowych badaniach empirycznych można stwierdzić, że najczęściej stosuje się modele liniowe i potęgowe [3]. Problem doboru zmiennych objaśniających modelu jest sprawą bardzo ważną, wymagającą dobrej znajomości teorii ekonomii oraz specyfiki badanej firmy. Szukając odpowiedzi na pytanie: jakie zmienne przyjąć jako istotne czynniki wzrostu produkcji oraz jaka jest optymalna liczba tych zmiennych, należy dokonać wszechstronnej analizy badanego zjawiska, posługując się zarówno metodami analizy kwalifikatywnej, jak też metodami analizy statystyczno-matematycznej [3].

Mówiąc o możliwości i celowości praktycznego stosowania metod ekonometrycznych do badań ilościowych związków między produkcją i czynnikami ją określającymi należy zauważyć, że model ekonometryczny, opisujący za pomocą formuły matematycznej mechanizm kształtowania się badanej zmiennej, przedstawia jedynie uproszczony obraz przebiegu i splotu zjawisk gospodarczych. Jednakże w przypadku uzyskania dostatecznej z góry określonej zgodności modelu teoretycznego z rzeczywistością, można go wykorzystać jako narzędzie badawcze. Budując ekonometryczny model produkcji przyjęto potęgową postać funkcji, przy czym nie czyniono żadnych dodatkowych założeń co do wartości poszczególnych parametrów ani ich sumy. Tak więc postać analityczna modelu służąca analizie produkcji w trzech wybranych firmach budowlanych na terenie Szczecina przedstawia się następująco

$$P_t = \alpha_0 (0.1 \cdot Z_t)^{\alpha_1} \cdot M_t^{\alpha_2} \cdot e^{\gamma}, \quad (2)$$

gdzie:

P_t - wartość produkcji w okresie t miesięcy,

Z_t - nakłady pracy żywej w okresie t (liczba zatrudnionych),

współczynnik 0.1 wynika jedynie z ograniczeń systemu SURFER [6], który został wykorzystany do graficznej interpretacji modelu,

M_t - zasoby środków trwałych w okresie t ,
 $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ - parametry stałe o wartościach dodatnich.

Zestawienie danych analizowanych firm

Tablica 1

Data set of the companies under concern

Tabele 1

Nazwa przedsiębiorstwa	Dane za okres	Średnia wartość miesięczna		
		Produkcja globalna P_1 [mln zł]	Liczba zatrudnionych ogółem Z_1	Majątek trwały produkcyjny M_1 [mln zł]
1 Szczecińskie Przedsięb. Budownictwa Przemysłowego SA	I kw	19 225	1 146	27 734
	II kw	25 796	1 186	30 108
	III kw	28 178	1 207	29 956
	IV kw	24 290	1 138	25 661
	rok	24 372	1 169	28 365
2 Szczecińskie Przedsięb. Budownictwa Ogólnego "DWÓJKA" SA	I kw	7 569	320	6 300
	II kw	10 642	383	7 743
	III kw	11 518	384	8 405
	IV kw	12 942	373	8 698
	rok	10 674	365	7 787
3 Szczecińskie Przedsięb. Robót Inżynieryjnych SA	I kw	7 564	671	12 668
	II kw	8 219	635	12 292
	III kw	10 177	620	11 927
	IV kw	14 715	646	11 881
	rok	10 164	643	12 192

Do opracowania matematycznego modelu produkcji wykorzystano dane w postaci szeregów czasowych, co pozwala ocenić współzależność zjawisk w ujęciu dynamicznym (tablica 1). Ze względu na trwający aktualnie proces prywatyzacji gospodarki narodowej, ograniczona jest jeszcze liczba przedsiębiorstw funkcjonujących jako spółki akcyjne, a te które powstały mają za sobą krótki okres działalności. Z tego powodu w początkowej fazie tworzenia modelu produkcji zrezygnowano z określenia składnika losowego e^{γ} .

Identyfikację parametrów α_i , $i \in \{0,1,2\}$ przeprowadzono wykorzystując system OPTIM [4]. Poszukiwano minimum sumy kwadratów odchylen od wielkości produkcji miesięcznej ($t=1$), kwartalnej ($t=3$) i rocznej ($t=12$). Zadanie identyfikacji sformułowano następująco

$$f(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) = \min \sum_t \left[\alpha_0 (0.1 \cdot Z_t)^{\alpha_1} \cdot M_t^{\alpha_2} - P_t \right]^2, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{x} = [\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2]^T, \quad (3.2)$$

$$X = \left\{ \mathbf{x}: 0.9 \leq \alpha_0 \leq 1.5, 0.04 \leq \alpha_1 \leq 0.07, 0.5 \leq \alpha_2 \leq 1.1, \right. \\ \left. 100\alpha_0 \in \mathbb{C}, 1000\alpha_1 \in \mathbb{C}, 100\alpha_2 \in \mathbb{C} \right\}. \quad (3.3)$$

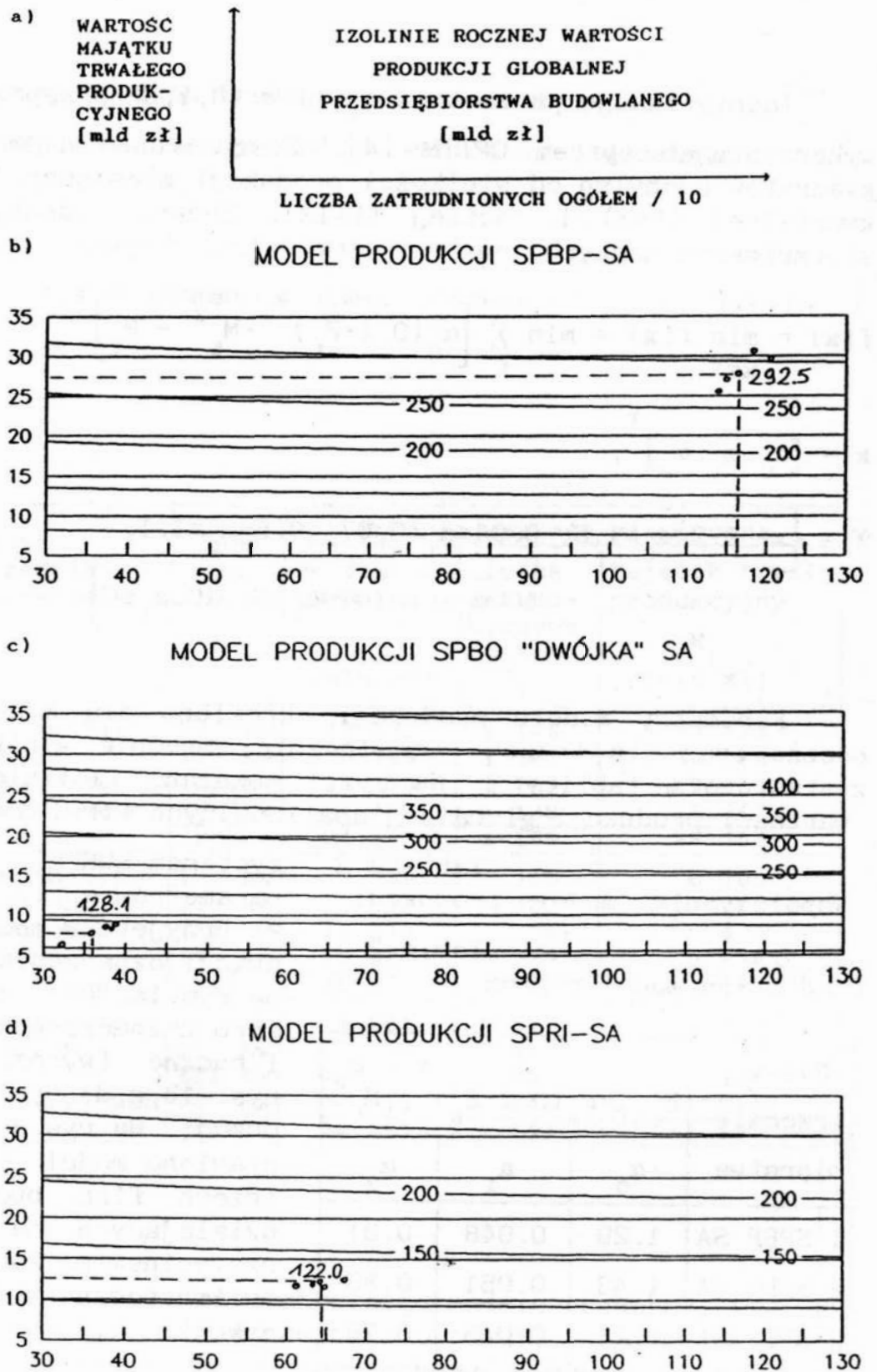
Parametry modelu produkcji określono dla każdej firmy osobno oraz dla trzech firm łącznie. Średnie wyniki roczne zestawiono w tabelicy 2. Na rys.1 pokazano izolinie rocznej wartości produkcji globalnej analizowanych firm, sporządzone

Tablica 2
Współczynniki modelu produkcji
Table 2
Production model ratios

Nazwa przedsiębiorstwa	$P_{t=1} = \alpha_0 (0.1 \cdot Z_t)^{\alpha_1} \cdot M_t^{\alpha_2}$		
	α_0	α_1	α_2
1 SPBP SA	1.29	0.048	0.81
2 SPBO SA	1.43	0.051	0.89
3 SPRI SA	1.26	0.045	0.76
Łącznie 3 firmy	1.32	0.047	0.81

systemem SURFER [6] dla parametrów α z tabelicy 2. Przyjęte w modelu produkcji oznaczenia opisano na rys.1a. Dla każdej z firm zaznaczono kwartalne i roczne (wyróżnione na rys. 1b,c,d) wyniki produkcji. Na rys.2a przedstawiono model produkcji trzech firm budowlanych działających na rynku szczecińskim. Zaznaczono tu ich roczne wyniki produkcji.

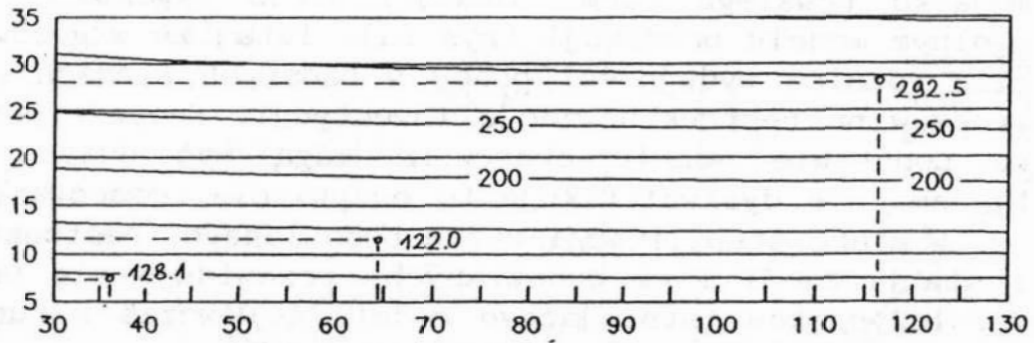
Warto zauważyć, że modele opracowane dla poszczególnych firm dość dobrze opisują ich działalność (rys.1). Jest to wynikiem niewielkich zmian w zatrudnieniu i restrukturyzacji



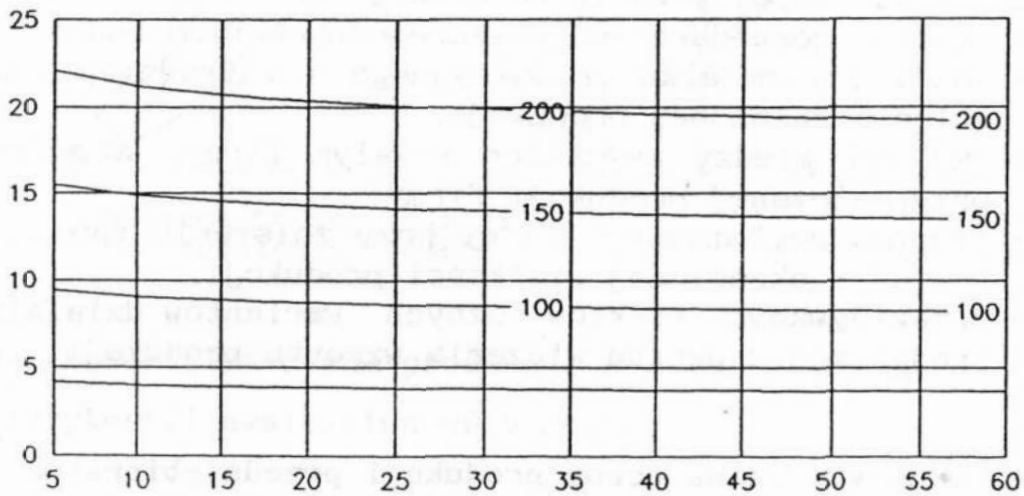
Rys. 1. Modele produkcji wybranych szczecińskich firm budowlanych

Fig. 1. The production models of selected construction companies of Szczecin

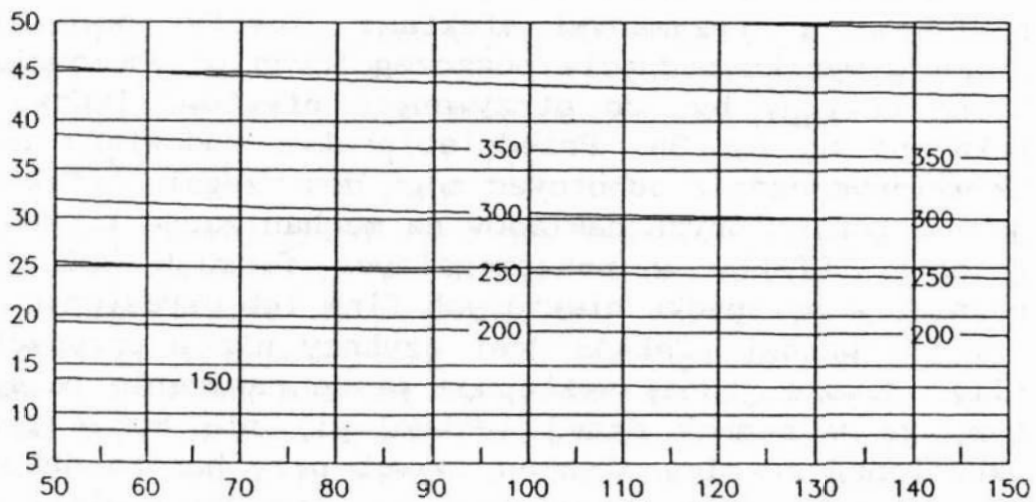
a) MODEL PRODUKCJI TRZECH FIRM BUDOWLANYCH



b) MODEL PRODUKCJI MAŁEJ FIRMY BUDOWLANEJ



c) MODEL PRODUKCJI DUŻEJ FIRMY BUDOWLANEJ



Rys. 2. Modele produkcji uwzględniające zatrudnienie i majątek trwały

Fig. 2. Company activity models versus employment and real estate

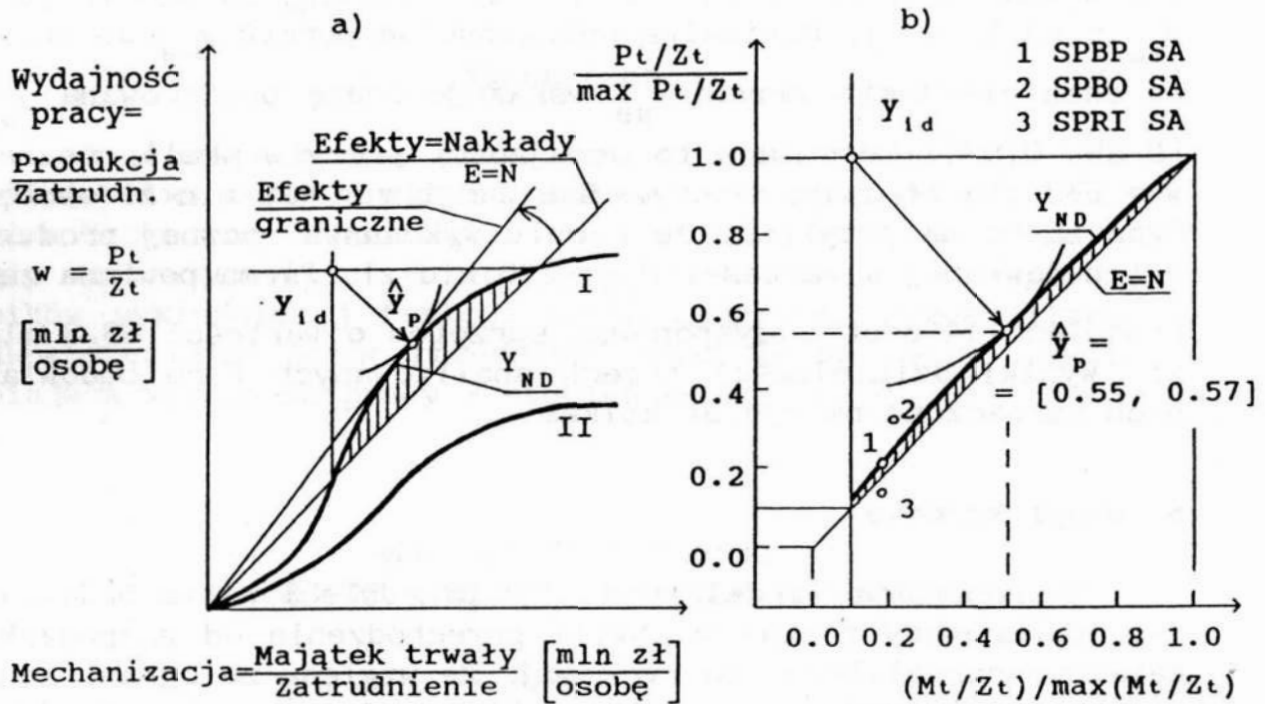
majątku trwałego firm. Inaczej nieco wygląda sytuacja w ogólnym modelu produkcji (rys.2a). Tutaj ze względu na znaczne różnice wydajności pracy w badanych firmach oraz brak środków na restrukturyzację inwestycji, decyzje podejmowane na podstawie modelu obarczone mogą być dużym (do 20%) błędem. Nie dyskwalifikuje to oczywiście opracowanego modelu. W miarę stabilizacji rynku budowlanego, restrukturyzacji i stabilizacji firm budowlanych, przewiduje się uściślenie współczynników istniejącego modelu i wówczas w funkcji (2) uwzględniony zostanie składnik losowy e^{γ} .

Opracowany model produkcji małej i dużej firmy budowlanej (rys. 2b,c) pozwala na określenie:

- stopnia gospodarności poszczególnych firm budowlanych,
- wielkości majątku produkcyjnego i zatrudnienia dla osiągnięcia założonej produkcji,
- relacji między majątkiem trwałym firmy, a zatrudnieniem przy założonej produkcji firmy,
- stopnia mechanizacji firmy przy założeniu taniej siły roboczej i określonej wielkości produkcji,
- przewidywanych efektów różnych wariantów działalności gospodarczej z punktu widzenia wzrostu produkcji.

4. Dwukryterialna ocena produkcji przedsiębiorstwa

Podejmowanie decyzji inwestycyjnych poprzedzone powinno być ekonometryczną analizą związków zachodzących pomiędzy nakładami a otrzymanymi efektami. Koszty poniesione przez firmę w wyniku podjęcia poszczególnych przedsięwzięć odniesione powinny być do otrzymanych efektów. Typowe sytuacje pokazano na rys.3a. Przedsiębiorstwa budowlane dopiero po określonym czasie odnotować mogą dostrzegalne efekty wynikające z poniesionych nakładów na mechanizację i wzrost zatrudnienia. Efekty w poszczególnych firmach kształtują się różnie. W przypadku niektórych firm lub określonych inwestycji (I) wzrost efektów jest szybszy niż w przypadku innych (II). Zawsze jednak występuje pewne nasycenie polegające na tym, że w ramach danej technologii nie można przekroczyć określonej granicy efektów, nawet przy bardzo dużych nakładach. Zasadą jest, że efekty inwestycyjne powinny być większe od poniesionych nakładów, czyli ekonomicznie uzasadnione są przedsięwzięcia określone krzywą (I) znajdującą się powyżej prostej $E = N$ wyrównującej efekty z nakładami (rys.3a).



Rys. 3. Dwukryterialna ocena produkcji przedsiębiorstwa

Fig. 3. Bicriterial evaluation of a company activity

Jeżeli przyjmiemy, że nakłady powinny dążyć do minimum, a efekty do maksimum, to powyżej prostej $E = N$ znajduje się zbiór ocen niezdominowanych Y_{ND} [1]. Ocena idealna y_{id} minimalizuje nakłady i maksymalizuje efekty. Rozwiązanie dające ocenę idealną w rzeczywistości nie istnieje. Wyznaczenie minimalnej odległości od oceny idealnej jest jedną z metod określania oceny preferowanej \hat{y}_p [1]. Inaczej \hat{y}_p można wskazać wyznaczając efekty graniczne, jak pokazano na rys.3a.

W przypadku przedsiębiorstw budowlanych nakłady można w uproszczeniu sprowadzić do mechanizacji, czyli do wartości majątku trwałego przypadającego na jednego zatrudnionego. Efekty można natomiast mierzyć wydajnością pracy, czyli wartością produkcji przypadającej na jednego zatrudnionego. Jeżeli w obecnej sytuacji panującej na rynku przyjmiemy, że minimalna ekonomicznie uzasadniona wydajność pracy wynosi $w = \frac{P_{12}}{Z_{12}} = 100 \text{ mln zł/osobę}$, a maksymalna do osiągnięcia jest rzędu $w = 1.0 \text{ mld zł/osobę}$, to określony w poprzednim punkcie model produkcji daje zbiór ocen niezdominowanych pokazany na rys.3b. Wartość wydajności pracy i mechanizacji

unormowano do przedziału $\langle 0, 1 \rangle$. Punkt idealny ma współrzędne $y_{id} = [0.1, 1.0]$. Minimalna odległość od punktu y_{id} do zbioru ocen niezdominowanych Y_{ND} wskazuje ocenę preferowaną $\hat{y}_p = [0.55, 0.57]$. Odpowiada to wydajności pracy w skali rocznej $w = 570$ mln zł/osobę oraz mechanizacji $m = 468$ mln zł/osobę. Oznacza to na przykład, że w celu wykonania rocznej produkcji budowlanej o wartości $P_{12} = 200$ mld zł, firma powinna zatrudniać 114 osób i dysponować sprzętem o wartości 53.3 mld zł. Wyniki działalności trzech analizowanych firm budowlanych zaznaczono na rys.3b kółkami.

5. Uwagi końcowe

Zaproponowany model produkcji przedsiębiorstwa budowlanego opracowany został w chwili przechodzenia od gospodarki nakazowo-rozdzielczej do rynkowej. Ze względu na ograniczoną ilość danych statystycznych model ten nie może dawać odpowiedzi na wiele istotnych kwestii, jak np. struktura produkcji czy struktura zatrudnienia. W miarę pojawiania się nowych podmiotów gospodarczych oraz uaktualnienia analizy działalności już istniejących, opracowany model będzie uściślany i uzupełniany o nowe elementy. Istotnym jest, aby decyzje podejmowane na podstawie statystycznie opracowanych zależności były decyzjami wielokryterialnymi, biorącymi pod uwagę kilka często sprzecznych ze sobą celów.

Literatura

1. **Ameljańczyk A.**: Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania. Ossolineum, Wrocław 1984.
2. **Krzysztofiak M. (red.)**: Ekonometria. PWE, Warszawa 1979.
3. **Pawłowski Z.**: Ekonometria. PWN, Warszawa 1980.
4. **Paczkowski W. M.**: OPTIM - nonlinear discrete optimization program. X Polish Conf. "Computer Methods in Mechanics", Świnoujście 1991, vol.2, pp.607-614.
5. **Schäfer W. Kaszyńska B.**: Zur Leistungsbewertung in den Baukombinaten. Wissenschaftliche Beiträge 4/85 Ingenieurhochschule Wismar.
6. **Tański T.**: SURFER Przewodnik użytkownika. Wydawnictwo PLJ, Warszawa 1991.

Streszczenie

W pracy dokonano próby budowy modelu produkcji przedsiębiorstwa budowlanego na podstawie działalności wybranych firm Szczecina. Uwzględniono te przedsiębiorstwa, które uległy sprywatyzowaniu. Przeprowadzono identyfikację współczynników wykładniczej funkcji Cobba-Douglasa. Przeanalizowano dwukryterialną ocenę przedsiębiorstwa budowlanego, uwzględniającą wydajność pracy i stopień mechanizacji.

MULTICRITERION MODEL OF A BUILDING ENTERPRISE PRODUCTION ACTIVITY

Summary

In this work an attempt has been made to develop a model of building enterprise production activity based on the activities of selected building companies of Szczecin. The selection considered those enterprises, which had been privatized. The coefficients of the Cobb-Douglas' exponential function were identified. An analysis has been made on a two-criterion estimation of building enterprise, which takes into account the productivity and the degree of mechanization.

Jerzy MONTUSIEWICZ

PEWNA METODA POSZUKIWANIA ROZWIĄZAŃ REPREZENTATYWNYCH *)

1. Wstęp

W wyniku projektowania obiektów złożonych, z zastosowaniem metod optymalizacji wielokryterialnej (OW) uzyskuje się zazwyczaj zbiór rozwiązań dopuszczalnych, a także zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto o dużej liczebności (kilkanaście lub nawet kilkadziesiąt rozwiązań). Oczywiście liczebność zbioru jest uzależniona od projektanta - przy czym dotyczy to zarówno ilości generowanych rozwiązań, jak i jakości rozwiązań otrzymywanych w wyniku realizacji procedur optymalizacyjnych. Z punktu widzenia matematycznego, rozwiązania ze zbioru Pareto są niezdominowane, tzn. żadne rozwiązanie nie wyklucza innego. Rozwiązanie nazywamy optymalnym w sensie Pareto, jeżeli nie ma możliwości poprawienia żadnego z kryteriów bez konieczności pogorszenia któregośkolwiek z pozostałych. Zapis formalny, wg [1], wygląda następująco: element $\mathbf{x}^* \in X$ nazywać będziemy rozwiązaniem optymalnym w sensie Pareto wtedy i tylko wtedy, gdy w X nie istnieje taki element \mathbf{x} , że dla każdego $m \in N$

$$f_m(\bar{\mathbf{x}}) \geq f_m(\mathbf{x}^*) \quad (1)$$

oraz istnieje $l \in N$, takie że

$$f_l(\bar{\mathbf{x}}) > f_l(\mathbf{x}^*) \quad (2)$$

Zagadnienie wyboru rozwiązania wśród rozwiązań uzyskanych w procesie OW konstrukcji lub w efekcie wielokryterialnej analizy wariantów istniejących rozwiązań posiada - jak

Dr inż. Jerzy Montusiewicz, Katedra Podstaw Techniki,
Politechnika Lubelska

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Polioptrymalizacja i CAD'
Mielno 1991

do tej pory - skromną bibliografię [2, 3, 4, 5, 9, 12, 13, 14, 15, 16]. Wykorzystanie istniejących algorytmów w celu wyznaczenia zbioru rozwiązań reprezentatywnych jest mało przydatne ze względu na reprezentowane tam podejście.

Dlatego też pojawiła się potrzeba opracowania skutecznej metody poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych ze skończonego zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. W tym celu wykorzystano podejście prezentowane w pracy [11]. Do poszukiwań zastosowano metrykę min-max z wagami [10]. Rozwiązanie otrzymane przy takim podejściu nazwano rozwiązaniem minimaxowym (gdy wagi w_i są sobie równe to mamy do czynienia z metryką mini-max).

W metodzie min-max z wagami, projektant podczas interaktywnej pracy z komputerem przedstawia własne preferencje dotyczące istotności poszczególnych kryteriów, którymi (w tej metodzie) są wagi przypisywane względnym odchyleniom od rozwiązań minimalnych. Wartościom wag, podanym przez projektanta, komputer przypisuje rozwiązanie optymalne. Dla metody min-max z wagami jest to takie rozwiązanie $\mathbf{x} \in X$, dla które go:

$$\xi(\mathbf{x}^*) = \min_{\mathbf{x} \in X} \max_{i \in I} \{w_i \lambda_i(\mathbf{x})\} \quad (3)$$

gdzie: $\lambda_i(\mathbf{x})$ - wartość względnego przyrostu i -tej funkcji celu

$$\lambda_i(\mathbf{x}) = \frac{|f_i^0(\mathbf{x}) - f_i(\mathbf{x})|}{|f_i^0(\mathbf{x})|} \quad (4)$$

w_i - współczynnik wagowy i -tej funkcji celu,

$I = \{1, 2, \dots, k\}$ - zbiór indeksów rozpatrywanych funkcji celu,

$f_i^0(\mathbf{x})$ - i -ta składowa wektora idealnego.

W przypadku, gdy wszystkie składowe wektora kryteriów są minimalizowane wektor idealny $\mathbf{f}^0(\mathbf{x})$ tworzymy poprzez poszukiwanie niezależnego minimum każdej funkcji celu:

$$\mathbf{f}^0(\mathbf{x}) = [f_1^0(\mathbf{x}), \dots, f_i^0(\mathbf{x}), \dots, f_k^0(\mathbf{x})]^T \quad (5)$$

Jego elementy są określone przez:

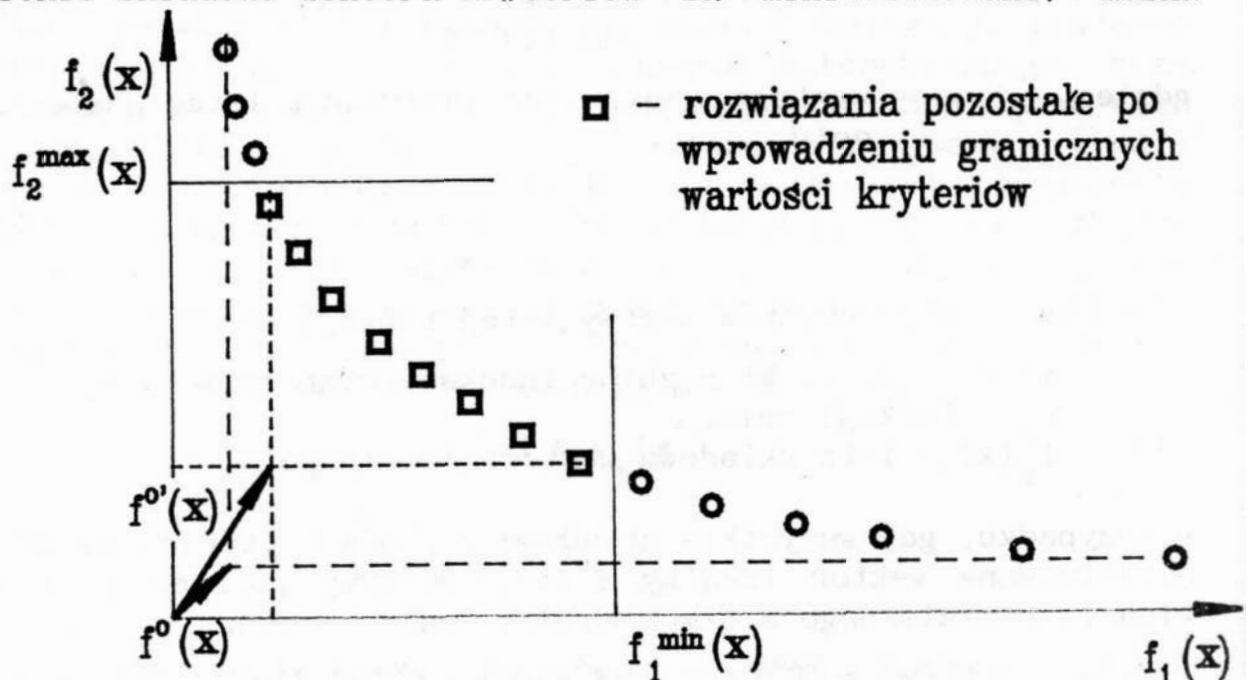
$$f_i^0(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x} \in X} f_i(\mathbf{x}) \quad (6)$$

Należy tu zwrócić uwagę na fakt, że w opisanej metodzie współczynniki wagowe w_i odnoszą się do wielkości bezwymiaro-

wych. Stąd też ich wartości odwzorowują - w miarę precyzyjnie - preferencje, jakie projektant zamierza nadać poszczególnym kryteriom.

2. Sposoby zmniejszania liczebności zbioru

Przed przystąpieniem do opisu metody poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych, przedstawione zostaną pokrótce dwa inne, proste sposoby zmniejszania liczebności zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. Pierwszy z nich to tzw. przesunięcie wektora idealnego [6] z wykorzystaniem "ograniczeń progowych" zaczerpniętych z pracy [4]. Metoda ta sprowadza się do określenia satysfakcjonujących nas granicznych wartości kryteriów. Gdy w analizowanym rozwiązaniu chociaż jedno kryterium nie spełnia przyjętych ograniczeń, rozwiązanie takie jest eliminowane. Minimalne wartości kryteriów wyznaczane są z pewnego podzbioru Pareto. Mając na uwadze fakt stosowania przy OW kryteriów przeciwstawnych, prowadzi to do wyznaczenia nowego wektora idealnego. W przypadku, gdy wszystkie składowe wektora kryteriów są minimalizowane, można



Rys. 1. Idea zastosowania przesunięcia wektora idealnego dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 1. Idea of application of the displacement of the ideal vector for bicriterion minimization

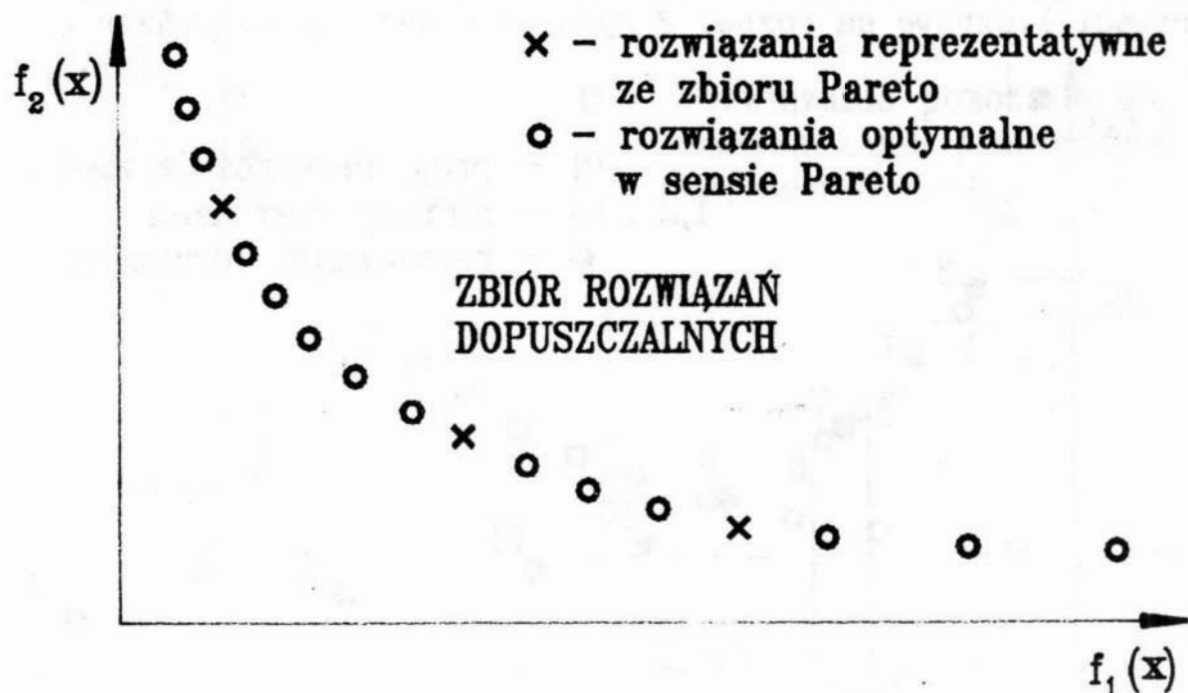
nr 3 eliminuje rozwiązanie nr 4, a rozwiązanie nr 7 eliminuje rozwiązania nr 6 i nr 8. Dla przyjętej wartości PN nie następuje eliminacja innych rozwiązań. W uproszczonej wersji tej metody eliminowanie rozwiązań w obrębie PN jest uzależnione również od kolejności analizowanych rozwiązań.

Należy dodać, że obie metody mogą być stosowane jednocześnie i zostały ujęte w opracowanych algorytmach i programach komputerowych.

3. Metoda poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych

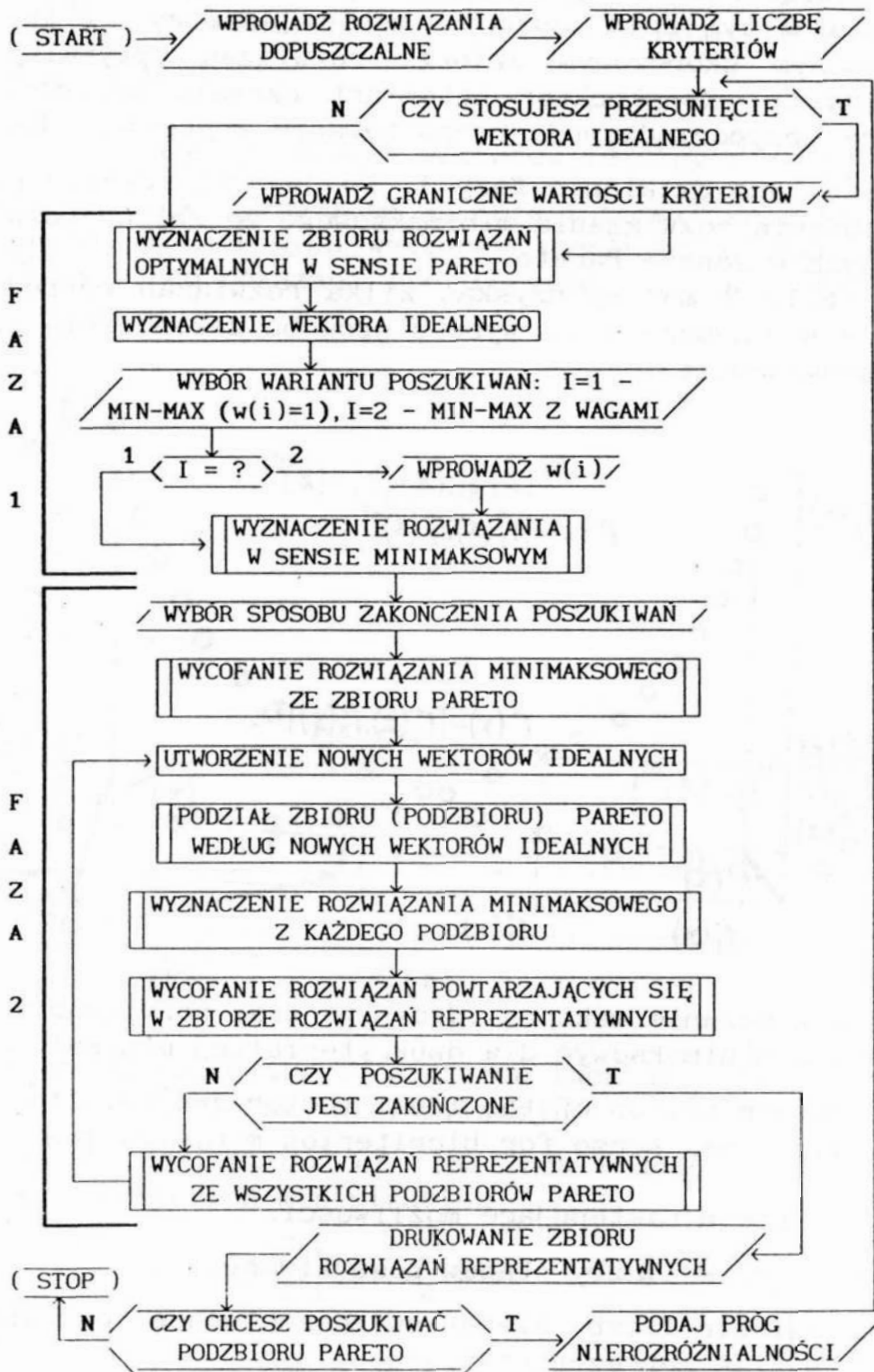
W procesie projektowania bardziej adekwatnym wydaje się podejście, w którym projektantowi przedstawiony zostaje reprezentatywny podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto [6]. Na rys. 3 przedstawiono ideę takiej reprezentacji dla dwukryterialnej minimalizacji.

Zaproponowana metoda poszukiwania podzbioru rozwiązań reprezentatywnych, której schemat blokowy przedstawiono na rys. 4, składa się z dwu faz. W fazie 1 wyznaczamy tylko



Rys. 3. Idea reprezentacji rozwiązań dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 3. Idea of representation of solutions for bicriterion minimization

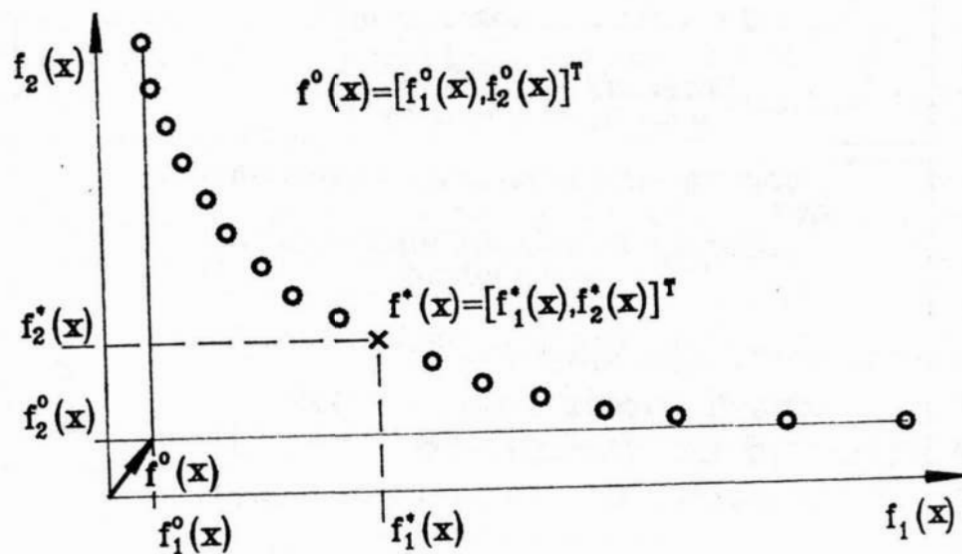


Rys. 4. Schemat blokowy poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych

Fig. 4. Block scheme of searching for the representative solutions

jedno rozwiązanie w sensie minimaxowym $f^*(x)$. Procedura opracowana w tym celu wyznacza wektor idealny $f^0(x)$ - w rozpatrywanym skończonym zbiorze rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. Konstruktor natomiast określa wartości wag w_i , które przyporządkowuje rozpatrywanym kryteriom. Na rys. 5 przedstawiono działanie fazy 1. Po jej zakończeniu następuje wycofanie rozwiązania minimaxowego ze zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto.

W fazie 2 możemy uzyskać kilka rozwiązań reprezentatywnych - w zależności od wyboru sposobu zakończenia procedury poszukiwawczej.



Rys. 5. Wyznaczanie wektora idealnego oraz rozwiązania w sensie minimaxowego dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 5. Determination of the ideal vector and solution in the min - max sense for bicriterion minimization

Istnieją następujące możliwości:

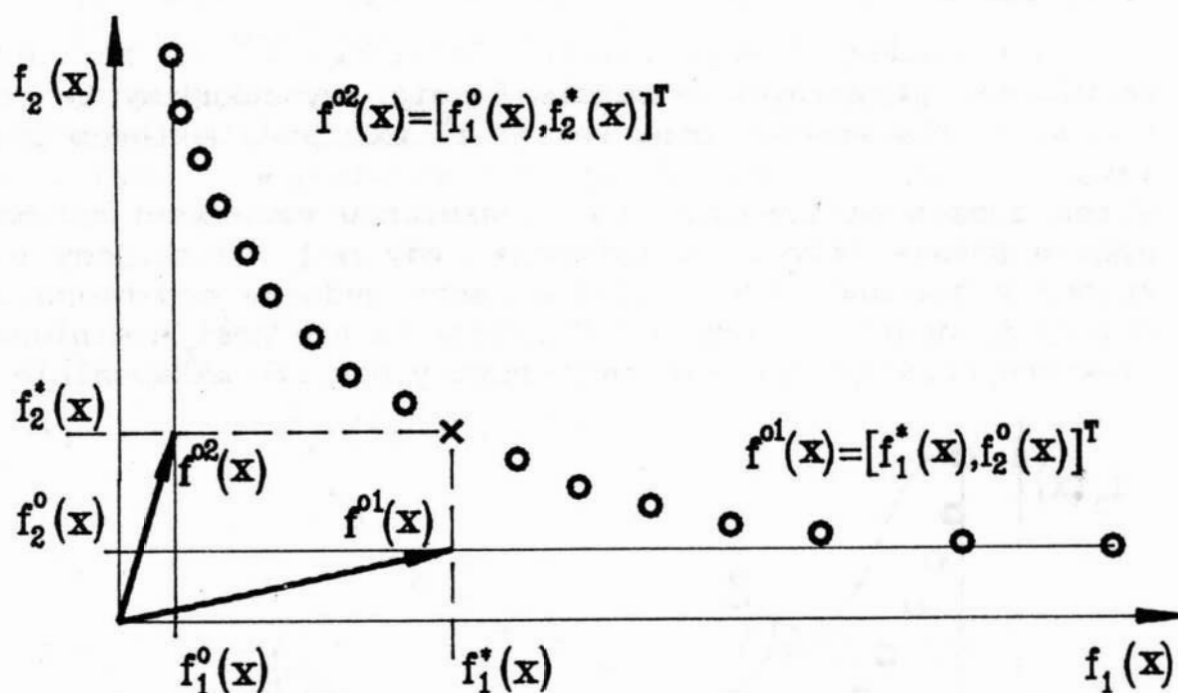
- (i) określenie liczby etapów poszukiwań,
- (ii) określenie liczby elementów poszukiwanego podzbioru rozwiązań reprezentatywnych,
- (iii) określenie liczby elementów w podzbiorze, w którym poszukiwane jest rozwiązanie reprezentatywne,
- (iv) automatyczne zakończenie programu.

Poszukiwanie rozwiązań reprezentatywnych w fazie 2 podzielono na etapy, z których każdy powtarzany jest w sytu-

acji, gdy poszukiwanie nie zostało zakończone. Wartości wag w_i pozostają zachowane z fazy 1. Etap składa się z następujących procedur:

1. Utworzenie n nowych wektorów idealnych.

W oparciu o wyznaczone w fazie 1 rozwiązanie minimaksowe, generujemy n nowych wektorów idealnych $f^{o1}(\mathbf{x})$, $f^{o2}(\mathbf{x})$, ..., $f^{on}(\mathbf{x})$, co pokazano jako formułę (9) - rys. 6.



Rys. 6. Wyznaczanie nowych wektorów idealnych dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 6. Determination of the new ideal vectors for bicriterion minimization

$$\left. \begin{aligned}
 f^{o1}(\mathbf{x}) &= [f_1^*(\mathbf{x}), f_2^o(\mathbf{x}), \dots, f_n^o(\mathbf{x})]^T \\
 f^{o2}(\mathbf{x}) &= [f_1^o(\mathbf{x}), f_2^*(\mathbf{x}), \dots, f_n^o(\mathbf{x})]^T \\
 &(\dots) \\
 f^{on}(\mathbf{x}) &= [f_1^o(\mathbf{x}), f_2^o(\mathbf{x}), \dots, f_n^*(\mathbf{x})]^T
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

gdzie: n - liczba rozpatrywanych kryteriów,

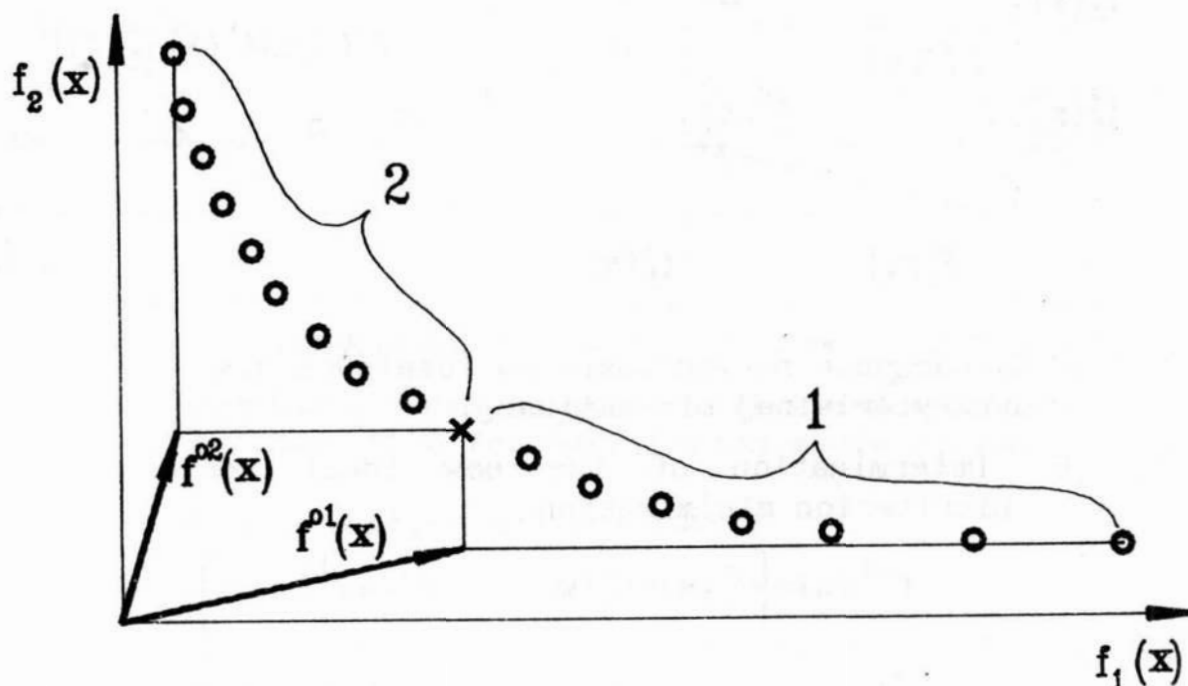
$f^o(\mathbf{x}) = [f_1^o(\mathbf{x}), f_2^o(\mathbf{x}), \dots, f_n^o(\mathbf{x})]^T$ - wektor idealny z fazy 1,

$f^*(\mathbf{x}) = [f_1^*(\mathbf{x}), f_2^*(\mathbf{x}), \dots, f_n^*(\mathbf{x})]^T$ - wektor rozwiązania minimaksowego otrzymany w fazie 1.

2. Wyznaczanie podzbiorów rozwiązań optymalnych w sensie Pareto

Dla każdego nowego wektora idealnego $f^{oi}(\mathbf{x})$ ze zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, wyszukujemy te rozwiązania, dla których dany wektor $f^{oi}(\mathbf{x})$ jest wektorem idealnym.

W ten sposób otrzymujemy n podzbiorów rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. W sytuacji, gdy $n=2$, uzyskujemy podzbiory rozłączne, tzn. żaden element jednego podzbioru nie należy do drugiego. Gdy $n > 2$ zasada ta nie jest spełniona i niektóre rozwiązania będą występowały w kilku maksymalnie w



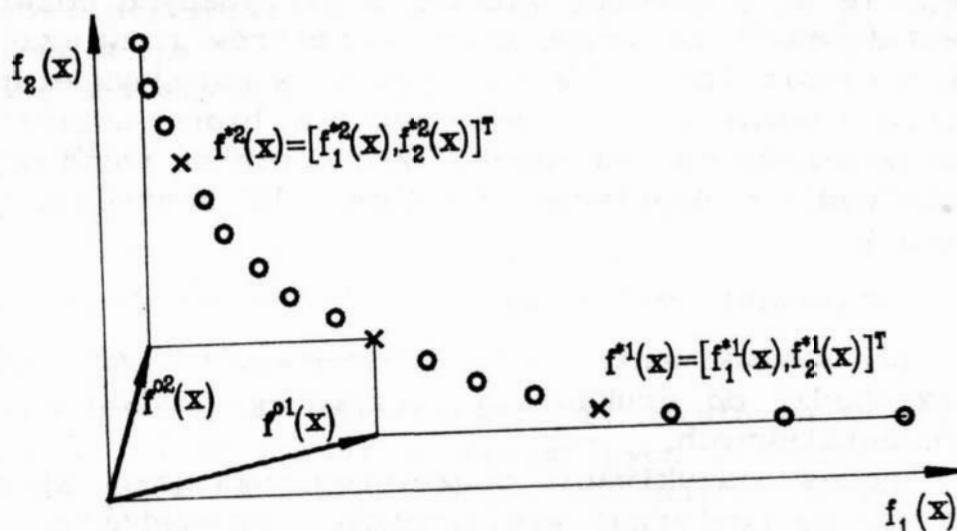
Rys. 7. Podział rozwiązań optymalnych w sensie Pareto na podzbiory nr 1 i nr 2 dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 7. Dividing of the Pareto optimal solutions into subset no 1 and No 2 for bicriterion minimization

$n-1$ podzbiorach. Przykładowo: rozwiązanie $\mathbf{f}^j(\mathbf{x}) = [f_1^j(\mathbf{x}), f_2^j(\mathbf{x}), \dots, f_n^j(\mathbf{x})]^T$ nie należy do podzbioru nr 1 rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, gdzie wektor idealny wyrażony jest przez $\mathbf{f}^{o1}(\mathbf{x}) = [f_1^{o1}(\mathbf{x}), f_2^{o1}(\mathbf{x}), \dots, f_n^{o1}(\mathbf{x})]^T$, gdy dla dowolnego $i=1, 2, \dots, n$ spełniona jest nierówność: $f_i^j(\mathbf{x}) < f_i^{o1}(\mathbf{x})$ patrz rys. 7.

3. Wyznaczanie rozwiązań minimaksowych dla każdego podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto.

Wyznaczając rozwiązania minimaksowe w każdym podzbiorze otrzymujemy teoretycznie n rozwiązań reprezentatywnych - patrz rys. 8. W praktyce może być ich mniej. Ponieważ - dla $n > 2$ - rozwiązania należące do podzbiorów mogą się powtarzać, więc dotyczy to również otrzymanych rozwiązań minimaksowych.



Rys. 8. Wyznaczanie rozwiązań w sensie minimaksowym dla każdego podzbioru Pareto dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 8. Determination of the solutions in the min - max sense for every Pareto subsets for bicriterion minimization

Ponadto, podczas realizacji programu mogą zadziałać procedury wprowadzone tam na stałe (np.: gdy podzbiór posiada zbyt małą liczbę elementów składowych - jest pomijany i algorytm nie poszukuje w tym podzbiorze rozwiązania minimaksowego).

4. Wycofanie z otrzymanego zbioru rozwiązań reprezentatywnych rozwiązań powtarzających się.

Po zastosowaniu tej procedury w zbiorze pozostają faktyczne rozwiązania reprezentatywne. Przeprowadza się również zliczanie powtórzeń danego rozwiązania. Przyjęto, że im większa liczba powtórzeń, tym ważniejsze jest rozpatrywane rozwiązanie w analizowanym etapie poszukiwań. W sytuacji, gdy liczby powtórzeń dwóch różnych rozwiązań są sobie równe, ważniejsze jest to z rozwiązań, które reprezentuje większy podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto.

5. Sprawdzenie sposobu zakończenia poszukiwań.

Konstruktor wybiera jeden z możliwych sposobów zakończenia poszukiwań. W procedurze poszukującej wpisane są jednak dodatkowe ograniczenia, które działają tak, by nie zostały przekroczone zakresy zadeklarowanych tablic. W sytuacji, gdy nie nastąpiło wstrzymanie poszukiwań, następuje przejście do procedury wycofania otrzymanych rozwiązań reprezentatywnych ze wszystkich podzbiorów rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. W ten sposób, w kolejnym etapie poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych biorą udział tylko te rozwiązania ze zbioru Pareto, które nie są rozwiązaniami minimumowymi z poprzedniego etapu. Tu następuje powrót do punktu 1.

6. Drukowanie otrzymanego podzbioru reprezentatywnego.

Gdy poszukiwanie zostało przerwane, algorytm kończy je i przechodzi do drukowania otrzymanego podzbioru rozwiązań reprezentatywnych.

Proces poszukiwania podzbiorów rozwiązań reprezentatywnych możemy powtarzać wielokrotnie, wprowadzając różne wartości progu nierozróżnialności, stosując przesunięcie wektora idealnego, a także podając własne preferencje dla poszczególnych funkcji celu (wagi w).

4. Przykład obliczeniowy

W oparciu o zaprezentowaną metodę poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych, zbudowano program komputerowy, będący konwersacyjnym narzędziem wspomagania projektanta podczas wyboru rozwiązań. Program ten napisano w języku FORTRAN 77 i uruchomiono na mikrokomputerze typu IBM PC/AT, przy czym dane o wygenerowanych wcześniej rozwiązaniach pobierane są ze

zbiorów o bezpośrednim dostępie.

Działanie prezentowanej metody przedstawiono na przykładzie poszukiwania podzbioru rozwiązań reprezentatywnych, ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych, zespołów wrzecionowych ściernicy szlifierki do wałków - łożyskowanej hydrostatycznie. Koncepcję OW tych zespołów przedstawiono w artykule [8], zaś pełny opis użytej metody dekompozycji nazywanej "Metodą czteropoziomowej OW" w pracach [6, 7]. Nie wchodząc w szczegóły metody dekompozycji wyjaśnić należy, że na trzech pierwszych poziomach następuje generowanie rozwiązań optymalnych dla poszczególnych podzespołów - łożysk hydrostatycznych zespołu wrzeciona (poprzecznego i wzdłużnego) oraz dla całego zespołu wrzeciona. Na poziomie czwartym dokonuje się grupowania otrzymanych wyników, wyznaczenie podzbioru rozwiązań reprezentatywnych oraz ostateczny wybór rozwiązania przez projektanta.

W odniesieniu do zespołu wrzeciona rozpatrzono 4 kryteria:

- (i) - przemieszczenie promieniowe końcówki zespołu wrzeciona w [μm],
- (ii) - masę wrzeciona w [kg],
- (iii) - przemieszczenie wzdłużne zespołu wrzeciona mierzone na promieniu przyłożonej siły wzdłużnej w [μm],
- (iv) - sumaryczne straty mocy w łożyskach hydrostatycznych w [kW].

Wszystkie kryteria minimalizowano.

W wyniku procesu OW wygenerowano 48 rozwiązań ze zbioru dopuszczalnego. Zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto liczył 45 elementów, a wektor idealny był następujący:

$$[7,19 \quad 22,57 \quad 12,63 \quad 0,3557]^T \quad (10)$$

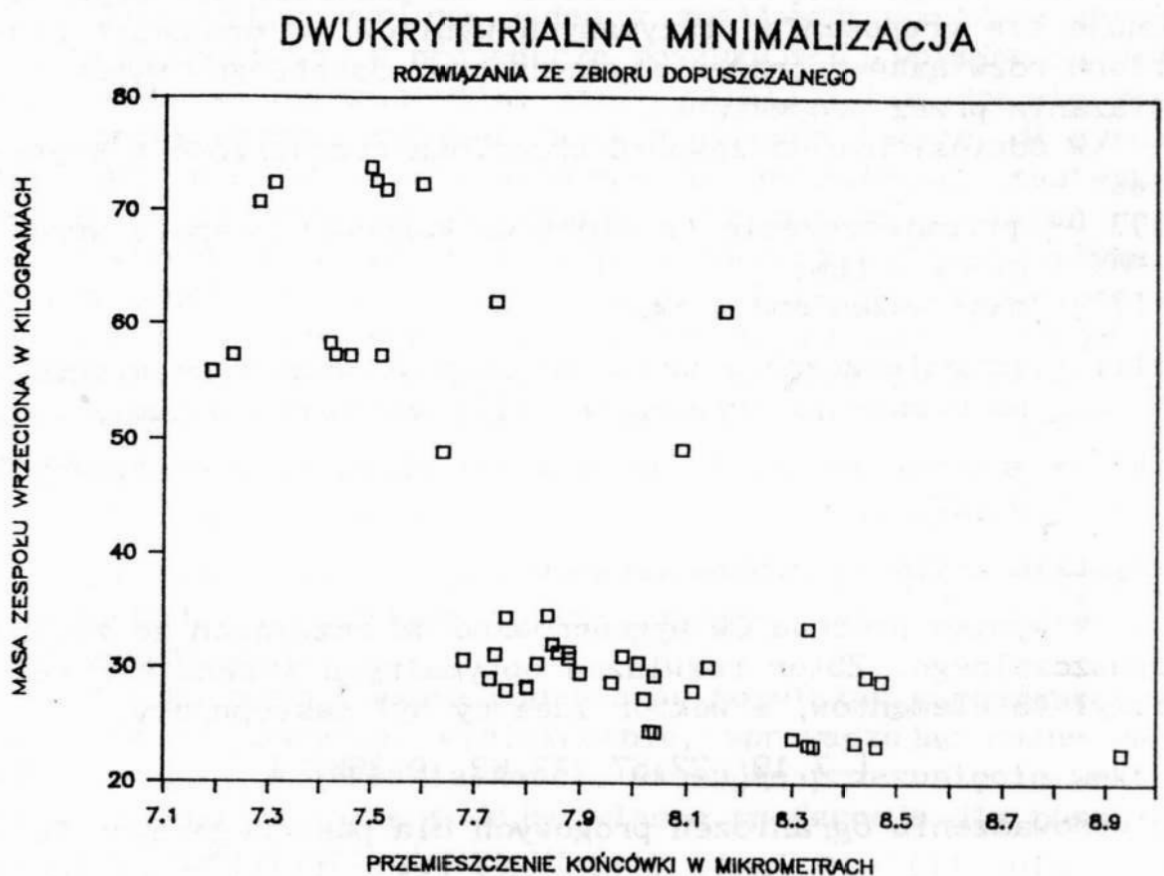
Po wprowadzeniu ograniczeń progowych dla poszczególnych funkcji celu: (i) - 9 [μm], (ii) - 35 [kg], (iii) - 15 [μm], (iv) - 0,45 [kW], podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto liczył 18 elementów, a wektor idealny był następujący:

$$[7,68 \quad 24,42 \quad 14,04 \quad 0,3624]^T \quad (10a)$$

Wprowadzenie progu nierozróżnialności, $PN = 1,5\%$ spowodowało zmniejszenie do 11 liczebność podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. Po czym wyznaczono podzbiór rozwiązań reprezentatywnych w sensie min-max. Otrzymał 5 rozwiązań:

$$\begin{aligned}
 & [8,04 \quad 24,42 \quad 14,98 \quad 0,4065]^T \\
 & [8,03 \quad 24,47 \quad 14,78 \quad 0,4129]^T \\
 & [7,80 \quad 28,23 \quad 14,14 \quad 0,4129]^T \\
 & [8,04 \quad 29,32 \quad 14,94 \quad 0,3806]^T \\
 & [7,79 \quad 28,27 \quad 14,73 \quad 0,4065]^T
 \end{aligned} \tag{11}$$

Dla lepszego zobrazowania metody wyznaczania zbioru rozwiązań reprezentatywnych, przeprowadzono analizę wygenerowanych rozwiązań zespołu wrzeciona szlifierki, biorąc pod uwagę tylko dwa pierwsze kryteria. W tym przypadku, istnieje możliwość graficznej prezentacji wyników. Na rys. 9 przedstawiono 48 rozwiązań ze zbioru dopuszczalnego.



Rys. 9. Rozwiązania ze zbioru dopuszczalnego

Fig. 9. Solutions from the feasible set

Na rys. 10 zaprezentowano 13 rozwiązań optymalnych w sensie Pareto.

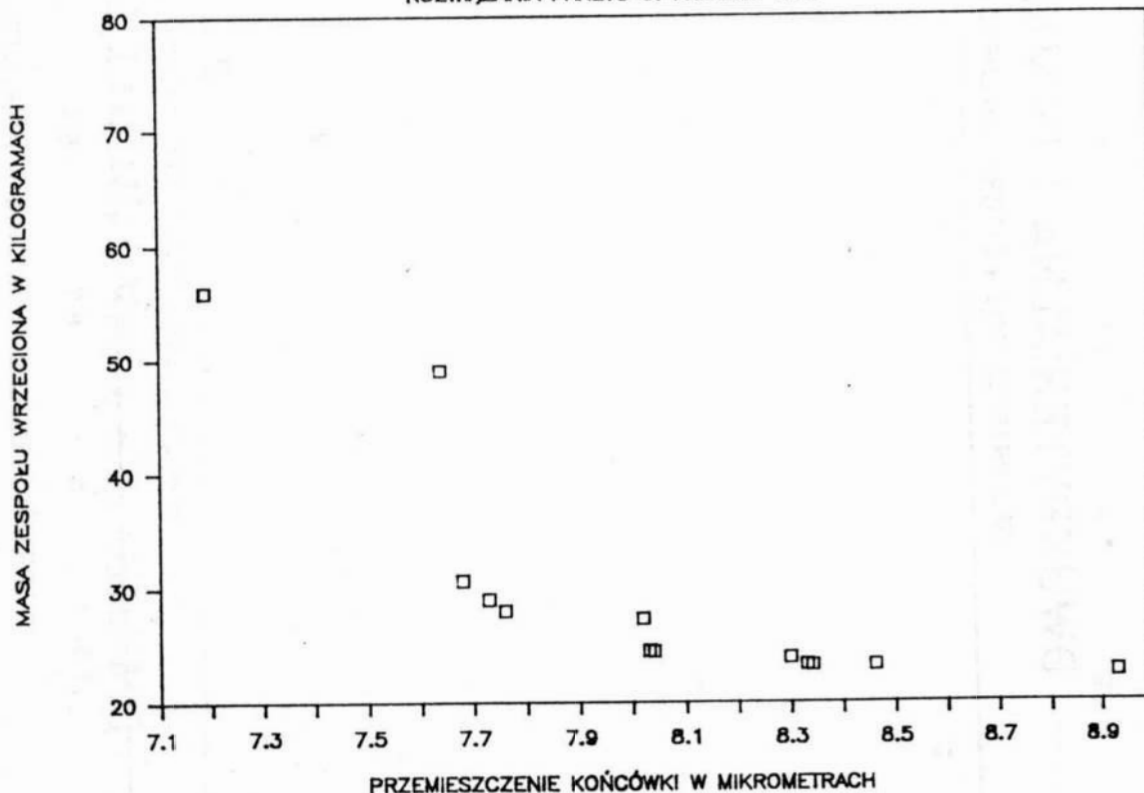
Po wprowadzeniu ograniczeń progowych: (i) - 9 [μm], (ii) - 35 [kg] otrzymano 11 elementowy podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, co pokazano na rys. 11. Wprowadzenie progu nierozróżnialności $PN=0,5\%$ eliminuje 3 dalsze rozwią-

zania zmniejszając liczbę elementów podzbioru Pareto do 8 - rys. 12. Wprowadzając zaś $PN=1,0\%$ otrzymujemy 6 elementowy podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto - rys. 13.

Wyznaczenie podzbioru rozwiązań reprezentatywnych przeprowadzono dla $PN=0,5\%$. Rozwiązanie w sensie min-max $[8,29 \ 23,87]^T$ zaznaczono na rys. 14a, zaś rozwiązania reprezentatywne $[8,29 \ 23,87]^T$, $[8,46 \ 23,18]^T$, $[8,03 \ 24,47]^T$ na rys. 14b.

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

ROZWIĄZANIA PARETO OPTYMALNE-RPO



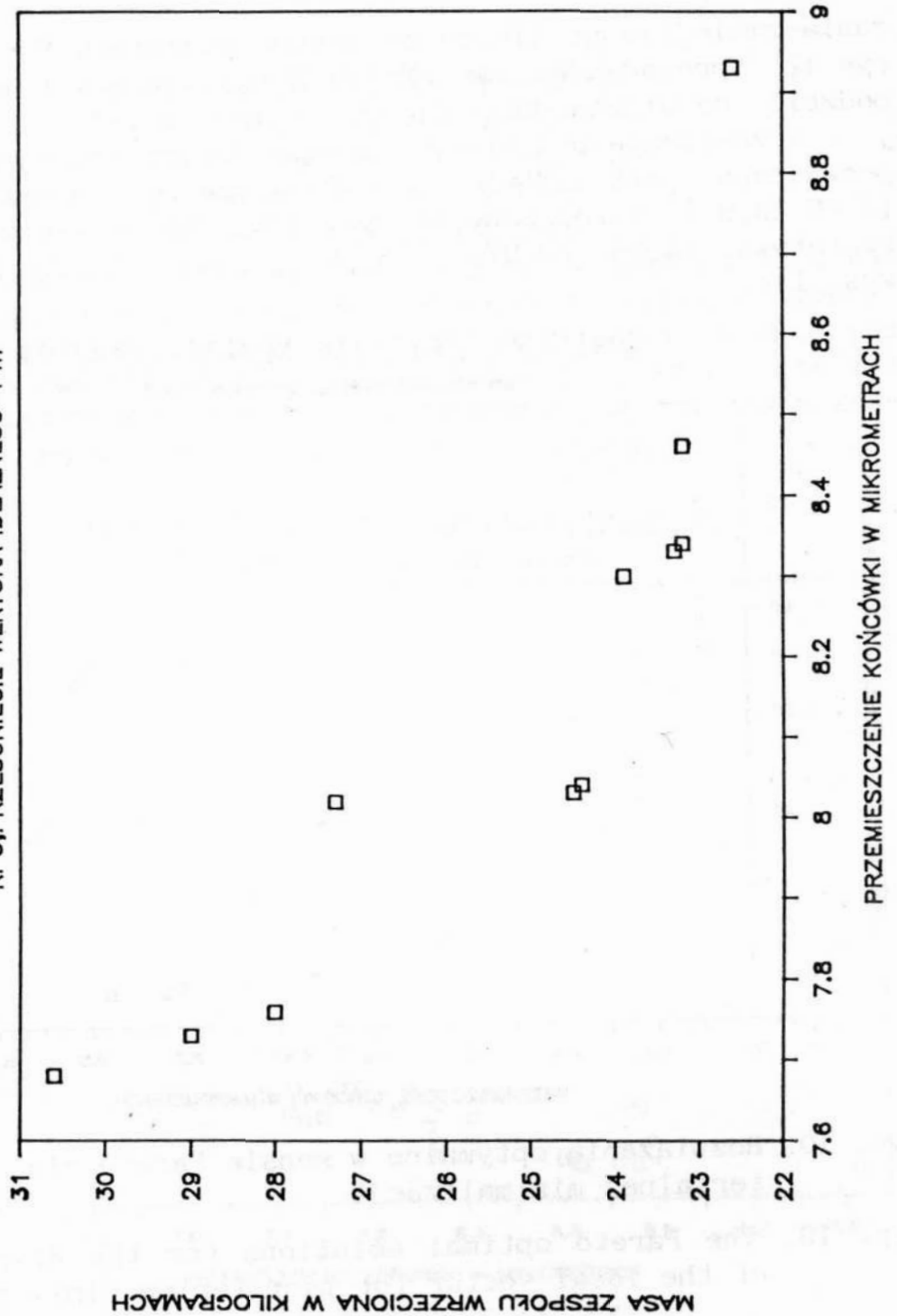
Rys. 10. Rozwiązania optymalne w sensie Pareto dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 10. The Pareto optimal solutions for the displacement of the ideal vector for bicriterion minimization

Proces poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych przeprowadzono ponownie przy zachowaniu tych samych ograniczeń progowych, i dla $PN=0,5\%$, wprowadzając jednak współczynniki wag dla kryteriów: $w_1=0,4$, $w_2=0,6$. Rozwiązanie w sensie min-max z wagami $[8,33 \ 23,29]^T$ zaznaczono na rys. 15a, zaś rozwiązania reprezentatywne $[8,33 \ 23,29]^T$, $[8,03 \ 24,47]^T$, $[7,76 \ 28,01]^T$ na rys. 15b.

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

RPO, PRZESUNIĘCIE WEKTORA IDEALNEGO - PWI

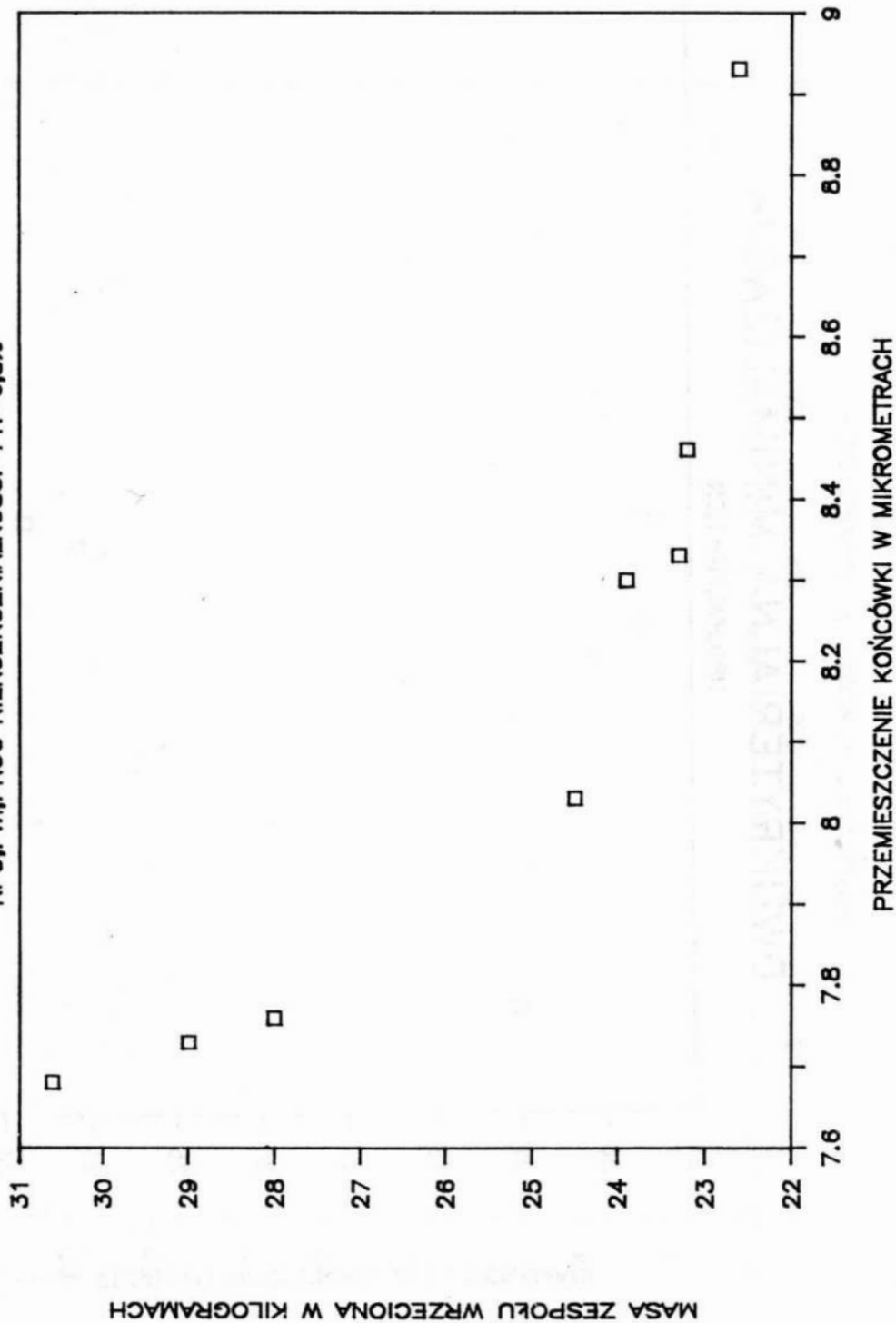


Rys. 11. Rozwiązania optymalne w sensie Pareto dla dwukryterialnej minimalizacji przy przesunięciu wektora idealnego $f_1^{\max}(x) = 9$ [μm], $f_2^{\max}(x) = 35$ [kg]

Fig. 11. The Pareto optimal solutions for bicriterion minimization $f_1^{\max}(x) = 9$ [μm], $f_2^{\max}(x) = 35$ [kg]

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

RPO, PWI, PRÓG NIERÓZRZĄDNIALNOŚCI—PN=0,5%

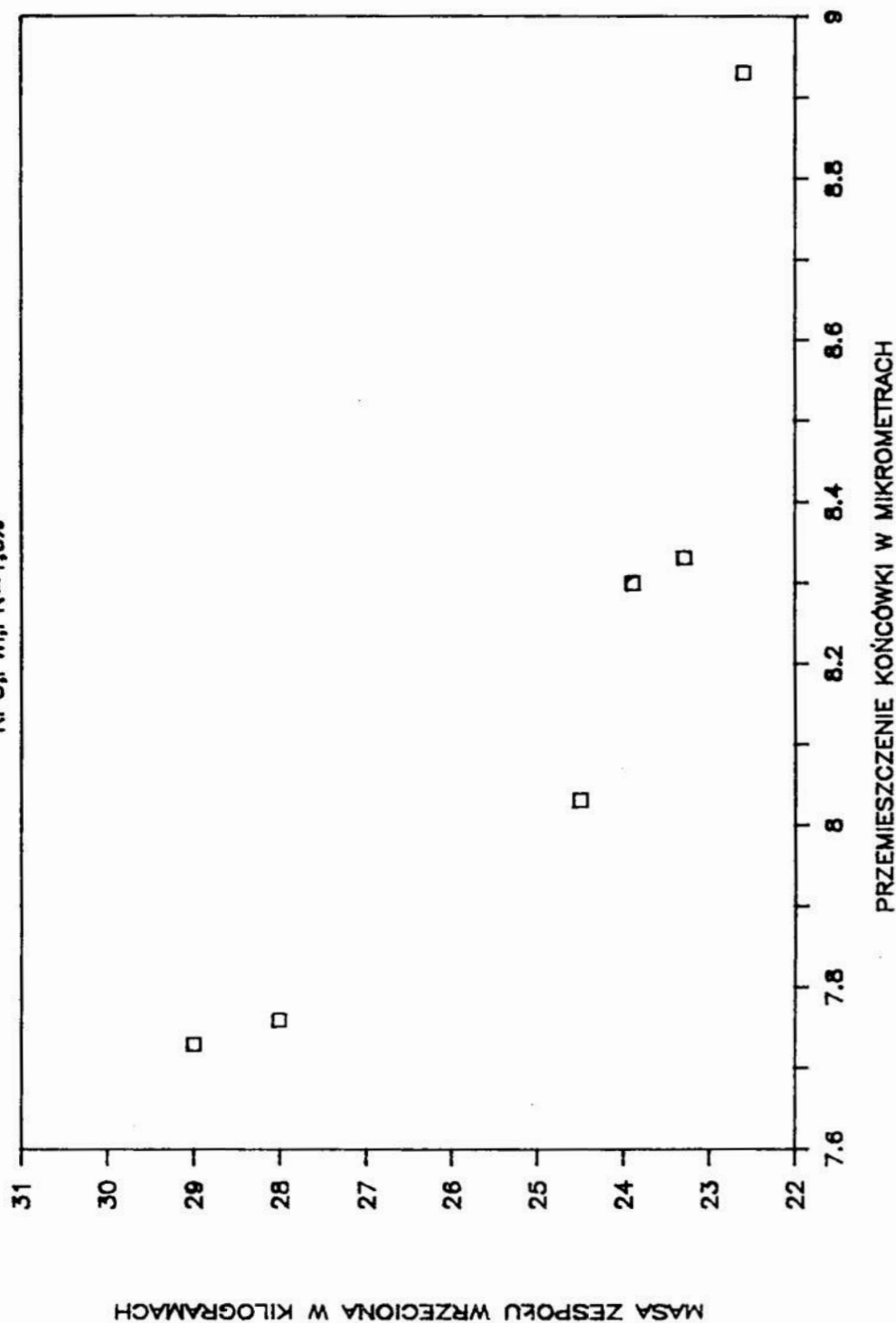


Rys. 12. Rozwiązania optymalne w sensie Pareto dla dwukryterialnej minimalizacji przy progu nierozróżnialności 0,5%

Fig. 12. The Pareto optimal solutions for the undifferentiation threshold 0,5% for bicriterion minimization

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

$RPO, PWI, PN=1,0\%$

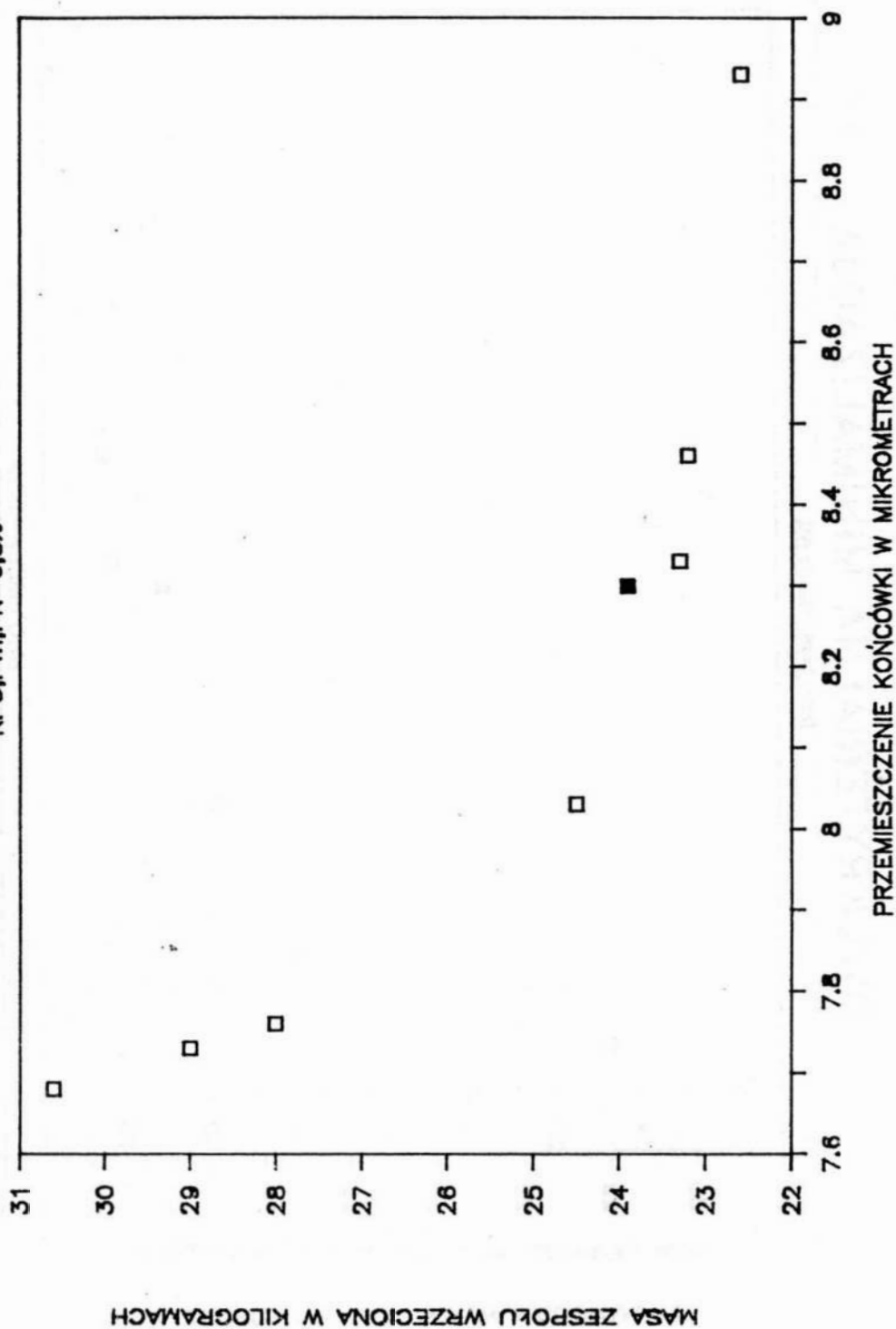


Rys. 13. Rozwiązania optymalne w sensie Pareto dla dwukryterialnej minimalizacji przy progu nierozróżnialności 1,0%

Fig. 13. The Pareto optimal solutions for the undifferentiation threshold 1,0% for bicriterion minimization

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

RPO, PWI, PN=0,5%

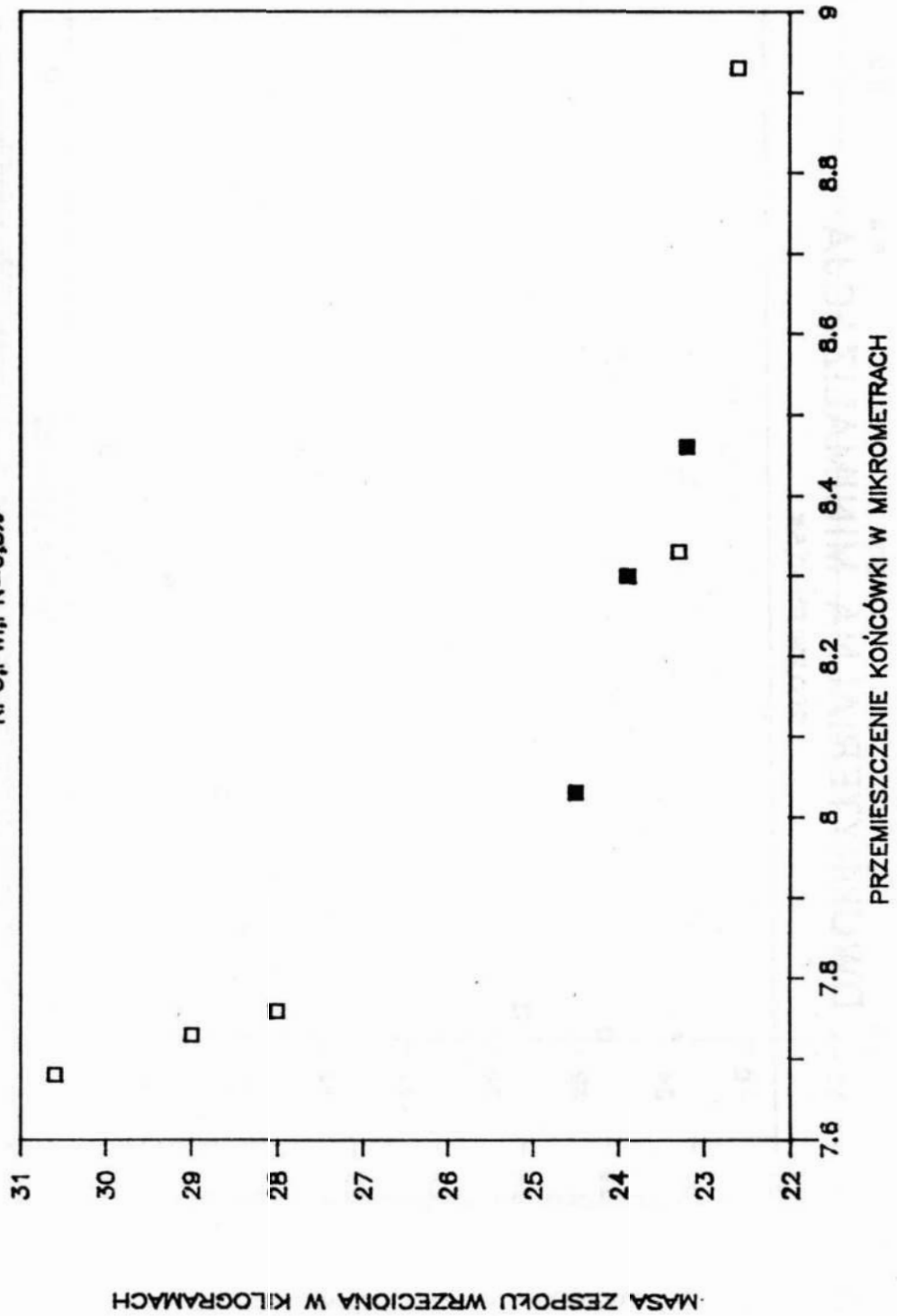


Rys. 14a. Rozwiązanie optymalne w sensie min-max

Fig. 14a. The optimal solutions in min - max sense

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

RPO, PWI, PN=0,5%

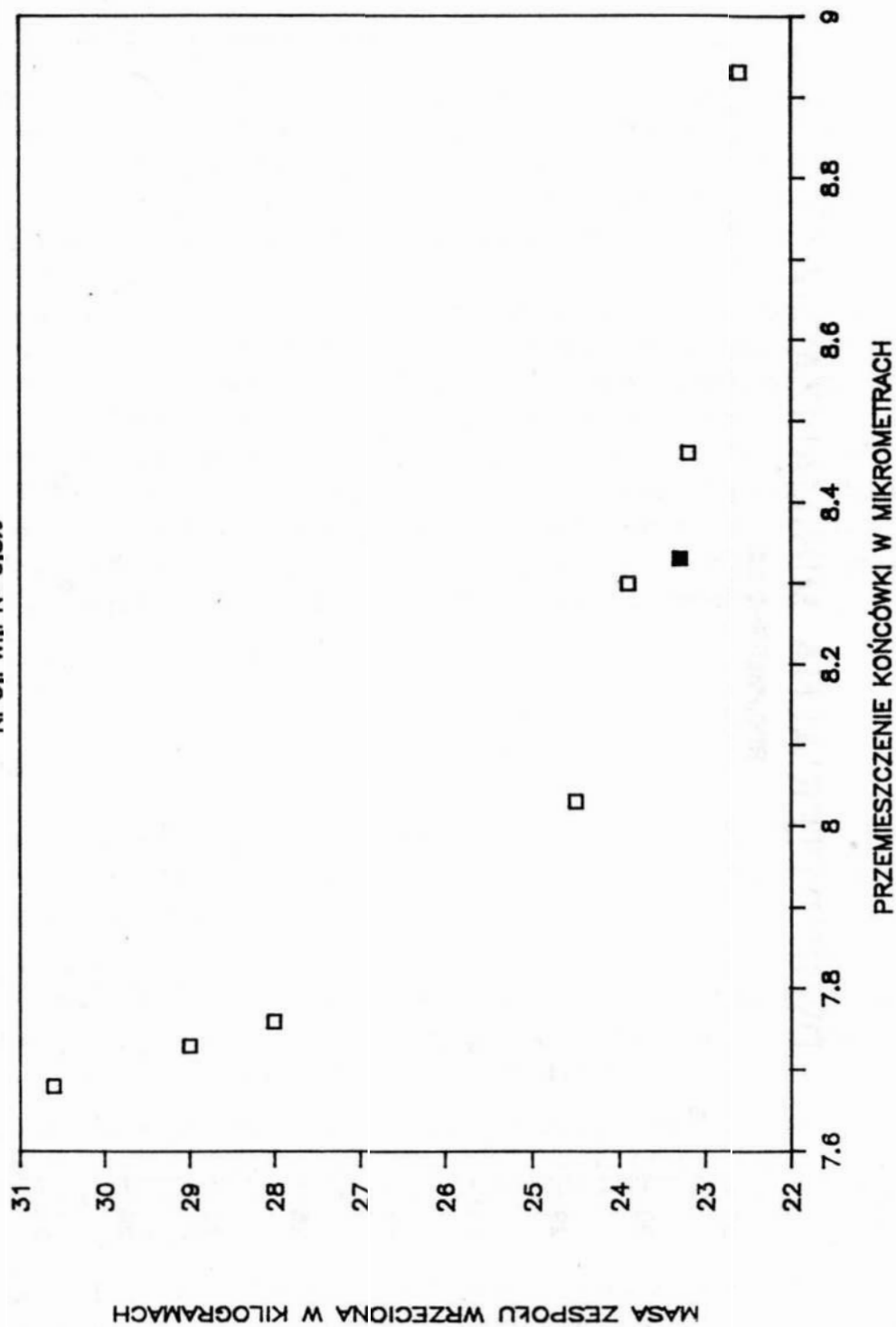


Rys. 14b. Rozwiązania reprezentatywne w sensie min-max

Fig. 14b. The representative solutions in min - max sense

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

RPO, PWI, PN=0.5%

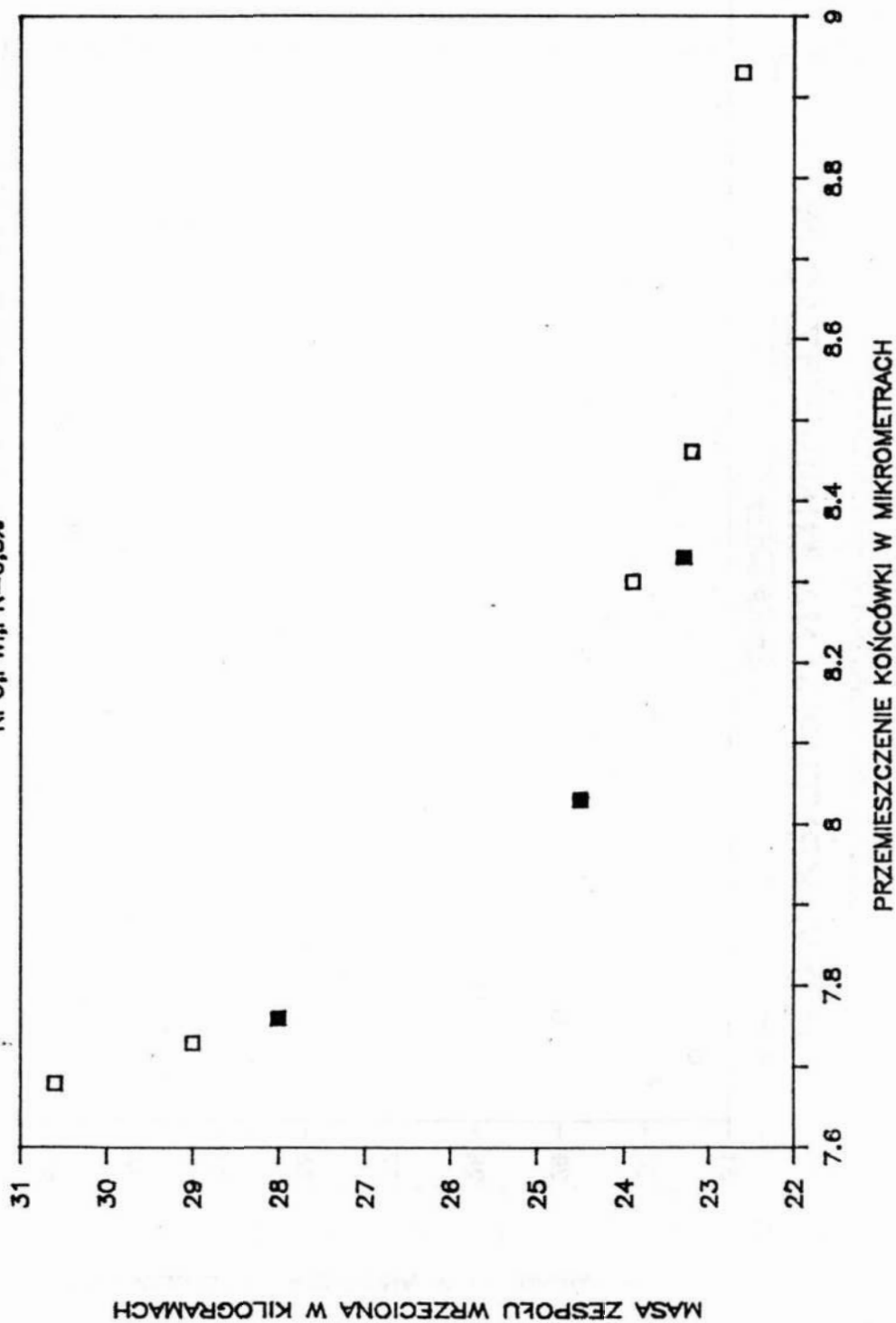


Rys. 15a. Rozwiązanie optymalne w sensie min-max z wagami dla $w_1=0,4$, $w_2=0,6$

Fig. 15a. The optimal solutions in weigh min - max: sense for $w_1 = 0,4$, $w_2 = 0,6$

DWUKRYTERIALNA MINIMALIZACJA

RPO, PWI, PN=0,5%



Rys. 15b. Rozwiązania reprezentatywne w sensie min-max z wagami dla $w_1 = 0,4$, $w_2 = 0,6$

Fig. 15b. The representative solutions in weigh min - max sense for $w_1 = 0,4$, $w_2 = 0,6$

5. Uwagi końcowe

Zaprezentowana w pracy metoda określania progu nierozróżnialności stanowi intuicyjnie zrozumiały dla projektanta sposób eliminowania rozwiązań bliskich liczbowo innym rozwiązaniom. Wymaga jednak ona opracowania takich algorytmów, by wynik działania był niezależny od kolejności rozpatrywanych rozwiązań.

Przedstawiona w pracy metoda poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych ze skończonego, dużego zbioru rozwiązań dopuszczalnych jest efektywnym narzędziem umożliwiającym projektantowi szybki wybór rozwiązania preferowanego.

Proces poszukiwania podzbioru rozwiązań reprezentatywnych można powtarzać wielokrotnie, zmieniając liczbę badanych kryteriów, wybierając określone kryteria do analizy, wprowadzając różne ograniczenia progowe i wartości progu nierozróżnialności, a także nadając własne preferencje w poszczególnym kryteriom.

Literatura

1. **Ameljańczyk A.:** Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1984
2. **Ameljańczyk A.:** Metoda szacowania zbioru rozwiązań niezdominowanych w zadaniach ze skończonym zbiorem rozwiązań dopuszczalnych, Sympozjum "Modelowanie w Mechanice", PTMTiS, Beskid Śląski 1984, ss. 495-508
3. **Ameljańczyk A., Oleksiuk S.:** Wpływ przyjętej metody polioptymalizacji na wybór rozwiązania konstrukcyjnego, Sympozjum "Modelowanie w Mechanice", PTMTiS, Beskid Śląski 1984, ss. 509-519
4. **Misiakiewicz J.:** Komputerowe wspomaganie wyboru w projektowaniu wstępnym, Zeszyty Naukowe WSInż. w Koszalinie, nr 8 WM, 1986, ss. 201-207
5. **Misiakiewicz J.:** Mikrokomputerowy system wspomagania wyboru w projektowaniu, Zeszyty naukowe WSInż. w Koszalinie, nr 10 WM, 1987, ss. 143-152
6. **Montusiewicz J. :** Metoda dekompozycji w optymalizacji wielokryterialnej zespołów wrzecionowych obrabiarek z łożyskowaniem hydrostatycznym, praca doktorska, Poli-

technika Krakowska 1990

7. **Montusiewicz J., Osyczka A., Zamorski J.:** A Decomposition Method for Multicriteria Optimization and its Application to Machine Tool Spindle Design; in Multicriteria Design Optimization - Procedures and Application, H. Eschenauer, J. Koski, A. Osyczka (editors), Springer Verlag, Heilderberg, New York 1990
8. **Montusiewicz J., Osyczka A.:** Pewna koncepcja optymalizacji wielokryterialnej zespołu wrzecionowego z łożyskami hydrostatycznymi, Zeszyty Naukowe WSInż. w Koszalinie, nr 13 WM, 1988, ss. 173-180
9. **Morse J.N.:** Reducing the Size of the Nondominated Set: Pruning the Clustering, Computers and Operations Research, nr 7, (1-2), 1980, ss. 55-66
10. **Osyczka A.:** Multicriterion Optimization in Enginerring with FORTRAN Programs, John Wiley and Sons, Chichester, 1984
11. **Osyczka A., Wojtaszek S.:** Pewien algorytm poszukiwania reprezentatywnego podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, Sympozjum "Modelowanie w Mechanice", PTMTiS, Beskid Śląski 1985, ss. 613-617
12. **Pahl G., Beitz W.:** Nauka konstruowania, WNT, W-wa 1984
13. **Pogorzelski W.:** Metoda wagowo-korelacyjna określania użyteczności kompromisowej wytworów przy wielu kryteriach, Zeszyty Naukowe WSInż. w Koszalinie, nr 8 WM, 1986, ss. 252-268
14. **Rosenman M.A., Gero J.S.:** Reducing the Pareto Optimal Set in Multicriteria Optimization, Eng. Opt., vol. 8, 1985, ss. 189-206
15. **Tarnowski W.:** Model procesu wyboru w projektowaniu technicznym, WSInż. w Koszalinie, seria monografie, 1987
16. **Wycislitelnyje metody wyбора optimalnych projektnych reszenii,** Naukowa Dumka, Kiew 1977

Streszczenie

W pracy zaprezentowano metodę poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych ze skończonego zbioru rozwiązań dopuszczalnych, stosując metrykę min-max z wagami. Przedstawiono również sposoby zmniejszania liczebności analizowanych zbiorów rozwiązań poprzez stosowanie przesunięcia wektora idealnego oraz progu nierozróżnialności. Zaprezentowano przykłady obliczeniowe pokazujące działanie opisanych metod.

A CERTAIN METHOD OF SEARCHING FOR THE REPRESENTATIVE SOLUTIONS

Abstract

In this paper a method of searching of the representative solution, using a weighting min-max metric, from a finite set of feasible solutions is presented. Methods of translation of ideal vector and undifferentiation threshold are used for decreasing a numerical force of analysed solution sets. A numerical examples of described methods are shown.

Jerzy MONTUSIEWICZ
Andrzej OSYCZKA

METODA DEKOMPOZYCJI ZADANIA PROJEKTOWEGO Z OPTYMALIZACJĄ WIELOKRYTERIALNĄ *)

1. Wprowadzenie

Stosowanie tradycyjnych metod optymalizacji wielokryterialnej (OW) w projektowaniu złożonych systemów technicznych napotyka na trudności obliczeniowe zarówno ze względu na czas obliczeń, jak również na możliwość znalezienia ekstremów globalnych oraz ogranicza udział projektanta w procesie wyboru rozwiązań intuicyjnie poprawnych. Stąd w ostatnich latach duże zainteresowanie budzą metody dekompozycji, głównie w zakresie metod optymalizacji jednokryterialnej [11, 12]. Idea tych metod zawiera się w podziale obiektu na podukłady, które optymalizowane są niezależnie na poziomie zadań lokalnych. Na poziomie zadania nadrzędnego (globalnego) rozpatrywana jest natomiast optymalizacja całości obiektu.

W zagadnieniach wielokryterialnych problem dekompozycji i optymalizacji wielopoziomowej staje się bardziej złożony, [6], ponieważ wynikiem rozwiązania zadań lokalnych jest zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, który należy uwzględnić przy optymalizacji globalnej. Ponadto funkcje celu zadań lokalnych nie muszą się pokrywać z funkcjami celu zadania globalnego. Stąd w pracy zaprezentowano pewną metodę dekompozycji zadań nieliniowych z OW, która pozwala na roz-

Dr inż. Jerzy Montusiewicz, Katedra Podstaw Techniki,
Politechnika Lubelska

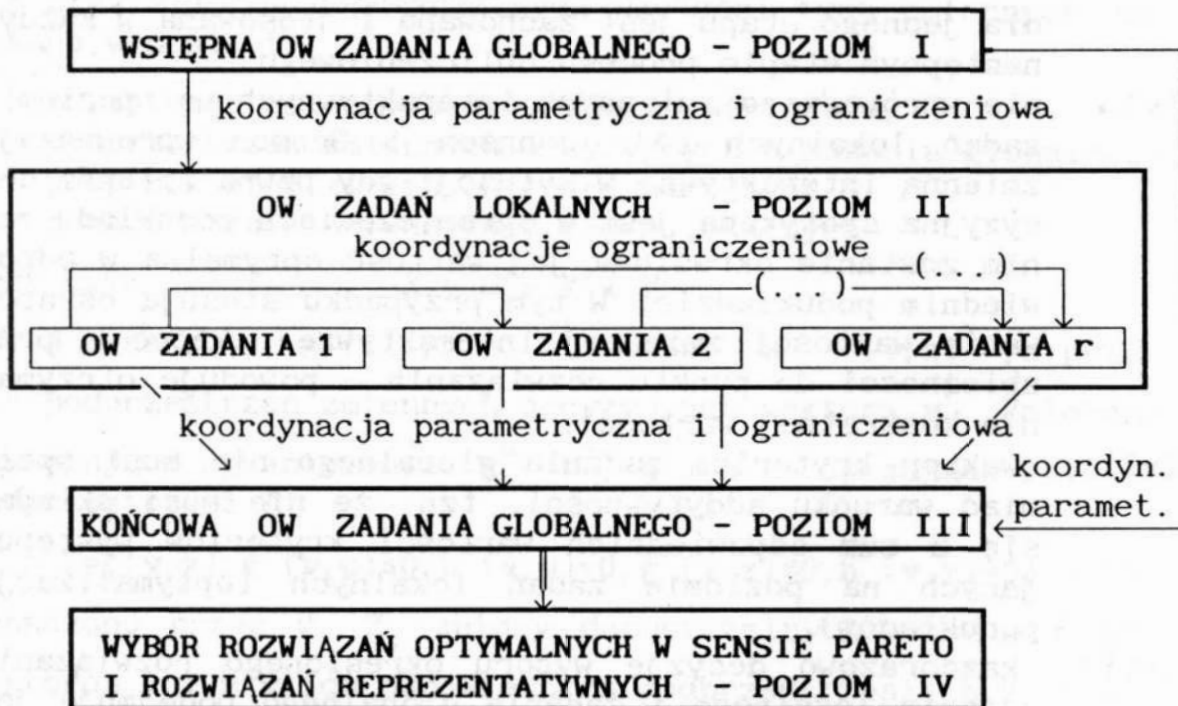
Prof. dr hab. inż. Andrzej Osyczka
Politechnika Krakowska

*) Przedstawiony na X Konferencji 'Polioptrymalizacja i CAD'
Mielno 1992

wiązanie pewnej klasy problemów projektowania złożonych systemów technicznych.

2. Ogólna koncepcja metody dekompozycji

Problem OW dla programowania nieliniowego można sformułować następująco: znaleźć wektor zmiennych decyzyjnych $\mathbf{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$ określonych w n-wymiarowej przestrzeni E^n , taki, że optymalizuje (minimalizuje albo maksymalizuje) funkcję wektorową $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ ($\mathbf{f}(\mathbf{x}^*) = \text{opt } \mathbf{f}(\mathbf{x})$) oraz spełniający ograniczenia $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$ gdzie: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})]^T$ - jest funkcją wektorową celu w k-wymiarowej przestrzeni E^k . Składowe wektora $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ to kryteria rozpatrywane w modelu optymalizacyjnym, a $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ i $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ - to wektory ograniczeń modelu optymalizacyjnego definiujące dopuszczalny obszar zmiennych decyzyjnych X. Ideę opisywanej metody dekompozycji zwaną dalej jako "Metoda czteropoziomowej optyma-



Rys. 1. Idea zastosowania przesunięcia wektora idealnego dla dwukryterialnej minimalizacji

Fig. 1. Idea scheme of decomposition method "Four - stage multicriteria optimization strategy"

lizacji wielokryterialnej" przedstawiono na rys. 1. Cechą podstawową tej metody dekompozycji jest to, że rozwiązania zadania projektowego są generowane na trzech pierwszych poziomach (w oparciu o przygotowane modele optymalizacyjne obejmujące cały projektowany obiekt, jak i podukłady wydzielone w nim), zaś wybór ostateczny rozwiązań reprezentatywnych (charakterystycznych) projektowanego obiektu odbywa się na poziomie czwartym.

Przy opracowaniu koncepcji i modelu matematycznego "Metody czteropoziomowej OW" przyjęto następujące założenia:

- (i) kryteria optymalizacji muszą być rozdzielone względem poszczególnych podukładów [3, 5], tzn., że zaden z elementów (zmienna decyzyjna) jednego podukładu nie może występować w funkcji-kryterium dotyczącym innego podukładu,
- (ii) podukłady nie muszą być zadaniami autonomicznymi [5],
- (iii) występuje koordynacja między poziomami OW [1, 4, 10],
- (iv) wewnątrz poziomu optymalizacji zadań lokalnych (podukładów) przyjęto zasadę optymalności Belmana [4].
Dla prostych sekwencyjnych układów zasadę tę sformułować można następująco: optymalna decyzja przyjęta dla jednego etapu jest zachowana i stosowana w każdym następnym etapie procesu obliczeniowego,
- (v) nie wprowadzono zmiennych interaktywnych na poziomie zadań lokalnych [4]. Johnson i Benson wprowadzają zmienną interaktywną w sytuacji gdy pewna zmienna decyzyjna spotykana jest w ograniczeniach podukładu zanim zostanie określona jej wartość optymalna w odpowiednim podukładzie. W tym przypadku stosują oszacowanie wartości zmiennej interaktywnej, które - przy zbieżności do punktu rozwiązania - powoduje otrzymanie konkretnej wartości,
- (vi) wektor kryterium zadania globalnego nie musi spełniać warunku addytywności, tzn. że nie musi składać się z sum odpowiednich wartości kryteriów występujących na poziomie zadań lokalnych (optymalizacja podukładów),
- (vii) każdorazowo decyzję wyboru określonego rozwiązania zadania lokalnego i zadania globalnego podejmuje jeden decydent [10] (w obecnej wersji nie przewidujesię podejmowania decyzji przez grupę decydentów).

Duże zadanie projektowe należy (wg [5]) do klasy modeli złożonych z podukładów. Oznacza to, że przy projektowaniu można z niego wydzielić podukłady, które będą analizowane oddzielnie, oraz zadanie globalne - rozwiązywane po przeana-

lizowaniu poszczególnych zadań lokalnych. Zadanie globalne jest powiązane z zadaniami lokalnymi w pewien ściśle określony sposób, nazywany koordynacją. Często występuje również powiązanie zadań lokalnych między sobą. W tej nowej sytuacji wektor zmiennych decyzyjnych można przedstawić następująco:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_k, x_{k+1}, \dots, x_1, x_{1+1}, \dots, x_n]^T \quad (1)$$

Do opisu obiektu optymalizacji przyjęto zmienne decyzyjne, które możemy podzielić na trzy grupy:

$\mathbf{u} = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T$ - zmienne decyzyjne zadania globalnego,

$\mathbf{v} = [x_{k+1}, \dots, x_1]^T$ - zmienne decyzyjne zadania globalnego będące zarazem zmiennymi koordynacji między zadaniem globalnym a zadaniami lokalnymi,

$\mathbf{z} = [x_{1+1}, \dots, x_n]^T$ - zmienne decyzyjne zadań lokalnych.

Tak więc wektor \mathbf{x} można zapisać:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{z}]^T \quad (2)$$

Oznaczenia przestrzeni i podprzestrzeni zmiennych decyzyjnych oraz zbiorów dopuszczalnych wartości tych zmiennych zapisano w postaci:

X' - przestrzeń zmiennych decyzyjnych wektora \mathbf{x} ,

U' - podprzestrzeń zmiennych decyzyjnych \mathbf{u} zadania globalnego,

V' - podprzestrzeń zmiennych koordynacyjnych \mathbf{v} ,

Z' - podprzestrzeń zmiennych \mathbf{z} zadań lokalnych,

przy czym $X' = U' \times V' \times Z'$

Dalej oznaczono wg [1] przez \mathbf{x}^1 wektor $\mathbf{x}^1 = [\mathbf{v}, \mathbf{z}]^T$, a przez T' - podprzestrzeń zmiennych decyzyjnych wektora \mathbf{x}^1 . Założono następujące ograniczenia: g^u, h^u, g^1, h^1 - opisujące zbiór T podprzestrzeni T' .

$$T' \supset T = \{(\mathbf{v}, \mathbf{z}) : g^u(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \leq 0, h^u(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = 0, g^1(\mathbf{v}, \mathbf{z}) \leq 0, h^1(\mathbf{v}, \mathbf{z}) = 0\} \quad (3)$$

Oznaczono przez V, Z_v zbiory dopuszczalnych rozwiązań dla wektorów \mathbf{v} i \mathbf{z} w ich odpowiednich podprzestrzeniach V' i Z' .

$$V' \supset V = \{\mathbf{v} : g^u(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \leq 0, h^u(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = 0\} \quad (4)$$

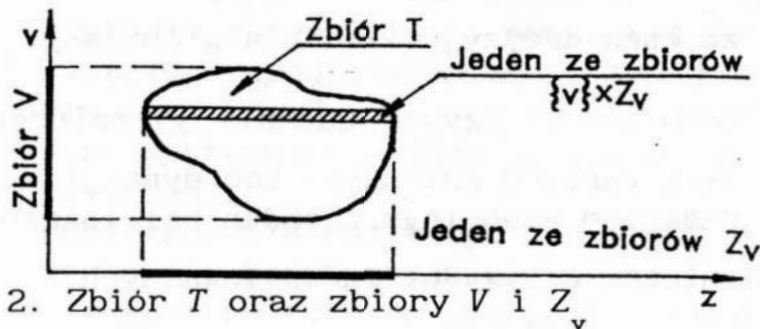
$$Z' \supset Z_v = \{\mathbf{z} : g^1(\mathbf{v}, \mathbf{z}) \leq 0, h^1(\mathbf{v}, \mathbf{z}) = 0\} \quad (5)$$

Jak widać z zależności (3), (4), (5) podprzestrzeń $T' = V' \times Z'$.

Należy podkreślić właściwości zbioru Z_v (5) polegające na tym, że obejmuje on tylko rozwiązania dopuszczalne

spośród wybieranych na poziomie zadań lokalnych i zależy od parametru v przyjętego na poziomie optymalizacji wstępnej. Ilustruje to rys. 2. Zbiór T będzie sumą podzbiorów, z których każdy zapisano jako iloczyn kartezjański zmiennej v (potraktowanej jako zbiór) i odpowiedniego zbioru Z_v . Sumę podzbiorów należy rozpatrywać w całym zbiorze V , otrzymując:

$$T = \bigcup_{v \in V} \{v\} \times Z_v \quad (6)$$



Rys. 2. Zbiór T oraz zbiory V i Z_v

Fig. 2. Set T and sets V and Z_v

2.1. Wstępna optymalizacja wielokryterialna zadania globalnego - poziom I

Celem tego poziomu jest szybkie uzyskanie wstępnych parametrów użytkowych projektowanego urządzenia w oparciu o uproszczony model optymalizacji całego zadania, a także wyznaczenie wektora koordynacji parametrycznej i wektora koordynacji ograniczeniowej (rys.1). Wielkości te będą potrzebne przy OW zadań lokalnych.

Wektor zmiennych decyzyjnych

$$\bar{x}^w = [u, v]^T \quad (7)$$

Przez F' oznaczono podprzestrzeń zmiennych decyzyjnych \bar{x}^w zadania globalnego, zaś przez U zbiór dopuszczalnych rozwiązań dla wektora u :

$$U' \supset U = \{u: g^u(u, v) \leq 0, h^u(u, v) = 0\} \quad (8)$$

Pamiętając o zależności (4) można zapisać, że:

$$F' \supset F = U \times V \quad ; \quad \bar{x}^w \in F \quad (9)$$

gdzie: F - zbiór dopuszczalnych wartości zmiennych decyzyjnych zadania globalnego.

Wektor kryteriów

$$\mathbf{f}^G(\mathbf{x}^w) = \left[f_1^G(\mathbf{x}^w), f_2^G(\mathbf{x}^w), \dots, f_k^G(\mathbf{x}^w) \right]^T \quad (10)$$

gdzie: $f_i^G(\mathbf{x}^w)$ - składowa wektora kryterium globalnego na poziomie wstępnej OW.

Zadanie OW na poziomie wstępnej OW można sformułować następująco: znaleźć reprezentatywny podzbiór wektorów zmiennych decyzyjnych \mathbf{x}^{*w} (rozwiązań Pareto - optymalnych) taki, że optymalizuje funkcję wektorową $\mathbf{f}^G(\mathbf{x}^w)$ i spełnia zależności (4), (8) i (9). Przy przejściu z poziomu wstępnej OW zadania globalnego do poziomu OW zadań lokalnych występuje koordynacja zmiennych decyzyjnych. W literaturze można spotkać dwa rodzaje koordynacji: koordynację parametryczną [1, 4, 10] i koordynację ograniczeniową [5].

Koordynacja parametryczna występuje, gdy w zadaniach lokalnych ekstremalizuje się funkcje celu względem części zmiennych decyzyjnych - opisujących cały obiekt (wektor \mathbf{z}), a inne wielkości - opisujące poszczególne zadania lokalne czyli zmienne koordynacji parametrycznej (wektor \mathbf{v}) - mają wartości ustalone. Wyniki optymalizacji zadań lokalnych zależą więc od wartości zmiennych koordynacyjnych, które w tej sytuacji są parametrami. Zmienne koordynacyjne są zmiennymi decyzyjnymi przy optymalizacji wstępnej zadania globalnego.

Drugi rodzaj koordynacji będzie omówiony przy analizie poziomu OW zadań lokalnych.

Warto podkreślić, że wybór rozwiązań, dokonany przez projektanta, na tym poziomie wpływa istotnie (poprzez koordynacje) na końcowy efekt optymalizacji projektowanego obiektu.

2.2. Optymalizacja wielokryterialna zadań lokalnych - - poziom II

Na tym poziomie następuje właściwa dekompozycja projektowanego obiektu na poszczególne podukłady - wydzielone z projektowanego obiektu. Celem tego poziomu jest optymalne projektowanie podukładów wchodzących w skład całego obiektu, a także wyznaczenie wartości wektorów koordynacji ograniczeniowej i koordynacji parametrycznej. Wartości te będą również decydowały o dalszej OW projektowanego obiektu.

Wektor zmiennych decyzyjnych

$$\mathbf{x}^{1i} = [\mathbf{v}, \mathbf{z}^i]^T \quad (11)$$

Poprzez odpowiedni wybór zmiennych wektor \mathbf{z} zostaje podzielony na rozłączne części \mathbf{z}^i . Można wtedy uzyskać następującą postać zbioru dopuszczalnych rozwiązań:

$$Z_v = Z_v^1 \times Z_v^2 \times \dots \times Z_v^r ; \quad Z_v^i \subset Z'_i \quad (12)$$

gdzie: $i = 1, 2, \dots, r$; r - liczba zadań rozłącznych,

Z'_i są podprzestrzeniami zmiennych \mathbf{z}^i , natomiast

$$Z_v^i = \{ \mathbf{z}^i : \mathbf{g}^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i) \leq 0, \mathbf{h}^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i) = 0 \} \quad (13)$$

Podzbiory Z_v^i są nadal zależne od zmiennych koordynacyjnych \mathbf{v} i parametrów modelu, ale każdy z nich określa zbiór dopuszczalny dla innego wektora \mathbf{z}^i .

Wektor kryteriów

Wektor kryteriów i -tego zadania lokalnego $\mathbf{f}^i(\mathbf{x}^{1i})$ można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{f}^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i) = \left[f_1^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i), f_2^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i), \dots, f_{m_i}^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i) \right]^T \quad (14)$$

$f_j^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i)$ - składowa wektora kryterium zadania lokalnego,

$$j=1, 2, \dots, m_i.$$

Zadanie OW dla zadania lokalnego sformułować należy następująco: znaleźć reprezentatywny podzbiór wektorów zmiennych decyzyjnych \mathbf{z}^{*i} przy ustalonej wartości \mathbf{v} taki, że optymalizuje funkcję wektorową $\mathbf{f}^i(\mathbf{v}, \mathbf{z}^i)$ i spełnia zależność (13) tzn., że $\mathbf{z}_v^{*i} \in Z_v^i$.

W przypadku istnienia wielu zadań lokalnych może powstać sytuacja, gdy niektóre z nich mimo iż rozłączne, (patrz (11)) są ze sobą powiązane w pewien układ hierarchiczny [2, 4, 10]. W takiej sytuacji stosujemy zasadę optymalności Belmana (założenie nr iv), a wydzielone podukłady porządkujemy według kolejności optymalizacji. Najważniejszy podukład (zadanie lokalne) nazywamy zadaniem wiodącym natomiast pozostałe podukłady (zadania lokalne) nazywamy zadaniami powiązanymi z tym zadaniem. Może też zaistnieć przypadek, w którym zadanie powiązane z jakimś zadaniem wiodącym stanie się zadaniem wiodącym dla innego lub innych zadań lokalnych. Ten

rodzaj oddziaływania pomiędzy zadaniami lokalnymi, w którym pewne zmienne decyzyjne zadania wiodącego oddziałują, jako parametry, poprzez ograniczenia na wektor zmiennych decyzyjnych zadania powiązanego, będziemy nazywali koordynacją ograniczeniową. Koordynacja ograniczeniowa pierwszego rzędu to koordynacja, przy której zadanie wiodące oddziałuje na zadania powiązane z tym zadaniem. Koordynacją ograniczeniową drugiego rzędu będziemy nazywali taką koordynacją, gdy zadanie powiązane z zadaniem wiodącym jest ponadto zadaniem wiodącym dla kolejnego zadania lokalnego. W analogiczny sposób możemy określić koordynację ograniczeniową trzeciego i dalszych rzędów.

Przyjmijmy, że zadanie lokalne dla $i=1$ jest zadaniem wiodącym pierwszego rzędu zadania lokalnego dla $i=2$. Wektor zmiennych decyzyjnych zadania wiodącego możemy przedstawić następująco: $\mathbf{x}^{11} = [\mathbf{v}, \mathbf{z}^1]^T$, wektor \mathbf{z}^1 zostanie podzielony na dwie rozłączne części:

$$\mathbf{z}^1 = \underbrace{[z_1^1, z_2^1, \dots, z_{s_1}^1]}_{\mathbf{z}^{12}} ; \quad \mathbf{z}^1 = \underbrace{[z_{s_1+1}^1, \dots, z_{t_1}^1]}_{\mathbf{v}^{12}} \quad (15)$$

Wektor \mathbf{v}^{12} nazywamy wektorem koordynacji ograniczeniowej pierwszego rzędu między pierwszym i drugim zadaniem lokalnym. Zapis wektora kryteriów drugiego zadania lokalnego przy $i=2$, które jest powiązane z zadaniem pierwszym jest następujący:

$$\mathbf{f}^2(\mathbf{v}, \mathbf{z}^2) = \left[f_1^2(\mathbf{v}, \mathbf{z}^2), f_2^2(\mathbf{v}, \mathbf{z}^2), \dots, f_{m_2}^2(\mathbf{v}, \mathbf{z}^2) \right]^T \quad (16)$$

$f_j^2(\mathbf{v}, \mathbf{z}^2)$ - składowa wektora kryterium, $j=1, 2, \dots, m_2$

$$\mathbf{Z}_v^2 = \{ \mathbf{z}^2 : \mathbf{g}^2(\mathbf{v}, \mathbf{z}^2, \mathbf{v}^{12}) \leq 0, \mathbf{h}^2(\mathbf{v}, \mathbf{z}^2, \mathbf{v}^{12}) = 0 \} \quad (17)$$

Widać więc, że ograniczenia, które określają zbiór dopuszczalnych rozwiązań wektora \mathbf{z}^2 , są również funkcją wektora \mathbf{v}^{12} (porównaj wzór (17) z (13)). To samo zadanie lokalne dla $i=1$ może być zadaniem wiodącym również dla innych zadań lokalnych, np.: $j=3, 4, \dots, r$. W ten sposób powstałyby wektory $\mathbf{v}^{13}, \mathbf{v}^{14}, \dots, \mathbf{v}^{1r}$, które nazwalibyśmy wektorami koordynacji ograniczeniowej pierwszego rzędu między pierwszym i trzecim, pierwszym i czwartym, pierwszym i r -tym zadaniem lokalnym (patrz rys.3, poziom II).

Przypadek zadania wiodącego drugiego rzędu występuje, gdy np. zadanie "j", które jest już zadaniem powiązanym,

staje się ponadto zadaniem wiodącym dla, kolejnego w hierar-
 chi zadań lokalnych, zadania "q":

$$z^j = \underbrace{[z_1^j, z_2^j, \dots, z_{s_p}^j]}_{z^{jq}} ; \quad z^j = [z^{jq}, \underbrace{v^{jq}}_{v^{jq}}]^T \quad (18)$$

Wektor v^{jq} , nazywamy wektorem koordynacji ograniczeniowej
 drugiego rzędu między j-tym i q-tym zadaniem lokalnym.

Dla zadania "q" otrzymano wówczas:

$$Z_v^q = \{z^q : g^q(v, z^q, v^{jq}) \leq 0, h^q(v, z^q, v^{jq}) = 0\} \quad (19)$$

2.3. Końcowa optymalizacja wielokryterialna zadania globalnego - poziom III

Na tym poziomie następuje generowanie rozwiązań zadania
 globalnego w oparciu o pełny model optymalizacyjny opisujący
 projektowany obiekt. Końcowa OW zadania globalnego uwzględ-
 nia zarówno wartości wektora koordynacji parametrycznej
 (wstępna OW zadania globalnego), jak i wyniki uzyskane przy
 OW wszystkich zadań lokalnych.

Wektor zmiennych decyzyjnych

$$u = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T \quad (20)$$

gdzie k - liczba zmiennych decyzyjnych zadania globalnego na
 poziomie końcowej OW.

Między zadaniami lokalnymi a zadaniem globalnym występuje
 koordynacja ograniczeniowa. Wektory koordynacji przyjmują
 postać v^i (gdzie $i=1,2,\dots,r$ - określa numer zadania lokal-
 nego, patrz rys.3). Występuje też koordynacja parametryczna
 między zadaniem z poziomu wstępnej OW a zadaniem globalnym
 (wektor v) oraz koordynacja parametryczna między poziomem
 zadań lokalnych a zadaniem globalnym (oznaczona jako wektor
 q). W skład wektora q wchodzi wielkości, które na poziomie
 OW zadań lokalnych były zmiennymi decyzyjnymi oraz wielkości
 będące funkcjami wektorów v i z . Należy przypomnieć, że na
 poziomie wstępnej OW posługujemy się uproszczonym modelem
 optymalizacyjnym, w którym można używać wielkości opisują-
 cych zadanie globalne, o wartościach oszacowanych poprzez
 przyjęte arbitralnie proporcje konstruktorskie. Wielkości te
 zostają obliczone na poziomie OW zadań lokalnych i przecho-
 dzą jako parametry do końcowej OW zadania globalnego. W ta-
 kim przypadku zbiór dopuszczalnych zmiennych decyzyjnych za-

dania globalnego będzie miał następującą postać:

$$\hat{U} = \{u: g^u(u, v, v^1, v^2, \dots, v^r, q) \leq 0, h^u(u, v, v^1, v^2, \dots, v^r, q) = 0\} \quad (21)$$

Porównajmy wzory (4), (8) i (21). Pamiętać należy, iż niektóre z wektorów v^i mogą być wektorami zerowymi.

Wektor kryterium zadania globalnego

$$f^G(u, v, q) = \left[f_1^G(u, v, q), f_2^G(u, v, q), \dots, f_p^G(u, v, q) \right]^T \quad (22)$$

gdzie: $f_i^G(u, v, q)$ - i-ta składowa wektora kryterium globalnego

Zadanie końcowej OW można sformułować następująco: znaleźć przy pomocy jednej ze znanych metod optymalizacji, np. min-max z wagami [8], podzbiór wektorów zmiennych decyzyjnych u^* taki, że optymalizuje funkcję wektorową $f^G(u, v, q)$ i spełnia zależność (21) tzn., że $u^* \in \hat{U}$.

2.4. Wybor rozwiązań optymalnych w sensie Pareto i rozwiązań reprezentatywnych - poziom IV

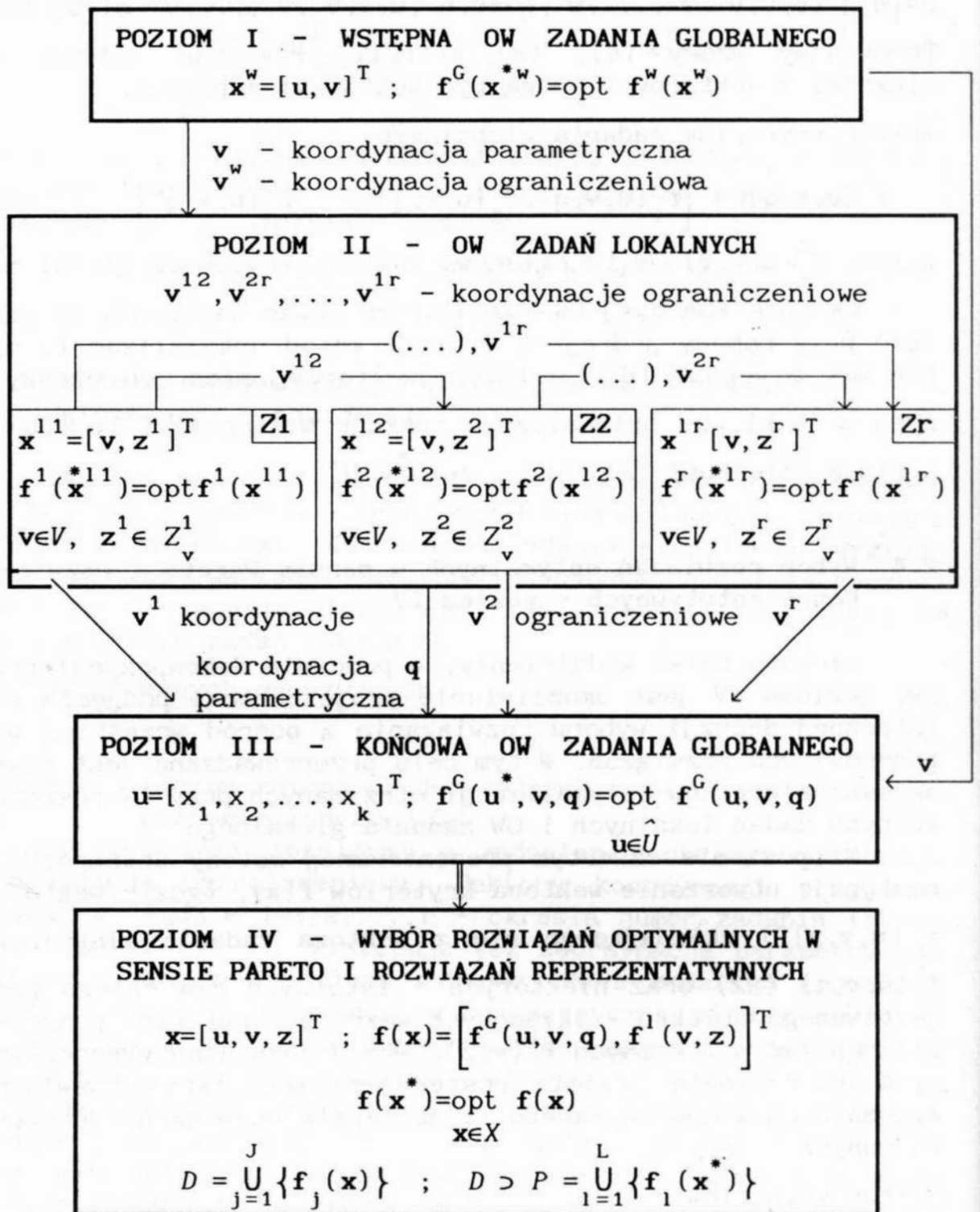
Głównym celem wydzielenia, w procesie dekompozycji przy OW, poziomu IV jest umożliwienie projektantowi podjęcia ostatecznej decyzji wyboru rozwiązania z pośród wcześniej wygenerowanych rozwiązań. W tym celu przeprowadzana jest pewna agregacja wyników optymalizacji otrzymanych przy OW poszczególnych zadań lokalnych i OW zadania globalnego.

Na poziomie czwartym prezentowanej metody dekompozycji następuje utworzenie wektora kryteriów $f(x)$, (gdzie wektor $x = [u, v, z]^T$) składającego się z wektora zadania globalnego $f^G(u, v, z)$ (22) oraz niektórych - istotnych dla całego projektowanego obiektu - składowych wektorów kryteriów poszczególnych zadań lokalnych $f^1(v, z)$. Wśród rozwiązań wygenerowanych na poziomie trzecim poszukujemy początkowo rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, a następnie rozwiązań reprezentatywnych.

Wektor kryteriów

$$f(x) = \left[f^G(u, v, z), f^1(v, z) \right]^T \quad (23)$$

$$\text{gdzie: } f^1(v, z) = \left[f_1^1(v, z), f_2^1(v, z), \dots, f_s^1(v, z) \right] \quad (24)$$



Rys. 3. Schemat metody dekompozycji "Metody czteropoziomowej optymalizacji wielokryterialnej".

Fig. 3. Scheme of the decomposition method "Four - stage multicriteria optimization strategy"

$$S \leq t \equiv \sum_{j=1}^r t_j$$

t_j - liczba składowych kryteriów w j -tym zadaniu lokalnym

$f_i^j(\mathbf{v}, \mathbf{z})$ - składowa wektora kryterium globalnego, która powstała z sumy odpowiednich składowych kryteriów lokalnych:

$$f_i^l(\mathbf{v}, \mathbf{z}) = \sum_{j=1}^r f_i^j(\mathbf{v}, \mathbf{z}^j) \quad (25)$$

Dla $r-1$ przypadków $f_i^j(\mathbf{v}, \mathbf{z})$ może być równe zeru.

Poszukujemy pewnego podzbioru rozwiązań dopuszczalnych - D , który składa się z sumy wygenerowanych rozwiązań projektowanego obiektu.

$$D = \bigcup_{j=1}^J \{f_j(\mathbf{x})\} \quad (26)$$

Następnie dążymy do znalezienia zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto - P .

$$D \supset P = \bigcup_{l=1}^L \{f_l(\mathbf{x}^*)\} \quad (27)$$

gdzie \mathbf{x}^* oznacza taki wektor \mathbf{x} , że: $f(\mathbf{x}^*)$ optymalizuje funkcję wektorową $f(\mathbf{x})$.

Końcowym etapem wyboru jest wskazanie 2 - 3 rozwiązań, które ułatwią projektantowi podjęcie ostatecznej decyzji. W tym celu można zastosować podejście proponowane w pracy [7].

Pełny obraz "Metody czteropoziomowej OW" przedstawiono na rys. 3.

3. Podsumowanie

1. Przedstawiona metoda dekompozycji zadania projektowego z optymalizacją wielokryterialną jest metodą heurystyczną. Na każdym poziomie optymalizacji projektant podejmuje optymalne decyzje w wyniku których wybrane rozwiązania są optymalizowane na kolejnych poziomach metody. W ten sposób liczba generowanych - a tym samym rozpatrzonych przez projektanta - rozwiązań może być znaczna. Przy realizacji komputerowej stwarza to nowe jakościowo i ilościowo podejście do procesu projektowania.

2. Prezentowana metoda dekompozycji w sposób konsekwentny realizuje OW projektowanego obiektu (na wszystkich poziomach metody) i nie wprowadza redukcji wielokryterialności proble-

mu poprzez stosowanie różnych formuł skalaryzacji.

3. Porównując opracowaną metodę dekompozycji z tradycyjnym podejściem do OW zadań nieliniowych (traktowanie obiektu jako niepodzielnego zadania) należy stwierdzić, że posiada ona następujące zalety:

- (i) możliwość uzyskania przybliżonych parametrów użytkowych i konstrukcyjnych projektowanego obiektu bez konieczności obliczania podzespołów, (poziom wstępnej OW),
- (ii) możliwość samodzielnego projektowania podzespołów, (poziom OW zadań lokalnych),
- (iii) wpływ projektanta na otrzymywane rozwiązania optymalne poprzez wprowadzenie konwersacji z komputerem, dzięki której możliwe jest podejmowanie samodzielnego decyzji oraz wybór rozwiązań przechodzących do optymalizacji na kolejne poziomy metody,
- (iv) możliwość przeglądania wygenerowanych rozwiązań, wyboru podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto i rozwiązań charakterystycznych,

3. Zaprezentowana metoda dekompozycji została z powodzeniem zastosowana do projektowania zespołu wrzeciona tokarki łożyskowanego hydrostatycznie [9].

Literatura

1. **Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbiński A.:** Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji, PWN, W-wa 1980
2. **Haines Y.Y., Li D.:** Hierarchical Multiobjective Analysis for Large-Scale Systems: Review and Current Status, Automatica, vol. 24, nr 1, 1988, ss. 53-69
3. **Jendo S., Stachowicz A.:** Multilevel Optimization in Civil Engineering Structural Design, ZAMM, Z. angew. Math. Mech. 68, 1988, 4, ss. 199-200
4. **Johnson R.C., Benson R.C.:** A Multistage Decomposition Strategy for Design Optimization, Journal of MTAD, vol. 106, September 1984, ss. 387-393
5. **Kowalski J.:** Modelowanie obiektów konstrukcyjnych w projektowaniu optymalnym, WNT, W-wa 1983
6. **Montusiewicz J., Osyczka A.:** Metody dekompozycji w procesie projektowania optymalnego, praca przyjęta do druku w: Czasopismo Techniczne, Wyd. Politechnika Krakowska, 1993

7. **Montusiewicz J.:** Pewna metoda poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych, praca przyjęta do druku w: Zeszyty Naukowe WSInż. w Koszalinie, 1993
8. **Osyczka A.:** Computer Aided Multicriterion Optimization System, Software Package in Fortran, International Software Publishers, Kraków, 1992
9. **Osyczka A., Montusiewicz J.:** A Decomposition Strategy for Multicriteria Optimization, Proceedings of the International Conference on Multiple Criteria Decision Making: Applications in Industry and Service, Asian Institute of Technology, Bangkok, 6-8 December 1989, ss. 1007-1021
10. **Pokojski J.:** Polioptymalizacja dużych zadań projektowych w budowie maszyn na przykładzie samochodowej skrzynki przekładniowej, praca doktorska, Pol. Warszawska, 1982
11. **Reimers U.:** A Method for Solving the Decentralized Hierarchical Multiple Objective Decision Making Problems, Manuskripte aus dem Institut für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No 154, 1984
12. **Sobieszański-Sobieski J.:** A Linear Decomposition Method for Large Optimization Problems - Blueprint for Development, NASA TM 83248, Feb. 1982

Streszczenie

W pracy przedstawiono opis metody dekompozycji złożonych zadań projektowych programowania nieliniowego z optymalizacją wielokryterialną. W prezentowanej metodzie następuje dekompozycja projektowanego obiektu na podukłady, przy czym zarówno dekompozycja, jak i agregacja realizowane są na czterech głównych poziomach. Trzy pierwsze poziomy służą do generowania rozwiązań polioptymalnych, zaś czwarty do ostatecznego wyboru rozwiązania projektowanego systemu.

A DECOMPOSITION METHOD FOR DESIGN PROBLEM WITH MULTICRITERIA OPTIMIZATION

Abstract

A decomposition method for multicriteria optimization of large-scale design problem is presented. In this method a decomposition of a design system into subproblems occurs. Both, decomposition and aggregation are realized at four main stages. The first three stages have been used to generate Pareto optimal solutions. The fourth stage has been used to select a few solutions of design problem and to make the final decision.

Janusz NICZYJ
Witold M. PACZKOWSKI

SYSTEMY EKSPERCKIE W PROCESIE OPTIMALIZACJI KONSTRUKCJI *)

1. Wprowadzenie

Optimalizacja konstrukcji jest dziedziną wymagającą opanowania dużego zakresu wiedzy teoretycznej. Rozwiązywane zadania są zazwyczaj czasochłonne i wymagają stosowania komputerów o dużej mocy obliczeniowej. Mnogość metod optymalizacji zależnych od wielu czynników nie ułatwia jej stosowania. Celowe staje się więc stworzenie narzędzi wspomagających ten proces. Obecnie funkcja użytkowa komputerów nie ogranicza się tylko do wykonywania obliczeń numerycznych. Użytkownik chce wykorzystać komputer także jako pewne źródło informacji, umożliwiające mu ocenę i analizę problemów oraz podejmowanie decyzji. Zwraca się więc w stronę komputera jako do swobodnego eksperta. Ludzką funkcję doradczą i oceniającą przejmuje tu program, tzw. system ekspercki, do pamięci którego ekspert wprowadza wiedzę teoretyczną i swoje doświadczenia w danej dziedzinie. Forma dialogu użytkownika z *maszyną-ekspertem* zastosowana w systemie eksperckim pozwala na formułowanie i rozwiązywanie zadań osobom nie zorientowanym szczegółowo w problemach optymalizacji.

2. Problemy optymalnego kształtowania konstrukcji

Optymalne kształtowanie konstrukcji to taki wybór parametrów geometrycznych, cech wytrzymałościowych, rozwiązań architektonicznych, konstrukcyjnych i montażowych, dla których analizowany element lub cała konstrukcja spełnia wszys-

Dr inż. Janusz Niczyj, dr inż. Witold Paczkowski,

Instytut Inżynierii Lądowej, Politechnika Szczecińska

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Poliptymalizacja i CAD'
Mielno 1991

tkie wymagania, a przy tym jest najlepsza ze względu na pewne kryteria. Jest to jedna z wielu możliwych definicji i jak każda z nich określa bardzo ogólne zasady postępowania, nie precyzując szeregu problemów występujących przy formułowaniu i rozwiązywaniu zadań optymalizacji. Najistotniejsze z nich to:

- długi czas analizy wytrzymałościowej konstrukcji i związana z tym konieczność stosowania metod dekompozycji i koordynacji,
- wybór zadaniowych, koordynacyjnych i nadrzędnych kryteriów optymalizacji,
- określenie istotnych zmiennych decyzyjnych i ograniczeń obszaru dopuszczalnego,
- wybór efektywnej metody optymalizacji.

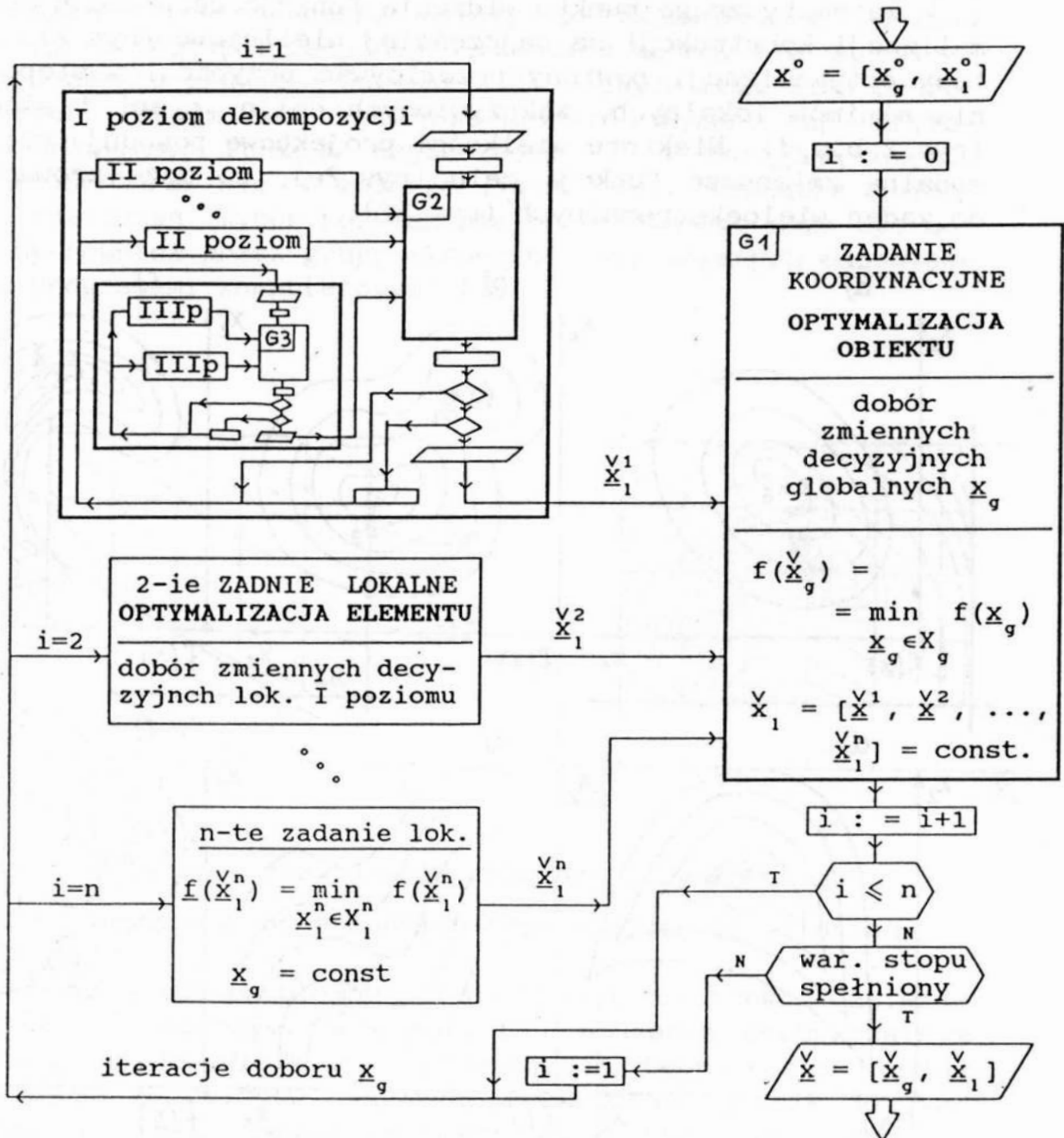
Optymalnie ukształtowana konstrukcja często nie jest zbudowana z optymalnie zaprojektowanych elementów [7]. Dlatego w procesie kształtowania obiektu niezbędna jest koordynacja rozwiązań poszczególnych elementów. Zazwyczaj stosowana jest wielopoziomowa dekompozycja, aby zadanie mogło być rozwiązane w realnym czasie (rys.1).

Mimo dekompozycji skala problemu pozostaje duża. Wynika to z długiego czasu analizy wytrzymałościowej konstrukcji, gdzie do każdego rozwiązania dochodzi się zazwyczaj w drodze iteracyjnej. Na długi czas obliczeń ma wpływ nie tylko wyznaczanie wartości funkcji celu, ale również sprawdzanie przynależności danego rozwiązania do obszaru dopuszczalnego. Warunki zachowawcze jakie musi spełniać konstrukcja mogą być sprawdzone dopiero po zaprojektowaniu elementów. Dodatkowym czynnikiem wydłużającym czas analizy jest konieczność rozpatrywania wielu stanów obciążeń i faz eksploatacji konstrukcji.

Gwałtowny rozwój techniki cyfrowej spowodował duże zainteresowanie nowymi niedostępnymi wcześniej metodami analizy konstrukcji. Ma to swoje odzwierciedlenie w ciągle nowelizowanych przepisach projektowania. Znajduje również odbicie w celach (np. niezawodność [11], nośność sprężysto - plastyczna [9]) i metodach kształtowania konstrukcji (np. optymalizacja stochastyczna, dyskretna, wielokryterialna [12]). Zazwyczaj trudno jest utworzyć jedno globalne kryterium optymalizacji. Nawet tak obiektywna funkcja celu jak koszt jest kłopotliwa do sformułowania zważywszy, że oprócz kosztów materiału i wykonania konstrukcji trzeba uwzględnić koszty projektowania, eksploatacji, konserwacji i demontażu konstrukcji. Co więcej należy przewidzieć również koszty wy-

nikające z ewentualnej awarii lub katastrofy obiektu.

W zdekomponowanym obiekcie każdy z elementów konstrukcji może mieć własne kryteria optymalizacji. Najczęściej są one ze sobą w konflikcie, tj. nie osiągają swych wartości ekstremalnych dla tych samych wielkości projektowych (np. mini-

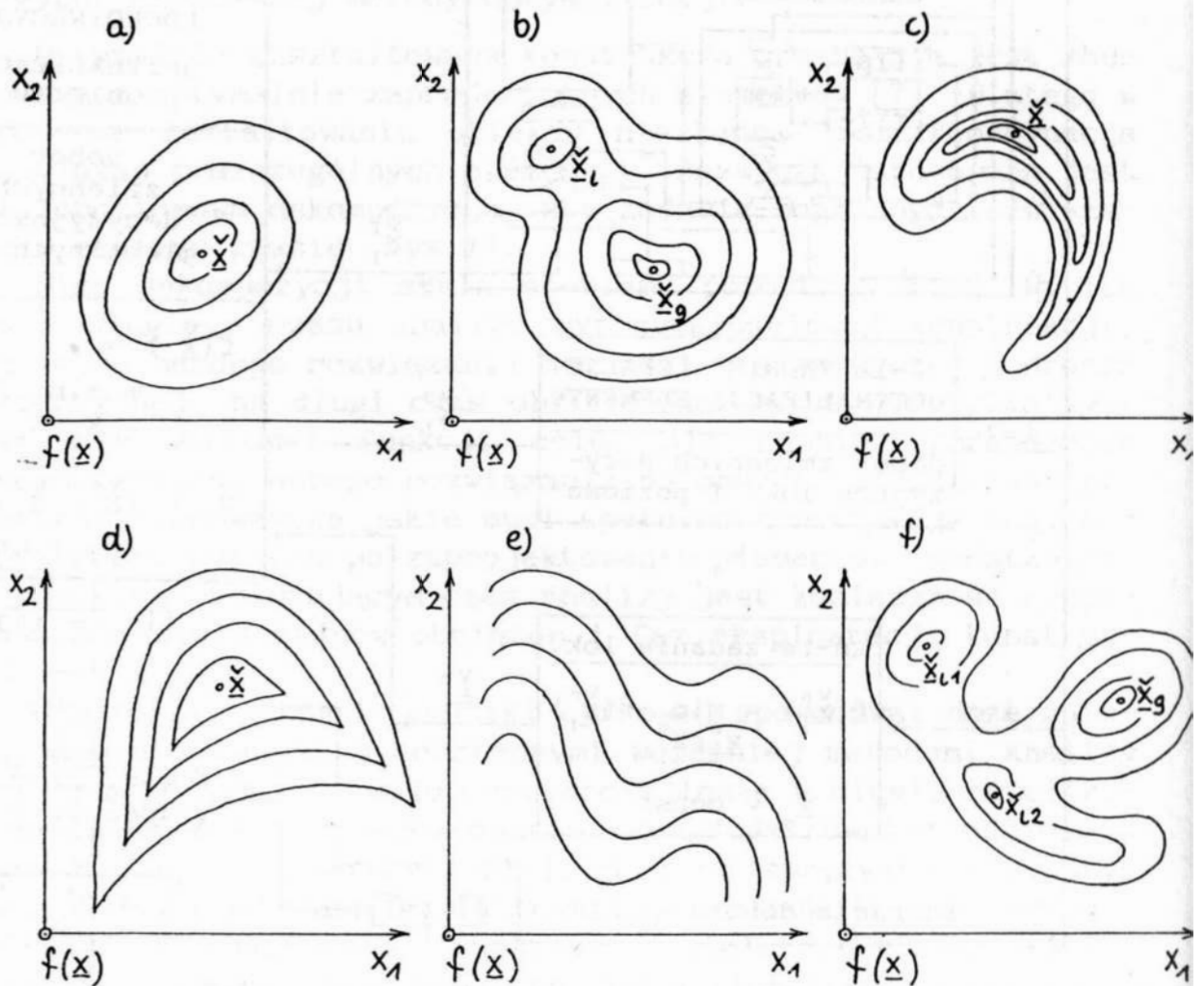


Rys. 1. Dekompozycja i koordynacja zadania optymalizacji

Fig. 1. Decomposition and co - ordination of optimization task

mum masy i maksimum sztywności). Podobna sytuacja może wystąpić dla kryteriów koordynacyjnych na każdym z poziomów dekompozycji zadania globalnego. Kryteria, na podstawie których wybiera się rozwiązanie preferowane, powinny być zgodne z ogólnymi kryteriami nadrzędnymi z punktu widzenia rozwoju danego regionu [14].

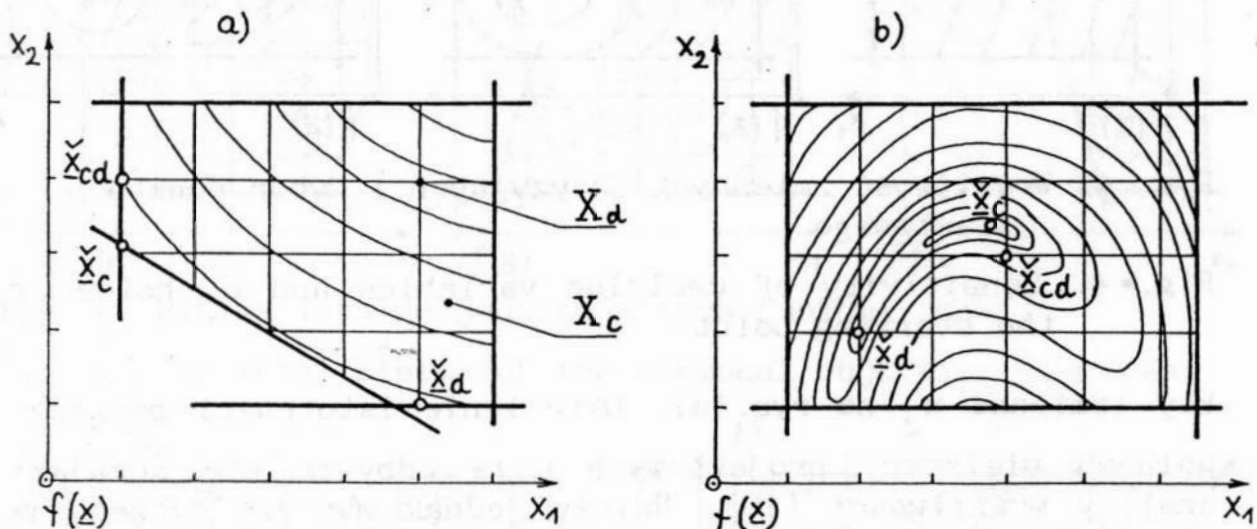
Z matematycznego punktu widzenia funkcje celu zadań optymalizacji konstrukcji są najczęściej nieliniowe (rys.2). Metody optymalizacji powinny przewidywać przypadki występowania minimów lokalnych, zakrzywionych dolin, grani i szczytów (rys.2,b,c,d). Niektóre wielkości projektowe powodują wielomodalną zmienność funkcji celu (rys.2e), co może prowadzić do zadań wieloekstremalnych (rys.2f).



Rys. 2. Charakter funkcji celu

Fig. 2. The character of the objective function

Przy kilku funkcjach celu istnieje problem wyboru relacji porządkującej zbioru ocen rozwiązań. Najczęściej przyjmowana relacja porządku liniowego [1] prowadzi do wyznaczenia zbioru rozwiązań niezdominowanych. Zawiera on od kilku do kilkudziesięciu konstrukcji *niepoprawialnych* ze względu na przyjęte kryteria optymalizacji. Wyznaczanie ze zbioru Pareto rozwiązania preferowanego należy do najslabszych punktów analizy polioptymalizacyjnej. Stosowane metody nie są obiektywne, często prowadzą do wskazania różnych rozwiązań preferowanych. Przyjmowane dodatkowe kryteria wyboru (np. kryterium globalne, funkcja użyteczności [5]) osiągają często swoje ekstrema nie w zbiorze Pareto lecz wewnątrz zbioru ocen rozwiązań. Wybór rozwiązania preferowanego może być dokonany również przez grupę ekspertów, wspomaganymi odpowiednimi programami komputerowymi [15].



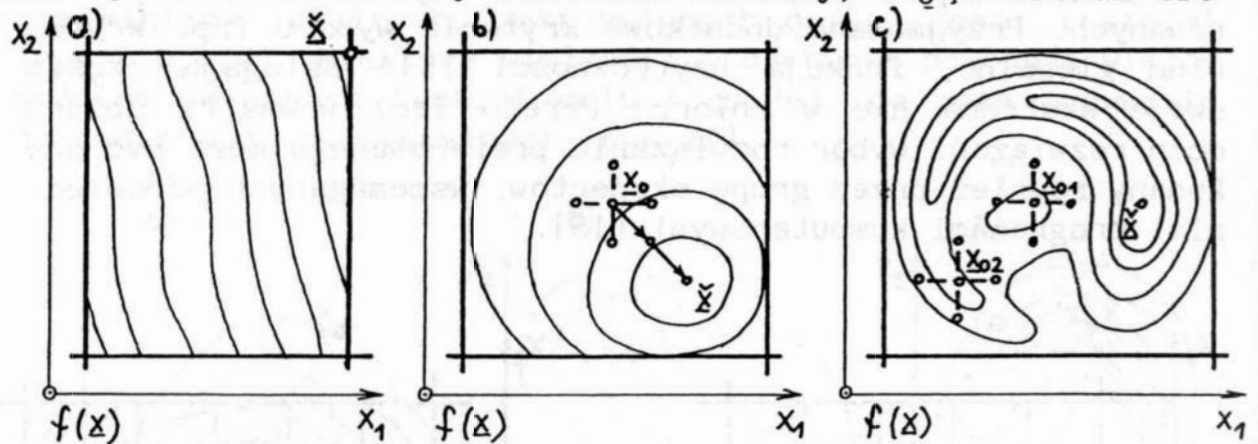
Rys. 3. Porównanie rozwiązania ciągłego i dyskretnego

Fig. 3. Comparison of a continue and a discrete solution

Kolejna grupa problemów optymalizacji konstrukcji związana jest ze zmiennymi decyzyjnymi i obszarem dopuszczalnym zadania. Wiele wielkości projektowych teoretycznie można przyjmować ze zbiorów ciągłych. Praktycznie jednak dopuszczalne są tylko pewne wartości dyskretne, wynikające z właściwości mechanicznych materiałów, programów produkcji wyrobów, ograniczeń modularnych i warunków technicznych. Rozwiązanie zadania dyskretnego nie musi pokrywać się z rozwiązaniem zadania sztucznie uciąglonego [12] (rys.3). Fakt ten ma istotny wpływ na wybór dyskretnych metod optyma-

lizacji. Wiele wielkości projektowych, takich jak wymiary elementów czy ich właściwości mechaniczne, to zmienne decyzyjne losowe, a nie deterministyczne. Poprawna ich analiza wymaga stosowania metod optymalizacji stochastycznej [6].

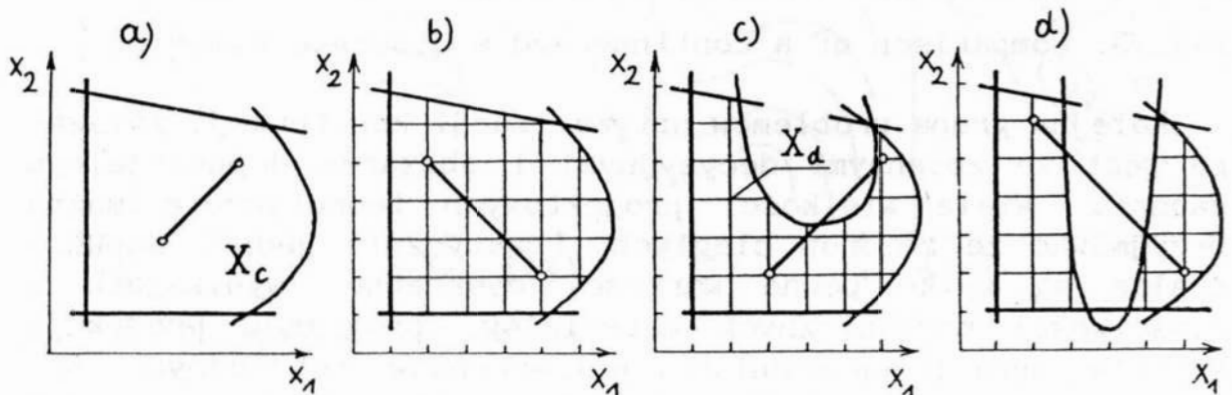
Bardzo ważną sprawą jest przyporządkowanie odpowiednich wielkości projektowych do zbioru zmiennych decyzyjnych i do zbioru parametrów optymalizacji. Każda zmienna, mało istotna z punktu widzenia analizowanych kryteriów, podnosi jedynie wymiar zadania i wydłuża czas analizy, dając znikome efe-



Rys. 4. Wrażliwość zmiennych decyzyjnych i wybór punktu startowego

Fig. 4. Sensitivity of decision variables and a choice of the starting point

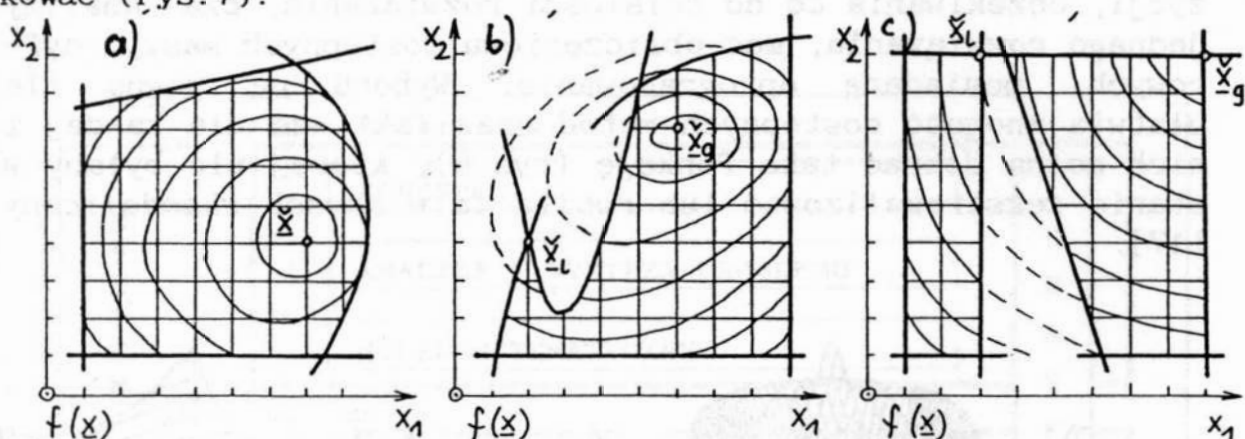
ktę (zmienna x_2 na rys.4a). Określenie istotności poszczególnych wielkości projektowych może odbywać się metodami analizy wrażliwości [10]. Należy jednak zwrócić szczególną uwagę na charakter funkcji celu i wybór punktu startowego, (rys.4 b,c).



Rys. 5. Obszar dopuszczalny zadania optymalizacji

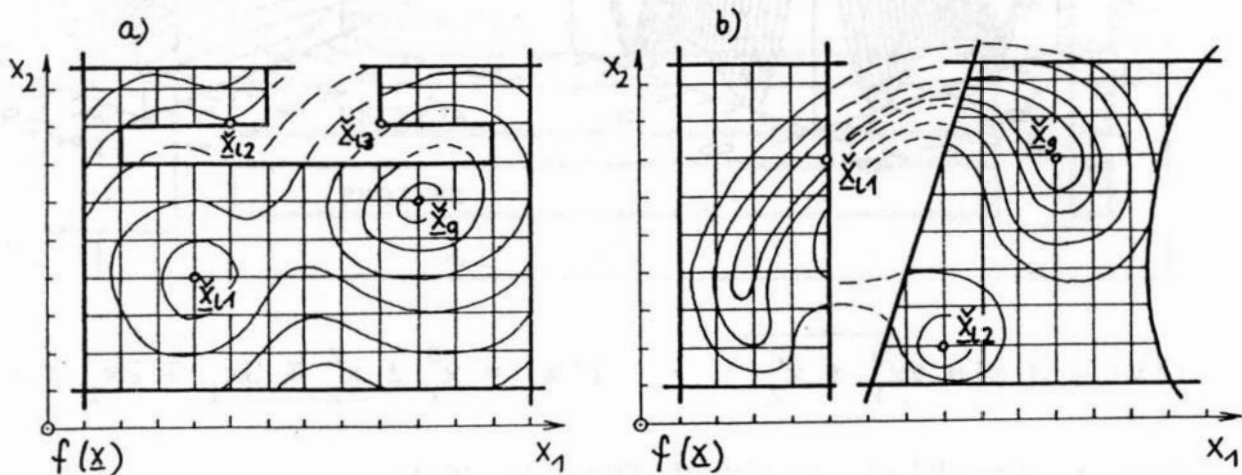
Fig. 5. The feasible domain of an optimization analysis

Obszar dopuszczalny zadania optymalizacji konstrukcji tworzą ograniczenia brzegowe i zachowawcze [5]. Najczęściej jest on wypukły dla zmiennych ciągłych (rys.5a) lub quasiwypukły dla zmiennych dyskretnych (rys.5b). Nieliniowe ograniczenia zmiennych decyzyjnych mogą powodować powstanie obszarów wklęsłych (rys.5c) lub wielospójnych (rys.5d). Do analizy zadań z tego typu obszarami dopuszczalnymi wymagane są wyspecjalizowane metody poszukiwań. Skalę problemu obrazuje rys.6. Granice obszaru dopuszczalnego decydują o powstawaniu minimów lokalnych dla jednodalnych, a nawet monotonicznych funkcji celu. W przypadku funkcji wielomodalnych i wklęsłych obszarach dopuszczalnych sytuacja może się znacznie skomplikować (rys.7).



Rys. 6. Minima lokalne jednodalnych funkcji celu

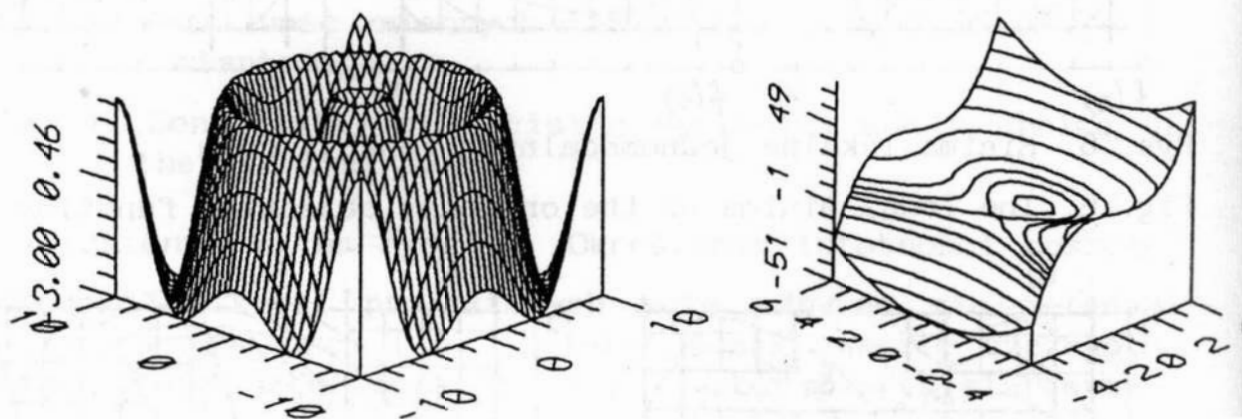
Fig. 6. The local minima of the onemodal objective function



Rys. 7. Minima lokalne wielomodalnych funkcji celu

Fig. 7. The local minima of the multimodal objective function

W przypadku wystąpienia innych niż dolne i górne ograniczenia wielowymiarowego zadania optymalizacji, trudne może okazać się wskazanie rozwiązania dopuszczalnego. Najczęściej wymaga się spełnienia ograniczeń brzegowych, pozostawiając spełnienie ograniczeń zachowawczych specjalnym modułom projektującym konstrukcję. Po sformułowaniu zadania optymalizacji należy wybrać odpowiednią metodę pozwalającą na znalezienie rozwiązania. Przy wyborze jednej lub kilku połączonych technik poszukiwań trzeba uwzględnić między innymi następujące czynniki: liczba i charakter zmiennych decyzyjnych i kryteriów optymalizacji, wielkość i właściwości obszaru dopuszczalnego, sposób sformułowania zadania, możliwości dekompozycji, oczekiwania co do ścisłości rozwiązania, czas analizy jednego rozwiązania, moc obliczeniowa dostępnych maszyn cyfrowych, posiadane oprogramowanie. Wyboru na pewno nie ułatwia mnogość dostępnych metod oraz fakt, że dla każdej z nich można dobrać taką funkcję (rys.8), której nie byłoby w stanie zekstremalizować lub robiła to w sposób skandaliczny [17].



$$f(\mathbf{x}) = 3 \sin \sqrt{x_1^2 \pm x_2^2}$$

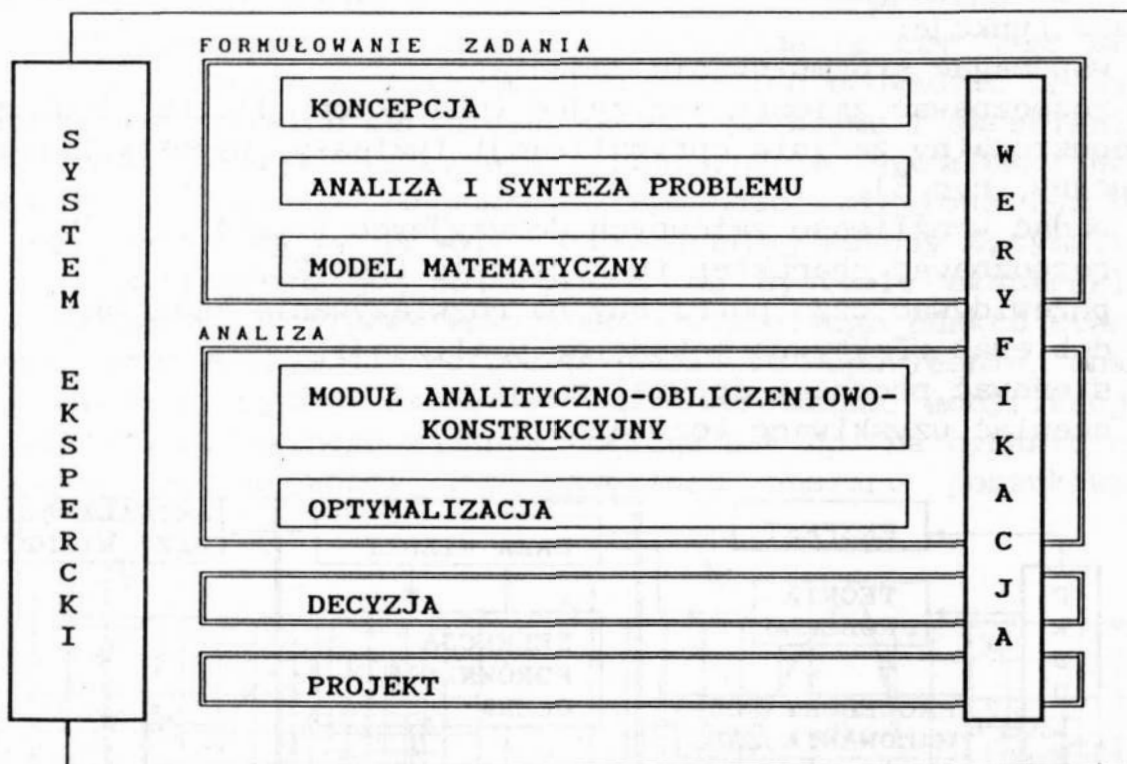
$$f(\mathbf{x}) = x_1^3 \pm x_2^2 \mp 3x_1 \mp 2x_2 \pm 2$$

Rys. 8. Przykłady *trudnych* funkcji celu

Fig. 8. The example of a "troublesome" objective function

3. Funkcje systemów eksperckich w optymalizacji konstrukcji

System ekspercki jest to grupa programów zorientowanych problemowo, stosujących wiedzę oraz procedury analizy i wnioskowania, utworzenie których wymaga udziału ekspertów [3]. Wykorzystanie systemu eksperckiego w procesie projektowania jest celem, do którego dąży się w wielu obecnie prowadzonych pracach [8,14,15]. Tworząc system wspomagający pracę inżyniera należy zbudować podsystemy eksperckie, które będą obejmowały swym polem działania wszystkie etapy projektowania (rys.9). Efektywne projektowanie nie może odbywać się bez stosowania metod optymalizacyjnych.



Rys. 9. Schemat systemu projektowania

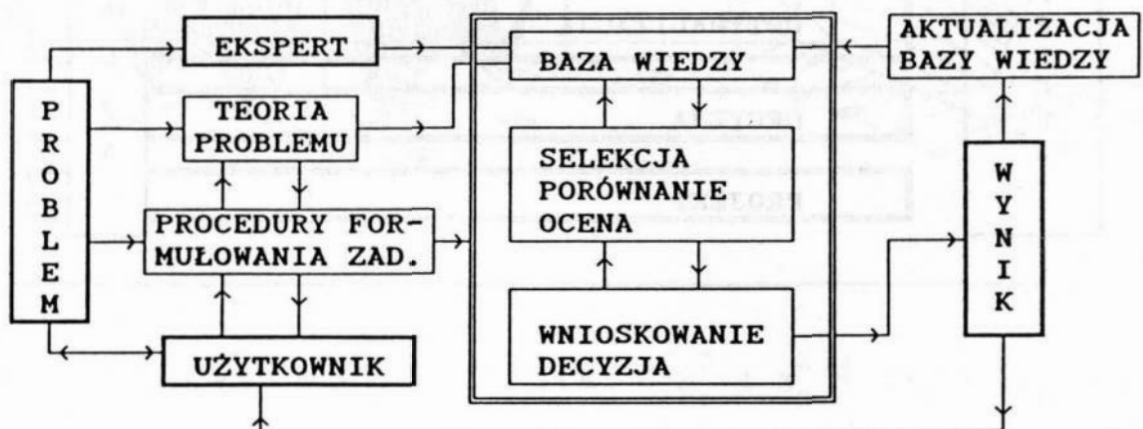
Fig. 9. Design process scheme

Budując system ekspercki (rys.10) ukierunkowany na problemy optymalizacji należy rozważyć ogólne warunki jego modelowania, takie jak:

- ukierunkowanie funkcji systemu eksperckiego,
- określenie składowych elementów systemu związanych z zadaniem optymalizacji (jego sformułowaniem lub wyborem odpowiedniej metody analizy),
- ustalenie typu oddziaływań i relacji pomiędzy elementami systemu,
- określenie kierunków działań i modyfikacji systemu w zależności od sygnałów zewnętrznych (odpowiedzi użytkownika) oraz wewnętrznych (obliczeń wykonywanych przez program),
- dostosowanie komunikacji z użytkownikiem do obiektów ogólnie przyjętych w optymalizacji.

System ekspercki w optymalizacji powinien pełnić następujące funkcje:

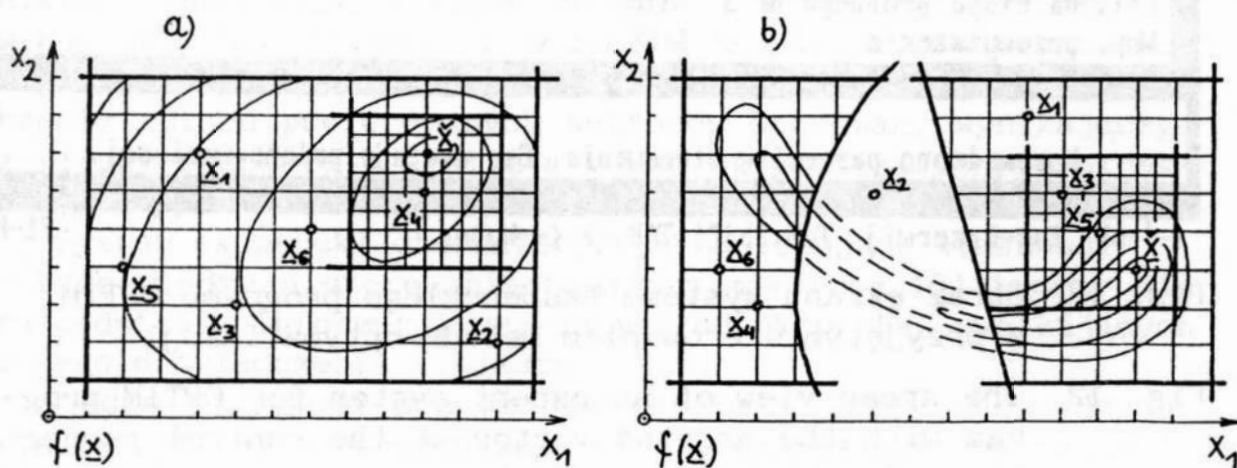
- wspomagać sformułowanie zadania,
- rozpoznawać zmienne decyzyjne (charakter, liczba) i obszar dopuszczalny zadania optymalizacji (wklęsły, wypukły, wielospójny, rys.5),
- badać wrażliwość zmiennych decyzyjnych (rys.4),
- rozpoznawać charakter funkcji celu (rys.2),
- przewidywać czas potrzebny na rozwiązywanie zadania,
- dobierać efektywną metodę optymalizacji,
- sterować procesem optymalizacji,
- oceniać uzyskiwane rozwiązania.



Rys. 10. Schemat systemu eksperckiego

Fig. 10. The flow diagram of expert system

Moduł interaktywny powinien być tak utworzony, by uzyskać niezbędne informacje, poprzez pytania ukierunkowujące sformułowanie i przyjęcie metody rozwiązania danego zadania. Zakłada się brak szczegółowej wiedzy użytkownika o rozpatrywanym problemie oraz metodach jego analizy. Procedury tego modułu muszą mieć tak ustawioną ścieżkę pytań, by można było uzyskać wszystkie niezbędne informacje dla działania całego systemu z uwzględnieniem możliwych wariantów analizy. Istotnym elementem procesu optymalizacji jest formułowanie zadania. Odpowiednie procedury systemu powinny być nastawione na prowadzenie wszechstronnych badań rozpoznających charakter zadania oraz oczekiwane przez użytkownika efekty analizy. Dla wprowadzonych zmiennych system ekspercki poprzez informacje uzyskane od użytkownika oraz analizę selekcyjną i teorię wrażliwości może określać ich wpływ na dane kryterium, w celu ewentualnego zmniejszenia rozmiaru zadania czy jego dekompozycji. Dialog z użytkownikiem powinien prowadzić do wyznaczenia wszystkich ograniczeń danego problemu i określenia wzajemnych relacji między nimi. Rozpoznanie charakteru obszaru dopuszczalnego (wypukłość, spójność, ciągłość rys.5) ma bezpośredni wpływ na wybór odpowiedniej metody optymalizacji i sterowanie jej algorytmem. Na systemie eksperckim może spoczywać obowiązek wskazywania właściwego punktu startowego zadania (rys.4). Po przeprowadzeniu odpowiedniej analizy wstępnej system ekspercki może wprowadzać modyfikacje obszaru dopuszczalnego zadania, polegające np. na ograniczeniu jego wymiarowości lub zawężeniu obszaru poszukiwań (rys.11).



Rys. 11. Zawężanie obszaru poszukiwań do kostki

Fig. 11. Seeking restriction for a cube domain

W systemie eksperckim należy przyjąć odpowiedni model ocenowy. Wprowadzoną skalą ocen może być zbiór wartości liczbowych, zmiennych lingwistycznych lub inny zbiór znaków umownych przyjętych w celu wyrażenia swego stosunku do ocenianego stanu, czy jego elementu. Model ocenowy powinien zawierać elastyczną skalę ocen, umożliwiającą wybór konkretnego wskaźnika oceny w zależności od warunków i potrzeb oraz dającą oczekiwaną informację. Należy ograniczać wpływ czynników subiektywnych na ocenę działania systemu, np. poprzez przyjęcie rozmytego charakteru oceny. Zbiór ocen (odpowiedzi użytkownika) jest głównym parametrem sterującym działaniem programu, a więc mającym istotne znaczenie na uzyskiwaną informację końcową.

Parametry sterowania			
Ograniczenie liczby cykli	Tak	Liczba cykli	15
Ograniczenie czasu obliczeń	Tak	Czas obliczeń [min]	48
Mozliwe zwiększ. czasu/cykli	Tak		
Autom. zwiększ. czasu/cykli	Tak	Zwiększ. czasu/cykli	10 %
Wpływ czasu na sterowanie	Nie		
Wpływ b. wiedzy na sterowanie	Tak		
Modyf. zadania po stopie	Tak	Wyniki końcowe	Skrócone
Obszar dopuszczalny	Wklesly	Metoda w kroku rob.	Przeliczanie
Stop po etapie probnym nr	5	Długość kroku	Zmienna
Obl. od etapu probnego nr 3	Nie		
Wsp. przewyższenia	1.00		

Wprowadzono parametry sterowania. Esc anuluje podane wartości.

<←-OK Esc-Przerwij TAB Shift-TAB → ←Wybor

F1-Help

Rys. 12. Obraz ekranu systemu eksperckiego programu OPTIM z przyjętym sterowaniem metodą optymalizacji

Fig. 12. The screen view of an expert system for OPTIM program with the accepted vector of the control parameters of optimization method

Ważnym czynnikiem, który należy uwzględnić w systemach eksperckich, stosowanych w optymalizacji konstrukcji, jest czas analizy. Dlatego też sterowanie analizą optymalizacyjną

powinno ograniczać ilość obliczeń elementów czasochłonnych (np. funkcji celu) danej metody. Ekspert określa sposób poruszania się w przestrzeni zmiennych decyzyjnych, z możliwością pominięcia, zgodnie ze swoim doświadczeniem, kroków zbędnych w danym stanie analizy. Deklarowany czas obliczeń, rodzaj rozwiązania oraz analiza początkowego przebiegu zadania powinna opierać się na utworzonej bazie wiedzy przez eksperta i wpływać na przebieg oraz czas obliczeń zadania optymalizacyjnego.

Z uwagi na złożoność różnych technik optymalizacyjnych, powstające programy komputerowe są wyspecjalizowane i uwzględniają przeważnie jedną z metod [2,13,15]. Dotyczy to także systemów eksperckich, które mogą wybierać metodę optymalizacji, lub mieć rozbudowaną jedną z metod uwzględniającą wiele specyficznych cech formułowanego problemu [8].

Działanie systemu związane jest z przyjęciem wektora parametrów sterowania algorytmem, który może składać się z kilkunastu elementów, dających informacje o kształcie obszaru dopuszczalnego, charakterze funkcji celu, punkcie startowym zadania, czasochłonności obliczeń dopuszczonej przez użytkownika, warunkach zatrzymań, typie realizowanego zadania, stopnia zadanej dokładności (rys.12). Zakres i liczba zmiennych sterujących daje zazwyczaj dużą liczbę możliwych ścieżek sterowań algorytmem. System ekspercki powinien określać zmieniające się w trakcie analizy sterowanie metodą, by rozwiązanie było czasooptymalne i zadawałające dla użytkownika.

Przyjęcie wektora parametrów sterowań algorytmem optymalizacji odbywa się wstępnie na podstawie dialogu z użytkownikiem. Informacje o typie zadania i przebiegu analizy powinny wpływać na wybór i modyfikację parametrów sterowania algorytmem. Ważnym elementem systemu eksperckiego jest utworzenie zbioru preferowanych wektorów sterowań, wynikającego z wiedzy eksperta w analizie zadań optymalizacyjnych określonego typu konstrukcji.

System ekspercki charakteryzują następujące własności:

- bazę wiedzy o sterowaniach algorytmem (rys.10) tworzy się na podstawie informacji uzyskanych od eksperta, wynikających z jego doświadczenia i wiedzy,
- wiedzę pozyskuje się metodą tablic i drzew decyzyjnych, rys.13, [4,16]; reprezentacja wiedzy oparta jest na zasadzie baz reguł składających się z warunków i założeń (C_i) przedstawiających komputerowy model rozpoznania sterowania i w konsekwencji określających jaką akcję (A_i) podejmie program,
- powinien zawierać procedury aktualizacji bazy wiedzy wyko-

rzyszujące pośrednie rozwiązania zadań,

- organizacja dialogu z użytkownikiem powinna odbywać się z wykorzystaniem procedur objaśniania wprowadzanych danych, wspomaganie procesu uzyskiwania odpowiedzi, wizualizacji wyników działania systemu eksperckiego,

- przedstawienie użytkownikowi sugestii i uwag wynikających

Tworzony model systemu eksperckiego może być określony za pomocą zbioru identyfikatorów:

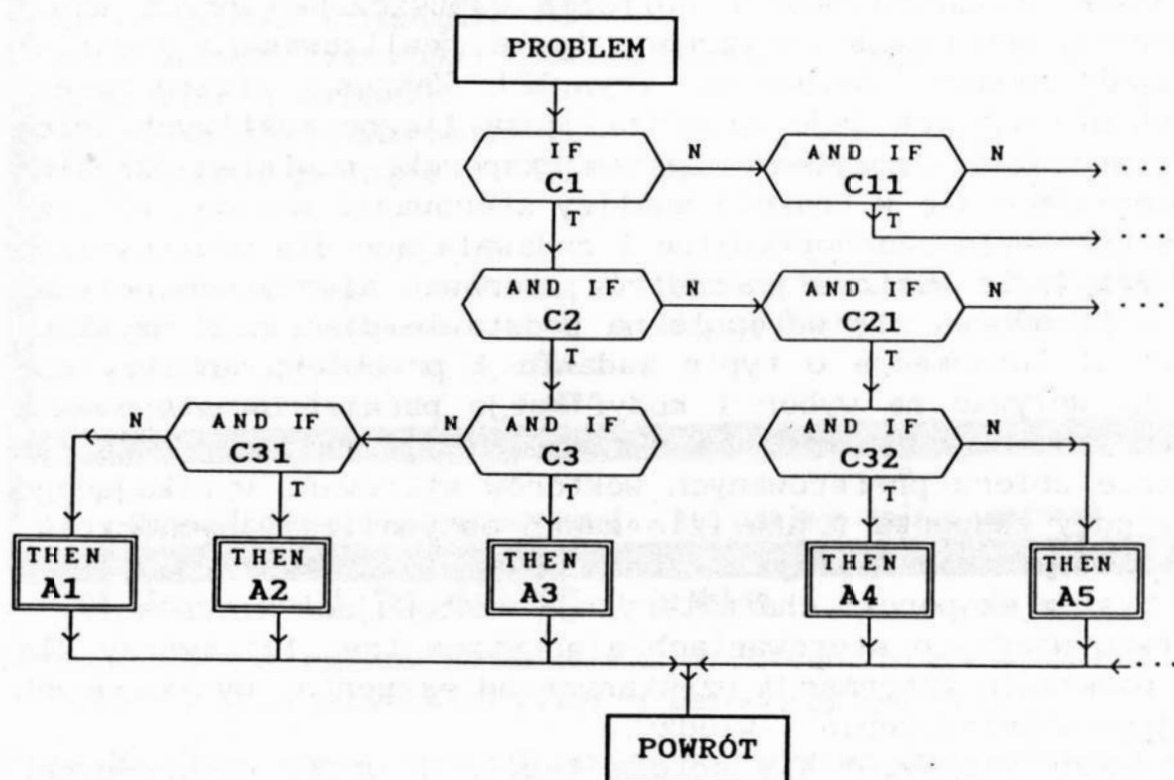
- przeznaczenia modelu (wybór, sterowanie, ocena, projektowanie),

- charakteru cech modelu (deterministyczny, probabilistyczny, rozmyty, mieszany),

- charakteru zmian cech (statyczny, dynamiczny),

- języka modelu (werbalny, logiczny, matematyczny).

Identyfikatory, poprzez zastosowanie słów kluczowych określających model, dają ogólną informację o powstałym systemie oraz mogą pełnić funkcje sterujące dla programu eksperckiego.



Rys. 13. Schemat drzewa decyzyjnego

Fig. 13. The flow diagram of a decision tree

4. System ekspercki programu OPTIM

Przedstawione problemy dotyczące specyfiki systemów eksperckich, stosowanych w procesie optymalizacji konstrukcji, zostały uwzględnione w programie OPTIM [18]. Metoda ortogonalno-diagonalna (O-D) [19] oprogramowana w systemie szczególnie przydatna jest do analizy konstrukcji budowlanych [8]. System ekspercki steruje zadaniem optymalizacji we wszystkich jego etapach:

- wspomaga użytkownika w przyjęciu wektora parametrów sterowania metodą O-D (rys.12),
- kontroluje poszczególne etapy zadania:
 - a) wybiera punkt startowy z dyskretnego obszaru dopuszczalnego,
 - b) modyfikuje po każdym cyklu analizy wektor sterowań,
 - c) uzupełnia bazę wiedzy o analizowanym problemie,

6. SUGESTIE SYSTEMU EKSPERCKIEGO

- W PUNKCIE STARTOWYM WARTOSCI FUNKCJI CELU ZMNIEJSZAJA SIE W KIERUNKU(ACH) $+x_1$, $+x_2$, $+x_3$.
- FUNKCJA CELU JEST SZYBKO ZMIENNA.
OBLICZENIA WYKONANO W 4 CYKLU(ACH).
- W PUNKCIE STARTOWYM FUNKCJA CELU WYKAZUJE
 - NAJWIEKSZA WRAZLIWOSC DLA ZMIENNEJ $+x_1$,
WZGLEDNA ZMIANA WARTOSCI FUNKCJI CELU WYNOSI -53.5%
 - NAJMNIEJSZA WRAZLIWOSC DLA ZMIENNEJ $+x_2$,
WZGLEDNA ZMIANA WARTOSCI FUNKCJI CELU WYNOSI -98.6%
- W PUNKCIE KONCOWYM FUNKCJA CELU WYKAZUJE
 - NAJWIEKSZA WRAZLIWOSC DLA ZMIENNEJ $-x_2$,
WZGLEDNA ZMIANA WARTOSCI FUNKCJI CELU WYNOSI 52.7%
 - NAJMNIEJSZA WRAZLIWOSC DLA ZMIENNEJ $+x_1$,
WZGLEDNA ZMIANA WARTOSCI FUNKCJI CELU WYNOSI 30.4%
- POSTARAJ SIE ZAGESCIC SIATKE PUNKTOW DOPUSZCZALNYCH W OTOCZENIU PUNKTU KONCOWEGO.
ZAGESZCZENIE DOTYCZY W PIERWSZEJ KOLEJNOSCI ZMIENNEJ DECYZYJNEJ x_2
- WARTOSC ZMIENNEJ STERUJACEJ KS NIE MA WPLYWU NA UZYSKANE ROZWIAZANIE.
- W ZADANIU NIE WYKORZYSTANO WSPOLCZYNNIKA PRZEWYYSZANIA.
- ZNALEZIONE ROZWIAZANIE LEZY WEWNATRZ OBSZARU DOPUSZCZALNEGO.

Rys. 14. Przykładowe sugestie systemu eksperckiego po zakończonej analizie optymalizacyjnej

Fig. 14. An example of expert system suggestions resulting from the optimization analysis solution

- d) analizuje wrażliwość funkcji celu oraz rozpoznaje charakter obszaru dopuszczalnego,
- e) kontroluje czas obliczeń, dostosowując go do sugestii użytkownika dotyczących jakości rozwiązania,

- f) podejmuje decyzje o dalszej analizie po spełnieniu warunku stopu metody O-D (np. wyjście z minimum lokalnego lub przeskok przez maksimum lokalne),
- analizuje utworzoną bazę wiedzy o zadaniu i w zbiorze wyników podaje użytkownikowi swoje sugestie (rys.14).

Zbudowany system ekspercki umożliwia użytkownikowi nie znającemu dokładnie problemów optymalizacji sformułowanie i rozwiązanie zadania minimalizacji.

5. Uwagi końcowe

Każda dziedzina nauki, także optymalne projektowanie konstrukcji, może być objęta specjalistycznymi programami wspomagającymi podejmowanie decyzji. Wszędzie tam, gdzie do przyjęcia określonych działań potrzebny jest duży zasób wiedzy, można zbudować odpowiedni system komputerowy umożliwiający rozwiązywanie skomplikowanych zadań.

W optymalnym projektowaniu konstrukcji celowe wydaje się tworzenie zarówno ogólnych systemów eksperckich, dotyczących całości kształtowania obiektów, jak i specjalistycznych, dotyczących np. formułowania założeń konstrukcyjno-użytkowych, wstępnej analizy statyczno-wytrzymałościowej, analizy optymalizacyjnej. Systemy eksperckie w optymalizacji mogą dotyczyć m. in. formułowania zadania, wyboru metody optymalizacji, sterowania algorytmami określonej grupy metod, analizy zbioru kompromisów.

Literatura

1. **Ameljańczyk A.:** Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania. Ossolineum, Wrocław 1984.
2. **Czyżak P., Słowiński R.:** FLIP - program dialogowej metody wielokryterialnego programowania liniowego dla danych rozmytych. VI Konf. "Polioptymalizacja w projektowaniu", Mielno 1987, Z.N.WSInż., Koszalin 1987, Nr 10.
3. **Frost R.A.:** Introduction to knowledge base system. McGraw-Hill, New York, 1986.
4. **Hurley R.B.:** Decision Tables in Software Engineering, Van Nostrand Reinhold Company Inc., N.Y., 1983.

5. **Jendo S., Marks W.:** Optymalizacja wielokryterialna konstrukcji. Prace IPPT PAN, 12, 1983.
6. **Jendo S., Putresza J.:** Reliability-Based Multicriteria Optimization of Bar Structures. X Polish Conference "Computer Methods in Mechanics", Świnoujście 1991.
7. **Karczewski J.A., Paczkowski W.M.:** Wielokryterialna optymalizacja dwuwarstwowej kratownicy przestrzennej. VIII Międzynarodowa Konf. "Konstrukcje Metalowe", Gdańsk 1989.
8. **Karczewski J.A., Niczyj J., Paczkowski W.M.:** Discrete Optimization of the Space Truss Being Controlled by An Expert System. IASS Symp. 1991, "Spatial Structures at the Turn of the Millenium", Copenhagen, Denmark.
9. **König J.A., Sawczuk A., Janas M.:** Analiza plastyczna konstrukcji. Ossolineum, 1972.
10. **Kirsch U.:** Optimum Structural Design, McGraw-Hill, Inc., 1981.
11. **Murzewski J.:** Niezawodność konstrukcji inżynierskich. Arkady, Warszawa, 1898.
12. **Paczkowski W.M.:** Optymalizacja konstrukcji - tak, ale jaka?. Inż. i Bud., Nr 10, 1991.
13. **Shoup T.E., Misttree F.:** Optimization Methods with Applications for Personal Computers, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
14. **Tarnowski W.:** Model procesu wyboru w projektowaniu technicznym. Monografie WSInż., Koszalin 1987.
15. **Tarnowski W., Szczepaniak K.:** Komputerowy program wspomagania procesu wielokryterialnego wyboru "WYBOR" na mikrokomputer Spectrum. VI Konf., "Poliioptymalizacja w projektowaniu", Mielno 1987, Z.N.WSInż., Koszalin 1987, Nr 10.
16. **Tyngu E.CH.:** Programowanie z bazą wiedzy, WNT, Warszawa 1989.
17. **Wit R.:** Metody programowania nieliniowego. WNT, Warszawa 1986.
18. **Niczyj J., Paczkowski W.M., Woźny T.:** Expert System for Controlling a Program for Structural Optimization - OPTIM. X Polish Conf. "Computer Methods in Mechanics",

Świnoujście 1991.

19. Paczkowski W.M.: OPTIM - Nonlinear Discrete Optimization Program, X Polish Conf. "Computer Methods in Mechanics", Świnoujście 1991.

Streszczenie

W pracy przedstawiono problemy związane z dyskretną optymalizacją konstrukcji. Szczególną uwagę zwrócono na funkcje systemów eksperckich wspomagające analizę optymalizacyjną. Moduły systemu eksperckiego, współpracując z programem optymalizacyjnym, wspomagają sformułowanie zadania, kontrolują algorytm optymalizacji, tworzą i wykorzystują bazę wiedzy o zadaniu oraz przedstawiają użytkownikowi sugestie wynikające z przeprowadzonej analizy.

EXPERT SYSTEMS IN THE OPTIMIZATION PROCESS OF THE STRUCTURES

Summary

The paper presents the problems associated with the discrete optimization of structures. A particular attention is paid to functions which, in the optimization analysis, are performed by the expert system and to tools this system makes use of. The expert module allows the interactive cooperation with optimization programs, facilitates introducing a task, allows the adoption of optimization algorithm control, creates and uses the knowledge base while computing and also handles results.

Dariusz NOWAK
Michał CIAŁKOWSKI

KOMPUTEROWA SYMULACJA OPŁYWU POJAZDU SAMOCHODOWEGO Z WYKORZYSTANIEM METODY ELEMENTU BRZEGOWEGO^{*)}

1. Wprowadzenie

Zagadnienia związane z ruchem samochodu (z punktu widzenia mechaniki płynów) możemy podzielić na trzy grupy [11]

- a) opływ pojazdu,
- b) przepływ przez wnętrze nadwozia,
- c) przepływy wewnętrzne zespołów.

Dwa pierwsze pola przepływów są ze sobą ściśle sprzężone. Na przykład przepływ przez przedział silnikowy zależy pośrednio od pola przepływu otaczającego pojazd. Oba pola muszą być rozpatrywane wspólnie ; oba są też przedmiotem aerodynamiki samochodu. Przepływ zewnętrzny wokół pojazdu wywołuje siły i momenty sił aerodynamicznych, które w sposób istotny wpływają na moc oporów jazdy. Dla samochodów osobowych średniej klasy udział oporu powietrza w całkowitym oporze ruchu przy prędkości $V=100\text{km/h}$ waha się w granicach 75-80% [11]. Zmniejszenie oporu powietrza może więc poprawić ekonomię napędu samochodu w sposób bardzo wyraźny. Zgodnie z tym, minimalizacja oporu powietrza pozostaje jednym z podstawowych zadań aerodynamiki samochodu, bez względu na to, czy zakłada się zwiększenie prędkości maksymalnej, czy zmniejszenie zużycia paliwa. Przedstawiona w pracy metoda komputerowej symulacji opływu pojazdu samochodowego płynem nielepkiem i nieściśliwym umożliwia wyznaczenie podstawowych współczynników aerodyna-

mgr inż. Dariusz Nowak
Instytut Maszyn Roboczych

Prof.dr hab.inż. Michał Ciałkowski
Instytut Techniki Ciepłej i Silników Spalinowych
Politechnika Poznańska

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Poliptymalizacja i CAD'
Mielno 1991

micznych charakteryzujących nadwozie samochodu tj. współczynnika ciśnienia powietrza c_p , współczynnika siły nośnej c_z , współczynnika momentu przechyłającego c_{My} .

2. Podstawowe zależności

Przepływ cieczy doskonałej opisuje równanie Laplace'a [15]

$$\Delta\Psi=0, \quad (2.1)$$

gdzie Ψ - funkcja prądu.

Natomiast równanie metody elementu brzegowego dla równania Laplace'a ma postać [4]

$$C(\bar{\xi})\Psi(\bar{\xi}) + \int_{\partial\Omega} \Psi \frac{\partial\Psi}{\partial n} ds - \int_{\partial\Omega} \Psi^* \frac{\partial\Psi}{\partial n} ds = 0, \quad (2.2)$$

gdzie Ψ^* - rozwiązanie podstawowe równania z operatorem wyjściowym $\Delta\Psi^* = -\delta(\bar{x}-\bar{\xi})$; dla równania Laplace'a

$$\Psi^* = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial n} = V_n \quad - \text{prędkość w kierunku normalnej},$$

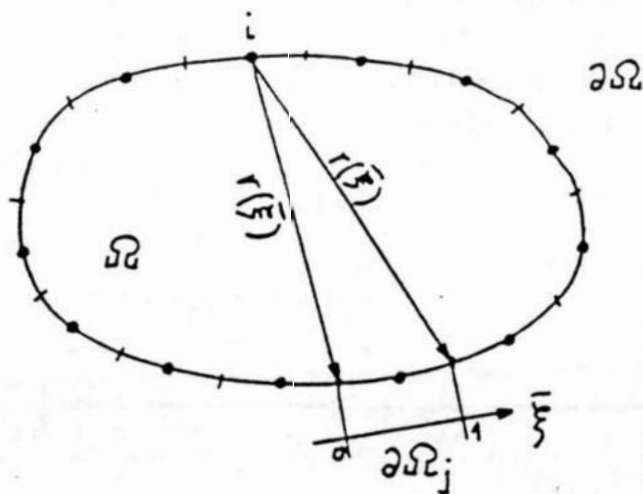
$$C(\bar{\xi}) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } \bar{\xi} \notin \Omega \\ 1 & \text{gdy } \bar{\xi} \in \Omega \\ 1 + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_\varepsilon} q^* ds = 1 - \frac{\varphi}{2\pi} & \text{gdy } \bar{\xi} \in \partial\Omega \end{cases} \quad (2.4)$$

Dyskretna postać równania 2.2

$$C_i(\bar{\xi})\Psi_i(\bar{\xi}) + \sum_{j=1}^N \int_{\partial\Omega_j} \Psi_j \frac{\partial\Psi^*}{\partial n} ds = \sum_{j=1}^N \int_{\partial\Omega_j} q_j \Psi^* ds, \quad (2.5)$$

$$\text{gdzie } q_j = \frac{\partial\Psi_j}{\partial n},$$

przedstawia związek pomiędzy punktem kolokacji 'i' w którym zadane jest rozwiązanie podstawowe Ψ^* , a wszystkimi j-tymi elementami (włączając współczynnik $c(\bar{\xi})$ dla $i=j$) na brzegu $\partial\Omega$ rys.2.1



Rys. 2.1. Związek pomiędzy punktem kolokacji 'i', a j-tym elementem.

Fig. 2.1. Discretization of a two - dimensional domain constant boundary elements

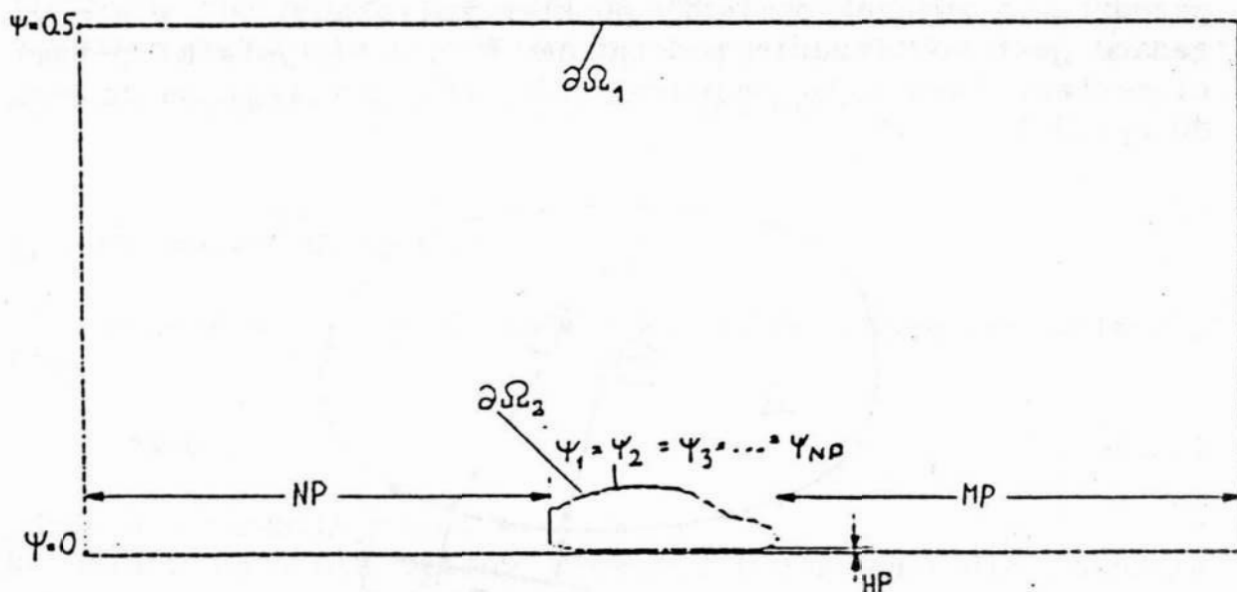
Przyjmując aproksymację funkcji $\Psi(\bar{\xi})$ przez jej wartość w punkcie kolokacji, oraz wybierając punkty kolokacji leżące w środku elementu możemy wyznaczyć wartości całek występujących w równaniu 2.5.

Zaletą metody elementu brzegowego (MEB) jest fakt, że dyskretyzacji podlega tylko brzeg obszaru przepływu $\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2$ (rys.2.2), a nie jak w przypadku metody elementu skończonego cały obszar przepływu. Pozwala to na zmniejszenie rozmiaru rozwiązywanego równania. Do rozwiązania równania Laplace'a przyjmujemy następujące warunki brzegowe rys.2.2

Z mechaniki płynów wiadomo, że spośród wszystkich możliwych form opływu realizować się może tylko ta która odpowiada ograniczonej prędkości na całym profilu, a więc i w jego ostrzu. Warunek ten postulujący skończoną wartość prędkości przepływu w ostrzu nosi nazwę warunku Kutty-Zukowskiego [16]. Zatem poszukujemy takiej cyrkulacji dla której spełniony jest warunek Kutty-Zukowskiego w postaci 2.6 (rys.2.4)

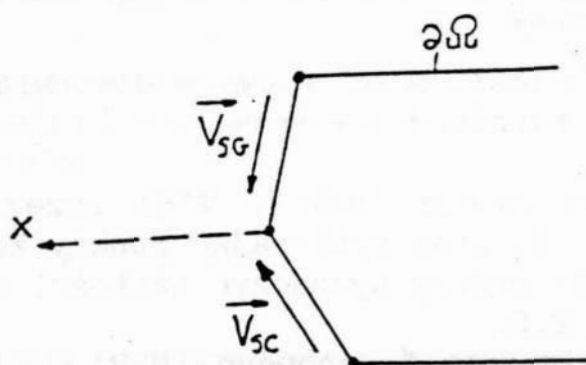
$$v_{SGX}^2 - v_{SCX}^2 = 0 \quad \text{dla } \Gamma \in \Gamma_S, \quad (2.6)$$

gdzie Γ_S - cyrkulacja dla której sływ następuje w ostrzu.



Rys. 2.2. Warunki brzegowe zadane na brzegu $\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2$

Fig. 2.2. Boundary condition on the boundary $\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2$



Rys. 2.4. Wektory prędkości w elementach brzegowych przyległych do założonego punktu spływu.

Fig. 2.4. Velocity vector of the trailing point

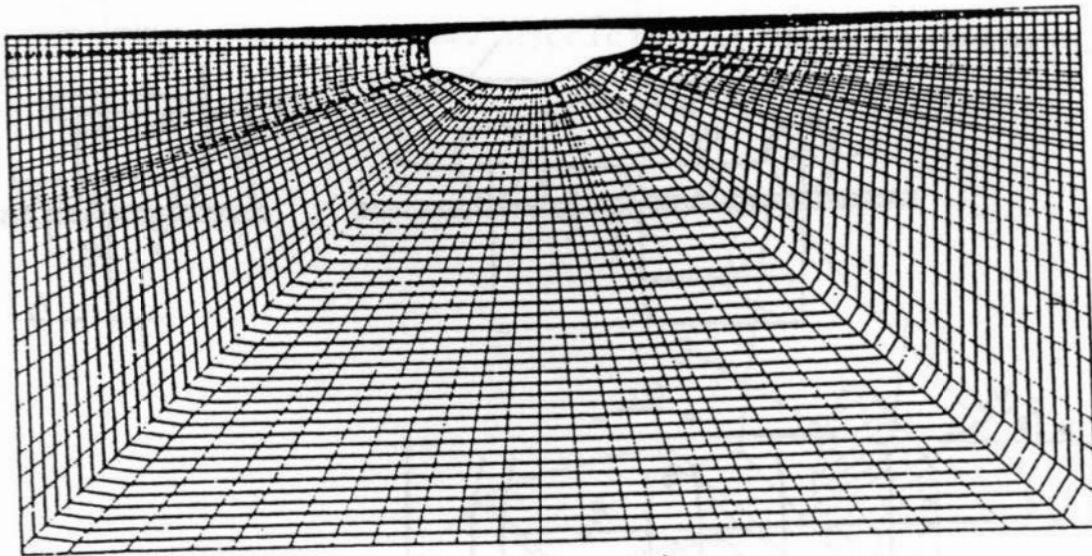
Rozwiązując równanie 2.5 na brzegu otrzymujemy wartości funkcji $\frac{\partial\Psi}{\partial n}$ tzn. prędkości przepływu na profilu. Aby wyznaczyć prędkości przepływu powietrza wokół profilu musimy zbudować siatkę punktów w których będziemy poszukiwać nieznanymi wartościami funkcji Ψ . W zasadzie sposób generowania punktów siatki jest dowolny, jednakże musi ona spełniać kilka podstawowych warunków :

- prostota algorytmu generowania siatki,
- mały czas obliczeniowy,
- duże zagęszczenie punktów siatki w obszarach w któ-

rych występują duże gradienty (okolice krawędzi napływu i spływu),

- mała liczba parametrów generujących siatkę.

Z uwagi na to, że kształt pojazdu samochodowego jest bardzo skomplikowany, sporządzenie siatki, która generowana jest automatycznie i jednocześnie jest uniwersalna (dla każdego typu nadwozia samochodu) nie jest zagadnieniem prostym. Metodą generacji siatek związanych z zagadnieniem opływu poświęcono wiele prac [6],[9],[14],[16]. Algorytm generowania punktów siatki przedstawiony na rys.2.5 opisany jest w pracy [13].



Rys.2.5. Siatka opływu pojazdu według [13]

Fig.2.5. Discretization of flow surface [13]

3. Siły i momenty aerodynamiczne działające na pojazd samochodowy

Na pojazd znajdujący się w ruchu oddziałują następujące siły i momenty aerodynamiczne rys.3.1 [12]:

- siła boczna naporu

$$P_y = c_y A \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \quad (3.1)$$

c_y - bezwymiarowy współczynnik bocznej siły naporu

Zakładając, że kąt naporu powietrza $\beta=0$ możemy przyjąć $P_y=0$.

A - Powierzchnia czołowa pojazdu samochodowego (rys.3.2)
 - siła nośna

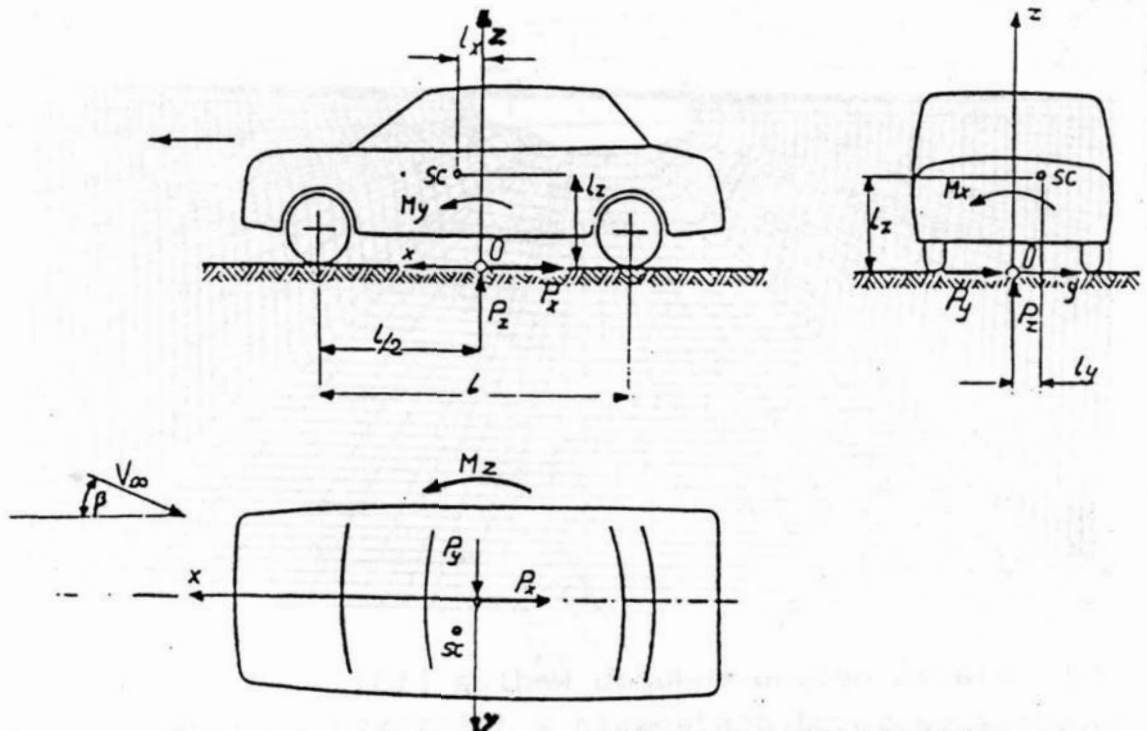
$$P_z = c_z \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A \quad (3.2)$$

c_z - bezwymiarowy współczynnik siły nośnej

- siła oporu powietrza

$$P_x = c_x \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A \quad (3.3)$$

c_x - bezwymiarowy współczynnik oporu powietrza



Rys. 3.1. Siły aerodynamiczne (P_x, P_y, P_z) i momenty aerodynamiczne (M_x, M_y, M_z) w układzie odniesienia (x, y, z) z początkiem układu współrzędnych 'o' przyporządkowanym punktowi leżącemu na jezdni w środku rozstawu kół.

Fig. 3.1. Aerodynamic forces (P_x, P_y, P_z) and moment of aerodynamic forces (M_x, M_y, M_z) of the reference system (x, y, z)

Dla przepływu nielepkiego $P_x=0$ (paradoks d'Alemberta).

- moment przechylający (względem osi podłużnej)

$$M_x = c_{Mx} \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A l \quad (3.4)$$

c_{Mx} - bezwymiarowy współczynnik momentu przechylającego

- moment kołyszący (względem osi poprzecznej)

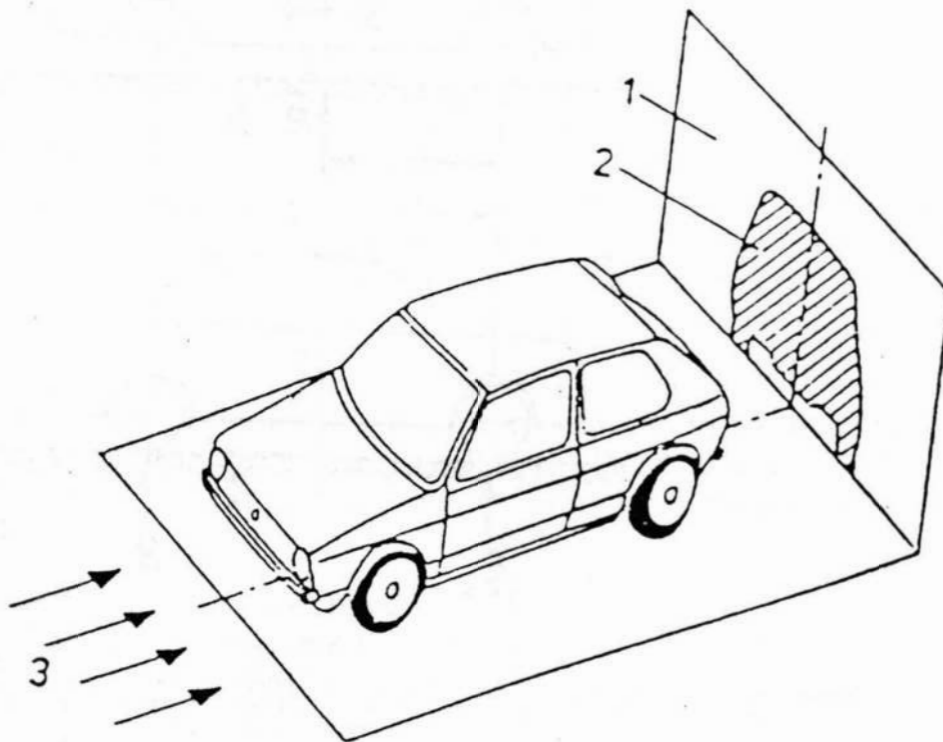
$$M_y = c_{My} A l \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 \quad (3.5)$$

c_{My} - bezwymiarowy współczynnik momentu kołyszącego

- moment odchylający (względem osi pionowej)

$$M_z = c_{Mz} A l \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 \quad (3.6)$$

c_{Mz} - bezwymiarowy współczynnik momentu odchylającego



Rys. 3.2. Definicja powierzchni czołowej

1 - ekran projekcyjny (rzutu), 2 - powierzchnia czołowa rzutu, 3 - oświetlenie (równoległe)

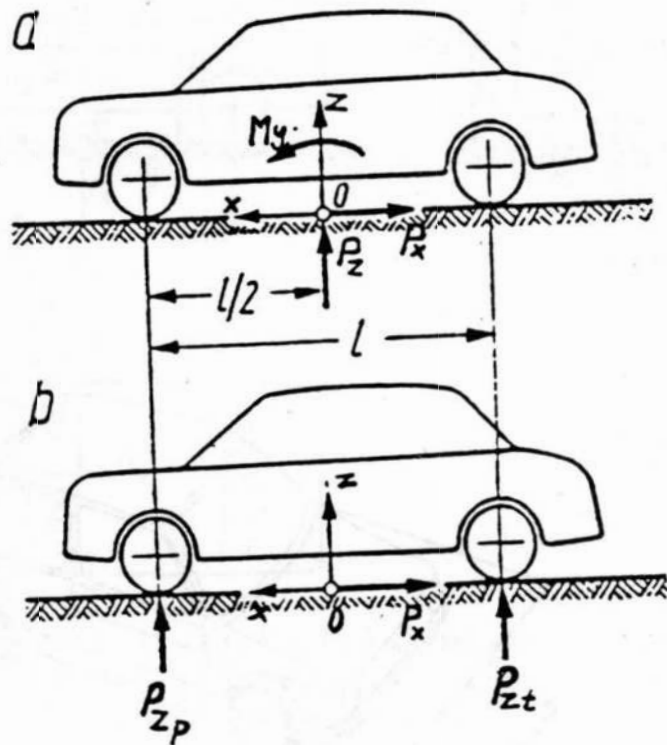
Fig. 3.2. Definition of the butting

1 - Projection screen, 2 - Butting, 3 - Illumination

Zamiast trzech sił i momentów według równań 3.1-3.6 można również podawać siły reakcji na kołach samochodu. Działające na pojazd 'a' rys.3.3 dwie siły P_x i P_z jak również moment M_z zastąpione są (pojazd 'b') trzema siłami P_{zp}, P_{zt}, P_x (P_{zp} -siła nośna na osi przedniej, P_{zt} -siła nośna na osi tylnej). Siły nośne na osiach zdefiniowane są przez równania

$$P_{zp} = cA \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 \quad (3.7)$$

$$P_{zt} = cA \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 \quad (3.8)$$



Rys. 3.3. Zastąpienie siły nośnej P_z oraz momentu M_y siłami nośnymi P_{zp} i P_{zt} na osi przedniej i tylnej.

Fig. 3.3. Substitution aerodynamic lift P_z and moment M_y by substitution aerodynamic lift P_{zp} and P_{zt} front axle and back axle

Ponieważ $P_z = P_{zp} + P_{zt}$ równania 3.7 i 3.8 można również przedstawić w innej postaci

$$P_{zp} = \frac{1}{2} P_z - \frac{M_y}{l} \quad (3.9)$$

$$P_{zt} = \frac{1}{2} P_z + \frac{M_y}{l} \quad (3.10)$$

oraz

$$c = \frac{1}{2} c_z - c M_y \quad (3.11)$$

$$c = \frac{1}{2} c_z + c, \quad (3.12)$$

gdzie

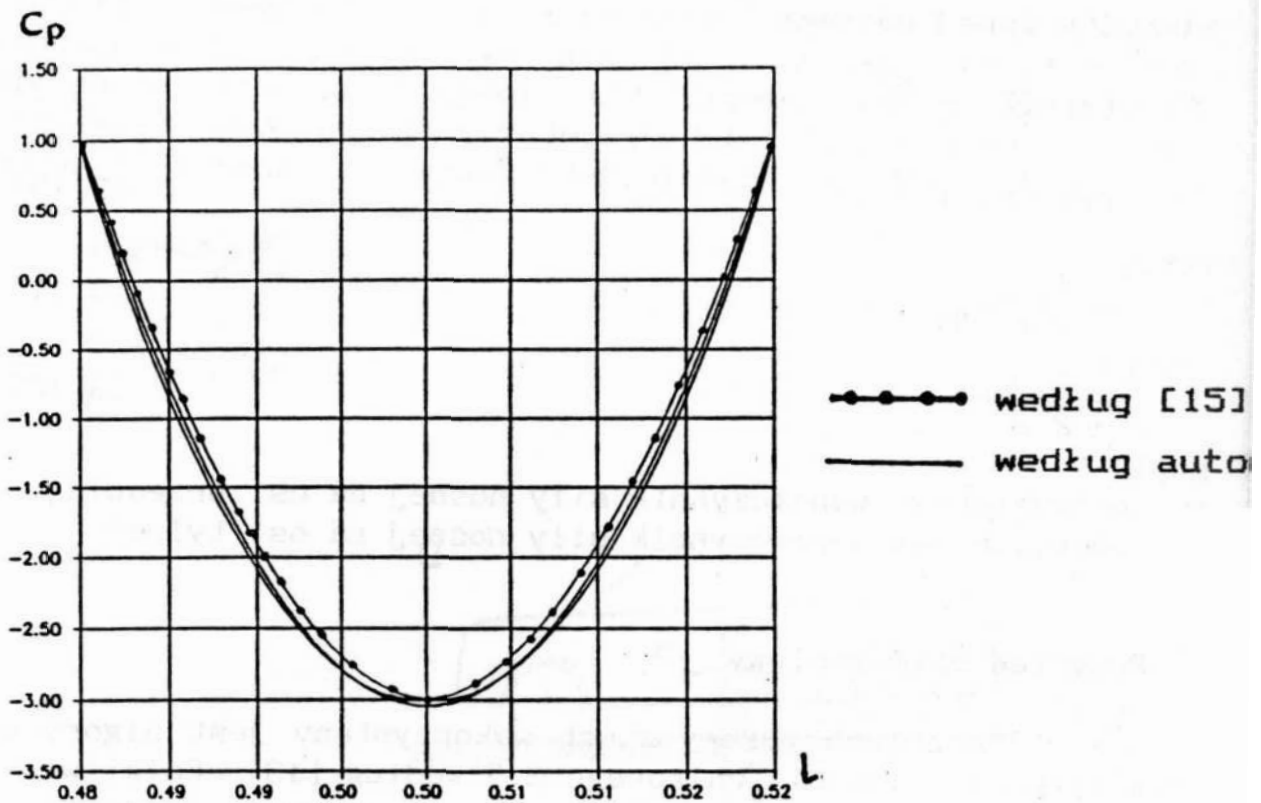
c - bezwymiarowy współczynnik siły nośnej na osi przedniej,
 c - bezwymiarowy współczynnik siły nośnej na osi tylnej.

4. Przykład obliczeniowy

W obliczeniach numerycznych wykorzystany jest algorytm rozwiązywania równania całkowego 2.5 według [13]. Całki występujące w równaniu 2.5 wyznaczane są numerycznie przez zastosowanie dwupunktowej metody Gaussa [10]. Do wyznaczenia ciśnienia powietrza wokół profilu wykorzystano siatkę przedstawioną na rys.2.5. W celu przetestowania dokładności metody analizy opływu pojazdu samochodowego wykonano obliczenia kontrolne współczynnika c_p dla opływu walca płynem nielepkiem i nieściśliwym. Obliczenia przeprowadzone były na komputerze IBM PC386 w systemie operacyjnym UNIX. Dla wyznaczenia współczynnika c_p dla opływu walca przyjęto następujące parametry :

- liczba węzłów na profilu (N_p) - 120,
- liczba punktów wokół profilu $N_w = 120 * 39 = 4680$
- długość pola napływu $HP = 12 * l$ (gdzie l - średnica walca)
- prędość napływu powietrza $V_\infty = 0.1$ [Macha].

Wyniki obliczeń porównane zostały na rys.4.1 z obliczeniami teoretycznymi według [15].
 Obraz linii prądu wokół walca uzależniony jest od wartości cyrkulacji. Dla cyrkulacji $\Gamma = 0$ obraz linii prądu rys.4.2 jest symetryczny (rys 4.3 obraz linii prądu dla $\Gamma = 0$ według [15]) W przypadku gdy $\Gamma = -0.02$ punkty spiętrzenia C_1 i C_2 są przesunięte i obraz linii prądu jest niesymetryczny rys.4.4 (rys. 4.5 - obraz linii prądu dla $\Gamma < 0$ według [15]).

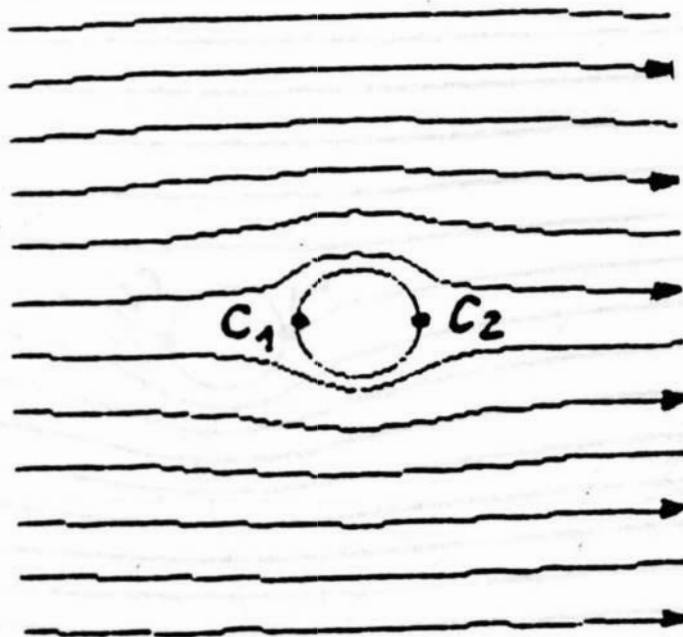


Rys. 4.1. Porównanie obliczeń numerycznych i teoretycznych rozkładu współczynnika ciśnienia dla opływu walca.

Fig. 4.1. Pressure distribution on the cylinder, comparison between computation BEM and theoretical

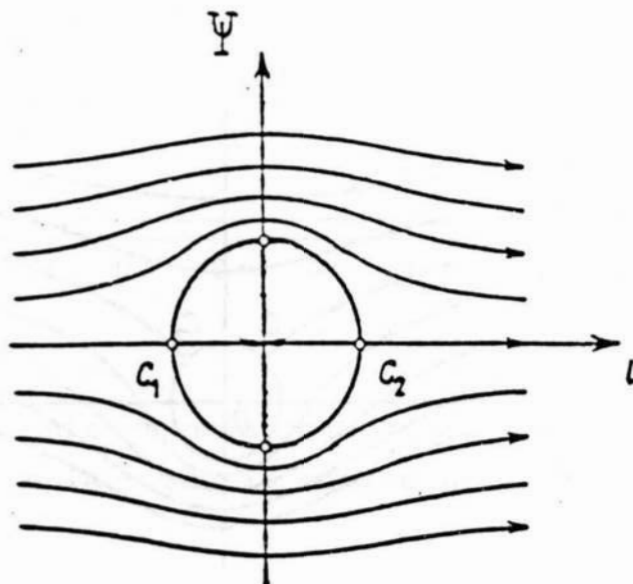
W obliczeniach testowych opływu samochodu Volkswagen Corrado przyjęto następujące parametry :

- liczba węzłów na profilu $N_p=147$,
- prędkość napływu powietrza $V_\infty=0.1$,
- liczba węzłów w obszarze pomiędzy pojazdem, a brzegiem zewnętrznym $N_w=147*39=5733$ (do wyznaczenia ciśnienia powietrza wokół pojazdu),
- długość pojazdu $l=4.05$ [m],
- wysokość pojazdu $h=1$ [m],
- szerokość pojazdu $b=1.4$ [m],
- ciśnienie powietrza $P_o=101325$ [N/m^2],
- gęstość powietrza $\rho_o=1.29$ [kg/m^3],
- odległość podłogi nadwozia od jezdni $b=0.18$ [m],
- odległość między osiami $l_o=1.4$ [m],
- odległość środka ciężkości od osi tylnej $S_l=0.8$ [m].



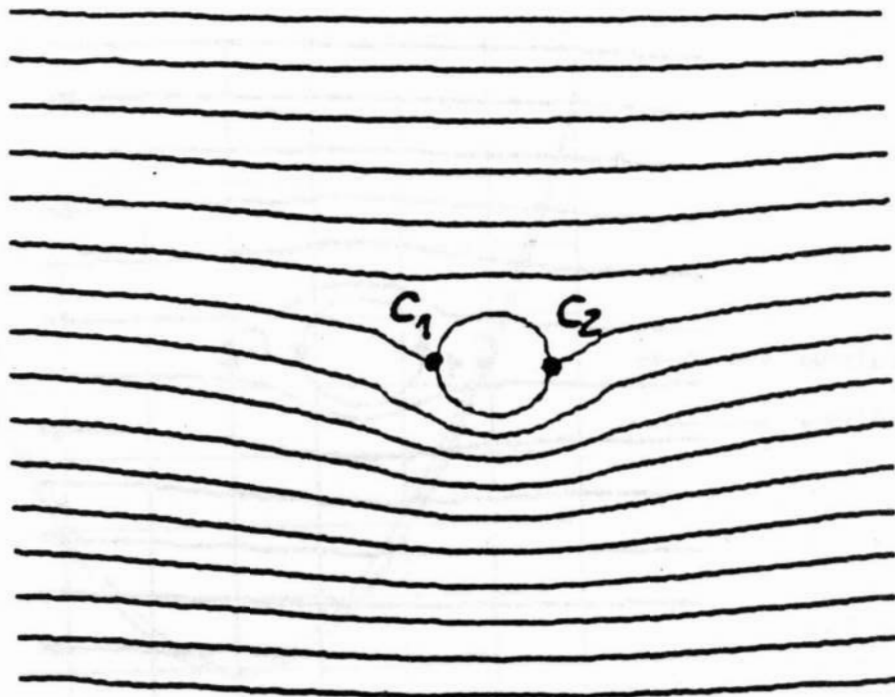
Rys. 4.2. Bezcyrkulacyjny opływ walca $\Gamma=0$ - obraz linii prądu według przedstawionej w pracy metody.

Fig. 4.2. Uncirculation cylinder flow - BEM ($\Gamma=0$)



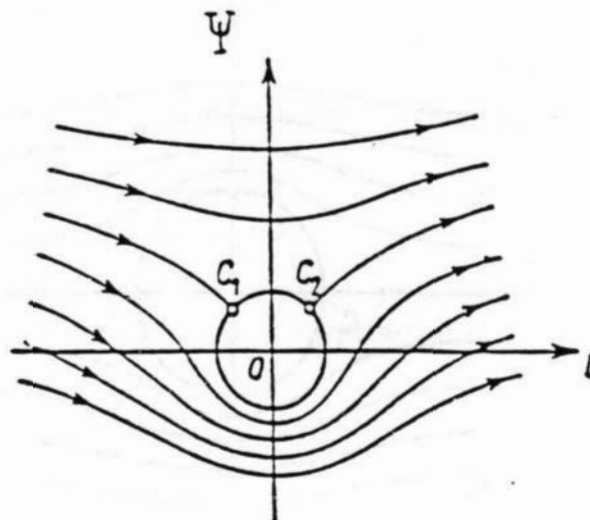
Rys. 4.3. Bezcyrkulacyjny opływ walca $\Gamma=0$ - obraz linii prądu wg [15].

Fig. 4.3. Uncirculation cylinder flow - BEM ($\Gamma=0$) [15]



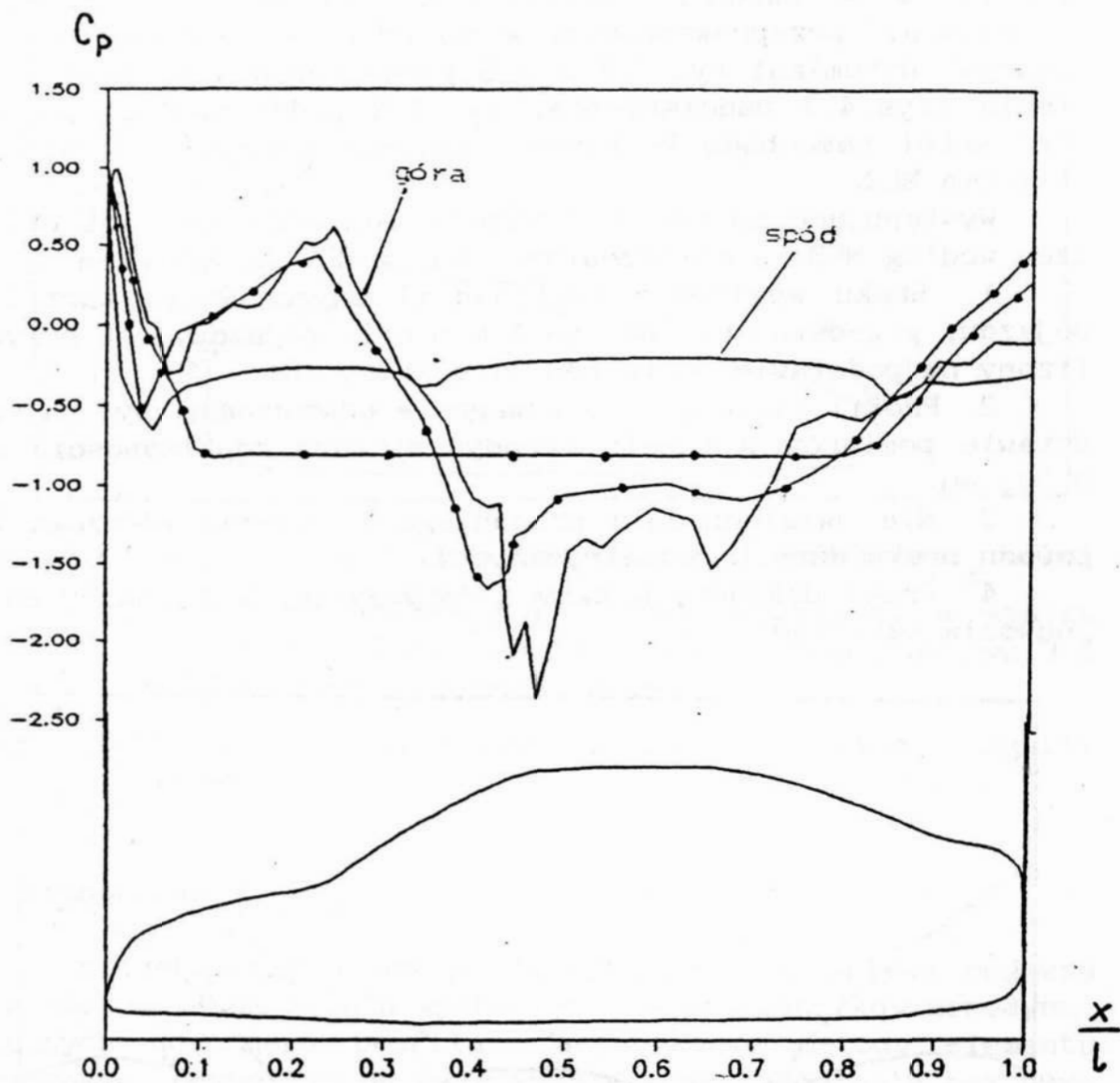
Rys. 4.4. Cyrkulacyjny opływ walca, $\Gamma=-0.02$ - obraz linii prądu według przedstawionej w pracy metody

Fig. 4.4. Circulation cylinder flow - BEM ($\Gamma=-0,02$)



Rys. 4.5. Cyrkulacyjny opływ walca, $\Gamma=-0.02$ - obraz linii prądu wg. [15]

Fig. 4.5. Circulation cylinder flow - BEM ($\Gamma=-0,02$) [15]



- - obliczenia - teoria potencjału (MES) [9]
- - obliczenia - teoria potencjału (MEB według autora)

Rys. 4.6. Porównanie wyników obliczeń rozkładu współczynnika ciśnienia c na nadwoziu samochodu Volkswagen Corrado otrzymanych z metody elementubrzegowego z obliczeniami [5].

Fig. 4.6. Pressure distribution on the car shape, comparison between computation BEM and FEM [5]

Rys.4.6 przedstawia rozkład ciśnienia powietrza na nadwoziu samochodu Volkswagen Corrado otrzymany w wyniku obliczeń według MEB w porównaniu z obliczeniami według MES (przepływ potencjalny) przeprowadzonymi w zakładach Volkswagena w Wolfsburgu. Natomiast rys.4.7 i 4.8 przedstawiają rozkład ciśnienia (rys.4.7 nadciśnienia, rys.4.8 podciśnienia) powietrza wokół samochodu Volkswagen Corrado otrzymany w wyniku obliczeń MEB.

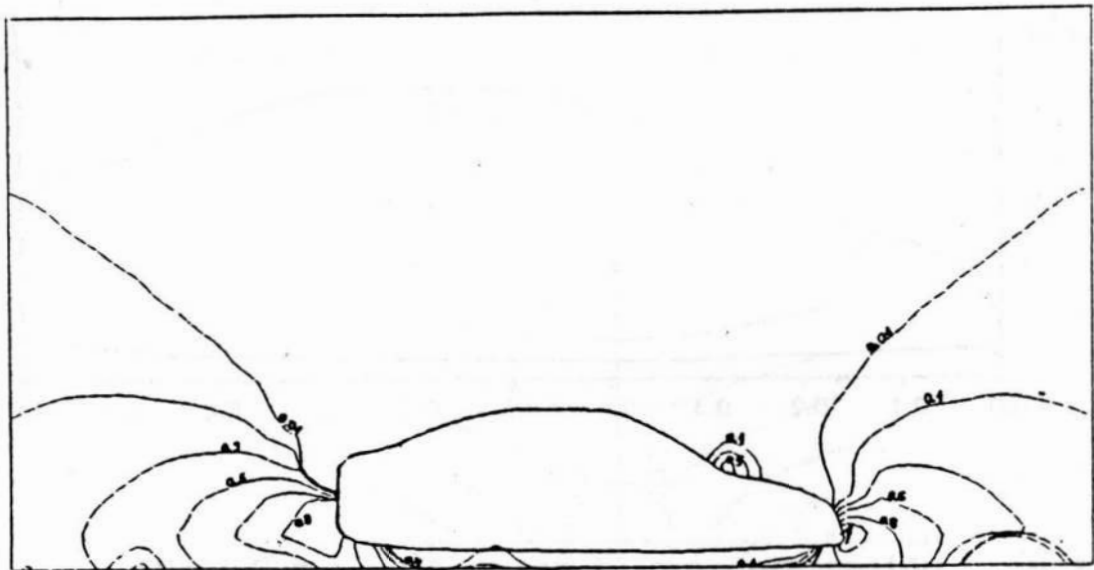
Występujące na rys.4.6 różnice pomiędzy wynikami obliczeń według MEB, a obliczeniami według MES są wynikiem :

1. Braku możliwości dokładnego odwzorowania kształtu pojazdu; przedstawiony na rys.4.6 profil pojazdu jest przybliżony na podstawie dostępnej literatury [5].

2. Profil liczony w Volkswagenu odwzorowany był na podstawie pomiarów w tunelu aerodynamicznym z dokładnością do 0.001 mm.

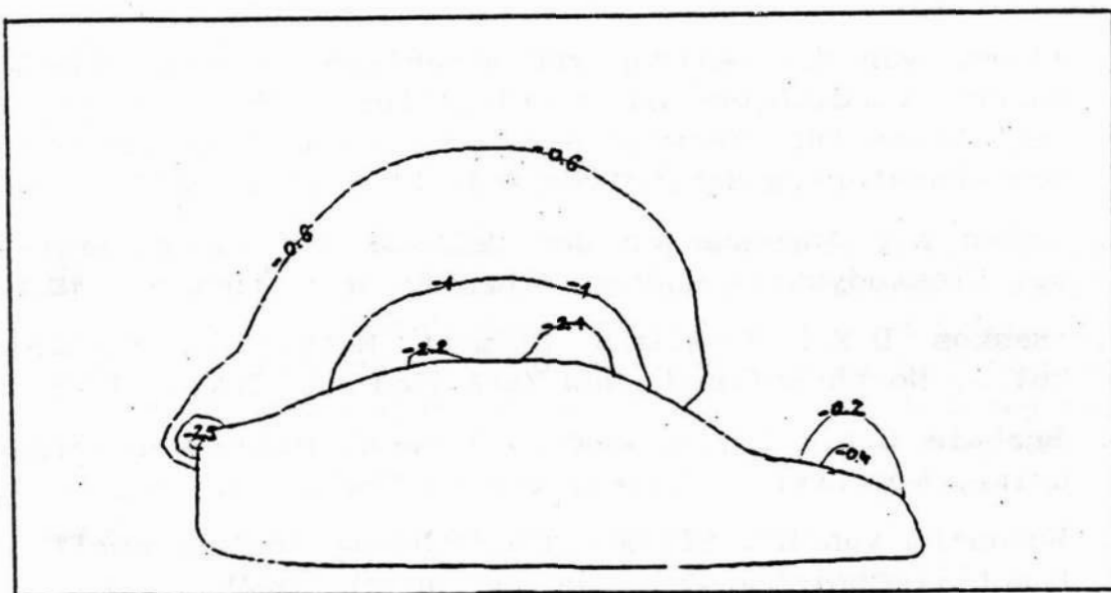
3. Nie uwzględnienia przedniego i tylnego zderzaka (z powodu braku danych geometrycznych).

4. Braku dokładnych danych dotyczących kąta nachylenia podwozia samochodu.



Rys. 4.7. Rozkład współczynnika ciśnienia powietrza c_p wokół samochodu Volkswagen Corrado otrzymany w wyniku obliczeń MEB dla siatki przedstawionej na rys.3.5.5 (5733 węzły) - nadciśnienie.

Fig. 4.7. Pressure distribution in the flow region - positive pressure



Rys. 4.8. Rozkład współczynnika ciśnienia powietrza c_p wokół samochodu Volkswagen Corrado otrzymany w wyniku obliczeń MEB dla siatki przedstawionej na rys.3.5 (5733 węzły) - podciśnienie.

Fig. 4.8. Pressure distribution in the flow region - negativ pressure

5. Podsumowanie

Przedstawiony w pracy algorytm analizy opływu pojazdu samochodowego umożliwia wyznaczenie współczynników aerodynamicznych dowolnego profilu. Zastosowanie metody elementu brzegowego pozwoliło na rozwiązanie tego zagadnienia bez użycia superkomputera (co jest niezbędne w przypadku MES). Otrzymane wyniki są zadowalające. Jako dane wejściowe podaje się współrzędne punktów nadwozia w układzie współrzędnych xy , prędkość napływu powietrza i dane dotyczące położenia pojazdu w obszarze przepływu (rys.2.2). Ponieważ teoria potencjału nie uwzględnienia lepkości oraz zawirowań powietrza (szczególnie z tyłu pojazdu), które są wynikiem oderwania strugi powietrza od nadwozia, celowe jest opracowanie metody umożliwiającej komputerową symulację opływu rzeczywistego pojazdu samochodowego na bazie równania Naviera-Stokesa (z uwzględnieniem funkcji wirowości) również z wykorzystaniem metody elementu brzegowego.

Literatura

1. **Allmen von M.:** Beitrag zur numerischen strömungsberechnungen verdichter-und turbingittern, Mitteilungen des Institutes für Thermische Strömungsmaschinen und Maschinenlaboratorium der Universität Stuttgart, Nr 11, 1981.
2. **Antes A.:** Anwendungen der Methode der Randelemente in der Elastodynamik und der Fluidodynamik, Stuttgart 1989.
3. **Beskos D.E.:** Boundary Element Method in Mechanics, Vol.3, North-Holland, New York ,Oxford, Tokyo, 1987.
4. **Brebbia C.A.:** Ed., Boundary Element Methods in Engineering, Springer - Verlag, Berlin 1982.
5. **Buchheim von R.:** Strömungsberechnung am Automobil, Automobiltechnische Zeitschrift ,Nr 91, 1989.
6. **Ciałkowski M.:** Metoda analityczno-numeryczna opisu przepływu gazu doskonałego w palisadzie profilów, Rozprawy, Nr 178 PP.Poznań, 1988.
7. **Ciałkowski M.:** Program na maszynę cyfrową do wyznaczania punktów dla palisady profilów. Instytut Techniki Ciepłej i Silników Spalinowych PP, 1987, praca niepublikowana.
8. **Collatz L.:** Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych, PWN, Warszawa 1960.
9. **Edwards T.A.:** Noniterative three - dimensional grid generation using parabolic partial differential equations, AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting - January 14-17, 1985, Reno, Newada.
10. **Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J.:** Metody numeryczne, PWN, Warszawa 1982.
11. **Hucho W.H.:** Aerodynamika samochodu. Od mechaniki przepływu do budowy pojazdu, Warszawa 1988.
12. **Mitschke M.:** Dynamika samochodu, Warszawa 1977.
13. **Nowak D.:** Komputerowa symulacja opływu pojazdu samochodowego i rozkładu ciśnienia akustycznego, rozprawa doktorska, w przygotowaniu.
14. **Prosnak W.J.:** Teoria układów profilów lotniczych, Wszelchnica Polskiej Akademi Nauk, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wyd. PAN Warszawa 1978.

15. Prosnak W.J.: Mechanika Płynów, PWN Warszawa 1970.
16. Thompson J.F.: Numerical Grid Generation, North - Holland, 1982.

Streszczenie

W artykule przedstawiono jedną z metod symulacji opływu pojazdu samochodowego (Metoda Elementu Brzegowego) umożliwiającą wyznaczenie podstawowych współczynników aerodynamicznych. Pokazane jest również porównanie wyników obliczeń opływu samochodu Volkswagen Corrado metodą elementu brzegowego i metodą elementu skończonego. Przedstawiona w pracy metoda jest jednym z modułów eksperckiego systemu komputerowego do kształtowania nadwozi w zakresie aerodynamiki.

COMPUTER SIMULATION OF THE AIR FLOW AROUND THE CAR BODY WITH BORDER ELEMENT METHOD

Summary

The computer simulation method of the incompressible flow (Laplace's equation) motor vehicle with the application of boundary element method is presented in the paper. This method is one of the elements of Computer Expert System ECAD Motor Vehicle Design. The results of simulation pressure distribution on surface of the Vehicle and in infinite space of Volkswagen Corrado are also presented.

Marian OSTWALD

OPTYMALIZACJA WEKTOROWA CIENKOŚCIENNYCH KONSTRUKCJI TRÓJWARSTWOWYCH^{*)}

1. Rola i znaczenie konstrukcji trójwarstwowych

Typowa konstrukcja trójwarstwowa składa się z dwóch cienkich warstw nośnych, wykonanych z materiału o wysokich własnościach wytrzymałościowych (na przykład dural, stal), przedzielonych warstwą wypełniającą. Warstwa wypełniająca zapewnia odpowiednią sztywność konstrukcji. Wykonanie tej warstwy na przykład z cienkiej, specjalnie ukształtowanej blachy (fala, plaster miodu) może znacznie zwiększyć sztywność całej konstrukcji. Z kolei zastosowanie na wypełniacz odpowiedniego tworzywa konstrukcyjnego może zapewnić konstrukcji posiadanie własności termoizolacyjnych, lub też zdolności do tłumienia drgań mechanicznych lub akustycznych. Wymienione cechy pozwalają zaliczyć konstrukcję trójwarstwową do konstrukcji quasi- optymalnych: każdy element (warstwa) w sposób naturalny może spełniać rolę, która pozwoli na najlepsze wykorzystanie jego własności.

Korzystne własności konstrukcji trójwarstwowej mogą być znacznie lepiej wykorzystane, jeżeli do określenia jej podstawowych parametrów geometrycznych i fizycznych wykorzystane zostaną metody programowania matematycznego. Konstrukcja zaprojektowana z wykorzystaniem procedur optymalizacyjnych będzie konstrukcją rzeczywiście optymalną.

Ze względu na korzystną relację między obciążeniem a masą, konstrukcje te stały się obiektem optymalizacji skalarnej z masą jako kryterium optymalizacyjnym [1]. Łatwo jednak zauważyć, że konstrukcje te są predestynowane do traktowania ich jako obiekt optymalizacji wektorowej. Optymalizacja wektorowa oceniając konstrukcje z kilku, często przeciwstawnych punktów widzenia, lepiej opisuje rzeczywiste

Dr inż. Marian Ostwald, Instytut Mechaniki Stosowanej,
Politechnika Poznańska

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Polioptrymalizacja i CAD'
Mielno 1991

warunki jej pracy. Spośród kryteriów optymalizacyjnych na pierwszym miejscu należy wymienić masę konstrukcji. Jeżeli konstrukcja ma wykazywać własności termoizolacyjne, drugim kryterium może być np. opór cieplny lub strumień ciepła. Dla zapewnienia sztywności konstrukcji jako kryterium można przyjąć ugięcie lub sztywność. Z tymi dwoma kryteriami wiążą się pewne problemy, polegające albo na całkowitym braku odpowiednich zależności matematycznych dla konstrukcji trójwarstwowych, albo na braku wiarygodności już istniejących.

Podsumowując można stwierdzić, że podstawową trudnością w projektowaniu konstrukcji trójwarstwowych z wykorzystaniem metod optymalizacji skalarnej lub wektorowej jest skomplikowany aparat matematyczny opisujący zachowanie się konstrukcji (przede wszystkim dotyczy to jej stateczności). Następną trudność związana jest z przyjęciem odpowiedniej procedury optymalizacyjnej, co wiąże się z koniecznością konstruowania odpowiedniego programu komputerowego. Zalety konstrukcji sprawiają jednak, że dla uzyskania założonych celów projektowania i związanych z nimi wymiernych korzyści ekonomicznych, należy próbować rozwiązać ten problem.

2. Zadanie optymalizacji wektorowej

Dla rozwiązania zadania optymalizacji wektorowej wykorzystano klasyczne sformułowanie problemu [2]: należy znaleźć wektor zmiennych decyzyjnych $\bar{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$, należący do zbioru rozwiązań dopuszczalnych Ω , minimalizujący wektor funkcji celu

$$\bar{f}(\bar{x}) = \left[f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_k(\bar{x}) \right] \longrightarrow \text{minimum.} \quad (1)$$

Ze względów praktycznych, wektorową funkcję celu (1) transformuje się w funkcję skalarną, wykorzystując współczynniki wagowe w_i :

$$\bar{f}(\bar{x}) = \sum_{i=1}^k w_i \tilde{f}(\bar{x}) \longrightarrow \text{minimum, } w_i > 0, \sum_{i=1}^k w_i = 1, \quad (2)$$

gdzie:

$$\tilde{f}_i(\bar{x}) = \frac{f_i(\bar{x}) - f_{i\min}(\bar{x})}{f_{i\max}(\bar{x}) - f_{i\min}(\bar{x})} \quad (3)$$

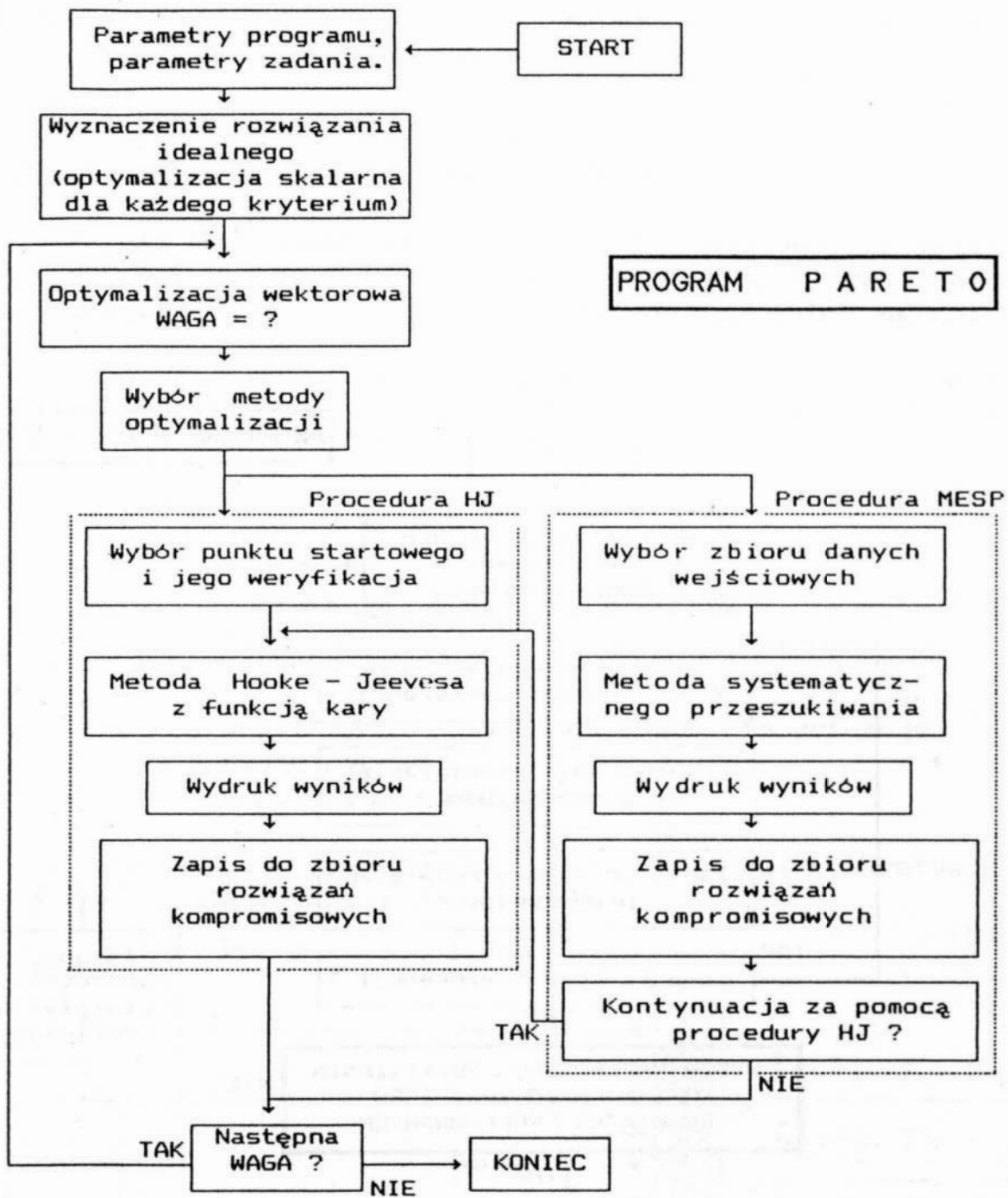
- znormalizowana funkcja celu,

$f_{i\min}(\bar{x})$, $f_{i\max}(\bar{x})$ - minimalne i maksymalne wartości funkcji celu określone poprzez minimalizację każdego kryterium oddzielnie. Wartości te służą też do określenia położenia punktu idealnego.

Wykorzystując koncepcję optimum w sensie Pareto [4], za pomocą odpowiedniego programu optymalizacyjnego otrzymuje się zbiór rozwiązań kompromisowych, stanowiących podstawę do wyboru rozwiązania najlepszego. Wybór ten wspomagany jest przez przyjęcie dodatkowego kryterium oceny w postaci funkcji preferencji [2][3], na przykład metody min - max, metody kryterium globalnego i metody funkcji użytkowych. Otrzymuje się wówczas zbiór rozwiązań preferowanych. Zbiór ten stanowić może podstawę do wyboru najlepszego rozwiązania optymalnego, przy czym przy wyborze tym można kierować się również czynnikami subiektywnym

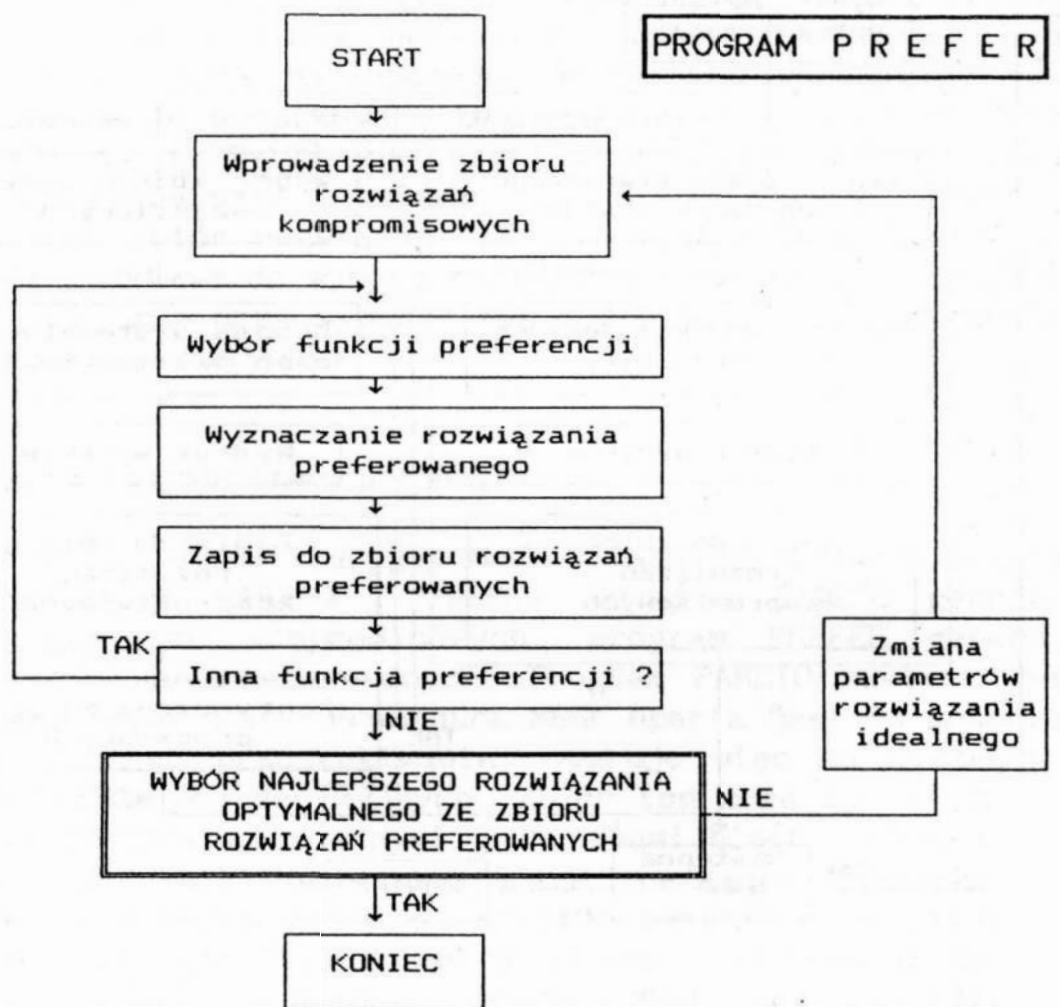
3. Program optymalizacyjny MOST

Program optymalizacyjny MOST składa się z dwóch programów, nazwanych PARETO i PREFER. Program PARETO generuje zbiór rozwiązań kompromisowych, program PREFER generuje zbiór rozwiązań preferowanych. Program PARETO zawiera dwie procedury: MESP i HJ. Procedura MESP oparta jest na metodzie systematycznego przeszukiwania, operuje więc na dyskretnym zbiorze zmiennych decyzyjnych. Zbiór ten może być zgodny na przykład ze znormalizowanymi grubościami blach - uzyskane za pomocą MESP wyniki mają praktyczne znaczenie. Procedura HJ operuje na ciągłym zbiorze wartości zmiennych decyzyjnych. Punktem startowym dla procedury HJ może być rozwiązanie optymalne uzyskane za pomocą procedury MESP, jak również dowolny punkt zadany przez projektanta (należący do Ω). Procedura HJ wykorzystuje metodę Hooke - Jeevesa z zastosowaniem wewnętrznej funkcji kary. Za pomocą HJ uzyskać można z zadaną dokładnością rozwiązanie ścisłe, pozwalające na analizę wyników i określenie aktywnych warunków ograniczających. Wyniki obu procedur przekazywane są do programu PREFER, dysponującego biblioteką funkcji preferencji. Wykorzystanie kilku



Rys. 1A. PROGRAM MOST. Schemat blokowy programu PARETO

Fig. 1A. PROGRAM MOST. The flow diagram of the Pareto procedure



Rys. 1B. PROGRAM MOST. Schemat blokowy programu PREFER
 Fig. 1B. PROGRAM MOST. The flow diagram of the Prefer procedure

lub wszystkich funkcji preferencji prowadzi do utworzenia zbioru rozwiązań preferowanych, spośród których można wybrać najlepsze rozwiązanie optymalne. Schemat blokowy programu MOST przedstawiony jest na rys. 1.

4. Praktyczne zastosowanie programu MOST

Program MOST wykorzystany został do określenia optymalnych grubości warstw trójwarstwowej płyty (rys. 2) oraz walcowej powłoki (rys 3.). Założono następujący zbiór ograniczeń:

1. Dopuszczalne obciążenie krytyczne $L_{kr\text{dop}}$ jest większe od obciążenia konstrukcji:

$$L_{kr\text{dop}} \geq P, \quad L_{kr\text{dop}} = \frac{L_{kr} \alpha}{n}, \quad (4)$$

gdzie:

P - obciążenie zewnętrzne konstrukcji (proste lub złożone),

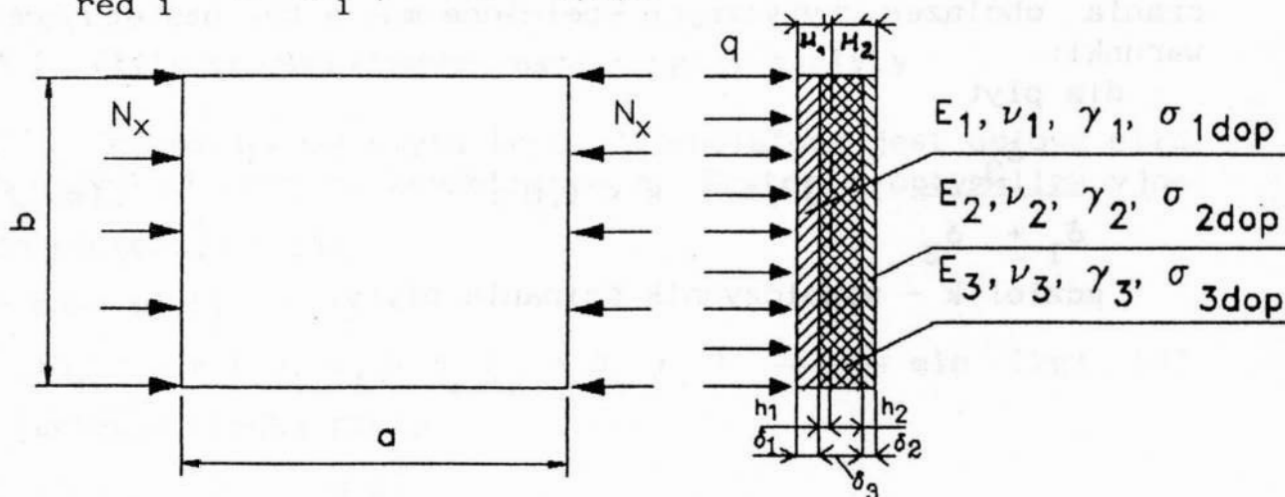
L_{kr} - górne obciążenie krytyczne dla danego P ,

α - współczynnik uwzględniający imperfekcje geometryczne,

n - współczynnik bezpieczeństwa.

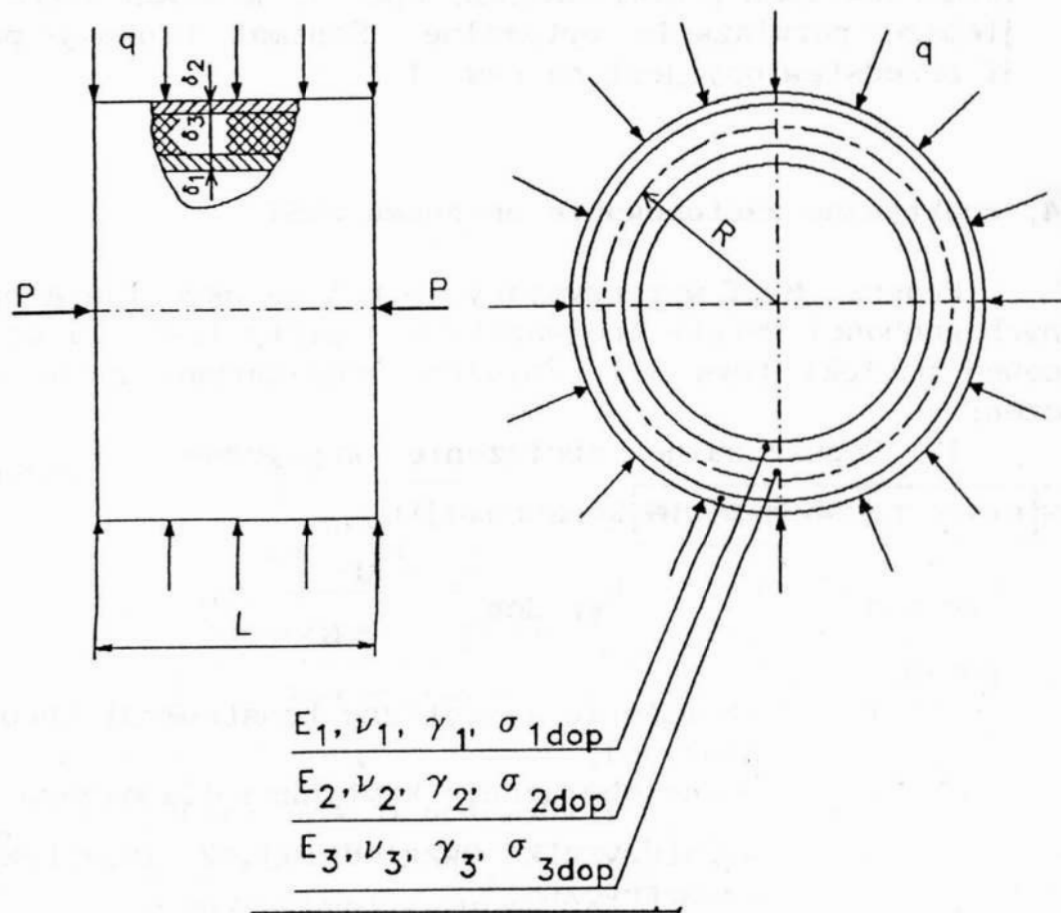
2. Naprężenia zredukowane w poszczególnych warstwach nie przekraczają wartości dopuszczalnych:

$$\sigma_{red\ i} \leq kr_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$



Rys. 2. Model płyty trójwarstwowej

Fig. 2. Model of a plate



Rys. 3. Model trójwarswowej powłoki walcowej

Fig. 3. Model of a shell

3. Dla zachowania ważności wzorów stosowanych do obliczania obciążeń krytycznych spełnione muszą być następujące warunki:

- dla płyt

$$\frac{\delta_3}{\delta_1 + \delta_2} > 3, \quad k < 1,0, \quad (6.1)$$

gdzie: k - współczynnik ścinania płyty,

- dla powłoki walcowej

$$\frac{R}{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3} > 20, \quad b = \frac{(1 - \nu^2)^{1/4}}{(R \delta)^{1/2}}, \quad (6.2)$$

$$bL > 3.$$

4. Ze względów technologicznych i konstrukcyjnych na zmienne decyzyjne nałożone były odpowiednie warunki ograniczające:

- dla płyt

$$\delta_{1,2} > 0, \quad 5 \text{ mm} \leq \delta_3 \leq 50 \text{ mm}, \quad \text{lub} \quad (7.1.1)$$

$$0.1 \text{ mm} \leq \delta_{1,2} \leq 1.0 \text{ mm}, \quad 5 \leq \delta_3 \leq 500 \text{ mm}, \quad (7.1.2)$$

- dla powłok

$$\delta_{1,2,3} > 0 \quad \text{lub} \quad (7.2.1)$$

$$0.1 \leq \delta_{1,2} \leq 3 \text{ mm}, \quad \delta_3 \geq 5 \text{ mm}. \quad (7.2.2)$$

W sumie płyta spełniać musiała 11 lub 14 warunków ograniczających, a powłoka 9 lub 11 ograniczeń.

W trakcie obliczeń numerycznych przeprowadzana była minimalizacja obciążenia krytycznego względem parametrów opisujących kształt konstrukcji w chwili utraty stateczności

4.1. Płyta trójwarstwowa: masa + ugięcie płyty

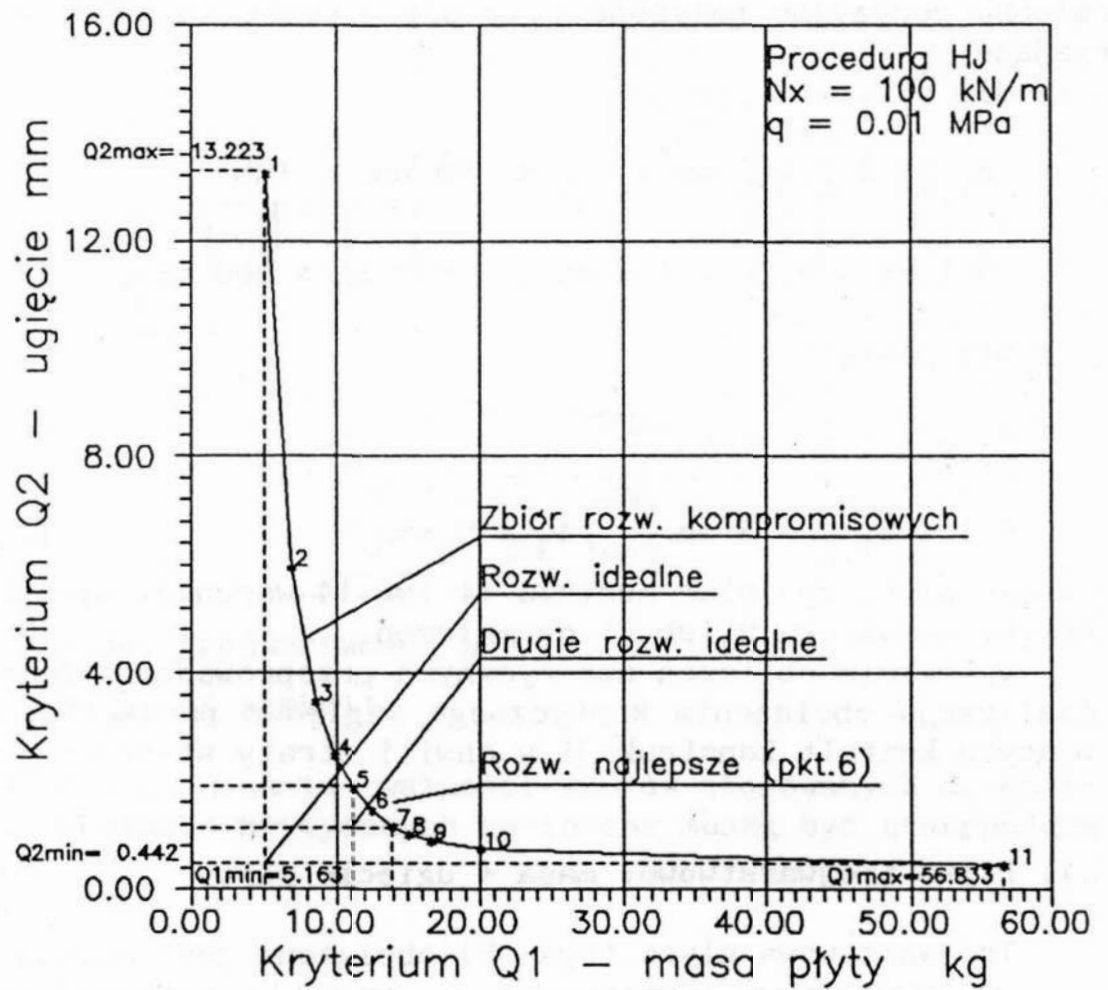
Trójwarstwowa płyta (rys. 2) obciążona jest osiową siłą N_x oraz ciśnieniem zewnętrznym q . Kryteria optymalizacyjne są następujące [4]:

- masa płyty

$$Q_1 = a b (\delta_1 \gamma_1 + \delta_2 \gamma_2 + \delta_3 \gamma_3) \longrightarrow \min \text{ [kg]} \quad (8)$$

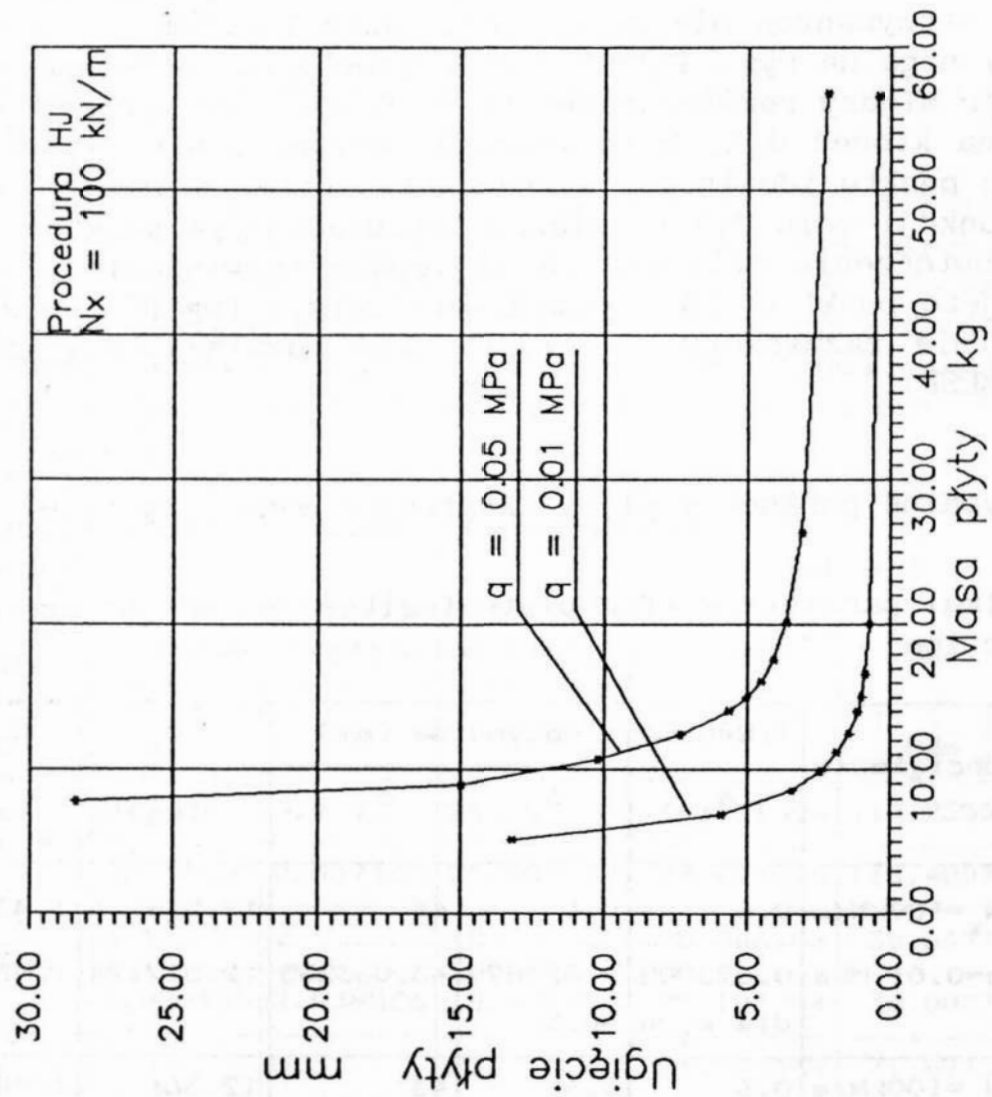
- ugięcie środka płyty

$$Q_2 = \frac{5}{384} \frac{q b^4}{D} m_1 \longrightarrow \min \text{ [mm]}, \quad (9)$$



Rys. 4. Zbiór rozwiązań kompromisowych dla płyty trójwarstwowej

Fig. 4. Compromise solutions set for the sandwich plate



Rys. 5. Zbiory rozwiązań kopromisowych dla płyty trójwarstwowej przy różnych ciśnieniach q

Fig. 5. Compromise solutions set for a plates with different q

gdzie: γ_i - masa właściwa materiału warstw konstrukcji,
 D - sztywność płyty,
 m_1 - współczynnik [5].

Zbiór ograniczeń zadania liczył 11 warunków: (4), (5), (6.1) oraz (7.1.1). Wyniki obliczeń uzyskane dla procedury HJ przedstawiają rys. 4 i 5. Optymalne parametry płyty pokazano w tabelicy 1 (górny wiersz - wyniki MESP, dolny - HJ). Po analizie wyników stwierdzono, że zbiór rozwiązań preferowanych otrzymanych dla zbioru rozwiązań kompromisowych przedstawionego na rys. 4 jest dla decydenta niesatysfakcjonujący (wybór między rozwiązaniami nr 5, 6 i 7, bez wyraźnych wskazań na któreś z tych rozwiązań). Dokonano więc wyboru drugiego punktu idealnego, wyznaczonego przez minimalne wartości funkcji celu dla rozwiązań odpowiadającym punktom 5 i 7. Po powtórzeniu obliczeń za najlepsze rozwiązanie optymalne przyjęto punkt 6 jako rozwiązanie ścisłe (wg HJ) oraz punkt 5.9 (nie zaznaczony na rys.4) jako rozwiązanie praktyczne (wg MESP).

Tabela 1

Optymalne parametry płyty (kryteria: masa i ugięcie)

Tabelle 1

Optimal parameters of a plate (criterion: weight and deflection)

Obciążenie	Grubości optymalne [mm]			Q_1 [kg]	Q_2 [mm]
	δ_1	δ_2	δ_3		
$N_x = 100 \text{ kN/m}$ $q = 0.01 \text{ MPa}$	0.6	0.6	44	12.576	1.436535
	0.623888	0.623899	43.063235	12.512124	1.451173
	dla $w_1 = w_2 = 0.5$				
$N_x = 100 \text{ kN/m}$ $q = 0.01 \text{ MPa}$	0.6	0.6	43	12.366	1.488669
	0.619112	0.618998	42.509224	12.368880	1.487342
	dla $w_1 = 0.51, w_2 = 0.49$				
$N_x = 100 \text{ kN/m}$ $q = 0.05 \text{ MPa}$	0.8	0.8	50	14.948	5.073621
	0.818001	0.818001	49.999908	15.048671	5.017886
	dla $w_1 = w_2 = 0.5$				

4.1. Powłoka trójwarstwowa: masa + sztywność

Powłoka trójwarstwowa (rys. 3) obciążona jest osiową siłą ściskającą P oraz ciśnieniem zewnętrznym q . Kryteria optymalizacyjne są następujące: - masa powłoki

$$Q = 2 \pi R L (\delta_1 \gamma_1 + \delta_2 \gamma_1 + \delta_3 \gamma_3) \longrightarrow \min \quad [\text{kg}] \quad (10)$$

- odwrotność sztywności powłoki na zginanie

$$Q_2 = 1 / \left[\frac{E \delta_1 \delta_2 \left[\delta_3 + (\delta_1 + \delta_2) / 2 \right]^2}{(1 - \nu^2) (\delta_1 + \delta_2)} \right] \longrightarrow \min \quad \left[\frac{1}{\text{MNm}} \right] \quad (11)$$

Zbiór ograniczeń liczył 9 {(4), (5), (6.2), (7.2.1)} lub 11 warunków {(4), (5), (6.2), (7.2.2)}. Wzory dla określania obciążeń krytycznych przedstawione są w [1] i [6]. Po analizie wyników okazało się, że nałożenie na zmienne decyzyjne dodatkowych warunków (7.2.2) jest korzystne. Wyniki obliczeń dla 11 warunków ograniczających przedstawiono na rys. 6 i 7 oraz w Tabelicy 2.

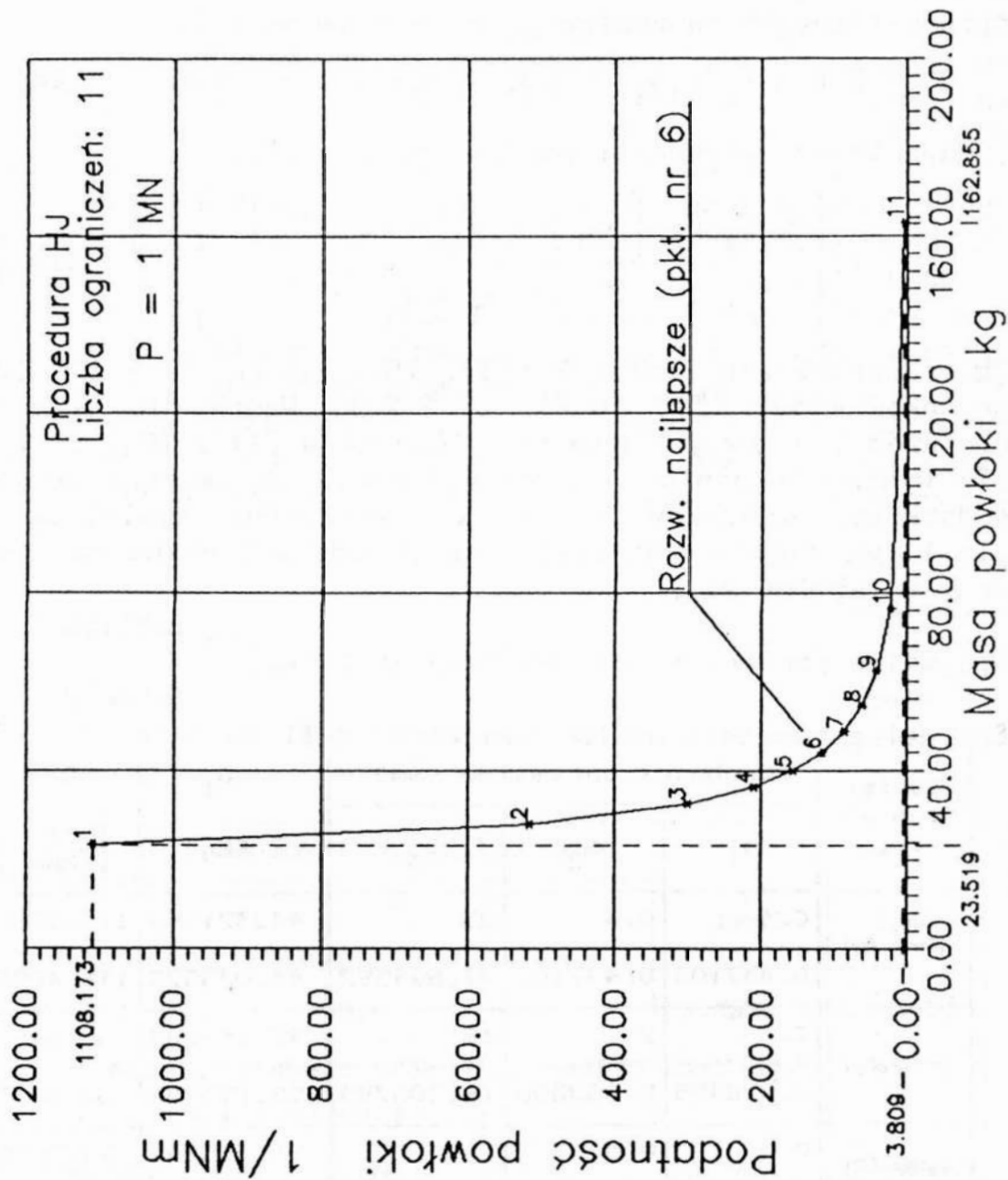
Tablica 2.

Optymalne parametry powłoki trójwarstwowej

Table 2.

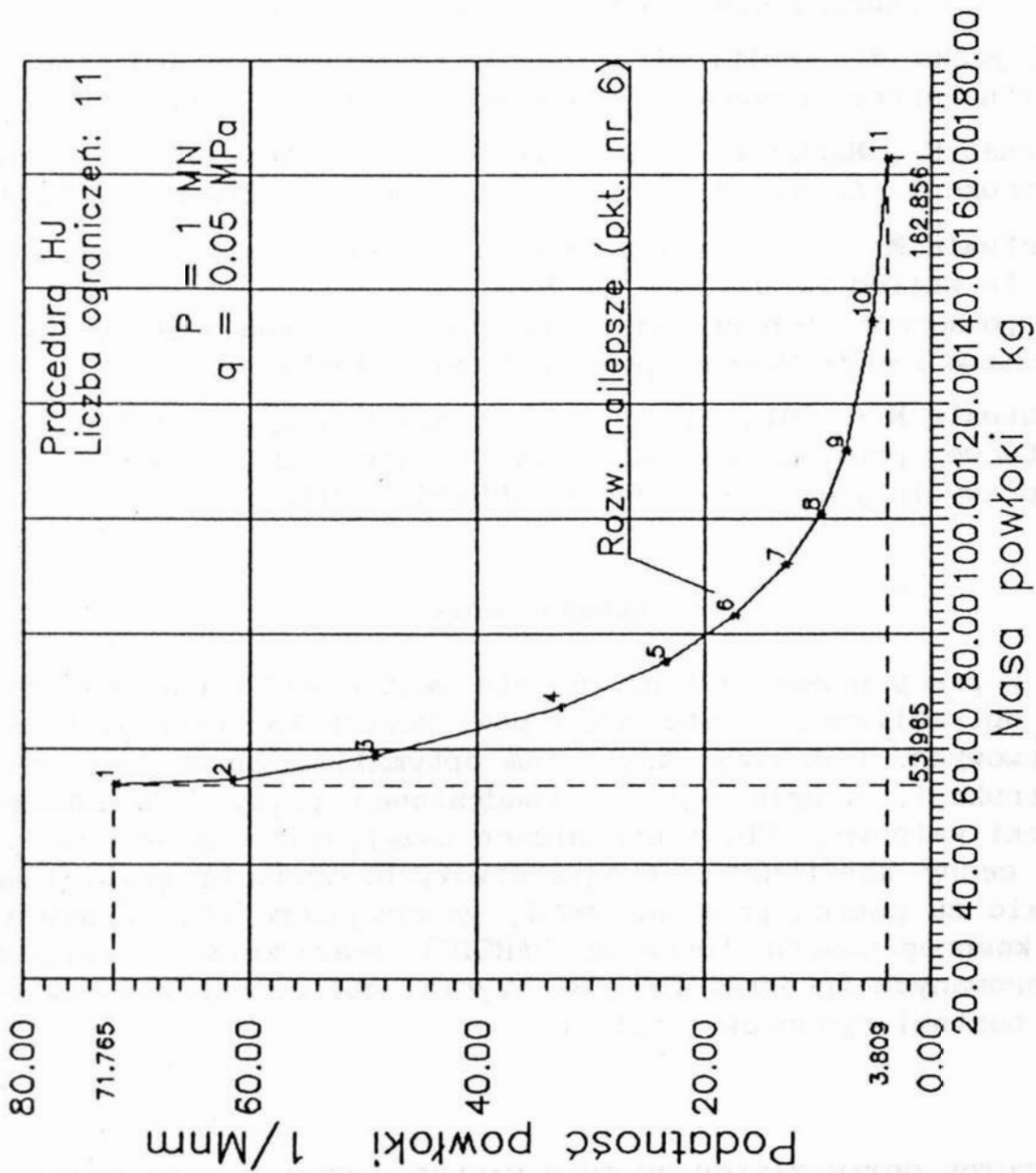
Optimal parameters of the sandwich shell

Obciążenia	Grubości optymalne [mm]			Q_1 [kg]	Q_2 [$\frac{1}{\text{MNm}}$]
	δ_1	δ_2	δ_3		
F=1 MN	0.4	0.4	23	44.321590	115.255058
	0.437100	0.437100	21.829592	44.073528	116.480721
F=5 MN	2.1	2	18	95.366188	30.649796
	2.028455	2.038586	18.305790	95.193954	30.007755
q=0.05 MPa	0.5	0.5	26	51.773449	71.893555
	0.518200	0.518200	25.881764	52.249761	69.909241
q=0.25 MPa	0.8	0.8	43	84.684776	16.448015
	0.841081	0.841200	42.009804	84.815460	16.344152
F=1 MN, q=0.05 MPa	0.8	0.8	42	83.365303	17.225594
	0.825710	0.826010	41.187905	83.197174	17.316580
F=2 MN, q=0.20 MPa	1.5	1.5	47	114.416809	7.154463
	1.545232	1.545310	46.909481	115.878891	6.957838



Rys. 6. Zbiór rozwiązań kompromisowych dla ściskanej powłoki trójwarstwowej

Fig. 6. Compromise solutions set for a shell under compression load



Rys. 7. Zbiór rozwiązań kompromisowych dla powłoki trójwarstwowej przy obciążeniu złożonym

Fig. 7. Compromise solutions set for a combined load

Literatura

1. Ostwald M.: Optimum weight design of sandwich cylindrical shell under combined loads. Computers and Structures, vol. 37, no. 3, pp. 247-257, 1990.
2. Osyczka A.: Multicriterion Optimization in engineering with Fortran programs. Ellis Horwood Limited, 1984.
3. Jendo S., Marks W.: O wielokryterialnej optymalizacji konstrukcji. Archiwum Inżynierii Lądowej, t. XXX, z. 1/1984.
4. Ostwald M.: An approach to multicriterion optimization of thin walled structures (w druku).
5. Прочность, Устойчивость, Колебания \ж Справочник в трех томах \ж Том 2 \ж Машиностроение \ж Москва \ж 1968 \ж
6. Ostwald M.: Nieliniowe zagadnienie stateczności trójwarstwowej powłoki walcowej przy obciążeniach złożonych. Rozprawy Inżynierskie, 29, 2, 165-181, 1981.

Streszczenie

W pracy przedstawiono zadania wektorowej (dwukryterialnej) optymalizacji płytowych i powłokowych konstrukcji trójwarstwowych. Pierwszym kryterium optymalizacyjnym jest masa konstrukcji, drugim ugięcie kwadratowej płyty i podatność powłoki walcowej. Zbiór ograniczeń uwzględnia charakterystyczne cechy konstrukcji trójwarstwowych. Zadanie rozwiązane zostało za pomocą programu MOST, generującego zbiór rozwiązań kompromisowych (program PARETO) oraz zbiór rozwiązań preferowanych (program PREFER). Wyniki obliczeń przedstawiono w postaci rysunków i tablic.

VECTOR OPTIMIZATION OF THIN-WALLED SANDWICH STRUCTURES

Abstract

In the paper two-criterial optimization problems of sandwich rectangular plates and sandwich cylindrical shells are presented. The first objective is minimal weight of structures, the second objectives are minimal deflection for plates and minimal flexibility for shells. Set of constraints contains characteristic features of thin-walled

sandwich structures. Solution of presented problems is obtained with the help of program MOST. The MOST generates optimal compromise solutions set (program PARETO) and set of preference solutions (program PREFER). Results of numerical calculations are presented in form of diagrams and tables.

Andrzej OSYCZKA

SYSTEM KOMPUTEROWY OPTYMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ^{*)}

1. Wprowadzenie

System komputerowy dla rozwiązywania zadań optymalizacji wielokryterialnej (Computer Aided Multicriterion Optimization System - CAMOS) został opracowany dla potrzeb modelowania i optymalizacji złożonych problemów projektowania maszyn i urządzeń przy uwzględnieniu możliwości realizacji procesu optymalizacji i projektowania w formie dialogu z komputerem. Stanowi on rozwinięcie programu komputerowego zawartego w pracy autora [8]. Pozwala on na rozwiązanie zadania programowania nieliniowego dla ciągłych, dyskretnych, całkowitoliczbowych i mieszanych wartości zmiennych decyzyjnych. Opracowany system jest w pełni interaktywny i posiada opcje HELP. Wersja źródłowa systemu w języku Fortran jest dostępna w formie pakietu programu [10]. W opracowaniu jest wersja systemu w języku C.

W artykule przedstawiono ogólną koncepcję systemu, jego opis oraz przykład wykorzystania systemu do optymalizacji hamulca wielopłytkowego. Inne przykłady wykorzystania systemu zawarto w pracach [5], [9].

2. Opis systemu

2.1. Ogólna koncepcja systemu

Komputerowy system optymalizacji wielokryterialnej umożliwia znalezienie optymalnego rozwiązania dla zadań programowania nieliniowego dla modeli ze zmiennymi ciągłymi, całkowitymi, dyskretnymi i mieszanych. System pozwala na znalezienie rozwiązania problemu optymalizacji jedno jak i wielokryterialnej i ukierunkowany jest na komputerowe wspomaganie podejmowania decyzji.

Prof. dr hab. inż. Andrzej OSYCZKA
Politechnika Krakowska

*) Przedstawiony na X Konferencji 'Polioptrymalizacja i CAD'
Mielno 1992

Ogólne rozwiązanie problemu optymalizacyjnego sprowadza się do znalezienia wektora zmiennych decyzyjnych $\mathbf{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$ który spełniając ograniczenia nierównościowe

$$g_j(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

równościowe

$$h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, p, \quad (2)$$

i minimalizuje funkcję wektorową $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})]^T$ gdzie elementy wektora $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ stanowią kryteria procesu optymalizacji. W formie skrótowej problem ten zapisujemy w postaci:

$$\min_{\mathbf{x} \in \underline{n}} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^k : \mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0, \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \} \quad (3)$$

gdzie:

- \mathbf{x} - wektor zmiennych decyzyjnych określony w przestrzeni \mathbb{R}^n ,
- $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ - wektor funkcji celu określony w przestrzeni \mathbb{R}^k ,
- $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ - wektor ograniczeń nierównościowych,
- $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ - wektor ograniczeń równościowych.

W przypadku gdy dany problem da się opisać jedną funkcją celu wówczas zagadnienie ulega uproszczeniu a problem określa się jako problem optymalizacji jednokryterialnej definiowany w następujący sposób:

$$\min_{\mathbf{x} \in \underline{n}} \{ f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R} : \mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0, \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \} \quad (4)$$

Rozwiązaniem problemu (3) jest rozwiązanie optymalne w sensie Pareto definiowane w sposób następujący:

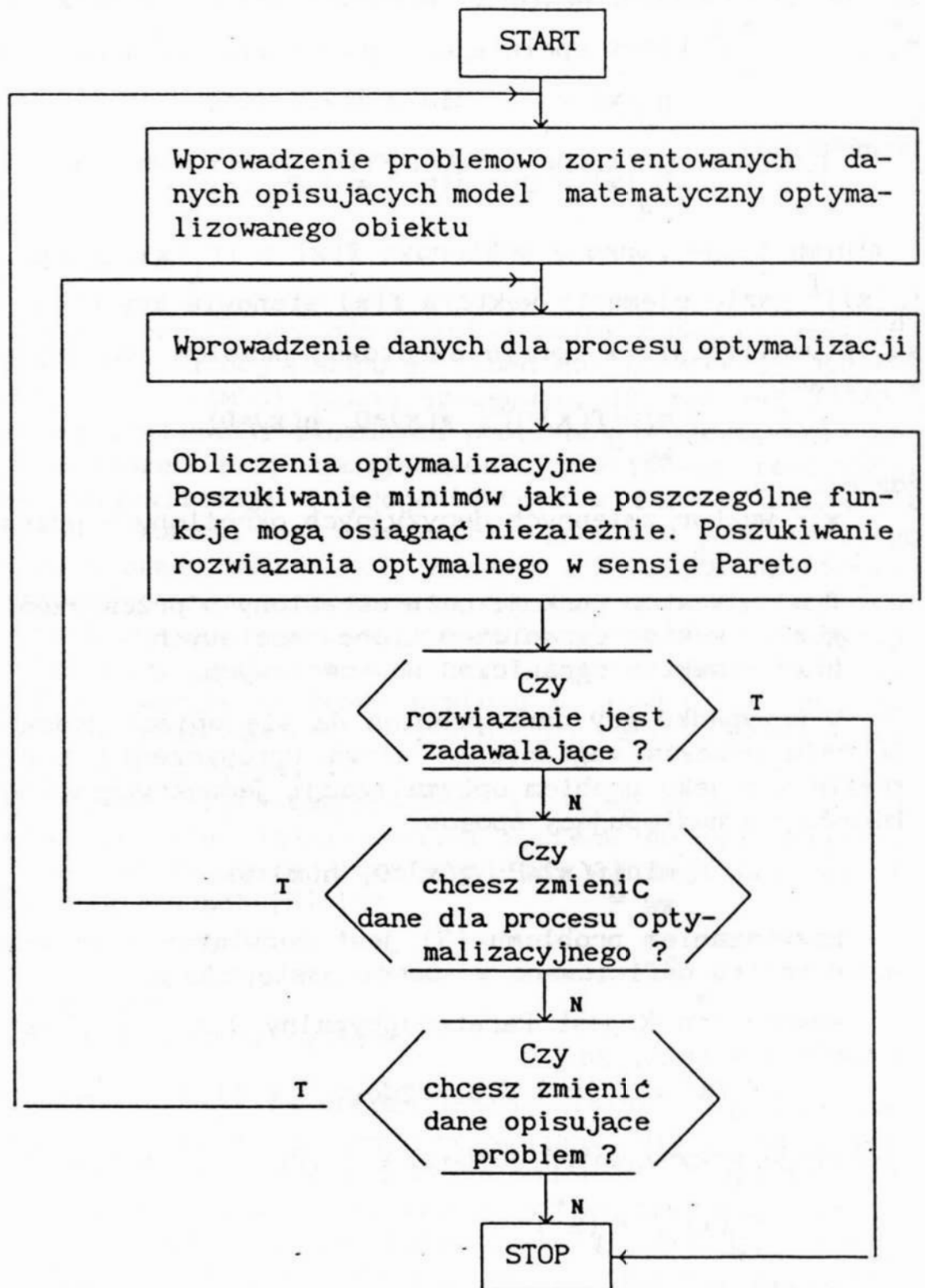
Wektor $\mathbf{x}^* \in X$ jest Pareto-optymalny jeżeli nie istnieje wektor $\mathbf{x} \in X$ taki, że

$$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j(\mathbf{x}^*) \quad \text{dla każdego } j \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (5)$$

i istnieje przynajmniej jedno $j \in \{1, 2, \dots, k\}$ takie, że:

$$f_j(\mathbf{x}) > f_j(\mathbf{x}^*) \quad (6)$$

Werbalnie można powiedzieć, że rozwiązanie jest Pareto-optymalne jeżeli nie ma możliwości poprawienia żadnego z kryteriów bez konieczności pogorszenia któregośkolwiek z pozostałych kryteriów.



Rys.1 Przebieg pracy systemu CAMOS

W praktyce istnieje zbiór rozwiązań Pareto- optymalnych a problem wyboru rozwiązania zależy od projektanta. Metody optymalizacji wielokryterialnej mają za zadanie generowanie rozwiązań Pareto - optymalnych zgodnie z preferencjami projektanta.

System CAMOS daje użytkownikowi do wyboru różne metody optymalizacji jedno i wielokryterialnej a całość procesu projektowania i optymalizacji odbywa się na zasadzie dialogu z komputerem. Główne elementy tego dialogu są zobrazowane na schemacie blokowym przedstawionym na rys.1.

2.2. Metody optymalizacji stosowane w systemie

W systemie CAMOS wykorzystano znane metody optymalizacji jedno i wielokryterialnej [11],[12]. Stąd ograniczono opis tych metod do niezbędnego minimum.

2.2.1. Metody optymalizacji jednokryterialnej

Metody iteracyjne minimalizacji funkcji bez ograniczeń

1. Metoda poszukiwania prostego (DS - Direct Search) opracowana przez Hooke'a i Jeeves'a [5] est metodą polegającą na wykonywaniu dwóch rodzajów kroków próbnego i roboczego. Krok próbny służy do zbadania lokalnego zachowania się funkcji w niewielkim otoczeniu punktu \mathbf{x}^t , natomiast krok roboczy polega na przejściu w kierunku wyznaczonym w kroku próbnym, do nowego punktu \mathbf{x}^{t+1} , wokół którego będzie realizowany następny etap próbny. Jeżeli w trakcie wykonywania kroku próbnego nie uzyska się zmniejszenia wartości funkcji celu, to etap roboczy jest pomijany, a kolejny krok próbny wykonywany jest ze zmniejszoną wartością kroku.

2. Metoda simplex (SX) zaproponowana przez Nelder'a i Mead'a [7] rozpina na punkcie startowym $n+1$ -wymiarową (n jest ilością zmiennych decyzyjnych) figurę geometryczną nazywaną simplexem. Np. dla przypadku dwóch zmiennych decyzyjnych simplex będzie trójkątem. Idea metody opiera się na porównywaniu wartości funkcji na wierzchołkach simplexu i przemieszczaniu go w kierunku wartości najmniejszej aż do osiągnięcia minimum. Przesuwanie simplexu odbywa się na drodze jego odbicia, ekspansji i skracania.

3. Metoda gradientowa (Variable Matric - VM) opracowana przez Davidon'a [1] i rozszerzona później przez Fletcher'a i Powell'a [3] polega na wyznaczaniu kierunku poszukiwań w kroku t jako $H^t \nabla f(\mathbf{x}^t)$ gdzie macierz H^t jest Hessianem funkcji, natomiast $\nabla f(\mathbf{x}^t)$ jest jej gradientem.

Metody minimalizacji funkcji z ograniczeniami

Bardzo częstym podejściem stosowanym do rozwiązywania problemu minimalizacji funkcji z ograniczeniami jest zastosowanie tzw. funkcji kary. Najbardziej znaną funkcją kary jest funkcja, w której kara jest proporcjonalna do kwadratu przekroczenia ograniczeń. i ma postać:

$$\phi(\mathbf{x}, r) = f(\mathbf{x}) + r \sum_{j=1}^p [h_j(\mathbf{x})]^2 + r \sum_{j=1}^m G_j [g_j(\mathbf{x})]^2 \quad (7)$$

gdzie:

G_j - operator Heaviside'a ($G_j = 0$ gdy $g_j(\mathbf{x}) \geq 0$, $G_j = 1$ gdy $g_j(\mathbf{x}) < 0$)

r - dodatni parametr określający wielkość kary.

Na pierwszy rzut oka najkorzystniejszą wartością mnożnika r jest liczba jak największa tak aby ograniczenia były zawsze spełnione. Jednakże zbyt duża wartość współczynnika r powoduje trudności w poszukiwaniu minimum funkcji $\phi(\mathbf{x}, r)$. Stąd w systemie startuje się z zadanej przez użytkownika wartości współczynnika r a po znalezieniu minimum, sprawdzane jest czy ograniczenia są spełnione. Jeżeli tak, to procedura jest zakończona. Jeżeli nie współczynnik r jest mnożony przez zadaną wartość c i poszukiwanie minimum jest kontynuowane z punktu startowego określonego w poprzednim kroku. Procedura jest również zatrzymana jeżeli w aktualna wartość współczynnika r jest większa od $10^{\frac{32}{c}}$. Wówczas system informuje użytkownika, że metoda funkcji kary nie może znaleźć minimum funkcji z ograniczeniami. Zakłada się, że ograniczenia mają być spełnione z określoną dokładnością η zadaną przez użytkownika, przy czym przyjmuje się że są one spełnione jeżeli:

$$g_j(\mathbf{x}) \geq \eta, \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$|h_j(\mathbf{x})| = \eta \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, p \quad (9)$$

W systemie CAMOS metoda funkcji kary została zastosowana do

następujących metod:

1. poszukiwania prostego,
2. simplexu,
3. gradientowej.

Metoda zmiennych tolerancji

Metoda ta została opracowana przez Himmelblau'a [4] a jej koncepcja opiera się na poszukiwaniu minimum funkcji bazując na punktach leżących blisko rozwiązań dopuszczalnych (ze względu na ograniczenia). Warunki dopuszczające rozwiązania spoza obszaru dopuszczalnego stają się coraz bardziej wymagające w trakcie kolejnych kroków poszukiwań tak, że rozwiązanie końcowe jest akceptowane tylko wtedy gdy leży w obszarze rozwiązań dopuszczalnych. Zasada zamiany zadania nieliniowego z ograniczeniami do zadanie bez ograniczeń sprowadza się do rozwiązania problemu:

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \quad (10)$$

przy spełnieniu warunku

$$\Phi^t - T(\mathbf{x}) > 0 \quad (11)$$

gdzie Φ^t jest wartością zmiennej tolerancji określającej przynależność danego rozwiązania do obszaru dopuszczalnego w t -tym kroku minimalizacji, natomiast $T(\mathbf{x})$ jest dodatnim funkcjonałem ze wszystkich ograniczeń nierównościowych oraz równościowych. Metoda simplexu jest tutaj wykorzystana do poszukiwania minimum bez ograniczeń. Funkcja Φ^t występuje jako kryterium naruszenia ograniczeń a także służy jako kryterium do przerywania procedury poszukiwania.

Metoda losowa

Najprostszą z metod optymalizacyjnych stosowaną w systemie jest metoda losowa, której idea polega na losowaniu punktów w założonym obszarze i wyborze tego który daje najmniejszą wartość funkcji celu. Losowanie wektora zmiennych decyzyjnych odbywa się poprzez wylosowanie za pomocą generatora liczb pseudolosowych liczby ρ_i i późniejsze wyliczenie punktu według zależności:

$$x_i = x_i^l + \rho_i \left(x_i^u - x_i^l \right) \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

gdzie:

x_i^l - oszacowana dolna wartość zmiennej x_i

x_i^u - oszacowana górna wartość zmiennej x_i

ρ_i - liczba pseudolosowa z zakresu od 0 do 1

Wartość funkcji jest obliczana dla każdego z wylosowanych punktów i za minimum przyjmowana jest najlepsza osiągnięta wartość. Możliwe są dwa warianty rozwiązania problemu ograniczeń:

2. Zastosowanie funkcji kary dla punktów, które są wylosowane spoza obszaru dopuszczalnego.

1. Każdy wygenerowany punkt jest najpierw sprawdzany ze względu na ograniczenia i odrzucany gdy są one nie spełnione dla tego punktu. W tym przypadku poruszamy się tylko po obszarze dopuszczalnym.

W pierwszym wariantcie możemy zawsze uzyskać rozwiązanie, lecz może ono leżeć poza obszarem dopuszczalnym. Pozwala ono jednak na zorientowanie się, które z ograniczeń są niespełnione. Wariant ten jest szczególnie przydatny w pierwszych próbach rozwiązania nieznanego problemu.

Drugi wariant jest bardziej wydajny dla problemów, w których funkcje celu są czasochłonne w obliczeniach komputerowych. Jednak przy problemach z dużą ilością ograniczeń przy zadanej liczbie generowanych punktów metoda może nie znaleźć żadnego rozwiązania w obszarze dopuszczalnym i nie będzie wiadomo czy problem został źle sformułowany czy też należy wygenerować więcej punktów aby znaleźć rozwiązanie dopuszczalne.

Metoda losowa jest mniej efektywna w porównaniu z metodami iteracyjnymi lecz pozwala zwykle na zlokalizowanie globalnego minimum funkcji. Dlatego też metoda losowa jest często stosowana wraz z metodami iteracyjnymi.

Metoda losowa może być również wykorzystana do rozwiązania modeli ze zmiennymi dyskretnymi i całkowitoliczbowymi. Taki wariant użycia tej metody ujęto w systemie.

Metoda losowo iteracyjna

W systemie CAMOS metoda losowa może być używana niezależnie jak również w połączeniu z wszystkimi podanymi powyżej metodami iteracyjnymi. Połączenie metody losowej z sekwencyjną ma w systemie spełnić dwie funkcje:

1. Znalezienie punktu startowego dla metody iteracyjnej. Ten sposób podejścia jest przydatny w następujących przypadkach:

- Bardzo trudno określić punkt startowy leżący w obszarze dopuszczalnym lub w jego pobliżu.

- Oczekujemy, że funkcja celu posiada wiele minimów lokalnych.

Bardzo często oba wymienione przypadki zachodzą jednocześnie.

2. Drugim celem stosowania metod mieszanych jest rozwiązywanie problemów ze zmiennymi dyskretnymi. Niech $\mathbf{x}=[x_1, \dots, x_1, \dots, x_n]^T$ będzie wektorem zmiennych decyzyjnych, w którym

$\mathbf{x}'=[x_1, \dots, x_1]^T$ jest wektorem zawierającym zmienne decyzyjne

ciągłe a $\mathbf{x}''=[x_1, \dots, x_n]^T$ jest wektorem zawierającym zmienne

decyzyjne dyskretne. Podczas tworzenia modelu można prosto uszeregować zmienne decyzyjne w powyższy sposób. Podsumowując to mamy:

$l=n$ - model ciągły,

$l=0$ - model dyskretny,

$0 < l < n$ - mieszany model ciągle-dyskretny.

Niech $X_{1+u}=\{x_{1+u}^1, x_{1+u}^2, \dots, x_{1+u}^c\}$ będzie zbiorem wartości dyskretnych jakie może przyjmować zmienna decyzyjna x_{1+u} dla $u=1, 2, \dots, n-1$.

Idea metody jest następująca:

a. Przy użyciu metody losowej znaleziony zostaje wektor $\mathbf{x}^g=[x_1^g, \dots, x_1^g, \dots, x_n^g]^T$ przy czym wartości x_{1+u} należą do

zbioru X_{1+u} . Inaczej mówiąc metoda znajduje wektor \mathbf{x}^g taki, że:

$$f(\mathbf{x}^g) = \min_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) \quad \text{przy czym } x_{1+u} \in X_{1+u}$$

dla $u=1, 2, \dots, l-u$

(13)

b. Przy użyciu metody iteracyjnej zostaje znaleziony wektor $\mathbf{x}^*=[x_1^*, x_2^*, \dots, x_1^*]^T$ taki, że wartość funkcji celu jest minimalna przy założeniu, że $\mathbf{x}''=[x_{1+1}^g, x_{1+2}^g, \dots, x_n^g]^T$

jest stały i zawiera wartości wygenerowane w kroku a. Inaczej mówiąc znaleźć \mathbf{x}' taki, że:

$$f(\mathbf{x}^*) = \min_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) \quad \text{przy czym } \mathbf{x}^* = \mathbf{x}^g. \quad (14)$$

c. Przy realizacji kroku b użyj wektora $\mathbf{x}^g = [x_1^g, x_2^g, \dots, x_n^g]^T$ jako punktu startowego dla poszukiwania wektora \mathbf{x}^* i po realizacji tego punktu podstaw $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^g$.

2.2.2. Metody optymalizacji wielokryterialnej

Większość metod optymalizacji wielokryterialnej przekształca problem optymalizacji wielokryterialnej do optymalizacji jednokryterialnej przez zastosowanie tzw. funkcji preferencji. Rozwiązanie zadania optymalizacji wielokryterialnej sprowadza się do znalezienia wektora \mathbf{x}^* takiego, że

$$P[f(\mathbf{x}^*)] = \min_{\mathbf{x} \in X} P[f(\mathbf{x})] \quad (15)$$

gdzie $P[f(\mathbf{x})]$ jest funkcją preferencji.

Formy funkcji preferencji zależą od zastosowanej metody. Najczęściej stosowane metody, które zostały włączone do systemu są omówione poniżej.

Metoda wag

W metodzie tej funkcja preferencji ma postać:

$$P[f(\mathbf{x})] = \sum_{i=1}^k w_i f_i(\mathbf{x}) \quad (16)$$

gdzie $w_i \geq 0$ - są to współczynniki wag określające wagność poszczególnych kryteriów. Zwykle w_i spełnia zależność

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (17)$$

Metoda wag z unormowanymi funkcjami celu

W metodzie wag dobór w zależy nie tylko od wagności kryteriów ale również od jednostek w których wyrażone są poszczególne funkcje. Aby uwolnić się od zależności od jednostek w metodzie tej funkcja preferencji ma postać:

$$P[f(\mathbf{x})] = \sum_{\underline{i}=1}^k w_{\underline{i}} \frac{f_{\underline{i}}(\mathbf{x})}{f_{\underline{i}}^0} \quad (17)$$

gdzie $f_{\underline{i}}^0$ jest minimum i -tej funkcji.

Metoda kryterium globalnego

W metodzie tej funkcja preferencji ma za zadanie zbliżyć optimum do rozwiązania idealnego i ma postać:

$$P[f(\mathbf{x})] = \sum_{\underline{i}=1}^k \left[\frac{f_{\underline{i}}^0 - f_{\underline{i}}(\mathbf{x})}{f_{\underline{i}}^0} \right]^p \quad (18)$$

gdzie p jest wcześniej zadaną wartością wykładnika.

Metoda min-max

Metoda min-max jest podobna do metody kryterium globalnego przy czym funkcja preferencji jest zdefiniowana w następujący sposób:

$$P[f(\mathbf{x})] = \max_{i \in I} \{z_{\underline{i}}(\mathbf{x})\} \quad (19)$$

gdzie $z_{\underline{i}}(\mathbf{x})$ jest względnym przyrostem i -tej funkcji celu określany według wzoru:

$$z_{\underline{i}}(\mathbf{x}) = \frac{f_{\underline{i}}^0 - f_{\underline{i}}(\mathbf{x})}{f_{\underline{i}}^0} \quad (20)$$

Metoda min-max z wagami

W metodzie tej funkcja preferencji ma postać:

$$P[f(\mathbf{x})] = \max_{i \in I} \{w_{\underline{i}} z_{\underline{i}}(\mathbf{x})\} \quad (21)$$

gdzie $w_{\underline{i}}$ współczynniki wagowe przypisane względnym przyrostom funkcji. W tym przypadku wybór równomiernie rozłożonych współczynników wagowych powoduje wybór równomiernie rozłożonych rozwiązań optymalnych w sensie Pareto.


```

SUBROUTINE NONPRO (I,N,M,MP,K,X,F,G,H)
C   PODPROGRAM DO SFORMULOWANIA PROBLEMU OPTIMALIZACJI
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    DIMENSION X(N),F(K),G(M),H(MP)
    GO TO (1,2,3,4,5),I
    1 CONTINUE
C---CZESC 1
C---W TEJ CZĘŚCI PRZEWIDZIANE JEST MIEJSCE NA WPROWADZENIE PROBLEMOWO
C---ZORIENTOWANYCH DANYCH POTRZEBNYCH DO OBLICZANIA FUNKCJI CELU
C---I OGRANICZEN ORAZ NA GRAFICZNA ILUSTRACJE PROBLEMU
    RETURN
    2 CONTINUE
C---CZESC 2
C---FUNKCJE CELU
    F(1)=
    .....
    F(K)=
    RETURN
    3 CONTINUE
C---OGRANICZENIA NIEROWNOSCIOWE
    G(1)=
    .....
    G(M)
    RETURN
    4 CONTINUE
C---OGRANICZENIA RÓWNOŚCIOWE
    H(1)=
    .....
    H(MP)=
    RETURN
    5 CONTINUE
C---CZESC 3
C---MIEJSCE NA WYPROWADZENIE PROBLEMOWO ZORIENTOWANYCH WYNIKÓW
C---ORAZ GRAFICZNA ILUSTRACJE UZYSKANEGO ROZWIĄZANIA
    RETURN
    END

```

Rys.2. Struktura podprogramu NONPRO

Metoda generowania zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto

Metoda ta generuje zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto wg algorytmu przedstawionego w pracy [8]. Może być ona użyta tylko z metodą losową i jest przydatna głównie dla modeli dyskretnych.

2.3. Wprowadzenie problemu optymalizacyjnego

Zadanie optymalizacji wprowadzane jest do systemu poprzez podprogram NONPRO (Nonlinear Programming) którego strukturę przedstawiono na rys.2. Podprogram ten składa się z trzech części:

- Część 1 służy do wprowadzenia parametrów typowych tylko dla formułowanego problemu optymalizacji. Możliwa jest również graficzna ilustracja formułowanego problemu.

- Część 2 służy do sformułowania problemu optymalizacji. W części tej wartości funkcji celu $F(I)$, ograniczeń nierównościowych $G(I)$ i równościowych $H(I)$ są zapisane jako funkcje zmiennych decyzyjnych $X(J)$. Nie stawia się żadnych ograniczeń co do postaci tych funkcji. Muszą być jedynie jednoznacznie określone dla zadanego wektora zmiennych decyzyjnych.

- Część 3 służy do drukowania problemowo zorientowanych rezultatów oraz do ewntualnej graficznej ilustracji uzyskanego rozwiązania.

Części 1 i 3 są opcjonalne i na początku komputerowej sesji z systemem użytkownik deklaruje które opcje będzie używał.

3. Zastosowanie systemu

CAMOS znalazł zastosowanie przy rozwiązywaniu licznych zadań projektowych, optymalizacji elementów maszyn [9], zespołów wrzecionowych obrabiarek łożyskowanych hydrostatycznie [6], układów odciążania ramion robotów przemysłowych [2]. Poniżej omówiono pokrótce przykład zastosowania systemu do optymalizacji hamulca wielotarczowego.

Model optymalizacyjny

Wektor zmiennych decyzyjnych ma postać

$$\mathbf{x} = [R_{\underline{1}}, R_{\underline{0}}, A, F, Z]^T, \text{ gdzie:}$$

$R_{\underline{1}}$ = promień wewnętrzny, mm,

$R_{\underline{0}}$ = promień zewnętrzny, mm

A = grubość tarczy, mm,

F = siła włączająca, N,

Z = liczba par ciernych.

Liczba par ciernych jest ostatnią zmienną decyzyjną ponieważ może ona przyjmować wartości ze zbioru liczb całkowitych. Stąd model optymalizacyjny jest typu mieszanego, ciągle - całkowitoliczbowy.

Wektor funkcji celu ma postać

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_{\underline{1}}(\mathbf{x}), f_{\underline{2}}(\mathbf{x}), f_{\underline{3}}(\mathbf{x}), f_{\underline{4}}(\mathbf{x}), f_{\underline{5}}(\mathbf{x})]^T,$$

gdzie:

$f_{\underline{1}}(\mathbf{x})$ = masa hamulca, kg,

$f_{\underline{2}}(\mathbf{x})$ = czas zatrzymania, s,

$f_{\underline{3}}(\mathbf{x})$ = liczba par ciernych,

$f_{\underline{4}}(\mathbf{x})$ = promień zewnętrzny, mm,

$f_{\underline{5}}(\mathbf{x})$ = siła włączająca, N.

Obszar dopuszczalny jest określony przez 16 ograniczeń nierównościowych.

Wyniki optymalizacji

Na rys. 3 przedstawiono końcowe fragment sesji komputerowej z CAMOSEm przy optymalizacji hamulca wielotarczowego w postaci kopii ekranu komputera. W zależności od przyjętej przez konstruktora ważności poszczególnych kryteriów może on uzyskać różne rozwiązania. Jedno z nich przedstawiono na rys.3. Graficzna ilustracja tego rozwiązania prezentowana na ekranie monitora ułatwia konstruktorowi podjęcie właściwej decyzji w konfliktowej sytuacji. Zmieniając wagi przypisane poszczególnym kryteriom może on uzyskać inne rozwiązanie Pareto optymalne.

Cały przebieg sesji z CAMOSEm jest gromadzony na zbiorze VIEW.OUT, który po zakończeniu sesji może być odtworzony i skopiowany dla potrzeb dokumentacyjnych.

```

---PLEASE ENTER THE WEIGHTING COEFFICIENTS---
.1 .1 .1 .6 .1
*** PLEASE WAIT , OPTIMUM IS CALCULATED
VALUE OF THE MINIMIZED QUANTITY = .1996603E+00
VALUE OF 1 OBJECTIVE FUNCTION = .1217155E+01
VALUE OF 2 OBJECTIVE FUNCTION = .8510723E+01
VALUE OF 3 OBJECTIVE FUNCTION = .7000000E+01
VALUE OF 4 OBJECTIVE FUNCTION = .9786400E+02
VALUE OF 5 OBJECTIVE FUNCTION = .5497942E+03
VECTOR OF DECISION VARIABLES
.7374359E+02 .9786400E+02 .1499999E+01 .5497942E+03
.7000000E+01
VALUES OF INEQUALITY CONSTRAINTS
.1874359E+02 .1213600E+02 .4120406E+00 -.1459289E+00
.1500001E+01 .1725001E+02 .3000000E+01 .6000000E+01
.9957719E+01 .9044075E+00 .7739097E+01 .6489033E+01
.1061812E+03 .8510967E+02 .5497942E+03 .4502058E+03
DO YOU WISH THE PROBLEM DEPENDENT RESULTS TO BE PRINTED (Y/N) ?
y
---SELECT THE NUMBER OF SUPPORTED DEVICE---
9
--- PLEASE SELECT THE RESOLUTION CODE
OR THE NAME OF THE FILE TO OUTPUT ---
DO YOU WISH *** HELP TEXT *** (Y/N) ?
n
9

```

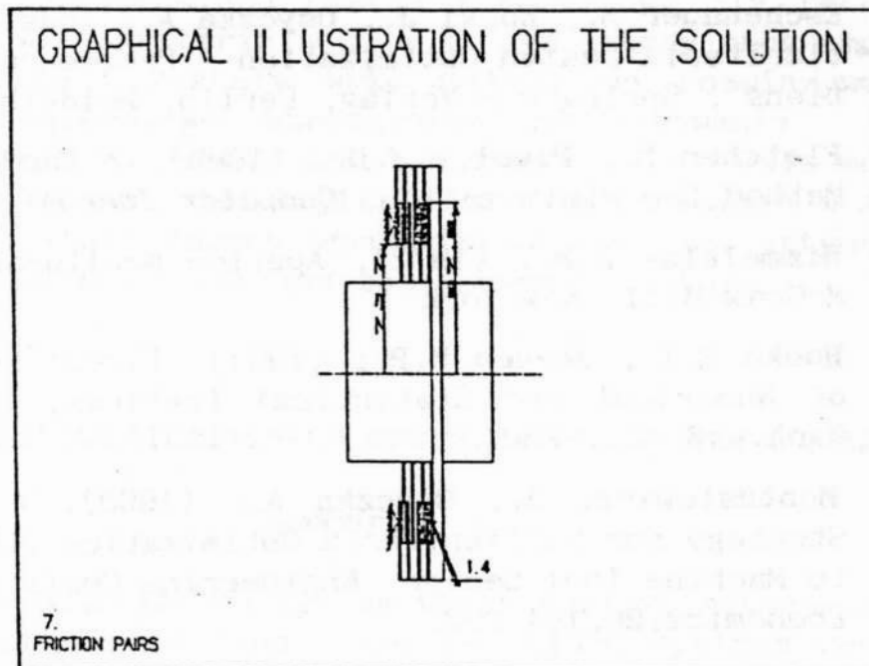


Fig.3 Końcowa faza sesji z CAMOsem dla przykład optymalizacji hamulca

4. Uwagi końcowe

Przedstawiony powyżej system optymalizacji wielokryterialnej przydatny jest do rozwiązywania różnorodnych zadań projektowania optymalnych zespołów maszyn i procesów technicznych. Przewidywany jest dalszy rozwój systemu zarówno w kierunku dołączania nowych metod minimalizacji funkcji jak również tworzenia biblioteki podprogramów problemowych, które współpracują z systemem. Każdy z tych podprogramów winien mieć charakter uniwersalny tak aby proces projektowania był problemowo zamknięty i odbywał się na zasadzie dialogu z komputerem. Wprowadzenie elementów sztucznej inteligencji może znacznie wzbogacić proces automatyzacji projektowania maszyny technologicznych. W tym też kierunku przewidywany jest dalszy rozwój systemu.

Literatura

1. **Davidon, W.:** (1959), Variable Matrix Methods for Minimization, *AEC Res. and Devel. Report*, ANL-5990, Argonne National Laboratory, Lemont, Illinois.
2. **Eschenauer H., Koski J., Osyczka A.:** (eds.), (1990) Multicriteria Design Optimization - Procedures and Applications", Springer - Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
3. **Fletcher R., Powell M.J.D.:** (1963), A Rapidly Convergent Method for Minimization, *Computer Journal*, 6, 163-168.
4. **Himmelblau D.M.:** (1972), Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill, New York.
5. **Hooke R.T., Jeeves M.P.:** (1961), Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems, *J. Assoc. Comp. Mach.*, 8, 221-230.
6. **Montusiewicz, J., Osyczka A.:** (1990), A Decomposition Strategy for Multicriteria Optimization with Application to Machine Tool Design, *Engineering Costs and Production Economics*, 20, 191-202.
7. **Nelder J.A., Mead R.:** (1965), A Simplex Method for Function Minimization, *Computer J.*, 7, 390-393.

8. **Osyczka A.:** (1984), Multicriterion Optimization in Engineering with Fortran Programs, Ellis Horwood Publishers, Chichester.
9. **Osyczka, A.:** (1991), Computer Aided Multicriterion Optimization System in Use, In: Engineering Optimization in Design Process, H.Eschenauer, C.Mattheck and N.Olhoff (eds.), Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 241-248.
10. **Osyczka, A.:** (1992), Computer Aided Multicriterion Optimization System - Software Package in FORTRAN, International Software Publishers, Cracow.
11. **Praca zbiorowa:** (1984), Metody optymalizacji w języku FORTRAN, PWN, Warszawa.
12. **Stadler, W. (ed.)** (1988), Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences, Plenum Press, New York, London.

Streszczenie

W pracy przedstawiono system komputerowy dla potrzeb optymalizacji wielokryterialnej, w którym metody programowania matematycznego zostały wykorzystane do rozwiązywania problemów komputerowego wspomaganie projektowania. Po omówieniu ogólnej koncepcji systemu przedstawiono opis metod optymalizacji jedno i wielokryterialnej zastosowanych w systemie. Przedstawiono sposób wprowadzania problemu optymalizacji do systemu oraz przykład zastosowania systemu.

COMPUTER AIDED MULTICRITERION OPTIMIZATION SYSTEM (CAMOS)

Summary

The paper describes a system which employs mathematical programming methods to treat computer aided optimum design problems of practical interest. After description of a general concept of the system the single and multicriterion optimization methods used in the system are presented. Then the way of introduction of the optimum design problem to the system is provided. Finally an application example is presented.

Witold M. PACZKOWSKI

POLIOPTYMALNE KSZTAŁTOWANIE GEOMETRII KOPUŁY SCHWEDLERA^{*)}

1. Wprowadzenie

Optymalne kształtowanie dużych konstrukcji budowlanych, pomimo niezwykle dynamicznego wzrostu mocy obliczeniowych dostępnych komputerów, jest nadal procesem długotrwałym. W pracy podjęto próbę poprawy istniejącego rozwiązania [5] przekrycia w postaci kopuły Schwedlera. Przeprowadzono analizę polioptymalizacyjną, rozpatrując trzy konfliktowe kryteria oceny oraz trzy zmienne decyzyjne opisujące geometrię konstrukcji. Zamiarem autorów nie było określenie w sposób ścisły zbioru rozwiązań Pareto [2] lecz wyznaczenie przybliżonego zbioru rozwiązań niezdominowanych, na podstawie którego można by wskazać konstrukcję preferowaną lepszą od wyjściowej. W takim ujęciu chodzi więc o znalezienie rozwiązania zadawalającego, to jest poprawiającego wartości przyjętych kryteriów oceny konstrukcji zaprojektowanej przez doświadczonego inżyniera bez wykorzystania analizy polioptymalizacyjnej [5].

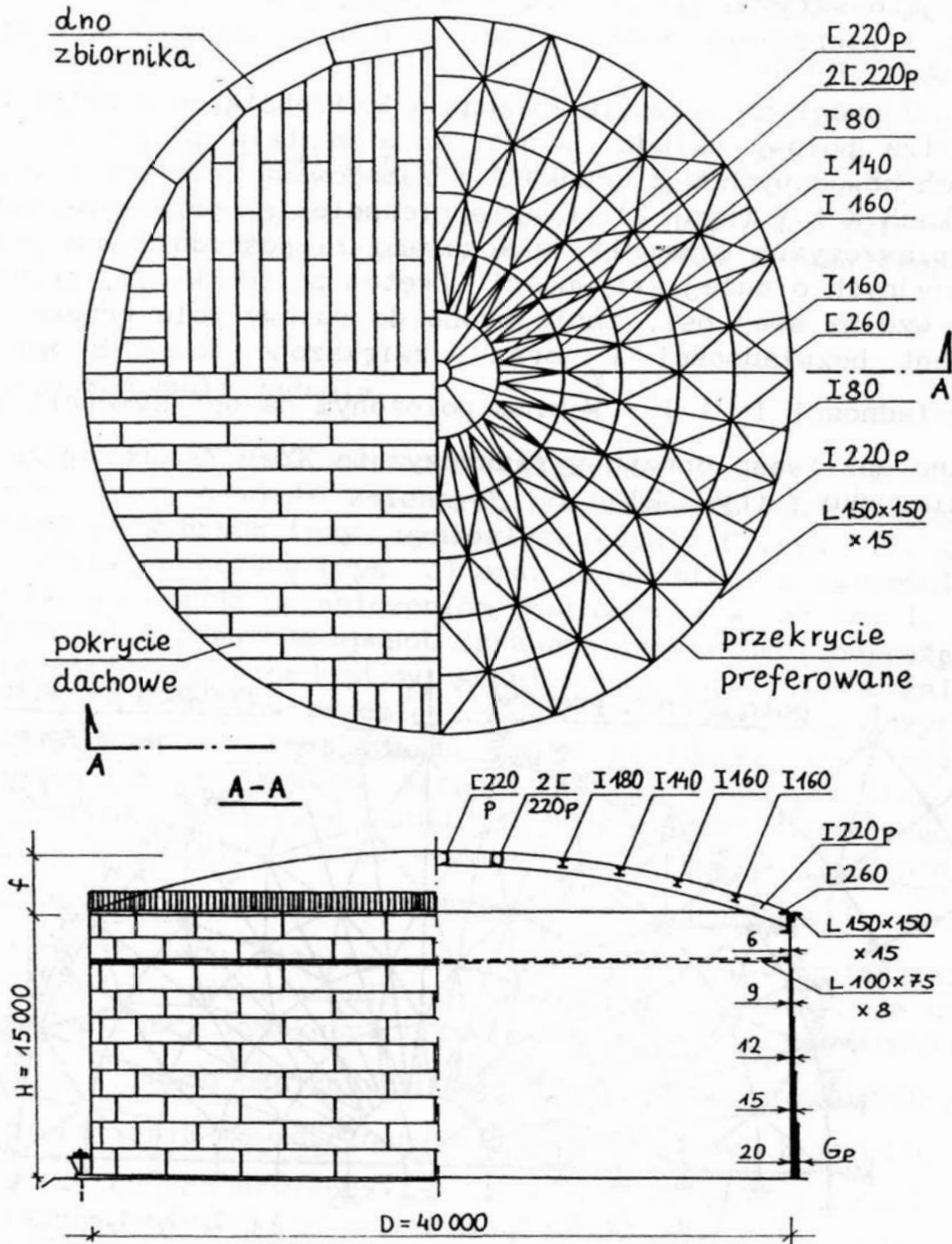
2. Przedmiot polioptymalizacji

Przedmiotem polioptymalizacji jest przekrycie nadziemnego, pionowo-cylindrycznego zbiornika na oleje [4] (rys. 1).

Parametry konstrukcji stałe podczas analizy to: średnica $D = 40$ m, wysokość cylindra $H = 15$ m, grubość blach poszczególnych cargo pobocznic $G_p = 6:20$ mm grubość pokrycia kopuły

Dr inż. Witold Paczkowski, Instytut Inżynierii Lądowej,
Politechnika Szczecińska

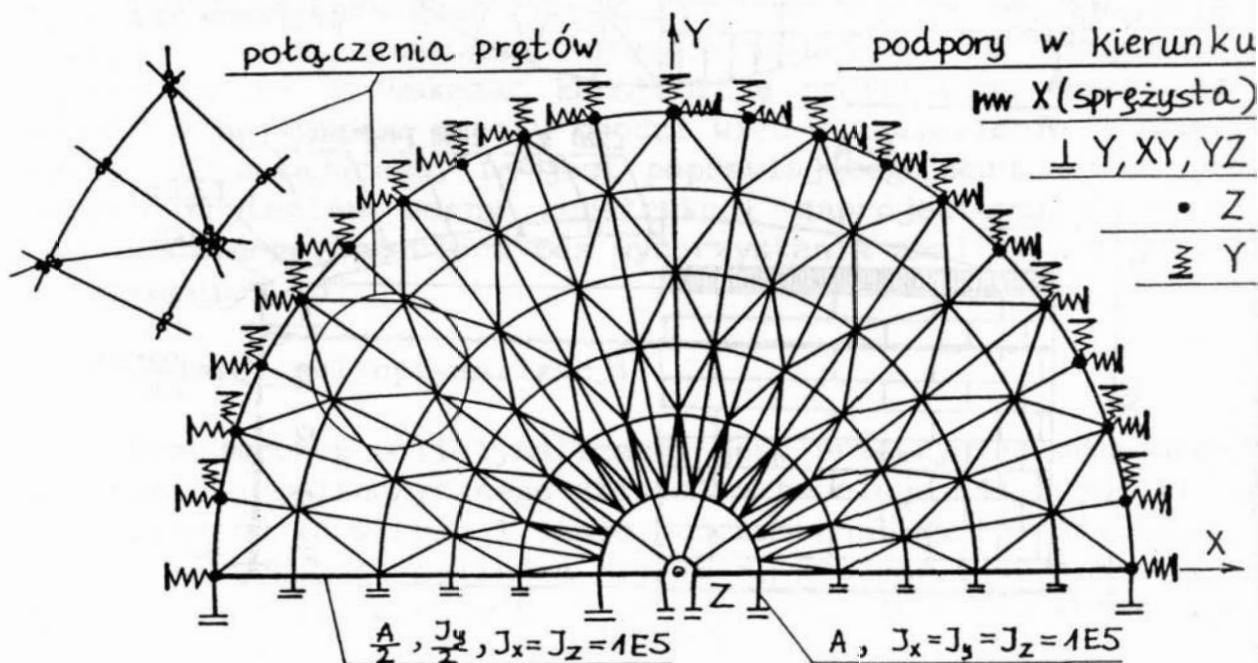
*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Polioptymalizacja i CAD'
Mielno 1991



Rys. 1. Konstrukcja zbiornika
 Fig. 1. Layout of a cylindrical storage tank

$G = 6\text{mm}$ i rodzaj układu prętów - kopuła Schwedlera. Przekrycie zbiornika składa się z ciągłych prętów południkowych, ciągłych pierścieni: zewnętrznego i dwóch wewnętrznych oraz prętów równoleżnikowych i krzyżulców. W modelu obliczeniowym przyjęto sztywne połączenia w węzłach dla prętów południkowych i pierścieni oraz przegubowe dla równoleżników i krzyżulców.

Z uwagi na symetrię konstrukcji i obciążeń możliwa była analiza połowy układu. Konstrukcja została podparta w węzłach obwodowych w kierunku Z i zamocowana sprężysto w kierunkach X i Y (rys. 2). Ciągłe pierścienie, przecięte myślowo płaszczyzną symetrii, zamocowano za pośrednictwem prętów fikcyjnych o dużej sztywności. Prętom południkowym, przeciętym wzdłuż swej osi, zmniejszono do połowy pole przekroju i moment bezwładności I_y oraz zwiększono do $1E+5$ momenty bezwładności I_x i I_z . Węzłom położonym na osi symetrii odebrano możliwość obrotu w płaszczyźnie XY i YZ oraz przesuwu w kierunku Y (rys. 2).



Rys. 2. Schemat obliczeniowy kopuły

Fig. 2. Structural model of the Schwedler's dome

Rozpatrywano 10 schematów obciążeń, z których określono dwie najniekorzystniejsze kombinacje ze względu na I i II stan graniczny. W pierwszej kombinacji - obciążeń charakterystycznych - znalazły się: obciążenie ciężarem własnym $\gamma_w = 7.85E-5 \text{ kN/cm}^3$, ciężarem pokrycia $C_p = 3.925E-5 \text{ kN/cm}^2$, śniegiem rozłożonym równomiernie $Q_k = 0.7E-4 \text{ kN/cm}^2$, parciem cieczy $\gamma_c = 9.1E-6 \text{ kN/cm}^3$, podciśnieniem $p_p = 0.5E-4 \text{ kN/cm}^2$ i równomiernym spadkiem temperatury $t_z - t_m = -30^\circ\text{C}$. W drugiej kombinacji - obciążeń obliczeniowych - najniekorzystniejsze okazały się powyższe schematy z pominięciem wpływu temperatury.

3. Sformułowanie zadania

Zadanie sformułowane i rozwiązywane zostało jako dyskretne. Spośród wielu zmiennych projektowych kształtujących przekrycie wybrano trzy: wyniosłość kopuły f (rys. 1), gęstość siatki prętów g (rys. 3) oraz układ stref sztywności s . Zmienne podlegają ograniczeniom zestawionym w tabelicy 1. Zależności 1:4 pokazują sposób sprawdzania warunków naprężeń i stateczności lokalnej stanu granicznego nośności, a zależności 5, 6 warunków przemieszczeń stanu granicznego użytkowania. Warunek 7 ogranicza do trzech liczbę kroków iteracji doboru przekrojów prętów. Warunki 8:11 wynikają z zastosowania programu STRAINS do obliczeń statycznych. Poszczególne symbole oznaczają: liczbę węzłów L_w , elementów L_e i podpór L_p . Warunek 11 wymusza konieczność takiej numeracji węzłów konstrukcji, aby różnica numerów dwóch węzłów połączonych elementem nie przekraczała 61. Warunki 12:16 zawierają dyskretne wartości wysokości przekrojów prętów: h_p - południkowych, h_r - równoleżnikowych, h_z - pierścienia zewnętrznego, h_w - pierścienia wewnętrznego i h_k - krzyżulców. W wyniku obliczeń wstępnych stwierdzono, że krzyżulce pełnią rolę usztywniającą konstrukcję przenosząc niewielkie siły, stąd ich niezmienny przekrój (I NP80). Warunek 17 opisuje analizowane gęstości podziału siatki prętów. Podział wyjściowy g_2 przyjęto jak w pracy [5] (rys. 1). Dyskretne wartości drugiej zmiennej decyzyjnej f zawiera warunek 18. Wyniosłość wyjściowa wynosi 3.25 m, jak w pracy [5]. Układ stref sztywności

może przyjmować cztery wartości ujęte w warunku 19.

Ograniczenia obszaru dopuszczalnego

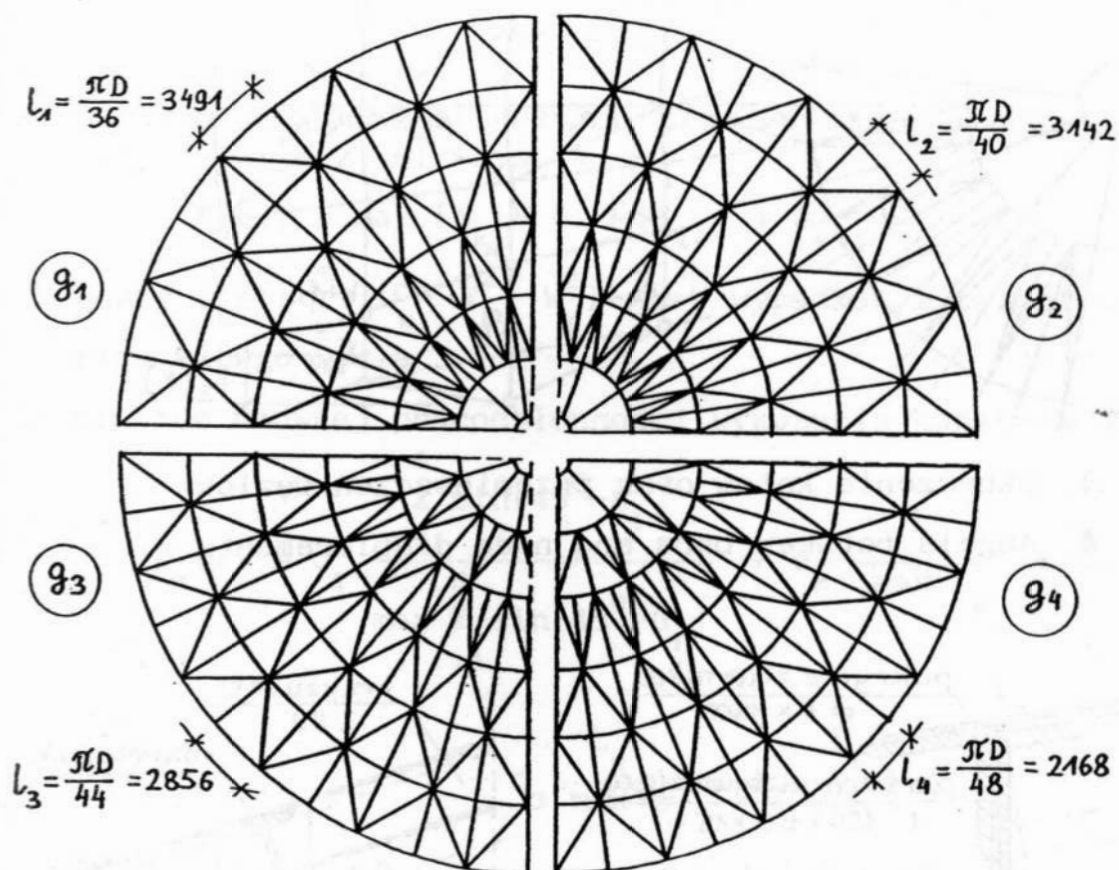
Tablica 1

Optimization constraints

Table 1

Ograniczenia projektowe	Ograniczenia technologiczne
$\sigma = \frac{N \cdot m}{A} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq 1.1 \cdot R \quad (1)$	$h_p \in \{ 140, 160, 180, 200, 220, 240 \text{mm} \} \quad (12)$
$\sigma = \frac{N \cdot m}{A} + \frac{M_y}{W_y} \leq R = 220 \text{ MPa} \quad (2)$	$h_r \in \{ 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 \text{mm} \} \quad (13)$
$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq 1.1 \cdot R \quad (3)$	$h_z \in \{ 260, 300 \text{mm} \} \quad (14)$
$\lambda = l_k / i_k \leq 250 \quad (4)$	$h_w \in \{ 220, 240, 260, 300 \text{mm} \} \quad (15)$
$u_{poz} \leq d/500 \quad (5)$	$h_k = 80 \text{ mm} \quad (16)$
$u_{pion} \leq d/300 \quad (6)$	$g \in \{ g_1, g_2, g_3, g_4 \} \quad (17)$ vide rys.3
Ograniczenia obliczeniowe	
$[K]_n \cdot \delta_n = \frac{P}{-n}, \quad 1 \leq n \leq 3 \quad (7)$	$f \in \{ 2.70, 2.75, \dots, 3.25, \dots, 3.60 \text{m} \} \quad (18)$
$L_w \leq 1000 \quad (8)$	$s \in \{ s_1, s_2, s_3, s_4 \} \quad (19)$
$L_e \leq 2000 \quad (9)$	$10^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ \quad (20)$
$L_p \leq 360 \quad (10)$	$\frac{N \cdot e}{W_y} \leq 0.02 \cdot R \quad (21)$
szerokość półpasma $\leq 61 \quad (11)$	konstrukcja węzłów vide rys. 5 (22)

W rozwiązaniu s_1 (startowym) pierścienie zewnętrzny i wewnętrzne wykonane są z ceowników, a pozostałe pręty z dwuteowników. W s_2 wszystkie pręty równoleżnikowe są ceownikami, a pozostałe dwuteownikami. Rozwiązania s_3 i s_4 różnią się od s_1 i s_2 tym, że posiadają zmienne przekroje prętów południowych. Z uwagi na koszt wykonania konstrukcji założono, że



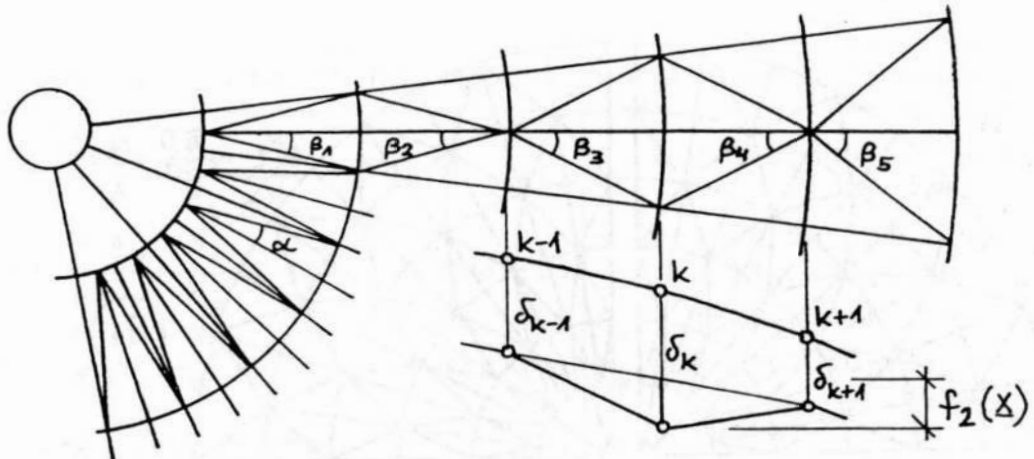
Rys. 3. Analizowane gęstości siatki prętów

Fig. 3. Mesh densities of a dome

południk może być zaprojektowany maksymalnie z dwóch różnych dwuteowników, przy czym wyższy przekrój zajmuje dwie skrajnie zewnętrzne części południka. Względy wykonawcze narzucają ograniczenie minimalnego kąta, jaki tworzą dwa zbiegające się pręty do $\alpha = 10^\circ$ (warunek 20) - rys. 4.

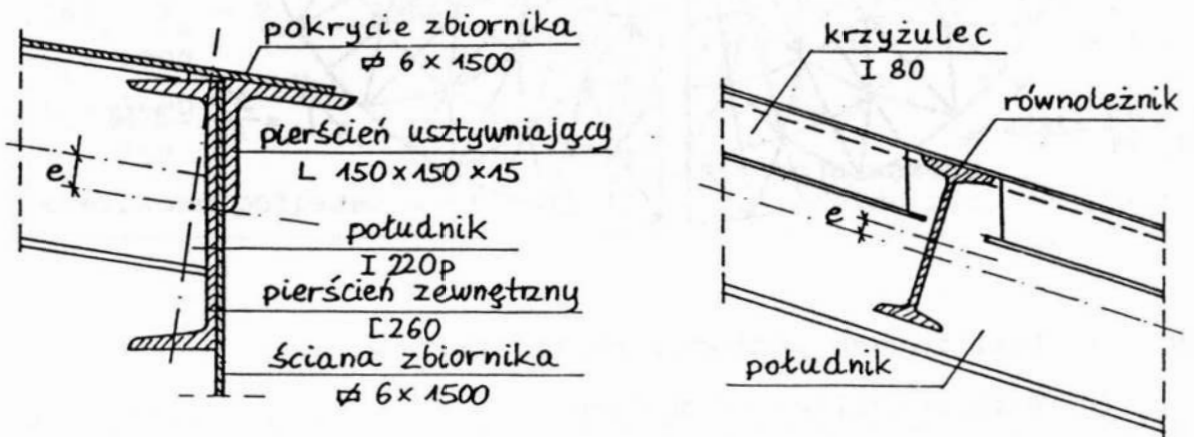
Ułożenie blachy pokrycia dachowego bezpośrednio na półkach prętów kopuły powoduje konieczność zastosowania mimośrodowego połączenia prętów. Jeżeli naprężenia od mimośrodowego działania sił są większe o 2% od naprężeń granicz-

nych R, tzn. warunek 21 nie jest spełniony, to w równaniach 1:3 do momentu w płaszczyźnie lokalnej xy dodaje się wartość momentu od mimosrodu N_{we} rys. 5. Warunek 22 ujmuje konieczność wykonania połączeń styku dwóch przekrojów południka poza węzłem, celem uniknięcia koncentracji naprężeń. Zawiera on także technologiczną konieczność licowania wszystkich prętów do powierzchni pokrycia kopuły (rys. 5).



Rys. 4. Oznaczenia kątów oraz przemieszczeń węzłów

Fig. 4. Angles between bars and node displacements



Rys. 5. Konstrukcja wybranych węzłów

Fig. 5. Structural modelling of the chosen nodes

Przyjęto trzy kryteria oceny konstrukcji:

- 1) minimum masy przekrycia i pokrycia dachowego przypadającej na 1m^2 rzutu poziomego

$$f_1(x) = \left[\sum_{i=1}^{L_e} A_i \cdot l_i + \pi G \left(\frac{D^2}{4} + f^2 \right) \right] \frac{4 \gamma_w}{\pi D^2}, \quad (23)$$

gdzie A_i oznacza pole przekroju, a l_i długość i-tego pręta

- 2) minimum maksymalnej różnicy przemieszczeń między trzema sąsiednimi węzłami (rys. 4)

$$f_2(x) = \max [\delta_k - 0.5 (\delta_{k-1} + \delta_{k+1})], \quad (24)$$

gdzie $\delta_k = \text{sqrt}(U_k^2 + V_k^2 + W_k^2)$ jest wypadkowym przemieszczeniem k-tego węzła

- 3) minimum umownej pracochłonności wykonania konstrukcji

$$f_3(x) = c_1 \frac{\sum_{i=1}^5 \sin(45^\circ - \beta_i)}{\max_{i=1} \sum \sin(45^\circ - \beta_i)} + c_2 \frac{L_s}{\max L_s} + \quad (25)$$

$$+ c_3 \frac{L_w}{\max L_w} + c_4 \frac{L_r}{\max L_r},$$

gdzie:

wektor wag $\underline{c} = [0.1, 0.25, 0.6, 0.05]$, $\sum_{i=1}^4 c_i = 1.0$,

β_i oznacza kąt pomiędzy południkiem a krzyżulcem (rys. 4)

L_s - liczbę stref sztywności, L_r - liczbę katalogów prętów.

Funkcja $f_3(x)$ jest unormowana do przedziału $(0,1)$.

4. Analiza polioptymalizacyjna

Analiza polioptymalizacyjna była wykonywana w trzech etapach. W pierwszym wyznaczono minima poszczególnych funkcji celu, a więc rozwiązano trzy zadania jednokryterialne. W drugim etapie wyznaczono zbiór rozwiązań niezdominowanych, a w trzecim dokonano wyboru rozwiązania preferowanego.

Minima funkcji celu wyznaczono metodą ortogonalno-dia-
gonalną [3]. Punktem startowym analizy była konstrukcja $\underline{x}_0 =$
[f, g, s] = [325, g_2 , s_1]. Najmniejszą masę ma przekrycie
 $\underline{x}_{(1)}^v = [300, g_2, s_4]$, najlepiej zabezpieczona przed możliwo-
ścią przeskoku jest konstrukcja $\underline{x}_{(2)}^v = [360, g_2, s_4]$, a najko-
rzystniejsza w wykonaniu jest kopuła $\underline{x}_{(3)}^v = [360, g_1, s_1]$. Ze
sprzeczności kryteriów wynika rozmieszczenie minimów funkcji
celu na przeciwległych ograniczeniach obszaru dopuszczalnego
(rys. 6b).

W drugim etapie, którego wyniki opracowano graficznie
na rys. 6 oraz zestawiono w tablicy 2, wyznaczono zbiór ocen
niezdominowanych Y_{ND} i odpowiadający mu zbiór rozwiązań nie-
zdominowanych X_{ND} . Ocenie poddano jedynie konstrukcje anali-
zowane w I etapie. Wyznaczone zbiory Y_{ND} i X_{ND} stanowią pew-
ne przybliżenie panującej sytuacji konfliktowej. Rzeczywisty
zbiór rozwiązań niezdominowanych jest zapewne bardziej liczy-
ny, ale nie zmniejsza to w zasadniczy sposób efektów
osiągniętych w drodze analizy poliopymalizacyjnej.
Porównanie ścisłego $Y_{ND}(s)$ i przybliżonego $Y_{ND}(p)$ zbioru
ocen kompromisowych, dla przykładowego zadania dwuwymiarowe-
go pokazano na rys. 7.

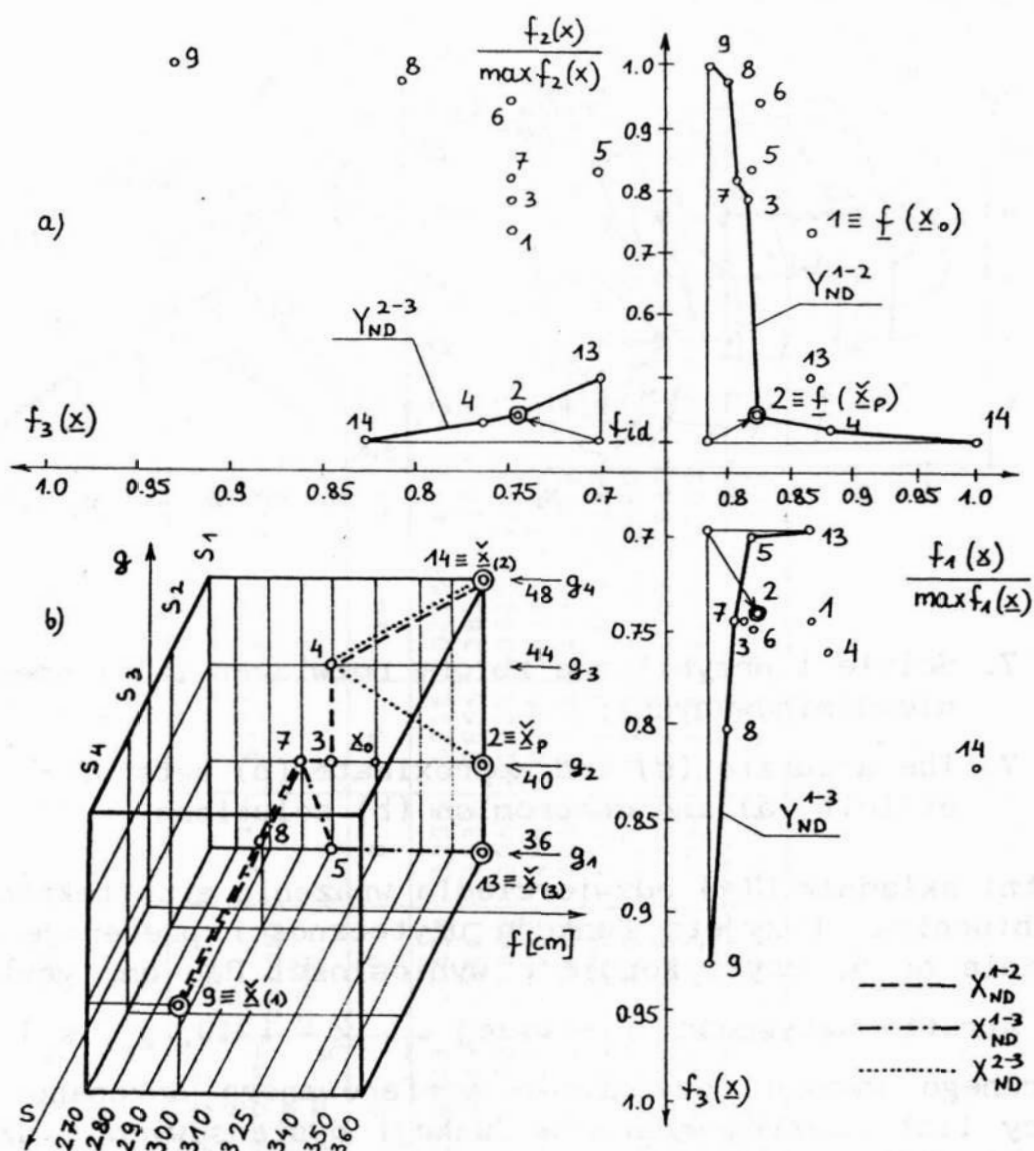
W trzecim etapie określono rozwiązanie preferowane za-
dania metodą funkcji dystansowych i funkcji użyteczności -
[2].

Funkcje $f_1(\underline{x})$ i $f_2(\underline{x})$ unormowano do przedziału (0, 1), unie-
zależniając się od jednostek. Funkcje dystansowe opisują od-
ległość punktu idealnego \underline{y}_{id} od poszczególnych ocen niezdo-
minowanych

$$F^{(p)}(\underline{f}) = \left\{ \sum_j \left[\frac{f_j(\underline{x}_{ND}^v)}{\max f_j(\underline{x}_{ND}^v)} - \min \frac{f_j(\underline{x}_{ND}^v)}{\max f_j(\underline{x}_{ND}^v)} \right]^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$j \in \{1, 2, 3\}, \quad p \in \{1, 2, \infty\}. \quad (26)$$

Analiza wyników wykazała (tablica 2), że niezależnie od -
przyjętej normy odległości ($p = 1, 2, \infty$) rozwiązanie nr 2 -
jest najlepsze (rys. 6). Jest to kopuła o wyniosłości 360 -
cm, gęstości siatki g_2 i strefie sztywności pierwszej, $\underline{x}_d^v =$
[360, g_2 , s_1].



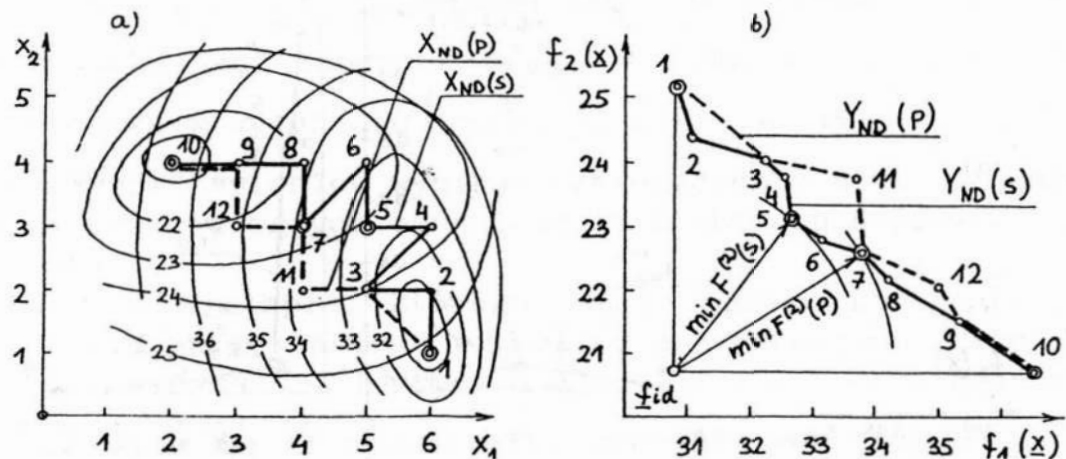
Rys. 6. Zbiór ocen i rozwiązań niezdominowanych zadania

Fig. 6. The set of efficient and compromise solutions

Funkcję użyteczności przyjęto w postaci unormowanej:

$$U(\underline{x}) = c_{u1} \cdot f_1(\underline{x}) + c_{u2} \cdot f_2(\underline{x}) + c_{u3} \cdot f_3(\underline{x}) + c_{u4} \cdot \frac{f}{\max f}, \quad (27)$$

gdzie wektor wag $\underline{c}_u = [0.40, 0.05, 0.45, 0.10]$



Rys. 7. Ścisłe i przybliżone zbiory rozwiązań (a) i ocen (b) niezdominowanych

Fig. 7. The accurate (s) and approximate (p) sets of - efficient (a) and compromise (b) solutions

Ostatni składnik $U(\underline{x})$ odzwierciedla wrażenie architektoniczne zbiornika. Przyjęta funkcja użyteczności preferuje rozwiązanie nr 5, czyli kopułę o wyniosłości 310 cm, gęstości g_1 i strefie sztywności pierwszej s_1 , $\underline{x}_u^v = [310, g_1, s_1]$. Ostatecznego wyboru rozwiązania preferowanego dokonano przy pomocy list rankingowych dla funkcji dystansowych i użyteczności. Kolumny 12 : 15 mogą być traktowane jako oceny ekspertów, którzy najlepszej konstrukcji przyznawali 1 punkt, a najgorszej 10. Oceny te traktowane są z tą samą wagą, więc minimalna wartość w kolumnie 16 to rozwiązanie preferowane. Kopuła optymalna ze względu na przyjęte kryteria charakteryzuje się wyniosłością 360 cm, gęstością podziału siatki prętów g_2 i strefą sztywności s_1 , $\underline{x}_p^v = \underline{x}_d^v = [360, g_2, s_1]$.

Rozwiązanie preferowane jest o 5.6 % lżejsze od startowego, o 39.5 % bardziej sztywne i 0.03 % mniej pracochłonne w wykonaniu. Nastąpiła poprawa wszystkich funkcji celu, zatem ze względu na przyjęte kryteria konstrukcja preferowana \underline{x}_p^v jest lepsza od startowej \underline{x}_o .

Zbiór rozwiązań niezdominowanych i rozwiązanie preferowane
Tabela 2.

The set of Pareto optimal solutions and the preferable solution
Table 2

nr roz- wią- zań za- nia	wy- nio- słość f [cm]	gę- stość po- dzia- łu g s	stre- fa szy- wno- ści s	masa [$\frac{kg}{m^2}$]	prze- mie- szcze- nie [cm]	pra- co- chłon- ność	F(1)	F(2)	F(∞)	U(X)	Ranking				
											F(1)	F(2)	F(∞)	U(X)	su- ma
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2 = \bar{X}_p	360	40	1	13.8014	0.88549	.7439	.1235	.0716	.0455	.7875	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	5	<u>8</u>
3	310	40	1	13.7506	1.57149	.7441	.4538	.3866	.3831	.7861	5	7	6	3	21
4	310	44	1	14.2263	0.82380	.7602	.1967	.1202	.0618	.8043	3	2	2	6	13
5	310	36	1	13.8740	1.67418	.7004	.4691	.4355	.4343	.7721	7	9	8	<u>1</u>	25
7	300	40	1	13.6513	1.65271	.7441	.4882	.4265	.4236	.7829	8	8	7	2	25
8	300	40	2	13.5144	1.93963	.8024	.6809	.3320	.5666	.8129	9	5	9	8	31
9	300	40	4	13.3512	2.00672	.9260	.8276	.6417	.6000	.8660	10	10	10	9	39
13	360	36	1	14.6182	1.00336	.6984	.1796	.1278	.1000	.7871	2	3	3	4	12
14	360	48	1	16.8103	0.80269	.8234	.3350	.2444	.2100	.8905	4	4	4	10	22
1 = \bar{X}_o	325	40	1	14.6182	1.46336	.7441	.4545	.3418	.3292	.8094	6	6	5	7	24

5. Uwagi końcowe

W pracy wykazano, że rozwiązanie zaproponowane przez doświadczonego projektanta można poprawić, stosując nowoczesne narzędzia i metody analizy. W obliczeniach wykorzystano niezależne programy obliczeniowe wspomagające proces projektowania, przez co sumaryczny czas analizy był dość długi, a osiągnięty rezultat jedynie zadowalający. Połączenie programów prowadzących analizę statyczną i projektowanie z programami optymalizacyjno-eksperymentalnymi w jeden system znacznie przyspieszyłoby cały proces, a uzyskane rozwiązania mogłyby być ścisłe.

Literatura

1. **Gryszkiewicz M.:** Podręcznik użytkownika systemu "Mikro-Strains" Percomp, Warszawa.
2. **Jendo S.:** Multiobjective Optimization. in Save M. and Prager W. (eds.): Structural Optimization, vol 2: Mathematical Programming Plenum Press, New York, London, 1990, pp.311-342.
3. **Paczkowski W.M.:** OPTIM - Nonlinear Discrete Optimization Program. X Polish Conf. "Computer Methods in Mechanics", Świnoujście 1991, pp.607-614.
4. **Ziółko J.:** Zbiorniki metalowe na ciecze i gazy. Arkady, Warszawa 1970.
5. **Zyburłowicz A.:** Album konstrukcji stalowych. Arkady, Warszawa 1975.

Streszczenie

W pracy przeprowadzono analizę polioptymalizacyjną kopuły Schwedlera przekrywającej cylindryczny zbiornik na olej. Przyjęto trzy kryteria optymalizacji oceniające masę, sztywność i pracochłonność wykonania konstrukcji oraz trzy zmienne decyzyjne opisujące geometrię kopuły. Wyznaczono rozwiązanie zadowalające i porównano je z zaprojektowanym przez doświadczonego projektanta.

MULTICRITERION OPTIMIZATION OF GEOMETRY SCHWEDLER'S DOME

Summary

The paper deals with multicriterion discrete optimization of frame structures known as Schwedler's dome, used for covering cylindrical oil storage tanks. Mass, stiffness and labor cost of structure are taken as optimization criteria. A height of dome, mesh density of bar net and system of stiffness zones are chosen as discrete design variables. A satisfied solution has been found and compared with the solution taken from experience.

Witold M. PACZKOWSKI

DYSKRETNA POLIOPTYMALIZACJA DUŻYCH UKŁADÓW^{*)}
KONSTRUKCYJNYCH Z WYKORZYSTANIEM DEKOMPOZYCJI

1. Wprowadzenie

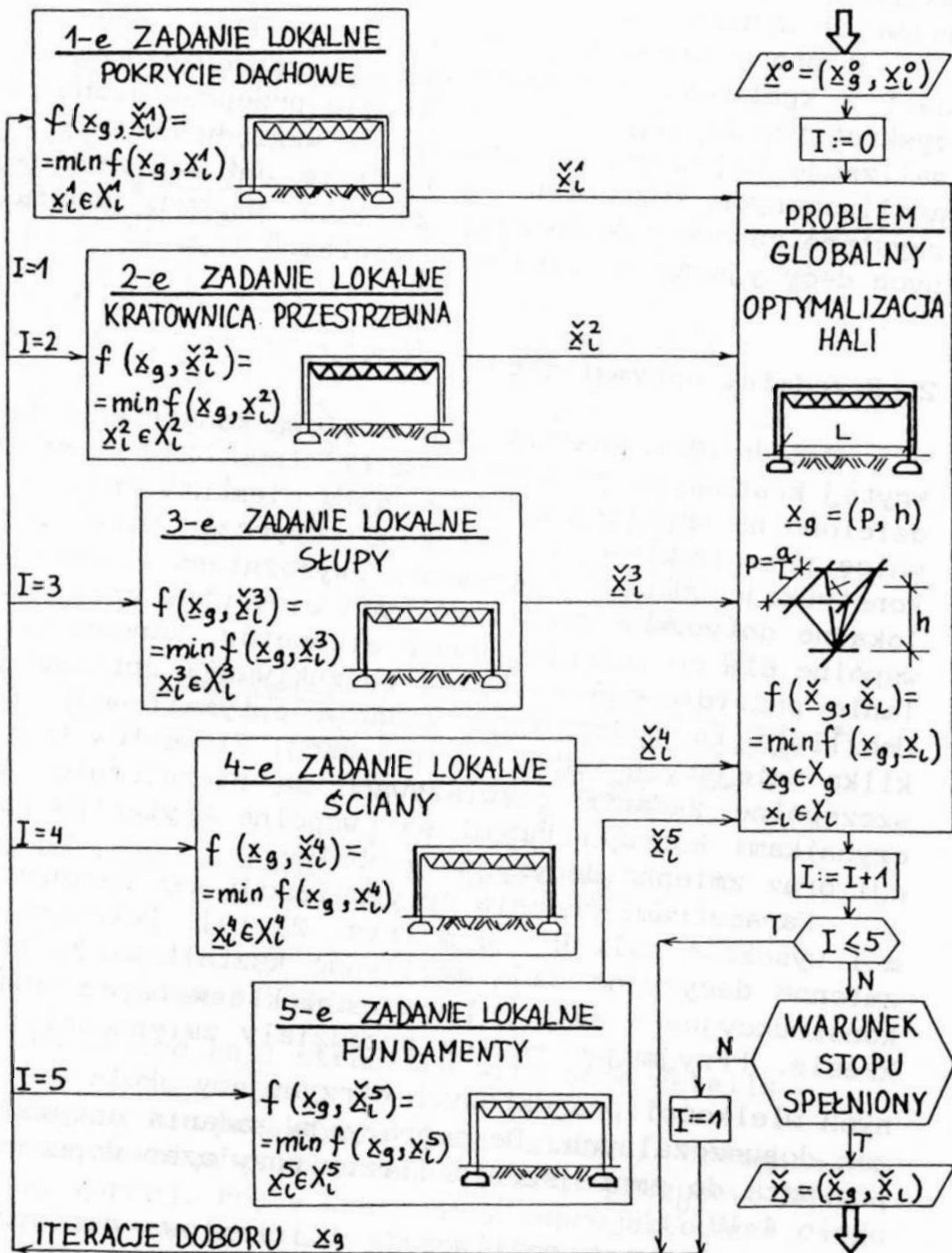
Konstrukcja budowlana złożona jest najczęściej z dużej liczby elementów. W tradycyjnym projektowaniu kształtuje się poszczególne elementy niezależnie, uwzględniając jedynie oddziaływania pomiędzy nimi. Poszukiwanie najkorzystniejszego rozwiązania układu wymaga analizy znacznej liczby wielkości projektowych, indywidualnie wpływających na współpracujące ze sobą elementy konstrukcji. Ich zmienność można opisać różnymi funkcjami, co prowadzi do powstania wielu niezależnych zadań optymalizacji. W wyniku rozwiązania każdego z nich uzyskuje się konstrukcję najlepiej spełniającą określone kryterium optymalizacji. Poszczególne optima najczęściej nie pokrywają się ze sobą, a często leżą na przeciwległych ograniczeniach obszaru dopuszczalnego [6], przez co wybór najkorzystniejszego rozwiązania jest utrudniony. Niektóre z kryteriów optymalizacji, opisujące jednakową właściwość, np. masę lub koszt konstrukcji, można ze sobą sumować [3], uzyskując przez to zmniejszenie liczby niezależnych rozwiązań. Niekiedy analizuje się globalną funkcję celu, którą najczęściej jest koszt konstrukcji [3, 5]. Daje to zadowalające wyniki w przypadku prawidłowego określenia współczynników kosztu. Analiza kryterium globalnego złożonego z wielu funkcji lokalnych prowadzi do powstania zadań, których rozwiązanie wymaga dużego nakładu pracy.

W praktycznych przypadkach projektanta interesuje konstrukcja, która najlepiej spełnia warunki określone przez wiele nieporównywalnych ze sobą kryteriów (masa, przemieszczenia, koszt, częstość i amplituda drgań, bezpieczeństwo, niezawodność, energia sprężysta, nośność, technologiczność, funkcjonalność itp.). Proces poszukiwania takiego rozwiąza-

Dr inż. Witold Paczkowski, Instytut Inżynierii Lądowej,
Politechnika Szczecińska

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Polioptymalizacja i CAD'
Mielno 1991

nia, zwany polioptymalizacją, był przedmiotem wielu prac [4, 5, 8]. W zasadniczej części znanych rozwiązań proponowane



Rys. 1. Dekompozycja i koordynacja zadania optymalizacji

Fig. 1. Flow diagram of the hall decomposition into subsystems

algorytmy dotyczą ciągłych funkcji celu, co jest sprzeczne ze specyfiką konstrukcji budowlanych, będących z natury rzeczy obiektami dyskretnymi. Analiza ciągłych kryteriów optymalizacji nie daje w tym przypadku gwarancji uzyskania poprawnych wyników [2].

W pracy przedstawiono wyniki analizy optymalizacyjnej hali z kratownicą przestrzenną, przeprowadzonej dla kilku dyskretnych funkcji celu. Następnie przeprowadzono polioptymalizację tej samej konstrukcji ze względu na trzy wybrane z analizowanych kryteriów. W analizie optymalizacyjnej wykorzystano zasadę dekompozycji obiektu, poprzez podział zmiennych decyzyjnych na lokalne i globalne (rys.1).

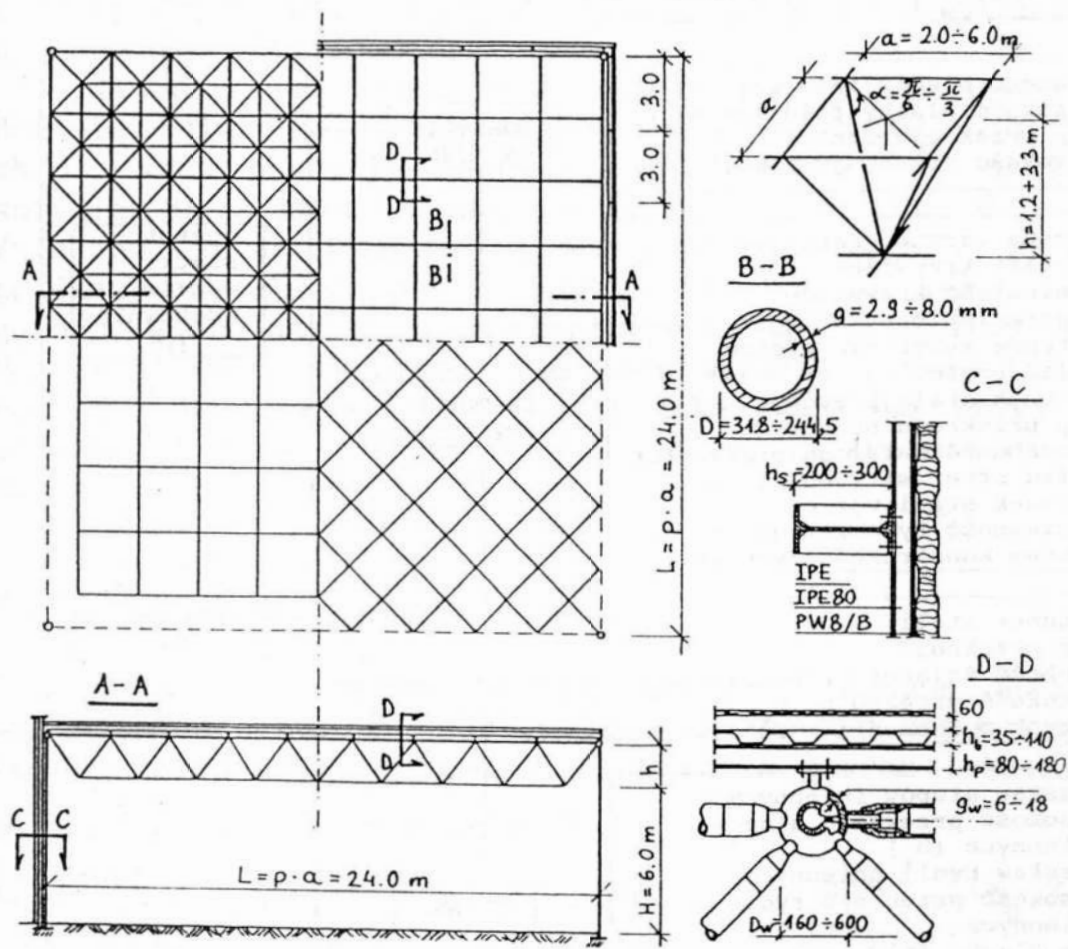
2. Przedmiot optymalizacji

Przedmiotem analizy jest stalowa konstrukcja hali przekrytej kratownicą przestrzenną [7] (rys. 2). Konstrukcję podzielono na współpracujące ze sobą elementy (rys. 1): kratownicę przestrzenną, konstrukcję wsporczą, pokrycie dachowe, konstrukcję ścian i fundamenty. Wyróżniono zmienne decyzyjne lokalne dotyczące poszczególnych elementów oraz globalne, - wspólne dla co najmniej dwóch elementów, zapewniające określanie prawidłowego kierunku poszukiwania optimum (rys. 3). Umożliwia to podzielenie zadania optymalizacji obiektu na kilka mniejszych zadań optymalizacji elementów (rys. 1). Poszczególne zadania rozwiązywane są niezależnie, przy czym czynnikami koordynującymi są: wspólne kryterium optymalizacji oraz zmienne decyzyjne globalne.

Parametrami zadania optymalizacji są: rozpiętość $L = 24$ m i wysokość hali $H = 6$ m (rys. 2) [8]. Pokazane na rys. 2 zmienne decyzyjne dają możliwość kształtowania rozwiązań - konstrukcyjno - materiałowych obiektu w bardzo szerokim zakresie. Przyjmując realne przedziały zmienności poszczególnych wielkości projektowych otrzymujemy około $4 \cdot 10^{20}$ rozwiązań dopuszczalnych. Dekompozycja zadania optymalizacji doprowadza do zmniejszenia liczby rozwiązań dopuszczalnych do około $4 \cdot 10^{10}$.

Biorąc pod uwagę możliwości obliczeniowe dostępnych maszyn cyfrowych analiza tak sformułowanego zadania nie byłaby możliwa. Dlatego w pokazanym dalej przykładzie liczbę zmiennych globalnych ograniczono do dwóch, a liczbę zmiennych lokalnych do maksimum trzech. Analizowane zmienne decyzyjne zaznaczono na rys. 3 odpowiednimi symbolami. Całkowicie zre-

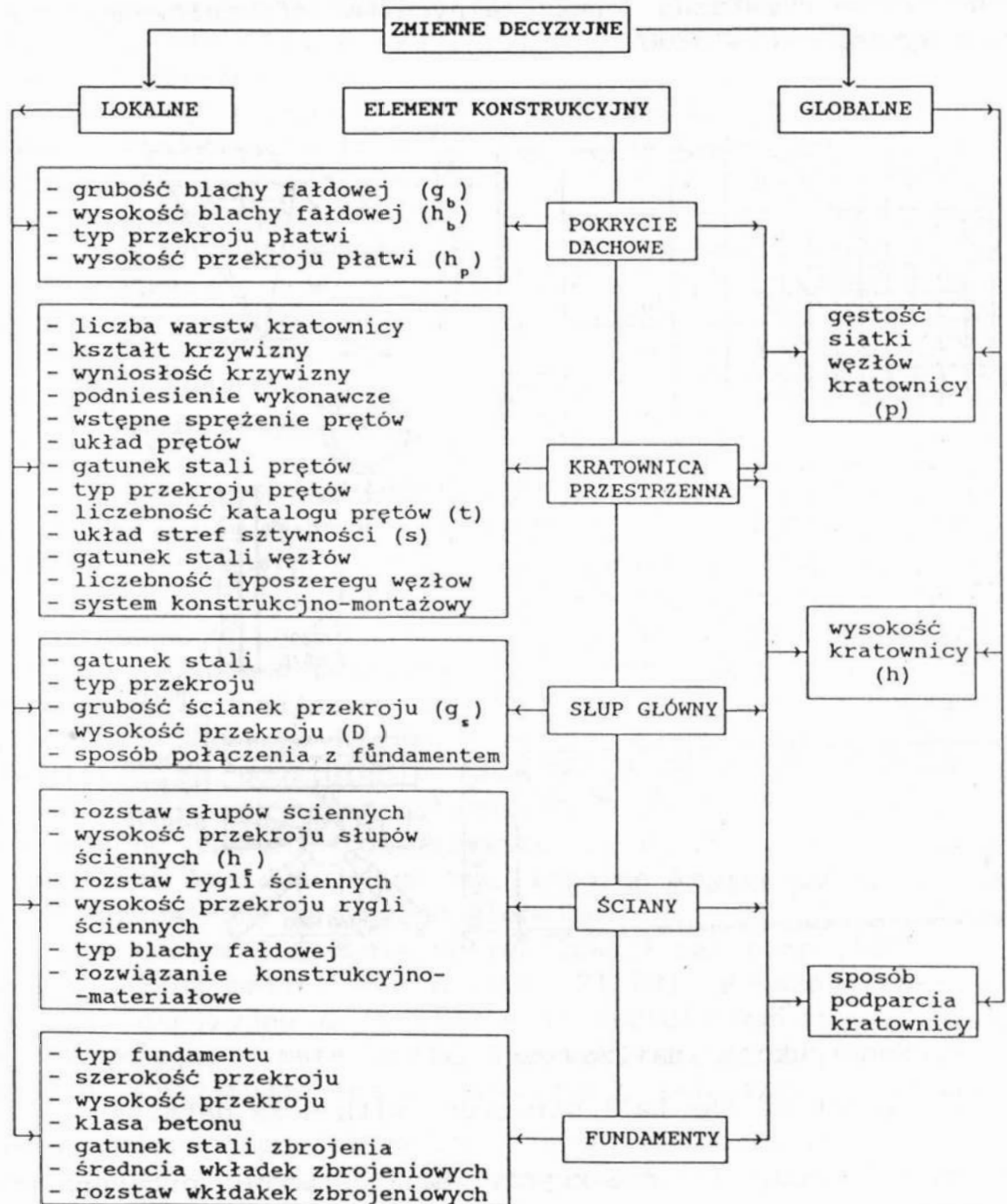
zrynowano z projektowania posadowienia konstrukcji, gdyż bardzo silnie zależy ono od indywidualnych warunków gruntowych. Liczba rozwiązań dopuszczalnych tak sformułowanego zadania wynosi około 3200.



Rys. 2. Konstrukcja analizowanej hali

Fig. 2. Sketch of the hall structure with some details

Zdecydowano, że przekrycie hali stanowi ortogonalna dwuwarstwowa kratownica przestrzenna oparta przgubowo w narożach warstwy górnej. Pręty kratownicy zaprojektowano z rur walcowanych na gorąco ze stali R35. Typoszereg prętów składający się maksymalnie z 33 przekrojów został uporządkowany wg rosnącego pola powierzchni, przy jednoczesnym zachowaniu wzrastającej wielkości siły krytycznej. Rozwiązanie węzła przyjętego jak w systemie Okta-S. Średnice zewnętrzne 7 kul (rys. 1) dostosowano do średnicy dochodzących prętów i



Rys. 3. Zmienne decyzyjne zadania

Fig. 3. Decomposition of design variables

kątów między nimi. Słupy główne zaprojektowano z rur walcowanych, a słupy i rygle ścian z dwuteowników ekonomicznych. Pokrycie dachowe stanowi stalowa blacha trapezowa ocieplona wełną mineralną i zabezpieczona potrójną warstwą papy. Węzłowe przekazywanie się sił z płyt dachowych na węzły kratownicy zapewniono dzięki zastosowaniu płatwi wykonanych z walcowych profili dwuteowych.

Na obiekt działają obciążenia pionowe i poziome. Składowymi obciążeniami pionowego są: masa kratownicy $0.15:2.40 \text{ kN/m}^2$, masa pokrycia dachowego $0.5:0.65 \text{ kN/m}^2$, obciążenie śniegiem 0.72 kN/m^2 i obciążenie technologiczne 0.5 kN/m^2 . Założono, że obciążenia od pokrycia dachowego i od śniegu przekazywane są w postaci sił skupionych na węzły warstwy górnej, a obciążenie technologiczne na węzły warstwy dolnej. Masę kratownicy skupiono w węzłach warstwy górnej i dolnej. Poziome obciążenia od wiatru przekazywane są przez płyty ściennie na rygle i słupy ścian, a dalej na kratownicę i fundamenty.

3. Sformułowanie zadania

Zadanie optymalizacji wykorzystujące zasadę dekompozycji można sformułować następująco: wyznaczyć dopuszczalny wektor zmiennych decyzyjnych globalnych \underline{x}_g oraz lokalnych $\underline{x}_1^{(i)}$ minimalizujący funkcję celu $f(\underline{x})$

$$f(\underline{x}) = f(\underline{x}_g, \underline{x}_1) = \min_{\substack{\underline{x}_g \in X_g \\ \underline{x}_1 \in X_1}} \min_{\substack{\underline{x}_g \in X_g \\ \underline{x}_1^{(i)} \in X_1^{(i)}}} \sum_{i=1}^4 f(\underline{x}_g, \underline{x}_1^{(i)}), \quad (1)$$

gdzie X_g, X_1 są globalnym i lokalnym obszarem dopuszczalnym:

$$X_g = \{ \underline{x}_g : g_g(\underline{x}_g) < \underline{0} \wedge \underline{x}_g \in C \}, \quad (2.1)$$

$$X_1^{(i)} = \{ \underline{x}_1^{(i)} : g_1^{(i)}(\underline{x}_g, \underline{x}_1^{(i)}) < \underline{0} \wedge \underline{x}_1^{(i)} \in C \}, \quad (2.2)$$

$$\bigcup_{i=1}^4 X_1^{(i)} = X_1, \quad \bigcup_{i=1}^4 X_1^{(i)} = X_1, \quad (X_g \cup X_1) \subset X. \quad (2.3)$$

Analizę optymalizacyjną przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym analizowano osiem zadań jednokryterialnych. W drugim spośród analizowanych funkcji wybrano trzy i przepro-

wadzano analizę polioptymalizacyjną, wyznaczając zbiór Pareto [1, 5] i rozwiązanie preferowane.

W analizie optymalizacyjnej poszukuje się minima następujących funkcji celu:

$$f_1(\underline{x}) = \frac{\gamma}{L^2} \sum_{kp=1}^{Lp} l_{kp} \cdot A_{kp}, \quad (3.1)$$

$$f_2(\underline{x}) = \frac{\gamma}{L^2} \sum_{kw=1}^{Lw} V_{kw}, \quad (3.2)$$

$$f_3(\underline{x}) = \frac{1}{L^2} \sum_{k=1}^6 M_k, \quad (3.3)$$

$$f_4(\underline{x}) = f_1(\underline{x}) + f_2(\underline{x}), \quad (3.4)$$

$$f_5(\underline{x}) = f_1(\underline{x}) + f_2(\underline{x}) + f_3(\underline{x}), \quad (3.5)$$

$$f_6(\underline{x}) = \Delta_{\max}, \quad (3.6)$$

$$f_7(\underline{x}) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{kw=1}^{Lw} P_{kw} \cdot \Delta_{kw}, \quad (3.7)$$

$$f_8(\underline{x}) = \frac{p^2 + (p+1)^2}{40} \cdot a^2 \cdot \left[1 + \left| \sin\left[\frac{\pi}{4} - \alpha\right] \right| \right] \cdot (1 - 0.4 \cdot e^{-0.35t}) \cdot (0.005 \cdot b + 0.9) \cdot (0.005 \cdot c + 0.94) \cdot (0.005 \cdot d + 0.96), \quad (3.8)$$

gdzie:

$f_1(\underline{x})$ - masa prętów kratownicy,

$f_2(\underline{x})$ - masa węzłów kratownicy,

$f_3(\underline{x})$ - masa stalowych elementów konstrukcji wsporczej i obudowy hali,

$f_4(\underline{x})$ - masa kratownicy (prętów i węzłów),

$f_5(\underline{x})$ - masa konstrukcji i stalowych elementów obudowy hali,

$f_6(\underline{x})$ - maksymalne przemieszczenie pionowe węzła kratownicy,

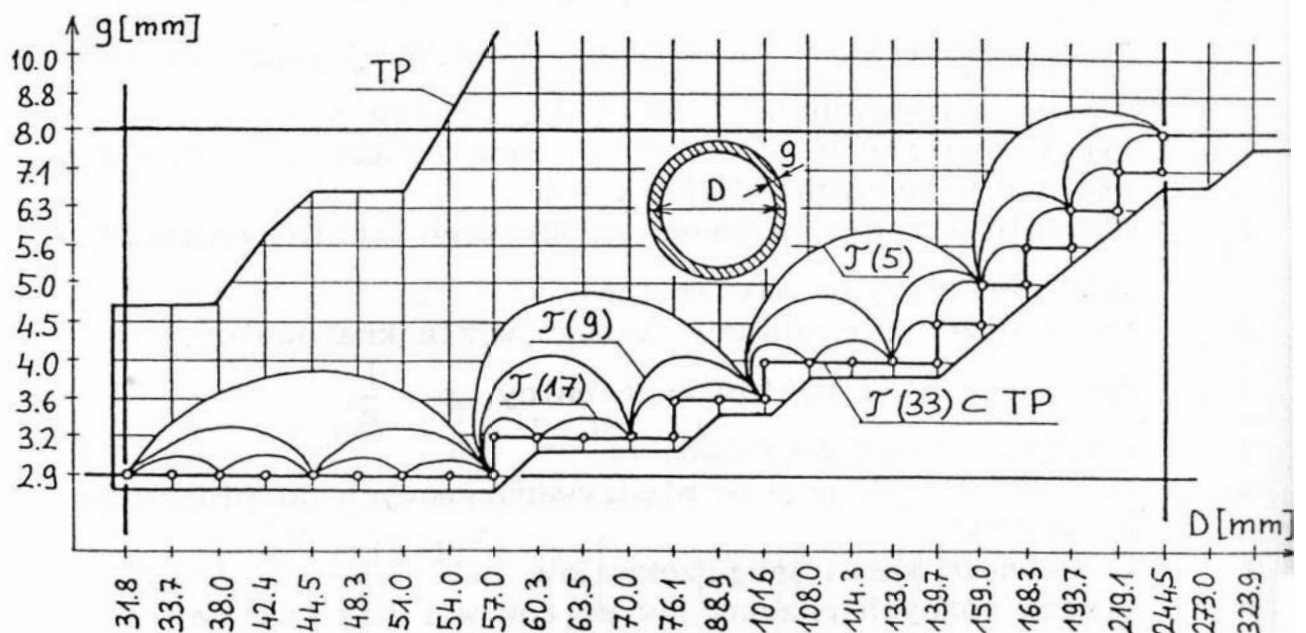
- $f_7(\underline{x})$ - energia sprężysta kratownicy,
 $f_8(\underline{x})$ - umowny koszt wykonania konstrukcji,
 \underline{x} - wektor zmiennych decyzyjnych $\underline{x} = [\underline{x}_g, \underline{x}_1]^T$,
 γ - masa właściwa stali, $\gamma = 7850 \text{ kg/m}^3$,
 A_{kp} - pole przekroju poprzecznego k-tego pręta kratownicy,
 l_{kp} - długość k-tego pręta kratownicy,
 L - rozpiętość kratownicy, $L = 24 \text{ m}$,
 L_p - liczba prętów kratownicy $L_p \in \langle 128, 1152 \rangle$,
 V_{kw} - objętość materiału k-tego węzła kratownicy,
 L_w - liczba węzłów kratownicy $L_w \in \langle 41, 313 \rangle$,
 M_k - masa płatwi ($k = 1$), blachy trapezowej pokrycia ($k = 2$),
słupów narożnych hali ($k = 3$), słupów ściennych ($k = 4$),
rygli ściennych ($k = 5$), masa stali w ocieplanych
płatach ściennych PW8/B ($k = 6$),
 Δ_{\max} - przemieszczenie pionowe środkowego węzła kratownicy
(przemieszczenie maksymalne),
 Δ_{kw} - przemieszczenie pionowe k-tego węzła kratownicy,
 p - gęstość siatki węzłów kratownicy, $p = \frac{L}{a}$,
 a - odległość międzywęzłowa,
 α - kąt nachylenia prętów międzywarstwowym do płaszczyzny warstw,
 t - liczebność katalogu przekrojów,
 b - liczba różnych przekrojów prętów w i-tej kratownicy,
 c - maksymalna liczba różnych przekrojów prętów w warstwie i-tej kratownicy,
 d - maksymalna liczba różnych przekrojów prętów zbiegających się w jednym węzle kratownicy,

Obszar dopuszczalny zadania wyznaczony jest przez ograniczenia zestawione w tabelicy 1. Przyjęto tu następujące - oznaczenia:

- σ_k - naprężenia w k-tym pręcie kratownicy: σ_{ks} - ściskanym,
 σ_{kr} - rozciągany),
 N_k - siła w k-tym pręcie kratownicy,
 m_{wk} - współczynnik wyboczeniowej k-tego pręta ściskanego,
 A_k - przekrój k-tego pręta: A_{kn} - netto, A_{kb} - brutto,

λ_k - smukłość k-tego pręta,
 i_k - promień bezwładności przekroju k-tego pręta,
 R - wytrzymałość obliczeniowa,
 u - liczba iteracji projektowania kratownicy,
 C - zbiór liczb całkowitych.
 $T(t)$ - typoszereg przekrojów o liczebności t ,
 Pozostałe oznaczenia pokazano na rysunkach 1, 2, 4 i 5.

Sposób tworzenia typoszeregów przekrojów poprzecznych prętów kratownicy przedstawia rys. 4. Z typoszeregu podstawowego o liczebności $t = 33$ wybierany jest co 2 ($t=17$), co 3 ($t=9$) i co 8 ($t=5$) przekrój.



Rys. 4 Typoszeregi prętów kratownicy

Fig. 4. A creation of series of a types for cross - sectional areas of truss

Rozmieszczenie numerów stref o jednakowej sztywności prętów kratownicy pokazano na rys. 5. Pręty rozwiązania $s = 1$ mają stały przekrój, a w rozwiązaniu $s = 13$ przekroje prętów dobierano indywidualnie, bez narzucania z góry określonych stref sztywności.

W zadaniu polioptymalizacji analizuje się wektor składający się z trzech kryteriów, opisujących masę stalowych elementów hali, przemieszczenie środkowego węzła kratownicy

oraz umowny koszt wykonania konstrukcji

$$\underline{f}(\underline{x}) = [f_5(\underline{x}), f_6(\underline{x}), f_8(\underline{x})]^T. \quad (7)$$

Obszar dopuszczalny i zmienne decyzyjne są tu identyczne jak w poszczególnych zadaniach optymalizacji jednokryterialnej.

Ograniczenia obszaru dopuszczalnego

Tablica 1

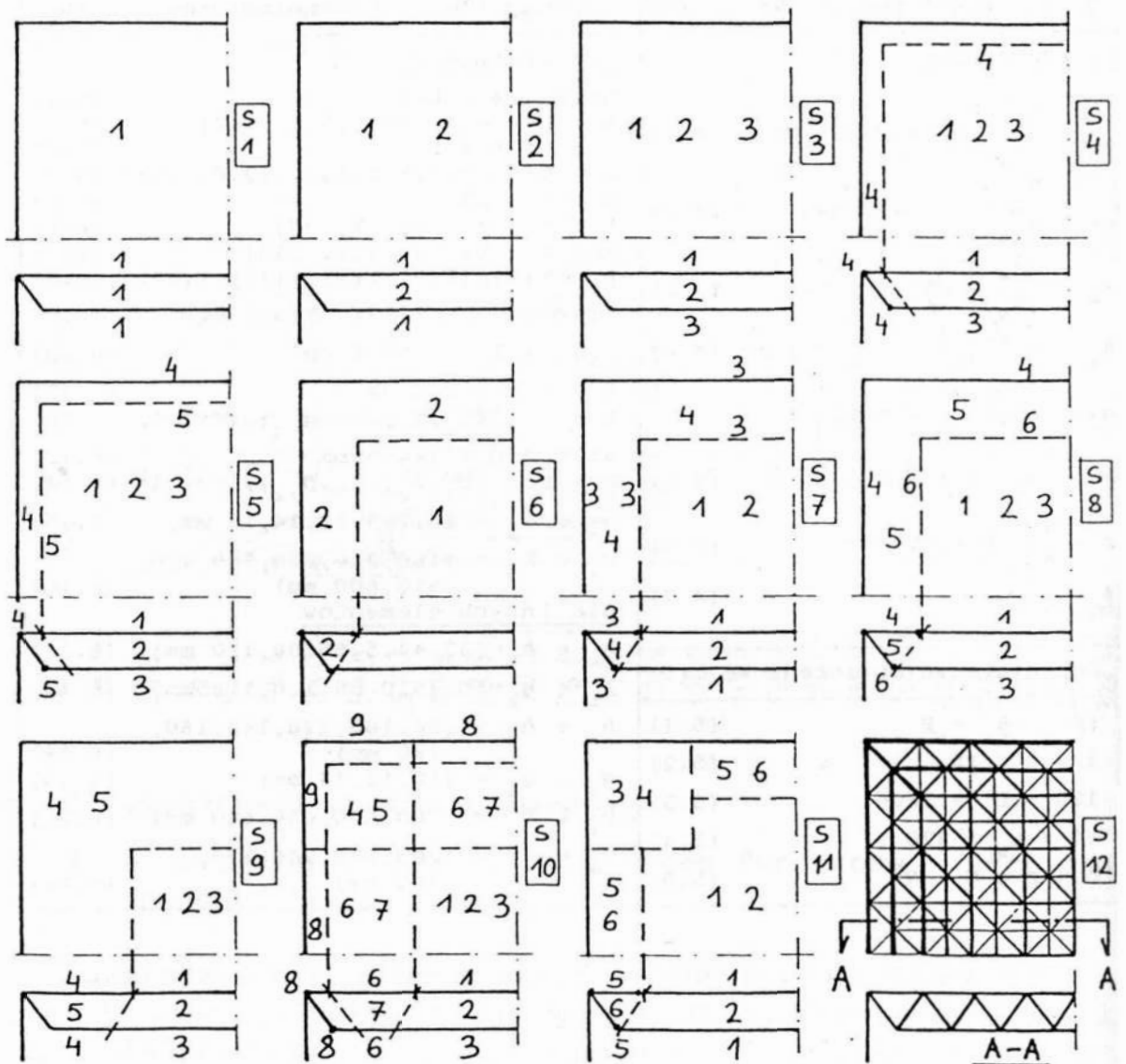
Optimization colutions

Table 1

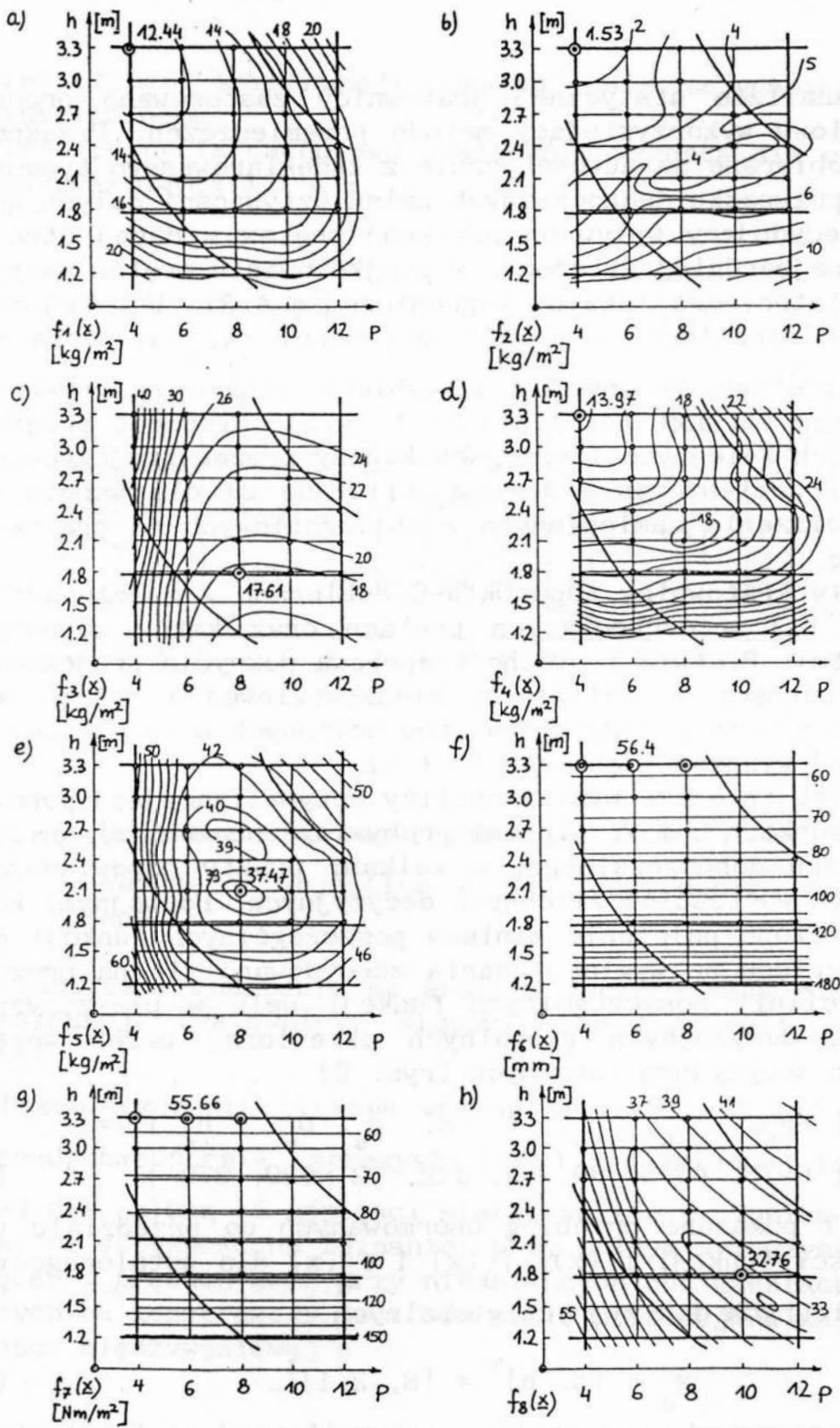
Ograniczenia projektowe (4)	Ograniczenia technologiczne (6)
dla kratownicy	dla kratownicy
$\sigma_{ks} = \frac{N \cdot m_{wk}}{A_{kn}} \leq R=210 \text{ MPa} \quad (4.1)$	$L/12 \leq a \leq L/4 \quad (6.1)$
$\sigma_{kr} = \frac{N}{A_{kb}} \leq R = 210 \text{ MPa} \quad (4.2)$	$p = L/a \in p = \{4, 5, 6, \dots, 12\} \quad (6.2)$
$\lambda_k = \frac{l_k}{i_k} \leq 250 \quad (4.3)$	$L/20 \leq h \leq L/7 \quad (6.3)$
$\Delta_{max} \leq \frac{\sqrt{2} \cdot L}{300} = 113.1 \text{ mm} \quad (4.4)$	$h \in h = \{1.2, 1.5, 1.8, \dots, 3.0, 3.3\text{m}\} \quad (6.4)$
dla innych elementów	$5 \leq t \leq 33 \quad (6.5)$
$\sigma = \frac{N \cdot m_w}{A} + \frac{M}{W} \leq 1.05 R \quad (4.5)$	$t \in t = \{5, 9, 17, 33\} \quad (6.6)$
$\sigma = \frac{M}{W} \leq R = 210 \text{ MPa} \quad (4.6)$	$s \in s = \{1, 2, 3, \dots, 13\} \quad (6.7)$
$\Delta \leq \frac{l}{150} \quad (4.7)$	$A_{kp} \in \mathcal{J}(t) = \{T(5), T(9), T(17), T(33)\} \quad (6.8)$
Ograniczenia obliczeniowe (5)	$\mathcal{J}(5) \subset \mathcal{J}(9) \subset \mathcal{J}(17) \subset \mathcal{J}(33) \subset TP \quad (6.9)$
$[K]_u \cdot \Delta_u = P \quad (5.1)$	$2.63 \leq A_{kp} \leq 59.4 \text{ cm}^2 \quad (6.10)$
$1 \leq u \leq 15 \quad (5.2)$	$2.9 \leq g \leq 8.0 \text{ mm} \quad (6.11)$
$120 \leq L_p \leq 1200 \quad (5.3)$	$g \in q = \{g_1, g_2, \dots, g_{10}\}, (\text{rys.4}) \quad (6.12)$
$40 \leq L_w \leq 320 \quad (5.4)$	$31.8 \leq D \leq 244.5 \text{ mm} \quad (6.13)$
$0.5 \cdot p \in C \subset R^n \quad (5.5)$	$D \in \mathcal{D} = \{D_1, D_2, \dots, D_{24}\}, (\text{rys.4}) \quad (6.14)$
	$g_w \in q_w = \{6, 7, 9, 12, 14, 18 \text{ mm}\} \quad (6.15)$
	$D_w \in \mathcal{D}_w = \{160, 210, 270, 340, 420, 510, 600 \text{ mm}\} \quad (6.16)$
	dla innych elementów
	$h_b \in h_b = \{35, 43.5, 55, 80, 110 \text{ mm}\} \quad (6.17)$
	$g_b \in q_b = \{0.75, 0.88, 1.0, 1.25\text{mm}\} \quad (6.18)$
	$h_p \in h_p = \{80, 100, 120, 140, 160, 180 \text{ mm}\} \quad (6.19)$
	$g_s \in q_s = \{10, 12, 14 \text{ mm}\} \quad (6.20)$
	$D_s \in \mathcal{D}_s = \{580, 600, 620, 640 \text{ mm}\} \quad (6.21)$
	$h_s \in h_s = \{200, 220, 240, 270, 300 \text{ mm}\} \quad (6.22)$

4. Analiza optymalizacyjna

Dekompozycja zadania pozwala na niezależną analizę poszczególnych elementów obiektu. Decydujące znaczenie ma jednak określenie wektorów zmiennych globalnych minimalizujących przyjęte funkcje celu, czyli koordynacja zadań lokalnych. Najbardziej pracochłonna i jednocześnie najistotniejsza w przyjętym sformułowaniu zadania jest analiza kratownicy przestrzennej. To właśnie ten element konstrukcji hali zależy od wszystkich zmiennych decyzyjnych globalnych.



Rys. 5. Rozmieszczenie stref sztywności prętów kratownicy
 Fig. 5. Numbering of zones with some stiffness of truss bars



Rys. 6. Izolinie analizowanych funkcji celu
 Fig. 6. Contours of objectives on the plane (p, h)

W analizie statycznej kratownicy zastosowano program obliczeniowy wykorzystujący metodę przemieszczeń. Przekroje prętów dobierane są automatycznie z zadeklarowanego typosze-regu. W przypadku jednoczesnych zmian sztywności całych grup prętów decydujący wpływ na przekrój prętów w danej strefie ma pręt najbardziej wytężony. W projektowaniu prętów uwzględniono stateczność lokalną (ograniczenie 4.3). W u-tej iteracji dla określonej macierzy sztywności $[K]_u$ wyznacza się siły w prętach kratownicy i wybiera minimalne przekroje spełniające warunki (4.1), (4.2) i (4.3). Zgodność przekrojów w dwóch kolejnych iteracjach kończy proces projektowania prętów. Przemieszczenia węzłów obliczane są dla współczynników obciążenia zamienionych z obliczeniowych na charakterystyczne.

Węzły kratownicy typu Okta-S dobierano w zależności od wartości sił w dochodzących prętach oraz kątów zawartych między nimi. Płatwie i blachę trapezową pokrycia projektowano w zależności od odległości międzywęzłowej $a = L/p$, a przekroje słupów głównych i słupów ściennych w zależności od całkowitej wysokości obiektu ($h + H$).

Najistotniejsze wyniki analizy optymalizacyjnej pokazano na rysunkach 6 i 7. Liniami grubymi zaznaczono ograniczenia obszaru dopuszczalnego, a kółkami punkty odpowiadające dyskretnym wartościom zmiennych decyzyjnych. Podwójnymi kółkami oznaczono położenie minimów poszczególnych funkcji celu. Ze względu na wymiar zadania zdecydowano się na prezentację izolinii poszczególnych funkcji celu w płaszczyźnie zmiennych decyzyjnych globalnych określonej przez wektor zmiennych decyzyjnych lokalnych (rys. 6)

$$\begin{aligned} \underline{x}_1 &= [g_b, h_b, h_p, t, s, g_s, D_s, h_s]^T = \\ &= [0.75, 43.5, 80, 33, s12, 12, 620, 270]^T \end{aligned} \quad (8)$$

Na rys. 7 pokazano przebieg unormowanych do przedziału (0, 1) wartości funkcji $f_5(\underline{x})$, $f_6(\underline{x})$ i $f_8(\underline{x})$ dla ustalonego wektora zmiennych decyzyjnych globalnych

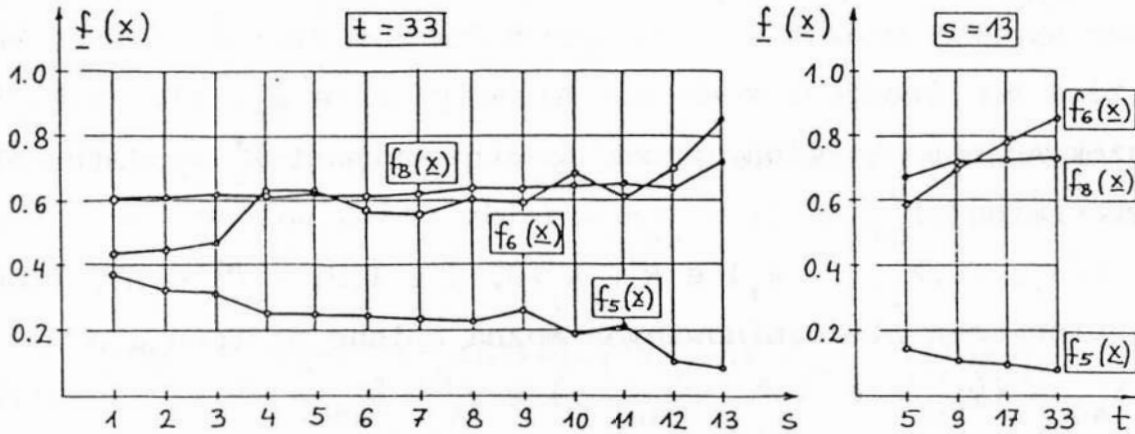
$$\underline{x}_g = [p, h]^T = [8, 2.1]^T. \quad (9)$$

Z przeprowadzonej analizy optymalizacyjnej konstrukcji hali wynikają następujące uwagi:

- Funkcja masy kratownicy przestrzennej $f_5(\underline{x})$ posiada minimum lokalne i globalne.
- Minimum globalne masy kratownicy, traktowanej jako niez-

leżny element konstrukcji, znajduje się na granicy obszaru dopuszczalnego.

- Masa pokrycia dachowego gwałtownie wzrasta dla odległości międzywęzłowych $a > 4$ m.



Rys. 7. Unormowane wartości wybranych funkcji celu

Fig. 7. Values of objective versus local design variables s and t

- Praktyczne znaczenie ma analiza łącznej masy elementów - konstrukcji kratownicy, słupów i obudowy hali - funkcja $f_5(\underline{x})$.

- Przemieszczenia pionowe węzłów kratownicy $f_6(\underline{x})$ oraz nagromadzona energia sprężysta $f_7(\underline{x})$ dla zmiennej lokalnej $t = 33$ nie zależą od gęstości siatki węzłów p . Wynika to z faktu, że sztywność na zginanie, przy pełnym wykorzystaniu naprężeń w prętach oraz przy niezmiennych obciążeniach działających na konstrukcję, jest odwrotnie proporcjonalna do odległości międzywęzłowej a .

5. Wielokryterialna optymalizacja obiektu

W sformułowaniu zadania polioptymalizacji (7) przyjęto, że wszystkie funkcje celu mają być zminimalizowane. Wektor

\underline{x}_{ND}^v jest rozwiązaniem zadania w sensie Pareto [1, 5, 8], - czyli należy do zbioru rozwiązań niezdominowanych X_{ND} , jeżeli odpowiadający mu wektor funkcji celu $\underline{y}_{ND}^v = \underline{f}(\underline{x}_{ND}^v)$ jest wektorem najmniejszym w sensie częściowego uporządkowania. Przez \angle_{Λ} oznaczmy stożkową relacją porządku generowanego przez wypukły stożek $\Lambda \subset R^n$, czyli taki zbiór par (y, z) , że $(y-z) \in \Lambda$, (inaczej: $z \in (y + \Lambda) \Rightarrow (y, z) \in \angle_{\Lambda}$) [1]. Jeżeli stożek Λ jest określony przez dodatni orthant R_0^+ przestrzeni kryterialnej R^J

$$\Lambda = \{(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_J) \in R^J : \lambda_j > 0, j \in \overline{1, J}\} = R_0^+ \subset R^J, \quad (10)$$

to zbiór ocen niezdominowanych można opisać następująco

$$Y_{ND} = \{\underline{y}_{ND}^v \in Y : \bigwedge_{\underline{z} \in Y} (\underline{y}_{ND}^v, \underline{z}) \in \angle_{\Lambda} \Rightarrow \underline{y}_{ND}^v = \underline{z}\}. \quad (11)$$

Zbiorowi Y_{ND} odpowiada w przestrzeni rozwiązań zbiór rozwiązań niezdominowanych X_{ND}

$$X_{ND} = f^{-1}(Y_{ND}) = \{\underline{x}_{ND}^v \in X : \underline{y}_{ND}^v = \underline{f}(\underline{x}_{ND}^v) \in Y_{ND}\}. \quad (12)$$

Zbiory X_{ND} i Y_{ND} ze względu na dyskretyzację zmiennych decyzyjnych są zbiorami skończonymi, a więc ich wymiarowość wynosi 0. Powłoka wypukła zbioru ocen niezdominowanych zadania (7) $Co(Y_{ND})$ stanowi powierzchnię w przestrzeni celu, $\dim Co(Y_{ND}) = 2$. Wymiar powłoki wypukłej zbioru rozwiązań niezdominowanych wynosi $\dim Co(X_{ND}) = 10$. Po dekompozycji w przypadku zadania globalnego $\dim Co(X_{ND}^g) = 2$, a w przypadku zadań lokalnych $\dim Co(X_{ND}^{1(i)}) = \{3 (i=1), 2 (i=2,3), 1 (i=4)\}$.

Do obliczeń zbiorów X_{ND} i Y_{ND} wykorzystano właściwości monotoniczności ocen rozwiązań i zmiennych decyzyjnych [9]. Do zbioru Y_{ND} należą punkty odpowiadające minimalnym wartościom poszczególnych funkcji celu, kompromisy dwukryterialne i trójkryterialne. Dołączenie kolejnej j -tej funkcji celu, gdzie $j \in \overline{1, J}$, może powodować jedynie zwiększenie liczebności istniejącego zbioru $Y_{ND}^{(j-1)}$ i wymiarowości zbioru $Co[Y_{ND}^{(j-1)}]$. Punkty \underline{y}_{ND}^v należące do $Y_{ND}^{(j-1)}$ należą również

do zbioru $Y_{ND}(j)$. Zachodzi wtedy

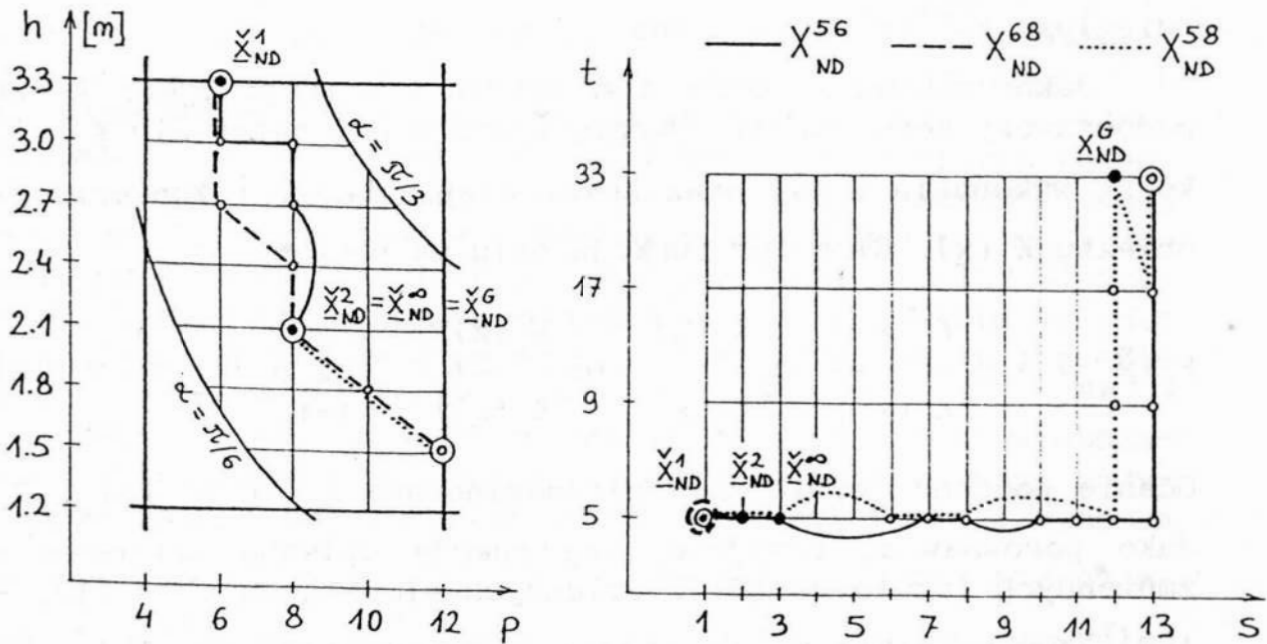
$$\bigwedge_{j < J} X_{ND}(j-1) \subset X_{ND}(j) \subset X_{ND}(J). \quad (13)$$

Z właściwości monotoniczności zmiennych decyzyjnych wynika, że dołączenie n -tej zmiennej, gdzie $n \in \overline{1, N}$ może jedynie poprawić aktualny zbiór $Y_{ND}(n-1)$. Oznacza to, że zbiory $Y_{ND}(n)$ oraz $Y_{ND}(n-1)$ należą do stożkowej relacji porządku \angle_{Λ} i istnieje taka wartość $x_{n(k)}$ aktywnej zmiennej decyzyjnej $\underline{x}(n)$, że wspólna część zbiorów $X_{ND}(n-1) \cap X_{ND}(n)$ jest zbiorem niepustym

$$\bigwedge_{n \leq N} \left[\bigvee_{x_{n(k)}} X_{ND}(n-1) \cap X_{ND}(n) \neq \emptyset \right] \wedge \left[(Y_{ND}(n), Y_{ND}(n-1)) \in \angle_{\Lambda} \right]. \quad (14)$$

Zbiór ocen niezdominowanych Y_{ND} zadania polioptymalizacji hali pokazano na rys. 8. Zaznaczono tu jaki wpływ ma uwzględnianie kolejnych zmiennych decyzyjnych na poprawę ocen kompromisowych. Symbolem Y_{ND}^I zaznaczono zbiór ocen kompromisowych dla zmiennego wektora \underline{x}_g i wektora \underline{x}_1 ustalonego zależnością (8). Spośród zmiennych lokalnych decydujący wpływ na wartości funkcji celu mają zmienne t i s . Analizę wpływu tych zmiennych na wartości funkcji celu przeprowadzono, ustalając wektor zmiennych globalnych $\underline{x}_g = [8, 2.1]$. W tym punkcie wartość nadrzędnego kryterium optymalizacji (14) osiąga minimum. Zbiór ocen niezdominowanych dla różnych stref sztywności prętów kratownicy oznaczono symbolem Y_{ND}^s , a dla różnej liczebności katalogów prętów symbolem Y_{ND}^t . Minima funkcji $f_6(\underline{x})$ i $f_8(\underline{x})$ w obszarze X_g leżą na przeciwległych ograniczeniach (rys. 6). Zbiór X_{ND}^g przebiega przez cały obszar dopuszczalny X_g (rys. 9a). W przypadku zmiennych lokalnych t i s funkcje $f_6(\underline{x})$ i $f_8(\underline{x})$ są kooperacyjne. Ocena rozwiązania $\underline{x}_1(t, s) = [5, 1]^T$ dominuje wszystkie pozostałe. Ostatecznie kompromisu funkcji $f_6(\underline{x})$ i $f_8(\underline{x})$ należy szukać w przestrzeni zmiennych globalnych dla $\underline{x}_1(t, s) = [5, 1]^T$. Na

Rys. 9 pokazuje zbiór rozwiązań niezdominowanych zadania. Punkty narożne odpowiadające minimum poszczególnych funkcji celu zostały oznaczone kwadratami. Symbole X_{ND}^{56} , X_{ND}^{58} i X_{ND}^{68} oznaczają zbiory rozwiązań kompromisowych dla poszczególnych zadań dwukryterialnych, np. X_{ND}^{56} jest zbiorem rozwiązań niezdominowanych zadania $\underline{f}(\underline{x}) = [f_5(\underline{x}), f_6(\underline{x})]^T$.



Rys. 9. Zbiór rozwiązań niezdominowanych

Fig. 9. The set of compromise solutions

6. Rozwiązanie preferowane

Przy wyborze rozwiązania preferowanego zastosowano metodę funkcji dystansowych oraz metodę kryterium globalnego. Metoda funkcji dystansowych polega na określeniu odległości punktu idealnego \underline{f}_{1d} od poszczególnych punktów należących do zbioru ocen kompromisowych Y_{ND} . Współrzędne punktu idealnego wyznaczone są przez minimalne wartości rozpatrywanych funkcji celu (rys. 8). Funkcje dystansowe mają postać [1]

$$F^{(r)}(\underline{f}) = \left\{ \sum_j \left[\frac{f_j(\underline{x}_{ND}^v)}{\max f_j(\underline{x}_{ND}^v)} - \min \frac{f_j(\underline{x}_{ND}^v)}{\max f_j(\underline{x}_{ND}^v)} \right] \right\}^{\frac{1}{r}} \quad (15)$$

$j \in \{5, 6, 8\}, \quad r \in \{1, 2, \infty\}.$

Dla $r = 2$ wartość $F^{(2)}(\underline{f})$ oznacza odległość geometryczną - punktu idealnego od zbioru ocen niezdominowanych. Minimalną odległość $F^{(2)}(\underline{f})$ zaznaczono na rys. 8.

Jako nadrzędne kryterium optymalizacji przyjęto koszt porównawczy konstrukcji. Uwzględniono koszt materiału $K_m(\underline{x})$, koszt wykonania $K_w(\underline{x})$ oraz koszt eksploatacji i konserwacji obiektu $K_e(\underline{x})$. Globalna funkcja celu ma postać

$$F_G(\underline{x}_{ND}^v) = c_1 \frac{K_m(\underline{x})}{K_m(\underline{x}^o)} + c_2 \frac{K_w(\underline{x})}{K_w(\underline{x}^o)} + c_3 \frac{K_e(\underline{x})}{K_e(\underline{x}^o)}, \quad \sum_{i=1}^3 c_i = 1.0 \quad (16)$$

Ocenie poddano rozwiązania niezdominowane $\underline{x}_{ND}^v \in X_{ND}(n) \subset X$. Jako porównawczą przyjęto konstrukcję opisaną wektorem - zmiennych lokalnych (8) i zmiennych globalnych $\underline{x}_g^o = [10, -1.8]^T$. Oceny dokonano dla wektora współczynników wag

$$\underline{c} = [c_1, c_2, c_3]^T = [0.25, 0.40, 0.35]^T \quad (17)$$

Rozwiązania preferowane

Tablica 2

The preferable

Table 2

\underline{x}_{ND}^v	\underline{x}_g		\underline{x}_1		$f_5(\underline{x})$	$f_6(\underline{x})$	$f_8(\underline{x})$	$F^{(1)}(\underline{f})$	$F^{(2)}(\underline{f})$	$F^{(\infty)}(\underline{f})$	$F_G(\underline{x}_{ND}^v)$
	p	h	s	t	kg/m ²	mm					
\underline{x}_{ND}^{v1}	6	3.0	1	5	115.9	28.6	26.86	0.3685	0.3042	0.3003	1.4268
\underline{x}_{ND}^{v2}	8	2.1	2	5	93.0	44.2	25.30	0.3879	0.2734	0.2133	1.2461
$\underline{x}_{ND}^{v\infty}$	8	2.1	3	5	90.0	47.0	25.57	0.4072	0.2811	0.2013	1.2296
\underline{x}_{ND}^{vG}	8	2.1	12	33	43.0	78.9	28.83	0.5812	0.4854	0.4780	0.9694

W tablicy 2 zestawiono rozwiązania preferowane. Na rys. 9 oznaczono je symbolami \underline{x}_{ND}^{vr} , $r \in \{1, 2, \infty\}$ dla funkcji dystansowych i \underline{x}_{ND}^{vG} dla kryterium globalnego.

7. Uwagi końcowe

Poprawnie zaprojektowana konstrukcja powinna spełniać wszystkie wymagania techniczne. Ponadto powinna stanowić kompromis pomiędzy dążeniem do zmniejszenia masy wbudowanych materiałów, a dążeniem do zmniejszenia kosztów związanych z jej wznoszeniem i użytkowaniem. Dokonanie wyboru najlepszego rozwiązania obiektu jest możliwe dzięki wykorzystaniu zasady dekompozycji. Dekompozycja dotyczy najczęściej zarówno samej konstrukcji, czyli wektora zmiennych decyzyjnych, jak i zadania polioptymalizacji, czyli wektora funkcji celu. Właściwie zorganizowana analiza optymalizacyjna pozwoliła wyłonić rozwiązanie preferowane po wstępnym zaprojektowaniu i ocenie kilkudziesięciu konstrukcji.

Zakres zmienności poszczególnych funkcji celu w obszarze dopuszczalnym jest zazwyczaj duży. W analizowanym przykładzie maksymalne względne zmiany wartości funkcji wynoszą dla $f_5(\underline{x})$ 270 % dla $f_6(\underline{x})$ 78 % i dla $f_8(\underline{x})$ 35 % . Nie oznacza to oczywiście, że takie efekty można uzyskać w wyniku przeprowadzenia analizy optymalizacyjnej. Poprawa określonego wskaźnika jakości konstrukcji, w stosunku do rozwiązania zaproponowanego przez doświadczonego projektanta, wynosi najczęściej od 2 do 8 % . W przypadku pokazanego zadania uzyskano poprawę kosztu porównawczego o 3,06 % .

Literatura

1. **Ameljańczyk A.**: Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania. Ossolineum, Wrocław 1984.
2. **Bauer J., Gutkowski W., Iwanow Z.**: Optimum design of regular space structures. Proc. Third Int. Conf. on Space Structures, ed. Nooshin H., Elsevier Applied Science Publishers, London and New York 1984, pp. 672-676.
3. **Brandt A. M.**(ed): Criteria and methods of structural optimization, PWN and M. Nijhoff Publishers, Warsaw - The Hague 1984.

4. **Eschenauer H.:** Anwendung der Vektoroptimierung bei räumlichen Tragstrukturen, *Der Stahlbau*, 50, 4, 1981, pp. 110-115.
5. **Jendo S.:** Multiobjective Optimization. in: Save M. and Prager W. (eds.): *Structural Optimization*, vol. 2: *Mathematical Programming*, Plenum Press, New York - London, 1990, pp. 311-342.
6. **Jendo S., Paczkowski W. M.:** Some problems of optimization in civil engineering structural design. *Proc. X Polish Conf. "Computer Methods in Mechanics"*, Świnoujście 1991, pp. 301-308.
7. **Makowski Z.S.:** *Räumliche Tragwerke aus Stahl*. Verlag Stahleisen, MBH, Düsseldorf 1963.
8. **Paczkowski W.M.:** Algorytm dyskretnej polioptymalizacji konstrukcji dla monotonicznych funkcji celu. VII Krajowa Konf. "Poliptymalizacja w projektowaniu, Mielno-88", s. 209-230.
9. **Peschel M., Riedel C.:** *Poliptymierung eine Entscheidungshilfe für ingenieurtechnische Kompromisslösungen*. VEB Verlag Technik, Berlin 1976.

Streszczenie

Trudno jest kształtować nowoczesne konstrukcje bez stosowania wielokryterialnej analizy optymalizacyjnej. Wiele konstrukcji budowlanych można zdekomponować na subsystemy. W pracy przedstawiono praktyczny przykład hali przemysłowej, w której przekrycie wykonane jest jako dwuwarstwowa, ortogonalna kratownica przestrzenna. Konstrukcję hali podzielono na: pokrycie dachowe, kratownicę, słupy i fundamenty. W analizie zadania optymalizacji złożonego układu konstrukcyjnego zastosowano metodę dekompozycji i koordynacji.

MULTICRITERIA DISCRETE OPTIMIZATION OF LARGE SCALE STRUCTURES BY DECOMPOSITION PRINCIPLE

Summary

It is difficult to design a modern structure without multicriterion optimization approach. Many civil engineering structure can be decomposed into subsystems. The paper presents an practical example of industrial hall, in that roof is made as double layered, orthogonal space truss. The hall structure has been divided into: roofing panels, space truss, columns, walls and foundations. Multilevel optimization has been applied to solve large scale optimization system using decomposition and coordination method.

Witold M. PACZKOWSKI

PROGRAM DYSKRETNEJ OPTYMALIZACJI OPTIM *)
WYKORZYSTUJĄCY METODĘ ORTOGONALNO-DIAGONALNĄ

1. Wprowadzenie

W technice często spotkać można przypadki optymalnego projektowania obiektów dyskretnych. Przykładowo w konstrukcjach budowlanych wiele wielkości projektowych teoretycznie można przyjmować ze zbiorów ciągłych. Praktycznie jednak dopuszczalne są tylko pewne wartości dyskretnie wynikające z właściwości mechanicznych materiałów, programów produkcji wyrobów, wielkości modularnych, warunków technicznych itp. Rozwiązanie zadania dyskretnego nie musi pokrywać się z rozwiązaniem zadania sztucznie uciąglonego [1]. Fakt ten decyduje o potrzebie stosowania dyskretnych metod optymalizacji.

W pracy przedstawiono program OPTIM (discrete OPTIMization) wykorzystujący ortogonalno - diagonalną (O-D) metodę poszukiwania minimum nieliniowej funkcji w dyskretnym obszarze dopuszczalnym. W algorytmie metody uwzględniono doświadczenia wynikające z kształtowania konstrukcji budowlanych.

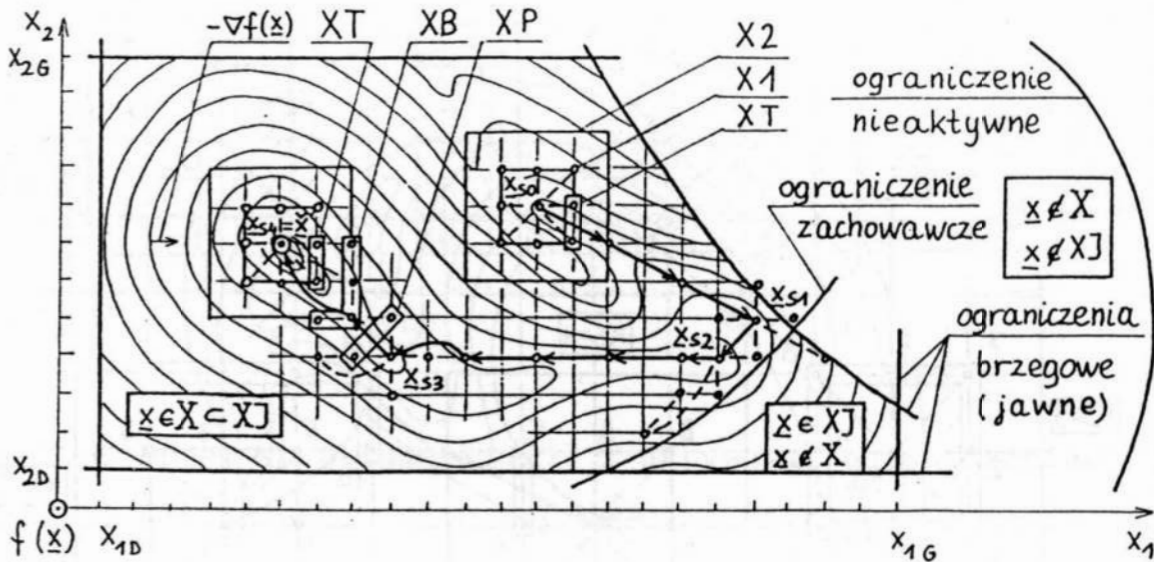
2. Optymalizacja dyskretna metodą O-D

W metodzie O-D wyróżnia się dwa etapy - próbny i roboczy. W etapie próbnym bada się otoczenie danego punktu \underline{x}_{Si} (w szczególności punktu startowego \underline{x}_{S0}) w celu wyznaczenia kierunku poprawy wartości funkcji celu (rys.1). W etapie roboczym następuje minimalizacja funkcji celu wzdłuż kierunku poprawy. Wektor \underline{x}_{ri} minimalizujący wartość funkcji celu w kierunku poprawy staje się punktem wyjścia \underline{x}_{Si+1} w kolejnym

Dr inż. Witold Paczkowski, Instytut Inżynierii Lądowej,
Politechnika Szczecińska

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Poliptymalizacja i CAD'
Mielno 1991

etapie próbnym określającym nowy kierunek poprawy. Proces przebiega do chwili, gdy w otoczeniu danego punktu \underline{x}_{Si} nie można uzyskać poprawy wartości funkcji celu.

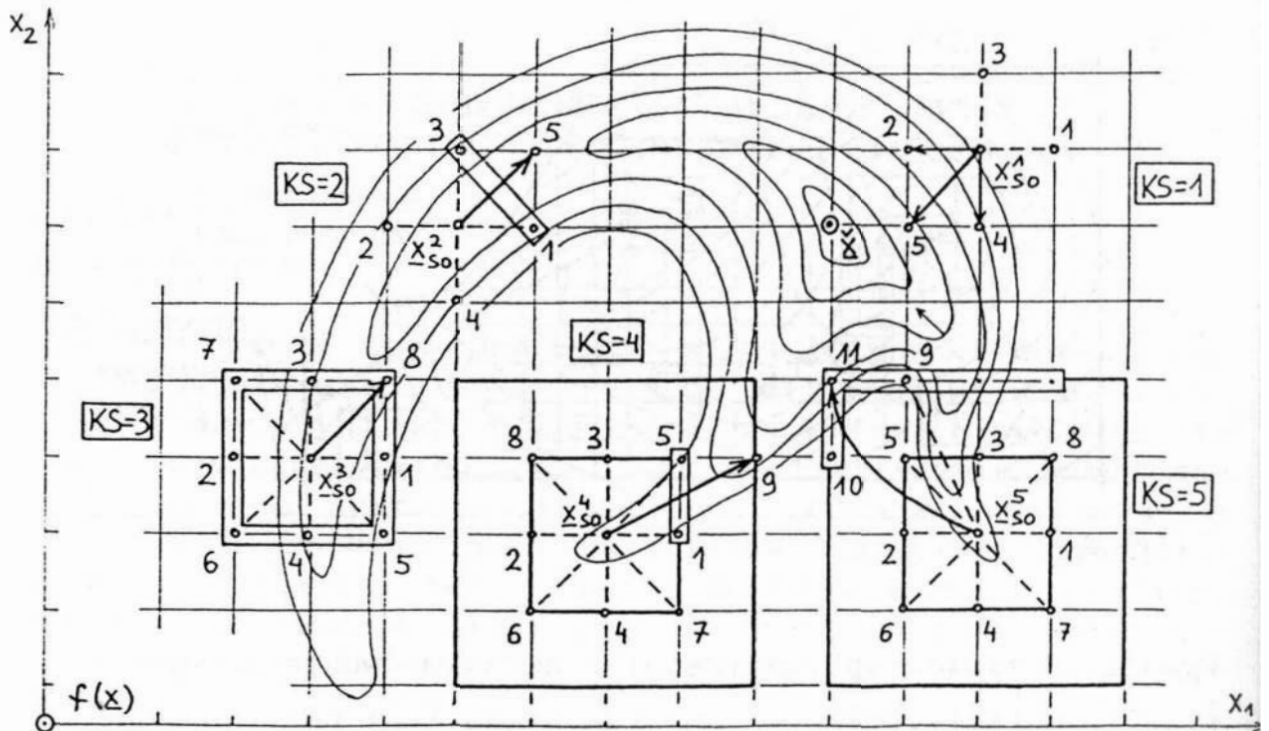


Rys. 1. Przebieg optymalizacji w zadaniu dwuwymiarowym

Fig. 1. Optimization for the two-dimensional problem

W etapie próbnym badane są punkty ze zbiorów $X1$ i $X2$ stanowiących pierwsze i drugie otoczenie punktu \underline{x}_{Si} . W celu skrócenia czasu obliczeń analizuje się zawsze minimalną liczbę wariantów. Zapewniono to dzięki rozbiciu etapu próbnego na pięć różnych sposobów badania zbiorów $X1$ i $X2$ (rys.2), regulowanych zmienną sterującą KS. W etapie roboczym zastosowano trzy sposoby poruszania się: przegląd ze stałą długością kroku, przegląd z kontrakcją oraz aproksymacja kwadratowa. Mogą one być deklarowane przez użytkownika lub dobierane automatycznie przez system ekspercki [2] na podstawie wstępnych informacji o wielkości obszaru dopuszczalnego i spodziewanego charakteru zmienności funkcji celu.

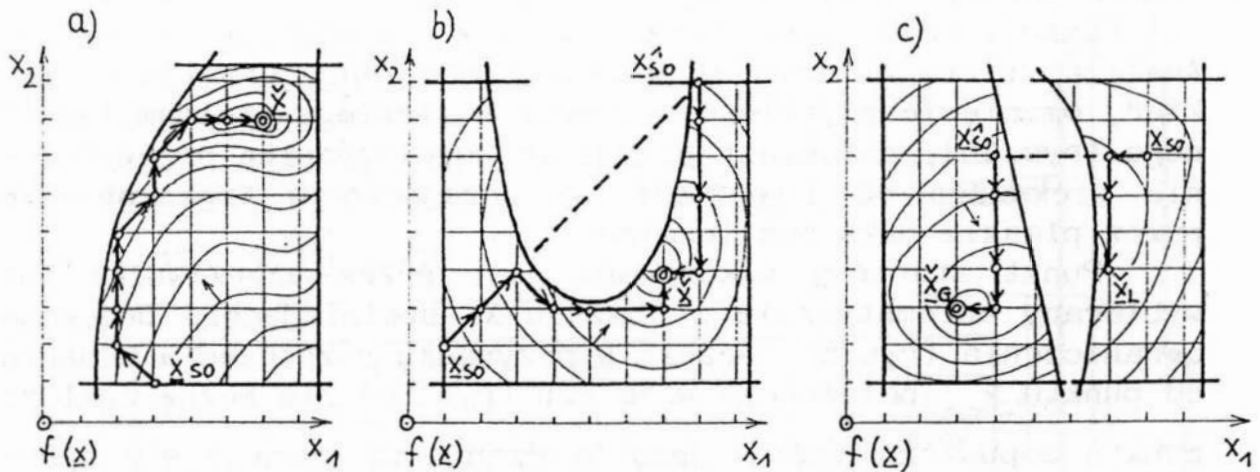
W trakcie obliczeń tworzony jest i na bieżąco uzupełniany bank informacji o analizowanych konstrukcjach. Ma to na celu wyeliminowanie powtórnego projektowania niektórych wariantów. Przed przystąpieniem do obliczania wartości funkcji celu dla danego wektora \underline{x}_i sprawdza się czy w banku nie



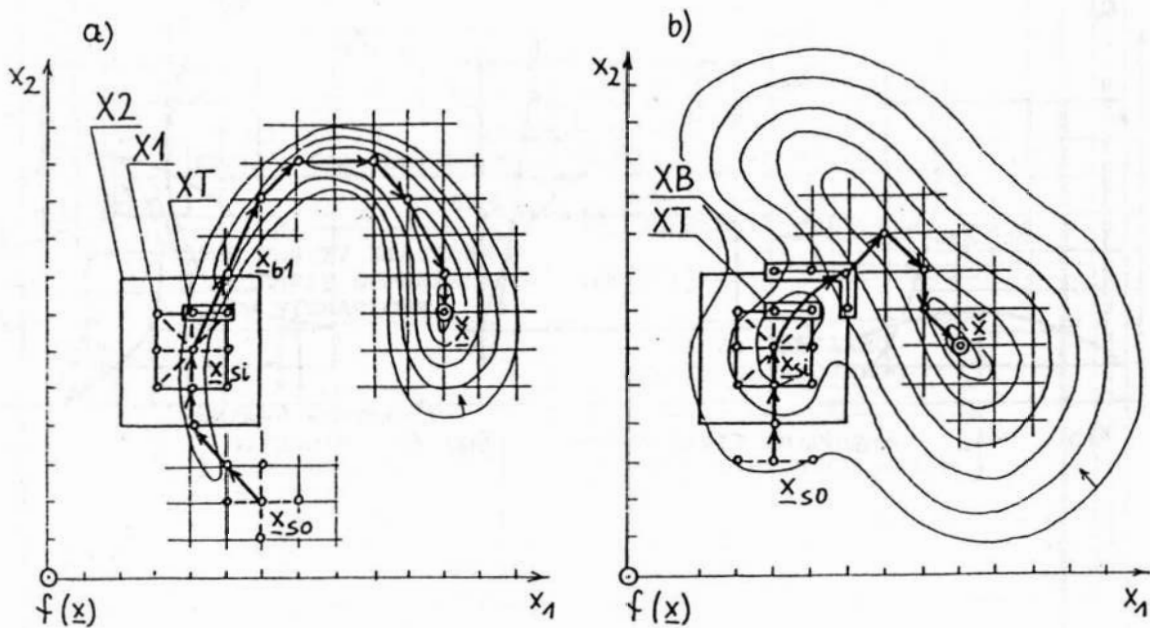
Rys. 2. Kolejność poszukiwań w etapie próbnym

Fig. 2. Seeking sequence of an initial phase

ma o nim potrzebnych informacji. Projektowane są tylko te konstrukcje, które spełniają jawne ograniczenia i nie były dotychczas analizowane. Zbiory robocze banku uzupełniane są po każdorazowym sprawdzeniu przynależności wektora \underline{x}_i do zbioru rozwiązań dopuszczalnych oraz po obliczeniu wartości funkcji celu dla konstrukcji \underline{x}_i . W optymalizacji z ograniczeniami istotne znaczenie ma stworzenie mechanizmów pozwalających na poruszanie się wzdłuż ograniczeń (rys.3a, b) oraz, w przypadku wklęsłych i wielospójnych obszarów dopuszczalnych, umożliwienie przeskoków z jednego do drugiego podobszaru (rys.3b, c). W algorytmie metody O-D mechanizmy takie zostały stworzone.



Rys. 3. Przebieg optymalizacji z aktywnymi ograniczeniami
 Fig. 3. Optimization with active constraints

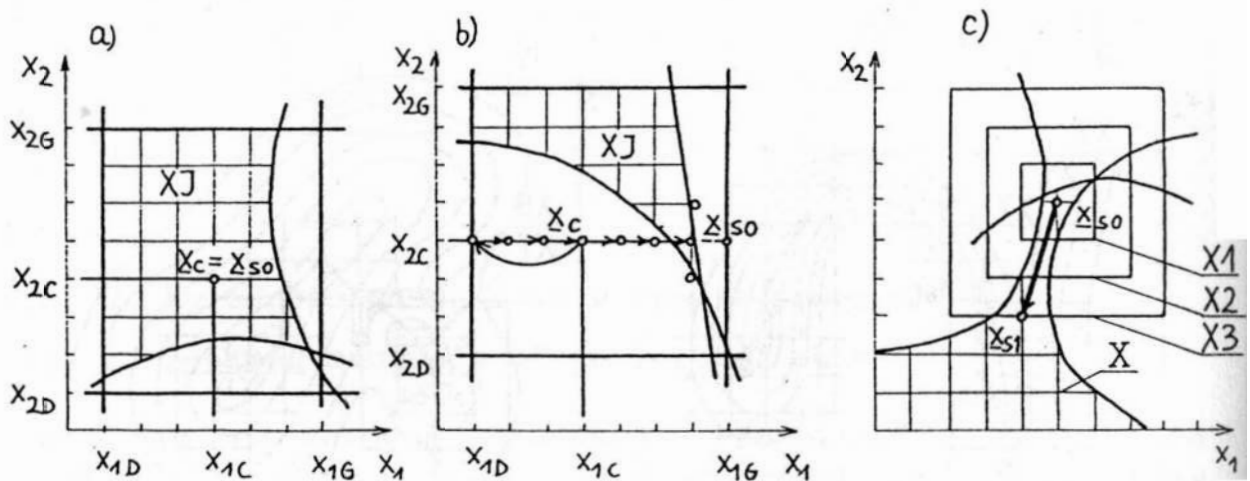


Rys. 4. Wąska zakrzywiona dolina i płytkie minimum lokalne
 Fig. 4. Narrow curved valley and shallow local minima

W przypadku izolacji funkcji celu układających się w wąskie, zakrzywione hiperdolinie (rys.2) większość metod jest mało lub całkowicie nieskuteczna w momencie natrafienia na dno doliny. W metodzie O-D zastosowano etapy próbne (KS=4 i

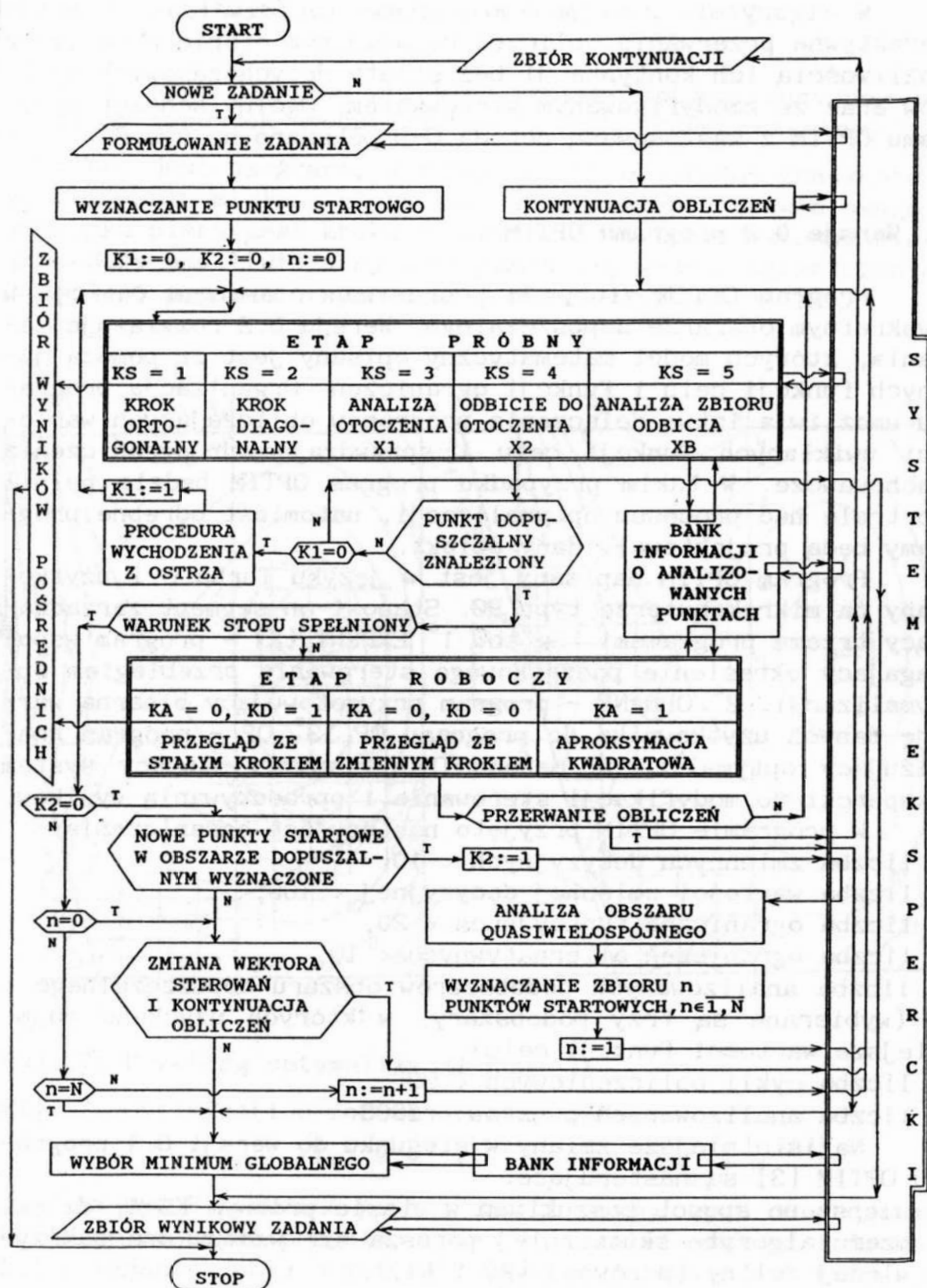
KS=5), w których bada się część drugiego otoczenia analizowanego punktu. Pozwala to, przy wystarczającym spadku wartości funkcji celu, poruszać się wzdłuż dna doliny (rys.4a). Analiza zbioru odbicia XB w drugim otoczeniu umożliwia niekiedy ominięcie płytkiego, niezbyt rozległego minimum lokalnego (rys.4b), natomiast przyjęcie współczynnika przewyższenia większego od 1 pozwala na przejście w krokuroboczym przez płaskie maksimum lokalne.

Punkt startowy wskazywany jest przez użytkownika lub wybierany automatycznie z obszaru XJ spełniającego brzegowe ograniczenia (rys.5). Jeżeli w przypadku rozpoczęcia zadania od punktu x_{s0} położonego w ostrzu (rys.5c) nie można znaleźć punktu dopuszczalnego w jego otoczeniu to stosuje się specjalną procedurę umożliwiającą wyjście z ostrza lub z punktu wyizolowanego.



Rys. 5. Automatyczne wyznaczenie punktu startowego i start z ostrza

Fig. 5. Automatic set of a starting point and start from an edge



Rys. 6. Schemat ogólny programu OPTIM

Fig. 6. The flow diagram of the program OPTIM

W algorytmie zastosowano sterowanie pozwalające na interaktywne przerwanie obliczeń po dowolnym etapie roboczym z możliwością ich kontynuacji bez straty dotychczasowych wyników oraz ze zmodyfikowanym sterowaniem. Ogólny schemat programu OPTIM z zastosowaną metodą 0-D pokazano na rys.6.

3. Wersja 0.2 programu OPTIM

Program OPTIM służy do poszukiwania minimum funkcji w dyskretnym obszarze dopuszczalnym. Wersja 0.2 rozwiązuje zadania, których model matematyczny opisany jest za pomocą jawnych funkcji celu i funkcji ograniczeń. Organizacja programu umożliwia łatwe dołączenie programów obliczających wartości uwikłanych funkcji celu i sprawdzających ograniczenia zachowawcze. W takim przypadku program OPTIM będzie pełnił kontrolę nad procesem optymalizacji, natomiast odrębne programy będą projektowały dany obiekt.

Program OPTIM napisany jest w języku Turbo C i użytkowany na mikrokomputerze typu PC. Stanowi on segment zarządzający trzema programami. Są to: 1° EXPERT [2] - program wspomagający określenie początkowego sterowania przebiegiem optymalizacji. 2° OPDANE - program przygotowujący binarną wersję danych użytkownika do programu OP. 3° OP - program realizujący optymalizację metodą 0-D i wykorzystujący system ekspercki do modyfikacji sterowania i opracowywania wyników.

W programie OPTIM przyjęto następujące ograniczenia:

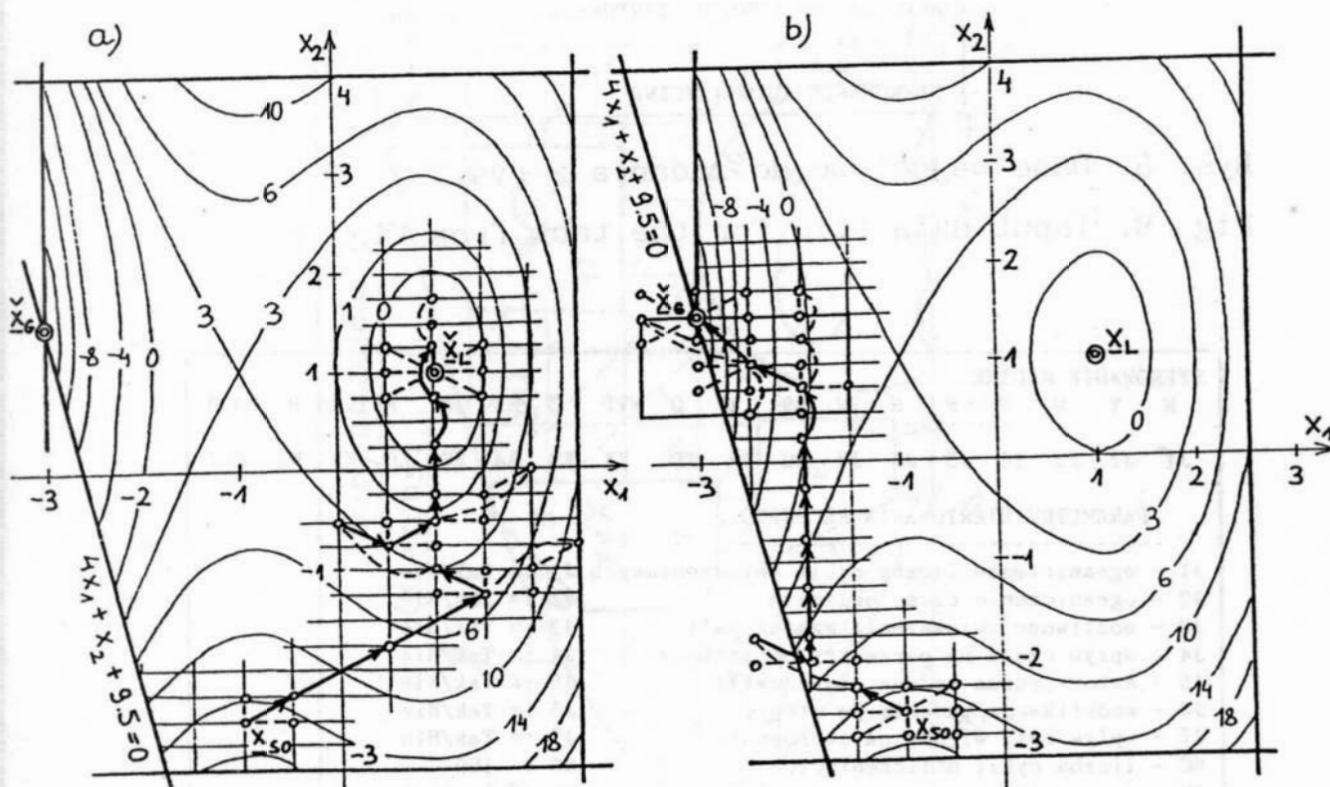
- liczba zmiennych decyzyjnych < 10,
- liczba wartości zmiennej decyzyjnej < 100,
- liczba ograniczeń funkcyjnych < 20,
- liczba ograniczeń alternatywnych < 10,
- liczba analizowanych podobszarów obszaru dopuszczalnego < 3 (wybierane są trzy podobszary, w których uzyskano najmniejsze wartości funkcji celu),
- liczba cykli obliczeniowych < 99,
- liczba analizowanych punktów < 1000.

Najistotniejsze zmiany w stosunku do wersji 0.1 programu OPTIM [3] są następujące:

- ulepszono sposób poszukiwań w etapie próbnym $KS=4$, dzięki czemu algorytm skuteczniej porusza się wzdłuż dna zakrzywionej doliny (porównaj [2] i [4]),
- opracowano procedurę umożliwiającą wyjście z minimum lokalnego położonego na ograniczeniu (porównaj rys.6 i [2]).

4. Przykład obliczeń programem OPTIM

Na rys.7 pokazano przebieg analizy optymalizacyjnej jednego z typowych zadań testowych [5]. Punkt startowy x_{s0} położony jest na grani, w związku z czym istotne znaczenie w poszukiwaniu minimum globalnego ma określenie prawidłowego kierunku pierwszego kroku roboczego (rys.7b). Zastosowanie procedury umożliwiającej poruszanie się wzdłuż ograniczenia pozwoliło poprawnie wyznaczyć minimum globalne x_G [2].



Rys. 7. Przebieg optymalizacji funkcji

Fig. 7. Optimization for the test problem

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x_1 - 2x_2 + 2$$

Na rys.8 pokazano postać danych wejściowych do programu OPTIM opisujących przykład z rys.7. W zależności od informacji o zadaniu jakie użytkownik przekazuje systemowi eksperckiemu, ten ostatni przyjmuje parametry sterowania pozwalające zrealizować ścieżkę poszukiwań z rys.7a lub 7b.


```

TYTUL ZADANIA
  Test nr1 Mielno '91
LICZBA ZMIENNYCH
  2
NAZWY ZMIENNYCH
  x1
  x2
OGRANICZENIA LICZBOWE
  x1 ∈ [-3.0, 2.5]
  x2 ∈ [-3.0, 4.0]
OGRANICZENIA FUNKCYJNE
  4 * x1 + x2 + 9.5 >= 0
OGRANICZENIA DYSKRETYZUJACE
  2 * x1 ∈ C
  4 * x2 ∈ C
FUNKCJA CELU
  x1^3 + x2^2 - 3*x1 - 2*x2 + 2 = min!
WSPOLRZEDNE PUNKTU STARTOWEGO
  x1 = -1
  x2 = -2.5
STEROWANIE AUTOMATYCZNE

```

Rys. 8. Dane wejściowe do zadania z rys.7

Fig. 8. Input data file for the task from Fig. 7

```

STEROWANIE RECZNE
  N T N N N N N 99 1 0 WYP 3 PRZ ZM N 1.05 P POPR
J1 J2 J3 J4 J5 J6 J7 NC TK TD KX KS KA KD KC KW KZ WYJ

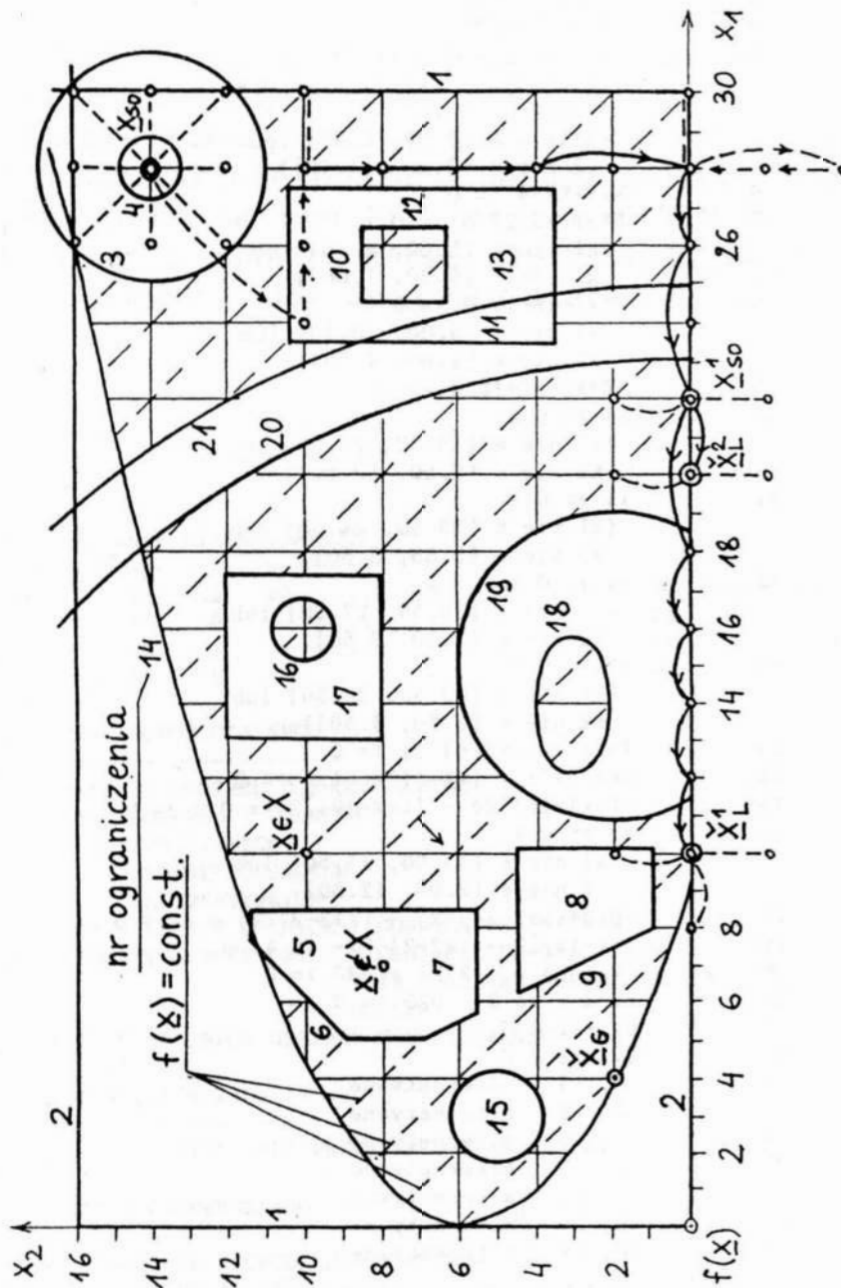
```

PARAMETRY STERTOWANIA RECZNEGO

J1 - ograniczenie liczby cykli obliczeniowych	J1 := Tak/Nie
J2 - ograniczenie czasu obliczen	J2 := Tak/Nie
J3 - mozliwosc zwiekszenia czasu/cykli	J3 := Tak/Nie
J4 - wplyw czasu na parametry poczatkowe	J4 := Tak/Nie
J5 - automatyczna zmiana czasu/cykli	J5 := Tak/Nie
J6 - modyfikacja zadania po stopie	J6 := Tak/Nie
J7 - wplyw bazy wiedzy na sterowanie	J7 := Tak/Nie
NC - liczba cykli obliczeniowych	NC < 100
TK - czas obliczen	TK [min]
TD - dodatkowy czas/liczba cykli	TD [%]
KX - obszar dopuszczalny	KX := WYPukly/WKLesly
KS - stop po etapie probnym nr KS	KS < 6
KA - metoda w etapie roboczym	KA := PRZegladau/KWadratowa
KD - dlugosc kroku roboczego	KD := ZMienna/STala
KC - obliczenia od etapu probnego nr 3	KC := Tak/Nie
KW - wspolczynnik przewyzszania	KW >= 1.00
KZ - forma wynikow koncowych	KZ := Pelne/Skrocone
WYJ- wyjście z ostrza	WYJ:= POPRawa/DOPuszczalny

Rys. 9. Wektor parametrów zadania z rys.7a

Fig. 9. Vector of control parameters for the task from Fig. 7a



Rys. 10. Przykład obszaru dopuszczalnego quasiwielospójnego
 Fig. 10. Example of a quasi-concave feasible domain

System ekspercki uruchamiany jest w przypadku wybrania opcji STEROWANIE AUTOMATYCZNE. Jeżeli wybrana zostanie opcja STEROWANIE RĘCZNE, to należy podać wektor parametrów sterowania, który dla przykładu z rys.7a ma postać pokazaną na rys.9.

NR OGRANICZENIA	POSTAC OGRANICZENIA
1	[0.00, 30.00]
2	[0.00, 16.00]
3	$(x_1-28)^2 + (x_2-14)^2 - 9 \geq 0$
4	$-(x_1-28)^2 - (x_2-14)^2 + 0.8 \geq 0$
5	$x_1 - x_2 + 4 \geq 0$ i (x_1 nie \in [5.00, 8.50] lub x_2 nie \in [7.00, 11.50])
6	$-x_1 + x_2 - 4 \geq 0$
7	$2*x_1 + x_2 - 16.9 \geq 0$ i (x_1 nie \in [5.00, 8.50] lub x_2 nie \in [5.50, 7.00])
8	$2*x_1 + x_2 - 16.9 \geq 0$ i (x_1 nie \in [6.00, 10.10] lub x_2 nie \in [1.00, 4.50])
9	$-2*x_1 - x_2 + 16.9 \geq 0$
10	$x_1 \geq 0$ i (x_1 nie \in [23.50, 27.50] lub x_2 nie \in [8.50, 10.50])
11	$x_1 \geq 0$ i (x_1 nie \in [23.50, 24.50] lub x_2 nie \in [3.50, 8.50])
12	$x_1 \geq 0$ i (x_1 nie \in [26.50, 27.50] lub x_2 nie \in [3.50, 8.50])
13	$x_1 \geq 0$ i (x_1 nie \in [23.50, 26.50] lub x_2 nie \in [3.50, 6.50])
14	$4*x_1 - ((x_2-6)^2) \geq 0$
15	$(x_1-3)^2 + (x_2-5)^2 - 1.1 \geq 0$
16	$-((x_1-16)^2) - ((x_2-10)^2) + 0.9 \geq 0$
17	$x_1 \geq 0$ i (x_1 nie \in [13.00, 17.50] lub x_2 nie \in [8.00, 12.00])
18	$-0.3*((x_1-14)^2) - ((x_2-3)^2) + 1 \geq 0$
19	$(x_1-15)^2 + (x_2-2)^2 - 16 \geq 0$
20	$-(x_1^2) - (x_2^2) + 530 \geq 0$
21	$x_1^2 + x_2^2 - 620 \geq 0$
22	$0.5*x_1 \in C$
23	$0.5*x_2 \in C$
24	3, 4 alternatywne
25	5, 6 alternatywne
26	7, 9 alternatywne
27	8, 9 alternatywne
28	16, 17 alternatywne
29	18, 19 alternatywne
30	20, 21 alternatywne

ZMIENNA x1	NAZWA ZMIENNEJ: x1 LICZBA WARTOSCI ZMIENNEJ: 16									
NR WARTOSCI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
WARTOSC	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0	18.0
NR WARTOSCI	11	12	13	14	15	16				
WARTOSC	20.0	22.0	24.0	26.0	28.0	30.0				

ZMIENNA x2	NAZWA ZMIENNEJ: x2 LICZBA WARTOSCI ZMIENNEJ: 9								
NR WARTOSCI	1	2	3	4	5	6	7	8	9
WARTOSC	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0

Rys. 11. Opis obszaru dopuszczalnego z rys. 10

Fig. 11. Description of a feasible domain from Fig. 10

Program OPTIM ma szerokie możliwości definiowania obszaru dopuszczalnego zadania. Stosując dostępne typy ograniczeń: górnych i dolnych, funkcyjnych (zawierających m.in. logiczne i oraz lub), dyskretyzujących i alternatywnych, można opisać skomplikowany obszar quasiwklęsły lub quasiwielospójny. Przykład takiego obszaru dopuszczalnego pokazano na rys.10 a jego opis na rys.11. Program OPTIM automatycznie dokonuje kompilacji równań, które użytkownik podaje w tekstowym zbiorze danych w dogodnej dla siebie formie.

```

FUNKCJA CELU:      x1 + x2 +1 = min!
-----

ROZWIĄZANIE ZADANIA MINIMALIZACJI
-----
ROZWIĄZANIE      x1  x2  x3  ...  x9  x10      f[x(i)]  f[x(i)]/f[x(1)]
STARTOWE         15  8   -   ...  -   -         43          1
NAJLEPSZE         6  1   -   ...  -   -         11         0.255814
NAJGORSZE         15  8   -   ...  -   -         43          1

ANALIZA OBSZARU DOPUSZCZALNEGO
-----
LICZBA OGRANICZEN OBSZARU DOPUSZCZALNEGO          30
  W TYM: GORNYCH I DOLNYCH                          2
        FUNKCYJNYCH                                  19
        DYSKRETYZUJACYCH                             2
        ALTERNATYWNYCH                               7
LICZBA PUNKTOW W KOSTCE DOLNYCH I GORNYCH OGRANICZEN 144
LICZBA ANALIZOWANYCH PUNKTOW: - W OBSZARZE DOPUSZCZALYM 14
                               - POZA OBSZAREM DOPUSZCZALNYM 22
                               - OGOLEM                      36
LICZBA TRAFIEN W PODZBIOR OBSZARU DOPUSZCZALNEGO    1

PRZYCZYNA ZAKONCZENIA ZADANIA
-----
SPELNIENIE WARUNKU STOPU DLA PRZYJETEGO STEROWANIA.

SUGESTIE SYSTEMU EKSPERCKIEGO
-----
- ZASTOSOWANO PROCEDURE WYCHODZENIA Z OSTRZA.
  POPRAWĘ WARTOSCI FUNKCJI CELU UZYSKANO W 2-M OTOCZENIU PUNKTU STARTOWEGO.
- FUNKCJA CELU JEST ŚREDNIO SZYBKO ZBIEZNA.
  OBLICZENIA WYKONANO W 6 CYKLU(ACH).
- W ZADANIU NIE WYKORZYSTANO WSPÓLCZYNNIKA PRZEWYYSZANIA.
- OBSZAR DOPUSZCZALNY JEST QUASIWIELOSPOJNY LUB QUASIWKLESŁY.
  ZNALEZIONE ROZWIĄZANIE MOŻE NIE BYĆ MINIMUM GLOBALNYM.
  SPROBUJ ROZWIĄZAC ZADANIE PONOWNIE, STARTUJAC Z INNEGO PUNKTU.
- ZNALEZIONE ROZWIĄZANIE LEŻY W PUNKCIE IZOLOWANYM.
  O ILE TO MOZLIWE SPROBUJ ZLAGODZIC NARUSZONE OGRANICZENIA LUB
  ROZWIĄZAC ZADANIE PONOWNIE, STARTUJAC Z INNEGO PUNKTU.

```

Rys. 12. Fragment zbioru wyników zadania z rys.10

Fig. 12. Fragment of a result file of task from Fig.10

Przebieg analizy optymalizacyjnej, rozpoczynającej się z punktu \underline{x}_{s_0} położonego w punkcie izolowanym, pokazano na rys.10. Rys.12 przedstawia część zbioru wyników zadania, dotyczącą głównie diagnostyki obszaru dopuszczalnego. Poza prostą statystyką obszaru, istotne z punktu widzenia całego zadania uwagi zawarte są w sugestiach systemu eksperckiego.

5. Uwagi końcowe

Program OPTIM umożliwia poszukiwanie minimum funkcji jednomodalnych w zbiorach dyskretnych z ograniczeniami. Przy odpowiednim doborze sterowania programem pozytywne rezultaty można uzyskać w przypadku funkcji o izoliniach w kształcie zakrzywionych hiperdolin, funkcji z płytkimi minimami lokalnymi oraz funkcji, w których jedna zmienna decyzyjna jest przyczyną wielomodalności. Możliwa jest analiza quasiwklęsłych i quasiwielospójnych obszarów dopuszczalnych. Program OPTIM jest mało skuteczny w przypadku funkcji wieloekstremalnych, dla których tylko metoda pełnego przeglądu wariantów lub metoda Monte Carlo z liczną próbą losowania poprawnie określa minimum.

Literatura

1. **Jendo S., Paczkowski W. M.:** Some problems of optimization in civil engineering structural design, X Konf. "Metody Komputerowe w Mechanice", Świnoujście 1991.
2. **Niczny J., Paczkowski W. M., Woźny T.:** Expert system of controlling a program for structural optimization - OPTIM, X Konf. "Metody Komputerowe w Mechanice", Świnoujście 1991.
3. **Paczkowski W. M.:** OPTIM - non-linear discrete optimization program. X Konf. "Metody Komputerowe w Mechanice", Świnoujście 1991.
4. **Niczny J. Paczkowski W. M.:** System ekspercki optymalizacji metodą ortogonalno-diagonalną. XXXVII Knf. Nauk. KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1991
5. **Himmelblau D.M.:** A Uniform Evaluation of Unconstrained Optimization Techniques, Conf. "Numerical Methods for Non-linear Optimization", Dundee University 1971.

Streszczenie

Istniejące metody optymalizacji są mało efektywne w przypadku zadań dyskretnych z ograniczeniami. Największe problemy stwarzają takie przypadki jak: wąska dolina, minimum lokalne, wklęsły lub wielospójny obszar dopuszczalny, start z ostrza, poruszenie się wzdłuż ograniczenia i czas obliczeń. Prezentowany program OPTIM (discrete OPTIMization) w wielu przypadkach może stanowić skuteczne narzędzie w dyskretnym projektowaniu optymalnym.

DISCRETE OPTIMIZATION PROGRAM OPTIM BASED ON THE ORTHO-DIAGONAL METHOD

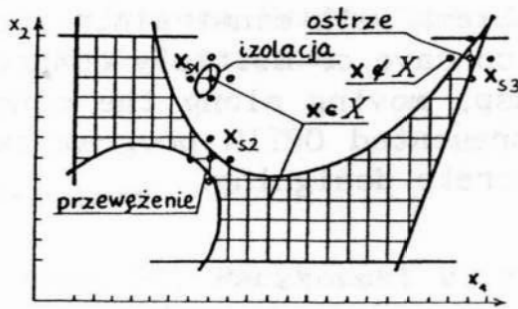
Summary

The optimization methods used so far appear to be low efficient in case of discrete problems with constraints such as narrow valley, local minimum, concave or multiply connected region, starting from the cusp, moving along the constraint and computing time. The presented OPTIM program can in many cases help in optimum discrete designing.

FUNKCJONOWANIE METODY ORTOGONALNO-DIAGONALNEJ
W DYSKRETNYM OBSZARZE DOPUSZCZALNYM Z OGRANICZENIAMI *)

1. Wprowadzenie

Kształtowanie konstrukcji zawsze związane jest z poruszaniem się w ograniczonym obszarze dopuszczalnym. Wiele rozwiązań nieliniowych zadań optymalizacji położonych jest na ograniczeniach [1,2]. Nie bez znaczenia w takiej sytuacji - jest efektywność metod optymalizacyjnych w strefach przygranicznych obszaru dopuszczalnego. W zagadnieniach dyskretnych nie zawsze zadowalające rezultaty uzyskuje się przez stosowanie zewnętrznej lub wewnętrznej funkcji kary [6], czy też przez określanie nowego kierunku poprawy funkcji celu w punkcie położonym na ograniczeniu [1]. Takie przypadki jak wklęsły lub wielospójny obszar dopuszczalny, ograniczenia tworzące ostrza lub przewężenia czy pojedyncze punkty izolowane (rys.1), wymagają



Rys. 1. Obszar dopuszczalny o skomplikowanym kształcie
Fig. 1. Feasible domain of a complicated shape

niekiedy bardzo wyrafinowanych technik przeszukiwania przestrzeni. Oczywiście nietrudno jest wyobrazić sobie przypadek, dla którego większość ze znanych metod optymalizacji z ograniczeniami nie jest w stanie prawidłowo określić punkt poprawiający wartość funkcji celu. Ratunkiem byłaby metoda pełnego przeglądu wariantów, ale jako niezwykle czasochłonna najczęściej nie może być zastosowana.

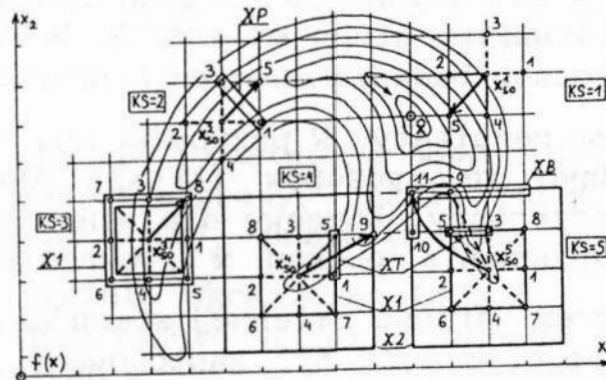
Dr inż. Witold Paczkowski, Instytut Inżynierii Lądowej, Politechnika Szczecińska

*) Przedstawiony na X Konferencji 'Poliptymalizacja i CAD'

Mielno 1992

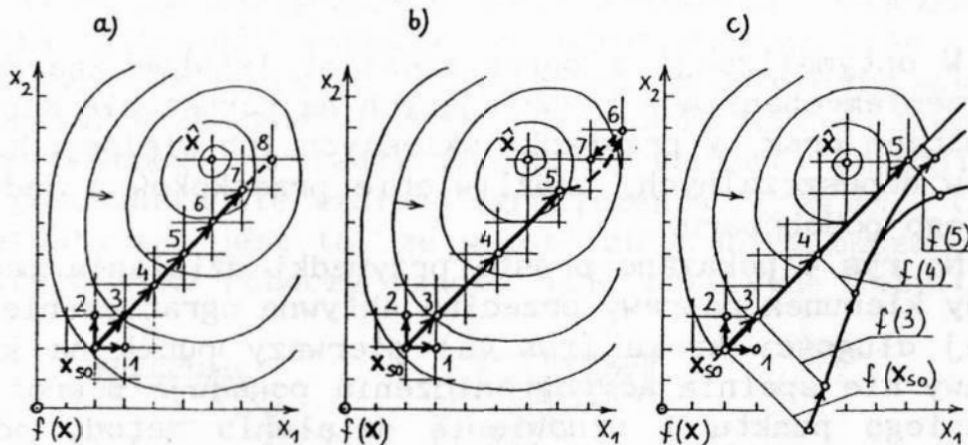
2. Istota metody ortogonalno-diagonalnej (O-D)

Metoda ortogonalno-diagonalna [4,5] należy do grupy metod kombinatorycznych [6] i jest przeznaczona do poszukiwania minimum funkcji jednomodalnych lub funkcji z płytkimi minimami lokalnymi. Metodę dostosowano do wymagań dyskretnych zadań optymalizacji, w których określanie wartości funkcji celu jest bardzo czasochłonne, a sprawdzanie jawnych warunków ograniczających ma niewielki wpływ na czas obliczeń (np. zadania projektowania lub identyfikacji konstrukcji budowlanych).



Rys. 2. Poszukiwanie kierunku poprawy w etapie próbnym

Fig. 2. Searching for a direction of improvement in an exploratory move



Rys. 3. Krok roboczy metody O-D - minimalizacja funkcji celu w kierunku poprawy

Fig. 3. Minimization of objective function along a direction of improvement in a pattern move

W metodzie O-D wyróżnia się etap próbny i roboczy. W etapie próbnym bada się otoczenie danego punktu x_{si} , w celu wyznaczenia kierunku poprawy wartości funkcji celu (rys.2). W etapie roboczym poszukuje się minimum funkcji celu wzdłuż kierunku poprawy (rys.3). Proces przebiega iteracyjnie do chwili, gdy w otoczeniu danego punktu nie można uzyskać poprawy wartości funkcji celu.

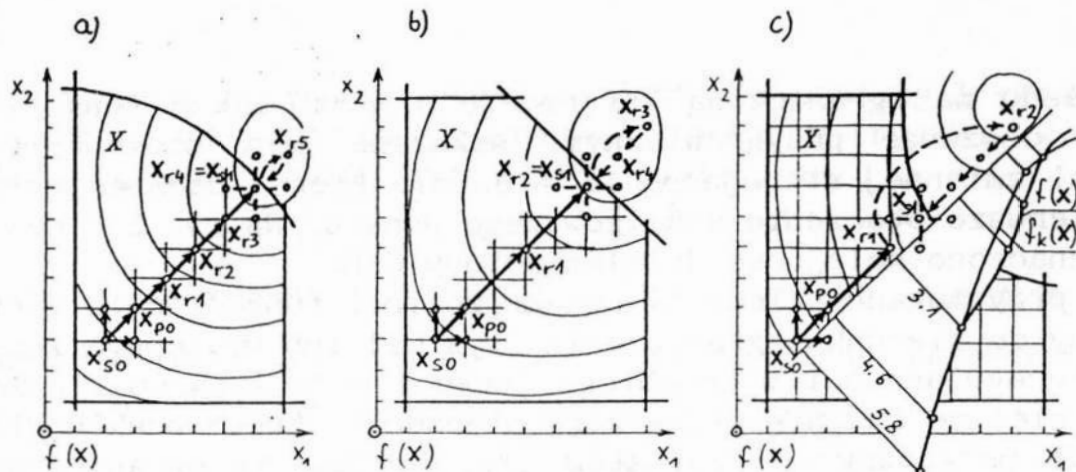
W etapie próbnym badane są punkty ze zbiorów $X1$ i $X2$, stanowiących pierwsze i drugie otoczenie punktu x_{si} . Zastosowano tu pięć sposobów określania kierunku poprawy. Kolejność analizy optymalizacyjnej w etapach próbnych dla zmiennej sterującej warunkiem stopu $KS \in \langle 1,5 \rangle$ pokazano na rys.2. Każdy następny sposób badania otoczenia punktu x_{si} wykorzystuje wcześniejsze rezultaty. W przypadku wyznaczenia kierunku poprawy jednym ze sposobów ($KP < KS$, $KP \in \langle 1, KS \rangle$), etap próbny zostaje przerwany. Końcowy dla etapu próbnego sposób przeszukiwania otoczenia punktu x_{si} określony jest przez użytkownika poprzez wartość zmiennej sterującej KS .

W etapie roboczym może być zastosowany jeden z trzech sposobów minimalizacji w kierunku [5]: przegląd ze stałą lub ze zmienną długością kroku, bądź aproksymacja kwadratowa (rys.3).

3. Funkcjonowanie metody O-D w pobliżu ograniczeń

W optymalizacji z ograniczeniami istotne znaczenie ma stworzenie mechanizmów pozwalających na poruszanie się wzdłuż ograniczeń oraz, w przypadku wklęsłych lub wielospójnych obszarów dopuszczalnych, umożliwienie przeskoków z jednego do drugiego podobszaru.

Na rys.4 pokazano proste przypadki działania metody O-D, gdy kierunek poprawy przecina aktywne ograniczenie. Przy stałej długości kroku (rys.4a) pierwszy punkt na kierunku poprawy nie spełniający ograniczenia powoduje powrót do poprzedniego punktu i wznowienie działania metody od etapu próbnego. Przy zmiennej długości kroku (rys.4b), w wypadku niespełnienia ograniczeń, następuje dwukrotne zmniejszenie długości kroku roboczego. Jeżeli tak wyznaczony punkt jest dopuszczalny, to od niego zaczyna się nowy etap próbny. W przeciwnym razie etap próbny zostaje zainicjowany w ostatnim analizowanym punkcie spełniającym ograniczenia (rys.4b). W

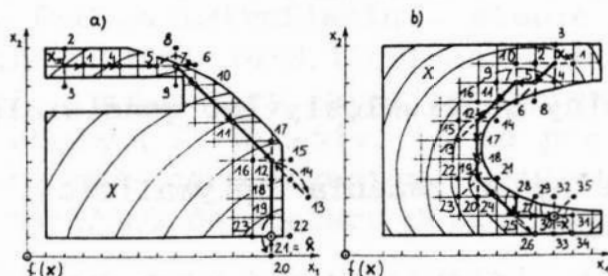


Rys. 4. Przecięcie kierunku poprawy z aktywnym ograniczeniem
 Fig. 4. Crossing of direction of improvement with the active constraint

aproxymacji kwadratowej następuje powrót do obszaru dopuszczalnego po kierunku poprawy, jeżeli punkt minimalizujący funkcję kwadratową $f_k(\mathbf{x})$, przybliżającą krzywiznę funkcji celu $f(\mathbf{x})$, nie spełnia ograniczeń (rys.4c). W pokazanym na rys.4 przykładzie przyjęto warunek stopu $KS=1$, tzn. wykonywany jest tylko etap próbny w kierunkach ortogonalnych.

3.1. Poruszanie się wzdłuż ograniczenia

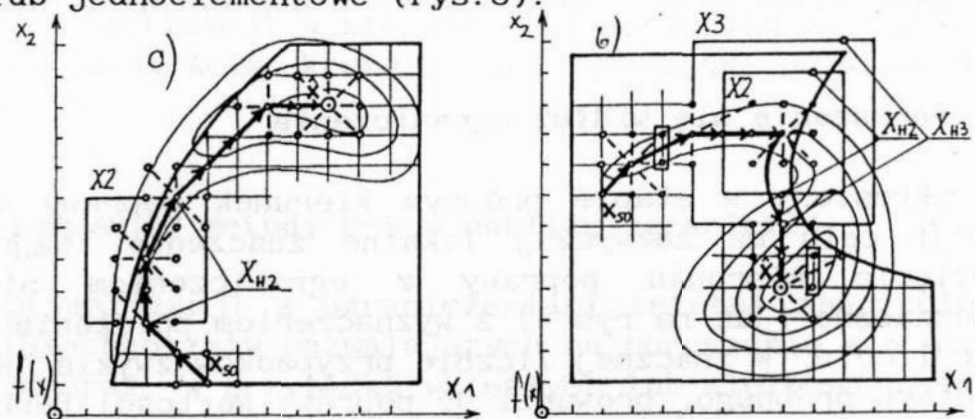
Określony w etapie próbnym kierunek poprawy wartości funkcji celu ma zazwyczaj lokalne znaczenie. Najczęściej przecięcie kierunku poprawy z ograniczeniem nie jest równoznaczne (jak na rys.4) z wyznaczeniem położenia minimum funkcji celu. W znacznej liczbie przypadków zwykle stosowanie etapu próbnego, prowadzi do poprawy wartości funkcji celu i do poruszania się wzdłuż ograniczenia (rys.5). Cechą charakterystyczną jest to, że w pobliżu granicy obszaru dopuszczalnego etap roboczy rzadko daje pozytywne rezultaty.



Rys. 5. Poruszanie się wzdłuż ograniczenia
 Fig. 5. Searching along an active constraint

Ze względu na ograniczoną informację o wartościach funkcji celu w obszarze przygranicznym, wskazane jest stosowanie wartości zmiennej sterującej $KS = 3$, dla której badane jest całe pierwsze otoczenie analizowanego punktu. Na rys.5 liczbami oznaczono kolejność działań metody O-D.

W przypadkach, kiedy kierunek izolunii funkcji celu jest zbliżony do kierunku ograniczenia (rys.6a) lub występują znaczne nieregularności w przebiegu funkcji celu (rys.6b), może okazać się, że badanie pierwszego otoczenia danego punktu nie przynosi pozytywnych rezultatów. Ze względu na ograniczoną informację o wartościach funkcji celu, badanie zbioru odbicia XB z drugiego otoczenia X_2 danego punktu (rys.2) jest mało skuteczne. W metodzie O-D zastosowano technikę polegającą na określeniu przecięcia drugiego X_2 i trzeciego X_3 otoczenia badanego punktu z aktywnym ograniczeniem. Dalsze poszukiwania poprawy wartości funkcji celu prowadzone są w zbiorach punktów dopuszczalnych położonych najbliżej ograniczenia, oznaczonych dla drugiego otoczenia X_{H2} , a dla trzeciego otoczenia X_{H3} . W przestrzeni R^2 tak określone zbiory X_{H2} i X_{H3} są dwu- lub jednoelementowe (rys.6).



Rys. 6. Poszukiwanie punktu poprawy w pobliżu ograniczenia

Fig. 6. Searching for a point of improvement in the neighbourhood of an active constraint

3.2. Obszar dopuszczalny quasiwklęsły lub quasiwielospójny

Obszar dopuszczalny X zadania optymalizacji dyskretnej można opisać następująco

$$X = \{x: g_i(x) \leq 0, \quad h_i(x) = 0, \quad x \in C \subset R^N\}. \quad (1)$$

Jeżeli występują ograniczenia dyskretyzujące $h_i(x) = 0$ i $x \in$

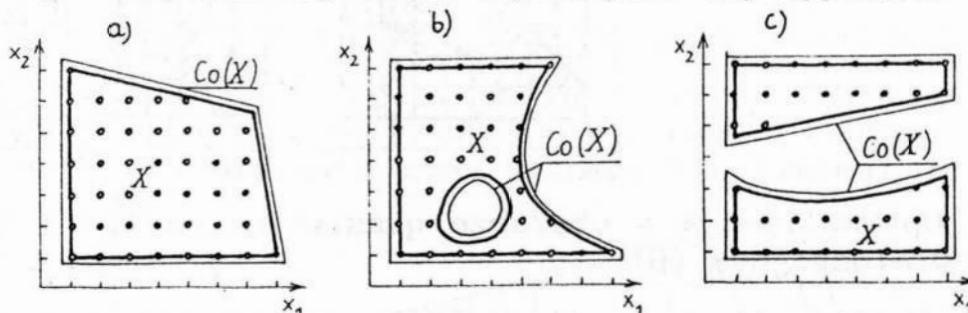
C to powodują one, że obszar X jest wielospójny i składa się ze skończonej liczby pojedynczych punktów (rys.7). Wymiary-wość zbioru X wynosi $\dim X = 0$, pomimo, że

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n, \dots, x_N)^T \in R^N. \quad (2)$$

Jeżeli weźmiemy pod uwagę tylko związki nierównościowe $g_i(\mathbf{x}) \leq 0$, to ograniczoną w ten sposób część przestrzeni R^N nazwiemy powłoką zbioru rozwiązań dopuszczalnych (rys.7b)

$$\text{Co}(X) = \{\mathbf{x}: g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \mathbf{x} \in R^N\}. \quad (3)$$

W przypadku, gdy powłoka $\text{Co}(X)$ jest zbiorem wypukłym, to dyskretny obszar dopuszczalny X będziemy określać zbiorem quasiwypukłym (rys.7a). Jeżeli powłoka $\text{Co}(X)$ nie spełnia warunku wypukłości przy spełnionym warunku spójności, to mówimy, że zbiór X jest quasiwklęsły (rys.7b). Jeżeli powłoka $\text{Co}(X)$ jest zbiorem wielospójnym, to X określamy jako quasiwielospójny (rys.7c), niezależnie od tego czy poszczególne podzbiory $\text{Co}(X)$ są wklęsłe czy wypukłe.



Rys. 7. Rodzaje zbiorów dopuszczalnych

Fig. 7. Different types of feasible domains

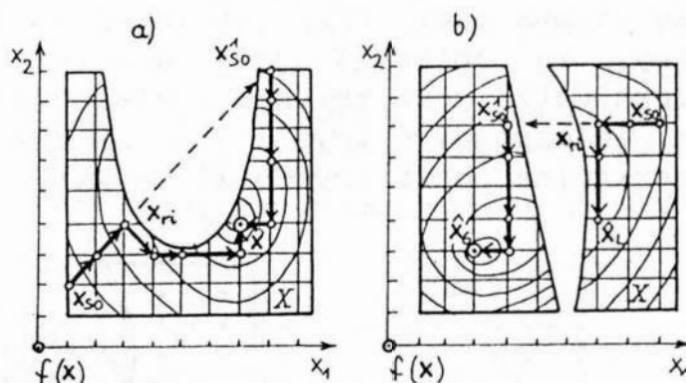
Po uzgodnieniu pojęć quasiwklęsłości i quasiwielospójności, przeanalizujemy mechanizmy umożliwiające analizę optymalizacyjną w tego typu obszarach dopuszczalnych. Jedną ze zmiennych sterujących algorytmem - KX określa, jak zachowa się metoda O-D po natrafieniu w etapie roboczym na aktywne ograniczenie. W punkcie 3.1 opisano działanie dla KX = WYPukły. Jeżeli prowadzący analizę optymalizacyjną przyjmie zmienną sterującą KX=WKLęsły, to po przecięciu kierunku poprawy z aktywnym ograniczeniem zapamiętany zostaje ostatni punkt \mathbf{x}_{ri}^1 należący do obszaru dopuszczalnego (rys.8). Kierunek poprawy jest przeszukiwany dalej, w celu określenia punktu \mathbf{x}_{so}^1 , leżącego w innej części obszaru X . Poszukiwania

prowadzone są w kostce X_k określonej przez górne x_{ig} i dolne x_{id} ograniczenia zbioru X

$$X_k = \{x: x_{id} \leq x_i \leq x_{ig}, \quad x \in C \subset R^N\}. \quad (4)$$

Jeżeli punkt x_{s0}^1 istnieje, to jest on traktowany jako punkt startowy nowego zadania. Analiza optymalizacyjna kontynuowana jest zarówno z punktu x_{s0}^1 , jak i z punktu x_{ri} , przy czym o kolejności decyduje mniejsza wartość funkcji celu (rys.8). Wyznaczone zostają dwa minima lokalne \hat{x}^0 i \hat{x}^1 , z których wybiera się minimum globalne

$$f(\hat{x}) = \min_{x \in X} f(x) = \min [f(\hat{x}^0), f(\hat{x}^1)]. \quad (5)$$



Rys. 8. Optymalizacja w obszarze quasiwklęsłym (a) i quasiwielospójnym (b)

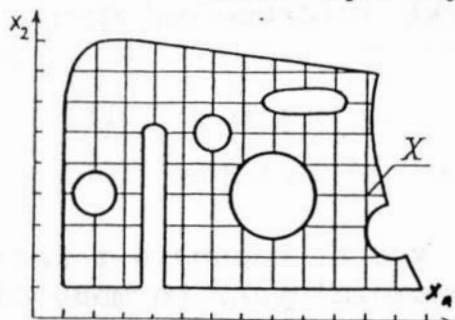
Fig. 8. Optimization in the quasi-concave (a) and quasi-multiplyconnected (b) domains

W obszarze quasiwklęsłym rozwiązania \hat{x}^0 i \hat{x}^1 mogą się pokrywać (rys.8a), a w obszarze quasiwielospójnym będą zawsze inne (rys.8b). Zapewnia to sterowanie KX, które dla zadania kontynuowanego w drugiej kolejności przyjmuje wartość $KX=WY$ -Pukły. Ograniczono w ten sposób możliwość zbytniego rozrastania się zadania, przez wyznaczanie nowych punktów startowych w tych samych podobszarach zbioru X .

3. 3. Obszar dopuszczalny typu "ser Gouda"

W zadaniach optymalizacji układów technicznych istnieją przypadki, w których do obszaru dopuszczalnego nie należą pojedyncze punkty spełniające ograniczenia zachowawcze, lecz

nie spełniające ograniczeń technologicznych. Obszar dopuszczalny jest "usiany dziurami" i tworzy zbiór quasiwklęsły (rys.9) lub quasiwielospójny. Przez podobieństwo wyglądu, tego typu obszar dopuszczalny nazwano "ser Gouda". Poruszanie się w zbiorze X typu "ser Gouda" napotyka ciągle na ograniczenia, przy czym jedne z nich mogą być ominięte lub "przeskoczone", inne stanowią barierę, którą niekiedy można pokonać mechanizmami opisanymi w punkcie 3.2.

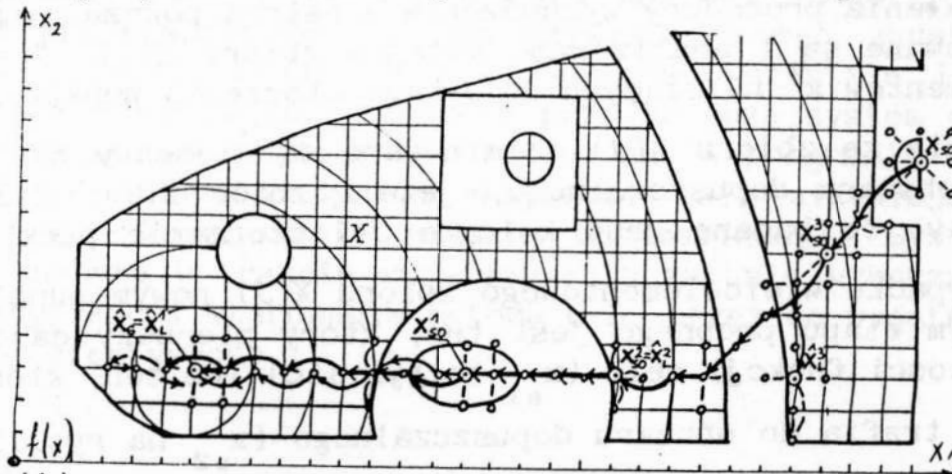


Rys. 9. Obszar dopuszczalny typu "ser Gouda"

Fig. 9. "Gouda-cheese" type feasible domain

Algorytm O-D, pozwala na poszukiwanie nowych punktów startowych położonych na kierunkach poprawy przecinających granice obszaru dopuszczalnego. Konsekwentnie spełnione jest przy tym wyżej opisane ograniczenie polegające na tym, że punkty startowe nowych zadań mogą być wyznaczone jedynie w trakcie analizy zadania z początkowego punktu startowego x_{s0} . Ograniczenie to

wynika z przeprowadzonych testów, które wykazały, że wykorzystanie punktu poprawy wartości $f(x)$ daje największe szanse wyznaczenia minimum globalnego (rys.10).



Rys. 10. Optymalizacja w obszarze dopuszczalnym typu "ser Gouda"

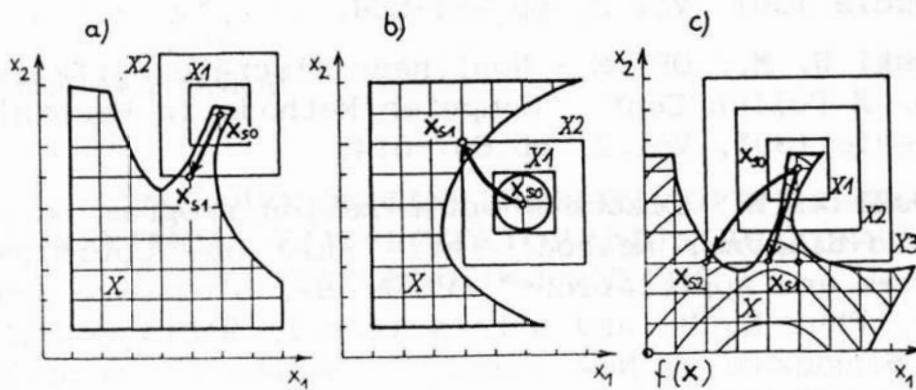
Fig. 10. Minimization in "Gouda-Cheese" type feasible domain

W przypadku, gdy w trakcie obliczeń wyznaczone zostaną więcej niż trzy nowe punkty startowe, to uruchomione zostanie ograniczenie polegające na tym, że skończone zostają jedynie trzy zadania rozpoczynające się w punktach dających najmniejsze wartości funkcji celu. W całym algorytmie metody O-D obowiązuje zasada jednokrotnego wyznaczania wartości funkcji celu w danym punkcie x . Jeżeli kolejno rozwiązywane zadanie natrafi na punkt lub ścieżkę już analizowaną, to fakt ten zostanie wykorzystany, dzięki informacjom zgromadzonym w "banku".

3. 4. Ostrze, izolacja lub przewężenie

Jeżeli w otoczeniu danego punktu $x \in X$, badanego z krokiem ortogonalnym, nie ma punktów dopuszczalnych, to mamy do czynienia z rozwiązaniem położonym w ostrzu, w przewężeniu lub w punkcie izolowanym (rys.1). W przypadku, gdy taki punkt będzie wybrany jako startowy x_{s_0} , to utrudnione jest określenie dla niego kierunku poprawy. W algorytmie metody O-D zastosowano w takich warunkach procedurę "wychodzenia" z ostrza. Nie ma przy tym potrzeby szczegółowego rozpoznawania, z którym przypadkiem mamy do czynienia. Przykłady działania procedury wychodzenia z ostrza pokazano na rys.11. Budowane są i analizowane kolejno zbiory $X(J)$, $J = \{1,2,3\}$ elementów x należących do J -tego otoczenia punktu x_{s_0} . Następnie ze zbioru $X(J)$ eliminowane są elementy nie należące do obszaru dopuszczalnego. jeżeli zbiór $X(J)$, $J < 3$ zostaje pusty, to badane jest kolejne $J+1$ otoczenie punktu x_{s_0} . W przypadku wieloelementowego zbioru $X(J)$ nowym punktem startowym etapu próbnego jest ten, który pierwszy daje poprawę wartości funkcji celu (x_{s_1} na rys.11c) lub ten, który pierwszy trafia do obszaru dopuszczalnego (x_{s_2} na rys.11c). Uależnione to jest od przyjętego sterowania (WYJ=POPRAWA lub WYJ=DOPuszczalny).

Procedura wychodzenia z ostrza powoduje zatrzymanie zadania optymalizacji jeżeli w trzech otoczeniach punktu x_{s_0} nie zostaną znalezione punkty dopuszczalne.



Rys. 11. Działanie procedury wychodzenia z ostrza

Fig. 11. Performance of procedure "how to go out" of cups

4. Uwagi końcowe

Metoda ortogonalno-diagonalna wyposażona została w wiele mechanizmów pozwalających na efektywne prowadzenie analizy optymalizacyjnej w dyskretnym, ograniczonym obszarze dopuszczalnym. Przed użytkownikiem metody stoi problem wyboru odpowiedniego sterowania, między innymi określającego etap próbny, po którym badany jest warunek stopu oraz określającego charakter funkcji celu i obszaru dopuszczalnego.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania nowego zadania optymalizacji często trudno jest z góry znać wszystkie jego cechy. W takich sytuacjach z pomocą przyjść może system doradczy lub ekspercki. Metodę O-D zakodowano w programie OPTIM [4], wyposażonym w system ekspercki [3], ułatwiający między innymi sformułowanie zadania optymalizacji. System ten wiedzę nabytą w trakcie rozwiązywania zadania wykorzystuje do modyfikacji sterowania metodą O-D, przez co wydatnie podnosi jej efektywność.

Literatura

1. Brandt A. M.: Kryteria i metody optymalizacji konstrukcji. PWN, Warszawa 1977.
2. Majid K. I. : Optymalne projektowanie konstrukcji. PWN, Warszawa 1981.
3. Niczyj J., Paczkowski W.M., Woźny T.: Expert system of controlling a program for structural optimization -OPTIM. X Polish Conference "Computer Methods in Mechanics",

- Świnoujście 1991, Vol.2, pp.551-558.
4. **Paczkowski W. M.:** OPTIM - Nonlinear discrete optimization program. X Polish Conf. "Computer Methods in Mechanics", Świnoujście 1991, Vol.2, pp.607-614.
 5. **Paczkowski W. M.:** Discrete optimization program based on the ortho-diagonal method. Int. Conf. on "Optimization Techniques and Applications" ICOTA '92, Singapore 3-5 June 1992, Phua K. H. and others (eds.), World Scientific Publ., Singapore - New Jersey - London - Hong Kong, Vol.1, pp.248-257.
 6. **Wit R.:** Metody programowania nieliniowego. WNT, Warszawa 1986.

Streszczenie

W pracy pokazano mechanizmy dyskretnej metody ortogonalno-diagonalnej (O-D), pozwalające na rozwiązywanie nieliniowych zadań w dyskretnym obszarze dopuszczalnym z ograniczeniami. Metoda O-D nie ma istotnych wymagań co do własności funkcji celu i funkcji ograniczeń. Jest szczególnie efektywna w przypadkach takich jak: wklęsły lub wielospójny obszar dopuszczalny, ograniczenia tworzące ostrza lub przewężenia, pojedyncze punkty nie należące do obszaru dopuszczalnego.

THE ORTHO-DIAGONAL METHOD WORKING IN DISCRETE FEASIBLE DOMAIN WITH CONSTRAINTS

Summary

The paper deals with application of ortho-diagonal (O-D) discrete optimization method to solve nonlinear optimization problems with constraints. There are no special requirements for objective and constraint functions. The O-D method of optimization is very effective, especially in cases as: concave and multiply-connected feasible domain, the domains with cusp and narrow valley or with some points which do not belong to a feasible domain.

Stanisław PŁONKA¹

METODOLOGICZNE PROBLEMY OPTYMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ W PROJEKTOWANIU STRUKTURY PROCESÓW TECHNOLOGICZNYCH²

1. Wstęp

Różnorodność środków i metod obróbki powierzchni i wyrobu w ogóle prowadzą do tego, że identyczne lub podobne co do kształtu, wymiarów i dokładności przedmioty wykonuje się często według różnych procesów technologicznych, różniących się między sobą pracochłonnością i kosztem, zapewniających ponadto odmienną jakość technologiczną przedmiotu, a w konsekwencji lepszą lub gorszą jakość użytkową. W związku z tym pojawia się złożone wielowariantowe zadanie projektowania i wyboru wariantu procesu technologicznego obróbki przedmiotu. Rozważając zagadnienie wyboru najbardziej racjonalnego wariantu procesu technologicznego należy mieć na uwadze zarówno optymalizację parametryczną jak i strukturalną procesów technologicznych [11, 12]. Zagadnienie optymalizacji operacji technologicznych ze względu na jedno kryterium zostało szczegółowo omówione w pracach Polańskiego [1, 2] oraz Pająka i Wieczorowskiego [3]. Natomiast zastosowanie optymalizacji wielokryterialnej z wykorzystaniem optimum w sensie Pareto [4, 5, 6] w doborze optymalnych warunków obróbki w procesie wiórkowania kół zębatych narzędziem składanym przedstawia praca Matuszka i Szadkowskiego [7], zaś w procesie nagniatania tocznego stopu PA7 praca Szadkowskiego i Płonki [8].

Zagadnienie optymalizacji strukturalnej procesów technologicznych ze względu na jedno kryterium np. minimalny koszt wytwarzania lub pracochłonność z wykorzystaniem programowania dynamicznego zawierają prace Szadkowskiego [9] oraz Żurka i Siecli [10]. Wykorzystanie optymalizacji wielokryterialnej w projektowaniu struktury procesów technologicznych zawierają prace Szadkowskiego [11, 12], Szadkowskiego i Huczka [13], oraz Szadkowskiego i Płonki [14, 15, 16].

W pracy ograniczono się do omówienia zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej struktury procesów technologicznych. W najbardziej ogólnym znaczeniu struktura procesu technologicznego przedstawia stan uporządkowania rodzaju, ustawienia i powiązania jej elementów składowych tj. operacji.

W dotychczasowym modelu optymalizacji wielokryterialnej struktury procesów technologicznych zasadnicze znaczenie odgrywa optimum w sensie Pareto [4, 5, 6]. Rozwiązanie jest optymalne w sensie Pareto, jeżeli nie można go polepszyć ze względu na żadne kryterium, bez równoczesnego pogorszenia ze względu na inne kryterium. Istnieje zwykle szereg rozwiązań optymalnych w sensie Pareto: $x_{opt.1}$, $x_{opt.2}$, ..., $x_{opt.n}$. Tworzą one zbiór wariantów, który przedstawiony decydentowi daje mu możliwość

Dr inż. Stanisław Płonka

Katedra Technologii Maszyn i Automatyzacji,
Filia Politechniki Łódzkiej w Bielsku Białej

² Przedstawiono na X Konf. 'Poliptymalizacja i CAD', Mielno 1992

podjęcia decyzji. Decyzja ta wymaga dodatkowej informacji, a wybór ostateczny jednego rozwiązania (wariantu procesu technologicznego) jest zwykle oparty na jednym kryterium, mniej lub więcej sformalizowanym. Stąd postępowanie optymalizacyjne najczęściej ma charakter dwuetapowy, charakteryzuje się w pierwszym etapie wielokryterialnością a następnie przejściem do jednego kryterium (np. stosunku jednostkowego kosztu wytwarzania do trwałości - k_p/T [15]) w drugim etapie.

Celem pracy jest przedstawienie przetestowanych na konkretnych przykładach praktycznych [26,27,28] modeli optymalizacji wielokryterialnej procesów technologicznych oraz wytycznych odnośnie stosowania (przyjmowania) określonego modelu w zależności od następujących czynników:

- rodzaju części tzn. czy jest to część maszyny ogólnego przeznaczenia, czy część specjalna np. wrzeciono przędzarki obrączkowej, wirówka przędzarki bezwrzecionowej, tuleja cylindrowa silnika spalinowego itd.,
- charakteru (wielkości) produkcji,
- rodzaju kryteriów przeznaczonych do oceny wariantów procesu technologicznego,
- liczby ekspertów opisujących względne preferencje poszczególnych wariantów oraz ważność kryteriów,
- sposobu oceny poszczególnych wariantów.

2. Modele postępowania w optymalizacji procesów technologicznych

W wielowariantowym projektowaniu procesów technologicznych coraz częściej przyjmowana jest technika przedstawiania zbioru rozwiązań dopuszczalnych przy pomocy grafu-drzewa (rys. 1), która może, mimo znacznie skromniejszej możliwości kombinatorycznych niż grafu o jednym wierzchołku końcowym, opisywać - przy tej samej liczbie wierzchołków (czyli operacji technologicznych) - wystarczającą do celów optymalizacji liczbę wariantów procesów, przy czym pozwala na rozwiązywanie zadań polioptymalizacji bez nakładania ograniczeń na sformułowania kryteriów optymalności.

Zagadnienie wyboru wariantu optymalnego musi zostać poprzedzone procedurą określania zbioru dopuszczalnych rozwiązań (wariantów -alternatyw) procesu technologicznego, przedstawionych najczęściej w postaci (powyżej omówionego) grafu-drzewa i uwzględniających podstawowe zasady ich projektowania.

Biorąc pod uwagę, że zaprojektowanie procesu technologicznego jest złożoną wieloetapową pracą wymagającą zarówno dostatecznej ilości różnorodnych informacji, jak i dużego doświadczenia praktycznego projektanta przyjęto, że model postępowania optymalizacyjnego będzie charakteryzował się wieloetapowością.

Autor wyróżnia trzy sposoby (procedury) postępowania optymalizacyjnego procesów technologicznych, które różnią się między sobą rodzajem zastosowanej metody na pierwszym etapie postępowania:

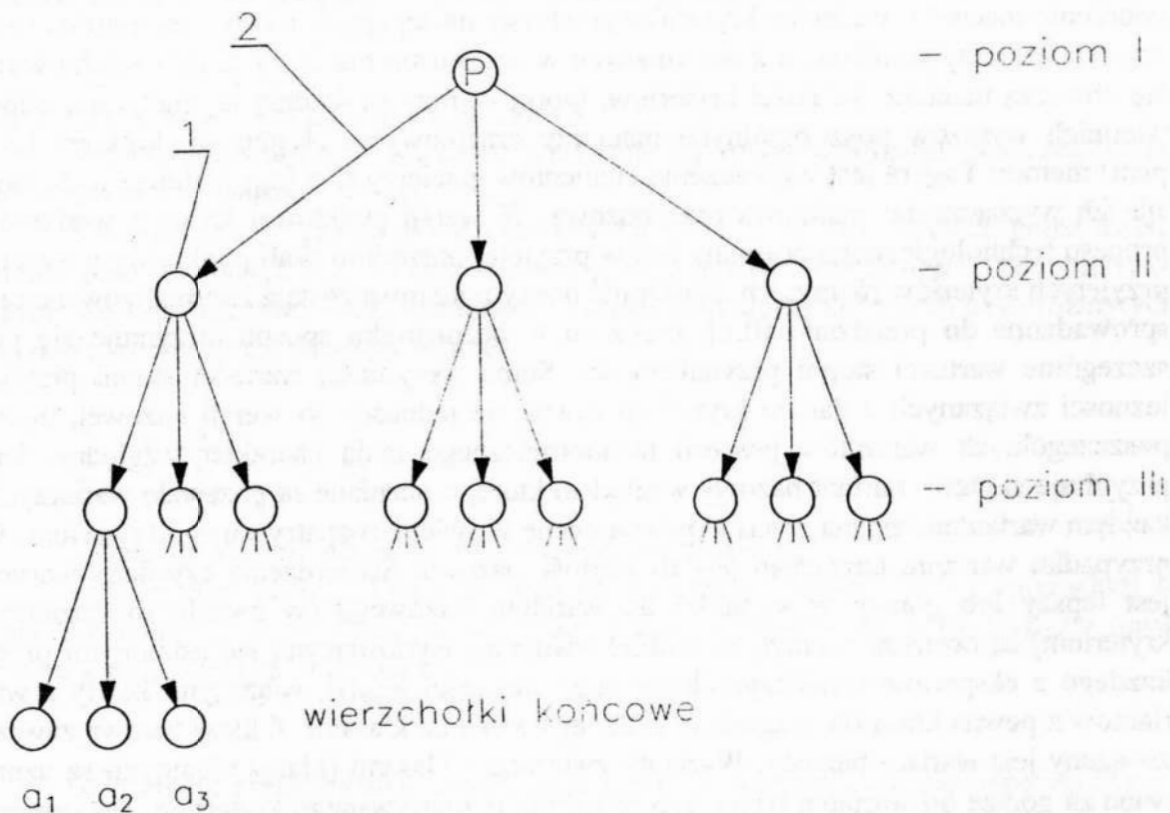
- pierwszy wykorzystuje metodę Yagera [17, 18],
- drugi metodę Baasa i Kwakernaaka [19,20],
- trzeci metodę ogólną [21, 22, 25] uwzględniającą wszystkie rodzaje kryteriów (deterministyczne, probabilistyczne i rozmyte) i wykorzystującą oprogramowanie opracowane przez Knosalę i Pedrycza [21].

Każda z procedur postępowania optymalizacyjnego w najbardziej ogólnym przypadku, charakteryzuje się trzema etapami:

- **etap 1** - wybór podgrupy wariantów preferowanych (wariantu preferowanego na poziomie 1 grafu-drzewa) ze zbioru wariantów dopuszczalnych z uwzględnieniem kryteriów tylko rozmytych (metoda Yagera lub Baasa i Kwakernaaka) lub wszystkich rodzajów kryteriów tj. deterministycznych, probabilistycznych i rozmytych (metoda ogólna),

- **etap 2** - określenie zbioru wariantów optymalnych w sensie Pareto z podgrupy wariantów preferowanych,

- **etap 3** - wybór wariantu najlepszego ze zbioru wariantów optymalnych w sensie Pareto z uwzględnieniem jednego kryterium (kryterium użyteczności U_{pu} lub kryterium mniej sformalizowanego wyrażonego stosunkiem jednostkowego kosztu wytwarzania do trwałości - k_p/T).



Rys. 1. Graf- drzewo wariantów procesu technologicznego: 1- wierzchołki grafu, którym odpowiadają operacje, 2- krawędzie grafu określające wzajemne powiązania operacji (w ramach procesu technologicznego).

Fig. 1. The manufacturing process variants tree graph: 1 - nodes of the graph which are corresponding with the operations, 2 - edges of the graph defining the mutual interactions (in manufacturing process)

Przedstawione modele postępowania optymalizacyjnego charakteryzują się, ponadto "elastycznością" tzn., że w zależności od stopnia skomplikowania procesu technologicznego, liczby jego wariantów, a przede wszystkim ilości i rodzaju informacji odnośnie przyjętych do oceny wariantów -kryteriów można każdy z etapów postępowania optymalizacyjnego pominąć (w praktyce etap 1 względnie etap 2), bez ujemnego wpływu na wybór wariantu optymalnego.

Metoda Yagera [17, 18] umożliwia wybór optymalnego wariantu (podjęcie optymalnej decyzji) spośród zbioru wariantów dopuszczalnych i ma tę zaletę, że - po pierwsze - jest ideowo związana z modelem podejmowania decyzji w rozmytym otoczeniu, po drugie, jest prosta, a w szczególności dość łatwo ujmuje różne poziomy ważności poszczególnych kryteriów. Danymi wejściowymi w metodzie Yagera są:

- liczba kryteriów rozmytych,
- liczba wariantów procesu technologicznego,
- elementy macierzy ważności poszczególnych kryteriów $B = [b_j]$,
- elementy macierzy $C = [c_{ijk}]$, będące wartościami stopnia przynależności i -tego wariantu według j -tego kryterium podanymi przez k -tego eksperta.

Macierz ważności poszczególnych kryteriów B tworzymy metodą Saaty'ego [23], polegającą na porównywaniu kolejnych par kryteriów. W przypadku kilku ekspertów tworzenie macierzy ważności kryteriów przebiega następująco: każdy z ekspertów tworzy macierz indywidualnie, a z otrzymanych w ten sposób macierzy cząstkowych tworzy się zbiorczą macierz ważności kryteriów, której wyrazy są średnią arytmetyczną odpowiednich wyrazów poszczególnych macierzy cząstkowych. Następnym krokiem (etapem) metody Yagera jest wyznaczenie elementów macierzy $C = [c_{ijk}]$. Istnieją dwie wersje ich wyznaczania: punktowa oraz bazowa. W wersji punktowej każdy z wariantów procesu technologicznego oceniany jest w przyjętej uprzednio skali punktowej w świetle przyjętych kryteriów rozmytych. Następnie oceny punktowe zostają znormalizowane tzn. sprowadzone do przedziału $[0,1]$, przez co w bezpośredni sposób otrzymuje się poszczególne wartości stopni przynależności. Suma wszystkich wartości stopni przynależności związanych z danym kryterium równa się jedności. W wersji bazowej, oceny poszczególnych wariantów procesu technologicznego mają charakter względny, tzn. przyjmuje się tzw. wariant bazowy względem którego oceniane są pozostałe warianty. Z każdym wariantem można związać pewną ocenę w świetle rozpatrywanego kryterium. W przypadku wariantu bazowego jest to wartość bazowa. Stwierdzenia czy dany wariant jest lepszy lub gorszy w stosunku do wariantu bazowego (w świetle rozważanego kryterium) są ocenami rozmytymi (subiektywnymi), wyrażającymi się ustalonymi przez każdego z ekspertów współczynnikami przynależności $g_{ijk}(l)$, wiążącymi każdy z wariantów z pewną klasą (l), względnie częściej z kilkoma klasami. Z klasą zerową zawsze związany jest wariant bazowy. Warianty związane z klasami (klasą) ujemnymi są uznawane za gorsze od wariantu bazowego w świetle rozpatrywanego kryterium, zaś warianty związane z klasami (klasą) dodatnimi - za lepsze. Z każdą klasą związana jest pewna procentowa wartość (ustalona subiektywnie) wyrażająca o ile wariant jej przypisany jest lepszy (w przypadku klasy dodatniej) względnie gorszy (w przypadku klasy ujemnej) od wariantu bazowego.

Aby sprowadzić poszczególne elementy $g_{ijk}(l)$ do wartości c_{ijk} niezbędnych do utworzenia ocen rozmytych, należy dokonać transformacji według następującej zależności:

$$\text{gdzie: } l = -L, \dots, 0, \dots, L \quad (l - \text{numer klasy})$$

$$i = 1 \dots n \quad (n - \text{liczba wariantów}),$$

$$j = 1 \dots m \text{ (m - liczba kryteriów),}$$

$$k = 1 \dots p \text{ (p - liczba ekspertów).}$$

Dla przygotowanej wcześniej macierzy ważności kryteriów szukamy wektora własnego Y [17, 18], który spełnia następujące równanie macierzowe:

$$B \cdot Y = \lambda_{\max} \cdot Y$$

gdzie: B - zbiorcza macierz ważności kryteriów,

Y - wektor własny, który w powyższym równaniu traktujemy jako macierz kolumnową,

λ_{\max} - skalar zwany maksymalną wartością własną macierzy B .

Zatem szukany jest taki wektor, dla którego powyższe równanie jest spełnione dla możliwie największej wartości liczby $\lambda = \lambda_{\max}$. Wektor ten ma tyle współrzędnych ile jest kryteriów, a ich suma równa jest liczbie przyjętych kryteriów:

$$\sum y_j = m$$

gdzie: y_j oznacza j -tą współrzędną wektora Y .

Współrzędne wektora własnego nazywane są również wagami poszczególnych kryteriów i są oznaczane: w_1, w_2, \dots, w_m .

Kolejny krok polega na utworzeniu tzw. łącznych ocen rozmytych c_{ij} przez uśrednienie ocen rozmytych c_{ijk} podanych przez poszczególnych ekspertów. Następnie tworzymy decyzje rozmyte przez podniesienie każdego składnika kolejnych ocen rozmytych do potęgi równej odpowiedniej wadze:

$$d_j = \sum_{i=1}^m c_{ij}^{w_j} / a_i$$

gdzie: a_i - kolejne warianty procesu technologicznego,

Ostatni etap metody Yagera polega na utworzeniu jednej decyzji optymalnej D (decyzji najlepszej ze względu na wszystkie przyjęte kryteria rozmyte). Decyzja optymalna jest decyzją typu minimum:

Wariantem preferowanym (najlepszym) jest ten wariant, któremu odpowiada największy składnik decyzji optymalnej czyli największa wartość stopnia przynależności.

Metoda Baasa i Kwakernaaka [17, 19, 20] wiąże się z nieco innym, niż w przypadku metody Yagera, podejściem do zagadnieniem wyboru optymalnego wariantu procesu technologicznego w przypadku istnienia wielu kryteriów o charakterze rozmytym.

W metodzie tej można wyróżnić trzy etapy:

- wyznaczenie ocen poszczególnych wariantów procesu technologicznego przez ekspertów w świetle przyjętych kryteriów o charakterze rozmytym,
- określenie ważności poszczególnych kryteriów rozmytych przez ekspertów wg metody Saaty'ego [23], polegającej na ocenie kryteriów parami, a następnie przyjęciu trójkątnych postaci funkcji przynależności,
- agregacji ocen kolejnych wariantów procesu technologicznego w świetle przyjętych kryteriów rozmytych z uwzględnieniem ich wag.

Algorytm uzyskiwania wariantu optymalnego metodą Baasa i Kwakernaaka jest dość skomplikowany i wymaga użycia mikrokomputera. Opis tego algorytmu zamiesz-

czono w pracy [20]. Posłużył on do wykonania oprogramowania metody Baasa i Kwaernaaka. W programie przewidziano wykorzystanie więcej niż jednego eksperta (od 3 do 10).

Metoda ogólna [21, 22, 25] jest jakościowo inna, gdyż umożliwia wybór wariantu optymalnego spośród rozwiązań dopuszczalnych w świetle trzech rodzajów kryteriów jednocześnie, a to: kryteriów o charakterze deterministycznym, probabilistycznym i rozmytym.

Deterministyczne oceny cząstkowe określane są najczęściej w różnych wymiarach zależnie od kryterium i przyjętej skali wartości, i muszą być przetransformowane według odpowiedniej funkcji w przestrzeń liczb z przedziału [0,1]. Funkcje te są ustalane przez ekspertów na bazie ich własnego doświadczenia i danych literaturowych [21]. Rozmyte oceny cząstkowe modelowane są za pomocą funkcji przynależności, które wyznaczone będą przez ekspertów z wykorzystaniem sposobu podanego przez Saaty'ego [23]. Oceny cząstkowe o charakterze probabilistycznym pojawiają się w praktyce znacznie rzadziej ze względu na to, że są trudno dostępne, jednak w przypadku ich wystąpienia istnieje potrzeba transformacji ocen probabilistycznych na oceny rozmyte, np. według sposobu zaproponowanego w pracy [24].

Zasadniczo, realizacja tej metody składa się z trzech etapów:

- wyznaczenia ocen poszczególnych wariantów procesu technologicznego w świetle przyjętych kryteriów. Zależnie od ich charakteru są to oceny deterministyczne, probabilistyczne lub rozmyte,
- określenia ważności poszczególnych kryteriów w postaci rozmytej,
- agregacji poszczególnych cząstkowych ocen kolejnych wariantów procesu technologicznego z uwzględnieniem wag przyjętych kryteriów.

Algorytm wyznaczania wariantu preferowanego z uwzględnieniem wszystkich kryteriów zawierają prace Knosali i Pedrycza [21] oraz Knosali [22].

Metoda ogólna jest metodą najbardziej uniwersalną, gdyż umożliwia wybór optymalnego wariantu procesu w świetle kryteriów zarówno deterministycznych, probabilistycznych jak i rozmytych, a liczba ekspertów może zmieniać się od 1 do 10.

Optimum w sensie Pareto [26, 27] - w celu określenia zbioru wariantów procesu technologicznego optymalnych w sensie Pareto (wariantów niezdominowanych) z podgrupy wariantów preferowanych skorzystano ze specjalnie opracowanego w języku Pascal programu polopt.

Umożliwia on na zasadzie konwersacji z mikrokomputerem *IBM PC/XT/AT* określenie kryteriów niezależnych z grupy kryteriów przyjętych do oceny oraz wyznaczenie ze względu na te właśnie kryteria zbioru możliwych wariantów optymalnych w sensie Pareto. Program jest tak opracowany, że umożliwia wyznaczenie zbioru wariantów niezdominowanych ze zbioru wariantów dopuszczalnych składającego się maksymalnie ze 100 wariantów ocenionych przez dowolną liczbę kryteriów z przedziału od 2 do 10. Poszczególnym kryteriom przydzielono pojedyncze oceny, jedynie w przypadku kryterium chropowatości istnieje możliwość zarówno oceny wyrażonej przez jeden parametr jak i oceny uwzględniającej trzy parametry. Wówczas niezbędne staje się zbudowanie funkcji ujmującej równoczesny wpływ trzech parametrów z uwzględnieniem ich ważności. Wartości wag przyjmuje się względnie wyznacza indywidualnie dla każdego przypadku, i tak dla elementów stykających się z przedzą wagi ustala się w wyniku estymacji parametrów chropowatości ze współczynnikiem kinetycznym tarcia przedzą o tę powierzchnię.

Program składa się z następujących procedur: tworzenia zbioru kryteriów, czyta-

nia zbioru kryteriów, wyboru kryteriów do wyznaczenia zbioru Pareto, wyznaczania zbioru Pareto, sortowania, oglądania oraz drukowania tego zbioru.

Kryterium użyteczności [27] wyrażone przez funkcję użyteczności U_{pu} (użyteczność producenta i użytkownika) przedstawia następującą zależność:

$$U_{pu} = d_{uj} \cdot T - (k_{uj} \cdot T + k_p)$$

gdzie:

d_{uj} - dochód jednostkowy użytkownika (odniesiony do jednostki zakupionego wyrobu i jednego roku eksploatacji),

k_{uj} - koszt jednostkowy użytkownika (odniesiony do jednostki zakupionego wyrobu i jednego roku eksploatacji),

T - trwałość ("czas życia" wyrobu),

k_p - koszt wyprodukowania jednostki wyrobu (koszt jednostkowy producenta).

W trzecim etapie postępowania optymalizacyjnego w zamian kryterium użyteczności można stosować kryterium mniej sformalizowane wyrażone stosunkiem jednostkowego kosztu wytwarzania do trwałości $-k_p/T$ [16].

Przedstawione modele postępowania w optymalizacji wielokryterialnej mają budowę modułową, przy czym dla każdego z modułów został opracowany program, za wyjątkiem metody Knosali, w przypadku której skorzystano z gotowego programu "Ekspert" za zgodą autora. Wymienione trzy metody postępowania optymalizacyjnego zostały przetestowane na konkretnych przykładach dotyczących wyboru optymalnego wariantu procesu technologicznego prowadnika prądu [27], wirówki przędzarki bezwrzecionowej [28] oraz wrzeciona do przędzenia bezbalonowego przędzarki obrączkowej [26].

Na podstawie przeprowadzonej analizy i badań własnych [26, 27, 28] można stwierdzić, że omówione modele postępowania optymalizacyjnego wyczerpują prawie w pełni zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej struktury procesów technologicznych tj. problem wyboru wariantu preferowanego (najlepszego) ze zbioru wariantów dopuszczalnych z uwzględnieniem stopnia skomplikowania procesu technologicznego, charakteru produkcji, różnych rodzajów kryteriów, różnej liczby ekspertów oraz sposobu oceny poszczególnych wariantów.

Zdaniem autora:

- model postępowania optymalizacyjnego wykorzystujący w pierwszym etapie metodę Yagera należy stosować w przypadku procesów technologicznych części maszyn ogólnego przeznaczenia, produkcji małoseryjnej oraz raczej jednego eksperta zwanego wiodącym (analitykiem),

- model postępowania optymalizacyjnego wykorzystujący w pierwszym etapie metodę Baasa i Kwakernaaka można stosować zarówno w przypadku procesów technologicznych części maszyn ogólnego przeznaczenia jak i o specjalnych własnościach, produkcji średnioseryjnej oraz conajmniej trzech ekspertów,

- model postępowania optymalizacyjnego wykorzystujący na pierwszym etapie oprogramowanie Knosali i Pedrycza uwzględniające wszystkie rodzaje kryteriów tj. kryteria deterministyczne, probabilistyczne i rozmyte zaleca się stosować przede wszystkim w przypadku procesów technologicznych części maszyn o specjalnych własnościach np. wrzecion przędzalniczych do przędzenia bezbalonowego, wirówek przędzarek bezwrzecionowych, cylindrów silników spalinowych itp., produkcji wielkoseryjnej i masowej oraz liczbie ekspertów od 2 do 10 (choćby oprogramowanie umożliwia korzystanie z 1

eksperta).

Stosowanie określonego modelu postępowania optymalizacyjnego uwarunkowane jest przede wszystkim stopniem pewności posiadanej informacji odnośnie przyjętych do oceny kryteriów jak również kosztami wynikłymi z uruchomienia serii próbnej celem uzyskania wartości ocen kryteriów o charakterze deterministycznym i probabilistycznym.

Niezbędne oprogramowanie oraz badania w warunkach przemysłowych zostały sfinansowane przez KBN (grant nr 771379102).

3. Wnioski końcowe.

Proponowane modele postępowania optymalizacyjnego struktury procesów technologicznych z uwzględnieniem wielu i różnych rodzajów kryteriów powinny ułatwić w warunkach praktycznych wybór wariantu najlepszego (optymalnego) ze względu na przyjęte do oceny kryteria.

Koniecznym wydaje się, jednak opracowanie systemu ekspertowego, który podpowiadałby wybór określonego modelu (określonej procedury postępowania optymalizacyjnego) przede wszystkim w zależności od rodzaju przyjętych do oceny wariantów kryteriów, liczby ekspertów oraz sposobu oceny poszczególnych rozwiązań (wariantów).

Literatura:

1. **Z. Polański:** Metody optymalizacji w technologii maszyn. PWN, Warszawa 1976.
2. **Z. Polański:** Planowanie doświadczeń w technice. PWN, Warszawa 1984.
3. **E. Pająk, K. Wieczorowski:** Podstawy optymalizacji operacji technologicznych w przykładach. PWN, Warszaw-Poznań 1982.
4. **M. Peschel, C. Riedel:** Polioptymalizacja. Metody podejmowania decyzji kompromisowych w zagadnieniach inżyniersko-technicznych. WNT, Warszawa 1979.
5. **A. Ameljańczyk:** Elementy optymalizacji wielokryterialnej. Wybrane metody rozwiązania. WAT, Warszawa 1981.
6. **A. Osyczka:** Multicriterion Optimization in Engineering with FORTRAN Programs. John Wiley and Sons. Chichester 1984.
7. **J. Matuszek, J. Szadkowski:** Polioptymalizacja przy wykorzystaniu metody sympleksów i analizy wariancji. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Automatyka z.67, 1983.
8. **J. Szadkowski, S. Płonka:** Polioptymalizacja wybranych parametrów nagniatania tocznego stopu PA7. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej. Mechanika z.69, 1985.
9. **J. Szadkowski:** Projektowanie optymalnych procesów technologicznych w oparciu o metodę programowania dynamicznego. Mechanik Nr 5, 1969.
10. **J. Żurek, R. Siecla:** Projektowanie optymalnego procesu wytwarzania. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Mechanika, z. 34, 1990.
11. **J. Szadkowski:** Optymalizacja strukturalna i parametryczna w projektowaniu procesów technologicznych obróbki skrawaniem. Sympozjum Inauguracyjne Szkoły Podstaw Optymalizacji Procesów Technologicznych i Systemów Produkcyjnych. PAN, Sekcja Podstaw Technologii Komitetu Budowy Maszyn. TNOiK, Bielsko-Biała 1986.

12. **J. Szadkowski**: Optymalizacja strukturalna procesów obróbki skrawaniem. VI Krajowa Konferencja n.t. "Postępy w teorii i technice obróbki materiałów". IOS, Kraków 1990.
13. **J. Szadkowski, M. Huczek**: Polioptymalizacja procesów technologicznych. Materiały XIX Sympozjum Modelowanie w Mechanice. PTMTS, Gliwice 1980.
14. **S. Płonka, J. Szadkowski**: Polioptymalizacja procesów technologicznych elementów maszyn włókienniczych. Referaty I Ogólnopolskiej Konferencji Mechaniki Maszyn Włókienniczych i D_wigowych. Bielsko-Biała 1983.
15. **S. Płonka, J. Szadkowski**: Polioptymalizacja procesów technologicznych wrzecion przedziałniczych. Zeszyty Naukowe Politechniki łódzkiej, Nr 73, Mechanika, 1985.
16. **J. Szadkowski, S. Płonka**: Machining proces optimization considering wear resistance of manufactured elements. III Międzynarodowe Sympozjum INSYCONT, Kraków 1990.
17. **J. Kacprzyk**: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa 1986.
18. **R.R. Yager**: Multiple objective decision - making using fuzzy set. Inf.J. on Man - Machine Studies. 1977, vol. 9.
19. **S. M. Baas, H. Krakernaak**: Rating and ranking of multiaspect alternative using fuzzy sets. Automatica, 1977, vol. 13.
20. **H. Kwakernaak**: An algorithm for rating multiple aspects alternatives using fuzzy sets. Automatica, 1977, vol. 15.
21. **R. Knosala, W. Pedrycz**: Komputerowy system wspomagający proces oceny rozwiązań konstrukcyjnych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Mechanika z. 86, 1987.
22. **R. Knosala**: Objektivierung des Bewertungsprozesses beim Konstruieren. Konstruktion 43 (1991). Springer - Verlag 1991.
23. **T.L. Saaty**: The Analytic Hierarchy Process. Mc Graw-Hill, New York 1980.
24. **D. Dubois, H. Prade**: Unfair coins and necessity measures: toward a possibilistic interpretation of histograms. Fuzzy Sets and Systems, 1983, H. 10.
25. **W. Tarnowski**: Model procesu wyboru w projektowaniu technicznym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Nr 787, Automatyka z.72. Gliwice 1984.
26. **J. Szadkowski, S. Płonka**: Optymalizacja wielokryterialna procesów technologicznych wrzecion przedziałniczych. Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej. ITS, Bielsko-Biała 1990.
27. **J. Szadkowski, S. Płonka**: Optymalizacja wielokryterialna procesów technologicznych prowadników przędzy. Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej. ITS, Bielsko-Biała 1991.
28. **S. Płonka**: Wielokryterialna optymalizacja strukturalna procesów technologicznych z uwzględnieniem kryteriów jakości technologicznej i użytkowej. Praca niepublikowana. Bielsko-Biała 1992.

Streszczenie

Przedstawiono modele postępowania w wielokryterialnej optymalizacji struktury procesów technologicznych. Scharakteryzowano poszczególne moduły modeli optymalizacyjnych oraz zaproponowano warunki ich stosowania.

METHODOLOGICAL PROBLEMS OF MULTICRITERIAL OPTIMIZATION IN MANUFACTURING PROCESSES STRUCTURE DESIGN

Summary

The procedures in multicriterial optimization of manufacturing processes structure are presented. Each module of optimization model is described. The conditions of these models use are proposed.

Witold POGORZELSKI

RACHUNEK WAGOWO-KORELACYJNY:
PRZEZNACZENIE, ZAŁOŻENIA, MOZLIWOŚCI *)

1. Wstęp

Przed przystąpieniem do meritum istotne będzie zwrócenie uwagi na podstawową kwestię formalną zastosowanego podejścia badawczego do problematyki jakości, a mianowicie jego strukturalizm.

Strukturalizm, obecnie szeroko stosowany w wielu dziedzinach humanistyki i nauk społecznych [14], zaś rzadko podkreślany w naukach ścisłych, jest zbiorem zasad postępowania badawczego, które należy przeprowadzić na określonym materiale, a którego celem jest uporządkowanie i zrozumienie tego materiału pewną interdyscyplinarną metodą badań. Podstawowe założenia filozoficzne strukturalizmu to relacjonizm, natywizm i określony ideał wiedzy. Podstawowa dla strukturalizmu jest opozycja między "zdarzeniem", sferą tego, co jako indywidualne i przypadkowe przeciwstawia się "strukturze", temu co prawidłowe, powtarzalne i społeczne. Zostało to po raz pierwszy ustanowione przez de Saussure'a na terenie lingwistyki jako opozycja pomiędzy parole (mową) i langue (językiem). Mowa - to fakty językowe w całej ich różnorodności, język zaś - to stabilny system, umożliwiający mowę i normującą ją.

W odniesieniu do rachunku wagowo-korelacyjnego przyjmujemy założenia strukturalizmu: wartościowanie dokonywane przez decydenta w odniesieniu do pewnego wytworu jest "zdarzeniem", indywidualną realizacją określonej "struktury", obciążoną probabilistyczną przypadkowością, "struktura" zaś jest pewnym systemem normującym wartościowanie, ujmowanym

Doc. dr hab. inż. Witold Pogorzelski
Politechnika Warszawska, filia w Płocku,

*) Przedstawiony na IX Konferencji 'Poliptymalizacja i CAD'
Mielno 1991

mechanizmem wartościowania, niezmienną prawidłowością możliwą do opisania matematycznego.

Przedstawiony wyżej zabieg metodologiczny w określeniu Carnapa jest eksplikacją [8]. Jest to zastąpienie danego, mniej lub bardziej nieściśłego pojęcia explicandum (w naszym przypadku - czynności wartościowania) pojęciem ścisłym explicatum (w naszym przypadku - rachunkiem wagowo-korelacyjnym). Carnap wymienia i przedstawia cztery warunki, jakie powinna spełniać adekwatna eksplikacja: podobieństwo, precyzyjność, ogólność i prostota.

2. Przeznaczenie metody

Rachunek wagowo-korelacyjny jest metodą wartościowania ocechowanych wytworów. Wytwory stanowią zbiór porównywalnych między sobą układów lub funkcji układów, np. porównujemy radiomagnetofony średniej klasy, porównujemy interpretacje Chopina przez uczestników konkursu pianistycznego. Wartościowanie wymaga, by każdy z wytworów był oznaczony miarami jakości w wybranych aspektach; problem polega na tym, że mają one różne jakościowo i ilościowo znaczenia dla osoby lub osób wartościujących.

Nazwa metody związana jest z jej początkami. Sięgają one 1986 roku [17], kiedy to na V Krajowej Konferencji "Polioptymalizacja w projektowaniu - Mielno '86" autor zaproponował metodę skalaryzacji wektorowej użyteczności opartą na maksymalizacji średniego ważonego współczynnika korelacji użyteczności całościowej (wynikowej) z użytecznościami cząstkowymi. Wagi mogły być zadawane arbitralnie lub dobierane dialogowo w oparciu o interpretacje współczynników korelacji. Metoda była przeznaczona dla optymalizacji wielokryterialnej, szczególnie dla zadań projektowania technicznego. Efektem procesu ulepszania i praktyki jest obecny kształt metody, w szczególności oparcie jej na postulacie maksymalizacji zawartości informacyjnej komunikatu i nadanie jej ogólnych, kwalitologicznych cech.

Początkowa wersja metody stała się przypadkiem szczególnym ogólnego ujęcia, ale przypadkiem bardzo ważnym, o przejrzyściej interpretacji. Dlatego też pozostaniemy przy nazwie "rachunek wagowo-korelacyjny". Podstawowe rozszerzenie metody polega na przejściu od wartościowania alternatywnych rozwiązań zadania optymalizacji wielokryterialnej (rozwiązań efektywnych, paretooptimalnych) do wartościowania wytworów o jakościach scharakteryzowanych liczbowo, w tych samych aspek-

ktach (oczekiwanych porównywalnie). Jakościom przy tym nadajemy sens cybernetyczny [18].

Odmiana rachunku wagowo-korelacyjnego zależy od własności zadania oraz rodzaju wartościowania i cechowania. Podstawowe cechy zadania:

- operacyjność, taktyczność, strategiczność,
- jednokrotność lub wielokrotność,
- jednorazowość lub sekwencyjność,
- synchroniczność lub diachroniczność,
- poznawanie, ocenianie lub kierowanie,
- statyczność, kinematyczność lub dynamiczność.

Podstawowe cechy wartościowania:

- jednostronne lub wielostronne,
- indywidualne lub grupowe dla strony,
- arbitralne, negocjacyjne lub growe,
- skalowanie wartości jednowymiarowe lub wielowymiarowe.

Podstawowe własności cechowania:

- jednowymiarowe lub wielowymiarowe dla jednej strony,
- uporządkowane (afiniczne, homotetyczne, translacyjne, autoniezmiennicze), rangowe lub nieuporządkowane,
- ciągle, dyskretne lub mieszane,
- zdeterminowane, losowe lub niepewne.

Klasyfikacja powyższa daje prawie 560 tysięcy odmian rachunku wagowo-korelacyjnego. Dalej skupimy się na jednej, najlepiej zbadanej i oprogramowanej odmianie rachunku wagowo-korelacyjnego. Oto cechy tej odmiany: operacyjność, jednokrotność, jednorazowość, diachroniczność, ocenianie, statyczność zadania, jednostronność wartościowania, strona indywidualium, arbitralność, skalowanie wartości jednowymiarowe, cechowanie wielowymiarowe, jakości afiniczne, cechowanie ciągle i zdeterminowane.

Zasadniczym przeznaczeniem rachunku wagowo-korelacyjnego jest dokonanie rankingu wytworów z danego zbioru i przeanalizowanie ich wartości z tego punktu widzenia. Technicy dotychczas rzadko rozważali i dyskutowali pojęcia jakości i wartości w terminach ogólnych, ich treść i uzależnienia. Dawniej, przed kilkadziesiąt laty, byli skłonni sądzić, że w technice jest ono zbędne; teraz są oni powszechnie przekonani o jego przydatności, a nawet niezbędności [3, 11], w dalszym ciągu jednak unikają własnych, bezpośrednich badań sensu określeń tego kręgu. Technicy zakładają, że są to pojęcia proste, podstawowe, odczuwane intuicyjnie i rozumiane zdroworozsądkowo, bądź też uważają, że są to pojęcia ogólne właściwe innym naukom i z nich dla potrzeb techniki tylko

zapożyczone. Pytających o omówienia źródłowe odsyła się: najczęściej do ekonomii, rzadziej do matematyki i najrzadziej do właściwego źródła - do filozofii [20]. Rachunek wagowo-korelacyjny sięga do prokseologicznych źródeł pojęcia jakości i wartości. Ale wspólna dominanta poglądu decydentów najlepiej może być opisana zdaniem, którym Laplace przed 180 laty (w 1812r.) określał istotę rachunku prawdopodobieństwa: "Jest to zwykły zdrowy rozsądek, tylko tyle, że sprowadzony do rachunku, dzięki czemu można dokładnie oszacować to, co umysły przenikliwe przyjmują instyktownie".

3. Założenia rachunku

Zgodnie z założeniami strukturalizmu będziemy uważali wytwór za zdarzenie w sensie probabilistycznym, podzbiór pewnej przestrzeni zdarzeń elementarnych, z którymi ma do czynienia decydent. Niech (Ω, T, μ) oznacza odnośną przestrzeń probabilistyczną o elementach ω , zaś E niech będzie wytworem, podzbiorem przestrzeni (Ω, T, μ) . Prawdopodobieństwo zajścia wytworu E (zajścia zdarzenia E) wynosi $\mu(E)$. Zdarzenia (wytwory), z którymi ma do czynienia decydent traktujemy jako indywidualne realizacje pewnej struktury, powtarzalnej i prawidłowej, scharakteryzowanej pewnymi niezmiennikami. Tymi niezmiennikami są np. jakości, których realizacje w przypadku poszczególnych zdarzeń E (wytworów) są określone ilościowo.

W rozważanej odmianie rachunku wagowo-korelacyjnego zakładamy następujące niezmienniki strukturalne:

- jakość jakościowa $X(E)$ (chi duże) będąca miarą (prawdopodobieństwem) skuteczności wytworu E , spełniania przez zdarzenie (wtwór) E określonych wymagań jakościowych,
- jakości ilościowe (cząstkowe) $\Psi_1(E), \dots, \Psi_M(E)$ będące miarą spełniania przez zdarzenie (wtwór) E partykularnych wymagań ilościowych skwantyfikowanych w postaci warunków maksymalizowania określonych funkcji cech jakości wytworu,
- jakość ilościowa globalna $\Psi_0(E)$ będąca miarą spełniania przez zdarzenie (wtwór) E całościowych wymagań (jednocześnie wszystkich jakościowych i ilościowych),
- jakość emergentna $\Phi(E)$ powstająca na skutek należenia do zbioru E określonych zdarzeń elementarnych ω ; zdarzenia te na poziomie całości funkcjonującej w postaci wytworu E nabierają nowych emergentnych jakości, które przypisujemy wytworowi E i których łączną miarą jest $\Phi(E)$,

- wagi jakości ilościowych, odpowiednio $\alpha_1, \dots, \alpha_M$, interpretowane jako cosinusy kierunkowe kierunku kompromisu pomiędzy wymaganiami ilościowymi w M-wymiarowej skośnokątnej przestrzeni, w której na osiach współrzędnych odkładamy miary spełniania poszczególnych wymagań ilościowych.

Założmy, że decydent rozpatruje próbkę wytworów $\{E_1, E_2, \dots, E_N\}$. Analizując jakości wytworów porównuje on wytwory parami, patrząc na nie dwójako: cząstkowo i całościowo. Zakładamy, że jakość ilościowa całościowa $\Psi_\alpha(E)$ wytworu E powstaje po odjęciu poprawek emergentnych od jakości ilościowej globalnej:

$$\Psi_\alpha(E) = \Psi_0(E) - \Phi(E) \quad (1)$$

(indeks α przypomina, że na spojrzeniu globalnym decydenta ciężą przyjęte wartości wag $\alpha_1, \dots, \alpha_M$). Prawdopodobieństwo zaistnienia pary wytworów w analizie decydenta wynosi $\mu(E_k \wedge E_1)$ i jest ono określone dla danej przestrzeni probabilistycznej (Ω, T, μ) . Ale praktyka pokazała, że prawdopodobieństwo to zależy od tego, który wytwór decydent rozpatruje najpierw, E_1 czy E_k . A więc realizm wymaga, aby nasza struktura to uwzględniała. Dlatego wprowadzimy dwa następujące niezmienniki charakteryzujące zaistnienie pary wytworów w analizie decydenta:

- prawdopodobieństwo $P(E)$ zaistnienia wytworu E,
- prawdopodobieństwo warunkowe $Pw(E, F)$ skutecznego zaistnienia pary wytworów E i F (zdarzeń w (Ω, T, μ)) pod warunkiem skutecznego zaistnienia wytworu E (pierwszego w parze).

A zatem rozważaną strukturę charakteryzują następujące niezmienniki, zmienne losowe z wyjątkiem wag α : $\{X(E), \Psi_1(E), \dots, \Psi_M(E), \Phi_0(E), \alpha, P(E), Pw(E, F)\}$. Po określeniu próbki wytworów $\{E_1, \dots, E_N\}$ decydent wygłasza komunikat K_d , w którym nadaje wartości niezmiennikom struktury:

$$K_d = K(\bar{\chi}, \bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_M, \bar{\psi}_0, \bar{\phi}, \bar{\alpha}, \bar{p}, \bar{pw}) \quad (2)$$

Wartości nadane przez decydenta są jednak obarczone błędem i powstaje pytanie: Czy można przynajmniej niektóre z tych wielkości uczynić bardziej realistycznymi w oparciu o dane pozostałe? W rozważanej wersji rachunku wagowo-korelacyjnego, zaimplementowanej na komputerze IBM PC/XT w postaci systemu doradczego WAKOR-2, decydent może uzmiennić

niektóre lub wszystkie niezmienniki ze zbioru $\{\Psi_0, \Phi, \alpha, P\}$.
W efekcie uzyskujemy komunikat K_d systemu doradczego:

$$K_S = K(\bar{\chi}, \bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_M, \bar{\psi}_0^*, \bar{\phi}^*, \bar{\alpha}^*, \bar{p}^*, \bar{p}w) \quad (3)$$

gdzie gwiazdkami zaznaczono wartości, które może nadać system doradczy WAKOR-2. W przypadku wyznaczania poprawek emergentnych ϕ decydent musi podać listę wytworów, których tytuł dotyczy. W przypadku wyznaczania wag potrzebne są wartości tensora metrycznego.

Rachunek wagowo-korelacyjny opiera się na postulacie maksymalizacji zawartości informacyjnej komunikatu decydenta. Pierwszą w nauce interesującą metodą teoretycznego podejścia do zjawisk informatycznych była matematyczna teoria komunikacji zaproponowana przez Shannona i Weavera [19]. To podejście pozostało w informatyce narzędziem rozwoju myślenia teoretycznego, ale nie znalazło zastosowania w przypadku informacji semantycznej. Zastosowanie tej teorii w komunikacji społecznej nakreślił dopiero Ackoff [1], co wzbogacone praktyką doprowadziło do narodzin podejścia cybernetycznego. Cybernetyka umożliwia badanie i rozwiązywanie zjawisk sfery kierowania, oceniania i poznawania, które poprzednio nie były dostępne systematycznym badaniom [4]. Proponowane tutaj podejście jest kontynuacją tego nurtu.

W naszym przypadku zawartość informacyjna komunikatu jest tym większa, im bardziej są ze sobą zgodne poszczególne preferencje częstkowe i pogląd całościowy, wyrażone przez odpowiednio unormowane i standardyzowane miary jakości. Preferencje te należy rozważać pod warunkiem spełnienia wymagań jakościowych, co prowadzi do koncepcji warunkowej wartości oczekiwanej na zbiorze określonym probabilistycznie. Koncepcję funkcji probabilistycznie określającej podzbiór przeszerzeni z miarą podał autor w 1975 r. w pracy [16]. Teraz taką funkcją jest $X(E)$ (określa pewne zdarzenie D), zaś naturalnym funkcjonałem wartość oczekiwana. Jednakże dodatkową trudność wywołuje fakt, że wartość oczekiwana zawartości informacyjnej komunikatu zależy od tego, czy zgodność preferencji oceniamy od strony aspektów częstkowych (od wewnątrz), czy od strony spojrzenia całościowego (od zewnątrz). Jest to nowa zmienna losowa. Oznaczmy ją Λ i ma ona w przypadku każdego aspektu i każdego wytworu dwie możliwe realizacje: (Ψ_i, Ψ_α) - spojrzenie od wewnątrz i (Ψ_α, Ψ_i) - spojrzenie od zewnątrz. Doświadczenia poparte ana-

lizą aparatu matematycznego wskazują na to, że spojrzenie od wewnątrz to kierowanie się możliwościami, zaś spojrzenie od zewnątrz - efektami. Przy tym decydenta w tej sprawie zwykle rozdzierają sprzeczności. Aspektu tego, z braku miejsca, nie będziemy rozwijać, zaznaczymy tylko, że operatory odpowiednich wartości oczekiwanych nie komutują ze sobą:

$$E_{(\Psi_i, \Psi_\alpha)} - E_{(\Psi_\alpha, \Psi_i)} \neq 0 \quad (4)$$

Fakt tego rodzaju w mechanice kwantowej prowadzi do nieoznaczoności - Λ nazywamy wtedy zmienną losową nielokalną. Nie jest to nic nowego - na pojęciowe koneksje psychologii z mechaniką kwantową już w latach 30-tych zwracał uwagę Niels Bohr [2].

Ostatecznie zawartość informacyjną komunikatu określa wzór:

$$I_\Lambda = \sum_{i=1}^M \alpha_i \left\{ \delta_{\Lambda_i, (\Psi_i, \Psi_\alpha)} E_{(\Psi_i, \Psi_\alpha)} \left[X(E) \frac{\Psi_i(E) - \mu_i}{\sigma_i} \right] + \delta_{\Lambda_i, (\Psi_\alpha, \Psi_i)} E_{(\Psi_\alpha, \Psi_i)} \left[X(F) \frac{\Psi_i(E) - \mu_i}{\sigma_i} \right] \right. \\ \left. \frac{\Psi_\alpha(F) - \mu_\alpha}{\sigma_\alpha} \right\} \quad (5)$$

gdzie E_Λ jest operatorem wartości oczekiwanej przy realizacji $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_M)$ zmiennej losowej nielokalnej, σ_i , μ_i , μ_α oraz σ_α odpowiednimi odchyleniami standardowymi i wartościami oczekiwany miar jakości, zaś $\delta_{\Lambda_i, (\Psi_i, \Psi_\alpha)}$ oraz $\delta_{\Lambda_i, (\Psi_\alpha, \Psi_i)}$ są symbolami Kroneckera.

Komunikat K_S systemu doradczego WAKOR-2 przy przyjętych uzmiennieniach maksymalizuje I_Λ . Warto zwrócić uwagę, że komunikat K_S nic nie rozstrzyga o prawdziwości komunikatu decydenta K_d . K_S jest zdaniem złożonym będącym następnikiem koniunkcji komunikatu K_d , uzmiennienia argumentów, ewentual-

nych danych o emergencji i tensorze metrycznym oraz postula-
tu $I_{\Lambda} = \max!$,

$$\forall_x (K(x) \quad K(x^*)) \wedge (K(\bar{x}) \quad K(x^*)) \quad (6)$$

Komunikat K_S jest prawdą w metajęzyku obejmującym język przedmiotowy komunikatu K_d decydenta i zdania języka przedmiotowego wraz z ich wartościami logicznymi [7].

4. Możliwości rachunku wagowo-korelacyjnego

Istotą przedstawionego wyżej rachunku jest skalaryzacja zróżnicowanych i wielowymiarowych jakości. Dzięki temu możemy dokonać rankingu rozważanego zbioru wytworów i to w sposób podlegający interpretacji a przy tym matematycznie ścisły. Warto podkreślić, że spotykane w literaturze metody skalaryzacji są jakościowo inne. Opierają się na propozycjach heurystycznych i to zarówno w teorii decyzji i optymalizacji wielokryterialnej [6, 9, 10], jak i w teorii jakości [3, 1].

Idee w rodzaju zastosowanego przez nas podejścia można spotkać w psychologii [13]. J. Koziński [12] zwraca uwagę, że psychologicznie jest uzasadniona strategia liniowa skalaryzacji, pochodząca od Benjamina Franklina (z roku 1772). Rachunek wagowo-korelacyjny prowadzi do wyznaczenia miar jakości całościowej jako rozwiązania układu równań liniowych, w których prawe strony są liniowymi funkcjami ilościowych jakości cząstkowych, co stanowi kontynuację i rozwinięcie idei stosowania strategii liniowej. Co ważniejsze, u nas podejście to nie jest hipotezą, lecz matematycznym skutkiem hipotezy natury ogólniejszej, dotyczącej mechanizmu wartościowania stosowanego przez człowieka, a więc hipotezy natury natywistycznej. Stwarza to określone możliwości rozwoju (np. w negocjacjach).

Na drugim biegunie możliwości rachunku wagowo-korelacyjnego są jego implikacje praktyczne. Był on z powodzeniem stosowany w wielu zadaniach: przy doborze nastaw regulatora PID dla obiektu inercyjnego piątego rzędu, przy poszukiwaniu optymalnego zarysu panewki stawu ramiennego człowieka wykonującego określone czynności robocze, przy optymalizacji mechanizmu wyłącznika elektrycznego wysokiego napięcia, przy klasyfikacji zawodników judo w oparciu o topografię mięśniową, przy ocenie wychowawców w sanatorium młodzieżowym i in-

nych. Stosowanie komputerowego wspomaganie decyzji jest kłopotliwe i kosztowne. Kopia profesjonalnego systemu eksperckiego kosztuje kilkadziesiąt tysięcy dolarów [5]. Rachunek wagowo-korelacyjny stwarza możliwości budowy systemów typu DSS (Decision Support System). Takim systemem jest WAKOR-2. W oparciu o ten system z powodzeniem wykonano obliczenia dla działu jakości w Zakładach Elektrotechniki Motoryzacyjnej ZELMOT w Warszawie, w ramach problemu CPBP 02.20 w podprogramie PI kierowanym przez prof. E. Kindlarskiego. Praca dotyczyła oceny jakości 21 faz realizacji wyrobów charakteryzowanej z punktu widzenia 6-ciu typów wyrobów produkowanych w Zakładach.

Literatura

1. **Acoff R. L.:** Towards a behavioral theory of communication. *Management Science*, 1958, 4, nr 3, s.218-234.
2. **Bohr N.:** Fizyka atomowa a wiedza ludzka. PWN, Warszawa 1963.
3. **Borys T.:** Elementy teorii jakości. PWN, Warszawa 1980.
4. **Ciganik M.:** Systemy informacyjne w nauce, technice i ekonomice. PWE, Warszawa 1984.
5. **Dąbkowski A., Skibko L.:** Systemy ekspertowe w zarządzaniu. *Doskonalenie Kadr Kierowniczych*, 1989, 6 (322), s.3-8.
6. **Dubov Ju. A., Travkin S. I., Jakimec V. N.:** Mnogokriterialnyje modeli formirovanija i wybora variantov sistem. Nauka, Moskva 1986.
7. **Grodziński E.:** Język, metajęzyk, rzeczywistość. PWN, Warszawa 1969.
8. **Hempel C. G.:** Wartościowanie i obiektywność w nauce. *Zagadnienia Naukoznawstwa*, 1988, 2(94), s.281-302.
9. **Hwang C., Masud A.:** Multiple Objective Decision Making Methods and Applications. Springer Verlag, Berlin 1979.
10. **Keeny R. L., Raiffa H.:** Decision with Multiple Objective: Preferences and Value Tradeoffs. Willey 1976.
11. **Kindlarski E.:** Jakość wyrobów. PWN, Warszawa 1988.
12. **Kozielacki J.:** Psychological Decision Theory. PWN D.Reidel Pub. Comp., Warsaw-London 1981.

13. **Kruskal J. B.:** Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika*, 1964, 1, s.1-27.
14. **Piaget J.:** *Strukturalizm*. Wiedza Powszechna, Warszawa 1972.
15. **Piaget J.:** *Psychologia i epistemologia*. PWN, Warszawa 1972.
16. **Pogorzelski W.:** A theorem on selection of elements during sampling from probabilistically definite subset of a measure space. *Bull. de L'Academie Pol. des Scien., Serie des Scien. math. astr. et phys. Vol.XXIII (1975)*, 5, s.577-580.
17. **Pogorzelski W.:** Metoda wagowo-korelacyjna określania użyteczności kompromisowej wytworów przy wielu kryteriach. *Zeszyty Naukowe WSI Koszalin, Nr 8/WM, 1986, cz.II*, s.252-268.
18. **Pogorzelski W.:** Cybernetyczny sens pojęcia jakości. *Prace Zespołu Cybernetyki Instytutu Maszyn i Urządzeń Rolniczych Wydziału BiMR PW w Płocku, nr 2, czerwiec 1990*, s.63-79 (opracowanie wewnętrzne).
19. **Shannon C. E., Weaver W.:** *The Mathematical Theory of Communication*. Urbana 1949.
20. **Wajs K.:** Zagadnienia wartości w praktyce technicznej. *Znak, 1965 (17), 4*, s.446-453.

Streszczenie

Przedstawiono rachunek wagowo-korelacyjny w wersji implementacji komputerowej WAKOR-2 jako metodę rankingu ocenianych wytworów. Wymieniono 14 cech zadania, oceny i przeznaczenia. Rachunek w prezentowanej wersji dotyczy pewnego podstawowego zbioru tych cech. Opisano zasadnicze przesłanki rachunku oparte na bazie podejścia strukturalistycznego i maksymalizacji zawartości informacyjnej komunikatu decydenta o wartościach niezmienników strukturalnych. Scharakteryzowano zalety i metodologiczne perspektywy rachunku a także dzisiejsze możliwości.

WEIGHT - CORRELATIONAL CALCULUS: PURPOSE, ASSUMPTIONS, POSSIBILITIES

Summary

Weight-correlational calculus is recommended as a valuation method for attributed products. Features of decision problems, valuation and determination are discussed, but attention is focused on elected basic variant of them. Assumptions of the calculus - based on structuralism and postulate of maximizing values of structure invariants - are described. Advantages, methodological perspectives and current possibilities of the calculus are characterized.

Wojciech TARNOWSKI

MODELOWANIE WYBRANYCH UKŁADÓW NIELINIOWYCH^{*)}
DLA CELÓW SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

1. Wstęp

Zarówno projektowanie jak i eksploatacja obiektu wymaga dobrego rozpoznania własności dynamicznych tego obiektu. Jeśli równania różniczkowe opisujące własności dynamiczne są liniowe, a ponadto jeśli przyjmujemy wymuszenia standardowe (np. harmoniczne), mamy do dyspozycji szereg sprawdzonych klasycznych metod matematycznych syntezy i analizy. Natomiast jeśli układ zawiera elementy silnie nieliniowe (np. przekładnik, mechanizm z luzem itp.) lub wymagamy dużej dokładności analizy i linearyzacja równań nie jest dopuszczalna, pojawiają się istotne kłopoty obliczeniowe.

Na przykład procesy 'mechaniczne' powinny być opisane z reguły za pomocą równań różniczkowych nieliniowych, często uwikłanych ze względu na pochodne czasowe. Czasem zjawiska są nieciągłe (np. tarcie suche), bywa że w różnych przedziałach opisywane są innymi modelami matematycznymi (np. przepływ płynów).

Sięga się wtedy do metod uproszczonych. Otrzymuje się rozwiązania przybliżone lub niepełne (na przykład oszacowania graniczne) i nie wiadomo, jak odległe od rozwiązania dokładnego czy optymalnego. Na przykład nie wiadomo jaki jest zapas stabilności, jakie są częstotliwości rezonansowe, przy jakiej amplitudzie wymuszeń lub zakłóceń układ nie spełnia wymagań itp. Przy tym z reguły są to metody pracochłonne, niechętnie stosowane przez projektantów.

Wszystkie te kłopoty piętrzą się wielokrotnie - nawet w przypadku pominięcia nieliniowości zjawisk - jeśli proces i

Prof. dr hab. inż. Wojciech TARNOWSKI
WSInż w Koszalinie

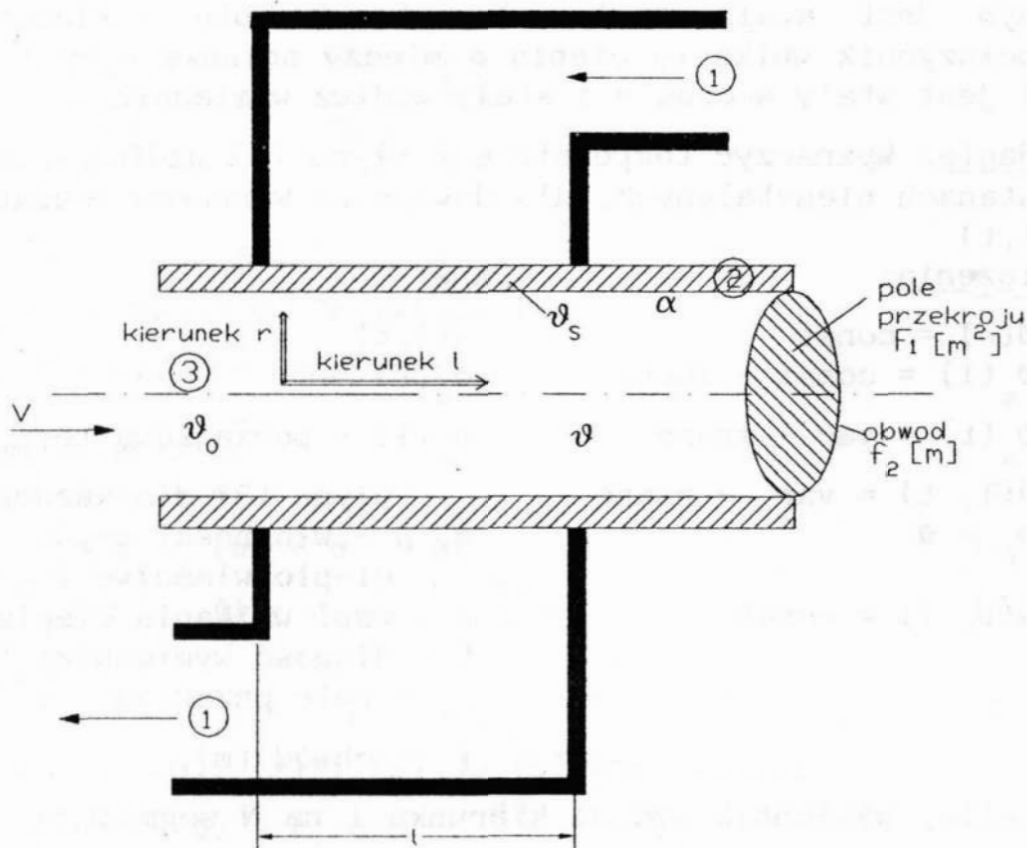
*) Przedstawiony na X Konferencji 'Polioptrymalizacja i CAD'
Mielno 1992

elementy muszą być potraktowane jako układ o stałych rozłożonych (np. procesy wymiany ciepła lub masy), oraz gdy dokładniejsza analiza zjawiska wymaga, aby zmienne stanu lub parametry równań były opisane w ujęciu probabilistycznym.

Alternatywą staje się wówczas symulacja komputerowa, która nie stawia istotnych ograniczeń co do postaci modelu matematycznego, natomiast umożliwia szybkie uzyskanie dość dokładnego rozwiązania.

2. Modelowanie układów o stałych rozłożonych

Podane przykłady dotyczą symulacji wymiany ciepła podczas przepływu płynów.



Rys. 1. Przepływowy wymiennik ciepła (do przykładu 1)

Fig. 1. Flow Heat Exchanger (for Example 1)

Przykład 1.

Rozważmy wymiennik przepływowy (Rys. 1). Wymiennik jest zasilany płynem grzejnym (1) tak wydajnie, że można przyjąć iż wewnętrzna temperatura ścianki (2) jest stała wzdłuż kierunku 1, jest dana i wynosi $\vartheta_s = \vartheta_s(1) = \text{const}$. Płyn ogrzewany (3) płynie ze znaną prędkością $v = v(t)$ i jest nieściśliwy (ciecz doskonała), można więc przyjąć że:

- 1) prędkość płynu ogrzewanego na całej długości wymiennika jest stała $v(1) = \text{const}$, albo
- 2) jeśli przekrój rury wewnętrznej $F_1(1)$ jest zmienny, można obliczyć $v = v(1)$ korzystając z prawa ciągłości strugi $v \cdot F_1(1) = \text{const}$.

Zakładamy też, że przepływ płynu (3) jest przepływem burzliwym, co powoduje bardzo dobre jego wymieszanie i powoduje, że temperatura ϑ strugi płynu (3) w całym przekroju poprzecznym jest stała $\vartheta(r) = \text{const}$. Ponadto zakładamy, że współczynnik wnikania ciepła α między ścianką rury i płynem (3) jest stały w czasie i stały wzdłuż wymiennika.

Zadanie: Wyznaczyć temperaturę ϑ płynu (3) wzdłuż kierunku 1 w stanach nieustalonych, dla dowolnych warunków początkowych $\vartheta(1, t)$

Założenia:

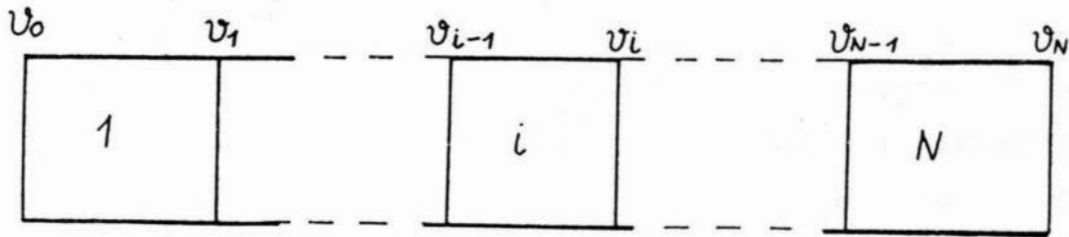
$$\begin{aligned}\vartheta(r) &= \text{const} \\ \vartheta_s(1) &= \text{const} - \text{znane} \\ \vartheta_s(t) &= \text{var} - \text{znane} \\ v(1, t) &= \text{var} - \text{znane} \\ \vartheta_s &> \vartheta \\ \alpha(t, 1) &= \text{const}\end{aligned}$$

Dane:

$$\begin{aligned}v(1, t) \\ \vartheta_s(t) \\ \vartheta_0(1) - \text{początkowa temp.} \\ \text{płynu (3) dla każdego } l, \\ c, \rho - \text{własności płynu (3):} \\ \text{ciepło właściwe i gęstość} \\ \alpha - \text{wsp. wnikania ciepła} \\ L - \text{długość wymiennika [m]} \\ F_1 - \text{pole przekroju [m}^2\text{]} \\ f_2 - \text{obwód [m]}\end{aligned}$$

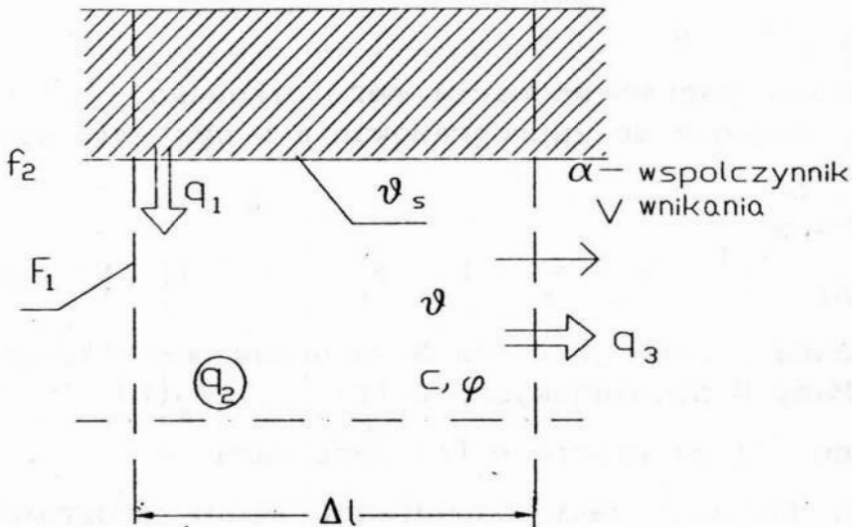
Dzielimy wymiennik wzdłuż kierunku 1 na N segmentów, o długości $\Delta l = \frac{L}{N}$ każdy (Rys. 2). Dla każdego z nich wyróżnimy następujące strumienie ciepła (Rys. 3):

$$\begin{aligned}q_1 \text{ [W]} &- \text{strumień ciepła wnikający do płynu od ścianki,} \\ q_2 \text{ [W]} &- \text{strumień ciepła magazynowany w płynie (3),} \\ q_3 \text{ [W]} &- \text{strumień ciepła wynoszony w strudze płynu (3).}\end{aligned}$$



Rys. 2. Dyskretyzacja rury wzdłuż kierunku l

Fig. 2. Segmentation of the tube in 'l' direction



Rys. 3. Oznaczenia do Przykładu 1

Fig. 3. Symbols for Example 1

Napišemy równania:

$$q_1 = q_2 + q_3 \quad (5)$$

$$q_1 = \alpha \cdot f_2 (\vartheta_s - \vartheta) \cdot \Delta l \quad (6)$$

$$q_2 = F_1 \cdot \Delta l \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad (7)$$

$$q_3 = v \cdot F_1 \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial l} \Delta l \quad (8)$$

Po wstawieniu (6), (7) i (8) do (5) otrzymujemy:

$$\alpha f_2 (\vartheta_s - \vartheta) = F_1 \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + v \cdot F_1 \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial l} \quad (9)$$

skąd dla elementu i - tego:

$$\frac{d\vartheta_i}{dt} = -v \cdot \frac{\partial \vartheta_i}{\partial l} + \frac{\alpha f_2}{F_1 c \rho} \vartheta_s - \frac{\alpha f_2}{F_1 c \rho} \vartheta_i \quad (10)$$

W celu zapisu numerycznego obliczamy przybliżone wartości gradientów temperatury we wzorze (10); dla elementu 1-go:

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial l} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{\Delta l}$$

dla elementu i-tego:

$$\frac{\partial \vartheta_i}{\partial l} = \frac{\vartheta_i - \vartheta_{i-1}}{\Delta l}$$

Zgodnie z założeniami następujący iloczyn ma wartość stałą:

$$b = \frac{\alpha f_2}{F_1 \cdot c \cdot \rho} = \text{const}$$

Otrzymujemy końcową postać równania różniczkowego (10) dla segmentu i-tego, dogodną do zaprogramowania w systemie symulacyjnym:

$$\frac{d\vartheta_i}{dt} = -v \cdot \frac{\vartheta_i - \vartheta_{i-1}}{\Delta l} + b \cdot \vartheta_s - b \cdot \vartheta_i \quad i = 1, \dots, N \quad (11)$$

Mamy N takich równań, dane jest też N warunków początkowych: $\vartheta_1(0) \dots \vartheta_N(0)$. Mamy N niewiadomych: $\vartheta_1(t), \dots, \vartheta_N(t)$.

Temperatura płynu (3) na wlocie $\vartheta_0(t)$ jest dana.

Poniżej przytoczony jest odpowiedni moduł programowy dla systemu komputerowego CSSP [7].

```
dy[1]:= -v*(y[1]-y0)/dl + b*ys - b*y[1];
  if (t>1) then ys:=100 else ys:= y0;
  for i:=2 to n do
    dy[i]:= -v*(y[i]-y[i-1])/dl + b*ys - b*y[i];
```

Zastosowano w nim następujące oznaczenia:

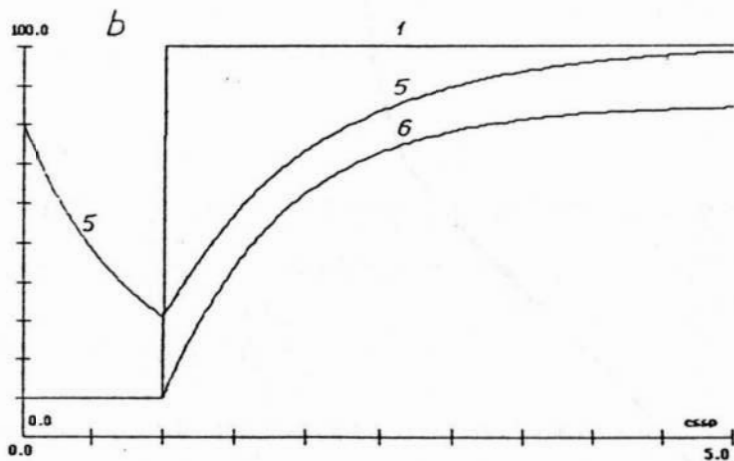
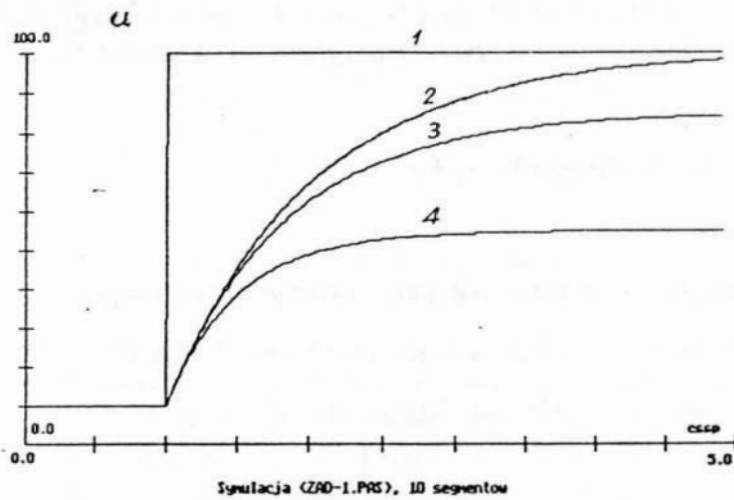
y[i] - temperatura ϑ_i ,

dy[i] - pochodna czasowa $\frac{d\vartheta_i}{dt}$,

y0 - temperatura płynu 3 na wlocie ϑ_0 ,

ys - temperatura ścianki na powierzchni wewnętrznej ϑ_s .

Wyniki symulacji pokazują wykresy przebiegów czasowych pokazane na Rys. 4. Przy większej prędkości płynu ogrzewanego ($v = 1$), temperatura y[1] dochodzi do mniejszej wartości ustalonej niż przy prędkości $v = 0.2$. Na Rys. 4b pokazano możliwość wprowadzania różnych warunków początkowych ($\vartheta_5(0) = 80$).



Rys. 4. Wyniki symulacji do Przykładu 1:
 a) przy różnych prędkościach v płynu (3),
 b) po zmianie wartości początkowej ϑ dla $t=0$,
 np. $\vartheta(0) = 80$.

Fig. 4. Simulation results for Example 1:
 a) for various fluid (3) velocity,
 b) with a different starting value ϑ
 1 - ϑ_s ; 2 - ϑ_{10} dla $v=0.2$ i dla $v=1$;
 3 - ϑ_1 dla $v=0.2$; 4 - ϑ_1 dla $v=1$;
 5 - ϑ_s dla $v=0.2$; 6 - ϑ_1 dla $v=0.2$

Przykład 2.

Rozważmy ten sam wymiennik (Rys. 1), jednak uwzględnijmy dodatkowo dynamikę procesu przepływu ciepła przez ściankę (2) i akumulację ciepła w ścianie. Intuicyjny rozkład tempe-

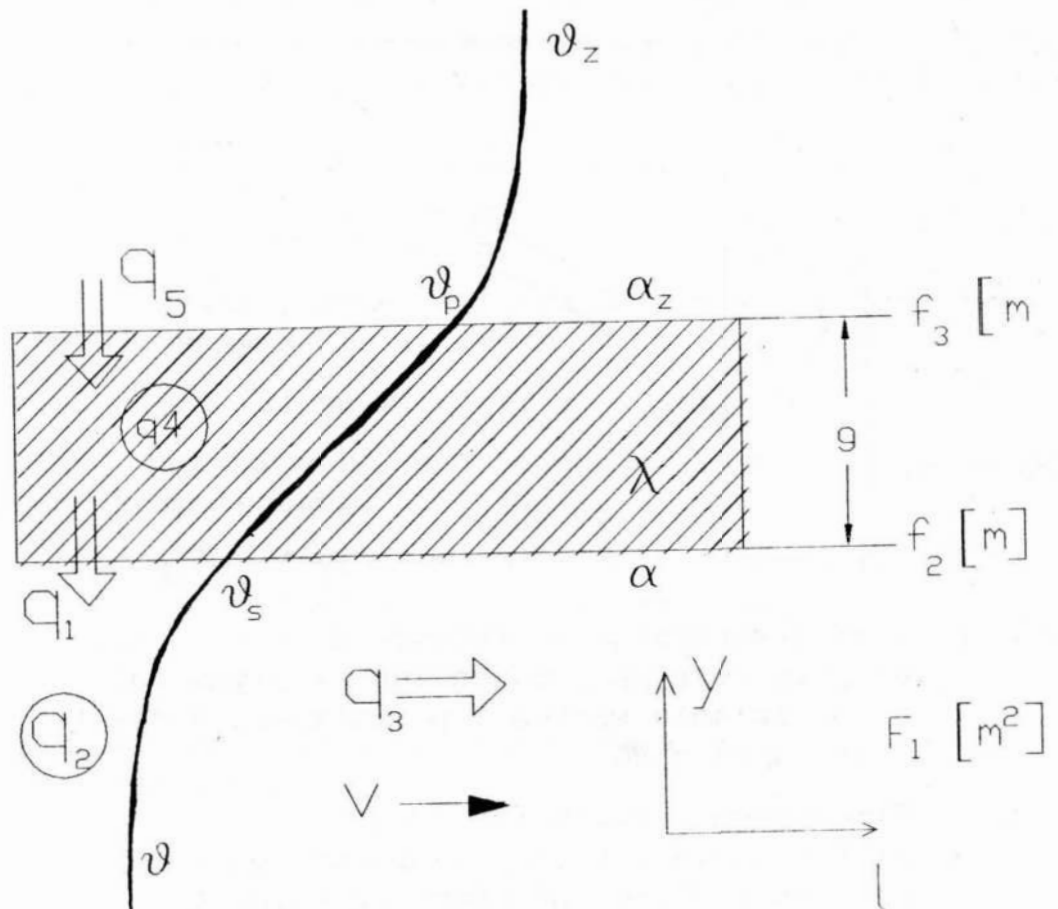
ratury w określonym przekroju (np. w i -tym segmencie) pokazano na Rys. 5. Oznaczono następujące strumienie ciepła:

$$\left. \begin{array}{l} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{array} \right\} - \text{jak w Przykładzie 1}$$

q_4 - strumień ciepła akumulowany w ścianie,

q_5 - strumień ciepła wnikający do ścianki od płynu 1.

Pozostałe oznaczenia jak na Rys. 3.



Rys. 5. Rozkład temperatury w okolicy ścianki; f_2 i f_3 długości obwodów. Pozostałe oznaczenia w tekście

Fig. 5. Temperature distribution at the wall and inside the wall; f_2 and f_3 - perimeters

Założenia : Temperatura płynu 1 jest stała wzdłuż długości l , co wynika z jego dużej prędkości oraz niezmienna w czasie: $\vartheta_2(l,t) = \text{const}$ i jest dana. Dany jest też rozkład

prędkości płynu 3 wzdłuż kierunku 1: $v(1,t)$. Ponadto zakładamy, że przewodzenie ciepła wzdłuż ścianek jest pomijalne. Dla i -tego segmentu mamy 8 niewiadomych: ϑ_p , ϑ_s , ϑ , q_1 , q_2 , q_3 , q_4 , q_5 , i tyle potrzebujemy równań.

Mamy następujące równania:

(5), (6), (7) i (8) - jak w Przykładzie 1. Ponadto:

$$q_5 = \alpha_z \cdot f_3 \cdot \Delta l \cdot (\vartheta_z - \vartheta_p) \quad (12)$$

Pozostałe równania uzyskamy z analizy procesu przewodzenia przez ściankę. Jeśli jest dość gruba, należy ją zamodelować jako obiekt o stałych rozłożonych (Rys. 6), a w celu umożliwienia zamodelowania komputerowego zdyskretyzować na k segmentów w kierunku y (prostopadłym do powierzchni ścianki). Można wykazać, że doprowadzi to do napisania $(k-1)$ algebraicznych równań przewodzenia typu:

$$q_j = \frac{\lambda F_j}{\Delta g} (\vartheta_j - \vartheta_{j+1}) \quad j = 1, \dots, k-1 \quad (13)$$

(gdzie $F_j = F_j(y)$ jest bieżącym polem powierzchni), oraz k równań różniczkowych magazynowania typu:

$$q_j = \Delta g \cdot F \cdot \Delta l \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{d\vartheta_j}{dt} \quad j = 1, \dots, k \quad (14)$$

Jeśli ścianka jest dostatecznie cienka, tak że można założyć (dla celów analizy samej ścianki) iż ma jednakową temperaturę zastępczą ϑ_r o wartości średniej:

$$\vartheta_r = \frac{\vartheta_p + \vartheta_s}{2}$$

oraz wykorzystać pojęcie zastępczego średniego strumienia przewodzonego:

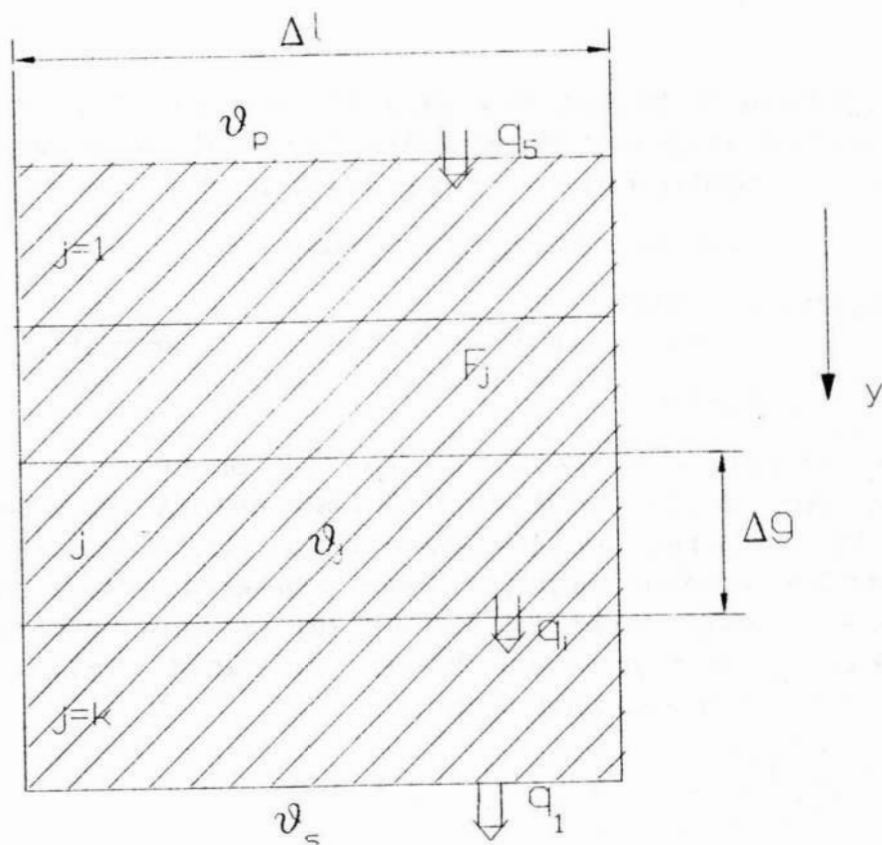
$$q_r = \frac{q_5 + q_1}{2},$$

wówczas możliwe jest napisanie uproszczonego algebraicznego jednego równania przewodzenia:

$$q_r = \lambda \cdot \frac{f_2 + f_3}{2} \cdot \Delta l \cdot (\vartheta_p - \vartheta_s) \quad (15)$$

i jednego równania magazynowania:

$$q_4 = \frac{f_2 + f_3}{2} g \Delta l \rho_s c_s \cdot \frac{d\vartheta_r}{dt} \quad (16)$$



Rys. 6. Oznaczenia do Przykładu 2

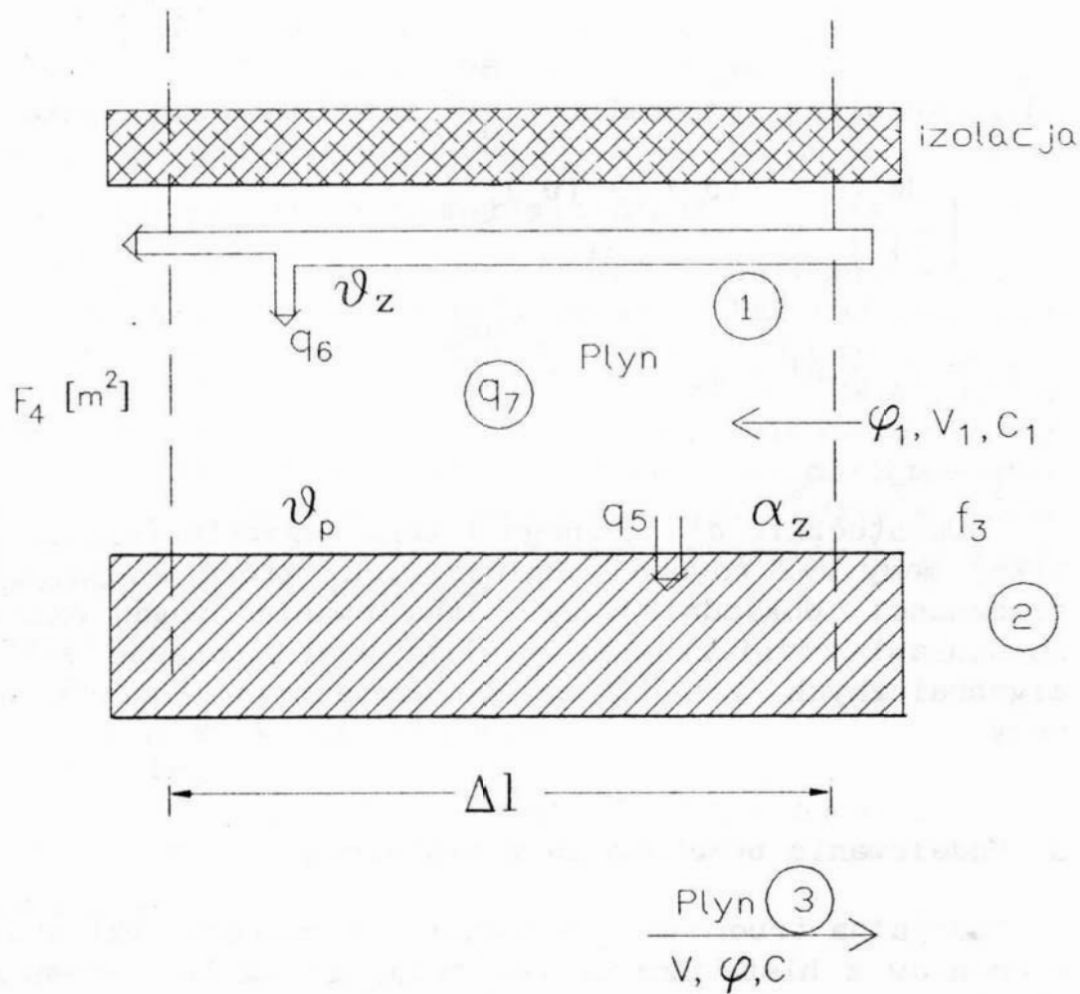
Fig. 6. Symbols for Example 2

Przykład pokazuje, że:

- * Model jest złożony: zawiera $(2 \cdot k + 6)$ równań dla jednego segmentu, w tym k równań różniczkowych,
- * W tych równaniach mamy nieliniowości, wynikające z niestałości współczynników: np. współczynnik wnikania α zależy od liczby Reynoldsa i od liczby Prandtla [4],
- * Warunki brzegowe ϑ_z (dla segmentu N -tego) oraz ϑ (dla segmentu i -tego) mogą być funkcjami czasu, w szczególności mogą być procesami stochastycznymi.

Przykład 3.

Obiekt ten sam co w Przykładzie 2, dodatkowo jednak uwzględnimy procesy dynamiczne w strudze płynu ogrzewającego (1) oraz proces przejmowania ciepła od tej strugi (Rys. 7). Zakładamy, że zewnętrzna izolacja jest adiabatyczna, oraz że płynem (1) jest para przegrzana, która nie skrapla się przy ścianie.



Rys. 7. Oznaczenia do Przykładu 3; F_4 - pole przekroju poprzecznego strugi (1).

Fig. 7. Symbols for Example 3; F_4 - surface of the cross section of the flow (1)

Wprowadzamy nowe niewiadome:

ϑ_z - temperatura płynu (1) w i -tym segmencie,

q_6 - strumień ciepła tracony przez płyn (1) w i -tym segmencie,

q_7 - strumień ciepła magazynowany przez płyn (1) w i -tym segmencie.

Dodatkowe trzy równania (analogicznie do tych z Przykładu 1) są następujące:

$$q_6 = \frac{d}{dt} (m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_z) = F_4 \cdot v_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1 \cdot \frac{\delta \vartheta_z}{\delta l} \Delta l \quad (17)$$

gdzie gradient temperatury $\frac{\delta\vartheta_z}{\delta l}$ można wyznaczyć jako:

$$\left(\frac{d\vartheta_z}{dl}\right)_i = \frac{(\vartheta_z)_i - (\vartheta_z)_{i-1}}{\Delta l}$$

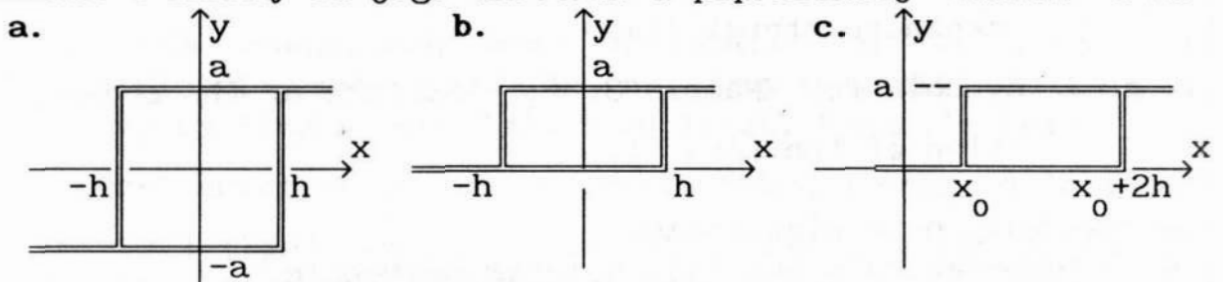
$$q_7 = F_4 \cdot \Delta l \cdot \rho_1 \cdot c_1 \cdot \frac{d\vartheta_z}{dt} \quad (18)$$

$$q_6 = q_7 + q_5 \quad (19)$$

Ostatecznie dla jednego i -tego segmentu (wzdłuż wymiennika) mamy $k+2$ równań różniczkowych, które w przypadku konieczności dokładniejszego modelowania mogą okazać się równaniami różniczkowymi nieliniowymi, ponadto $k+1$ równań algebraicznych, zaś dla całego wymiennika liczby te rosną N razy.

3. Modelowanie przekaźnika z histerezą

Specjalna trudność modelowania charakterystyki statycznej elementów z histerezą wynika stąd, że są to elementy z pamięcią: w przedziale istnienia histerezy sygnał wyjściowy w chwili t zależy od jego wartości w poprzedniej chwili $t-\Delta t$



Rys. 8. Charakterystyka statyczna $y = y(x)$ przekaźnika z histerezą: a) symetryczna względem zera, z dwuwartościowym sygnałem wyjściowym $(-a, a)$, b) z dwuwartościowym sygnałem wyjściowym $(0, a)$, c) z dwuwartościowym sygnałem wyjściowym $(0, a)$ i przesunięciem wzdłuż osi wymuszenia x

Fig. 8. Static characteristic $y = y(x)$ of a relay with hysteresis: a) symmetric against zero, with a bipolar output signal $(-a, a)$, b) with the binary output signal $(0, a)$, c) with the binary output signal $(0, a)$ and a bias along x axis

(Rys. 8). Trzeba zapamiętywać poprzedni stan $y(t - \Delta t)$.

Dany jest sygnał wejściowy $x = x(t)$, należy określić sygnał wyjściowy przekaźnika $y = y(t)$. Charakterystykę wg Rys. 8a można opisać następującą funkcją [5]:

$$y(t) = a \cdot \text{sign}(x(t) + h \cdot \text{sign}(y(t - \Delta t))) \quad (20)$$

gdzie a oznacza amplitudę i jest liczbą a nie funkcją czasu.

Poniżej przytoczony moduł programowy CSSPEQ.PAS realizuje powyższą zależność. Napisany jest w języku Turbo Pascal i jest przeznaczony dla systemu symulacyjnego CSSP. Zmienna $dy[1]$ odpowiada $x(t)$ czyli jest wejściem, zmienna $dy[2]$ odpowiada $y(t)$ i jest dwustanowym wyjściem, zmienna $Stan$ odpowiada $y(t - \Delta t)$ a zmienna ZAS odpowiada amplitudzie a , natomiast histerezę h oznaczono w programie symbolem $hist$. Zastosowano wymuszenie harmoniczne.

```
PROCEDURE Eq;
  FUNCTION
    sign(x:real):integer;
  begin
    if x>0 then sign:=1 else sign:=-1;
  end;

BEGIN{Eq}

  if Init then begin (** initial **)
    stan:= 0;
    hist:= 2;
    zas:= 10;
  end; (** initial **)

  if Equat then begin (** equations **)
    dy[1]:= 10*sin(t);
    pom:= dy[1] + hist*sign(stan);
    dy[2]:= zas*sign(pom);
    if StDn then stan:= dy[2];
  end; (** equations **)
```

Charakterystykę wg Rys. 8b można opisać następującymi dwoma funkcjami:

$$\left. \begin{aligned} w(t) &= a \cdot \text{sign}(x(t) + h \cdot \text{sign}(w(t - \Delta t))) \\ y(t) &= (a + w)/2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Charakterystykę wg Rys. 8c można opisać następującymi dwoma funkcjami:

$$\left. \begin{aligned} w(t) &= a \cdot \text{sign}(x(t) - x_0 - h + h \cdot \text{sign}(w(t - \Delta t))) \\ y(t) &= (a + w)/2 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

4. Modelowanie tarcia suchego

Niech równanie ruchu ma postać:

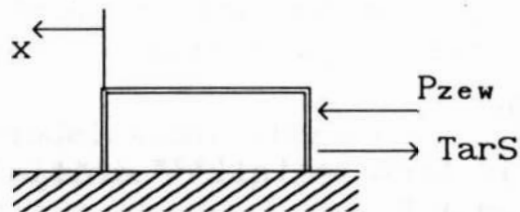
$$m \cdot \ddot{x} + \text{TarS} = \text{PZew} \quad (23)$$

gdzie m jest masą, \ddot{x} drugą pochodną przesunięcia, PZew jest sumą wszystkich sił zewnętrznych, np. od sprężyn, wymuszeń itp., natomiast TarS jest siłą tarcia suchego.

Podobnie jak w modelu I rozpatrzmy dwa przypadki: poślizgu, gdy $\dot{x} \neq 0$ (stan a) oraz stan przeciwny, braku poślizgu, gdy $\dot{x} = 0$ (stan b).

Dla stanu a równanie ruchu będzie:

$$\ddot{x} = \frac{\text{PZew} - \text{TarGr} \cdot \text{sign}(\dot{x})}{m} \quad (24)$$



Rys. 9. Model fizyczny układu z tarcieniem suchym

Fig. 9. Physical model with the dry friction

Aby zamodelować stan b, Grzesikiewicz [2] zaproponował poniższy model. Wprowadził dodatkową funkcję Proj , zwaną funkcją projekcji, następująco zdefiniowaną:

$$\text{Proj}(z) = \begin{cases} z, & \text{gdy } \text{abs}(z) < 1; \\ \text{sign}(z), & \text{gdy inaczej.} \end{cases} \quad (25)$$

Siła tarcia w stanie b może być wyrażona jako wartość ułamkowa granicznej siły tarcia:

$$\text{TarSp} = p \cdot \text{TarGr}, \quad (26)$$

gdzie $p \in [-1, +1]$. Wartość współczynnika p obliczymy z następującego wyrażenia:

$$p = \text{Proj}\left(\frac{\text{PZew}}{\text{TarGr}}\right),$$

wówczas równanie ruchu w stanie b będzie:

$$\ddot{x} = \frac{PZew - TarGr \cdot t}{m} = \frac{1}{m} (PZew - TarGr \cdot Proj(\frac{PZew}{TarGr})) \quad (27)$$

Powyższy opis został wykorzystany do zamodelowania ruchu układu opisanego równaniem różniczkowym (23) (Rys. 9) i zapisany następująco w języku systemu symulacji CSSP:

```

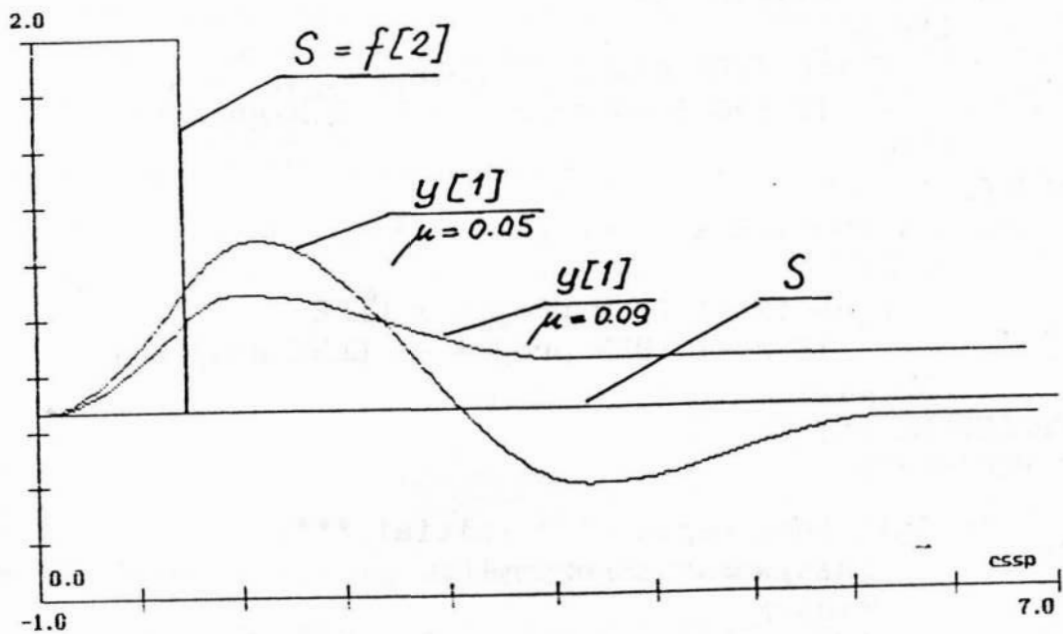
FUNCTION
  sign(x:real):integer;
  BEGIN
    IF x=0 THEN sign:= 0 ELSE
      IF x>0 THEN sign:= 1 ELSE sign:= -1
    END;
FUNCTION
  PROJ(x:real):REAL;
  BEGIN
    IF abs(x)<1 THEN proj:= x ELSE
      IF x<-1 THEN proj:= -1 ELSE proj:= 1
    END;
PROCEDURE Eq;
  BEGIN{Eq}
    if Init then begin (** initial **)
c:=2;          {sztywnosc sprzyny}
m:=1 ;        {masa}
k:=0.1;       {wsp. tarcia wiskotycznego}
g:=9.81;      {przysp. ziemskie}
mi:=0.1 ;     {wsp. tarcia suchego}
a:=p[1];      {amplituda zewn. sily wymuszajacej}
TarGr := m*g*mi; {graniczna wartosc sily tarcia suchego}
    end; (** initial **)
    if Equat then begin (** equations **)
dy[1]:= y[2];
{$$$} IF y[2] = 0
      THEN dy[2]:= 1/m*(PZew - TarGr*proj(PZew/TarGr))
      ELSE dy[2]:= 1/m*(PZew - TarGr*sign(y[2]));
PZew:= -c*y[1] + S;          {sila zewnetrzna}
{S:=} IF t<1 THEN S:= a ELSE S:=0;
{S := a*sin(0.1*t); }          {sila wymuszenia zewnetrznego}
    end; (** equations **)

```

Wiersz oznaczony {\$\$\$} oznacza warunek istnienia stanu b. Wyraźne przyspieszenie działania programu z pomijalnie małą różnicą wyników symulacji dla stanu ustalonego można uzyskać przez następujące rozluźnienie tego warunku:

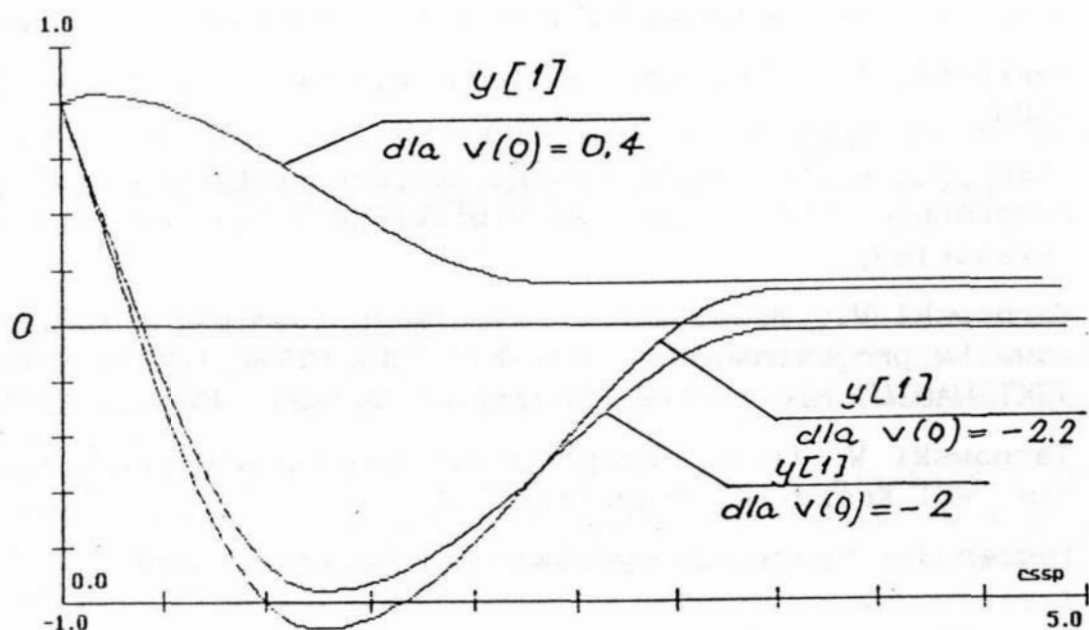
```
IF abs(y[2])<1e-5
    THEN ... (itd.)
```

Wyniki symulacji pokazano na Rys. 10 i 11.



Rys. 10. Wyniki symulacji wykonanej za pomocą systemu CSSP, przy zerowych warunkach początkowych (początkowe przesunięcie $y[1]=0$ i początkowa prędkość $y[2]=0$) i prostokątnym impulsie wymuszającym S ($p[1]=2$), dla różnych współczynników tarcia suchego $\mu_i=p[2]$ (model procesu zapisany w pliku ZAD-10.PAS)

Fig. 10. Results of simulation completed by CSSP system, with zero initial conditions and rectangular driving signal S , for various dry friction coefficients μ_i



Rys. 11. Wyniki symulacji wykonanej za pomocą systemu CSSP, bez wymuszenia zewnętrznego ($p[1]=0$), model procesu zapisany w pliku ZAD-10.PAS (ten sam co na Rys. 10), przy niezerowych warunkach początkowych: początkowe przesunięcie $y[1]=0,8$ i początkowa prędkość $y[2]=0,4; -2$ i $-2,2$ m/s

Fig. 11. Results of simulation completed by CSSP system, with zero driving signal and non-zero initial conditions: initial displacement $y[1]=0,8$ and initial velocity $y[2]=0,4; -2$ i $-2,2$ m/s

Literatura

1. **Dietrych M.** (red.): Podstawy konstrukcji maszyn tom 1, cz.1. Warszawa: PWN, 1986,
2. **Grzesikiewicz W.**: Dynamika układów mechanicznych z więzami. Warszawa: Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1990,
3. **Kruszewski J., Wittbrodt E.**: Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. WNT Warszawa 1992,

4. **Lewicki P.** (red.): Inżynieria procesowa i aparatura przemysłu spożywczego . WNT Warszawa 1982,
5. **Olędzki A.** (red.): Zarys dynamiki i automatyki układów. Warszawa: Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1988,
6. **Perkowski P.**: Technika symulacji cyfrowej. Warszawa: WNT, 1980,
7. CSSP jest nazwą komputerowego systemu symulacyjnego, opracowanego przez Ireneusza **Siwickiego** z Politechniki Warszawskiej,
8. **Tarnowski W.**: Modelowanie, symulacja i animacja komputerowa (w projektowaniu). Szkoła "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU" Mielno '89. Koszalin: Wydawn. WSIInż., 1989,
9. **Tarnowski W.** (red): Komputerowe wspomaganie projektowania. WSI Koszalin, Koszalin 1991,
10. **Tyszer J.**: Symulacja cyfrowa. WNT Warszawa 1990.

Streszczenie

W artykule wskazano na ograniczone zastosowanie równań różniczkowych liniowych do modelowania układów rzeczywistych pod kątem symulacji komputerowej. Przedstawiono przykłady modelowania matematycznego układów fizycznych z nieciągłościami (histereza statyczna i tarcie suche) oraz układów ciągłych, czyli o stałych rozłożonych, oraz pokazano przykładowe wyniki symulacji komputerowej.

MATHEMATICAL MODELING OF SOME CONTINUOUS AND NONLINEAR PHYSICAL SYSTEMS FOR COMPUTER SIMULATION

Summary

It is articulated that linear differential equations are of a limited application for mathematical modeling for computer simulation purposes. There are presented examples of models for systems with discontinuations (the hysteresis of a static characteristic, and the dry friction), as well as a model for a continuous system (with the distributed parameters), then there are shown example results of computer simulation.

Ewa WACHOWICZ

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE OBSŁUGI PRZECHOWALNI ZIEMNIAKÓW W PODEJMOWANIU BIEŻĄCYCH DECYZJI STEROWNICZYCH^{*)}

Prawidłowa realizacja procesu przechowywania polega na zapewnieniu wymaganych przebiegów: temperatury ziemniaków w warstwie i wilgotności względnej powietrza wewnątrz komory magazynowej [1].

W polskiej praktyce przechowalniczej w większości przechowalni steruje się jedynie temperaturą bulw. W tym celu wykorzystuje się kilka prostych, niezależnie od siebie pracujących, przekąźnikowych układów sterowania dwupołożeniowego. W skład każdego takiego układu wchodzi: termostat, regulator, wentylator lub przepustnica powietrza. Układy te załączane są ręcznie przez obsługę przechowalni na początku kolejnych 4 etapów przechowywania, wymagających zróżnicowanego mikroklimatu. Bardzo nieliczne przechowalnie wyposażone są dodatkowo w urządzenia klimatyzacji.

Urządzenia wentylacji są wyłączone, jeśli temperatura ziemniaków mieści się w przedziale wartości $t_{zi} = t_{zi}^* \pm 0.25^{\circ}\text{C}$ (t_{zi}^* - optymalna temperatura ziemniaków).

Jeśli temperatura ziemniaków przekroczy ten przedział wartości, pożądane zmiany mikroklimatu w przechowalni uzyskuje się poprzez nawiew do warstwy powietrza atmosferycznego, wewnętrznego lub mieszanego (wewnętrznego i atmosferycznego). Temperatura nawiewanego powietrza może różnić się nie mniej niż o 2°C i nie więcej niż o 5°C od temperatury bulw, przy czym nie może być niższa niż 2°C . Dopuszczalne przez technologów odchyłki od wymaganej, optymalnej temperatury ziemniaków t_{zi}^* wynoszą $\pm 1^{\circ}\text{C}$ [1]. Im mniejsza odchyłka, tym straty technologiczne ziemniaków są mniejsze.

Wybór rodzaju nawiewanego powietrza odbywa się według

Dr inż. Ewa WACHOWICZ Katedra Projektowania Systemów Techn.
WSInż. w Koszalinie

*) Przedstawiony na X Konferencji 'Poliptymalizacja i CAD'
Mielno 1992

następujących zasad:

1. Wentylacja powietrzem atmosferycznym załączana jest wówczas, gdy powietrze to ma dopuszczalną, ze względu na ziemniaki, wartość temperatury t_{pa} .

2. Załączanie wentylacji powietrzem mieszanym ma miejsce w przypadku, gdy nie jest możliwe załączenie wentylacji powietrzem atmosferycznym, zaś temperatura powietrza mieszanego t_{pm} ma dopuszczalną, ze względu na bulwy, wartość.

3. Możliwe jest ręczne załączenie wentylacji powietrzem atmosferycznym, mieszanym lub wewnętrznym w celu ujednorodnienia rozkładu temperatur w warstwie składowanych ziemniaków, gdy wentylacja wymienionymi wyżej rodzajami powietrza jest nieekonomiczna. Za wentylację nieekonomiczną uważa się tu wentylację, podczas której temperatura powietrza nawiewanego różni się mniej niż o 2°C od temperatury bulw t_{zi} .

4. W niektórych sytuacjach przechowalniczych nie jest możliwe załączenie urządzeń wentylacji, pomimo iż temperatura ziemniaków t_{zi} ma niedopuszczalną wartość, gdyż wartości temperatury powietrza atmosferycznego t_{pa} i mieszanego t_{pm} są za wysokie lub za niskie ze względu na ziemniaki. Sytuacje takie nazywane dalej będą sytuacjami krańcowymi.

Dotychczas w przechowalniach, które nie były wyposażone w urządzenia klimatyzacji, w sytuacjach krańcowych biernie czekano na zmianę warunków meteorologicznych. W międzyczasie temperatura ziemniaków przekraczała znacznie dopuszczalny przez technologów przedział wartości $t_{zi} = t_{zi}^* \pm 1^{\circ}\text{C}$. Straty masy bulw rosły. W przechowalniach z zainstalowanymi bardzo energochłonnymi urządzeniami klimatyzacji w sytuacjach krańcowych załączano te urządzenia. Temperatura ziemniaków utrzymywana była wówczas w żądanym przedziale wartości lecz koszty eksploatacyjne przechowalni gwałtownie wzrastały.

W Polsce ceny ziemniaków wiosną nie rekompensują nakładów finansowych na energię zużytą przez urządzenia klimatyzacji podczas realizacji procesu przechowywania, zwłaszcza, że ceny energii stale rosną. Stąd użytkownicy przechowalni są zainteresowani przede wszystkim poszerzeniem zakresu wykorzystania powietrza atmosferycznego podczas wentylacji, a nie instalowaniem urządzeń klimatyzacji. Wentylacja powietrzem atmosferycznym lub mieszanym jest bowiem najtańsza.

Wydaje się, że rozszerzenie możliwości wykorzystania powietrza atmosferycznego podczas wentylacji, dzięki czemu zo-

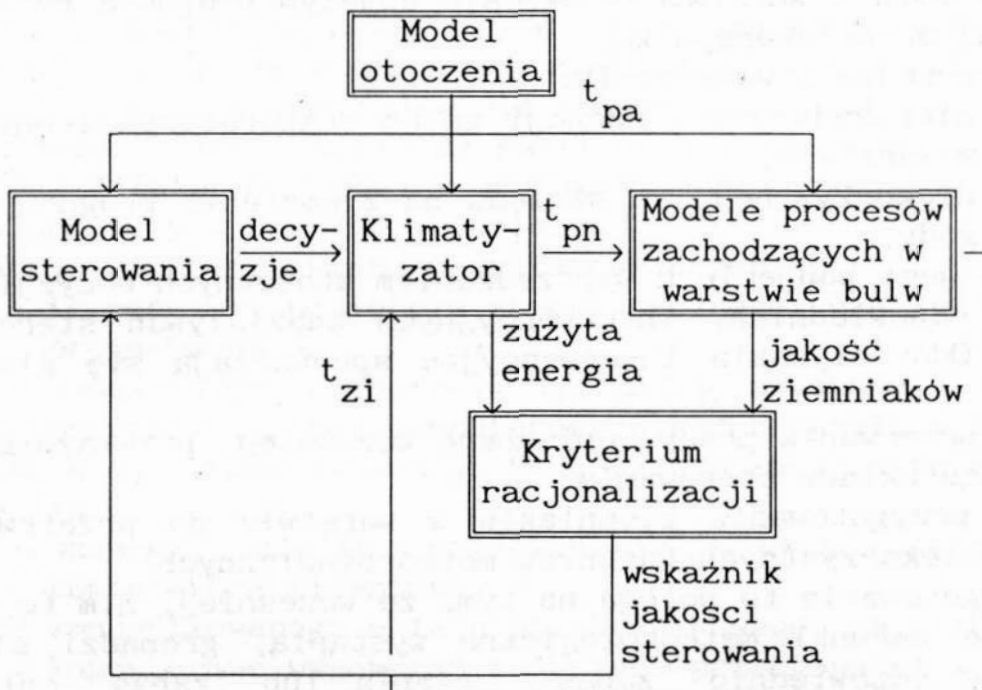
stanie wyeliminowane lub przynajmniej ograniczone występowanie sytuacji krańcowych, można uzyskać poprzez:

1. zastosowanie komputera do wspomaganie obsługi przechowalni w podejmowaniu bieżących decyzji, dotyczących sterowania pracą urządzeń wentylacji;
2. dokonanie pewnych zmian w funkcjonowaniu przekąźnikowych układów sterowania.

Aby możliwe było zastosowanie komputerowego wspomaganie obsługi przechowalni w podejmowaniu bieżących decyzji sterowniczych konieczna jest znajomość:

- modelu matematycznego przechowalni,
- prognoz pogody.

Model przechowalni pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Model przechowalni ziemniaków

Oznaczenia: t_{pa} - temperatura powietrza atmosferycznego, t_{pn} - temperatura powietrza nawiewanego, t_{zi} - temperatura ziemniaków

Fig. 1. The potatoes storage model

Symbols: t_{pa} - atmospheric air temperature, t_{pn} - temperature of the blowed - in air, t_{zi} - potatoes temperature

Model ten składa się z modeli matematycznych:

- powietrza atmosferycznego (otoczenie),
- powietrza nawiewanego (klimatyzator),
- procesów zachodzących w warstwie ziemniaków, tzn.:
 - modelu wymiany ciepła pomiędzy ziemniakami i przepływającym przez warstwę powietrzem,
 - procesów życiowych zachodzących w ziemniakach (oddychanie, zmiana jakości bulw).

Model przechowalni ziemniaków, jego założenia i weryfikację empiryczną przedstawiono w pracy [2].

Korzystając ze znajomości modelu matematycznego przechowalni ziemniaków oraz prognozy pogody można zrealizować komputerowe badania symulacyjne. Celem badań jest określenie przebiegu przewidywanej temperatury ziemniaków oraz zmian jakości bulw w warstwie w okresie objętym prognozą meteorologiczną średnioterminową.

W przypadku stwierdzenia:

- niepożądanych tendencji zmian temperatury ziemniaków w warstwie,
- niekorzystnej, ze względu na ziemniaki, prognozy pogody,

możliwe jest podjęcie z wyprzedzeniem stosownych decyzji odnośnie odpowiednich, interwencyjnych oddziaływań sterowniczych. Oddziaływania interwencyjne sprowadzają się głównie do:

- przerwania pracy, opisanego wcześniej, przekąźnikowego układu sterowania,
- przygotowania ziemniaków w warstwie do przetrwania niekorzystnych warunków meteorologicznych.

Przygotowanie to polega na tym, że wcześniej, nim te niepożądane warunki meteorologiczne wystąpią, gromadzi się w warstwie odpowiednio "zapas" ciepła lub "zapas" chłodu. Gromadzenie "zapasu" ciepła lub chłodu odbywa się w następujący sposób:

- zmienia się temperaturę ziemniaków, przy której następuje zadziałanie dwupołożeniowego układu sterowania, z wartości $t_{zi} = t_{zi}^* - 0.25^{\circ}\text{C}$ na wartość $t_{zi} = t_{zi}^* - 1^{\circ}\text{C}$ w przypadku gromadzenia zapasu "chłodu" lub z wartości $t_{zi} = t_{zi}^* + 0.25^{\circ}\text{C}$ na wartość $t_{zi} = t_{zi}^* + 1^{\circ}\text{C}$ w przypadku gromadzenia zapasu "ciepła",
- załącza się układ wentylacji, obniżając temperaturę warstwy ziemniaków do wartości minimalnej, dopuszczają-

lnej przez technologów przechowalnictwa (gromadzenie zapasu chłodu) lub wyłącza się urządzenia wentylacji w przechowalni do chwili osiągnięcia przez ziemniaki w wyniku procesu oddychania temperatury maksymalnej, dopuszczalnej (gromadzenie zapasu ciepła).

Jeśli natomiast prognoza pogody będzie korzystna dla wentylacji, zaś przewidywane zmiany temperatury ziemniaków niepożądane, wówczas dodatkowe, interwencyjne oddziaływania sterownicze będą zbędne, gdyż w odpowiednim momencie pracę podejmie przekąźnikowy układ sterowania.

Zgromadzony "zapas" ciepła (chłodu) pozwala przetrwać trwające około 6 dni niekorzystne warunki pogodowe.

Należy pamiętać, że mamy tu do czynienia z "grą z naturą", gdyż prognozy pogody mogą być zgodne lub nie z rzeczywistą temperaturą powietrza atmosferycznego. Układ sterowania pracuje zatem w warunkach niepewności. Obowiązkiem obsługi jest ciągle kontrolowanie parametrów powietrza atmosferycznego i ziemniaków oraz ewentualne interweniowanie, o ile będzie taka potrzeba, w przypadku stwierdzenia niezgodności prognozy z rzeczywistością.

Na rys.2 przedstawiono przykładowe przebiegi:

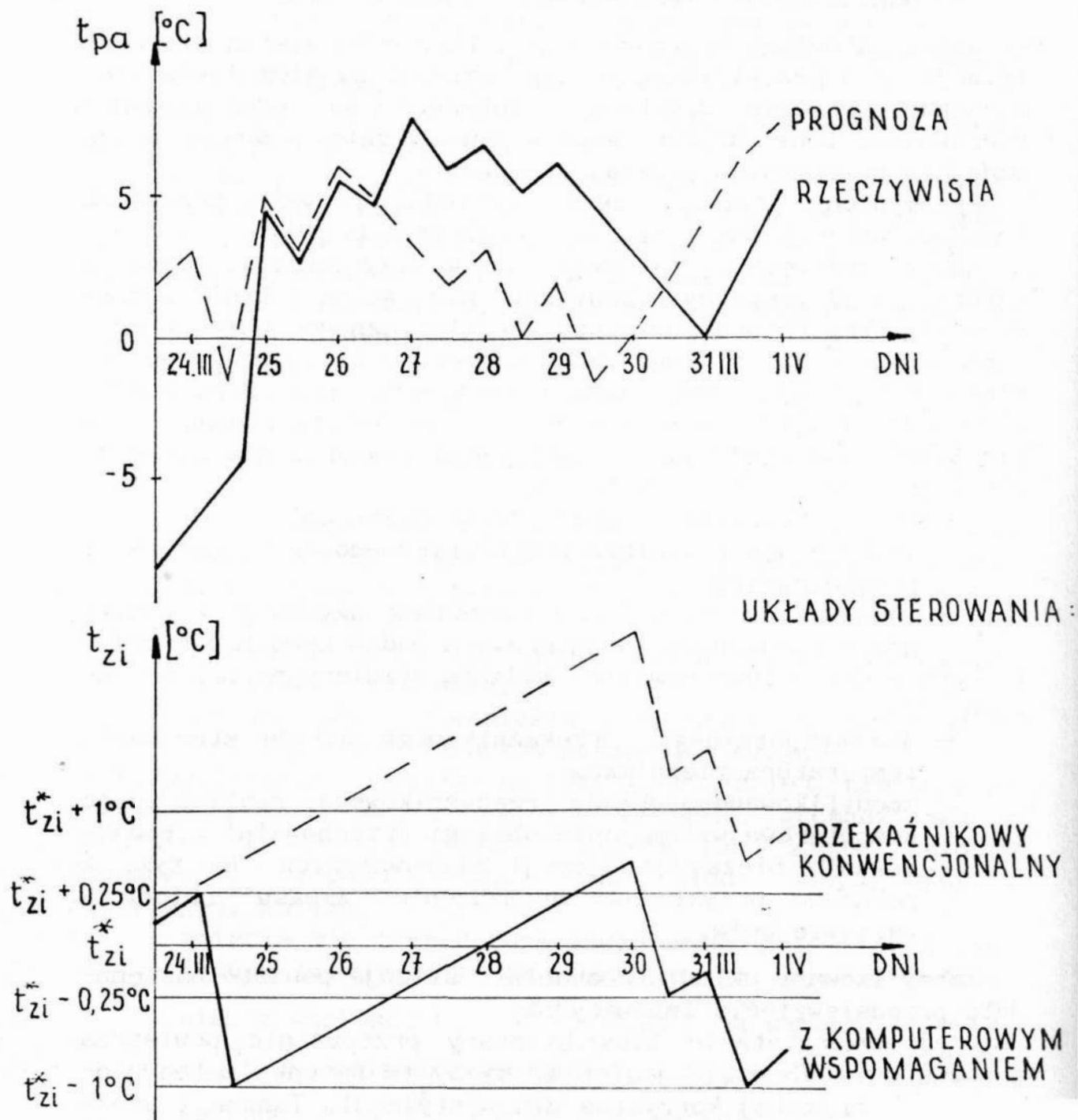
- temperatury powietrza atmosferycznego: rzeczywistej i prognozowanej,
- temperatury ziemniaków (przebieg uzyskany w wyniku przeprowadzonych komputerowych badań symulacyjnych) podczas 8 dni przechowywania. Badania symulacyjne przeprowadzono dla:

- konwencjonalnego, przekąźnikowego układu sterowania temperaturą ziemniaków,
- zmodyfikowanego układu przekąźnikowego, realizującego komputerowe wspomaganie obsługi przechowalni w podejmowaniu bieżących decyzji sterowniczych. Na rys. 2 pokazano przykładowo gromadzenie "zapasu" chłodu w warstwie bulw.

Zmodyfikowany układ sterowania realizuje ponadto następujące przedsięwzięcia innowacyjne:

a) wykorzystanie blokady pracy przepustnic powietrza podczas dnia wiosną i jesienią, kiedy to warunki meteorologiczne są najmniej korzystne dla wentylacji. Tańsza i efektywniejsza jest wówczas wentylacja przechowalni nocą;

b) sterowanie stopniem otwarcia przepustnic powietrza atmosferycznego i wewnętrznego. Pozwala to uzyskać powietrze mieszane o żądanych parametrach termicznych. Aktualnie steruje się dwupołożeniowo przepustnicami powietrza;



Rys. 2. Przykładowe wyniki badań symulacyjnych

Fig. 2. Exemplar results of a simulation

c) wykorzystanie symulacyjnej komory mieszania powietrza atmosferycznego i wewnętrznego, umożliwiającej pomiar temperatury powietrza mieszanego przed załączeniem wentylacji tym rodzajem powietrza. Dzięki temu eliminuje się mankament aktualnie pracujących układów sterowania temperaturą ziemniaków w postaci możliwości krótkotrwałego nawiewu na ziemniaki powietrza mieszanego za zimnego lub za ciepłego.

Wydaje się, że nawet przy niekorzystnych warunkach meteorologicznych możliwe jest wyeliminowanie lub przynajmniej ograniczenie potrzeby załączeń urządzeń klimatyzacji w okresie od października do kwietnia, przy pomijalnie małym wzroście strat technologicznych i nieznacznym wydłużeniu się czasu wentylacji, o ile zastosuje się proponowane tu komputerowe wspomaganie obsługi przechowalni w podejmowaniu bieżących decyzji sterowniczych oraz wprowadzi proponowane przedsięwzięcia innowacyjne.

Literatura

1. Kubicki K.: Biologiczne i techniczne uwarunkowania przechowywania ziemniaków, PWN, Warszawa 1988
2. Wachowicz E.: Sterowanie pracą urządzeń wentylacji i klimatyzacji w przechowalniach ziemniaków, Wyd. WSInz. Koszalin, 1990

Streszczenie

W pracy omówiono komputerowe wspomaganie obsługi przechowalni w podejmowaniu bieżących decyzji sterowniczych. Pozwala ono na energooszczędne sterowanie mikroklimatem w przechowalniach ziemniaków. Podczas sterowania wykorzystywany jest model matematyczny przechowalni oraz prognozy pogody.

COMPUTER AIDED DECISIONS MAKING SYSTEM FOR OPERATION OF POTATOES STORAGE INSTALLATIONS

ABSTRACT

A computer supported decisions making system for operation of potatoes storage is presented. The system utilises a mathematical model of potatoes storage and a weather forecast. The economic criteria are included, as well as technological.

Spis treści

Balicki J.	3
Poliptymalizacja rozdziału przepustowości i przepływu danych w sieci komputerowej.	
Balicki J., Niemczyk T.	17
Dialogowa metoda wyboru optymalnego wariantu złożonego systemu przez grupę ekspertów.	
Jendo S., Putresza J.	26
Optymalizacja wielokryterialna konstrukcji prętowych o parametrach losowych za pomocą metody Monte-Carlo.	
Kaszyńska B., Paczkowski W.	34
Poliptymalny model produkcji przedsiębiorstwa budowlanego.	
Montusiewicz J.	46
Pewna metoda poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych.	
Montusiewicz J., Osyczka A.	70
Metoda dekompozycji zadania projektowego z optymalizacji wielokryterialnej.	
Niczny J., Paczkowski W.	85
Systemy eksperckie w procesie optymalizacji konstrukcji.	
Nowak D., Ciałkowski M.	103
Komputerowa symulacja opływu pojazdu samochodowego z wykorzystaniem metody elementu brzegowego.	
Ostwald M.	120
Optymalizacja wektorowa cienkościennych konstrukcji trójwarstwowych.	
Osyczka A.	136
Komputerowy system optymalizacji wielokryterialnej.	
Paczkowski W.	152
Poliptymalne kształtowanie geometrii kopuły Schwedlera.	

Paczkowski W.	166
Dyskretna polioptymalizacja dużych układów konstrukcyjnych z wykorzystaniem dekompozycji.	
Paczkowski W.	188
Program dyskretnej optymalizacji OPTIM wykorzystujący metodę ortogonalno-diagonalną.	
Paczkowski W.	202
Funkcjonowanie metody ortogonalno-diagonalnej w ograniczonym obszarze dopuszczalnym.	
Płonka S.	213
Metodologiczne problemy optymalizacji wielokryterialnej w projektowaniu struktury procesów technologicznych.	
Pogorzelski W.	223
Rachunek wagowo-korelacyjny: przeznaczenie, założenia, możliwości.	
Tarnowski W.	234
Modelowanie wybranych układów ciągłych i nieliniowych dla celów symulacji komputerowej.	
Wachowicz E.	251
Komputerowe wspomaganie obsługi przechowalni ziemniaków w podejmowaniu bieżących decyzji sterowniczych.	