

ZESZYTY NAUKOWE
Wydziału
Mechanicznego
Nr 15

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

ZESZYTY NAUKOWE
WYDZIAŁU MECHANICZNEGO
NR 15

KOSZALIN 1993

Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 15

ISSN 0860-0325

Przewodniczący Uczelnianej Rady Wydawniczej

Szymon Pałkowski

Redaktor

Bronisław Słowiński

Wydano za zgodą Rektora WSInż w Koszalinie

**Wydawnictwo Uczelniane Wyższej Szkoły Inżynierskiej
75-620 Koszalin, ul. Raclawicka 15-17**

**Koszalin 1993, wyd. 1, nakład 150 egz., ark. wyd. 8,28,
format B-5**

SPIS TREŚCI

- J. FLESZAR, H. FABIAN: Badanie wymiarowych i masowych własności bulw ziemniaka 5
- J. FLESZAR, H. FABIAN: Badanie zależności wymiarowo-masowych bulw ziemniaka 21
- J. FLESZAR: Podstawy budowy i analizy sił działających na dźwignie oddzielające, separatora kamieni bulw ziemniaka 38
- J. FLESZAR: Analiza procesu separacji kamieni, na dźwigniach podtrzymywanych pneumatycznie 57
- L. KUKIELKA: Model konstytutywny odkształceń lepko-plastycznych ciała TEF-TVPF w warunkach realizacji nieliniowych, termodynamicznych procesów obróbki i eksploatacji części metalowych 72
- L. KUKIELKA, W. CIENKOWSKI, H. FABIAN: Modelowe badania mechanizmu plastycznego płynięcia nierówności symetrycznych trójkątnych i trapezowych w procesie zgniotu płaskim stemplem 104
- M. TRELA, A. RASMUS: Badania kształtu strugi cieczy na powierzchni walcowej 123
- S. WALASIK: Konstrukcja i rozkład sił w specjalnej głowicy osełkowej 142
- S. WALASIK: Określenie wartości siły nacisku osełek na przedmiot podczas gładzenia otworów głowicą konwencjonalną 155
- S. WALASIK: Wpływ wybranych parametrów procesu gładzenia na kształtowanie głębokości R_t rys smarnych .. 170
- B. WILCZYŃSKI: Accuracy of fictitious stress method for stress concentration in 2D machine components ... 192

BADANIE WYMIAROWYCH I MASOWYCH WŁASNOŚCI BULW ZIEMNIAKA

WSTĘP

Projektowanie nowoczesnych środków technicznych dla rolnictwa, stawia obecnie przed konstruktorami skomplikowane problemy, których rozwiązanie wymaga nie tylko znajomości specyfiki funkcjonalnej samych urządzeń, ale i własności obrabianej rośliny. W przypadku ziemniaka, badania bulw [4, 5] w znacznej mierze straciły swą aktualność, przede wszystkim ze względu na nowe odmiany, które weszły od tego czasu do uprawy. Dlatego też zaistniała potrzeba przeprowadzenia badań dotyczących tych własności bulw ziemniaka, które są najistotniejsze z punktu widzenia potrzeb konstruktora. Brak informacji w tym zakresie utrudnia, a często wręcz uniemożliwia, przeprowadzenie prac analitycznych w pierwszej fazie prac projektowych i badawczych maszyn do szeroko rozumianej obróbki i przerobu ziemniaków.

Istnieje wiele metod i prób opisu kształtu bulw ziemniaka, jednak zastosowanie znalazły tylko te, których znajomość potrzebna jest w procesie projektowo-badawczym nowych maszyn [4]. Typ kształtu określany jest, najczęściej, wskaźnikiem wydłużenia i wskaźnikiem spłaszczenia bulw.

Wielkość bulw, w praktyce, określa się poprzez rozdzielenie poszczególnych frakcji na sitach o kwadratowych otworach, których wymiarem jednostkowym jest długość boku "a" [1].

W ten sposób otrzymuje się podział na :

- | | | | |
|--------------------------------|---|-----------|-------|
| a) bulwy drobne | - | $a < 3$ | [cm], |
| b) drobne sadzeniaki | - | $a = 3+4$ | [cm], |
| c) grube sadz., drobne jadalne | - | $a = 4+5$ | [cm], |
| d) średnie jadalne | - | $a = 5+6$ | [cm], |
| e) duże jadalne | - | $a = 6+7$ | [cm], |
| f) bardzo duże jadalne | - | $a = 7+8$ | [cm], |
| g) za duże jadalne | - | $a > 8$ | [cm]. |

O wyrównaniu wielkości danej próbki ziemniaków decydują wagowe udziały frakcji, otrzymywane na sitach o powyżej określonych wymiarach. Skalę oceny wyrównania wielkości bulw wyznacza procentowy wagowy udział dwóch sąsiednich frakcji [1].

CEL I OBIEKT BADAŃ

Celem badań jest wyznaczenie podstawowych własności fizycznych bulw ziemniaka.

Obiektem badań są bulwy 9 najbardziej rozpowszechnionych w Polsce odmian [6]: Atol, Bogna, Bronka, Bryza, Janka, Mila, Pola, Sokół i Uran. Materiał badawczy pobrano z pól doświadczalnych Instytutu Ziemniaka w Boninie k. Koszalina. Ziemniaki uprawiano w jednakowych warunkach agrotechnicznych, z nasadzenia w ilości 100 [szt] na powierzchni 25 [m²], przy rozstawie redlin - 62,5 [mm]. Stosowane nawożenie: mineralne + obornik. Próbki do badań pobrano z losowo wybranej redliny.

Badaniom i analizie poddano następujące parametry, opisujące bulwy: długość (l_z), szerokość (s_z), grubość (g_z), wskaźnik wydłużenia (k_{z1}), wskaźnik spłaszczenia (k_{zs}), masa (m_z), masowy wskaźnik wypełnienia gabarytowego (k_{zv}), masa

jednostkowa względem długości (Q_{z1}), masa jednostkowa względem szerokości (Q_{zs}) i teoretyczny wymiar boku otworu kwadratowego "p" (sito sortujące), który jest granicą rozdziału bulw na określone frakcje.

Wymienione wskaźniki, opisano następującymi wzorami:

$$k_{z1} = \frac{l_z}{s_z}, \quad k_{zs} = \frac{s_z}{g_z}, \quad k_{zv} = \frac{m_z}{l_z s_z g_z} \cdot 1000 \text{ [g/mm}^3\text{]},$$

$$Q_{z1} = \frac{m_z}{l_z} \text{ [g/mm]}, \quad Q_{zs} = \frac{m_z}{s_z} \text{ [g/mm]}, \quad p = \sqrt{\frac{s_z^2 + g_z^2}{2}} \text{ [mm]}.$$

Największe znaczenie, przy projektowaniu różnego rodzaju sortowników rozdzielających bulwy na frakcje, ma znajomość wymiarów bulw i ich wskaźników wydłużenia oraz spłaszczenia.

Masowy wskaźnik wypełniania gabarytowego jest podstawą syntetycznej oceny kształtu bulw poszczególnych odmian oraz ich analizy porównawczej. Znajomość zaś masy jednostkowej względem długości i szerokości, umożliwia analizę i projektowanie dzwigniowych separatorów kamieni od bulw ziemniaka [2, 3].

Dla każdej z odmian, wszystkie wyżej wymienione parametry i wskaźniki poddane zostały analizie statystycznej. Określono ich zakres zmienności oraz rozkłady, weryfikowane na zgodność z rozkładem normalnym statystykami χ^2 i Kołmogorowa-Smirnowa, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Wyniki badań przedstawiono w tabelach i na wykresach.

WYNIKI BADAŃ

Masa i wymiary bulw poszczególnych odmian, wykazują duże zróżnicowanie. Do ich pełnego opisu, wyznaczono szereg

parametrów statystycznych, ponieważ dopiero znajomość ich wszystkich umożliwia przyjęcie odpowiednich danych do analizy i wyciągnięcie właściwych wniosków. Maksymalne zakresy zmienności głównych parametrów bulw, u badanych odmian, są następujące:

- a) masa - 12 + 561 [g], (Janka),
- b) długość - 29 + 149 [mm], (Bronka),
- c) szerokość - 27 + 100 [mm], (Janka),
- d) grubość - 22 + 77 [mm], (Janka).

Podstawową informację dotyczącą średnich wartości parametrów i wskaźników, dla każdej z odmian, wraz z odpowiadającymi im odchyleniami standardowymi "s", przedstawiono w tab. 1.

Zakres zmienności wskaźnika wydłużenia bulw, u badanych odmian, jest silnie zróżnicowany:

- a) max. - 1,06 + 2,44 (Bogna),
- b) min. - 1,00 + 1,72 (Uran).

Największą równomierność kształtu bulw mają odmiany: Bryza, Mila, Sokół i Janka, natomiast - najmniejszą: Bogna i Pola. Wszystkie odmiany mają niewielką niesymetryczność rozkładów, z przewagą wskaźników maksymalnych. Różnice odmianowe kształtu bulw są dość duże. Udziały frakcji okrągłej bulw, zawierają się w granicach 38 + 93 [%] (odpowiednio - Bogna, Pola, Bronka, Atol, Uran, Mila, Janka, Sokół, Bryza).

Można zauważyć, że odmiana o największej średniej masie m_z (Bronka), posiada największe średnie masy jednostkowe Q_{z1} , Q_{zs} . Natomiast odmiana o najmniejszej średniej masie m_z (Bryza), posiada najmniejsze średnie masy jednostkowe Q_{z1} i Q_{zs} . Podobny związek istnieje między średnią długością l_z a wskaźnikiem wydłużenia k_{z1} .

Tabela 1.

Średnie wartości badanych parametrów bulw (s-odchyl.stand.)

ODMIANA		ATOL	BO- GNA	BRO- NKA	BRY- ZA	JAN- KA	MILA	POLA	SO- KÓŁ	URAN
\bar{m}_z	[g]	85.4	94.5	96.7	71.7	80.8	80.1	92.4	86.9	85.7
$\frac{\bar{m}_z}{S}$		55.4	52.5	71.1	48.1	70.9	41.9	51.4	43.4	67.6
\bar{l}_z	[mm]	63.0	69.5	65.1	54.3	57.1	60.7	68.7	62.3	61.3
$\frac{\bar{l}_z}{S}$		16.7	16.2	20.3	14.0	19.3	13.1	15.4	15.1	21.5
\bar{s}_z	[mm]	52.7	52.4	51.4	48.8	48.7	51.0	52.1	53.3	50.7
$\frac{\bar{s}_z}{S}$		11.8	10.9	12.0	11.9	14.0	9.3	10.4	10.1	14.2
\bar{g}_z	[mm]	39.6	41.3	42.6	40.6	40.8	40.2	42.5	42.9	39.9
$\frac{\bar{g}_z}{S}$		8.27	7.71	8.85	8.88	9.85	6.51	7.14	7.35	9.51
\bar{k}_{z1}	—	1.19	1.33	1.25	1.11	1.16	1.19	1.32	1.17	1.19
$\frac{\bar{k}_{z1}}{S}$		0.13	0.21	0.16	0.11	0.12	0.19	0.17	0.16	0.15
\bar{k}_{zs}	—	1.33	1.27	1.20	1.20	1.18	1.26	1.22	1.24	1.26
$\frac{\bar{k}_{zs}}{S}$		0.13	0.13	0.11	0.11	0.11	0.11	0.10	0.12	0.12
\bar{k}_{zv}	[g/mm ³]	0.57	0.57	0.59	0.58	0.58	0.59	0.56	0.57	0.58
$\frac{\bar{k}_{zv}}{S}$		0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.04	0.04	0.05	0.07
\bar{Q}_{z1}	[g/mm]	1.24	1.28	1.33	1.20	1.22	1.24	1.27	1.32	1.22
$\frac{\bar{Q}_{z1}}{S}$		0.50	0.47	0.55	0.53	0.62	0.40	0.45	0.41	0.58
\bar{Q}_{zs}	[g/mm]	1.49	1.69	1.76	1.33	1.44	1.48	1.66	1.54	1.49
$\frac{\bar{Q}_{zs}}{S}$		0.65	0.63	0.85	0.59	0.80	0.52	0.59	0.54	0.80
\bar{p}	[mm]	46.6	47.2	47.2	44.9	45.0	46.0	47.6	48.4	45.7
$\frac{\bar{p}}{S}$		10.0	9.17	10.4	10.3	11.9	7.83	8.73	8.57	11.9

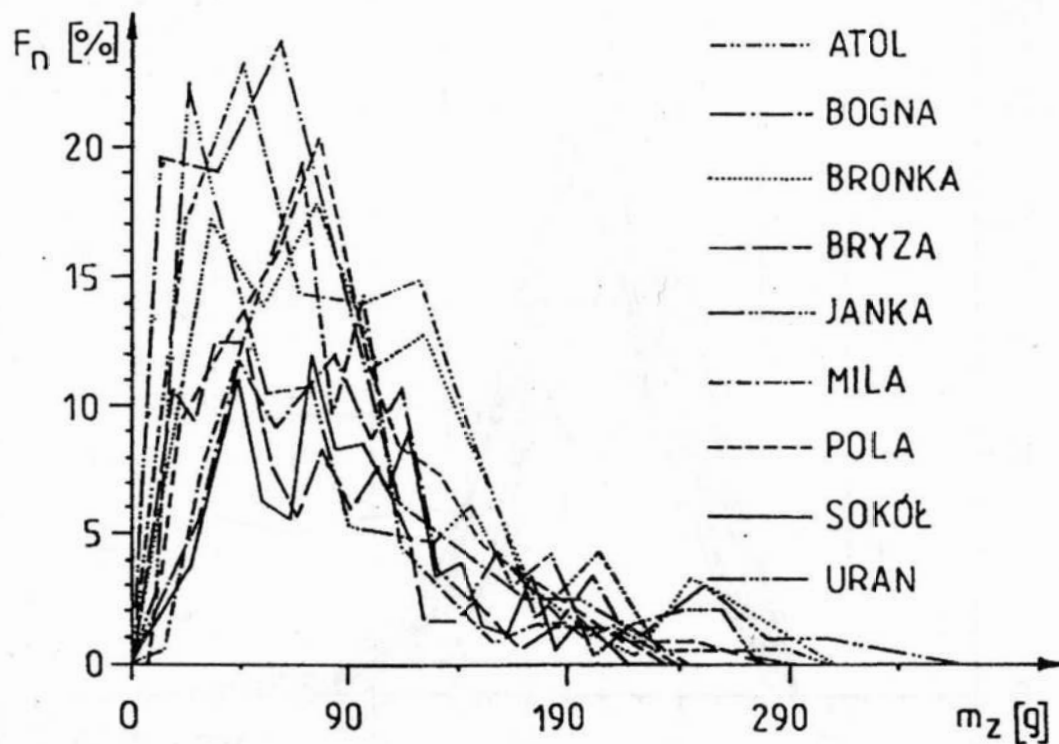
(- nad symbolem oznacza wartość średnią, S - odchylenie standardowe)

Wartości pozostałych wyznaczonych wielkości statystycznych badanych parametrów i wskaźników, zestawiono w Tab.2.

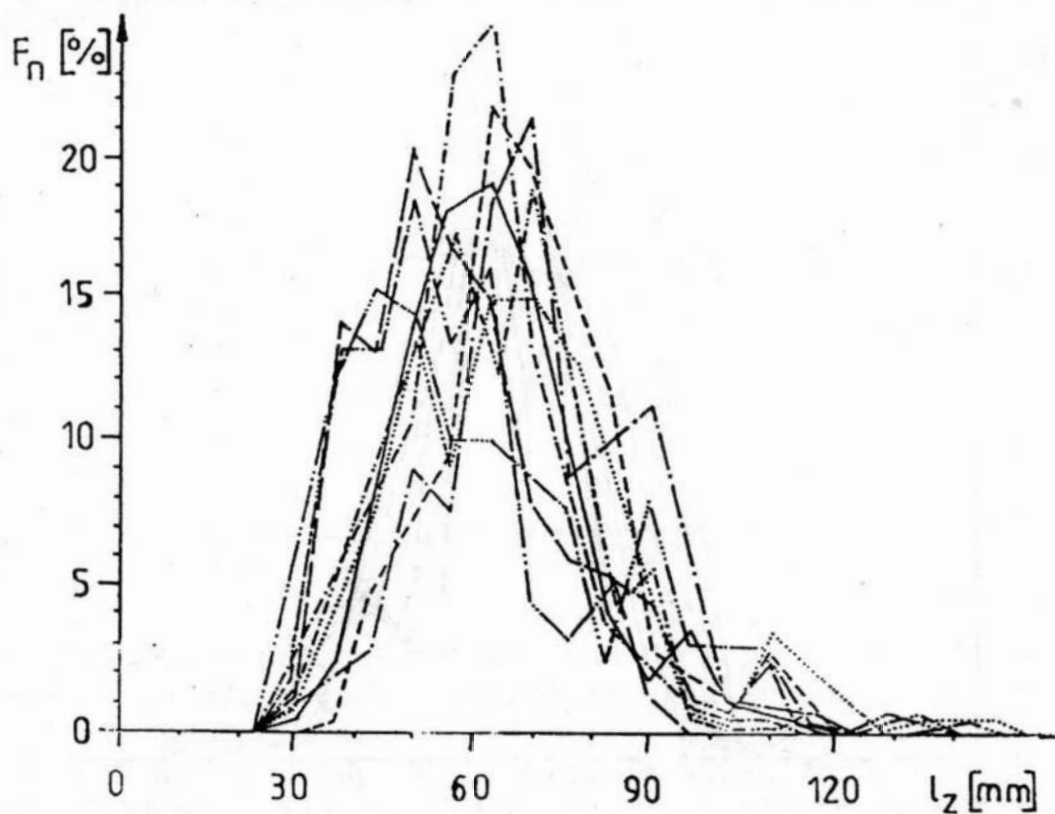
Tabela 2.

Wartości mediany, mody i średniej geometrycznej, badanych parametrów bulw, różnych odmian

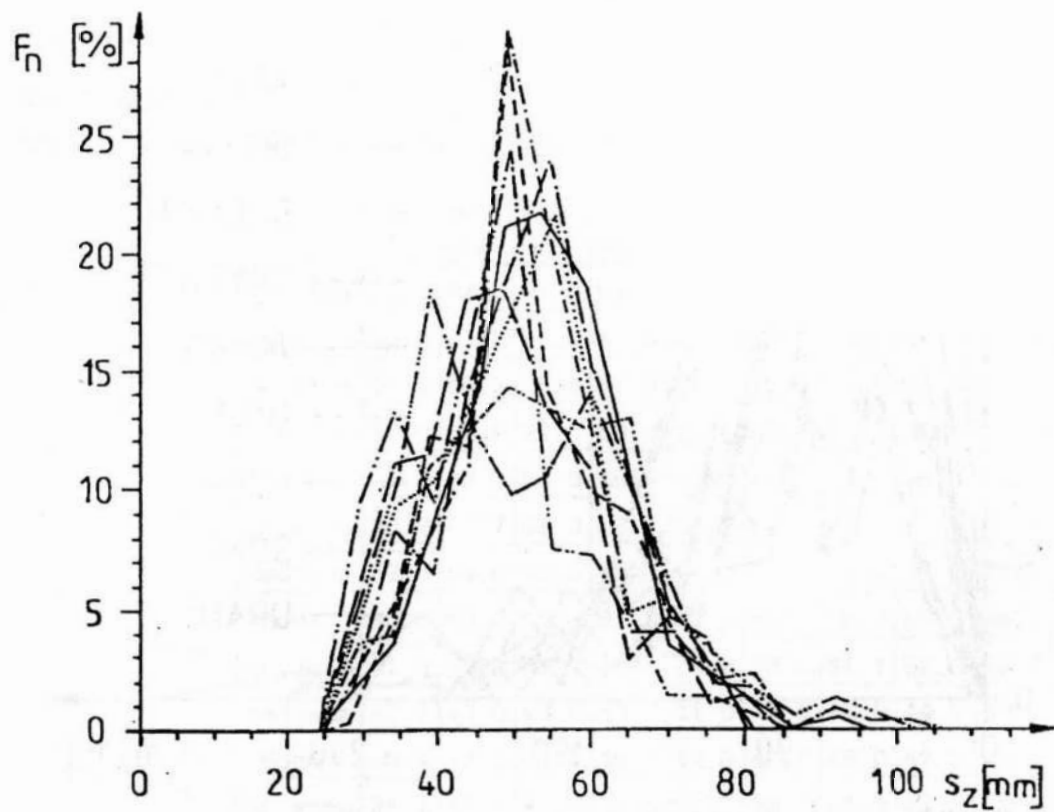
ODMIANA		ATOL	BO-GNA	BRO-NKA	BRY-ZA	JAN-KA	MILA	POLA	SO-KÓŁ	URAN
m_z [g]	Mediana	77.0	84.5	81.0	61.0	64.0	73.0	83.0	81.0	64.0
	Moda	50.0	112	75.0	15.0	84.0	78.0	84.0	42.0	30.0
	Śr. geom	69.3	80.3	75.8	57.0	58.5	69.6	80.0	75.8	63,3
l_z [mm]	Mediana	63.0	67.0	64.0	53.0	54.0	61.0	69.0	60.0	57.0
	Moda	68.0	67.0	67.0	48.0	65.0	62.0	69.0	56.0	46.0
	Śr. geom	60.8	67.7	62.3	52.6	54.3	59.3	67.1	60.5	57.9
s_z [mm]	Mediana	53.0	54.0	53.0	48.0	48.0	52.0	51.5	55.0	48.0
	Moda	60.0	56.0	53.0	51.0	52.0	52.0	52.0	55.0	38.0
	Śr. geom	51.3	51.2	49.9	47.4	46.8	50.1	51.1	52.3	48.7
g_z [m]	Mediana	40.0	41.0	43.0	40.0	41.0	41.0	42.0	44.0	39.0
	Moda	40.0	47.0	43.0	40.0	43.0	42.0	45.0	47.0	40.0
	Śr. geom	38.7	40.7	41.7	39.6	39.7	39.7	41.9	42.2	38.8
k_{z1}	Mediana	1.17	1.30	1.22	1.09	1.14	1.17	1.30	1.12	1.16
	Moda	1.25	1.18	1.14	1.00	1.17	1.06	1.11	1.16	1.00
	Śr. geom	1.19	1.32	1.25	1.11	1.16	1.18	1.31	1.16	1.19
k_{zs}	Mediana	1.33	1.26	1.19	1.20	1.17	1.26	1.22	1.22	1.25
	Moda	1.33	1.20	1.28	1.20	1.12	1.20	1.25	1.17	1.25
	Śr. geom	1.32	1.26	1.20	1.20	1.18	1.26	1.22	1.24	1.25
k_{zv} [$\frac{g}{mm^3}$]	Mediana	0.58	0.58	0.58	0.58	0.59	0.59	0.56	0.57	0.59
	Moda	0.56	0.61	0.58	0.58	0.59	0.61	0.51	0.61	0.59
	Śr. geom	0.57	0.57	0.58	0.58	0.58	0.59	0.56	0.57	0.58
Q_{z1} [$\frac{g}{mm}$]	Mediana	1.19	1.24	1.29	1.10	1.16	1.24	1.22	1.35	1.09
	Moda	1.43	1.58	1.38	0.45	0.99	1.00	1.16	0.87	0.75
	Śr. geom	1.14	1.19	1.22	1.09	1.08	1.17	1.19	1.25	1.09
Q_{zs} [$\frac{g}{mm}$]	Mediana	1.43	1.62	1.58	1.27	1.33	1.43	1.61	1.52	1.34
	Moda	1.00	1.93	1.58	1.00	1,27	1.40	1.88	1.08	0.79
	Śr. geom	1.35	1.57	1.52	1.20	1.25	1.39	1.56	1.45	1.30
p [mm]	Mediana	46.9	47.0	47.4	44,2	45.0	46.4	47.4	49.5	44.2
	Moda	51.6	43.2	49.4	53.3	45.6	50.1	47.4	51.1	35.1
	Śr. geom	45.5	46.3	46.1	43.7	43.5	45.3	46.8	47.6	44.2



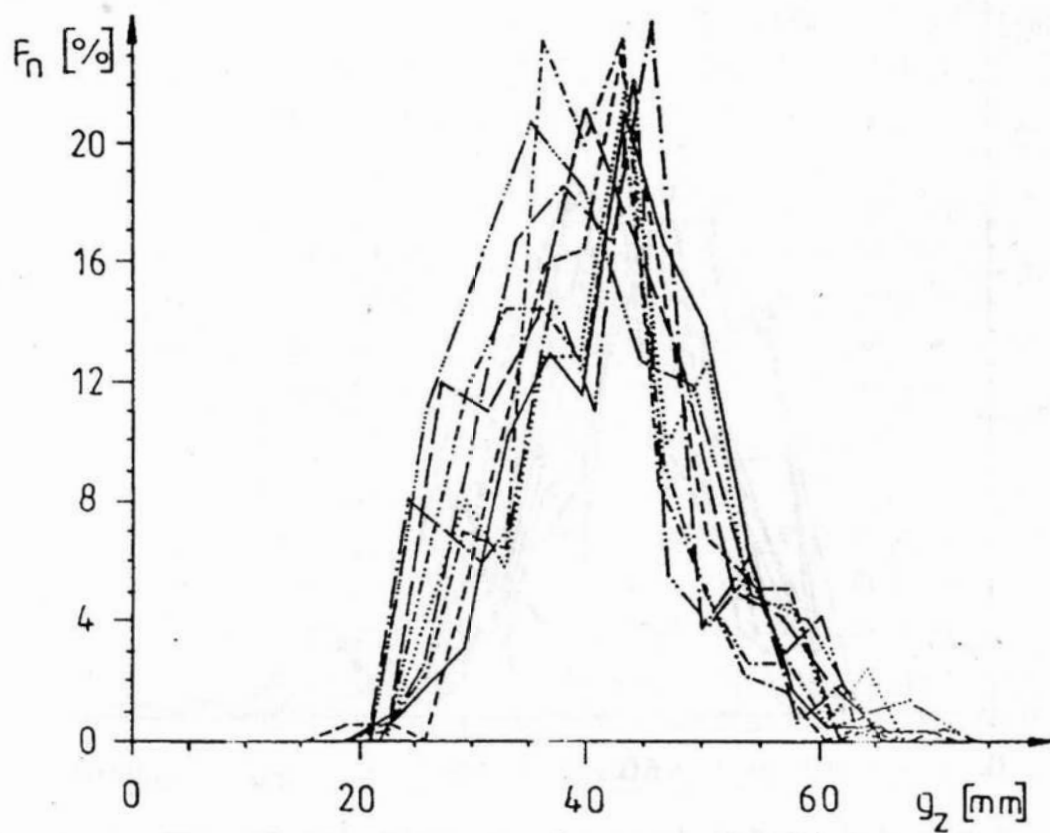
Rys. 1. Rozkład masy bulw



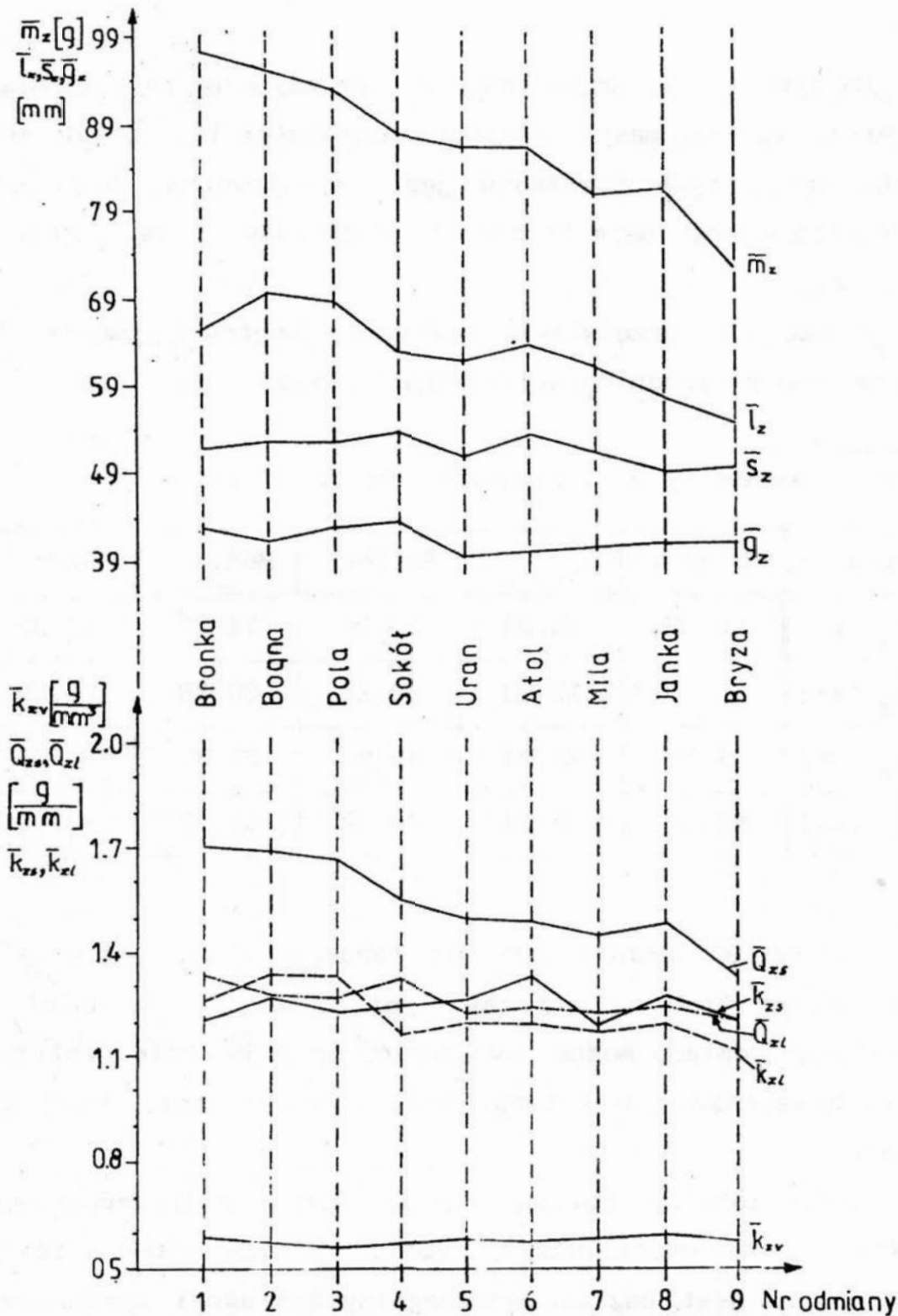
Rys. 2. Rozkład długości bulw (oznaczenia jak na rys. 1)



Rys.3. Rozkład szerokości bulw (oznaczenia jak na rys. 1)



Rys.4. Rozkład grubości bulw (oznaczenia jak na rys. 1)



Rys.5. Relacja średnich wartości badanych parametrów bulw: m_z - masa, l_z - długość, s_z - szerokość, g_z - grubość, Q_{zs} - masa jednostkowa względem szerokości bulwy, Q_{zl} - masa jednostkowa względem długości bulwy, k_{zl} - wskaźnik wydłużenia bulw, k_{zs} - wskaźnik spłaszczenia bulw, k_{zv} - masowy wskaźnik wypełnienia gabarytowego bulw

Na rys. 1 + 4, przedstawiono rozkłady częstości badanych parametrów, tzn. masy, długości, szerokości i grubości bulw. Większość z tych rozkładów jest asymetryczna, przy czym najwyraźniejszą asymetryczność rozkładów mają: masa i długość.

W tab. 3, przedstawiono średnie wartości parametrów, wyznaczone ze średnich wszystkich 9 odmian (rys. 5).

Tabela 3.
Średnie parametry bulw badanych odmian

Parametr	Śr. aryt.	Odchyl. stand.	Śr. geom.	Mediana	Moda
\bar{m}_z [g]	86.03	56.04	69.96	74.28	63.33
\bar{l}_z [mm]	62.45	16.93	60.26	60.89	60.89
\bar{s}_z [mm]	51.22	11.64	49.88	51.39	52.11
\bar{g}_z [mm]	41.16	8.23	40.32	41.22	43.00

Porównując średnie wartości parametrów dla poszczególnych odmian (tab. 1), z zawartymi w tab. 3, średnimi ze wszystkich odmian, można stwierdzić, że najbardziej zbliżone do nich wartości parametrów, mają odmiany: Atol, Sokół i Uran .

Bardzo istotny, zarówno dla konstruktora (przepustowość sortowników i oddzielaczy), jak i rolnika (specjalizacja produkcji), jest udział poszczególnych frakcji wymiarowych i masowych bulw, w danej odmianie. Kształtuje się on bardzo różnie (tab. 4), więc przy projektowaniu sortowników uniwersalnych, chcąc im zapewnić założoną wydajność, należy zastosować odpowiednią ilość sit i ich powierzchnię roboczą,

przypadającą na daną frakcję wymiarową. Do odmian ziemniaków o zdecydowanie dużych bulwach, można zaliczyć odmiany: Bogna Bronka i Pola, natomiast odmianą o najmniejszych bulwach jest Bryza.

Zakres zmienności teoretycznego wymiaru boku kwadratowego otworu sita sortującego "p", kształtuje się następująco:

- a) min - 27,6 ÷ 66,2 [mm], (Mila),
- b) max - 26,5 ÷ 85,9 [mm], (Janka).

Tabela 4.

Udział frakcji wymiarowych i masowych bulw

Parametr	m_z [g]			l_z [mm]			s_z [mm]			g_z [mm]		
Frakcja	<30	30+ 90	>90	<44	44+ 69	>69	<30	30+ 50	>50	<28	28+ 42	>42
Odmiana	Udział frakcji [%]											
Atol	23	43	34	18	55	27	5	45	50	12	58	30
Bogna	11	47	42	8	54	38	3	41	56	10	55	35
Bronka	21	40	39	18	50	32	5	45	50	10	48	42
Bryza	25	48	27	36	51	13	8	58	34	15	50	35
Janka	27	51	22	34	48	18	11	55	34	16	49	35
Mila	12	60	28	11	72	17	2	41	57	5	66	29
Pola	12	44	34	6	52	42	1	44	55	3	57	40
Sokół	11	51	38	17	61	22	1	45	54	4	47	49
Uran	30	37	33	33	39	28	8	49	43	14	51	35

Tabela 5.
Wyniki testów zgodności z rozkładem normalnym

ODMIANY			AT OL	BOG NA	BRO NKA	BRY ZA	JAN KA	MI LA	PO LA	SO KÓŁ	UR AN
m_z	T T T Y Y	Kołmogorowa	-	+	-	-	-	+	-	+	-
		χ^2	-	-	-	-	-	-	-	+	-
l_z	T T T Y Y	Kołmogorowa	+	+	+	+	-	+	+	+	-
		χ^2	+	+	-	-	-	+	+	-	-
s_z	T T T Y Y	Kołmogorowa	+	+	+	+	-	+	+	+	-
		χ^2	+	+	+	+	-	+	+	+	-
g_z	T T T Y Y	Kołmogorowa	+	+	+	+	+	+	+	+	+
		χ^2	+	+	+	+	+	+	+	+	+
k_{z1}	T T T Y Y	Kołmogorowa	-	-	-	-	-	+	+	-	-
		χ^2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
k_{zs}	T T T Y Y	Kołmogorowa	+	-	+	-	-	+	+	-	+
		χ^2	+	-	+	-	-	+	+	-	+
k_{zv}	T T T Y Y	Kołmogorowa	-	-	+	-	-	+	+	-	-
		χ^2	-	-	-	-	-	+	+	-	-
Q_{z1}	T T T Y Y	Kołmogorowa	+	+	+	+	-	+	+	+	-
		χ^2	+	+	+	+	-	+	-	+	-
Q_{zs}	T T T Y Y	Kołmogorowa	+	+	-	+	-	+	+	+	-
		χ^2	-	-	-	+	-	+	+	+	-
p	T T T Y Y	Kołmogorowa	+	+	+	+	-	+	+	+	+
		χ^2	+	+	+	-	-	+	+	+	+

gdzie: + - rozkład zgodny z rozkładem normalnym,
- - rozkład niezgodny z rozkładem normalnym.

Ważnym elementem badań jest sprawdzenie zgodności rozkładów badanych parametrów i wskaźników, z rozkładem normalnym. Zastosowane testy (Kołmogorowa-Smirnowa i χ^2) nie

potwierdziły w pełni, często przyjmowanych do analiz teoretycznych i statystycznych, założeń o występowaniu tej zgodności. Wobec asymetryczności rozkładów (rys. 1, 2, 3, 4), częściej zgodność z rozkładem normalnym potwierdzał test Kołmogorowa, który jak wiadomo, jest mniej wrażliwy na rozrzut wartości skrajnych. Całość wyników dotyczących zgodności rozkładów badanych parametrów i wskaźników z rozkładem normalnym, przedstawiono w tab. 5. Odmianą, której praktycznie wszystkie parametry i wskaźniki podlegają rozkładowi normalnemu jest odmiana Miła, zaś zdecydowanie najgorzej pod tym względem prezentuje się odmiana Janka.

Z przedstawionych danych wynika, że tylko grubość bulw, u wszystkich badanych odmian, ma rozkład normalny, potwierdzony przez oba testy.

WNIOSKI

1. Średnie wartości parametrów, takich odmian jak: Atol, Sokół i Uran, są zbliżone do średnich wartości tychże parametrów ze wszystkich 9 odmian, można więc przyjąć jedną z nich za stały czynnik porównawczy przy projektowaniu i badaniu nowych maszyn do obróbki ziemniaków.
2. Udziały frakcyjne bulw badanych odmian, wyznaczone według teoretycznego wymiaru boku, kwadratowego otworu sita "p", są następujące:
 - a) bulwy najdrobniejsze $p < 30$ [mm] - $1.0 \div 10.0$ [%],
 - b) sadzeniaki drobne $p = 30+40$ [mm] - $17.5 \div 31.0$ [%],
 - c) sadzeniaki grube $p = 40+50$ [mm] - $25.0 \div 48.0$ [%],
 - d) bulwy jadalne $p > 50$ [mm] - $26.0 \div 47.0$ [%].
3. Udział poszczególnych frakcji masy bulw, badanych odmian, jest następujący:

- a) frakcja $12 \div 30$ [g] - $11 \div 30$ [%], (odpowiednio; Sokół, Bogna, Mila, Pola, Bronka, Atol, Bryza, Janka, Uran),
 - b) frakcja $30 \div 90$ [g] - $37 \div 60$ [%], (Uran, Bronka, Atol, Bogna, Bryza, Sokół, Janka, Pola, Mila),
 - c) frakcja > 90 [g] - $22 \div 42$ [%], (Janka, Bryza, Mila, Uran, Atol, Pola, Sokół, Bronka, Bogna).
4. Kształt bulw badanych odmian, według średniego wskaźnika wydłużenia, jest następujący:
- a) okrągły - odmiany: Atol, Bryza, Janka, Mila, Sokół, Uran, Bronka,
 - b) okrągło-owalny - odmiany: Bogna i Pola.
5. Za zgodne z rozkładem normalnym, u badanych odmian, uznano rozkłady następujących parametrów:
- a) masy: Sokół,
 - b) długości: Atol, Bogna, Mila, Pola,
 - c) szerokości: Atol, Bogna, Bronka, Bryza, Mila, Pola, Sokół,
 - d) grubości: Atol, Bogna, Bronka, Bryza, Mila, Pola, Sokół, Uran,
 - e) wskaźnika wydłużenia: żadna,
 - f) wskaźnika spłaszczenia: Atol, Bronka, Mila, Pola, Uran,
 - g) masowego wskaźnika wypełnienia gabarytowego: Mila, Pola,
 - h) masy jednostkowej względem długości: Atol, Bogna, Bronka, Bryza, Mila, Sokół,
 - i) masy jednostkowej względem szerokości: Bryza, Mila, Pola, Sokół,
 - j) teoretycznego wymiaru boku otworu kwadratowego sita: Atol, Bogna, Bronka, Mila, Pola, Sokół, Uran.

LITERATURA

1. A. DASZKIEWICZ, K. ROGULSKI: Dziewięciostopniowa skala oceny poszczególnych cech odmian i rodów hodowlanych ziemniaków, cz. 1, Ocena morfologicznych cech bulw ziemniaka. Biul. Inst. Ziemn. w Boninie, PWRiL, Warszawa 1969r.
2. J. FLESZAR: Analiza możliwości oddzielania kamieni od bulw ziemniaka przez separatory dźwigniowe. IV sympozjum im. prof. Cz. Kanafojskiego: Problemy budowy oraz eksploatacji maszyn i urządzeń rolniczych, Płock, wrzesień 1978r.
3. J. FLESZAR: Metoda wyznaczania szerokości roboczej dźwigni oddzielającej separatora kamieni od bulw ziemniaka, Zeszyt Naukowy Wydziału Mech., WSInż. Koszalin, nr 14/90.
4. K. GILEWICZ: Analiza kształtu i wymiarów kłębow ziemniaczanych jako cech rozdzielczych w procesie sortowania, RNR, 1979r., t. C-74-1.
5. T. KARWOWSKI: Teoria i konstrukcja maszyn rolniczych, t. 2, cz. 2. Maszyny do zbioru ziemniaków i buraków cukrowych, wyd. 2, PWRiL, Warszawa 1982r.
6. J. PIETKIEWICZ: Hodowla, nasiennictwo i ochrona ziemniaka, referaty i doniesienia na konferencję naukowo-techniczną pt. "Ziemniak bogactwem narodowym", Poznań, kwiecień 1989r.

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono statystyczny opis własności wymiarowych i masowych bulw ziemniaka, 9 najbardziej rozpowszechnionych w Polsce odmian. Badaniami objęto następujące parametry: masę, długość, szerokość i grubość bulw, współczynniki ich spłaszczenia i wydłużenia, masę jednostkową bulw względem długości i szerokości, masowy wskaźnik wypełnienia gabarytowego bulwy oraz teoretyczny wymiar boku otworu kwadratowego sita sortującego. Dokonano ich analizy ze względu na potrzeby konstruktora maszyn i urządzeń do obróbki bulw ziemniaków.

INVESTIGATION OF MASSES AND DIMENSIONS PROPERTIES OF THE POTATO PLANTS

The results of research on ninth varieties the potato plant have been presented. To analysis of dimensions and masses properties have been used the statistical methods. Mass, length, width and thicknees of the potatos plant, coefficient of flattening and elongation, unit mass of length, mass coefficient of fulfilment the gabarit's and theoretical dimension of square's hole for sorting riddle have been showed. These results have been prepared for constructors and users of the potato machines.

Józef Fleszar
Henryk Fabian

BADANIE ZALEŻNOŚCI WYMIAROWO-MASOWYCH BULW ZIEMNIAKA

1. WSTĘP

Znajomość zależności wymiarowo-masowych bulw ziemniaka, różnych odmian uprawianych w Polsce jest niedostateczna. Dotychczasowe badania wykonane m.in. przez Gilewicza [3], są niepełne i w znacznej mierze straciły swą aktualność. Od tego czasu do uprawy weszły nowe odmiany, których znajomość własności wymiarowo - masowych bulw ma istotne znaczenie dla pracochłonności i efektywności projektowania i badania maszyn do sadzenia, zbioru i obróbki ziemniaków (sortowanie, oddzielanie kamieni, transport itp.)

Istnieje konieczność opisu zależności wymiarowo-masowych bulw, odmian ziemniaków mających największe znaczenie gospodarcze [3].

Zależności między własnościami wymiarowymi i masowymi bulw ziemniaka, wiążą wiele ich parametrów. Najważniejsza zależność dotyczy związku masy bulwy m_z z jej wymiarami l_z , s_z , g_z .

Najczęściej przyjmuje się za Goriaczkinem [2], że zależność między masą a wymiarami bulw, ma następującą postać:

$$m_z = k_1 l_z^{n_1} = k_2 s_z^{n_2} = k_3 g_z^{n_3} ,$$

gdzie: k_1 , k_2 , k_3 - poszukiwane współczynniki,

n_1 , n_2 , n_3 - nieznanne wykładniki potęgowe.

Poszukiwania obejmują również zależności między wymiarami bulw, a także związków między wskaźnikami kształtu bulw - k_{z1} , k_{zs} , a masą i wymiarami.

Istotną zależnością jest związek teoretycznego wymiaru boku p , kwadratowego otworu sita sortującego, z masą, długością oraz masami jednostkowymi bulw - względem ich długości Q_{z1} i szerokości Q_{zs} .

Ważna zależność łączy masy jednostkowe Q_{z1} i Q_{zs} oraz masę bulw i ich wymiary (także wskaźniki kształtu - k_{z1} , k_{zs}).

Należy również wyjaśnić, czy istnieją istotne związki między masowym wskaźnikiem wypełnienia gabarytowego k_{zv} a masą, wymiarami i innymi własnościami bulw.

2. CEL PRACY I PRZEDMIOT BADAŃ

Głównym celem pracy jest matematyczny opis zależności między masą a wymiarami bulw, odmian ziemniaków, najszerszej uprawianych w Polsce. Badaniami objęto następujące zależności:

$$m_z = f(l_z; s_z; g_z),$$

$$l_z = f(s_z; g_z), \quad s = f(g_z),$$

$$Q_{z1} = f(m_z; l_z; s_z; g_z; k_{z1}; k_{zs}), \quad Q_{zs} = f(m_z; l_z; s_z; g_z; Q_{z1}; k_{z1}; k_{zs}),$$

$$p_z = f(m_z; l_z; Q_{z1}; Q_{zs}),$$

$$k_{z1} = f(m_z; l_z; s_z; g_z); \quad k_{zs} = f(m_z; l_z; s_z; g_z; k_{z1}),$$

$$k_{zv} = f(m_z; l_z; s_z; g_z; k_{z1}; k_{zs}; Q_{z1}; Q_{zs}).$$

Przedmiotem badań są bulwy 9 odmian ziemniaków najszerszej uprawianych w Polsce: Atol, Bogna, Bronka, Bryza, Janka, Mila, Pola, Sokół, Uran.

Badania przeprowadzono z pomocą Instytutu Ziemiaka w Boninie k. Koszalina, z którego pobrano materiał badawczy. Ziemiaki uprawiano w jednakowych warunkach, na glebie biellicowej, wytworzonej z piasków gliniastych lekkich, o zawartości próchnicy 2.33 [%] i pH (KCL) - 4.8, przy średniej miesięcznej opadów 65.2 [mm] ($s = 46.9$) i sumie opadów - 781.8 [mm]. Ziemiaki uprawiano w rozstawie redlin - 62.5 [cm]. Próbki bulw pobrano z losowo wybranej redliny.

3. METODYKA BADAŃ

Pomiarów wymiarów bulw i ich masy dokonano z dokładnością do 1 [mm] i 1 [g]. Następnie wyznaczono następujące wskaźniki:

- a) wydłużenia bulw - $k_{zl} = \frac{l_z}{s_z}$,
- b) spłaszczenia bulw - $k_{zs} = \frac{s_z}{g_z}$,
- c) masowy wskaźnik wypełnienia gabarytowego - $k_{zv} = \frac{m_z}{l_z \cdot s_z \cdot g_z}$,
- d) masa jednostkowa względem długości bulwy - $Q_{zl} = \frac{m_z}{l_z}$,
- e) masa jednostkowa względem szerokości bulwy - $Q_{zs} = \frac{m_z}{s_z}$,
- f) teoretyczny wymiar boku otworu kwadratowego, sita sortującego - $p = \sqrt{\frac{s_z^2 + g_z^2}{2}}$.

Analiza statystyczna poszczególnych wskaźników i wła-

sności bulw, przedstawiona została w artykule "Badanie wymiarowych i masowych własności bulw ziemniaka" [1].

Metodyka badań i analiz statystycznych zależności między poszczególnymi własnościami i wskaźnikami obejmuje metody analizy regresji i korelacji. Poszukiwane czynniki funkcji matematycznej, określono metodą minimalizacji sumy kwadratów odchylen punktów określonej krzywej od danych doświadczalnych.

Przyjęto jako model regresji, funkcję potęgową:

$$y = kx^n, \quad \text{dla } k > 0, x > 0, n > 0,$$

w której możliwa jest transformacja logarytmiczna zmiennych. Po dopasowaniu krzywej do danych doświadczalnych, przeprowadzono jej retransformację, dla przedstawienia związku funkcyjnego zmiennych w wielkościach wyjściowych.

Poziom korelacji zmiennych, określano stosunkiem korelacyjnym R^2 (współczynnik determinacji). Stosunek korelacyjny większy od 0,7 uznano za wysoki, a odpowiadającą mu korelację określonych parametrów za silną.

4. WYNIKI BADAŃ

Między badanymi własnościami (wskaźnikami) występuje najczęściej zależność, o ogólnej postaci funkcji potęgowej:

$$y = kx^n,$$

przy czym w następujących relacjach, brak jest wyraźnej korelacji:

$$\begin{aligned} Q_{z1} &= f(k_{z1}; k_{zs}), & Q_{zs} &= f(k_{z1}; k_{zs}), \\ k_{z1} &= f(m_z; l_z; s_z; g_z), & k_{zs} &= f(m_z; l_z; s_z; g_z), \\ k_{zv} &= f(m_z; l_z; s_z; g_z; k_{z1}; k_{zs}; Q_{z1}; Q_{zs}). \end{aligned}$$

4.1. Zależności funkcyjne między masą a wymiarami bulw

Szczególnie silna korelacja łączy masę bulw z ich wymiarami. Wyznaczone funkcje regresji dla poszczególnych odmian, przedstawiono w tab. 1. Różnice odmianowe w przebiegu funkcji są dość istotne. Stosunek korelacyjny jest bardzo wysoki i wynosi od 0.81 (Pola) do 0.94 (Janka).

Tablica 1.

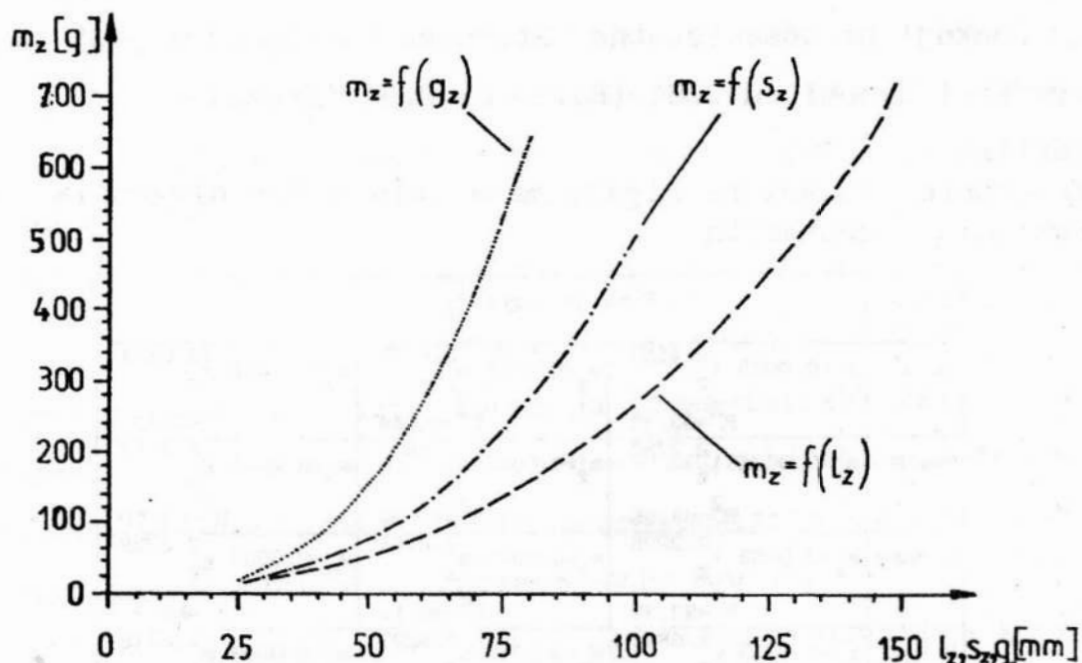
Zależności funkcyjne między masą bulw a ich długością, szerokością i grubością

Odmiana	Funkcje regresji		
Atol	$m_z=0.0029 l_z^{2.4555}$ $R^2=93.15$	$m_z=0.0011 s_z^{2.8072}$ $R^2=95.49$	$m_z=0.0010 g_z^{3.0341}$ $R^2=87.27$
Bogna	$m_z=0.0054 l_z^{2.2790}$ $R^2=84.08$	$m_z=0.0020 s_z^{2.6870}$ $R^2=91.99$	$m_z=0.0019 g_z^{2.9017}$ $R^2=83.60$
Bronka	$m_z=0.0052 l_z^{2.3205}$ $R^2=92.98$	$m_z=0.0010 s_z^{2.8786}$ $R^2=96.15$	$m_z=0.0005 g_z^{3.2088}$ $R^2=89.91$
Bryza	$m_z=0.0013 l_z^{2.6849}$ $R^2=93.19$	$m_z=0.0010 s_z^{2.8333}$ $R^2=96.27$	$m_z=0.0008 g_z^{3.0329}$ $R^2=90.99$
Janka	$m_z=0.0028 l_z^{2.4893}$ $R^2=94.08$	$m_z=0.0009 s_z^{2.8950}$ $R^2=96.76$	$m_z=0.0004 g_z^{3.2072}$ $R^2=92.95$
Mila	$m_z=0.0034 l_z^{2.4259}$ $R^2=91.52$	$m_z=0.0010 s_z^{2.8363}$ $R^2=94.57$	$m_z=0.0007 g_z^{3.1233}$ $R^2=85.59$
Pola	$m_z=0.0056 l_z^{2.2580}$ $R^2=81.29$	$m_z=0.0026 s_z^{2.6261}$ $R^2=93.66$	$m_z=0.0009 g_z^{3.0521}$ $R^2=90.39$
Sokół	$m_z=0.0108 l_z^{2.1573}$ $R^2=86.21$	$m_z=0.0021 s_z^{2.6510}$ $R^2=90.21$	$m_z=0.0026 g_z^{2.7427}$ $R^2=81.05$
Uran	$m_z=0.0058 l_z^{2.2918}$ $R^2=92.93$	$m_z=0.0011 s_z^{2.8036}$ $R^2=94.61$	$m_z=0.0005 g_z^{3.2048}$ $R^2=88.16$

Różnice wyznaczonych współczynników funkcji regresji są duże. Współczynnik k zawiera się w granicach: 0.0013 (Bryza) ÷ 0.0108 (Sokół), natomiast wykładnik potęgowy n, w granicach: 2.1573 (Sokół) do 2.6849 (Bryza). Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n, dla badanych

odmian (rys. 1), ma postać:

$$\bar{m}_z = 0.0048 l_z^{2.3758}$$



Rys.1. Średnie zależności między masą m_z a wymiarami bulw l_z , s_z , g_z badanych odmian

Najbardziej zbliżoną funkcję regresji do powyżej przedstawionej, ma odmiana Bronka.

Analizując zidentyfikowane równania regresji ($m_z = k l_z^n$), stwierdzono silną tendencję współzależności współczynnika k i wykładnika potęgowego n . Przy mniejszych wartościach współczynnika k występuje większa wartość wykładnika n .

Masę bulw z ich szerokością łączy silna korelacja. Wyznaczone funkcje regresji, dla poszczególnych odmian, przedstawiono w tab. 1. Różnice odmianowe w przebiegu tych funkcji są wyraźne. Duże są też różnice wyznaczonych współczynników funkcji regresji: k zawiera się w granicach 0.0009 (Janka) + 0.0026 (Pola), zaś n , w granicach: 2.6510 (Sokół) +

2.8950 (Janka).

Stosunek korelacyjny jest bardzo wysoki i wynosi od 0.90 (Sokół) do 0.97 (Janka). Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n , u badanych odmian (rys.1), ma postać:

$$\bar{m}_z = 0.0014 s_z^{2.7798} .$$

Najbardziej zbliżone funkcje regresji do powyżej określonej, mają odmiany Uran i Atol. Stwierdzono, że w wyznaczonych funkcjach, im wyższa jest wartość współczynnika k , tym mniejsza jest wartość wykładnika n .

Masę bulw z grubością wiąże również silna korelacja, chociaż słabsza, niż z długością i szerokością. Wyznaczone funkcje regresji, przedstawiono w tab. 1. Różnice wyznaczonych współczynników funkcji regresji są dość duże. Współczynnik k zawiera się w granicach: 0.0004 (Janka) ÷ 0.0026 (Sokół), zaś wykładnik n , w granicach: 2.7427 (Sokół) ÷ 3.2088 (Bronka). Stosunek korelacyjny wynosi od 0.81 (Sokół) do 0.93 (Janka).

Funkcja regresji, ze średnimi wartościami współczynników k i n , dla badanych odmian (rys. 1), ma postać:

$$\bar{m}_z = 0.0010 g_z^{3.0564} .$$

Najbardziej zbliżone funkcje regresji do powyższej, mają odmiany Atol i Pola.

4.2. Zależności funkcyjne między wymiarami bulw

Zależności wymiarów bulw od siebie są zróżnicowane,

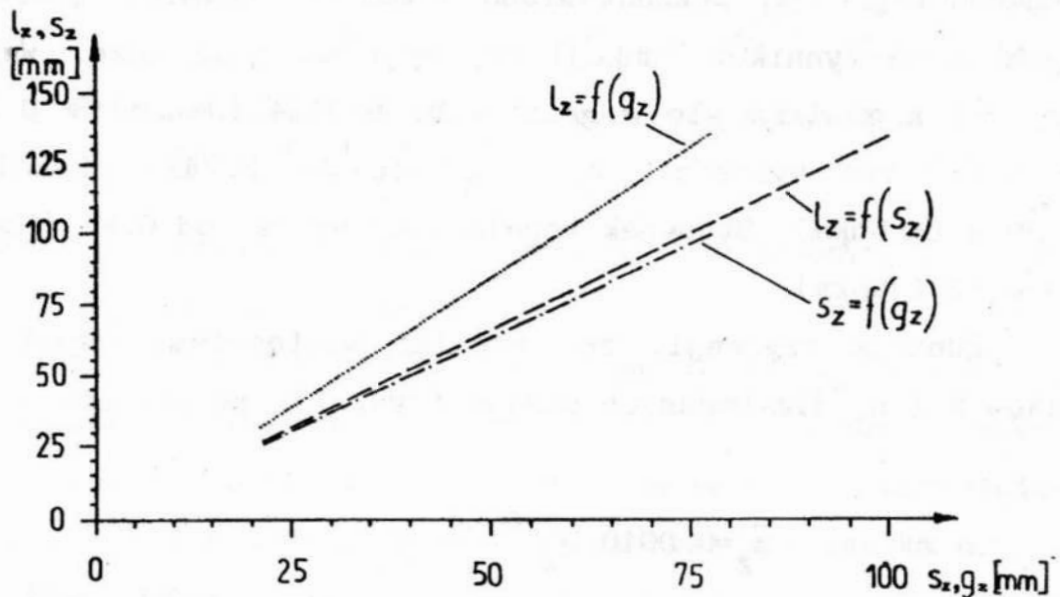
mimo że ich korelacje są dość silne. Wartość współczynnika k zawiera się w granicach: 0.6880 (Uran) + 2.0278 (Pola), natomiast wykładnika potęgowego n : 0.8896 (Pola) + 1.1403 (Uran).

Stwierdzono, że największe wartości współczynnika k mają odmiany o największych średnich wskaźnikach wydłużenia bulwy k_{z1} :

- a) odmiana Pola - $k = 2,0278$, przy $k_{z1} = 1,324$,
- b) odmiana Bogna - $k = 1,7592$, przy $k_{z1} = 1,331$.

Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n (rys. 2), ma następującą postać:

$$\bar{l}_z = 1.1485 s_z^{1.0285}$$



Rys.2. Średnie zależności między wymiarami bulw - l_z , s_z , g_z badanych odmian

Najbardziej zbliżone do tej postaci funkcji regresji, są funkcje odmian: Sokół i Mila.

Wartości stosunku korelacyjnego dla wyznaczonych funk-

cji; zawierają się w granicach: 0.67 (Pola) + 0.91 (Janka).

Związek długości i grubości bulw u badanych odmian okazał się zróżnicowany pod względem siły korelacji. Stosunek korelacyjny zawiera się w granicach: 0.55 (Sokół) + 0.84 (Uran). Wartości współczynników k , zawierają się w granicach: 0.4683 (Uran) + 2.0143 (Bogna), natomiast wykładników n : 0.9486 (Bogna) + 1.3162 (Uran).

Funkcja regresji ze średnimi wartościami k i n (rys. 2), ma postać:

$$\bar{l}_z = 1.1430 g_z^{1.0972}$$

Najbardziej zbliżoną do powyższej postać funkcji regresji, ma odmiana Atol.

Związek szerokości z grubością bulw u badanych odmian okazał się silny. Stosunek korelacyjny u wszystkich odmian jest wyższy od 0.7 i zawiera się w granicach 0.78 (Sokół) + 0.90 (Janka).

Wartość współczynnika k zawiera się w granicach: 0.8227 (Uran) + 1.4241 (Sokół), zaś wykładnika n : 0.9626 (Sokół) + 1.1154 (Uran).

Występuje tendencja zmniejszania się współczynnika n przy wyższej wartości współczynnika k . Funkcja regresji, ze średnimi wartościami obu współczynników k i n (rys. 2), ma postać następującą:

$$\bar{s}_z = 1.0598 g_z^{1.0503}$$

Najbardziej zbliżoną postać funkcji regresji do powyżej określonej ma odmiana Bryza.

4.3. Zależności funkcyjne między masami jednostkowymi a wymiarami i masą bulw

Badanie zależności mas jednostkowych Q_{z1} i Q_{zs} od masy, wymiarów i wskaźników kształtu bulw, wykazało brak silniejszej korelacji między: $Q_{z1}=f(k_{z1};k_{zs})$ oraz $Q_{zs}=f(k_{z1};k_{zs})$. Silna korelacja występuje między następującymi parametrami: $Q_{z1}=f(m_z;l_z;s_z;g_z)$ oraz $Q_{zs}=f(m_z;l_z;s_z;g_z;Q_{z1})$.

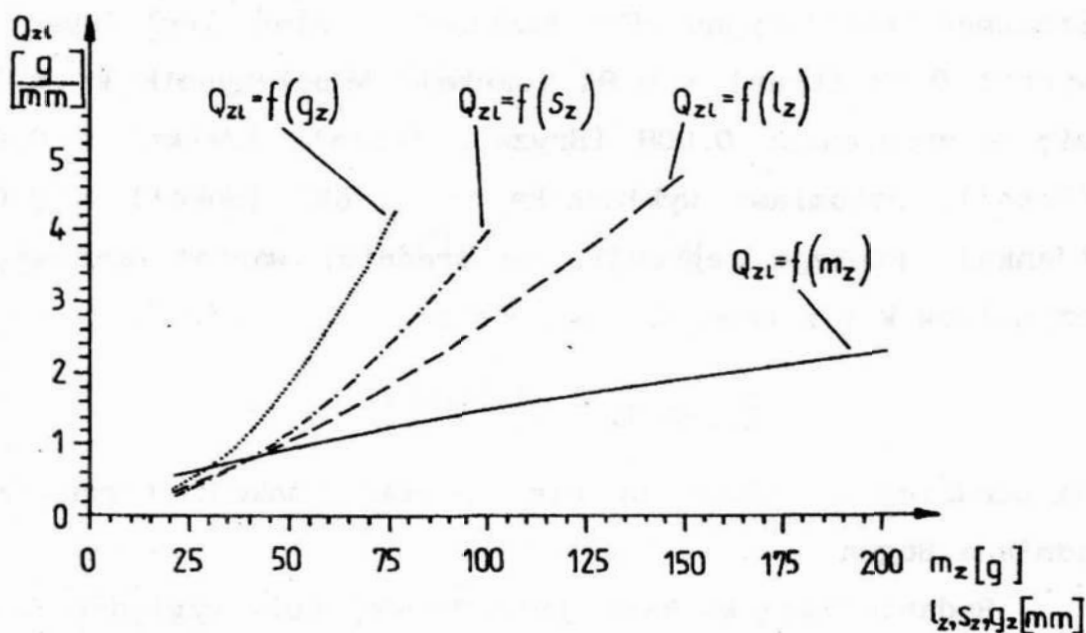
Zależność średniej masy jednostkowej względem długości Q_{z1} , od masy bulw, jest zróżnicowana odmianowo w niewielkim stopniu. Stosunki korelacyjne zawierają się w granicach: 0,97 (Sokół) ÷ 0,99 (Janka). Wartości współczynnika k zawierają się w granicach: 0,0820 (Mila) ÷ 0,0935 (Pola), natomiast wykładnika potęgowego n: 0,6433 (Pola) ÷ 0,6656 (Mila). Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n (rys. 3), ma następującą postać:

$$\bar{Q}_{z1} = 0,0836 m_z^{0.6204}$$

Zależność masy jednostkowej względem długości Q_{z1} a długością bulwy l_z , przedstawiono na rys. 3. Stosunki korelacyjne badanych funkcji zawierają się w granicach: 0,57 (Pola) ÷ 0,85 (Janka), przy czym mniejsze od 0,7 mają odmiany - Pola, Bogna i Sokół. Funkcja regresji, ze średnimi wartościami k i n (rys. 3), ma postać:

$$\bar{Q}_{z1} = 0,0049 l_z^{1.3736}$$

Współczynniki k zawierają się w granicach: 0,0014 (Bryza) ÷ 0,0108 (Sokół), natomiast wykładniki n: 1,1573 (Sokół) ÷ 1,6849 (Bryza).



Rys.3. Średnie zależności między masami jednostkowymi względem długości bulw Q_{zl} a masą m_z i wymiarami bulw - l_z , s_z , g_z badanych odmian

Zależność masy jednostkowej względem długości Q_{zl} a szerokością bulwy s_z , przedstawia rys. 3. Stosunek korelacyjny parametrów Q_{zl} i s_z , u badanych odmian, jest bardzo wysoki i wynosi od 0.87 (Sokół) do 0.96 (Bronka). Wartość współczynnika k zawiera się w granicach: 0.0008 (Bryza) + 0.0020 (Sokół), natomiast wykładnika n : 1,6213 (Sokół) + 1.8575 (Bryza). Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n (rys. 3), ma postać:

$$\bar{Q}_{zl} = 0.00125 s_z^{1.7513}$$

Najbardziej zbliżoną do powyższej postać funkcji regresji ma odmiana Bronka.

Zależność masy jednostkowej Q_{zl} od grubości bulw g_z , przedstawia rys. 3. Różnice odmianowe tej zależności są niewielkie.

Stosunek korelacyjny dla badanych odmian jest wysoki i wynosi 0.83 (Uran) + 0.94 (Janka). Współczynnik k zawiera się w granicach: 0.006 (Bryza), (Pola), (Janka) + 0.0017 (Sokół), natomiast wykładnika n: 1.7697 (Sokół) + 2.0377 (Janka). Funkcja regresji, ze średnimi wartościami współczynników k i n (rys. 3), ma postać:

$$\bar{Q}_{z1} = 0.0085 g_z^{1.9600}$$

Najbardziej zbliżoną do niej postać funkcji regresji ma odmiana Bogna.

Badanie związku masy jednostkowej bulw względem szerokości różnych odmian ziemniaków i ich własności wymiarowych i masowych, wykazało silną ich korelację. Stosunek korelacyjny zawiera się w granicach: 0.76 + 0.99. Zależność średniej masy jednostkowej względem szerokości \bar{Q}_{zs} od masy bulw m_z , przedstawia rys. 4. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n, ma postać:

$$\bar{Q}_{zs} = 0.0848 m_z^{0.6600}$$

Najbardziej zbliżoną postać funkcji ma odmiana Bronka.

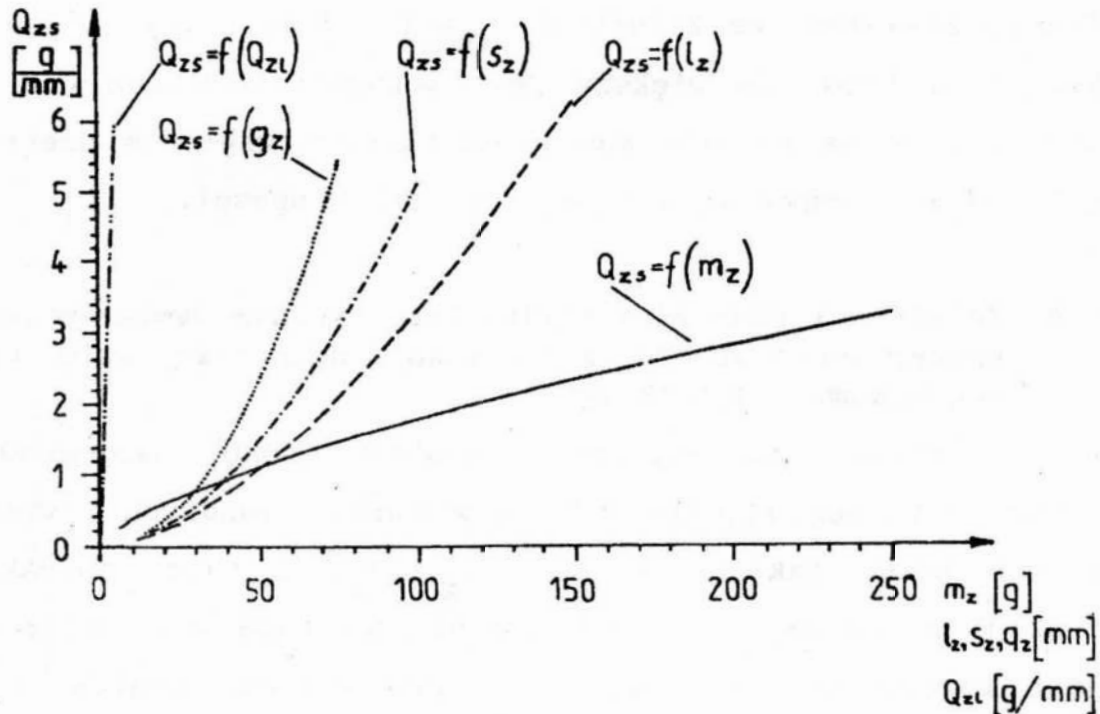
Zależność średniej masy jednostkowej \bar{Q}_{zs} od długości bulw l_z badanych odmian, przedstawia rys. 4. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n, ma postać:

$$\bar{Q}_{zs} = 0.0022 l_z^{1.5882}$$

Najbardziej zbliżoną postać funkcji ma odmiana Bronka.

Zależność średniej masy jednostkowej \bar{Q}_{zs} od szerokości bulw s_z , badanych odmian, przedstawia rys. 4. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n, ma postać:

$$\bar{Q}_{zS} = 0.0014 s_z^{1.7800}$$



Rys.4. Średnie zależności między masą jednostkową, względem szerokości bulw Q_{zS} a masą m_z i wymiarami bulw - l_z , s_z , g_z badanych odmian

Najbardziej zbliżoną postać funkcji regresji ma odmiana Uran.

Zależność średniej masy jednostkowej \bar{Q}_{zS} od grubości bulwy g_z , przedstawia rys. 4. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n , ma postać:

$$\bar{Q}_{zS} = 0.0009 g_z^{2.0104}$$

Najbardziej zbliżoną postać funkcji regresji ma odmiana Atol.

Zależność średniej masy jednostkowej względem szerokości Q_{zS} od masy jednostkowej względem długości Q_{zL} , okazuje się bardzo silna. Graficzny przebieg funkcji regresji przedstawia rys. 4. Funkcja regresji ze średnimi wartościami

współczynników k i n , ma postać:

$$\bar{Q}_{zS} = 1.2085 Q_{z1}^{1.0122}$$

Trzeba zauważyć, że zależność $\bar{Q}_{zS} = f(Q_{z1})$ ma silny związek z kształtem bulw. Im większy jest wskaźnik wydłużenia bulw, tym większe są różnice mas jednostkowych względem szerokości, od mas jednostkowych względem ich długości.

4.4. Zależności funkcyjne między teoretycznym wymiarem boku kwadratowego otworu sita a masą i długością bulw oraz ich masami jednostkowymi

Zależność teoretycznego wymiaru boku kwadratowego otworu sita sortującego (p), od własności masowych i wymiarowych bulw, takich jak: m_z , l_z , Q_z , Q_{zS} , ma charakter funkcji potęgowej. Stosunek korelacyjny badanych parametrów jest bardzo wysoki, przy czym jego wartość poniżej 0,8, występuje tylko w funkcji - $\bar{l}_z = f(p)$, dla odmian: Bogna (0,66), Pola (0,69) i Sokół (0,70).

Zależność średniej masy bulwy \bar{m}_z od parametru p , przedstawiono na rys. 5. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n , ma postać:

$$\bar{m}_z = 0,0008 p^{2.9954}$$

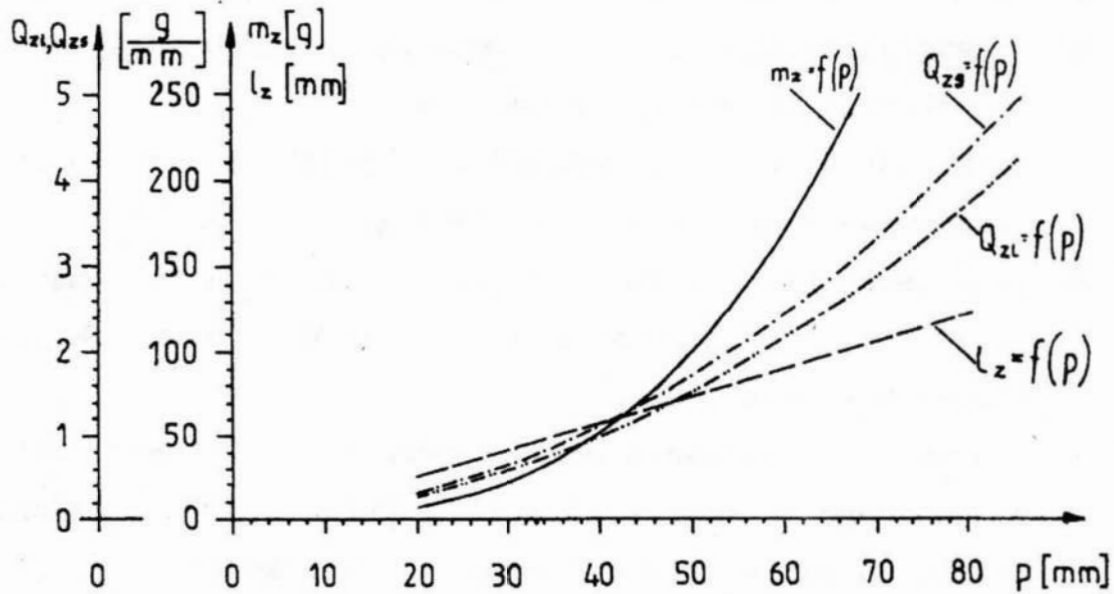
Zależność średniej długości bulwy \bar{l}_z , od parametru p przedstawiono na rys. 5. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n , ma postać:

$$\bar{l}_z = 0,9803 p^{1.0968}$$

Zależność średniej masy jednostkowej względem długości

Q_{z1} od parametru p , przedstawiono na rys. 5. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n , ma następującą postać:

$$\bar{Q}_{z1} = 0,0009 p^{1,8986}$$



Rys.5. Średnie zależności masy bulw m_z i mas jednostkowych - Q_{z1} , Q_{zs} od wymiaru boku, kwadratowego otworu sita p

Zależność średniej masy jednostkowej względem szerokości Q_{zs} , od parametru p , przedstawiono na rys. 5. Funkcja regresji ze średnimi wartościami współczynników k i n , ma postać:

$$\bar{Q}_{zs} = 0,0009 p^{1,9357}$$

Ogólnie można stwierdzić, że istnieje ścisła zależność, wiążąca wymiar boku otworu sita p z masą, długością i oboma rodzajami mas jednostkowych bulw. Istnieje więc możliwość wydzielania, z dość dużą dokładnością, pewnych frakcji bulw, na sitach o otworach kwadratowych.

5. WNIOSKI

1. Analiza statystyczna badanych własności wymiarowo-masowych bulw ziemniaka, 9 najszerszej uprawianych odmian w Polsce, wykazała istnienie silnej korelacji, między następującymi parametrami:
 - a) masą bulw a ich długością, szerokością i grubością,
 - b) długością bulw a ich szerokością i grubością oraz szerokością bulw a ich grubością,
 - c) masą jednostkową bulw względem długości a ich masą, długością, szerokością i grubością,
 - d) masą jednostkową bulw względem szerokości a ich masą, długością, szerokością i grubością oraz masą jednostkową względem długości,
 - e) teoretycznym wymiarem boku kwadratowego otworu sita sortującego a masą i długością bulw oraz ich masami jednostkowymi względem długości i szerokości.
2. Ogólna postać funkcji matematycznej, opisującej korelacje wymiarowych i masowych własności bulw, jest funkcją potęgową:
$$y = kx^n .$$

Stosunek korelacyjny ogromnej większości wyznaczonych funkcji regresji mieści się w granicach: $0,80 \div 0,99$.

LITERATURA

1. J. FLESZAR, H. FABIAN: "Badanie wymiarowych i masowych własności bulw ziemniaka", Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego, WSInż. Koszalin, w druku.
2. K. GILEWICZ: "Badania wymiarowych i masowych własności kłębów ziemniaczanych istotnych dla procesu sortowania", RNR 1980r., t. 74-C-2.
3. J. PIETKIEWICZ: "Hodowla, nasiennictwo i ochrona ziemniaka", Referaty i doniesienia na Konferencję Naukowo-Techniczną, pt. "Ziemniak bogactwem narodowym", Poznań, kwiecień 1989r.

STRESZCZENIE

W pracy wyznaczono wzajemne zależności między wymiarami i masą bulw ziemniaków, 9 najbardziej rozpowszechnionych w Polsce odmian. Dokonano analizy matematycznej tychże zależności, a w szczególności wyznaczono funkcję regresji oraz sprawdzono poziom korelacji poszczególnych własności i wskaźników.

INVESTIGATION OF MASSES AND DIMENSIONS RELATIONS OF THE POTATO PLANTS

Summary

Relations amongst dimensions and masses of the potato plants 9 varieties have been presented in this paper. Investigations were carried out using methods of regression and corelation analysis.

Józef Fleszar

PODSTAWY BUDOWY I ANALIZY SIŁ DZIAŁAJĄCYCH NA DŹWIGNIE ODDZIELAJĄCE, SEPARATORA KAMIENI OD BULW ZIEMNIAKA

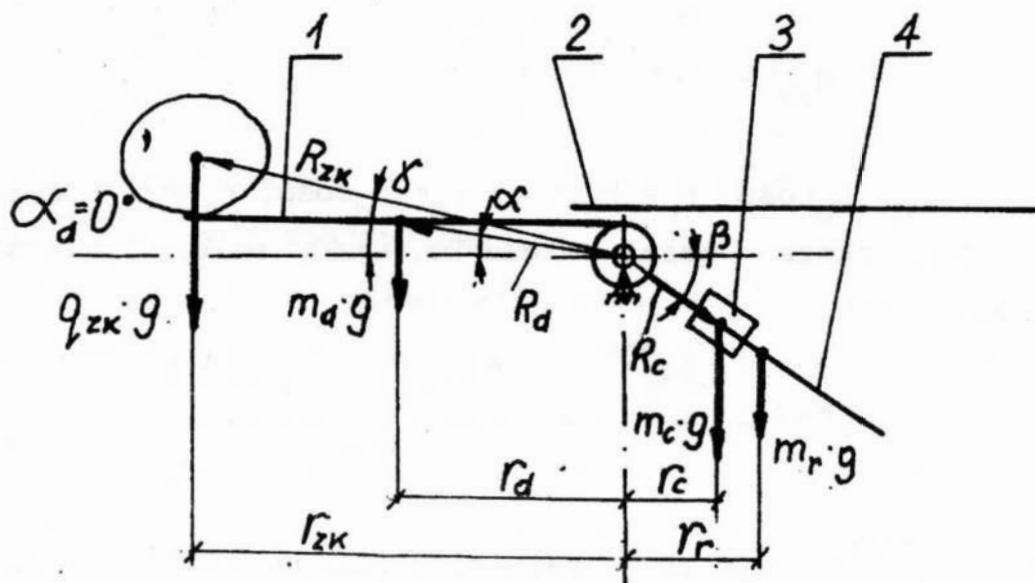
Podstawowymi elementami roboczymi dźwigniowych separatorów kamieni od bulw ziemniaka są dźwignie oddzielające, które mogą być podtrzymywane różnymi sposobami. W zależności od rodzaju siły podtrzymującej, można wyróżnić dźwignie ciężarkowe, sprężynowe i pneumatyczne [4].

Do analizy sił działających na projektowane dźwignie oddzielające, typu ciężarkowego i sprężynowego, przyjęto, że transport bulw i kamieni odbywa się ich osią podłużną, poprzecznie do kierunku ruchu (np. przenośnik zabierakowy), oraz, że moment sił tarcia na osi dźwigni jest mały i praktycznie pomijany.

Budowa dźwigni oddzielającej i sposób jej podtrzymywania, winny być analizowane łącznie, dla osiągnięcia pożądanych cech funkcjonalnych dźwigni oraz wynikającej z nich efektywności oddzielania kamieni. Podstawowymi założeniami funkcjonalnymi dźwigni oddzielających jest osiągnięcie jak najszybszego odchylenia się jej pod ciężarem kamienia, oraz jak najszybszego powrotu do położenia wyjściowego (spoczynkowego).

Budowa dźwigni decyduje o zmienności momentów sił jej ramion, w czasie odchylenia się, pod wpływem siły ciężkości ciała. Wyróżnić więc można dźwignie masowo zrównoważone i niezrównoważone. Moment sił podtrzymujących dźwignie, winien

Zeszyt naukowy nr 15 Wydziału Mechanicznego WSInż.,
Koszalin 1993



Rys.1. Schemat budowy dźwigni typu ciężarkowego: 1-ramię oddzielające, 2-prowadnica przenośnika, 3-ciężarek regulacyjny, 4-ramię regulacyjne dźwigni

podlegać łatwej regulacji oraz charakteryzować się stałością lub odpowiednią zmiennością, w zależności od budowy dźwigni oddzielającej.

Dźwignie ciężarkowe charakteryzują się zmiennością momentu regulowanej siły podtrzymującej, a ponadto występuje zmiana momentów sił ciężkości obu ramion dźwigni, podczas jej odchylenia się z pozycji spoczynkowej (rys.1). Dźwignia ta znajduje się w stanie równowagi w pozycji spoczynkowej, gdy:

$$q_{zk} g R_{zk} \cos \gamma + m_d g R_d \cos \alpha = m_c g R_c \cos \beta + m_r g R_r \cos \beta. \quad (1)$$

Nastawianie wstępnie regulowanej siły podtrzymującej odbywa się przez zwiększenie momentu siły ciężkości ciężarka, dzięki wzrostowi jej ramienia działania.

Masa podtrzymanego tą siłą ciała q_{zk} wynosi:

$$q_{zk} = \frac{m_c r_c + m_r r_r - m_d r_d}{r_{zk}}, \quad (2)$$

gdzie: $r_c = R_c \cos\beta$, $r_r = R_r \cos\beta$, $r_d = R_d \cos\alpha$, $r_{zk} = R_{zk} \cos\gamma$. (3)

Największa masa ciężarka, jaką należy zastosować, wynosi:

$$m_c^{\max} = \frac{(q_z^{\max} r_z + m_d r_d - m_r r_r) g}{r_c^{\min}}, \quad (4)$$

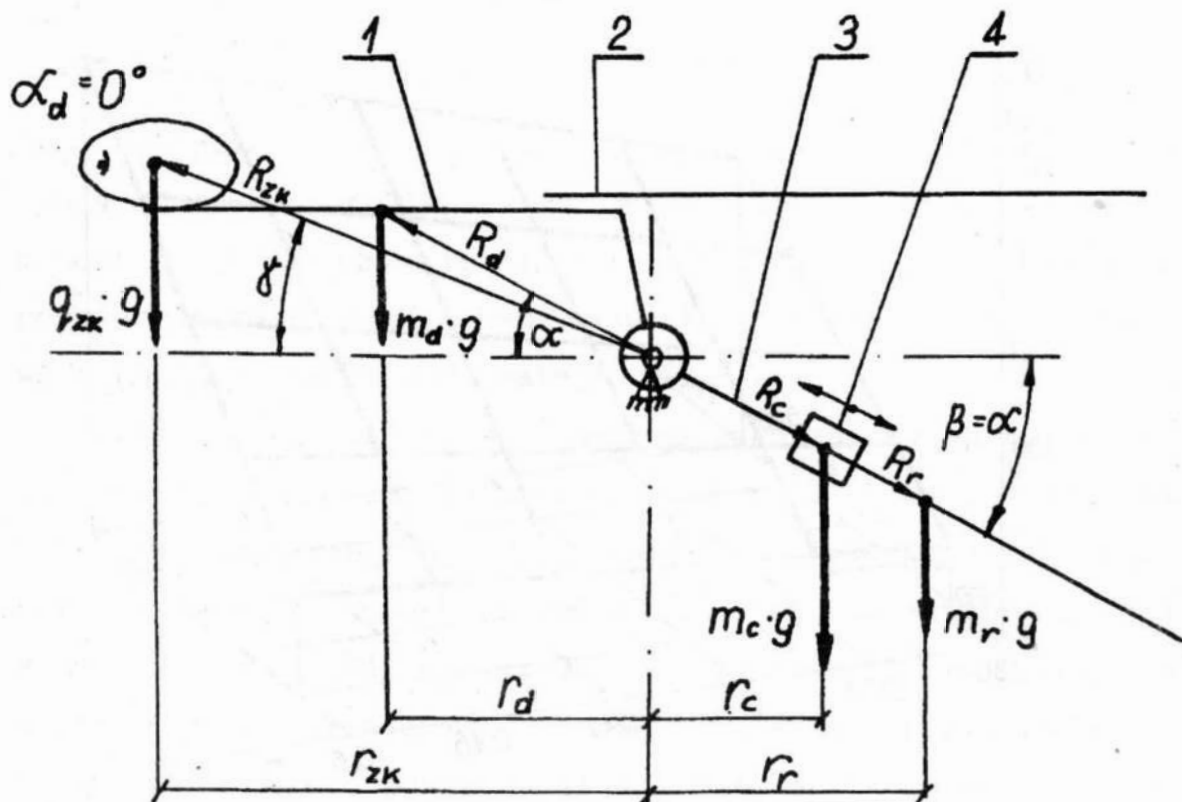
gdzie: q_z^{\max} - największa masa elementarna, określona na podstawie wymiarowo-masowej charakterystyki bulw ziemniaka i wyznaczonej dla niej szerokości roboczej dźwigni [1,2,3],

$m_d, r_d, m_r, r_r, r_c^{\min}$ - parametry wynikające z konstrukcji dźwigni.

Z analizy działania dźwigni oraz układu sił i momentów działających na nią wynika, że po jej uchyleniu się o kąt $\alpha_d > \gamma$, następuje ciągła zmiana ramion działania wszystkich sił. Ramiona sił po lewej stronie osi zmniejszają się, a po prawej - zwiększają się. Występuje więc wzrost momentu podtrzymującego dźwignię. Oddzielenie kamienia może więc nie nastąpić, gdyż po uchyleniu się dźwigni o pewien kąt α_d , siła podtrzymująca może tak wzrosnąć, że zrównoważy jego ciężar. Kamień, w tej pozycji, może być przemieszczony przez przenośnik na zsypanie bulw lub stoczyć się po dźwigni oddzielającej, jeśli kąt jej pochylenia jest większy od kąta tarcia kamienia o materiał dźwigni. Tak więc, jest możliwe nieprawidłowe oddzielenie kamienia, lecz równocześnie istnieje szansa podtrzymania dużej bulwy, której obciążenie mało

przekracza siłę podtrzymującą dźwignię, w położeniu spoczynkowym. Taka budowa dźwigni zapewnia największe niezrównoważenie jej mas (po odchyleniu się), co w połączeniu z wstępnie nastawioną siłą podtrzymującą, powoduje szybki jej powrót do pozycji spoczynkowej.

Korzystniejszy układ sił jest wtedy, gdy zapewnia stałość momentów sił i wynikającą z nich stałą wartość siły podtrzymującej. Teoretycznie, przy obrotowo zamocowanej dźwigni, zmniejszaniu się momentów sił z lewej strony osi obrotu winien towarzyszyć podobny spadek momentów sił podtrzymujących po prawej stronie osi obrotu (rys. 2). Układ



Rys.2. Schemat budowy dźwigni ciężarkowej o zrównoważonym rozkładzie jej mas: 1-ramię oddzielające, 2-prowadnica przenośnika, 3-ramię regulacyjne, 4-ciężarek regulacyjny

momentów sił działających na dźwignię jest w równowadze, gdy:

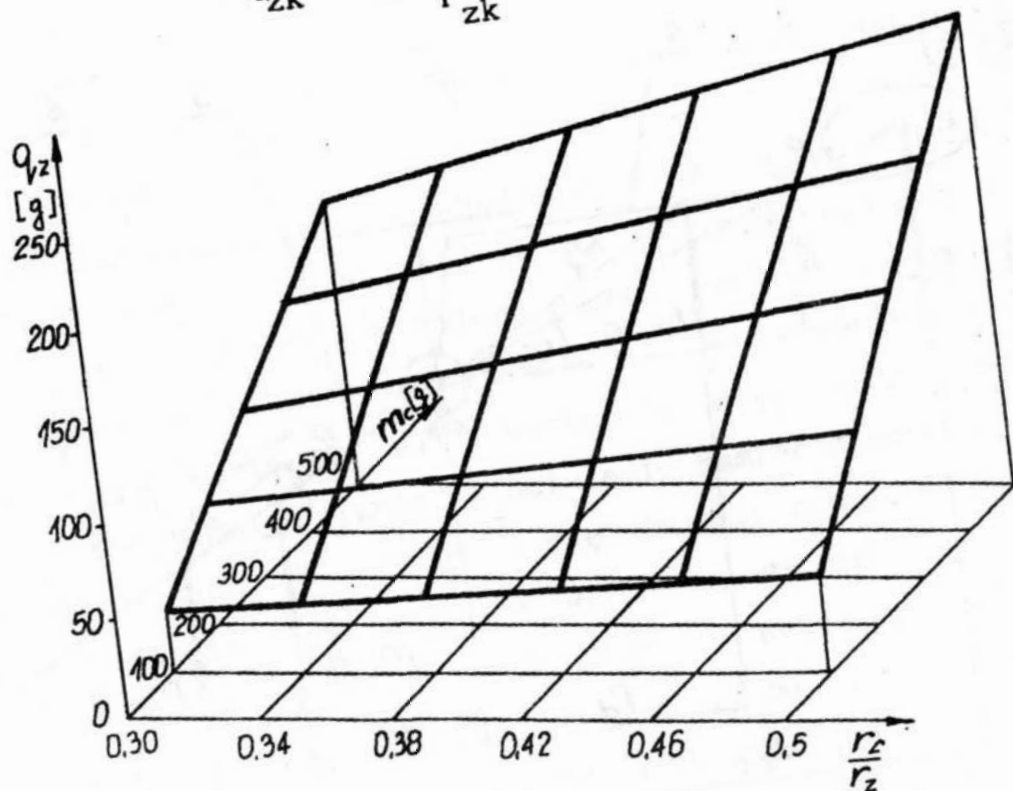
$$q_{zk} g r_{zk} + m_d g r_d = m_c g r_c + m_r g r_r \quad (5)$$

Jeśli $r_d = r_r$ oraz $m_d = m_r$, wartość siły podtrzymującej obliczyć można ze wzoru:

$$q_{zk} g = \frac{m_c g r_c}{r_{zk}} \quad (6)$$

Masa ciała podtrzymanego przez dźwignię (rys. 3) wynosi:

$$q_{zk} = m_c \frac{r_c}{r_{zk}} \quad (7)$$



Rys. 3. Wartości podtrzymywanych mas elementarnych bulw q_z , w zależności od masy ciężarka m_c i stosunku długości ramienia działania siły ciężkości ciężarka r_c do ramienia siły ciężkości ciała r_z

Zbudowana tak dźwignia zapewnia, że jej niezrównoważenie, po uchyleniu przez kamień, powstaje tylko od ciężarka regulacyjnego, więc jest mniejsze, niż przy dźwigni przedstawionej na rys. 1. Ta dźwignia jest bardziej "czuła" na obciążenie, czyli lepiej oddzielać może drobne kamienie. Można stwierdzić, że masa ciężarka winna być zbliżona do dopuszczalnie największej, gdyż umożliwia stosowanie mniejszych ramion jego działania r_c :

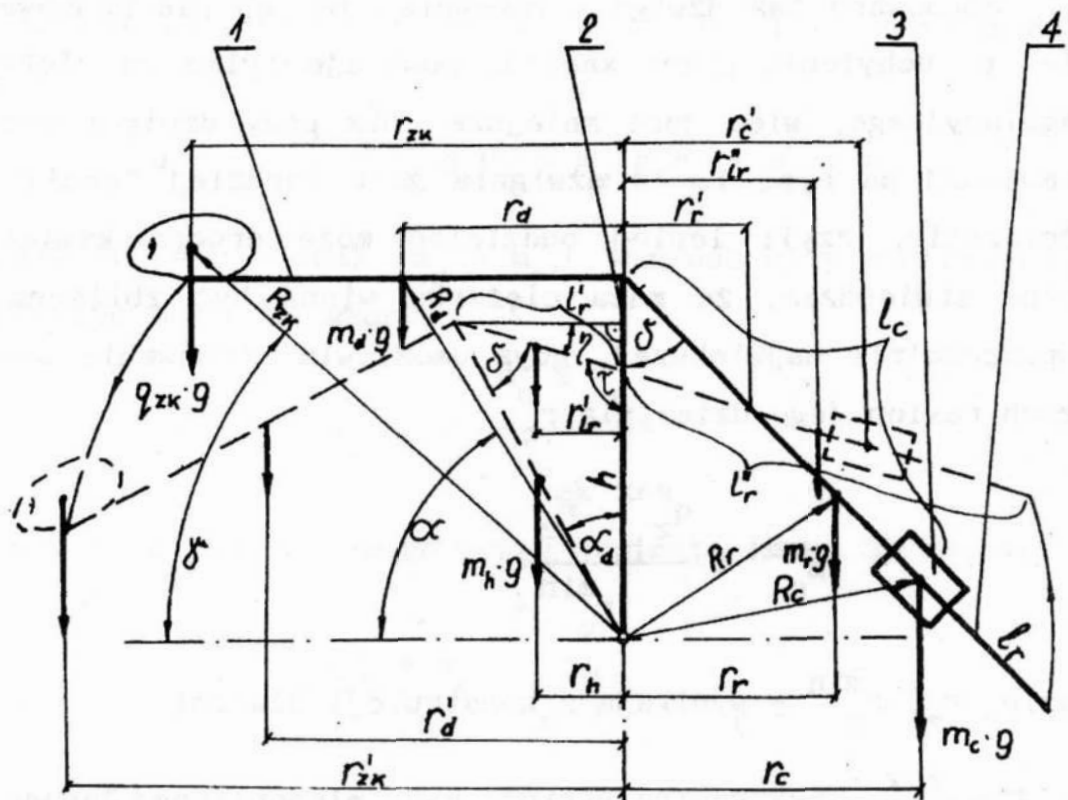
$$m_c^{\max} = \frac{q_z^{\max} r_z}{r_c^{\min}}, \quad (8)$$

gdzie: r_z, r_c^{\min} - wynikają z konstrukcji dźwigni,

q_z^{\max} - maksymalna wartość masy elementarnej bulwy.

Dźwignia oddzielająca ciężarkowa, przedstawiona na rys.4, jest najbardziej czuła z przedstawionych, ponieważ moment siły podtrzymującej, od ciężarka i ciężaru ramienia regulacyjnego dźwigni, jest największy w pozycji spoczynkowej dźwigni, natomiast maleje wraz ze wzrostem kąta jej wychylenia. Szybkość spadku tego momentu zależy od konstrukcji dźwigni, a w szczególności od długości i masy wspornika "h". Najkorzystniejszy układ jest wtedy, gdy środek ciężkości ciężarka i ramienia dźwigni znajduje się powyżej osi obrotu dźwigni. Gdy ciężarek jest zawieszony wahliwie, to winien być zamocowany do tej części ramienia regulacyjnego, która znajduje się powyżej osi dźwigni. Szybkość spadku tego momentu, zależy od punktu przejścia linii pionowej przez ramię dźwigni i środek ciężkości ciężarka.

Im punkt ten leży pod większym kątem, w stosunku do linii



Rys.4. Schemat budowy dźwigni ciężarkowej o największej wartości momentów sił podtrzymujących, w położeniu spoczynkowym: 1-ramię oddzielające, 2-prowadnica przenośnika, 3-ramię regulacyjne, 5-ciężarek regulacyjny

poziomej, przechodzącej przez oś obrotu dźwigni, tym spadek momentu jest szybszy. Zamocowanie zaś ciężarka poniżej osi obrotu daje możliwość, w początkowej drodze odchylania się dźwigni, zwiększenia momentu siły podtrzymującej; im punkt przejścia linii pionowej przez ramię regulacyjne i środek ciężkości ciężarka leży pod większym kątem - w stosunku do linii poziomej przechodzącej przez oś obrotu dźwigni - tym przyrost momentu jest większy.

Przedstawione rozwiązanie konstrukcyjne zapewnia najszybsze uchylenie dźwigni, gdy dane ciało przekroczy wstępnie nastawioną siłę podtrzymującą, natomiast powrót dźwigni jest wolniejszy, niż w rozwiązaniach przedstawionych

na rys. 1, 2. Konstrukcja ta zapewnia, że niebezpieczeństwo zablokowania dźwigni przez ciało, które zrównoważy siły podtrzymujące, lecz nie spadnie do zbiornika, jest bardzo małe. Szybkość odchylenia się tej dźwigni wzrasta, natomiast w wersjach poprzednich jest stała lub, w niekorzystnym układzie, zmniejsza się aż do zera (zablokowanie dźwigni). Powrót dźwigni, mimo że nieco wolniejszy, jest jednak zagwarantowany przez ciężarek regulacyjny, który spowoduje powrót dźwigni do położenia wyjściowego, po zsunięciu się z niej kamienia.

Układ sił i momentów działających na tę dźwignię jest bardziej skomplikowany, gdyż podlega ciągłym zmianom wraz z kątem uchylenia się dźwigni α_d . Ponadto, szybkość tych zmian wzrasta wraz z długością wspornika h , którego dopuszczalna wartość ograniczona jest, przede wszystkim, koniecznością uzyskania odpowiedniej wartości momentu sił podtrzymujących dźwignię, po odchyleniu się jej o dopuszczalnie największy kąt $\alpha_{d \max}$.

Układ momentów sił, w pozycji spoczynkowej dźwigni, jest w równowadze, gdy:

$$q_{zk} g r_{zk} + m_d g r_d = m_r g r_r + m_c g r_c, \quad (9)$$

lecz, jeśli konstrukcja dźwigni zapewnia, że

$$m_d g r_d = m_r g r_r, \quad (10)$$

$$\text{otrzymujemy} - q_{zk} g r_{zk} = m_c g r_c. \quad (11)$$

Masa ciała, która jest jeszcze podtrzymywana przez dźwignię, w położeniu wyjściowym, wynosi :

$$q_{zk} = m_c \frac{r_c}{r_{zk}} \quad (12)$$

Układ momentów sił działających na dźwignię uchyloną o kąt α_d , jest następujący:

$$q_{zk} gr'_{zk} + m_d gr'_d + m_h gr'_h + k m_r gr'_{lr} > m_c gr'_c + (1-k) m_r gr''_{lr}, \quad (13)$$

gdzie: k - wskaźnik określający, jaka część masy ramienia regulacyjnego dźwigni przeszła na lewą stronę osi obrotu,

$$r'_{lr} = l'_r \cos \eta / 2, \quad (14)$$

$$r''_{lr} = (l_r - l'_r) \cos \eta / 2, \quad (15)$$

$$r'_c = (l_c - l'_r) \cos \eta / 2, \quad (16)$$

$$\text{przy czym } \eta = 90 - (\delta + \alpha_d), \quad (17)$$

$$l'_r = \frac{h \sin \alpha_d}{\sin(180 - \delta - \alpha_d)}. \quad (18)$$

W celu zagwarantowania powrotu dźwigni do położenia wyjściowego, należy wyznaczyć masę wspornika m_h , która przy uchyleniu się dźwigni o kąt $\alpha_{dmax} = 45^\circ$, będzie spełniać następującą nierówność:

po uchyleniu się dźwigni moment siły ciężkości ramienia oddzielającego maleje, natomiast momenty regulowanej siły podtrzymującej i siły ciężkości ramienia regulacyjnego - rosną. Moment regulowanej siły podtrzymującej ustalony jest wstępnie przez napięcie sprężyny. W czasie uchylenia się dźwigni występuje dalszy wzrost napięcia sprężyny, lecz równocześnie występuje zmniejszenie się ramienia działania siły podtrzymującej. Moment wypadkowy, ze wzrostem kąta wychylenia się dźwigni, rośnie więc wolniej.

Układ momentów sił, w położeniu wyjściowym dźwigni, jest w równowadze, gdy:

$$m_d g r_d + q_{zk} g r_{zk} = m_r g r_r + P_{spr} r_{spr}, \quad (20)$$

przy czym
$$P_{spr} = \frac{2l_2^2 (l_1 + l_2/3)}{f E I}, \quad (21)$$

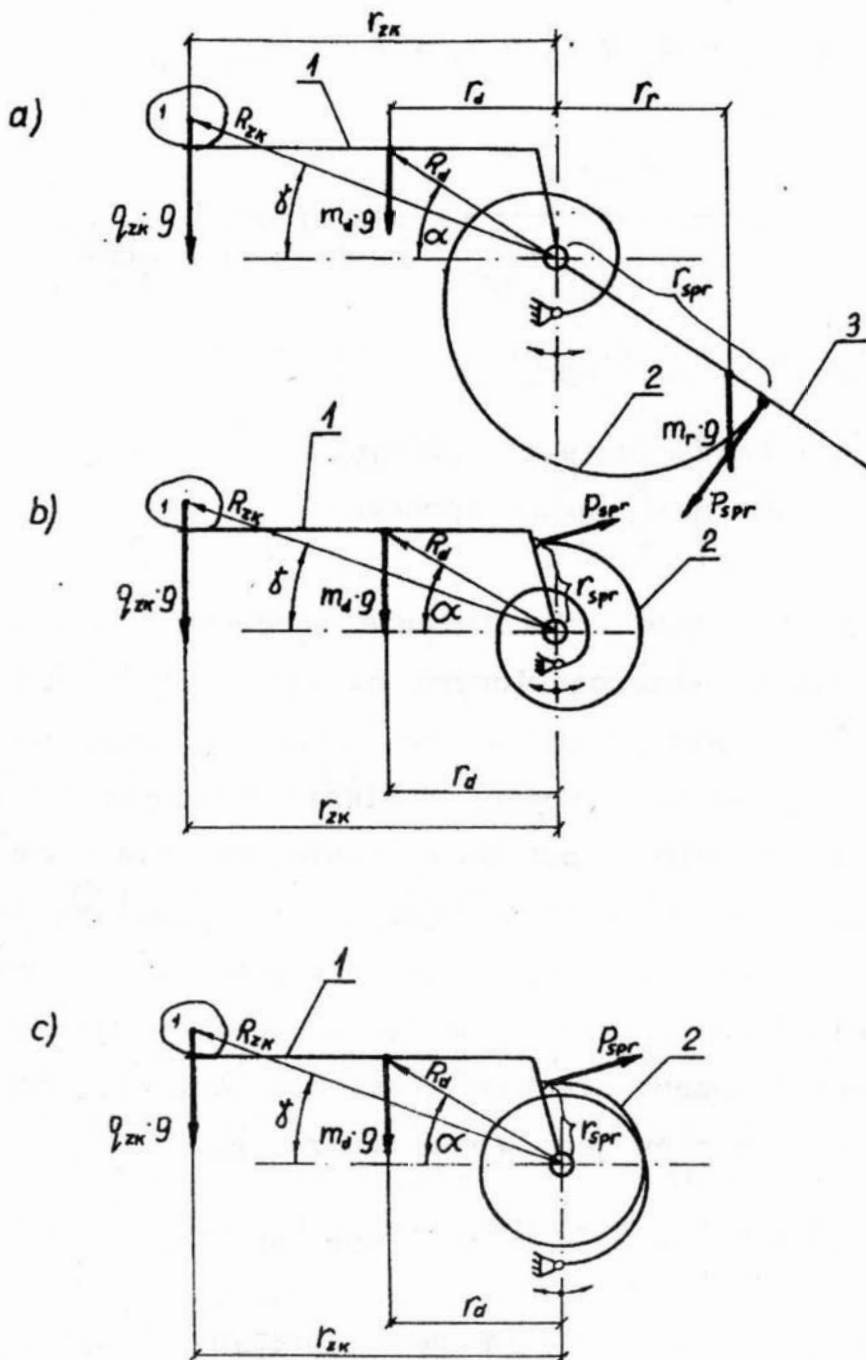
gdzie: f - strzałka ugięcia sprężyny ceowej,

E - moduł sprężystości podłużnej,

I - moment bezwładności przekroju poprzecznego,

l_1, l_2 - wymiary sprężyny.

Dźwignia przedstawiona na rys. 6-a jest lepiej zrównoważona. W czasie odchylenia się dźwigni, moment siły ciężkości ramienia oddzielającego najpierw rośnie, a po przejściu poziomej osi obrotu dźwigni wolno maleje. Podobnie zmienia się moment siły ciężkości ramienia regulacyjnego. Rośnie natomiast, w wyniku wzrostu napięcia sprężyny, moment regulowanej siły podtrzymującej. Założono tu, pomijalnie mały, wpływ siły ciężkości sprężyny.



Rys.6. Schemat budowy dźwigni oddzielających podtrzymywanych sprężynami: a) dźwignia o zrównoważonych masach i sprężynie spiralnej, b) dźwignia jednoramienna ze sprężyną spiralną, c) dźwignia jednoramienna ze sprężyną skrętową: 1-ramię oddzielające, 2-sprężyna, 3-ramię regulacyjne

Układ momentów sił jest w równowadze, gdy:

$$q_{zk} g r_{zk} + m_d g r_d = m_r g r_r + P_{spr} r_{spr} , \quad (22)$$

gdzie: $P_{spr} = \frac{E I \phi_{rad}}{1,25 l_{spr} r_{spr}}$ - dla sprężyny spiralnej, zamocowanej przegubowo, (23)

$$P_{spr} = E I \phi_{rad} / l_{spr} r_{spr} - \text{dla sprężyny skrętowej}, \quad (24)$$

ϕ_{rad} - kątowne ugięcie sprężyny,

l_{spr} - czynna długość sprężyny.

Korzystniejsze zrównoważenie momentów sił występuje w rozwiązaniach, przedstawionych na rys. 6-b,c. Dźwignie te zbudowane są jako jednoramienne, gdyż wyeliminowane zostały ramiona regulacyjne. Moment ramienia oddzielającego, który początkowo rośnie, następnie zmniejsza się, gdy środek ciężkości tego ramienia przejdzie przez poziomą oś obrotu dźwigni. Moment podtrzymujący dźwignię wolno rośnie, w wyniku ciągłego narastania napięcia sprężyny, jednak zmniejszony jest o moment ciężkości ramienia oddzielającego.

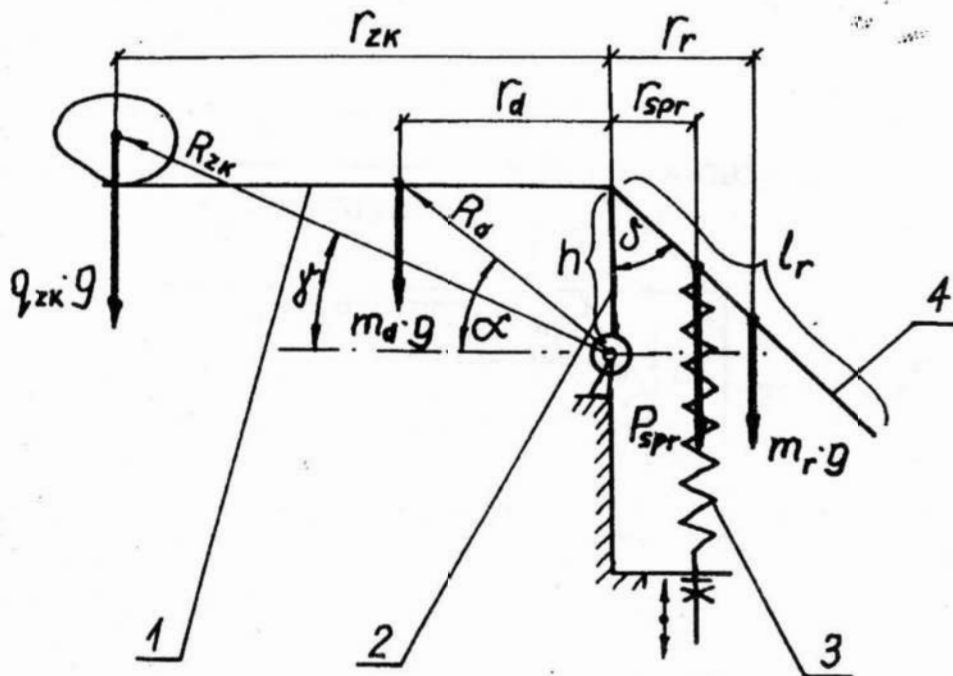
Układ momentów jest w równowadze, gdy:

$$q_{zk} g r_{zk} + m_d g r_d = P_{spr} r_{spr} , \quad (25)$$

gdzie: P_{spr} - siła podtrzymująca sprężyny (określona dla sprężyny spiralnej zamocowanej przegubowo, lub skrętowej).

Dźwignie te charakteryzuje mały moment wypadkowy (po zsunięciu się ciała z dźwigni), którego skutkiem jest wol-

niejszy powrót dźwigni do pozycji spoczynkowej. Wstępny moment podtrzymujący, regulowany jest przez napięcie sprężyny.



Rys.7. Schemat budowy dźwigni oddzielającej sprężynowej o zmiennym momencie sił ją podtrzymujących: 1-ramię oddzielające, 2-wspornik h, 3-sprężyna śrubowa naciągowa, 4-ramię regulacyjne

Dźwignia podtrzymywana sprężyną śrubową (rys. 7) zapewnia, że moment siły ciężkości ramienia oddzielającego początkowo rośnie, a następnie wolno maleje, podczas gdy moment siły ciężkości ramienia regulacyjnego maleje. Moment regulowanej siły podtrzymującej zwiększa się powoli, ponieważ ze wzrostem napięcia sprężyny śrubowej naciągowej, maleje ramię jej działania.

Układ momentów sił, w położeniu spoczynkowym dźwigni, jest w równowadze, gdy:

$$q_{zk} g r_{zk} + m_d g r_d = m_r g r_r + P_{spr} r_{spr} , \quad (26)$$

natomiast, po uchyleniu dźwigni o kąt α_d (rys. 8), otrzymujemy:

$$q_{zk} g R_{zk} \cos \gamma + m_d g R_d \cos \alpha + m_h g h / 2 \sin \alpha_d + \frac{h \sin \alpha_d}{l_r \sin(180 - \delta - \alpha_d)} m_r g \frac{h \sin \alpha_d}{2} =$$

$$[(1 - h \sin \alpha_d / l_r \sin(180 - \delta - \alpha_d)) m_r g [1 - \frac{h \sin \alpha_d}{l_r \sin(180 - \delta - \alpha_d)} \cos(90 - \delta - \alpha_d)]] /$$

$$/ 2 + P_{spr} R_{spr} \sqrt{1 - \left[\frac{R_{spr} - l_x \cos(\nu + \beta_o + \alpha_d)}{l_x} \right]^2}, \quad (27)$$

gdzie: $P_{spr} = [(l_{spr} - l_{spr o}) G d] / (d/D)^3 8 i$, - dla sprężyny śrubowej (rys. 8),

$$R_{spr} = \frac{l_R \sin \delta}{\cos \beta_o}, \quad (28)$$

$$l_x = \sqrt{y_{spr}^2 + x_{spr}^2}, \quad (29)$$

$l_{spr o}$ - początkowa długość sprężyny,

G - moduł sprężystości poprzecznej,

d - średnica drutu,

D - średnica sprężyny,

i - ilość zwojów czynnych sprężyny,

y_{spr} , x_{spr} - współrzędne zamocowania sprężyny,

δ - kąt między wspornikiem a ramieniem regulacyjnym.

Długość sprężyny l_{spr} , po uchyleniu się dźwigni o kąt α_d , obliczyć można ze wzoru:

Wartość kąta γ obliczamy, z zależności:

$$\cos \gamma = \frac{R_{\text{spr}} - l_x \cos(\nu + \beta_o + \alpha_d)}{l_x}, \quad (33)$$

z której można korzystać, przy zachowaniu następujących warunków:

$$l_{\text{spr}} - R_{\text{spr}} < l_x < l_{\text{spr}} + R_{\text{spr}}, \quad (34)$$

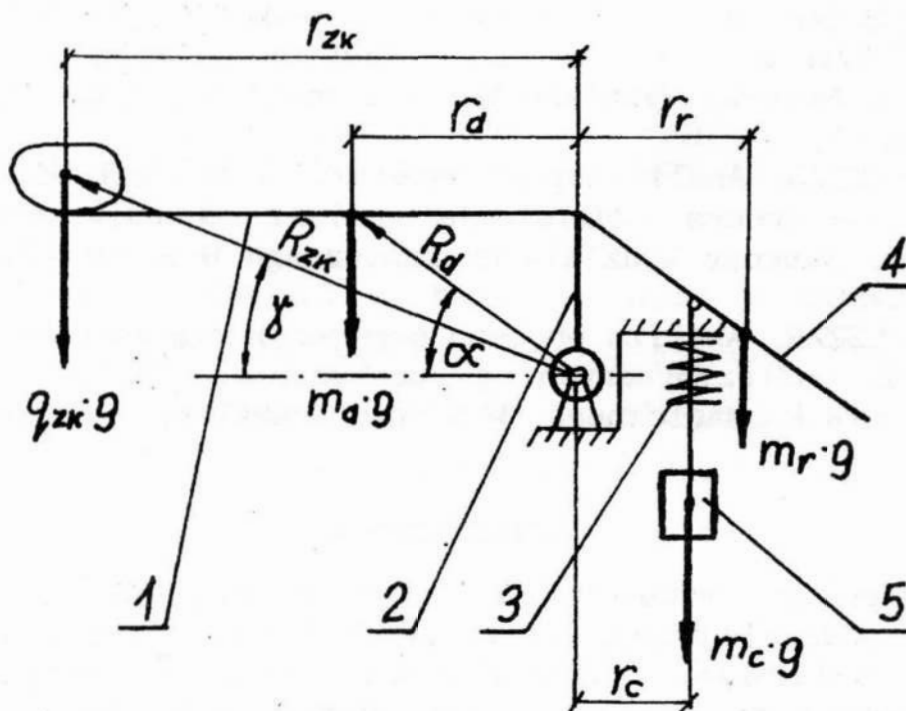
$$l_x - R_{\text{spr}} < l_{\text{spr}} < l_x + R_{\text{spr}}, \quad (35)$$

$$l_{\text{spr}} - l_x < R_{\text{spr}} < l_{\text{spr}} + l_x. \quad (36)$$

Graniczną wartość kąta $\gamma = \gamma_{\text{gr}}$ wyznaczyć należy względem przyjętego, granicznego kąta uchylenia dźwigni $\alpha_{\text{dmax}} = 45^\circ$, ażeby zapewnić, co najmniej dopuszczalnie małą, wartość ramienia działania sprężyny.

Z analizy układu kinematycznego zamocowania sprężyny wynika, że im większe jest y_{spr} , to przy uchyleniu dźwigni o kąt α_d , wydłużenie sprężyny w stosunku do jej długości jest tym mniejsze. Przymocowanie sprężyny do ramienia regulacyjnego w dolnej ćwiartce układu współrzędnych powoduje szybki wzrost wydłużenia sprężyny, natomiast przymocowanie w górnej ćwiartce - wzrost wolniejszy (w relacji do przyrostu kąta uchylenia dźwigni).

W praktycznych zastosowaniach, w celu uzyskania złożonej charakterystyki momentu wypadkowego, możliwe jest łączenie różnych elementów rozwiązań konstrukcyjnych dźwigni i różnych sposobów jej podtrzymywania. Przykładowo, na rys. 9, przedstawiono połączenie dźwigni ciężarkowej ze



Rys.9. Schemat budowy dźwigni typu ciężarkowo-sprężynowego: 1-ramię oddzielające, 2-wspornik, 3-sprężyna, 4-ramię regulacyjne, 5-ciężarek regulacyjny

sprężynową. Początkowo moment podtrzymujący dźwignię uzyskuje się dzięki sile ciężkości ciężarka, a w końcowej drodze uchylenia się dźwigni, również z pomocą sprężyny śrubowej. Wzrost momentu do wartości maksymalnej spowoduje, że dźwignia wróci do położenia wyjściowego bardzo szybko. Czułość dźwigni natomiast, dzięki początkowo zmniejszającemu się momentowi siły podtrzymującej od ciężarka regulacyjnego, jest bardzo duża.

LITERATURA

1. J. FLESZAR: Analiza możliwości oddzielania kamieni od bulw ziemniaka przez separatory dźwigniowe. IV Sympozjum im. prof. Cz. Kanafojskiego nt. "Problemy budowy oraz eksploatacji maszyn i urządzeń rolniczych", Płock 1988r.

2. J. FLESZAR: Metoda wyznaczania szerokości roboczej dźwigni oddzielającej separatora kamieni od bulw ziemniaka. Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego W S Inż. Koszalin, nr 14/90.
3. J. FLESZAR: Analiza wpływu szerokości dźwigni oddzielających na proces oddzielania kamieni od bulw ziemniaka. Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego W S Inż. Koszalin, nr 14/90.
4. J. FLESZAR: Analiza procesu separacji kamieni, na dźwigniach podtrzymywanych pneumatycznie. Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego, W S Inż. Koszalin, w druku.

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono nowe rozwiązania projektowe dźwigni oddzielających ciężarkowych i sprężynowych oraz ich zasady działania. Przeprowadzono analizę układów sił działających na dźwignie oddzielające oraz ich wpływ na sprawność kinematyczną oddzielania kamieni. Określono sposób doboru masy ciężarka i parametrów sprężyny, podtrzymujących dźwignie oddzielające separatora.

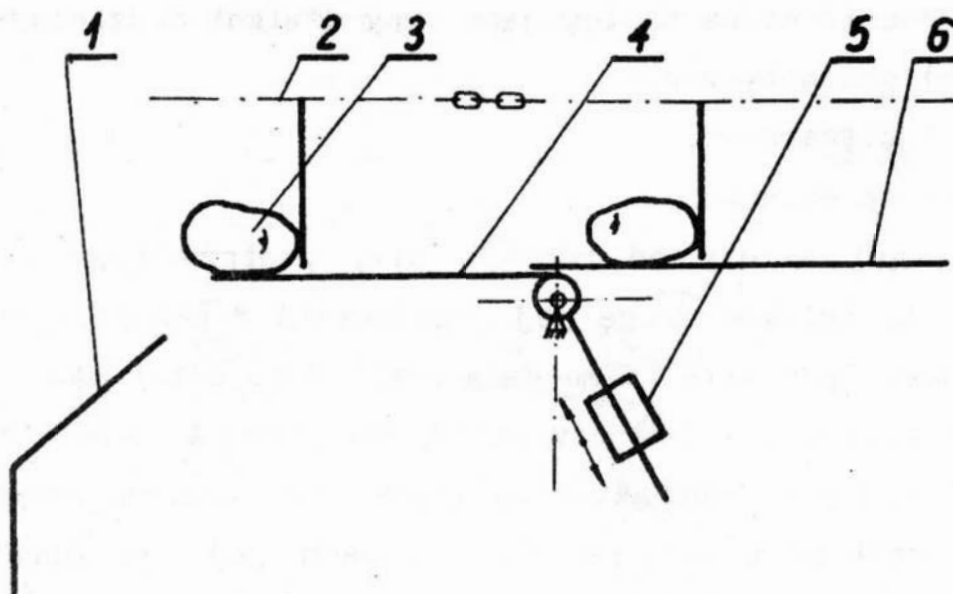
BASIS OF CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF FORCES ACTING ON WORKING LEVERS OF SEPARATOR OF STONES FROM PATATOES

Summary

In the paper the new design solutions of weight and spring working levers are presented and their principles of function. It has realized analysis of resolving of forces acting on working levers and their influence on kinetic efficiency separation of stones. It has precised manner calculation mass of weight and parameters of springs, supporting working levers of separator.

**ANALIZA PROCESU SEPARACJI KAMIENI,
NA DŹWIGNIACH PODTRZYMYWANYCH PNEUMATYCZNIE**

Oddzielanie kamieni od bulw ziemniaka przez separator dźwigniowy polega na ważeniu poszczególnych ciał przez określoną liczbę dźwigni (zależnie od długości ciała i szerokości dźwigni) oraz na uchyleniu się dźwigni, gdy moment siły ciężkości ciała przekroczy wstępnie nastawiony moment sił podtrzymujących je w położeniu spoczynkowym (rys. 1). Taka relacja między ciałem a dźwignią wystąpi wtedy, gdy transport odbywa się osią podłużną ciała, poprzecznie do kierunku ruchu (np. przez przenośnik zabierakowy).



Rys.1. Schemat ustawienia bulw i kamieni na dźwigniach oddzielających: 1 - zsyp bulw, 2 - przenośnik łańcuchowo-zabierakowy, 3 - bulwa, 4 - dźwignia oddzielająca, 5 - ciężarek regulacyjny, 6 - prowadnica przenośnika zabierakowego

W związku z podobieństwem wymiarów bulw i kamieni, główną różnicą umożliwiającą ich oddzielanie jest gęstość, jednak kształt i wymiary poszczególnych ciał mogą wpływać na polepszenie lub pogorszenie efektywności ich oddzielania na separatorze dźwigniowym. Ogólnie można stwierdzić, że kamienie podłużne trudniej jest oddzielić, natomiast podłużne bulwy - łatwiej. Jeśli ciało jest dłuższe, to większa ilość dźwigni je podtrzymuje, z proporcjonalnie większą siłą.

Układ sił działających na dźwignię oddzielającą, zależy od: budowy dźwigni czyli rozkładu jej mas, siły podtrzymującej (wstępnie nastawionej) i ramienia jej działania, siły ciężkości bulwy lub kamienia i ramion ich działania, a także od kąta odchylenia się dźwigni od położenia spoczynkowego.

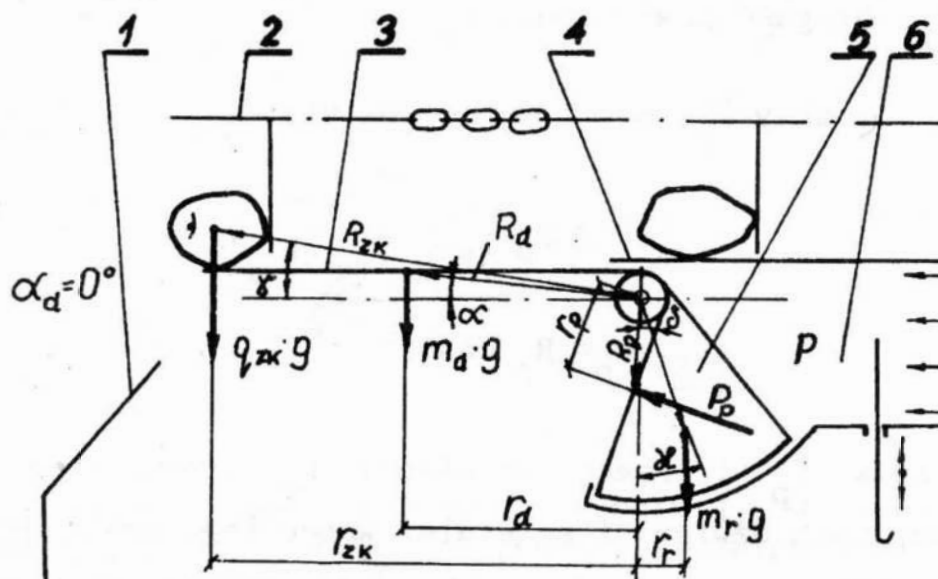
Wyróżnić można następujące typy dźwigni oddzielających:

- a) pneumatyczne,
- b) ciężarkowe,
- c) sprężynowe.

Typ dźwigni zależy od rodzaju siły podtrzymującej, który określa techniczną drogę jej regulowania i kontroli. Korzystnie jest, gdy siła ta ma dużą stabilność i łatwość regulacji. W każdym z typów dźwigni można wyróżnić wiele wersji konstrukcyjnych, charakteryzujących się, przede wszystkim, różnym rozkładem mas po obu stronach jej osi obrotu. Z rozkładu tych mas, wynika układ sił ciężkości poszczególnych ramion dźwigni, który powoduje konieczność doboru innych, wstępnie regulowanych sił ją podtrzymujących. Z rozkładu mas wynika również, charakter zmiany układu sił działających na dźwignię, w czasie jej odchylenia przez oddzielane ciało.

Dźwignia i sposób jej podtrzymywania winny zapewnić jak najszybsze jej odchylenie podczas oddzielania kamienia i jak najszybszy powrót do położenia wyjściowego. Szybsze odchylanie dźwigni wystąpi wtedy, gdy jej niezrównoważenie masowe będzie większe (cięższe ramię oddzielające). Natomiast powrót do położenia wyjściowego może być szybszy, gdy rozkład mas dźwigni jest odwrotny, czyli gdy moment sił ciężkości ramienia regulacyjnego i ciężarka, po odchyleniu dźwigni, jest dużo większy od momentu siły ciężkości ramienia oddzielającego. Z tej sprzeczności wynika więc, że należy dobrać pośredni układ sił działających na dźwignię.

Przykładem zastosowania dźwigni o stałym momencie, wstępnie regulowanej siły podtrzymującej, jest separator dźwigniowo-pneumatyczny (rys. 2). Dźwignia ta jednak jest zrównoważona tylko w pozycji spoczynkowej (wyjściowej), więc wraz z jej odchylaniem się od położenia spoczynkowego



Rys.2. Schemat budowy separatora dźwigniowo-pneumatycznego oraz układu sił działających na dźwignię oddzielającą: 1 - zsyp bulw, 2 - przenośnik zabierakowy, 3 - ramię oddzielające dźwigni, 4 - prowadnica przenośnika zabierakowego, 5 - ramię regulacyjne dźwigni, na które działa sprężone powietrze, 6 - komora sprężonego powietrza

następuje ciągła zmiana momentów sił ciężkości obu ramion dźwigni. I tak, siła ciężkości ramienia oddzielającego oraz bulwy lub kamienia, wraz ze wzrostem kąta odchylenia się dźwigni, działa na coraz mniejszym ramieniu, podczas gdy siła ciężkości ramienia pracującego w komorze sprężonego powietrza, działa na ramieniu coraz większym.

Na dźwignię oddzielającą, w pozycji spoczynkowej (rys. 2), działa siła P_p , która wynosi:

$$P_p = p F_p, \quad (1)$$

przy czym $F_p = b_p l_p,$ (2)

gdzie: p - ciśnienie robocze powietrza,

F_p - powierzchnia dźwigni, na którą działa ciśnienie p ,

b_p - szerokość powierzchni F_p ,

l_p - długość powierzchni F_p .

Wynikający z siły P_p moment M_p , równa się:

$$M_p = P_p r_p, \quad (3)$$

przy czym $r_p = R_p \cos\delta.$ (4)

Powierzchnia F_p i ramię działania r_p wynikają z cech konstrukcyjnych dźwigni i są stałe. Wobec tego uzyskuje się, zależną tylko od ciśnienia powietrza, wartość momentu M_p , stałą w całym zakresie kąta wychylania się dźwigni.

Regulacja ciśnienia roboczego powietrza p , wywołuje powstanie odpowiednich wartości sił podtrzymujących P_p , a

zatem i momentu M_p .

Ciśnienie robocze powietrza p wyznaczyć można z układu momentów sił działających na dźwignię oddzielającą.

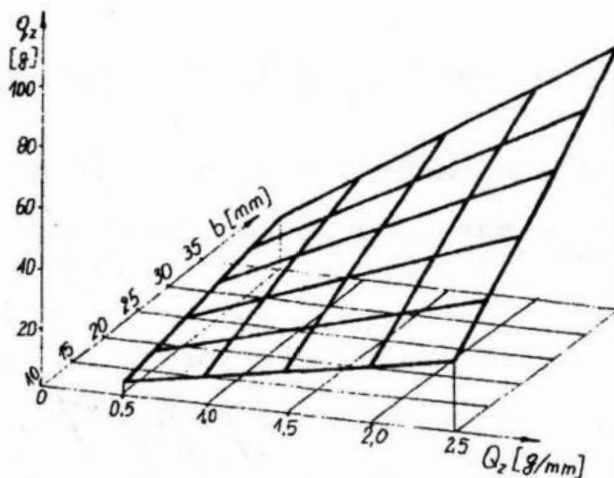
Warunkiem podtrzymania bulwy, przez dźwignie w położeniu spoczynkowym, jest większa wartość momentu siły P_p od momentu siły ciężkości bulwy, co w odniesieniu do jednej dźwigni można zapisać:

$$P_p R_p \cos\delta \geq q_z g R_z \cos\gamma, \quad (5)$$

przy czym masa elementarna $q_z = Q_z b$, (rys. 3, 4), (6)

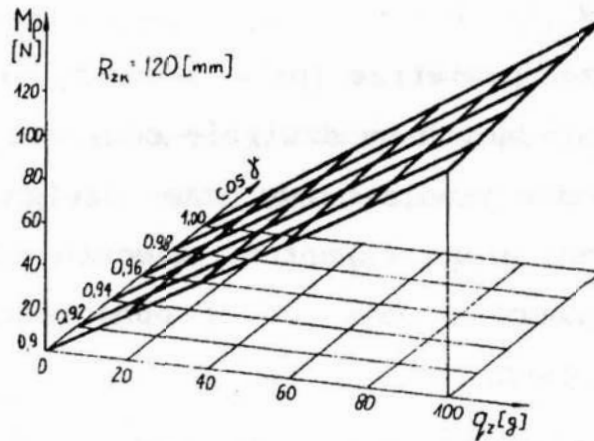
gdzie: $Q_z = m_z / l_z$ - masa jednostkowa bulwy, (7)

b - rozstaw dźwigni, przy założeniu, że szczelina między dźwigniami jest pomijalnie mała [1, 2, 3].



Rys.3. Wartości mas elementarnych bulw q_z , w zależności od ich mas jednostkowych Q_z i szerokości dźwigni oddzielającej b (szczelina między nimi pomijalnie mała)

Warunkiem oddzielenia kamienia jest mniejsza wartość momentów M_p i siły ciężkości ramienia o masie m_r (po prawej stronie osi obrotu), od momentów siły ciężkości kamienia i



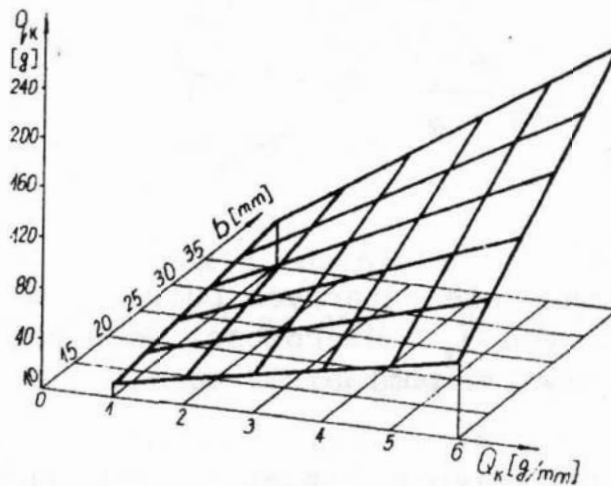
Rys.4. Wartości momentu podtrzymującego dźwigni M_p , w położeniu spoczynkowym dźwigni, koniecznego do podtrzymania bulw o różnych masach elementarnych q_z (szczelina między dźwigniami pomijalnie mała)

siły ciężkości ramienia oddzielającego o masie m_d (po lewej stronie osi obrotu), co w odniesieniu do jednej dźwigni można zapisać:

$$P_p R_p \cos \delta + m_r R_r \sin \kappa < q_k g R_k \cos \gamma + m_d R_d \cos \alpha, \quad (8)$$

przy czym masa elementarna $q_k = Q_k b$, (9)

gdzie: $Q_k = m_k / l_k$ - masa jednostkowa kamienia [1]. (10)



Rys.5. Wartości mas elementarnych kamieni q_k , w zależności od ich mas jednostkowych Q_k i szerokości dźwigni oddzielającej b (szczelina między dźwigniami pomijalnie mała)

Do podtrzymania poszczególnych bulw, w położeniu spoczynkowym dźwigni, wymagane jest ciśnienie powietrza p_z , którego wartość obliczyć można ze wzoru:

$$p_z = \frac{q_z g R_z \cos \gamma}{F_p R_p \cos \delta} \quad (11)$$

Po odchyleniu się dźwigni o pewien kąt α_d , ciśnienie powietrza, które podtrzymuje jeszcze dźwignię z leżącym na niej ciałem, wynosi:

$$p_z \geq \frac{q_z g R_z \cos \gamma + m_d g R_d \cos \alpha - m_r g R_r \sin \kappa}{F_p R_p \cos \delta}, \quad (12)$$

gdzie: $\cos \delta = \text{const}$,

$$\alpha = \{\alpha_0 \div 0^0 \div \alpha_{\max}\}, \quad \text{przy czym } \alpha_{\max} = \alpha_{d \max} + \alpha_0, \quad (13)$$

$$\gamma = \{\gamma_0 \div 0^0 \div \gamma_{\max}\}, \quad \text{przy czym } \gamma_{\max} = \alpha_{d \max} + \gamma_0, \quad (14)$$

$$\kappa = \{\kappa_0 \div \kappa_{\max}\}, \quad \text{przy czym } \kappa_{\max} = \alpha_{d \max} + \kappa_0. \quad (15)$$

W pierwszej części przedziału zmienności kąt $\alpha = \{\alpha_0 \div 0^0\}$, a jego wartość, zależną od kąta uchylenia dźwigni, wyznaczyć można ze wzoru:

$$\alpha = \alpha_0 - \alpha_d, \quad \text{dla } \alpha_d = \{0^0 \div \alpha_0\}. \quad (16)$$

Natomiast w drugiej części przedziału kąt $\alpha = \{0^0 \div \alpha_{\max}\}$ i obliczamy go ze wzoru:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_d, \quad \text{dla } \alpha_d = \{0^0 \div \alpha_{\max}\}. \quad (17)$$

W podobny sposób obliczyć można wartość kąta γ .

Zależność kąta κ od kąta uchylenia dźwigni α jest następująca:

$$\kappa = \kappa_0 + \alpha_d, \quad \text{dla } \alpha_d = \{0^\circ + \alpha_{d \max}\}. \quad (18)$$

Przyjęto, że kąt uchylenia dźwigni, który gwarantuje zsuniecie się z niej ciał, wynosi $\alpha_{d \max} = 45^\circ$.

Cisnienie powietrza p_k , zapewniające uchylenie się dźwigni i oddzielenie kamienia, obliczyć można ze wzoru:

$$p_k < \frac{q_k g R_k \cos \gamma + m_d g R_d \cos \alpha - m_r g R_d \sin \kappa}{F_p R_p \cos \delta} \quad (19)$$

Z przedstawionych nierówności wynika, że wartość ciśnienia roboczego powietrza warunkuje spełnienie teoretycznych wymagań procesu oddzielania na dźwigniach. Ponadto widać, że wartość ciśnienia powietrza należy dobrać, poprzez uwzględnienie różnic mas elementarnych bulw i kamieni - q_z, q_k . Pozostałe parametry dotyczą konstrukcji dźwigni, więc są stałe lub zmieniają się w sposób jednakowy dla wszystkich ciał.

Układ sił, działających na dźwignię oddzielającą, zależy od rozkładu masy dźwigni względem jej osi obrotu i ciśnienia roboczego powietrza. Ze względu na niewielki wpływ momentu tarcia łożyskowania dźwigni, w stosunku do momentów pochodzących od ciężaru bulw i kamieni, pominięto go w analizie.

Do analizy przyjęto dźwignię wykonaną z aluminium, której schemat przedstawiono na rys. 2. Dźwignia ta jest zrównoważona w pozycji spoczynkowej. Wartość siły podtrzymu-

jącej bulwę lub kamień, znajdujące się na ramieniu oddzielającym dźwigni, określa ciśnienie robocze powietrza i ilość niezrównoważonej masy ramienia dźwigni, znajdującego się w komorze sprężonego powietrza. Wraz z kątem uchylenia się ramienia oddzielającego dźwigni α_d , następuje wzrost ilości niezrównoważonej masy dźwigni. Ilość masy dźwigni po obu jej stronach osi obrotu, decyduje o wartościach momentów - M_d i M_r , których różnica stanowi moment wypadkowy, będący wyrazem niezrównoważenia dźwigni:

$$W = M_r - M_d, \quad (20)$$

gdzie: $M_r = m_r g r_r$ - moment siły ciężkości dźwigni po prawej stronie jej osi obrotu, (21)

$M_d = m_d g r_d$ - moment siły ciężkości dźwigni po lewej stronie jej osi obrotu. (22)

W położeniu spoczynkowym dźwigni, wartości momentów M_d i M_r są sobie równe, czyli moment wypadkowy $W = 0$. Wraz ze wzrostem kąta uchylenia dźwigni, rośnie również wartość momentu wypadkowego W .

Relatywny wzrost momentu wypadkowego W , charakteryzuje wskaźnik W_w , który wynosi:

$$W_w = \frac{W}{M_d} 100, [\%]. \quad (23)$$

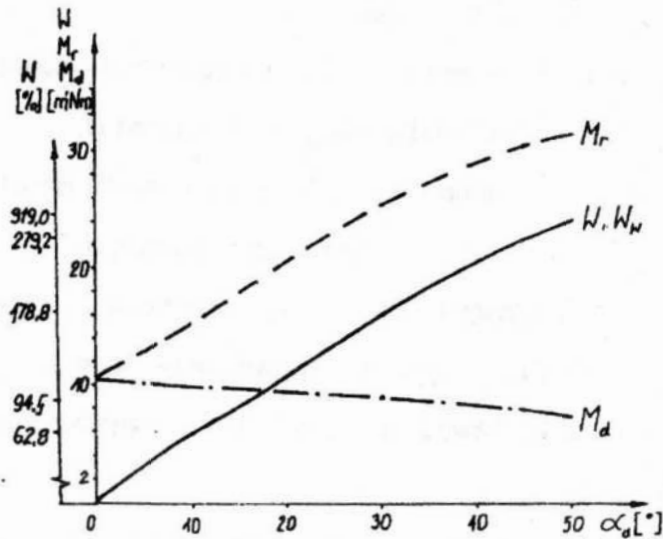
Charakterystykę momentów M_d , M_r , W oraz wskaźnika W_w , w zależności od kąta uchylenia dźwigni α_d , przedstawiono na rys. 6.

Ze stosunku momentu wypadkowego W do ramienia działania siły ciężkości bulw i kamieni r_{zk} , wynika wartość siły N_m , o którą zwiększona jest nastawiona wartość siły podtrzymującej

dźwignię (zależnej od ciśnienia roboczego powietrza). Wartość siły N_m umożliwia określenie tej części masy bulwy lub kamienia Δm_i (rys. 7), która może być wykorzystana do przewyciężenia wzrastającego momentu wypadkowego W :

$$\Delta m_i = \frac{W}{r_{zk}} i_{zk} \quad , \quad (24)$$

gdzie: i_{zk} - ilość dźwigni, na których leży bulwa lub kamień,
 r_{zk} - ramię działania siły ciężkości bulwy lub kamienia.

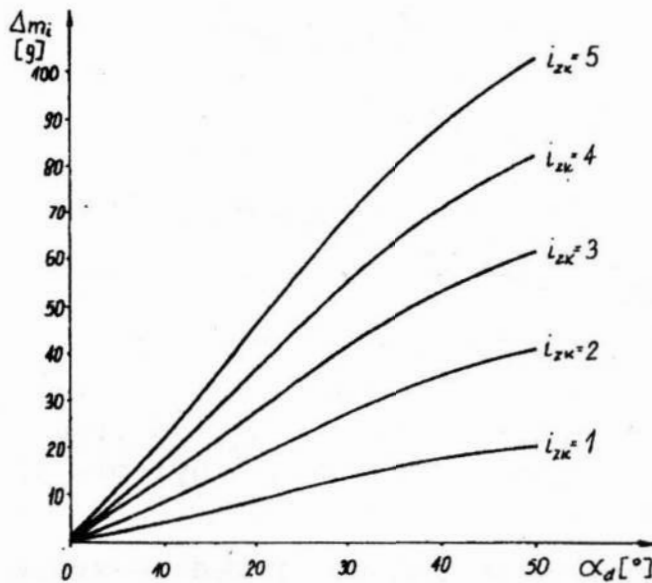


Rys.6. Zależność momentów M_d , M_s , W i wskaźnika W_w od kąta uchylenia dźwigni α_d

Wyznaczona część masy ciała Δm_i jest jednakowa dla bulw i kamieni, podtrzymywanych jednakową ilością dźwigni, przy czym jej wzrost niekorzystnie wpływa na oddzielanie, zwłaszcza drobnych kamieni, lecz zawsze wspomaga prawidłowe oddzielanie bulw.

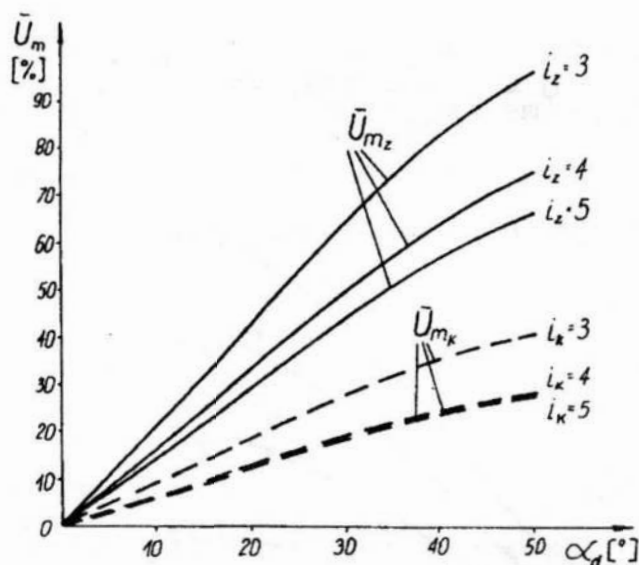
Stosunek części masy ciała Δm_i do jego masy całkowitej, określono wskaźnikiem U_m :

$$U_m = \frac{\Delta m_i}{m_{zk}} 100, [\%]. \quad (25)$$



Rys.7. Zależność wartości masy ciała, potrzebnej do zrównoważenia dźwigni, od ilości dźwigni, na których ciało spoczywa oraz kąta uchylenia dźwigni α_d

Obliczone wartości wskaźnika \bar{U}_m , dla bulw odmiany Ronda i kamieni Pomorza Środkowego, w zależności od kąta uchylenia dźwigni oraz ilości dźwigni podtrzymujących ciało i_{zk} , przedstawiono na rys. 8. Z analizy wykresu wynika, że średnie wskaźniki dla bulw \bar{U}_{mz} , w poszczególnych przedziałach ich długości ($i_z = 3; 4; 5$), są zawsze większe od odpowiadającym im średnim wskaźnikom dla kamieni \bar{U}_{mk} , w całym zakresie kąta uchylenia dźwigni - $\alpha_d = 0 \div 50^\circ$. Takie kształtowanie się tych wskaźników jest korzystne, gdyż bulwy są podtrzymywane z relatywnie większą siłą niż kamienie. Jednak wzmocnienie siły podtrzymującej, w odniesieniu do kamieni, jest niekorzystne, mimo że relatywnie mniejsze.



Rys.8. Zależność średniego wskaźnika \bar{U}_m , od ilości dźwigni, na których ciała spoczywają oraz kąta uchylenia dźwigni α_d

Wartości wskaźników U_m zależą, przede wszystkim, od masy bulwy i kamienia, rozkładu mas dźwigni oddzielającej po obu stronach jej osi obrotu oraz kąta uchylenia α_d . Wraz ze wzrostem masy ciał, występuje tendencja zmniejszania się wskaźników U_m , jako wyraz zmniejszania się relatywnego wzrostu siły podtrzymującej. Jednakże, w wartościach bezwzględnych, wartość tej siły zwiększa się wraz z ilością dźwigni, na których ciała spoczywają (występuje tendencja wzrostu ich masy). Zmniejszanie się wskaźnika U_{mz} , przy wzroście masy bulw, nie jest korzystne dla przebiegu procesu oddzielania, ponieważ bulwy ze wzrostem masy mają najczęściej większą masę jednostkową, a więc wymagają relatywnie większych sił podtrzymujących, niż bulwy drobne.

Masa elementarna bulwy, która jest podtrzymywana przez dźwignie w położeniu spoczynkowym, wynosi:

$$q_z \leq \frac{p F_p R_p \cos \delta}{g R_z \cos \gamma} \quad (26)$$

Masa elementarna kamienia, która spowoduje odchylenie dźwigni, wynosi:

$$q_k > \frac{p F_p R_p \cos \delta - m_d g R_d \cos \alpha + m_r R_r \cos k}{g R_k \cos \gamma} \quad (27)$$

Ogólnie można stwierdzić, że przedstawiona dźwignia oddzielająca może pracować efektywnie, ponieważ zapewnia uzyskanie większych średnich relatywnych przyrostów sił podtrzymujących bulwy aniżeli kamienie. Stosunek średnich relatywnych przyrostów tych sił dla bulw i kamieni, zawiera się w granicach - 2,30 + 2,64. Pełny zakres zmian tego stosunku wynosi: 0,62 ÷ 6,41, przy czym jest mniejszy dla największych frakcji bulw i najmniejszych frakcji kamieni.

Na rys. 9 przedstawiono schemat budowy dźwigni typu pneumatycznego, o stałym momencie regulowanej siły podtrzymującej, wytworzonej ciśnieniem powietrza oraz prawie pełnym zrównoważeniem mas obu ramion dźwigni.

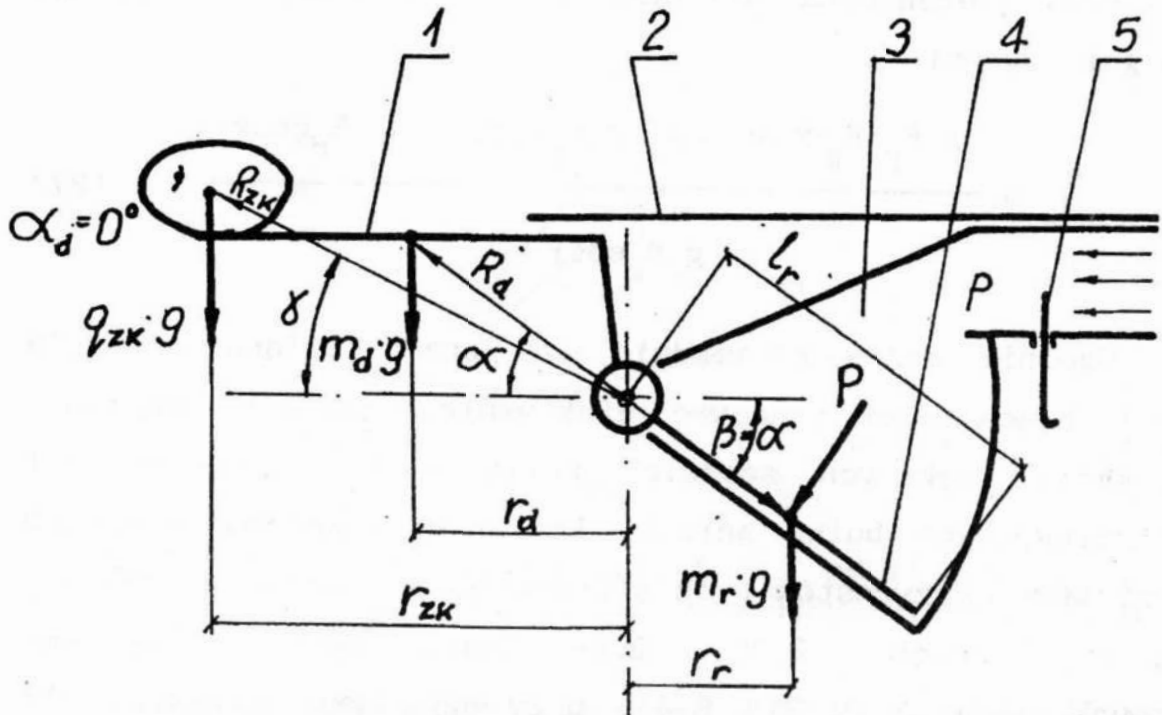
Układ momentów sił, działających na dźwignię, z pominięciem momentu siły tarcia na osi obrotu, jest w równowadze, gdy:

$$m_d g R_d \cos \alpha + q_{zk} g R_{zk} \cos \gamma = P l_r / 2 + m_r g (l_r / 2) \cos \beta, \quad (28)$$

przy czym, gdy budowa dźwigni zapewnia zrównoważenie obu jej ramion, otrzymujemy -

$$q_{zk} g R_{zk} \cos \gamma = P l_r / 2. \quad (29)$$

Wraz z obrotem dźwigni najpierw wzrasta, a po przekroczeniu jej poziomej osi obrotu spada, wartość momentów sił ciężkości



Rys.9. Schemat budowy dźwigni typu pneumatycznego o stałym momencie regulowanej siły podtrzymującej: 1 - ramię oddzielające dźwigni, 2 - prowadnica przenośnika, 3 - komora sprężonego powietrza, 4 - ramię dźwigni, pracujące w komorze sprężonego powietrza, 5 - przysłona regulacyjna

ramion dźwigni - $m_d g$ oraz $m_r g$. Moment siły podtrzymującej od ciśnienia powietrza jest stały, w całym zakresie obrotu dźwigni.

Dźwignia uchyli się, gdy masa elementarna ciała wynosi:

$$q_{zk} > \frac{P l_r / 2}{g R_{zk} \cos \gamma} \quad (30)$$

Dźwignia ta może mieć różne wersje budowy, zmieniające jej sposób działania. Przez odpowiednią modyfikację ramienia oddzielającego dźwigni, można uzyskać jej zrównoważenie, ale tylko w położeniu spoczynkowym (wyjściowym). Np.: dźwignia z pionową częścią wspornikową ramienia oddzielającego zapew-

nia, od początku odchylenia się, wzrost momentu od masy ramienia oddzielającego (powiększonego o masę pionowej części wspornikowej tego ramienia). Spowoduje to zwiększenie "czułości" dźwigni, szczególnie istotnej przy separacji drobnych kamieni, które oddzielić jest najtrudniej.

LITERATURA

1. J. FLESZAR: Analiza możliwości oddzielania kamieni od bulw ziemniaka przez separatory dźwigniowe. IV Sympozjum im. prof. Cz. Kanafojskiego nt. "Problemy budowy oraz eksploatacji maszyn i urządzeń rolniczych", Płock 1988r.
2. J. FLESZAR: Metoda wyznaczania szerokości roboczej dźwigni oddzielającej separatora kamieni od bulw ziemniaka. Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego, W S Inż. Koszalin, nr 14/90.
3. J. FLESZAR: Analiza wpływu szerokości dźwigni oddzielających na proces oddzielania kamieni od bulw ziemniaka. Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego, W S Inż. Koszalin, nr 14/90.

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono analizę pracy dźwigni oddzielającej separatora kamieni, podtrzymywanej sprężonym powietrzem. Przeprowadzono analizę układu sił działających na dźwignię oddzielającą oraz określono teoretyczne możliwości oddzielania kamieni. Określono sposób wyznaczenia ciśnienia roboczego powietrza.

ANALYSIS OF STONES SEPARATION PROCES ON PNEUMATICLY SUPPORTING LEVERS

Summary

In the paper analysis of acting pressure air supporting levers of stones separator are presented. It was realized analysis of resolting of forces acting on working lever and theoreticly appointed possibility separating of stones. It has precised manner of calculations working air pressure.

MODEL KONSTYTUTYWNY ODKSZTAŁCENÍ LEPKOPLASTYCZNYCH
CIAŁA TEF-TVPF W WARUNKACH REALIZACJI NIELINIOWYCH,
TERMODYNAMICZNYCH PROCESÓW OBRÓBKI I EKSPLOATACJI
CZĘŚCI METALOWYCH

1. WSTĘP

W procesie wytwarzania części maszyn stosuje się coraz bardziej złożoną obróbkę technologiczną, na przykład: skrawanie materiałów trudnoobrabialnych, takich jak stal chromowa i wolframowa [15], kucie, nagniatanie [14], itp. Odkształcenie materiału następuje w podwyższonych lub zmiennych temperaturach, z prędkościami dochodzącymi do 10^4 s^{-1} (odkształcenie dynamiczne). Podobne zjawiska mogą zachodzić podczas eksploatacji części, np. w procesie zużycia przez fretting [7]. Badania doświadczalne termodynamicznych właściwości materiałów lepkoplastycznych wykazują, że wiele z nich zachowuje się zupełnie inaczej pod wpływem obciążeń statycznych i termodynamicznych [12]. Główną przyczyną tych różnic jest wrażliwość materiału na prędkość odkształcenia i temperaturę.

Opis procesów termodynamicznych za pomocą modeli statystyczno-doświadczalnych jest fenomenologiczny i dlatego występują duże trudności w doborze optymalnych parametrów obróbki lub eksploatacji. W celu zwiększenia dokładności i uniwersalności modeli, konieczna jest analiza wszystkich występujących zjawisk fizycznych, takich jak: poślizg, odkształcenie materiału obrabianego, prędkość odkształcenia,

przewodność cieplna, zmiana objętości w wyniku przemiany fazowej, itd. Zjawiska te opisuje się następnie za pomocą ciągłych modeli matematycznych [7], które dalej dyskretyzuje się metodą elementów skończonych [1, 5]. Rozwiązanie tych modeli uzyskuje się na drodze numerycznej, przy zastosowaniu techniki komputerowej [1, 5].

Nieliniowości: geometryczna, fizyczna (nazywana również materiałową) i cieplna procesu termodynamicznego powodują, że konieczne jest zastosowanie opisu przyrostowego [5] lub prędkościowego [3]. W niniejszej pracy posłużono się opisem przyrostowym. Celem analizy przyrostowej jest określenie geometrii ciała oraz istniejących w tym ciele stanów przyrostu przemieszczenia, odkształcenia, prędkości odkształcenia, naprężenia, temperatury, itd., dla kolejnych, dyskretnych wartości zmiennej $\tau=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$, którą w zależności od rodzaju procesu może być: czas, temperatura, zagłębienie narzędzia, siła, itp., zaś Δt jest niewielkim przyrostem zmiennej τ . Powtarzając ten proces, dla kolejnych przyrostów zmiennej τ , uzyskuje się rozwiązanie w zadanym przedziale jej zmienności.

W zależności od stopnia złożoności analizowanego procesu opisuje się go za pomocą modeli: materiałowego, kontaktu, ruchu, cieplnego, inicjacji i propagacji pęknięć (np. dla obróbek ubytkowych, procesu zużycia) oraz pełzania i ubytku materiału (np. dla procesów zużycia [7]). Model materiałowy powinien być tak sformułowany, aby odpowiadał szerokiej klasie materiałów obrabianych lub eksploatowanych w różnych warunkach. Model materiałowy stanowią równania konstytutywne: termodynamicznych naprężeń uplastyczniających [6], przyrostów odkształceń, przyrostów prędkości odkształceń i przyros-

tów naprężeń [8]. Równania te traktuje się jako definicje charakteryzujące makroskopowo poszczególne materiały metaliczne.

W niniejszej pracy przedstawiono model konstytutywny na składowe $\tau \Delta E^{(VP)}$ tensora przyrostu odkształcenia lepkoplastycznego $\tau \Delta \mathbb{T}_E^{(VP)}$ ciała TEF-TVPF. Podano również wzory pozwalające obliczyć składowe przyrostu odkształceń termicznych ($\tau \Delta E_{ij}^{(T)}$), sprężystych ($\tau \Delta E_{ij}^{(E)}$) i fazowych ($\tau \Delta E_{ij}^{(F)}$) oraz model konstytutywny składowych $\tau \Delta E_{ij}$ tensora przyrostu odkształceń całkowitych $\tau \Delta \mathbb{T}_E$. Model ten jest wykorzystywany do formułowania przyrostowych równań ruchu nieliniowych procesów termodynamicznych. Zapis $\tau \Delta E_{ij}$ oznacza, że dana wielkość na końcu kroku przyrostowego (τ) jest odniesiona do konfiguracji ciała na początku kroku (t).

Analizą objęto stany przestrzenne (3D). Zastosowano notację tensorową. Wyprowadzone modele ciągłe dyskretyzowano metodą elementów skończonych. Uzyskane modele dyskretne w zapisie macierzowym są bezpośrednio wykorzystywane w obliczeniach numerycznych.

2. ZAŁOŻENIA I DEFINICJE

Przyrost odkształceń lepkoplastycznych wyprowadzono przy następujących założeniach:

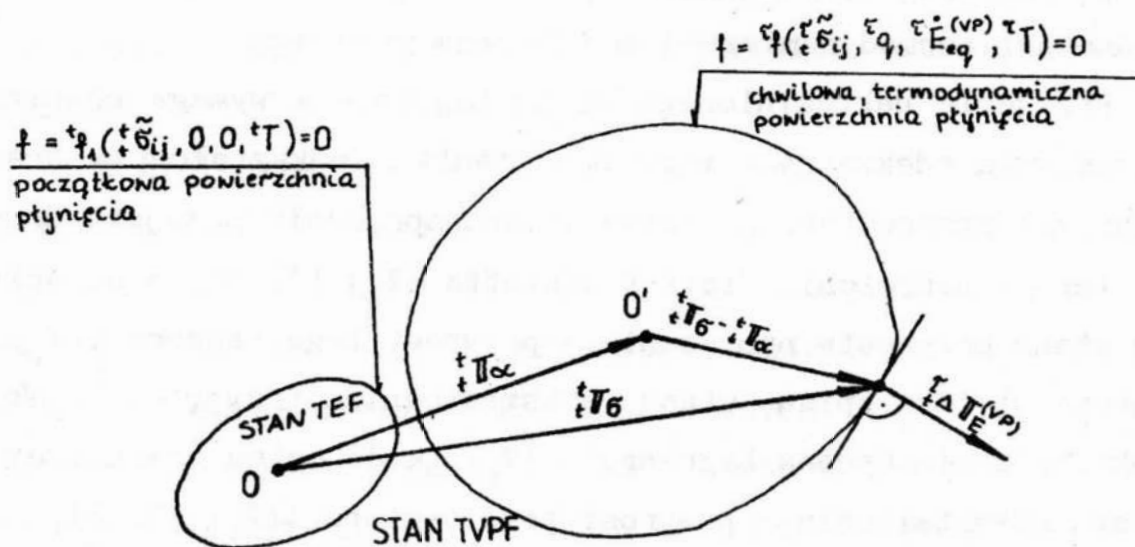
1) Do modelowania zastosowano uaktualniony opis Lagrange'a [1], wykorzystując przy tym rodzinę skokowo-współobrotowych układów odniesienia $\{x^{(e)}\}$, $e=1, \dots, N$, gdzie N jest liczbą elementów skończonych układu [5].

2) Na dowolnym etapie analizy przyrostowej znana jest konfiguracja początkowa ciała 0C (stan przed procesem) i konfiguracja aktualna tC , nazywana również konfiguracją odniesie-

nia, natomiast poszukiwana jest następna konfiguracja τ_C równowagi termodynamicznej analizowanego układu.

3) Przyjęcie uaktualnionego opisu Lagrange'a wymaga również określenia adekwatnych miar naprężenia i odkształcenia oraz miar ich przyrostów. Do opisu stanu naprężenia przyjęto drugi tensor naprężenia Pioli-Kirchhoffa (\mathbb{T}_σ) [1, 5], a do opisu stanu przyrostu naprężenia - przyrost tego tensora ($\Delta\mathbb{T}_\sigma$). Natomiast do opisu stanu odkształcenia przyjęto tensor odkształcenia Greena-Lagrange'a (\mathbb{T}_E), a do opisu stanu przyrostu odkształcenia - przyrost tego tensora ($\Delta\mathbb{T}_E$) [1, 5].

4) W ogólnym przypadku, w przedmiocie mogą wystąpić odkształcenia: sprężyste (E), termiczne (T), lepkie (V), plastyczne (P) i fazowe (F). Ponadto, w materiale może pozostawać określony stan odkształceń resztkowych (R), np. po obróbkach poprzedzających. Występowanie, lub nie, poszczególnych odkształceń i kolejność ich występowania, zależą od rodzaju materiału i jego stanu oraz od historii obciążania i historii odciążania przedmiotu. Na początku procesu obciążania mogą wystąpić jednocześnie, lub w dowolnej kolejności, odkształcenia termiczne, sprężyste oraz dodatkowo (dla określonych wartości temperatur, prędkości nagrzewania i prędkości odkształceń) odkształcenia fazowe. Jest to zakres odkształceń liniowych, które zanikają po usunięciu przyczyn. Oznaczono je skrótowo TEF. Obowiązuje w nich uogólnione prawo Hooke'a liniowej termosprężystości [12, 17]. Po osiągnięciu stanu uplastycznienia, określonego początkową powierzchnią płynięcia $f=0$ (rys. 1), występują nieliniowe odkształcenia plastyczne i lepkie, które są ze sobą sprzężone oraz dodatkowo liniowe odkształcenia termiczne i/lub odkształcenia fazowe (skrót: TVPF). Na skutek



Rys. 1. Chwilowe, termodynamiczne powierzchnie płynięcia ($f=0$), tensory naprężenia (\mathbb{T}_σ) i translacji (\mathbb{T}_α) oraz przyrost tensora odkształceń lepkoplastycznych ($\Delta\mathbb{T}_E^{(VP)}$)

wzmocnienia materiału (pkt. 15 założeń) powierzchnia płynięcia ulega zmianom. Stan ten jest nieodwracalny, w którym obowiązuje teoria termolepkoplastyczności [12, 17]. Zadaniem tej teorii jest jednoczesny opis właściwości reologicznych (uwzględniających efekty dynamiczne) i termoplastycznych materiału.

Zarówno w stanie TEF jak i TVPF odkształcenia termiczne i fazowe powodują jedynie zmianę objętości elementu skończonego, a nie powodują zmiany jego postaci. Rozważany będzie zatem materiał termosprężystofazowy - termolepkoplastycznofazowy (skrót: TEF-TVPF).

5) Materiał elementu skończonego jest izotropowy i homogeny, a przyrosty odkształceń na kroku są infinitezymalne i addytywne. Zatem przyrost tensora odkształceń całkowitych ${}^t\Delta\mathbb{T}_E$ dla ciała TEF-TVPF w ogólnym przypadku można przedstawić w postaci:

$$\tau_{t \Delta T_E} = \tau_{t \Delta T_E}^{(T)} + \tau_{t \Delta T_E}^{(E)} + \tau_{t \Delta T_E}^{(VP)} + \tau_{t \Delta T_E}^{(F)}, \quad (1a)$$

oraz konsekwentnie przyrost składowych $\tau_{t \Delta E_{ij}}$ tensora odkształceń całkowitych $\tau_{t \Delta T_E}$:

$$\tau_{t \Delta E_{ij}} = \tau_{t \Delta E_{ij}}^{(T)} + \tau_{t \Delta E_{ij}}^{(E)} + \tau_{t \Delta E_{ij}}^{(VP)} + \tau_{t \Delta E_{ij}}^{(F)}, \quad (1b)$$

gdzie:

- $\tau_{t \Delta E_{ij}}^{(T)}$ - składowe tensora przyrostu odkształceń termicznych $\tau_{t \Delta T_E}^{(T)}$,
- $\tau_{t \Delta E_{ij}}^{(E)}$ - składowe tensora przyrostu odkształceń sprężystych $\tau_{t \Delta T_E}^{(E)}$,
- $\tau_{t \Delta E_{ij}}^{(VP)}$ - składowe tensora przyrostu odkształceń lepkoplastycznych $\tau_{t \Delta T_E}^{(VP)}$ (odkształcenia te rozpatrzone łącznie ze względu na sprzężenie efektów lepkich i plastycznych),
- $\tau_{t \Delta E_{ij}}^{(F)}$ - składowe tensora przyrostu odkształceń fazowych $\tau_{t \Delta T_E}^{(F)}$.

Oczywiście, jeżeli dany przyrost odkształceń nie zachodzi, należy go pominąć, a wzory (1) upraszczają się.

Model konstytutywny składowych $\tau_{t \Delta E_{ij}}^{(VP)}$ tensora przyrostu odkształceń lepkoplastycznych $\tau_{t \Delta T_E}^{(VP)}$ zostanie wyprowadzony w dalszej części niniejszej pracy, natomiast składowe tensorów przyrostów odkształceń: sprężystych, termicznych i fazowych wynoszą odpowiednio [8]:

$$\tau_{t \Delta E_{ij}}^{(E)} = \tau_{D_{ijkl}}^{(TE)} \tau_{\Delta \sigma_{kl}} + \tau_{D_{ijkl}}^{(TE)} t_{\sigma_{kl}} \quad (2a)$$

$$\tau_{t \Delta E_{ij}}^{(T)} = (\tau_{\kappa T} - t_{\kappa T}) \delta_{ij} \cong t_{\kappa T} \tau_{\Delta T} \delta_{ij} \quad (2b)$$

$$\tau_{\Delta E}^{(F)} = \tau_{\Delta \xi} \delta_{ij} \cong \frac{1}{3} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right) \delta_{ij}, \quad (2c)$$

gdzie $\tau_{D}^{(TE)}$ są składowymi tensora $\tau_D^{(TE)}$ będącego odwrotnością tensora Hooke'a $\tau_D^{(TE)} = [\tau_C^{(TE)}]^{-1}$ o składowych $\tau_{C}^{(TE)}$ (T) zależnych od temperatury i charakteryzujących chwilowe właściwości termosprężyste materiału, $\Delta \xi$ jest przyrostem odkształcenia liniowego podczas przemiany fazowej, ρ_1 jest gęstością starej a ρ_2 nowej fazy, κ jest współczynnikiem rozszerzalności cieplnej liniowej, natomiast

$$\tau_{\Delta D}^{(TE)} = \frac{\partial(\tau_D^{(TE)})}{\partial(T)} \tau_{\Delta T}, \quad (2d)$$

są składowymi przyrostu tensora $\tau_{\Delta D}^{(TE)}$.

6) Materiał przedmiotu należy do klasy materiałów prostych, z pamięcią typu prędkościowego rzędu pierwszego [11]. To znaczy, że w zakresie odkształceń trwałych (TVPF), materiał ten będzie opisywany innym układem równań konstytutywnych w procesie obciążania i innym w procesie odciążania. Ponadto, tę klasę materiałów ograniczymy do materiałów statecznych w sensie D.C. Druckera [17]. Zgodnie z jego postulatem, praca wykonana przez przyrost sił zewnętrznych na odpowiednich przyrostach składowych wektora przemieszczenia, musi być nieujemna.

7) Wszystkie właściwości materiału odkształcalnego (tj.: moduł Younga, współczynnik Poissona, naprężenia uplastyczniające, itd.) zależą od temperatury.

8) Naprężenie uplastyczniające materiał jest funkcją intensywności odkształceń lepkoplastycznych $E_{eq}^{(VP)}$, intensywności

prędkości odkształceń leokoplastycznych $\dot{E}_{eq}^{(VP)}$ i temperatury absolutnej T . Dalej naprężenie to nazywane będzie chwilowym, termodynamicznym naprężeniem uplastyczniającym i ma postać [6]:

$${}^t\sigma_p = {}^t\sigma_p ({}^tE_{eq}^{(VP)}, \dot{{}^tE}_{eq}^{(VP)}, {}^tT) = {}^tC \quad , \quad (3a)$$

gdzie tC jest stałą w rozpatrywanej chwili.

Z kolei, naprężenie uplastyczniające ${}^t\sigma_p$ równe jest chwilowej intensywności naprężeń ${}^t\sigma_{eq}$. Warunek ten, przy założeniu wzmocnienia mieszanego, ma postać [9]:

$${}^t\sigma_p = {}^t\sigma_{eq} = \left(\frac{3}{2} {}^t\tilde{D}_\sigma * {}^t\tilde{D}_\sigma \right)^{1/2}, \quad (3b)$$

gdzie $*$ oznacza mnożenie tensorów, zaś \tilde{D}_σ jest zredukowanym dewiatorem naprężeń i określony jest wzorem:

$$\tilde{D}_\sigma = \tilde{T}_\sigma - \tilde{A}_\sigma \quad , \quad (4a)$$

w którym \tilde{A}_σ jest zredukowanym aksjatozem, a \tilde{T}_σ zredukowanym tensorem naprężenia o postaci:

$$\tilde{T}_\sigma = T_\sigma - T_\alpha \quad , \quad (4b)$$

zaś T_σ jest tensorem naprężenia, a T_α jest tensorem przesunięć środka aktualnej powierzchni płynięcia (rys. 1). Postać tensora T_α zależy od przyjętej hipotezy wzmocnienia, które omówione są w pkt. 15 niniejszych założeń.

10) Dla rozgraniczenia stanów TEF i TVPF w dwunastowymiarowej przestrzeni naprężeń, intensywności odkształceń, intensywności prędkości odkształceń i temperatury przyjęto

chwilowy, termodynamiczny warunek platyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego (skrót: HMH):

$${}^tF = {}^tF({}^t\tilde{D}_{ij}, {}^tE_{eq}^{(VP)}, {}^t\dot{E}_{eq}^{(VP)}, {}^tT) = {}^t\text{const.} \quad (5a)$$

Warunek (5a), wobec równości (3a i 3b) oraz przy założeniu wzmocnienia mieszanego materiału, ma postać:

$$\begin{aligned} {}^tF &= {}^tF({}^t\tilde{D}_{ij}, {}^tE_{eq}^{(VP)}, {}^t\dot{E}_{eq}^{(VP)}, {}^tT) = \\ &= \frac{1}{2} \frac{{}^t\tilde{D}_{ij}}{{}^t} \frac{{}^t\tilde{D}_{ij}}{{}^t} - \frac{1}{3} \frac{{}^t\sigma_p^2}{{}^t} ({}^tE_{eq}^{(VP)}, {}^t\dot{E}_{eq}^{(VP)}, {}^tT) = 0, \end{aligned} \quad (5b)$$

przy czym ${}^t\sigma_p$ jest chwilowym, termodynamicznym naprężeniem uplastyczniającym materiał o postaci (3a).

Stan odwracalny (TEF) określony jest warunkiem ${}^tF < 0$, a stanom nieodwracalnym (TEF-TVPF) odpowiada warunek ${}^tF = 0$.

11) Założono, że w materiale istnieje potencjał termolepkoplastyczny:

$$f = f[I_2(\tilde{D}_\sigma), q, \dot{E}_{eq}^{(VP)}, T], \quad (6)$$

gdzie $I_2(\tilde{D}_\sigma)$ jest drugim niezmiennikiem zredukowanego dewiatora naprężeń \tilde{D}_σ , określonego wzorem (5a), zaś

$$q = \int_0^{E_{eq}^{(VP)}} dE_{eq}^{(VP)} \quad (7)$$

jest parametrem wzmocnienia Odqvista [9, 17].

Założenie to jest uogólnieniem hipotezy istnienia potencjału

plastycznego, wprowadzonej przez R. Misesa dla przypadku idealnej plastyczności [17]. Zatem w dwunastowymiarowej przestrzeni naprężeń, intensywności odkształceń, intensywności prędkości odkształceń i temperatury istnieje chwilowa hiperpowierzchnia uplastycznienia materiału TEF-TVPF, nazywana również chwilową lub aktualną, termodynamiczną powierzchnią płynięcia (rys. 1). Równanie tej powierzchni na początku typowego kroku przyrostowego ma postać [3, 17]:

$${}^t f = {}^t f [I_2({}^t \tilde{D}_\sigma), {}^t q, {}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)}, {}^t T] = 0. \quad (8)$$

12) Chwilowa termodynamiczna powierzchnia płynięcia, określona równaniem (8), pokrywa się z chwilowym termodynamicznym warunkiem plastyczności, określonym równaniem (4b), czyli:

$${}^t F \equiv {}^t f. \quad (9)$$

12) Konsekwencją postulatu Druckera (pkt.6), uogólnionego na materiały TEF-TVPF [17], jest wypukłość i gładkość chwilowej, termodynamicznej powierzchni płynięcia oraz ortogonalność tensora przyrostu odkształcenia lepkoplastycznego ${}^t \Delta E_E^{(VP)}$ do tej powierzchni. Analitycznie związek fizyczny dla tego warunku, można zapisać następująco [9, 12]:

$${}^t \Delta E_{ij}^{(VP)} = {}^t \Delta E \frac{\partial ({}^t f)}{\partial ({}^t \tilde{S}_{ij})}, \quad (10)$$

gdzie ${}^t \Delta E$ jest przyrostem funkcji skalarnej, tzw. mnożnika Lagrange'a, zależnym od naprężenia, przyrostu odkształceń i przyrostu obciążenia termodynamicznego na kroku, ${}^t \tilde{S}_{ij}$ są składowymi dewiatora ${}^t \tilde{D}_\sigma$ według wzoru (5a).

Równanie (10) nazywane jest stowarzyszonym prawem płynięcia lepkoplastycznego [17], gdyż jest stowarzyszone z warunkiem plastyczności HMH (4b).

13) Proces neutralny, rozgraniczający procesy czynne od biernych, zachodzi wówczas, gdy spełnione jest równanie (8), natomiast odkształcenia lepkoplastyczne nie ulegają zmianie:

$$\tau_{t \Delta E_{ij}^{(VP)}} = 0, \quad \text{oraz} \quad \tau_{\Delta \dot{E}_{ij}^{(VP)}} = 0. \quad (11)$$

Dla sformułowania analitycznej postaci tego warunku rozważmy przyrost powierzchni płynięcia na kroku. W tym celu funkcję (8) chwilowej, termodynamicznej powierzchni płynięcia wyrazimy w postaci różnicowej:

$$\tau_{t \Delta f} = {}^t q_{ij} \tau_{t \Delta S_{ij}} - {}^t l_{ij} \tau_{t \Delta \alpha_{ij}} + \\ - {}^t p \tau_{t \Delta E_{eq}^{(VP)}} - {}^t \dot{p} \tau_{\Delta \dot{E}_{eq}^{(VP)}} - {}^t t \tau_{\Delta T} = 0, \quad (12a)$$

gdzie oznaczono:

$${}^t q_{ij} = \partial({}^t f) / \partial({}^t S_{ij}), \quad {}^t l_{ij} = -\partial({}^t f) / \partial({}^t \alpha_{ij}), \\ {}^t p_{ij} = -\partial({}^t f) / \partial({}^t E_{ij}^{(VP)}), \quad {}^t \dot{p}_{ij} = -\partial({}^t f) / \partial({}^t \dot{E}_{ij}^{(VP)}), \\ {}^t t = -\partial({}^t f) / \partial({}^t T). \quad (12b)$$

Zatem, wobec warunków (11), jeżeli zachodzą związki:

$${}^t f = 0, \quad \text{oraz} \quad {}^t q_{ij} \tau_{t \Delta S_{ij}} - {}^t l_{ij} \tau_{t \Delta \alpha_{ij}} - {}^t t \tau_{\Delta T} = 0, \quad (13a)$$

to taką zmianę stanu będziemy nazywać procesem neutralnym. Natomiast jeżeli:

$${}^t f = 0 \quad \text{i} \quad {}^t \Delta f > 0, \quad (13b)$$

zachodzi proces obciążania, zaś gdy:

$${}^t f < 0 \quad \text{i} \quad {}^t \Delta f < 0, \quad (13c)$$

zachodzi proces odciążania (rys. 2a).

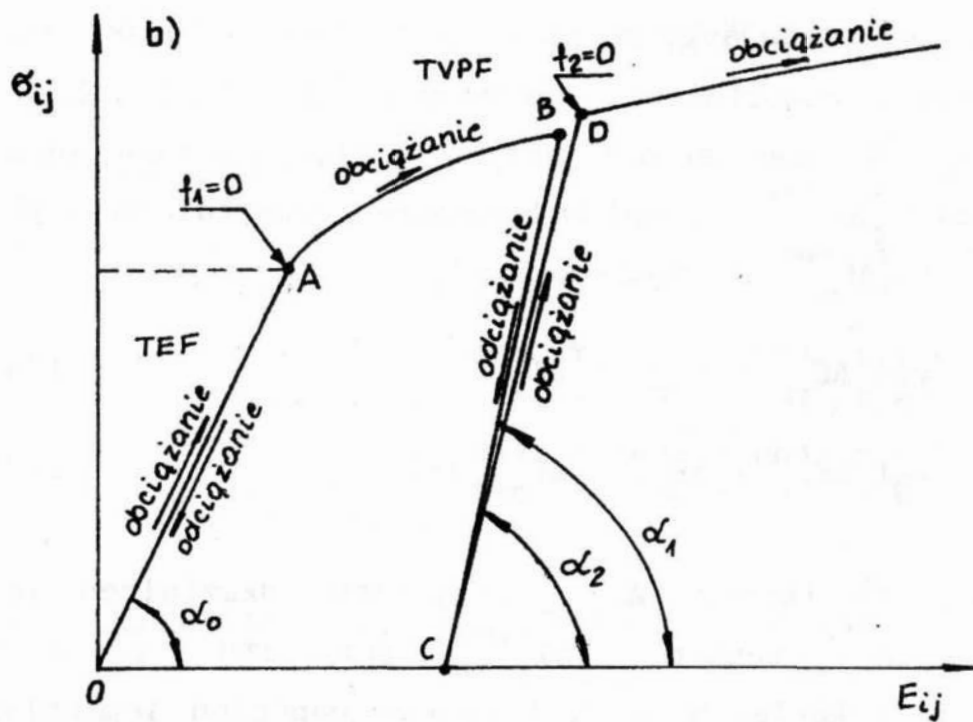
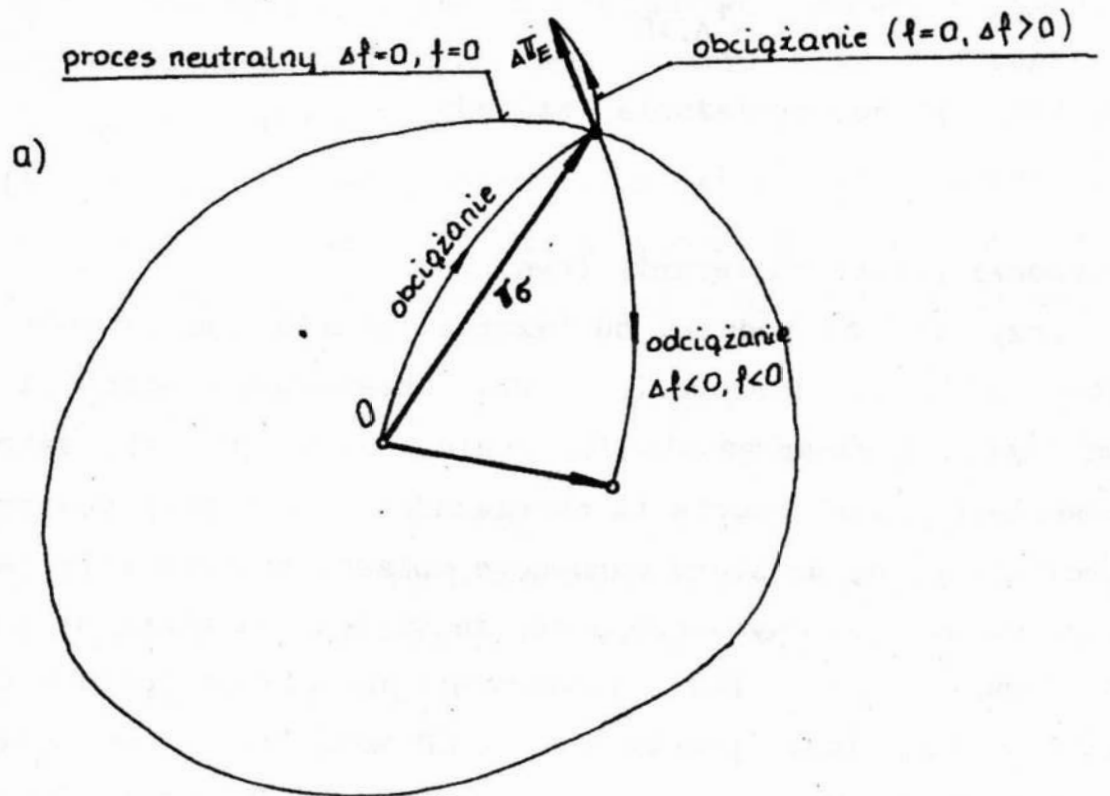
Przyjęto, że podczas odciążania materiał odkształca się (kurczy) zawsze liniowo (rys. 2b). Obowiązuje wówczas liniowa teoria termosprężystości, analogicznie, jak dla zakresu odkształceń TEF. Teoria ta obowiązuje również przy powtórnym obciążeniu, aż do stanu ponownego uplastycznienia materiału. Przy czym, w ogólnym przypadku, ze względu na różną historię odciążania (prosta BC) i powtórznego obciążania (prosta CD), kąty α_1 pochylenia prostych BC i CD mogą być różne ($\alpha_1 \neq \alpha_2$). Również stan naprężenia, przy którym nastąpi powtórne uplastycznienie ($f_2 = 0$, punkt D), może się nie pokrywać ze stanem naprężenia odpowiadającym początkowi odciążania (punkt B).

14) W zakresie odkształceń lepkoplastycznych materiał jest nieściśliwy. Wówczas średni przyrost odkształcenia lepkoplastycznego $\frac{\tau \Delta E_m^{(VP)}}{t}$ i średnia prędkość odkształceń lepkoplastycznych $\frac{\tau \dot{\Delta E}_m^{(VP)}}{t}$ są równe zero:

$$\frac{\tau \Delta E_m^{(VP)}}{t} = \frac{1}{3} \left(\frac{\tau \Delta E_{11}^{(VP)}}{t} + \frac{\tau \Delta E_{22}^{(VP)}}{t} + \frac{\tau \Delta E_{33}^{(VP)}}{t} \right) = 0, \quad (14a)$$

$$\frac{\tau \dot{\Delta E}_m^{(VP)}}{t} = \frac{1}{3} \left(\frac{\tau \dot{\Delta E}_{11}^{(VP)}}{t} + \frac{\tau \dot{\Delta E}_{22}^{(VP)}}{t} + \frac{\tau \dot{\Delta E}_{33}^{(VP)}}{t} \right) = 0. \quad (14b)$$

Oznacza to, że tensor $\frac{\tau \Delta T_E^{(VP)}}{t}$ przyrostu odkształceń lepkoplastycznych, tensor $\frac{\tau \Delta \dot{T}_E^{(VP)}}{t}$ przyrostu prędkości odkształceń lepkoplastycznych i tensor naprężeń lepkoplastycznych $T_\sigma^{(VP)}$ są dewiatorami odpowiednio $\frac{\tau D_{\Delta E}^{(VP)}}{t}$, $\frac{\tau D_{\dot{\Delta E}}^{(VP)}}{t}$ i $D_\sigma^{(VP)}$, gdyż:



Rys. 2. Definicje procesu neutralnego oraz procesów obciążania i odciążania termodynamicznego dla stanów przestrzennych (a) i płaskich (b)

$$\tau_{\tau}^{(VP)} = \tau_{\mathbb{D}}^{(VP)} - \delta_{ij} \tau_{\Delta E}^{(VP)} = \tau_{\mathbb{D}}^{(VP)}, \quad (14c)$$

$$\tau_{\dot{\tau}}^{(VP)} = \tau_{\dot{\mathbb{D}}}^{(VP)} - \delta_{ij} \tau_{\dot{\Delta E}}^{(VP)} = \tau_{\dot{\mathbb{D}}}^{(VP)}, \quad (14d)$$

$$\tau_{\sigma}^{(VP)} = \tau_{\mathbb{D}}^{(VP)} - \delta_{ij} \tau_{\Delta \sigma}^{(VP)} = \tau_{\mathbb{D}}^{(VP)}, \quad (14e)$$

gdzie δ_{ij} jest deltą Kroneckera. Z warunków (14) wynikają również następujące związki:

$$S_{ij}^{(VP)} = \sigma_{ij}^{(VP)}, \quad (15a)$$

$$\tilde{S}_{ij}^{(VP)} = \tilde{\sigma}_{ij}^{(VP)} = \sigma_{ij}^{(VP)} - \alpha_{ij}^{(VP)}, \quad (15b)$$

$$e_{ij}^{(VP)} = E_{ij}^{(VP)}, \quad (15c)$$

$$\dot{e}_{ij}^{(VP)} = \dot{E}_{ij}^{(VP)}, \quad (15d)$$

zaś $e_{ij}^{(VP)}$ i $\dot{e}_{ij}^{(VP)}$ są składowymi dewiatorów odpowiednio $\mathbb{D}_{\Delta E}^{(VP)}$ i $\mathbb{D}_{\dot{\Delta E}}^{(VP)}$.

15) Materiał umacnia się (synonim: wzmacnia się), tzn., że następuje wzrost granicy plastyczności, wywołany wzrostem odkształcenia lepkoplastycznego, a zatem i zmiana powierzchni płynięcia. Jeżeli następuje tylko jej izotropowe rozszerzanie się, to efekt ten nazywa się umocnieniem izotropowym. Jeżeli powierzchnia płynięcia ulega sztywnej translacji, to następuje wzmocnienie kinematyczne, w którym uwzględnia się efekt Bauschingera. Przy jednoczesnym rozszerzaniu się i przesuwaniu powierzchni płynięcia występuje wzmocnienie mieszane (izotropowo-kinematyczne) [3, 9, 17].

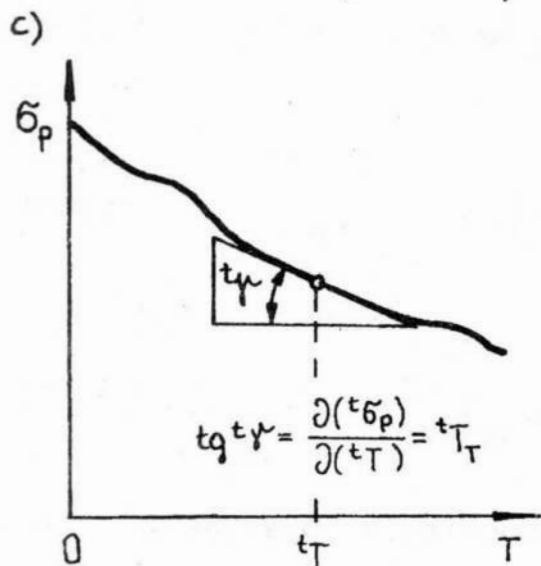
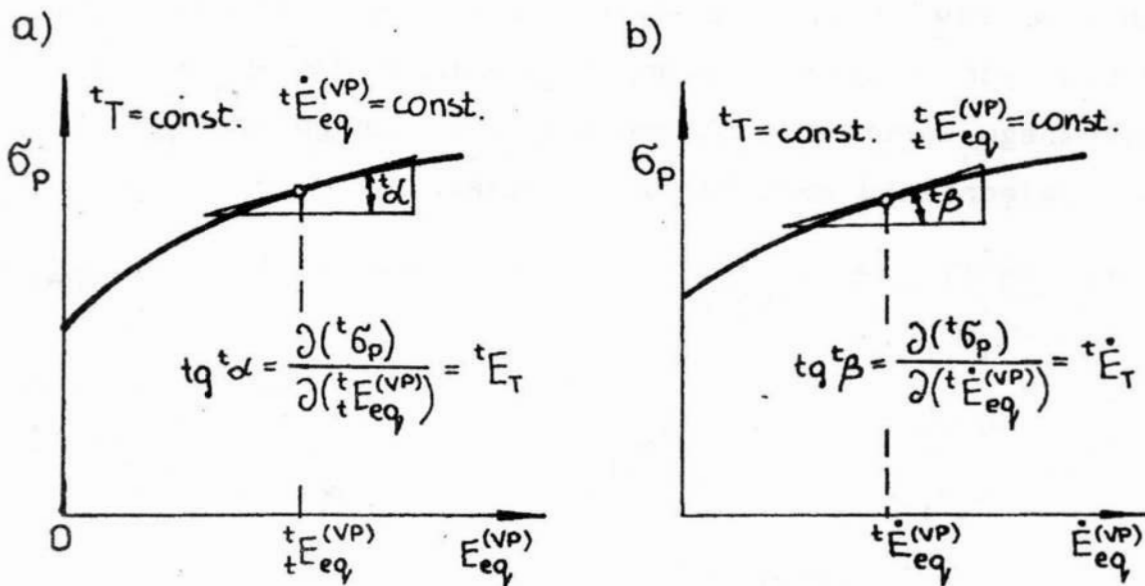
Dla ogólności rozważań, przyjęto przypadek umocnienia mieszanego, gdyż otrzymane równanie ma ogólną postać i może być następnie wykorzystane do otrzymywania rozwiązań szczególnych dla materiałów charakteryzowanych izotropowym i kinematycznym modelem wzmocnienia oraz materiałów nielepkich.

16) Tensor translacji \mathbb{T}_α (rys. 1) posiada cechy tensora naprężenia \mathbb{T}_σ . Składowe α_{ij} tensora \mathbb{T}_α muszą być tak określone, aby były równe zeru, gdy nie ma odkształceń plastycznych. W literaturze podawane są różne hipotezy wzmocnienia kinematycznego i różne postacie zależności na składowe przyrostu tensora translacji ${}^t\Delta\alpha_{ij}$. Należą do nich hipotezy W. Pragera [13], Ju.N. Kadeševiča i W.W. Novožilova [4], M.A. Eisenberga i A. Philipisa [2], Z. Mroza, H.P. Shrivastova i R.N. Dubey'a [10] oraz H. Zieglera [16].

3. SFORMUŁOWANIE CIĄGŁEGO MODELU KONSTITUTYWNEGO PRZYROSTU ODKSZTAŁCEŃ LEPKOPLASTYCZNYCH CIAŁA TEF-TVPF

Składowe ${}^t\Delta E_{ij}^{(VP)}$ tensora przyrostu odkształceń lepkoplastycznych określone zostaną ze stowarzyszonego prawa płynięcia lepkoplastycznego, danego równaniem (10). Mnożnik ${}^t\Delta E$ w tym równaniu wyznaczony zostanie z równania (12a), będącego różnicową postacią równania (8) chwilowej, termodynamicznej powierzchni płynięcia. W tym celu, najpierw zostaną wyprowadzone wzory na pochodne cząstkowe ${}^tq_{ij}$, ${}^tl_{ij}$, tp , ${}^t\dot{p}$, tt oraz na intensywność przyrostu odkształceń lepkoplastycznych ${}^t\Delta E_{eq}^{(VP)}$, intensywność przyrostu prędkości odkształceń lepkoplastycznych ${}^t\Delta \dot{E}_{eq}^{(VP)}$, składowe ${}^t\Delta S_{ij}$ przyrostu dewiatora naprężenia ${}^t\Delta D_\sigma$ i składowe ${}^t\Delta\alpha_{ij}$ przyrostu tensora translacji ${}^t\Delta\mathbb{T}_\alpha$. Następnie, po podstawieniu otrzymanych wzorów do

równania (12a), możliwe będzie jego rozwiązanie względem poszukiwanego mnożnika $\tau \Delta E$.



Rys. 3. Wykresy zależności $\sigma_p = \sigma_p(E_p^{(VP)}, \dot{E}_{eq}^{(VP)}, T)$, dla $t_T = \text{const.}$ i $t_{\dot{E}_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$ (a), $\sigma_p = \sigma_p(E_p^{(VP)}, \dot{E}_{eq}^{(VP)}, T)$ dla $t_T = \text{const.}$ i $t_{E_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$ (b) i $\sigma_p = \sigma_p(E_{eq}^{(VP)}, \dot{E}_{eq}^{(VP)}, T)$ dla $t_{E_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$ i $t_{\dot{E}_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$ (c) oraz

interpretacja pochodnych cząstkowych $t_{E_T} = \frac{\partial(t \sigma_p)}{\partial(t E_{eq}^{(VP)})}$, dla

$t_T = \text{const.}$ i $t_{\dot{E}_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$, $t_{\dot{E}_T} = \frac{\partial(t \sigma_p)}{\partial(t \dot{E}_{eq}^{(VP)})}$, dla $t_T = \text{const.}$ i

$t_{E_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$, $t_{T_T} = \frac{\partial(t \sigma_p)}{\partial(t T)}$, dla $t_{E_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$ i $t_{\dot{E}_{eq}^{(VP)}} = \text{const.}$

3.1. Pochodne cząstkowe ${}^t q_{ij}$, ${}^t l_{ij}$, ${}^t p$, ${}^t \dot{p}$, ${}^t t$

Składowe tensorów ${}^t q_{ij}$ i ${}^t l_{ij}$ oraz skalarów ${}^t p$, ${}^t \dot{p}$ i ${}^t t$ według wzorów (12b), zostaną określone po obliczeniu występujących w nich pochodnych. Pochodne te wyznaczmy z dynamicznego warunku plastyczności HMH, danego wzorem (5b), przy uwzględnieniu warunku (9). Wówczas:

$${}^t q_{ij} = \frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t S_{ij})} = {}^t \tilde{S}_{ij} = {}^t S_{ij} - {}^t \alpha_{ij}, \quad (16a)$$

$${}^t l_{ij} = -\frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t \alpha_{ij})} = {}^t \tilde{S}_{ij} = ({}^t S_{ij} - {}^t \alpha_{ij}), \quad (16b)$$

$${}^t p = -\frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t E_{eq}^{(VP)})} = -\frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t \sigma_p)} \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t E_{eq}^{(VP)})} = \frac{2}{3} {}^t \sigma_p {}^t E_T, \quad (16c)$$

$${}^t \dot{p} = -\frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)})} = -\frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t \sigma_p)} \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)})} = \frac{2}{3} {}^t \sigma_p \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)})}, \quad (16d)$$

$${}^t t = -\frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t T)} = -\frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t \sigma_p)} \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t T)} = \frac{2}{3} {}^t \sigma_p \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t T)}, \quad (16e)$$

gdzie ${}^t E_T$ jest chwilowym modułem umocnienia (rys. 3a).

Z kolei występujące we wzorach (16c-e) pochodne cząstkowe:

$${}^t E_T = \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t E_{eq}^{(VP)})} = tg^t \alpha, \text{ dla } T = \text{const. i } {}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)} = \text{const}, \quad (16f)$$

$${}^t \dot{E}_T = \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)})} = tg^t \beta, \text{ dla } T = \text{const. i } {}^t E_{eq}^{(VP)} = \text{const}, \quad (16g)$$

$${}^t T_T = \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t T)} = t g^t \gamma, \text{ dla } {}^t E_{eq}^{(VP)} = \text{const. i } \dot{{}^t E}_{eq}^{(VP)} = \text{const.}, \quad (16h)$$

wyznacza się, wykorzystując funkcję ${}^t \sigma_p$ termodynamicznych naprężeń uplastyczniających materiał o postaci (3a). Graficzną interpretację tych pochodnych przedstawiono na rys. 3.

3.2. Intensywność przyrostu odkształceń lepkoplastycznych

Intensywność przyrostu odkształceń lepkoplastycznych $\tau_{\Delta E_{eq}}^{(VP)}$ jest zdefiniowana wzorem [9]:

$$\tau_{\Delta E_{eq}}^{(VP)} = \left(\frac{2}{3} \tau_{\Delta D_E} * \tau_{\Delta D_E} \right)^{1/2}. \quad (17)$$

Wykonajmy następujące operacje. Podstawmy do wzoru (17) równanie (10). Podstawienie takie jest możliwe, gdyż, jak wcześniej wspomniano, tensor odkształceń lepkoplastycznych pokrywa się z jego dewiatorem i zachodzą związki (14c) z (15c). Następnie, uwzględnijmy oznaczenia (12b) oraz kolejno wzory (3b) i (16a). Otrzymamy:

$$\tau_{\Delta E_{eq}}^{(VP)} = \tau_{\Delta \lambda} \left[\frac{2}{3} \frac{t \tilde{S}_{ij}}{t_{ij}} \right]^{1/2} = \frac{2}{3} \tau_{\Delta \lambda} {}^t \sigma_p, \quad (18)$$

gdzie ${}^t \sigma_p$ jest termodynamicznym naprężeniem uplastyczniającym materiał na początku kroku przyrostowego, o postaci (3a).

3.3. Intensywność przyrostu prędkości odkształceń lepkoplastycznych

Intensywność przyrostu prędkości odkształceń lepkoplastycznych $\tau_{\dot{\Delta E}_{eq}}^{(VP)}$ jest zdefiniowana wzorem [9]:

$$\tau_{\dot{\Delta E}_{eq}}^{(VP)} = \left(\frac{2}{3} \tau_{\dot{\Delta D}_E} * \tau_{\dot{\Delta D}_E} \right)^{1/2}. \quad (19)$$

Składowe $\tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta e}$ dewiatora $\tau_{t \ E}^{(VP) \Delta D}$ oblicza się, stosując jedną z następujących metod aproksymacji: metodę różnic centralnych, Houboldta, Newmarka lub Wilsona [1,5].

3.4. Przyrost tensora naprężenia

Składowe $\tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta \sigma}$ przyrostu tensora naprężenia $\tau_{t \ \sigma}^{(VP) \Delta T}$ lub składowe $\tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta S}$ przyrostu dewiatora naprężenia $\tau_{t \ \sigma}^{(VP) \Delta D}$ (gdyż $\tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta \sigma} = \tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta S}$), w zakresie odkształceń trwałych (TVPF), wyznaczone zostaną z liniowej termosprężystości. Równanie konstytutywne, wiążące składowe dewiatora naprężeń wypadkowych ze składowymi tensora odkształceń "sprężystych", ma postać [3]:

$$\sigma_{1j} = S_{1j} = C_{1jkl}^{(TE)} E_{kl}^{(E)} \quad (20)$$

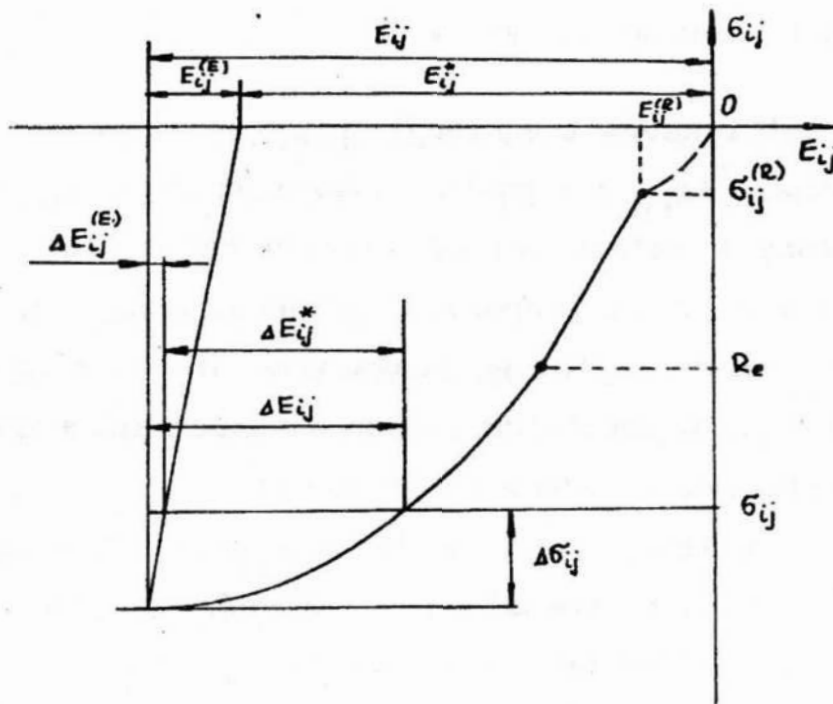
Zgodnie z definicją przyrostu dowolnej funkcji [5], otrzymuje się następujący związek konstytutywny na składowe $\tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta \sigma}$:

$$\begin{aligned} \tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta S} = \tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta \sigma} &= \tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta \sigma} - \tau_{t \ 1j}^{(VP) \Delta \sigma} = \tau_{t \ 1jkl}^{(TE)} \tau_{t \ kl}^{(E)} - \tau_{t \ 1jkl}^{(TE)} \tau_{t \ kl}^{(E)} = \\ &= \tau_{t \ 1jkl}^{(TE)} \tau_{t \ kl}^{(E) \Delta E} + \tau_{t \ 1jkl}^{(TE)} \tau_{t \ kl}^{(E)} \end{aligned} \quad (21)$$

W równaniu (21) składowe $\tau_{t \ kl}^{(E)}$, odkształceń "sprężystych" i ich przyrosty $\tau_{t \ kl}^{(E) \Delta E}$ na kroku $t \Rightarrow t + \Delta t$, w zakresie odkształceń trwałych, zdefiniowano na rys. 4. Przyrosty $\tau_{t \ kl}^{(E) \Delta E}$ oblicza się po uprzednim obliczeniu przyrostów odkształceń całkowitych $\tau_{t \ kl}^{(E) \Delta E}$ i przyrosty odkształceń składowych $\tau_{t \ kl}^{(VP) \Delta E}$, $\tau_{t \ kl}^{(T) \Delta E}$, $\tau_{t \ kl}^{(F) \Delta E}$, ze wzoru (1b) przekształconego do postaci:

$$\tau_{t \ kl}^{(E) \Delta E} = \tau_{t \ kl}^{(E) \Delta E} - \tau_{t \ kl}^{(VP) \Delta E} - \tau_{t \ kl}^{(T) \Delta E} - \tau_{t \ kl}^{(F) \Delta E} \quad (22)$$

Natomiast składowe $t_{kl}^{(E)}$ oblicza się na początku danego kroku, akumulując przyrosty odkształceń składowych dla kroków poprzednich i uwzględniając stan odkształceń resztkowych.



Rys.4. Geometryczna interpretacja składowych tensorów naprężenia i odkształcenia oraz ich przyrostów na kroku

Zatem:

$$t_{kl}^{(E)} = t_{kl}^E - t_{kl}^{(VP)} - t_{kl}^{(T)} - t_{kl}^{(F)} - t_{kl}^{(R)}. \quad (23)$$

Po podstawieniu wzorów (22) i (23) do (21) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \tau_{ij}^{\Delta S} = & t_{ijkl}^E (\tau_{kl}^{\Delta E} - \tau_{kl}^{\Delta E^{(VP)}} - \tau_{kl}^{\Delta E^{(T)}} - \tau_{kl}^{\Delta E^{(F)}}) + \\ & + \tau_{ijkl}^E (t_{kl}^E - t_{kl}^{(VP)} - t_{kl}^{(T)} - t_{kl}^{(F)} - t_{kl}^{(R)}). \end{aligned} \quad (24)$$

Geometryczną interpretację składowych $\sigma_{ij}^{(R)}$ i σ_{ij} tensorów naprężeń odpowiednio pozostałych $\mathbb{T}_{\sigma}^{(R)}$ i całkowitych \mathbb{T}_{σ} oraz składowych $E_{kl}^{(R)}$ tensora odkształceń pozostałych $\mathbb{T}_E^{(R)}$, składowych E_{kl} tensora odkształceń całkowitych \mathbb{T}_E , składowych $E_{kl}^{(E)}$ tensora odkształceń "sprężystych", składowych ${}^t E_{kl}^* = {}^t E_{kl}^{(VP)} + {}^t E_{kl}^{(T)} + {}^t E_{kl}^{(F)} + {}^t E_{kl}^{(R)}$ tensora odkształceń sumarycznych (tj. pozostałych, termicznych, fazowych i lepkoelastycznych) oraz odpowiednie składowe przyrostów tych tensorów zobrazowano na rys. 4.

3.5. Przyrost tensora translacji

Składowe ${}^t \Delta \alpha_{ij}$ przyrostu tensora translacji ${}^t \Delta \mathbb{T}_{\alpha}$ mogą być określone w zależności od rodzaju materiału i historii obciążenia, przyjmując propozycję Pragera, Zieglera, czy Mroza, jak też inne nieliniowe prawa wzmocnienia kinematycznego, postulowane w ostatnich latach w ramach intensywnej badań nad mechaniką ośrodków nieliniowych.

Dalej rozważony zostanie jeden z przypadków umocnienia kinematycznego tzw. translacji liniowej, zgodnie z prawem Pragera [13]. Wówczas przesunięcie środka powierzchni płynięcia zachodzi w kierunku odkształcenia, a składowe ${}^t \Delta \alpha_{ij}$ są proporcjonalne do składowych ${}^t \Delta E_{ij}^{(VP)}$ przyrostu tensora odkształceń lepkoelastycznych ${}^t \Delta \mathbb{T}_E^{(VP)}$:

$${}^t \Delta \alpha_{ij} = {}^t \tilde{C} {}^t \Delta E_{ij}^{(VP)}, \quad (25)$$

gdzie $\tilde{C} = \tilde{C}(E_{eq}^{(VP)}, \dot{E}_{eq}^{(VP)}, T)$ jest parametrem materiałowym, zależnym od intensywności odkształceń lepkoelastycznych, intensywności prędkości odkształceń lepkoelastycznych i temperatury. Chwilowa wartość tego parametru związana jest z chwilowym modułem umocnienia ${}^t E_T$ według wzoru (16f) i

modułem sprężystości E wyrażeniem [9]:

$${}^t\tilde{C} = \frac{2}{3} \frac{{}^t E_T E}{E - {}^t E_T}, \text{ dla } {}^t T = \text{const. i } {}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)} = \text{const.} \quad (26)$$

Po podstawieniu do wzoru (25) zależności (10), oraz po uwzględnieniu wzorów (12b)₁ i (16a), otrzymuje się:

$${}^t_{\Delta\alpha}_{ij} = {}^t\tilde{C} \tau_{\Delta\epsilon} {}^t_{\tilde{S}}_{ij}. \quad (27)$$

W podobny sposób otrzymuje się wzory na składowe przyrostu tensora translacji dla innych przypadków umocnienia.

3.6. Mnożnik Lagrange'a $\tau_{\Delta\epsilon}$

Podstawiając do równania różnicowego (12a) wzory (16), (17), (24) i (27) oraz uwzględniając zależności:

$$\tau_{\Delta\epsilon_{ij}}^{(VP)} = \tau_{\Delta\lambda} \frac{\partial({}^t f)}{\partial({}^t S_{ij})} = \tau_{\Delta\lambda} {}^t_{\tilde{S}}_{ij}, \quad (28a)$$

$${}^t_{l_{ij}} \tau_{\Delta\alpha}_{ij} = {}^t\tilde{C} \tau_{\Delta\epsilon} {}^t_{\tilde{S}}_{ij} \quad {}^t_{\tilde{S}}_{ij} = \frac{2}{3} {}^t\tilde{C} \tau_{\Delta\epsilon} {}^t_{\sigma_p^2}, \quad (28b)$$

otrzymuje się następujące równanie:

$$\begin{aligned} & {}^t_{\tilde{S}}_{ij} {}^t C^E_{ijkl} (\tau_{\Delta\epsilon_{kl}} - \tau_{\Delta\epsilon} {}^t_{\tilde{S}}_{kl} - \tau_{\Delta\epsilon}^{(T)} - \tau_{\Delta\epsilon}^{(F)}) + {}^t_{\tilde{S}}_{ij} \tau_{\Delta C^E}_{ijkl} ({}^t E_{kl} + \\ & - {}^t E_{kl}^{(VP)} - {}^t E_{kl}^{(T)} - {}^t E_{kl}^{(F)} - {}^t E_{kl}^{(R)}) - \frac{2}{3} {}^t\tilde{C} \tau_{\Delta\epsilon} {}^t_{\sigma_p^2} - \frac{4}{9} \tau_{\Delta\lambda} {}^t_{\sigma_p^2} {}^t E_T + \\ & - \frac{2}{3} {}^t_{\sigma_p} \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t \dot{E}_{eq}^{(VP)})} \tau_{\Delta\dot{E}_{eq}^{(VP)}} - \frac{2}{3} {}^t_{\sigma_p} \frac{\partial({}^t \sigma_p)}{\partial({}^t T)} \tau_{\Delta T} = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Rozwiązując to równanie względem funkcji skalarnej ${}^t\tau_{\Delta E}$, po uwzględnieniu wzorów (2b) i (2c), otrzymuje się następujący wzór na poszukiwany mnożnik Lagrange'a dla obciążeń złożonych:

$${}^t\tau_{\Delta\lambda} = \left[\begin{matrix} {}^t\tilde{S}_{ij} & {}^tC_{ijkl}^{(TE)} & {}^t\tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} & \sigma_p^2 \left({}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} & {}^tE_T \right) \end{matrix} \right]^{-1} \left\{ \begin{matrix} {}^t\tilde{S}_{mn} & {}^tC_{mnl}^{(TE)} \left[{}^t\tau_{\Delta E_{kl}} + \right. \\ \left. - ({}^t\kappa {}^t\Delta T + {}^t\tau_{\Delta\xi}) \delta_{kl} \right] + {}^t\tilde{S}_{mn} & {}^t\Delta C_{mnl}^{(TE)} \left({}^tE_{kl} - {}^tE_{kl}^{(VP)} - {}^tE_{kl}^{(T)} + \right. \\ \left. - {}^tE_{kl}^{(F)} - {}^tE_{kl}^{(R)} \right) - \frac{2}{3} & {}^t\sigma_p \left[\frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^t\dot{E}_{eq}^{(VP)})} {}^t\Delta\dot{E}_{eq}^{(VP)} + \frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^tT)} {}^t\Delta T \right] \end{matrix} \right\}. \quad (30a)$$

3.7. Model przyrostu odkształceń lepkoplastycznych

Poszukiwany model konstytutywny na składowe ${}^t\tau_{\Delta E_{ij}^{(VP)}}$ tensora odkształceń lepkoplastycznych otrzymuje się ze wzoru (28a), po uwzględnieniu w nim wzorów (30) na mnożnik Lagrange'a ${}^t\tau_{\Delta\lambda}$. Model ten ma postać:

$${}^t\tau_{\Delta E_{ij}^{(VP)}} = {}^t\tilde{S}^{**} {}^t\tau_{\Delta E_{ij}} + {}^t\tau_{\Delta E_{ij}^{**}}, \quad (31a)$$

gdzie zastosowano następujące oznaczenia zastępcze:

$${}^t\tilde{S}^{**} = {}^t\tilde{S}^* \quad \tilde{S}_{mn} \quad {}^tC_{mnl}^{(TE)} \quad (31b)$$

$${}^t\tau_{\Delta E_{ij}^{**}} = {}^t\tilde{S}^* \left[- ({}^t\kappa {}^t\Delta T + {}^t\tau_{\Delta\xi}) \delta_{ij} + {}^t\tilde{S}_{mn} & {}^t\Delta C_{mnl}^{(TE)} \left({}^tE_{kl} + \right. \right. \\ \left. \left. - {}^tE_{kl}^{(VP)} - {}^tE_{kl}^{(T)} - {}^tE_{kl}^{(F)} - {}^tE_{kl}^{(R)} \right) - {}^tA \right]. \quad (31c)$$

Z kolei, we wzorach (31b i c) oznaczono:

$${}^t\tilde{S}_{ij}^* = {}^t\tilde{S}_{ij} \left[{}^t\tilde{S}_{mn} {}^tC_{mnl}^{(TE)} {}^t\tilde{S}_{kl} + \frac{2}{3} {}^t\sigma_p^2 \left({}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right) \right]^{-1} \quad (31d)$$

$${}^tA = \frac{2}{3} {}^t\sigma_p \left[\frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^t\dot{E}_{eq}^{(VP)})} \tau_{\Delta\dot{E}_{eq}^{(VP)}} + \frac{\partial({}^t\sigma_p)}{\partial({}^tT)} \tau_{\Delta T} \right] \quad (31e)$$

przy czym ${}^t\tilde{S}^{**}$ i tA są skalarami, natomiast ${}^t\tilde{S}_{ij}^*$ i $\tau_{\Delta E_{ij}^{**}}$ składowymi pewnych tensorów.

Wyprowadzone wzory (31) mają ogólną postać i są słuszne dla przypadków wzmocnienia izotropowego i kinematycznego, które są szczególnymi przypadkami wzmocnienia mieszanego. Zakładając $\tau_{\Delta\alpha_{ij}} = 0$ oraz ${}^t\tilde{C} = 0$, wzory (31) redukują się do wzorów teorii termolepkoplastyczności ze wzmocnieniem izotropowym. Dla ${}^tE_T = 0$ otrzymujemy wzory teorii ze wzmocnieniem kinematycznym (translacyjnym). Wzory (31) są również słuszne dla materiałów nielepkich ($\partial{}^t\sigma_p / \partial{}^t\dot{E}_{eq}^{(VP)} = 0$), dla procesów izotermicznych ($\partial{}^t\sigma_p / \partial{}^tT = 0$, $\tau_{\Delta T} = 0$, $\tau_{\Delta C_{ijkl}^{(TE)}} = 0$), oraz procesów, w których nie zachodzą przemiany fazowe ($\tau_{\Delta\xi} = 0$). Są to więc szczególne przypadki rozważanego tutaj przypadku ogólnego.

W obliczeniach numerycznych stosuje się następujący macierzowy zapis wzorów (31):

$$\{ \tau_{\Delta E}^{(VP)} \} = {}^t\tilde{S}^{**} \{ \tau_{\Delta E} \} + \{ \tau_{\Delta E}^{**} \} \quad (32a)$$

gdzie:

$${}^t\tilde{S}^{**} = \{ {}^t\tilde{S}^* \} \{ {}^t\tilde{S} \}^T [{}^tC^{(TE)}] \quad (32b)$$

$$\{ \tau_{\Delta E}^{**} \} = \{ {}^t\tilde{S}^* \} \left[-({}^t\kappa \tau_{\Delta T} + \tau_{\Delta\xi}) \{ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \} + \{ {}^t\tilde{S} \}^T [\tau_{\Delta C}^{(TE)}] \{ \tau_{\Delta E} \} + \right. \\ \left. - \{ \tau_{\Delta E}^{(VP)} \} - \{ \tau_{\Delta E}^{(T)} \} - \{ \tau_{\Delta E}^{(F)} \} - \{ \tau_{\Delta E}^{(R)} \} \right] - {}^tA \quad (32c)$$

$$\{^t\tilde{S}^*\} = \frac{\{^t\tilde{S}\}}{\{^t\tilde{S}\}^T [{}^tC^{(TE)}] \{^t\tilde{S}\} + \frac{2}{3} \sigma_p^2 \left[{}^t\tilde{C} + \frac{2}{3} {}^tE_T \right]}, \quad (32d)$$

gdzie $\{ \}$ oznacza odpowiednio wektor kolumnowy, zaś $\{ \}^T$ transpozycję tego wektora, natomiast $[\]$ oznacza macierz. Składowe wektorów i macierzy występujących we wzorach (32), równe są odpowiednim składowym dewiatorów lub tensorów we wzorach (31).

4. DYSKRETNY MODEL KONSTITUTYWNY PRZYROSTU ODKSZTAŁCEN LEPKOPLASTYCZNYCH CIAŁA TEF-TVPF

Stosując dyskretyzację właściwą metodzie elementów skończonych [7], wektor odkształceń lepkoplastycznych $\{^{\tau}\Delta E^{(VP)}\}$, dla typowego elementu skończonego e , można również wyrazić za pomocą przyrostów przemieszczeń jego węzłów ${}^{\tau}\Delta q_i^{(e)}$, jako:

$$\begin{aligned} \{^{\tau}\Delta E^{(VP)}(e)\} = & {}^t\tilde{S}^{**}(e) ([{}^t\tilde{B}^{(e)}]) + \\ & + [{}^{\tau}\Delta q^{(e)}] [{}^t\tilde{B}^{(e)}] \{^{\tau}\Delta q^{(e)}\} + \{^{\tau}\Delta E^{**}(e)\}, \end{aligned} \quad (33)$$

gdzie: $[{}^t\tilde{B}^{(e)}]$ i $[{}^t\tilde{B}^{(e)}]$ jest macierzą odpowiednio liniowej i nieliniowej zależności przyrostu odkształceń od przyrostu przemieszczeń punktów węzłowych, $[{}^{\tau}\Delta q^{(e)}]$ i $\{^{\tau}\Delta q^{(e)}\}$ jest odpowiednio macierzą i wektorem kolumnowym przyrostu całkowitych przemieszczeń punktów węzłowych na rozpatrywanym kroku. Pozostałe wielkości we wzorze (33) są identyczne, jak we wzorze (32a).

5. MODEL KONSTITUTYWNY PRZYROSTU ODKSZTAŁCENÍ CAŁKOWITYCH CIAŁA TEF-TVPF

Model konstytutywny przyrostu odkształceń całkowitych otrzymuje się po podstawieniu wzoru (32a) do wzoru (1b), zapisanego w postaci macierzowej oraz po przekształceniu otrzymanego równania względem wektora kolumnowego $\{^t \Delta E\}$. Model ten ma postać:

$$\{^t \Delta E\} = \frac{1}{1 - \tilde{S}^{**}} (\{^t \Delta E^{(E)}\} + \{^t \Delta E^{(T)}\} + \{^t \Delta E^{(F)}\} + \{^t \Delta E^{**}\}) \quad (34a)$$

gdzie:

$$\{^t \Delta E^{(E)}\} = [^t D^{(TE)}] \{^t \sigma\} + [^t \Delta D^{(TE)}] \{^t \sigma\}, \quad (34b)$$

$$\{^t \Delta E^{(T)}\} = ({}^t \kappa \quad {}^t T - {}^t \kappa \quad {}^t T) \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}, \quad (34c)$$

$$\{^t \Delta E^{(F)}\} = {}^t \Delta \xi \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}, \quad (34d)$$

natomiast skalar \tilde{S}^{**} określony jest wzorem (32b), a wektor $\{^t \Delta E^{**}\}$ - wzorem (32c).

6. ALGORYTM OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Z postaci wzorów (32) i (33) wynika, że w celu obliczenia przyrostu odkształceń lepkoplastycznych konieczne jest zastosowanie procedury iteracyjnej. Z założenia znane są wszystkie wielkości charakteryzujące konfigurację ciała w czasie t , tj. ${}^t \tilde{S}_{ij}$, ${}^t C_{ijkl}^{(TE)}$, ${}^t \sigma_{ij}$, ${}^t \kappa$, ${}^t \tilde{C}$, ${}^t \sigma_p$, ${}^t E_T$, ${}^t \dot{E}_T$, ${}^t T_T$ i ${}^t T$. Natomiast przyrosty ${}^t \Delta E_{eq}^{(VP)}$ i ${}^t \Delta T$ są nieznane i są funkcjami poszukiwanych składowych ${}^t \Delta E_{ij}^{VP}$. Z kolei nieznane składowe przyrostu tensora odkształcenia cieplnego i składowe ${}^t \Delta C_{ijkl}^{(TE)}$ przyrostu tensora Hooke'a zależą od przyrostu temperatury. Proponowany algorytm postępowania dla i-tej iteracji jest następujący:

krok 1: rozwiązujemy przyrostowy układ równań, dyskretyzowany za pomocą metody elementów skończonych. Otrzymujemy przyrosty przemieszczeń punktów węzłowych $\tau_{t \Delta q_1}$ analizowanego problemu [7].

krok 2: obliczamy przyrost odkształcenia całkowitego $\tau_{t \Delta E_{1j}}^{(1)}$ wewnątrz elementu skończonego, który jest funkcją przyrostu przemieszczeń węzłów tego elementu:

$$\tau_{t \Delta E_{1j}}^{(1)} = \tau_{t \Delta E_{1j}}^{(1)} (\tau_{t \Delta q_1}).$$

krok 3: obliczamy przyrost temperatury $\tau_{\Delta T}^{(1)}$, rozwiązując równanie przewodnictwa Fouriera, uwzględniając w nim obliczony przyrost odkształcenia lepkoplastycznego $\tau_{t \Delta E_{1j}}^{VP(i-1)}$ w i-1 tej iteracji.

krok 4: obliczamy intensywność odkształcenia lepkoplastycznego $\tau_{t \Delta E_{eq}}^{VP(i)}$, wykorzystując odkształcenia lepkoplastyczne $\tau_{t \Delta E_{1j}}^{VP(i-1)}$ w i-1 tej iteracji.

krok 5: obliczamy intensywności prędkości odkształcenia lepkoplastycznego $\dot{E}_e^{VP(i)}$ i $\dot{E}_e^{VP(i)}$ odpowiednio na początku i na końcu kroku, stosując jedną ze znanych metod aproksymacji, np. metodę różnic centralnych. Po czym obliczamy przyrost intensywności prędkości odkształcenia lepkoplastycznego:

$$\tau_{\Delta \dot{E}_{eq}}^{(VP)(i)} = \dot{E}_{eq}^{(VP)(i)} - \dot{E}_{eq}^{(VP)(i-1)}$$

krok 6: dla przyrostu temperatury $\tau_{\Delta T}^{(1)}$ obliczamy przyrost odkształcenia liniowego $\tau_{\Delta \xi}^{(1)}$ i składowe $\tau_{\Delta C_{ijkl}}^{(TE)(i)}$ przyrostu tensora Hooke'a.

krok 7: obliczamy składowe $\tau_{t \Delta E_{1j}}^{(VP)(i)}$ tensora przyrostu odkształceń lepkoplastycznych ze wzorów (32), a następnie całkowite odkształcenia lepkoplastyczne $\tau_{t \Delta E_{1j}}^{(VP)(i)}$.

krok 8: sprawdzamy kryterium zbieżności procesu iteracyjnego wykorzystując na przykład warunek:

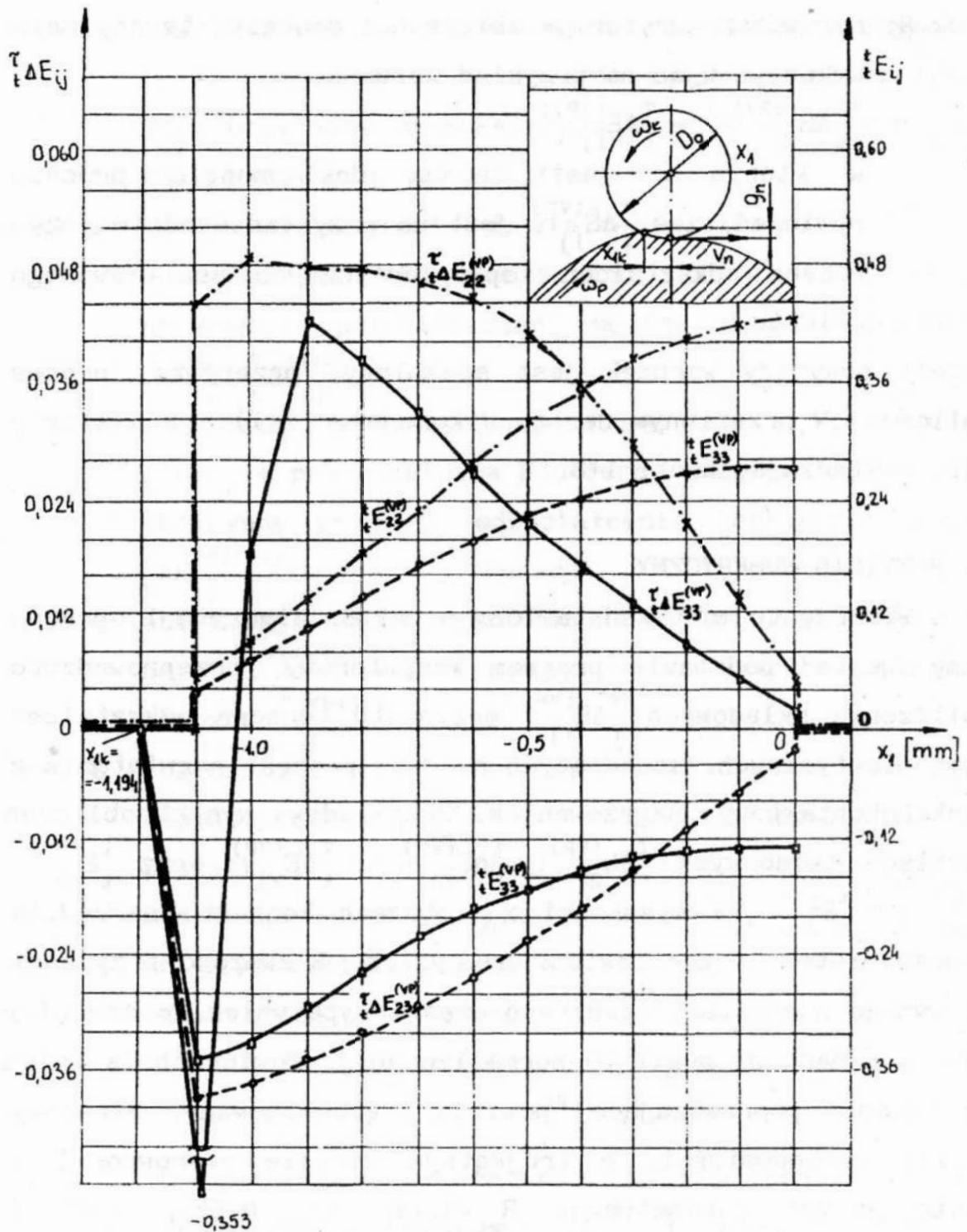
$$\left| \tau_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)(i)} - \tau_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)(i-1)} \right| < \varepsilon$$

w którym ε jest zadaną dokładnością procesu obliczeń, zaś $\tau_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$ jest na przykład średnim przyrostem odkształceń lepkoplastycznych analizowanego obiektu.

Jeżeli powyższy warunek jest spełniony, przerywamy proces obliczeń. W przeciwnym razie, wykonujemy (i+1) - szą iterację, powtarzając kroki 1+8.

7. PRZYKŁAD NUMERYCZNY

Wykorzystując przedstawiony w pkt.6, algorytm i opracowany na tej podstawie program komputerowy, przeprowadzono obliczenia składowych $\tau_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$ przyrostu tensora odkształceń lepkoplastycznych, zachodzących podczas procesu nagniatania z elektrokontaktowym nagrzewaniem. Przykładowe wyniki obliczeń rozkładu składowych $\tau_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$, $\tau_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$ i $\tau_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$ oraz $t_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$, $t_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$ i $t_{t \Delta \bar{E}}^{(VP)}$ na wysokości x_{1k} obszaru kontaktu narzędzia z przedmiotem, przedstawiono na rys. 5. Rozważono przypadek sztywnego nagniatania tocznego części typu wałek, o średnicy $\phi 30$, wykonany ze stali 55 normalizowanej. Powierzchnia wałka po obróbce poprzedzającej posiada zdeterminowany, okresowy profil chropowatości, o trójkątnym zarysie nierówności i następujących parametrach: $R_{zt} = 0,142$ mm, $\theta = 55^\circ$, $r_t = 0$ i $S = 0,2$ mm. Nagniatanie realizowane jest w jednym przejściu, krążkiem dwutoroidalno-walcowym o wymiarach: $D_o = 60$ mm, $r_g = 0,3$ mm i $b = 1,2$ mm, wykonanym z węgla S20. Parametry technologiczne nagniatania: posuw $p_n = 0,2$ mm/obr, głębokość nagniatania $g_n = 0,071$ mm, prędkość nagniatania $v_n = 0,95$ m/s,



liczba elementów skończonych LES=5460

liczba węzłów LW=3765

Rys. 5. Rozkład składowych $\tau_{\Delta E_{22}}^{(VP)}$, $\tau_{\Delta E_{23}}^{(VP)}$ i $\tau_{\Delta E_{33}}^{(VP)}$ oraz $t_{E_{22}}^{(VP)}$, $t_{E_{23}}^{(VP)}$ i $t_{E_{33}}^{(VP)}$ na wysokości x_{1k} obszaru kontaktu narzędzia z przedmiotem

natężenie prądu $I=400$ A. Ponadto dla narzędzia (indeks n) i przedmiotu (indeks p), do obliczeń przyjęto następujące dane materiałowe: współczynnik przejmowania ciepła $\alpha_{cT}^{n,P}=5,35$ $W/(m^2K)$, współczynnik rozszerzalności liniowej $\alpha_T^{n,P}=(16+0,01\Delta T)10^{-6}$ $1/K$, przewodność cieplna $\lambda_T^P=46-0,005\Delta T$ $W/(mK)$ i $\lambda_T^n=13,2207-0,0032\Delta T$ $W/(mK)$, rezystywność $\rho_{1T}^P=15(1+0,00196\Delta T)10^{-8}$ Ωm i $\rho_{1T}^n=57,6(1+0,00282\Delta T)10^{-8}$ Ωm , masa właściwa $\rho_T^{n,P}=7850/(1+3\alpha_T^{n,P}\Delta T)$ kg/m^3 , ciepło właściwe $c^{n,P}=484+0,01\Delta T$ $J/(kg K)$, współczynnik tarcia $\mu_T=0,02(1-0,003v_r)(1-0,000015\Delta T)$, termodynamiczne naprężenia uplastyczniające ($a=-0,0002$, $b=0,0199$, $c=-0,002$, $d=0,0067$, $T_1=453$ K, $T_2=773$ K, $T_3=957$ K, $T_4=1060$ K, $\phi_0=0,0066$, $n_1=0,18$, $n_2=0,15$, $n_3=1$, $n_4=0,5$, $A=1,737$, $B=0,043$, $R_e=924$), dokładność obliczeń $\epsilon=0,001$.

LITERATURA

1. K. J. BATHE, E. L. WILSON: Numerical method in finite element analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1976.
2. M. A. EISENBERG, A. PHILIPS.: On Nonlinear Kinematic Hardening. Acta Mechan., v. 5, 1968, s. 1+13.
3. M. GRZYMKOWSKI: Metody analizy procesów obróbki plastycznej metali. Część I, II, III i IV. Prace IPPT nr 35. PAN, Warszawa, 1982.
4. Ju. I. KADESEVIC, V. V. NOVOZIŁOV: Teorija plasticnosti, ucitivajuscaja ostatocnyje mikronapraženija. Prikl. Mat. Mech., t.1, Nr 22, 1958, s. 78+89.
5. M. KLEIBER: Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum. PWN, Warszawa-Poznań, 1985.
6. L. KUKIELKA: Modele naprężeń uplastyczniających materiałów metalicznych dla przestrzennych problemów brzegowo-początkowych w fizycznie i geometrycznie nieliniowej termodynamice kontinuum. VII OKNT nt. Tendecje rozwojowe w technologii maszyn. PAN-WSInż. Zielona Góra, 1992, s. 115+121.

7. L. KUKIELKA: Processus d'usure du solide TEVPF induite sous petits debattements. Modelisation par méthodes variationnelle et éléments finis. Rapport ECL Lyon, 1992, p. 64.
8. L. KUKIELKA: Przyrostowa analiza procesu nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem. Prace Katedr Wydziału Mechanicznego WSInż.Koszalin w zakresie technologii maszyn. Posiedzenie Sekcji Podstaw Technologii Komitetu Budowy Maszyn PAN, 1993, s. 62+75.
9. N.N. MALININ, J. RZYSKO: Mechanika materiałów, PWN, Warszawa, 1981.
10. Z. MRÓZ, H.P. SHRIVASTOVA, R.N. DEBEY: A Non-linear Hardening Model and its Application to Cyclic Loading. Acta Mech., v. 25, 1976, s. 51+61.
11. P. PERZYNA: Teoria lepkoplastyczności. PWN, Warszawa, 1966.
12. P. PERZYNA: Termodynamika materiałów niesprężystych. PWN, Warszawa, 1978.
13. W. PRAGER: The theory of plasticity: a survey of recent achievements, Proc. Inst. Mech. Eng. nr 169, 1955, s. 41+57.
14. W. PRZYBYLSKI: Technologia obróbki nagniataniem. PWN. Warszawa, 1987.
15. K. WIECZOROWSKI i zespół: Badanie fizyki skrawania i dogniatania z zastosowaniem dodatkowego prądu płynącego w układzie OPN. Sprawozdanie dla IPPT PAN w ramach problemu węzłowego 05.1. Etap I, II, III, IV i V. ITBM Politechnika Poznańska, Poznań 1976+1980 (niepublikowane).
16. H. ZIEGLER: A Modificatrion of Prager's Hardening Rule. Quart. App. Math. v. 17, 1959, s. 55+65.
17. M. ZYCZKOWSKI: Obciążenia złożone w teorii plastyczności. PWN, Warszawa, 1973.

STRESZCZENIE

W pracy wyprowadzono ciągły i dyskretny model konstytutywny odkształceń lepkoplastycznych materiału metalicznego TEF-TVPF w warunkach realizacji procesów termodynamicznych, dla przypadku wzmocnienia mieszanego i przestrzennych stanów odkształcenia. Przyjęto przemieszczeniowe ujęcie metody elementów skończonych oraz nieliniowość geometryczną, materiałową i cieplną, duże przemieszczenia w uaktualnionym opisie J.L. Lagrange'a. Założono, że wszystkie własności materiału zależą od temperatury. Podano sposób wykorzystania

modelu dla przypadków szczególnych, tj. wzmocnienia izotropowego lub kinematycznego, procesów izotermicznych, ciał nielepkich itd. Podano propozycję algorytmu i przykład numeryczny obliczania odkształceń lepkoplastycznych.

**CONSTITUTIVE MODEL OF VISCOPLASTIC STRAIN OF THE TEF-TVPF
SOLID UNDER NON-LINEAR REALIZATIONS OF THERMODYNAMIC
MACHINING PROCESSES AND EXPLOITATION OF MACHINE PARTS**

Summary

In the work, continuous and discrete constitutive model has been derived covering viscoplastic strain of TEF-TVPF processes realization, in the case of mixed reinforcement and spatial deformation states. Displacement approach has been taken to the finite element method as well as material and thermal geometrical non-linearity with big displacements in the updated J.L. Lagrange's description. It was assumed that all the material properties are dependent on temperature. The way of model application for particular cases is given, that is for kinematic and/or isotropic reinforcement, isothermic processes, non-viscotic bodies, etc. Algorithm example and numerical example for viscoplastic deformation calculation are presented.

Leon Kukiełka
Wiesław Cienkowski
Henryk Fabian

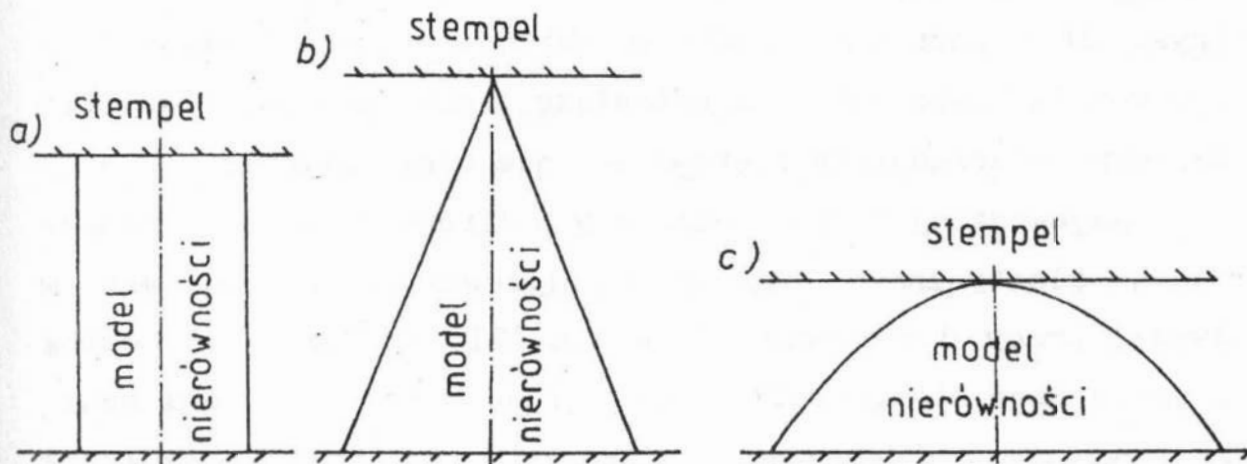
**MODELOWE BADANIA MECHANIZMU PLASTYCZNEGO PŁYNIĘCIA
NIERÓWNOŚCI SYMETRYCZNYCH TRÓJKĄTNYCH I TRAPEZOWYCH
W PROCESIE ZGNIOTU PŁASKIM STEMPEM**

1. WPROWADZENIE

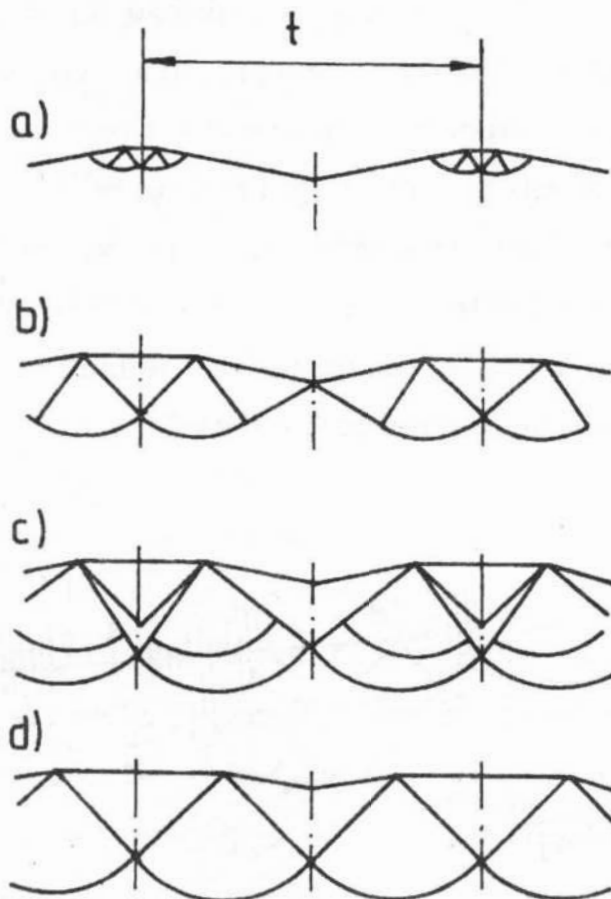
Świadome konstytuowanie warstwy wierzchniej w procesie obróbki plastycznej jest niemożliwe bez znajomości mechanizmu plastycznego płynięcia materiału kształtowanego przedmiotu. Proces ten jest jednak bardzo złożony, uwarunkowany przez wiele czynników, których wpływ jest jeszcze niedostatecznie rozpoznany lub wręcz nieznan. Nieznany jest zwłaszcza wpływ geometrii nierówności na mechanizm jej odkształcania. Dla celów analizy tego mechanizmu zakłada się, że mikrogeometrię powierzchni stanowią regularne bryły, których kształty (właściwości) z wystarczającą dokładnością odpowiadają kształtom (właściwościom) rzeczywistych nierówności powierzchni. W dotychczasowych rozważaniach procesów plastycznego zgniatania nierówności powierzchni posługiwano się figurami, których przekroje stanowią prostokąt, trójkąt, wycinek koła (rys. 1) [2, 8].

Na przykład, nierówności powierzchni o przekroju trójkąta wykorzystywali w swoich badaniach N. Bay i T. Wanheim [2], którzy analizowali procesy zgniatania nierówności twardą płytą o gładkiej powierzchni. Stwierdzili oni, że podczas zgniatania plastycznego nierówności powierzchni

Zeszyt Naukowy nr 15 Wydziału Mechanicznego WSInż.,
Koszalin 1993



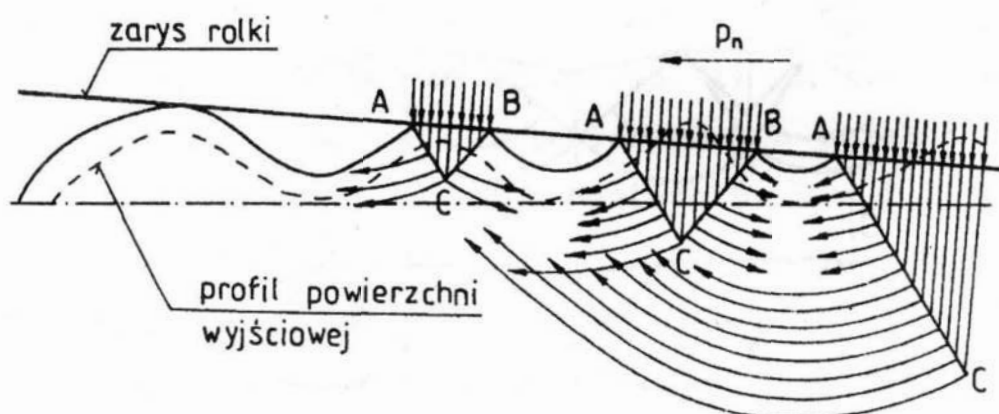
Rys.1. Płaskie modele nierówności powierzchni o przekroju: a - prostokąta, b - trójkąta, c - wycinka koła [2, 7]



Rys.2. Rozwój pól linii poślizgu przy odkształcaniu nierówności powierzchni wysokimi ciśnieniami

wysokimi ciśnieniami następuje zgniatanie wierzchołków (rys. 2) i podnoszenie się wgłębień do prawie całkowitego wyrównania powierzchni, a odległość między punktami odpowiadającymi wierzchołkom nierówności nie ulega zmianie.

Najbardziej rozpowszechniony w literaturze technicznej, model plastycznego płynięcia nierówności przedstawił w swojej pracy doktorskiej H. König [3]. Analizując przebieg procesu nagniatania rolką, wysunął on hipotezę, która mówi, że powstałe pod wpływem nacisku rolki naprężenia wzdłużne mają największą wartość na powierzchniach styku i maleją w głąb materiału, tworząc charakterystyczne dla ściskania kliny naprężeń ABC (rys. 3). W wyniku tego, następuje płynięcie materiału przylegającego do boków klinów AC i BC w kierunku swobodnej powierzchni wgłębienia nierówności, gdzie napotyka na mniejsze opory. Wgłębienia nierówności podnoszą się aż do styku z elementem nagniatającym, co kończy omawiany proces. Obrabiana powierzchnia nie ma żadnych nieciągłości. Schemat ten potwierdza doświadczalnie W. Przybylski [7]. Hipoteza Königa nie uwzględnia jednak odkształceń w płaszczyźnie prostopadłej do osi rolki.



Rys.3. Schemat mechanizmu odkształceń plastycznych podczas nagniatania według H. Königa [3]

Badania nad określeniem mechanizmu plastycznego płynięcia materiału nierówności w procesie zgniotu, mimo iż są prowadzone w wielu ośrodkach w kraju (ART Bydgoszcz, Politechnika Warszawska, Politechnika Częstochowska, Politechnika Gdańska, WSIInż. w Koszalinie) i za granicą (Cambridge University, Technische Hochschule Aschen, Delf University, INSA Lyon, Texas University, CNITMAŠ Moskwa ...), nie dały jak dotąd, ścisłych i jednoznacznych rozwiązań, które mogłyby być wykorzystane do sformułowania modelu przebiegu procesu odkształcania nierówności o dowolnej geometrii. Wnioski z dotychczas przeprowadzonych badań są często niekompletne lub nawet przeciwstawne, zatem istnieje konieczność prowadzenia dalszych badań w tym zakresie.

Celem niniejszej pracy jest określenie:

- a) wpływu właściwości mechanicznych materiału umacniającego się na mechanizm plastycznego płynięcia symetrycznych nierówności trójkątnych i trapezowych,
- b) mechanizmu plastycznego płynięcia tych nierówności w procesie zgniotu płaskim stemplem, dla różnych warunków tarcia w obszarze kontaktu.

W badaniach zastosowano metodę wizjoplastyczności, polegającą na wizualizacji trajektorii plastycznego płynięcia cząstek materialnych kształtowanego materiału. W metodzie tej, kinematykę plastycznego płynięcia bada się w oparciu o obserwację i pomiary siatki koordynacyjnej, naniesionej na obiekt rzeczywisty lub modelowy. Oczywiście, prowadzenie badań na materiałach rzeczywistych (metalowych) jest skomplikowane i pracochłonne, niekiedy wręcz niemożliwe, stąd też światowe tendencje do zastępowania ich tzw.

"tworzywem modelowym". Jest ono znacznie łatwiejsze w obróbce (przygotowanie modelu), a dla uzyskania zadanego odkształcenia, wymaga znacznie mniejszych sił (mniejsze zapotrzebowanie energetyczne, mniejsze urządzenia). Często też obiekt modelowy jest większy od obiektu rzeczywistego, co pozwala w prostszy sposób uzyskać odpowiednią dokładność pomiarów geometrycznych. Transponowanie wyników badań modelu na obiekt rzeczywisty możliwe jest jednak tylko wówczas, gdy obiekt z tworzywa modelowego z obiektem rzeczywistym tworzą system obiektów ekwiwalentnych, o określonej skali podobieństwa (reologicznej, geometrycznej i czasowej).

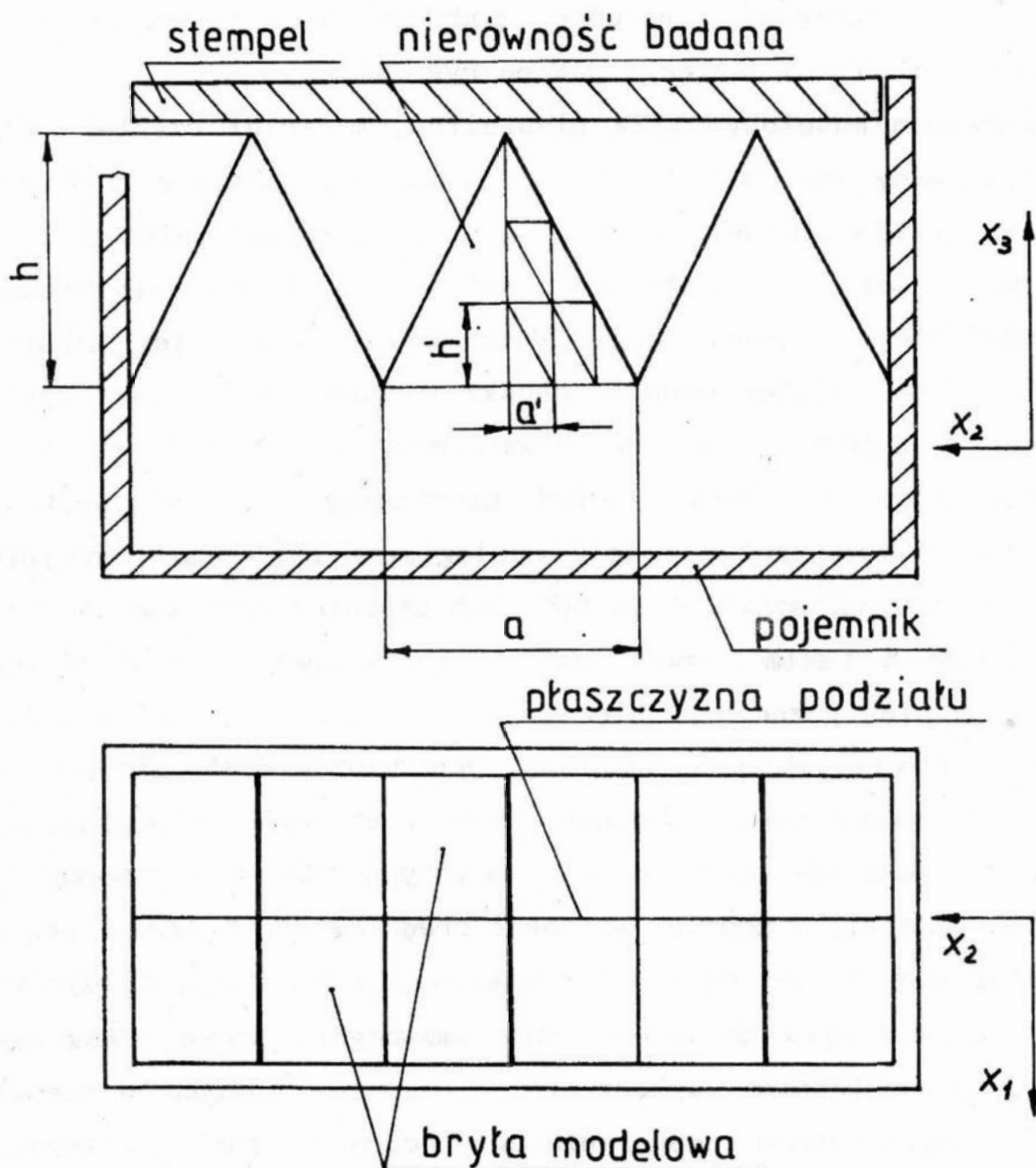
2. PRZEDMIOT BADAŃ

Badaniami objęto 11 modeli nierówności symetrycznych, trójkątnych i trapezowych, o geometrii, jak w tabeli 1.

Tabela 1.

Zarys	Lp	Geometria modelu		
		θ	a	h
		[$^{\circ}$]	[mm]	[mm]
trójkątny	1	45	100	50.00
	2	60	60	51.96
	3	55	75	53.56
	4	30	76	21.94
	5	15	75	10.05
	6	22.5	71	14.70
	7	20	79	14.38
	8	17.5	78	12.30
	9	50	71	42.30
trapezowy	10	45	135	48.00
	11	70	148	48.00

Kształt bryły modelowej przedstawiono na rys. 4. Badano tylko nierówność środkową.

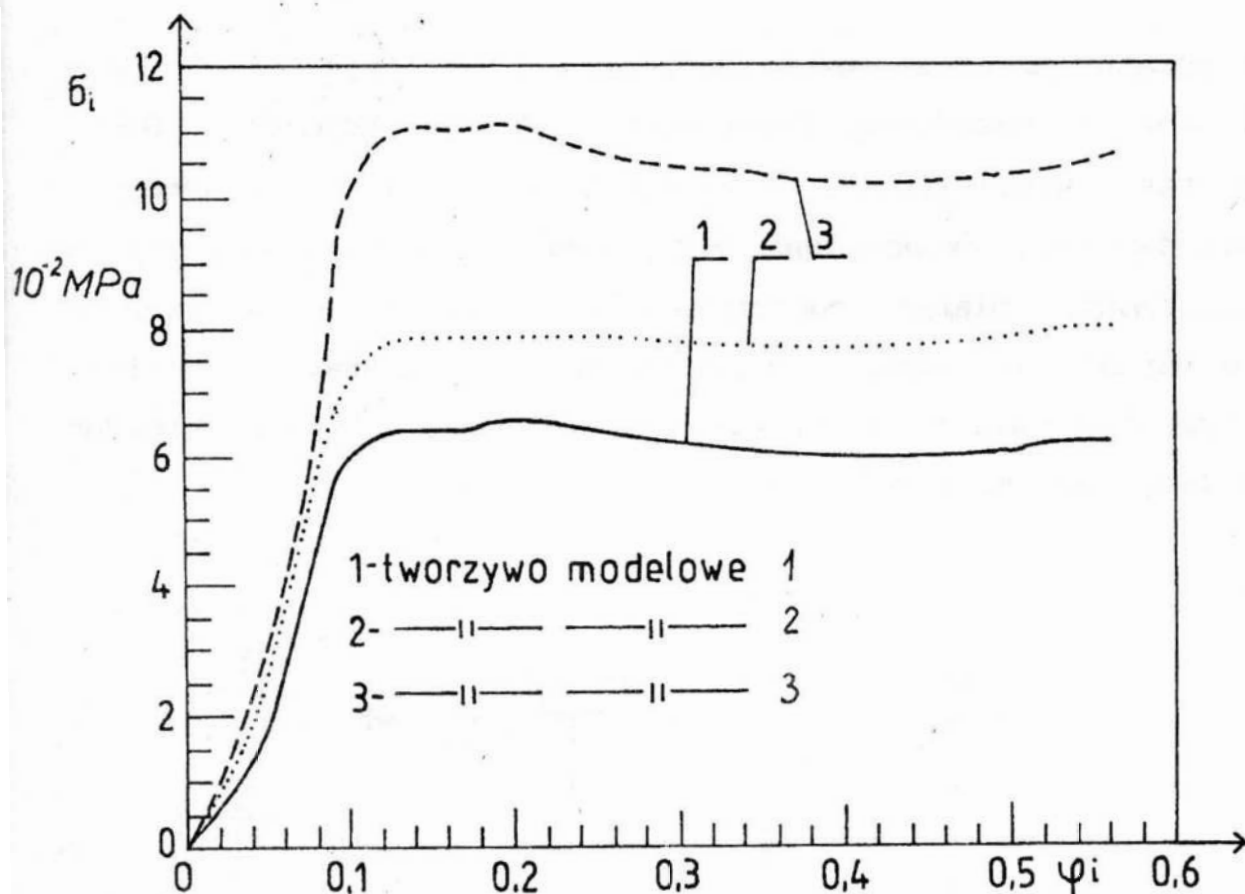


Rys.4. Schemat stanowiska do badań modelowych przemieszczeń węzłów [4]

W celu uniemożliwienia przemieszczenia materiału w kierunku osi X_1 (warunek uzyskania płaskiego stanu naprężenia), dwie

identyczne bryły modelowe składano tak, aby naniesiona siatka koordynacyjna znajdowała się w płaszczyźnie podziału (rys. 4). Wymiary klina i naniesionych trójkątnych elementów siatki, spełniały warunek podobieństwa geometrycznego: $a/2h = a'/h'$ (oznaczenia jak na rys. 4).

Tworzywem modelowym była plastelina, materiał często wykorzystywany do jakościowej i ilościowej analizy procesów obróbki plastycznej. Zastosowanie plasteliny wynika z: jej dostępności, łatwej obrabialności, plastyczności, możliwości modyfikacji i regeneracji. Podstawowym składnikiem plasteliny jest: węglan wapnia, środki wiążące (woda, tłuszcze), środki zmiękczające lub utwardzacze oraz barwniki [8]. Dobierając odpowiedni skład mieszaniny tych składników, można tworzyć różne modele reologiczne ciał (np. idealnie plastycznych, sztywno plastycznych umacniających się, itp.), a także o takim samym modelu reologicznym, lecz o różnym oporze plastycznego płynięcia. W badaniach stosowano plastelinę o własnościach umacniających się i o zróżnicowanym oporze plastycznym. Własności te sprawdzono na wielozadaniowej maszynie wytrzymałościowej typu 1231 U10, produkcji ZSRR. Próbki, w postaci walców o średnicy $D = 0.02$ m i wysokości $H = D$, ściskano z prędkością $V = 8.3 \cdot 10^{-2}$ m/s. Wyniki badań posłużyły do opracowania umownego wykresu odkształcenia. Następnie, wykorzystując metodę obliczania przestrzennego stanu naprężenia w beczie (opracowane przez N.N. Dawidenkova i N.J. Spiridonową), uzyskano rzeczywisty wykres ściskania badanych tworzyw (rys. 5).



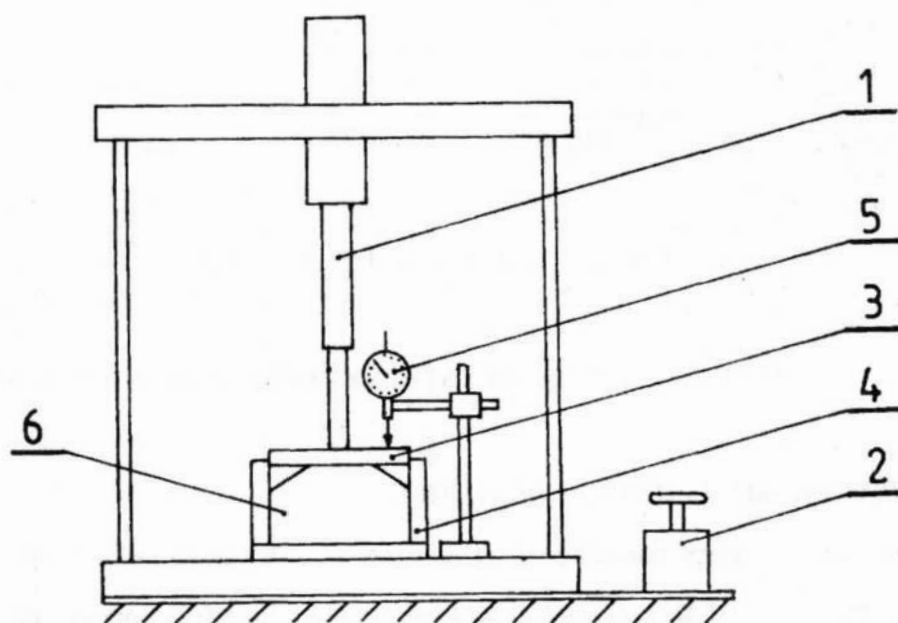
Rys.5. Rzeczywiste wykresy ściskania tworzywa modelowego

3. WARUNKI BADAŃ I METODA POMIARÓW

Badania przeprowadzono na stanowisku pomiarowym pokazanym na rys. 5. Dwie bryły modelowe umieszczano w prostopadłościennym, rozbieralnym pojemniku, o sztywnych ściankach. Ścianki boczne pojemnika smarowano silikonem w celu wyeliminowania wpływu sił tarcia. Dla uzyskania różnych warunków tarcia w strefie kontaktu, powierzchnię stempla: smarowano silikonem (brak tarcia - skrót: BT), pozostawiano bez smarowania (tarcie μ_1 - skrót: BS), lub przyklejano do niej papier ścierny (tarcie $\mu_2 > \mu_1$ - skrót: ZT). Poziomy stempel przemieszczano z dokładnością ± 0.001 mm.

W kolejnych stadiach procesu ściskania modelu, obserwowano nierówności i fotografowano deformację naniesionej siatki

trójkątnych elementów skończonych. Następnie, za pomocą tensometru nasadowego Hugenberga, z dokładnością do 0.001mm, mierzono współrzędne x_2 i x_3 węzłów leżących na osi symetrii nierówności. Eksperyment przeprowadzono zgodnie z pięciopoziomowym planem rotalnym [6]. Stosowano pięciokrotną powtarzalność badań. Przemieszczenia pozostałych węzłów, przy założeniu nieściśliwości materiału, obliczono stosując metodę opisaną w pracy [5].



Rys.6. Stanowisko pomiarowe: 1 - siłownik hydrauliczny, 2 - pompa hydrauliczna, 3 - stempel, 4 - rozbieralny pojemnik, 5 - czujnik zegarowy, 6 - bryła modelowa

4. WYNIKI BADAŃ I ICH ANALIZA

4.1. Wpływ oporu plastycznego tworzywa modelowego na kinematykę płynięcia

W celu określenia wpływu własności mechanicznych materiału umacniającego się, na mechanizm plastycznego płynięcia nierówności, kliny o tej samej geometrii (wykonane z trzech

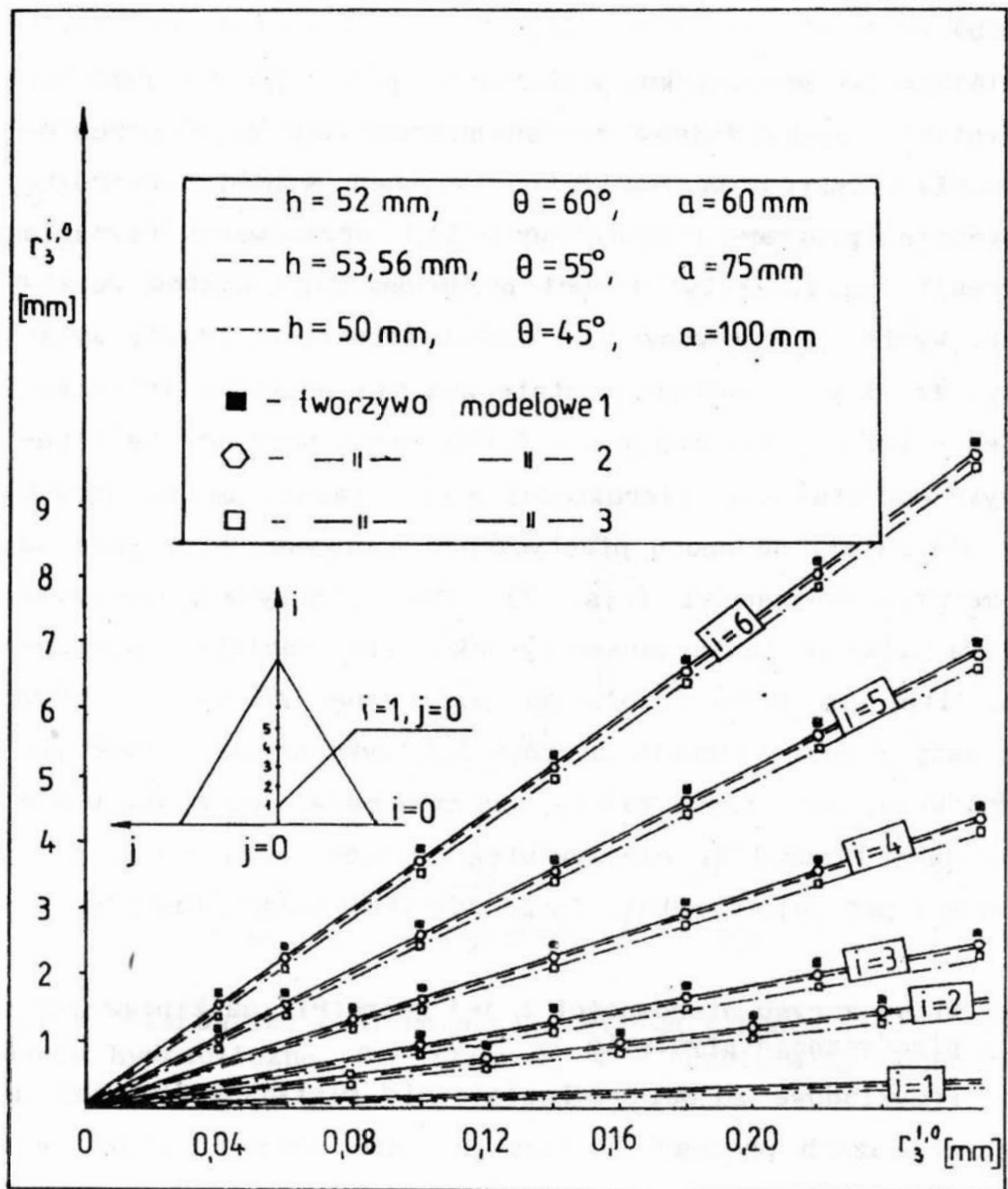
tworzyw modelowych, różniących się oporem plastycznym - rys.5),

zgniatano na stanowisku pomiarowym, pokazanym na rys. 6. Badaniami objęto zmiany zarysu nierówności oraz przemieszczenia punktów węzłowych naniesionej siatki. Stosując następnie program komputerowy [6], opracowano równania regresji i przedziały ufności przemieszczeń punktów węzłowych. Wyniki przeprowadzonych testów istotności różnic wykazały, że (z dokładnością dostateczną dla praktyki inżynierskiej - poziom istotności $\alpha = 0.05$) można przyjąć, że kinematyka odkształcania nierówności w materiałach umacniających się nie zależy od oporu plastycznego tworzywa, a jedynie od geometrii nierówności (rys. 7). Opór plastyczny tworzywa wpływa tylko na takie parametry jak: siła, naciski, naprężenia, itp. Ta prawidłowość ma podstawowe znaczenie, gdyż kinematykę odkształcania nierówności wykonanych z tworzywa modelowego, umacniającego się, można stosować do modelowania i analizy kinematyki rzeczywistego procesu deformacji nierówności przedmiotu metalicznego odkształcanego plastycznie.

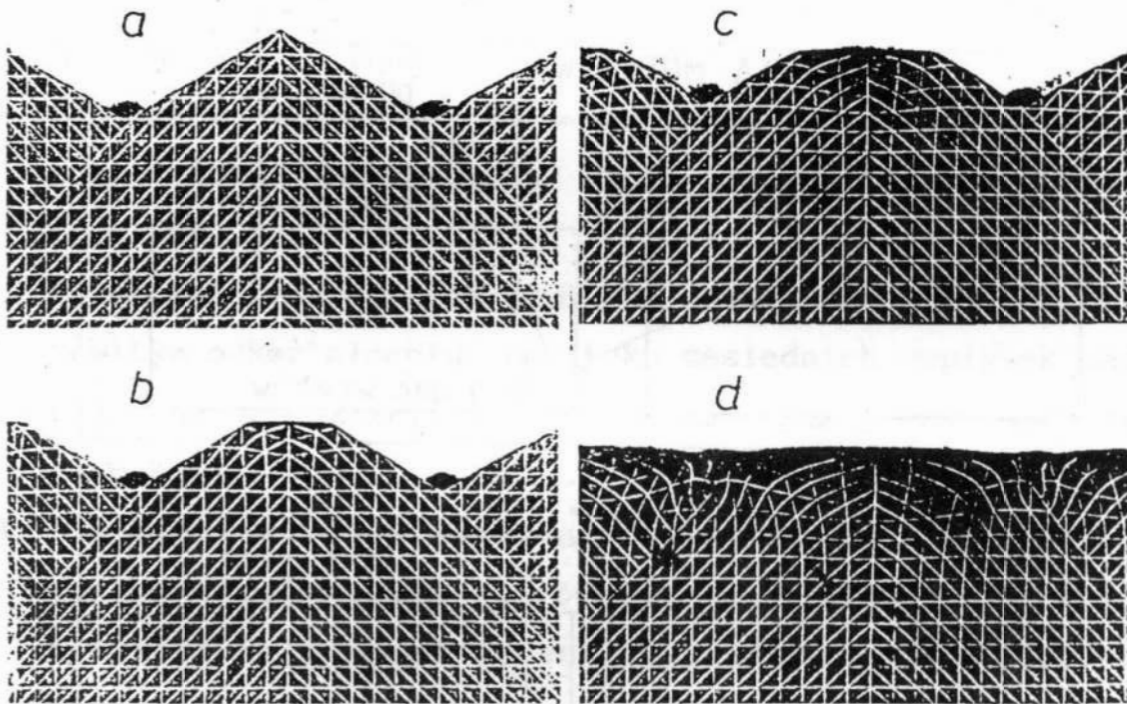
4.2. Wpływ zarysu nierówności i jej geometrii na kinematykę plastycznego płynięcia

Przykładowe zdjęcia odkształcenia siatki trójkątnej w różnych fazach procesu ściskania nierówności trójkątnej przedstawiono na rys. 8, zaś nierówności trapezowej na rys. 9.

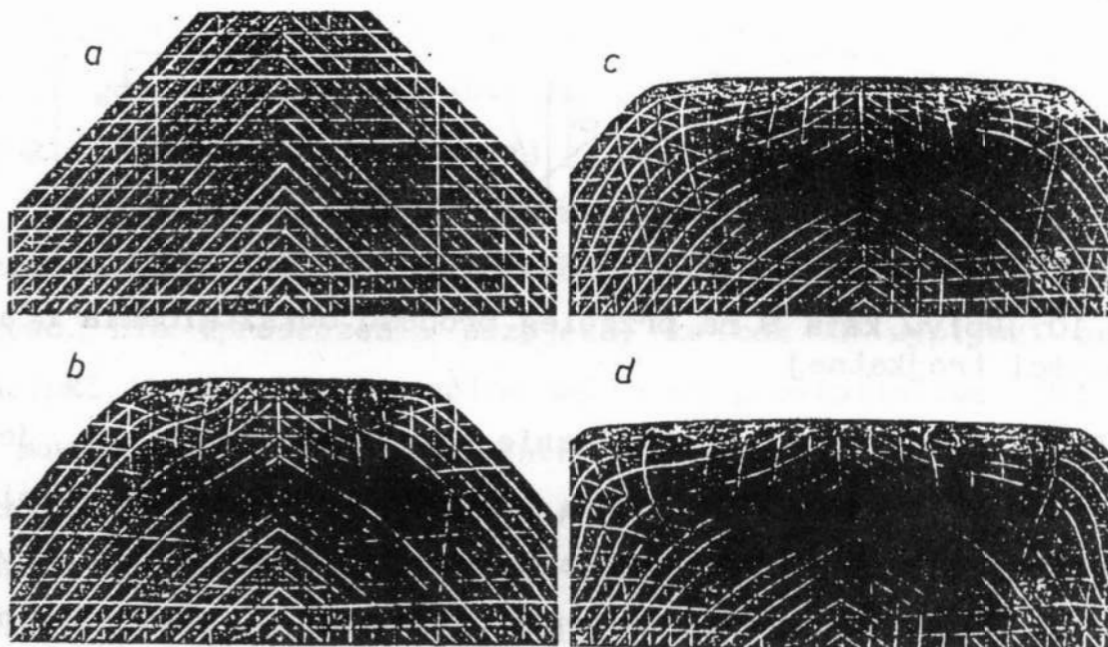
Podczas odkształcania nierówności, zarówno dla zarysu trójkątnego jak i trapezowego, stwierdzono trzy jakościowo różne jego przebiegi, zależne jedynie od kąta θ pochylenia ich boków:



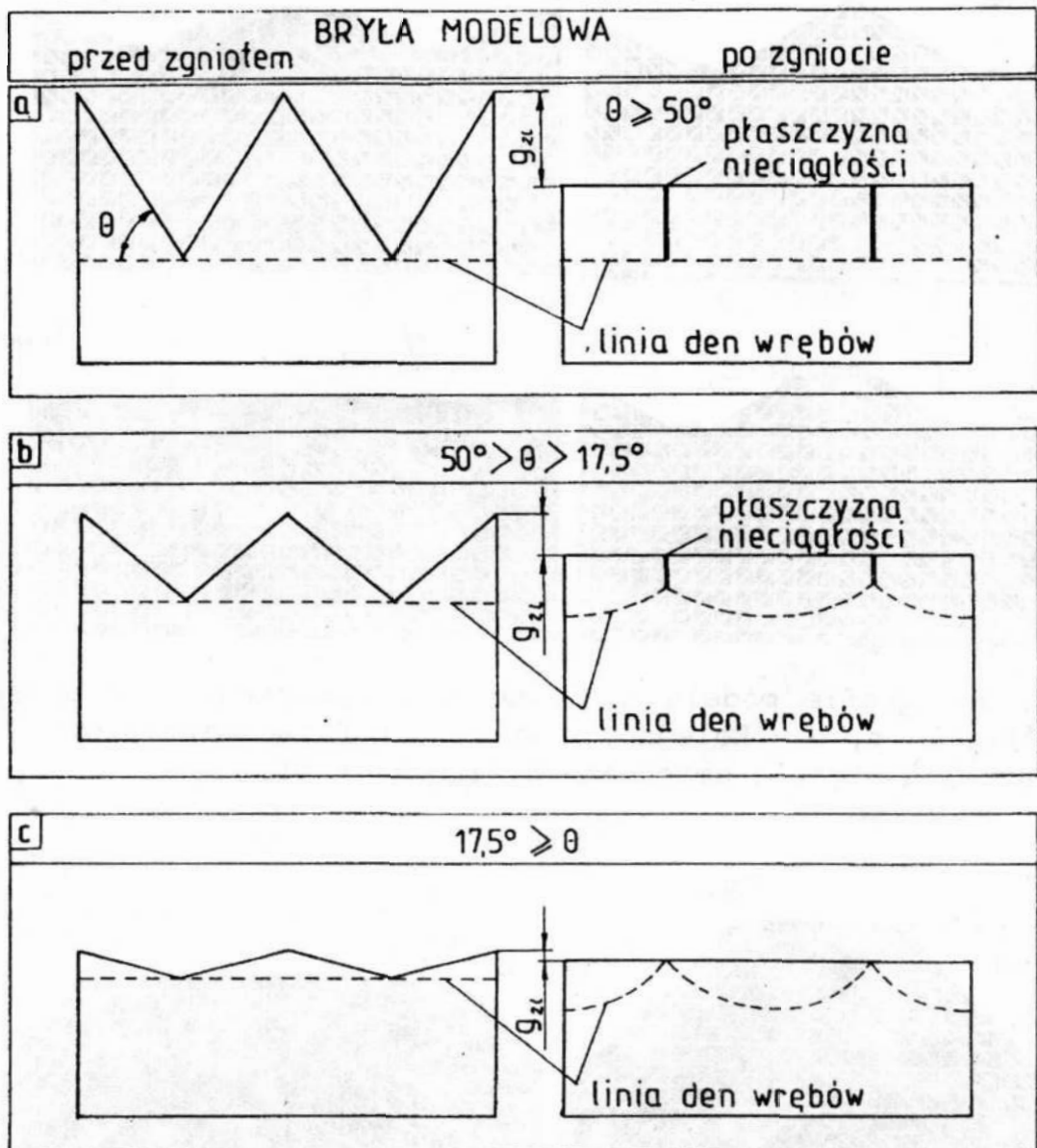
Rys.7. Przemieszczenia pionowe $r_3^{1,0}$ wybranych punktów węzłowych w obszarze II, w zależności $r_3^{1,0}$ od przemieszczenia $r_3^{1,0}$ węzła, dla różnych geometrii nierówności, wykonanych z różnych tworzyw modelowych



Rys.8. Fotografie modelu nierówności trójkątnej: a - przed zgniotem, b, c, d - kolejno, w wybranych fazach zgniotu. Powierzchnia stempla smarowana silikonem - BT



Rys.9. Fotografie modelu nierówności trapezowej: a - przed zgniotem, b, c, d - kolejno, w wybranych fazach zgniotu. Powierzchnia stempla smarowana silikonem - BT



Rys. 10. Wpływ kąta θ na przebieg procesu odkształcania nierówności trójkątnej

1. Dla kątów $\theta \geq 50^\circ$, odkształcenie materiału następuje jedynie w obrębie wysokości nierówności. Wgłębienia nie podnoszą się. Rdzeń materiału pozostaje nieodkształcony. Przy całkowitym odkształceniu widoczne są zdeformowane nierówności, oddzielone od siebie szczelinami (płaszczyznami nieciągłości) (rys. 9a, 10a). Wyrównanie powie-

rzchni następuje wyłącznie w wyniku płynięcia materiału nierówności na boki.

2. Dla kątów $17,5^\circ < \theta < 50^\circ$ następuje zwiększenie strefy odkształceń plastycznych, które obejmują również rdzeń (rys. 9b, 10b).

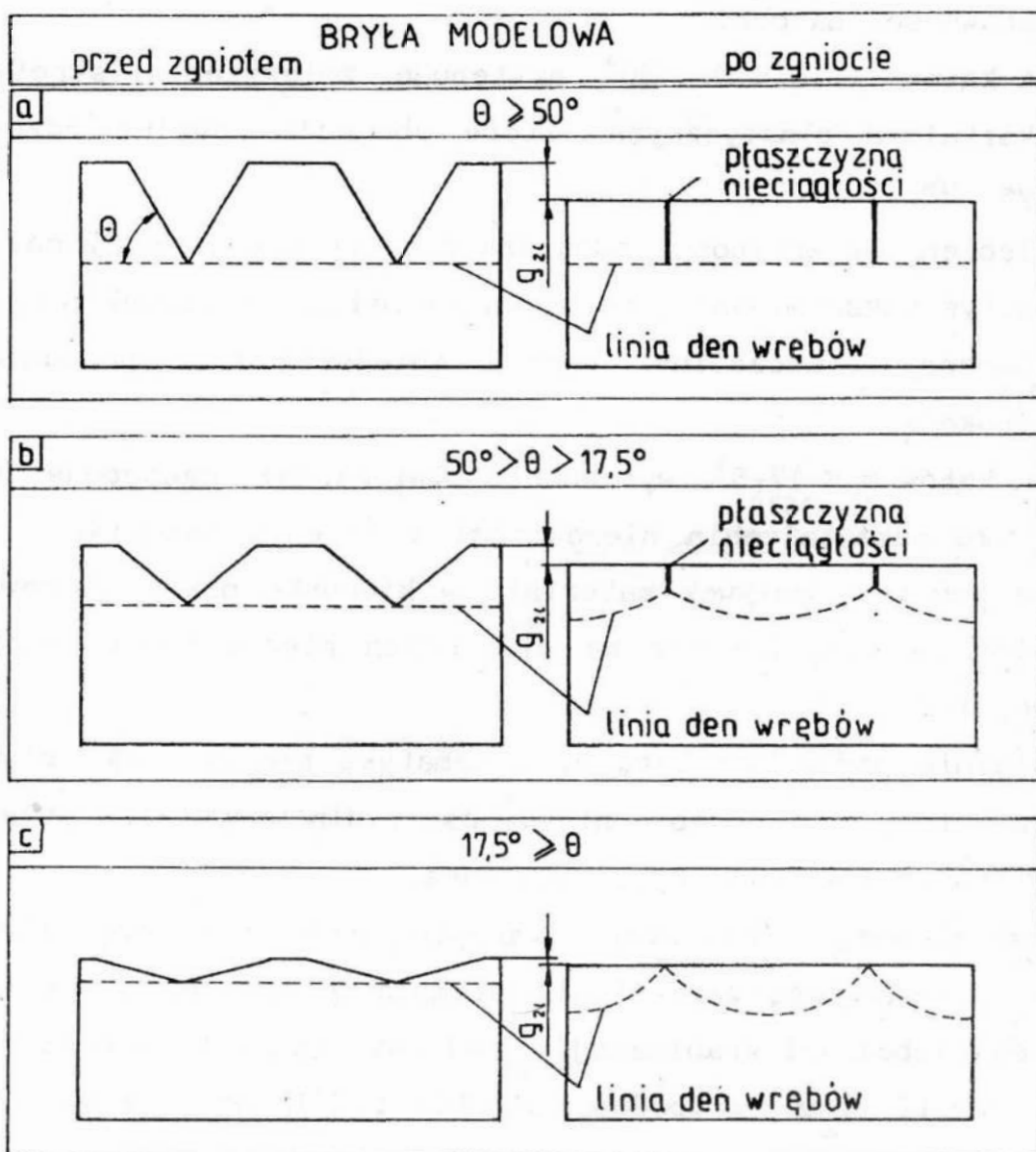
Wgłębienia nierówności podnoszą się, przy czym przy całkowitym odkształceniu, na styku sąsiednich wypływek nadal widoczne są szczeliny, lecz o mniejszej niż uprzednio głębokości.

3. Dla kątów $\theta \leq 17,5^\circ$, wyrównanie powierzchni następuje w wyniku odkształcenia nierówności i rdzenia materiału, a nie kosztem wypływek materiału w kierunku boków nierówności. W warstwie nie ma płaszczyzn nieciągłości (rys. 10c, 11c).

Niezależnie jednak od kąta θ , kinematyka plastycznego płynięcia materiału w obrębie nierówności, dla wszystkich wyżej wymienionych zakresów, była taka sama.

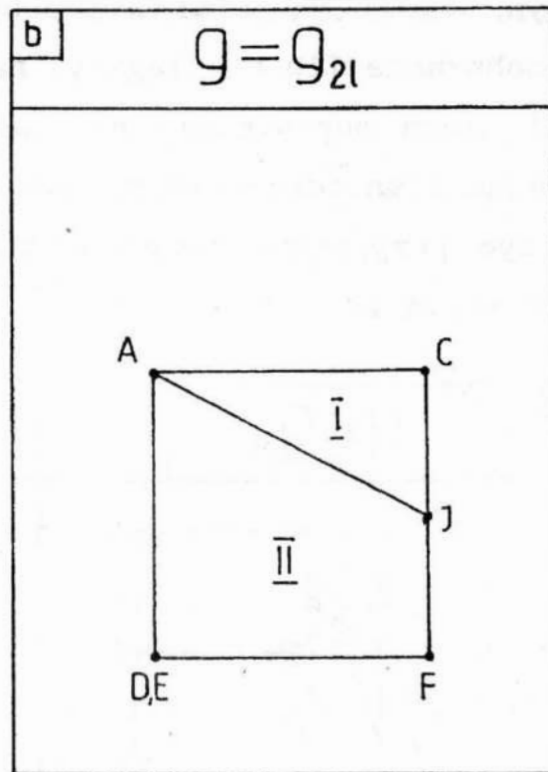
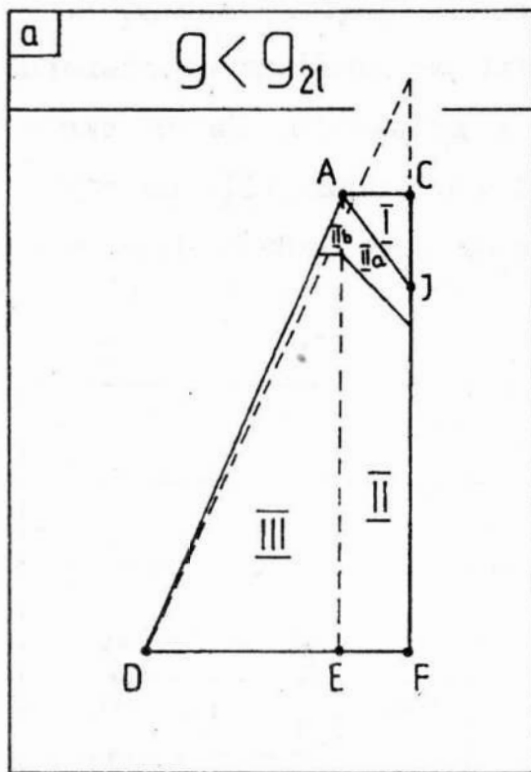
W odkształcanej nierówności o zarysie trójkątnym (rys. 12a, 12b), gdy wielkość zagłębienia stempla g jest mniejsza od drugiej głębokości granicznej g_{21} [4], występują trzy obszary I, II i III oraz dwa podobszary IIa i IIb (rys. 12a). Ze względu na symetrię, rozpatrzono jedynie jedną - lewą ich część. Dla uproszczenia przyjęto, że bok AD wypływki oraz odcinki łączące poszczególne węzły są prostoliniowe. Obszar I powstaje w pobliżu elementu nagniatającego (powierzchni części) i ma kształt trójkąta ABC.

Obszar II ma kształt trapezu ABEF, a obszar III trójkąta ADE. Wraz ze wzrostem zagłębienia stempla obszary I i II zwiększają się. Materiał z obszaru III przechodzi do obszaru II, a materiał z podobszarów IIa i IIb do obszaru I. Gdy



Rys.11. Wpływ kąta θ na przebieg procesu odkształcania nierówności trapezowej

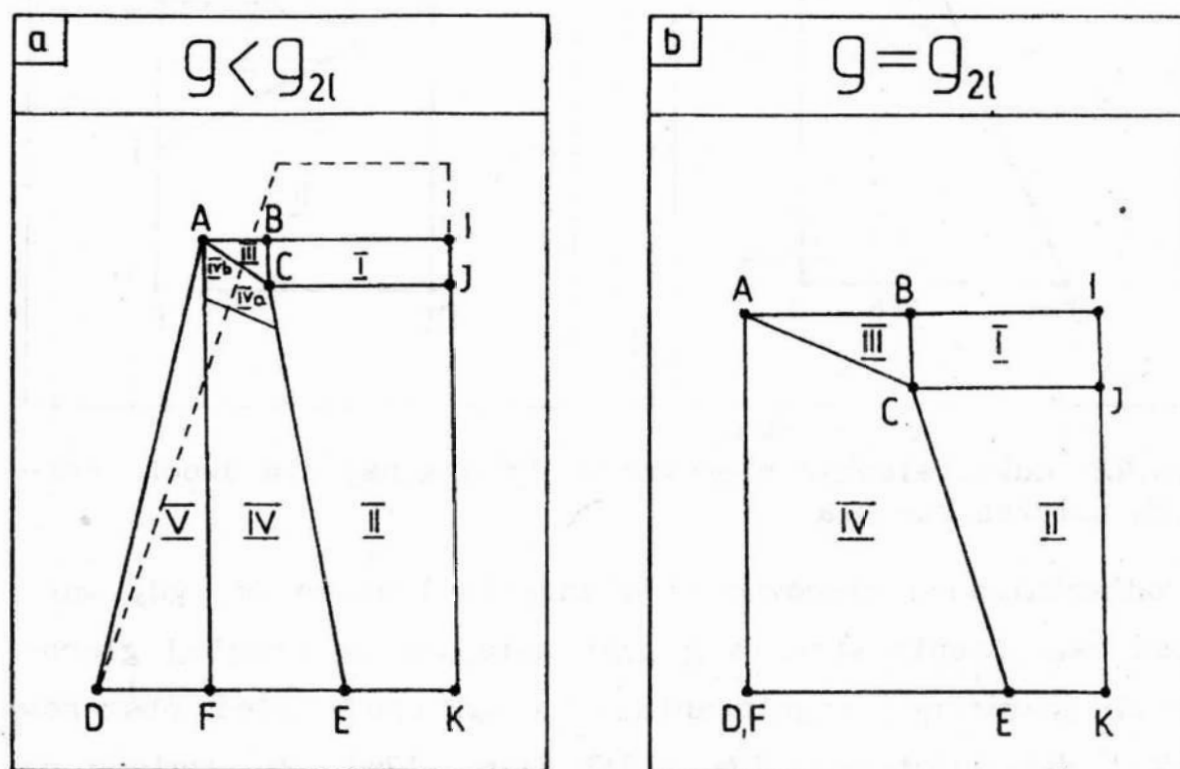
$g = g_{21}$ obszar III zanika (rys. 12b). Materiał w podobszarze IIa jest ściskany, a w podobszarze IIb rozciągany, natomiast przechodząc do obszaru I ulega odpowiednio rozciąganiu i ściskaniu. Zatem, określając stan odkształcania materiału w obszarze I należy uwzględnić historię jego odkształcania w obszarze II i III.



Rys.12. Odkształcanie nierówności trójkątnej dla dwóch różnych położenia stempla

W odkształcaniej nierówności o zarysie trapezowym, gdy wartość zagłębienia stempla g jest mniejsza od drugiej głębokości granicznej nagniatania g_{21} , występuje pięć obszarów I-V i dwa podobszary IVa i IVb (rys. 13a). Ze względu na symetrię nierówności, rozpatrzono jedynie jedną - lewą ich część. Dla uproszczenia przyjęto, że bok AD wypłytki oraz odcinki łączące węzły, są prostoliniowe. Obszar I powstaje w pobliżu elementu nagniatającego (powierzchni części) i ma kształt prostokąta BCIJ. Obszar II ma kształt trapezu CEKJ, obszar III trójkąta ABC, obszar IV trapezu ACEF, natomiast obszar V trójkąta AFD. Wraz ze wzrostem zagłębienia g stempla, obszary I, III i IV zwiększają się. Materiał z obszaru V przechodzi do obszaru IV, a materiał z podobszarów IVa i IVb przechodzi do obszaru III. Gdy $g = g_{21}$ obszar V zanika

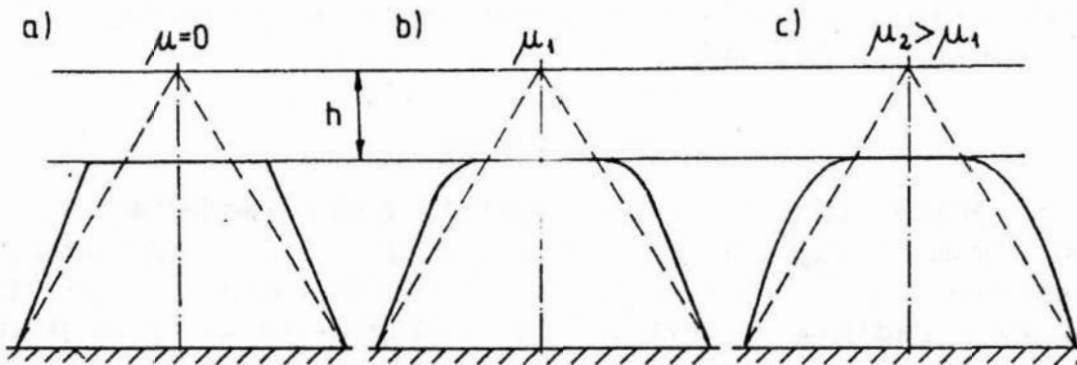
(rys. 12b). Materiał w podobzarze IIa jest ściskany, a w podobzarze IIb rozciągany, natomiast przechodząc do obszaru III ulega odpowiednio rozciąganiu i ściskaniu. Zatem określając stan odkształcenia materiału w obszarze III, należy i w tym przypadku, uwzględnić historię jego odkształcenia w obszarach IV i V.



Rys.13. Odkształcenie nierówności trapezowej dla dwóch różnych położen stempla

Na rysunku 14 przedstawiono wpływ warunków tarcia w obszarze kontaktu na mechanizm plastycznego płynięcia materiału nierówności. Dla warunków BT nie występują siły styczne, działające wzdłuż osi x_2 , zatem kształt zarysu linii nierówności nie zmienia się (rys. 14a). Dla przypadku BS powstają siły styczne, przeciwdziałające przesuwaniu się materiału przylegającego do stempla, co powoduje, że przesunięcie się

materiału wzdłuż osi x_2 maleje, ale rośnie zakrzywienie linii zarysu nierówności (rys. 14b).



Rys.14. Wpływ tarcia w obszarze kontaktu na mechanizm plastycznego płynięcia nierówności

Dla warunków ZT, przesunięcie materiału bezpośrednio przylegającego do stempla jest najmniejsze ($\mu_2 > \mu_1$), natomiast zakrzywienie linii zarysu największe.

LITERATURA

1. P. BAQUE, E. FELDER i inni: Mise en forme des métaux. Calculus par plasticité. Dunod-Paris, 1976.
2. N. BAY, T. WANHEIM: Real Area of contact Between a Rough tool and Smooth Workpiece at High Normal Pressures. Wear 38, 1976, pp. 225-234.
3. H. KONIG: Das Glattwalzen zylindrischen Korper aus Stahl. Dissertation TH., Hannover, 1952.
4. L. KUKIEŁKA, W. CIENKOWSKI, H. FABIAN i inni: Stan przemieszczenia i odkształcenia materiału przedmiotu o zdefiniowanym okresowym profilu chropowatości w procesie nagniatania tocznego. Grant MEN DNS-T/03/347/90-2. WSInż Koszalin 1991, s. 238 (niepublikowana).
5. L. KUKIEŁKA: Metodyka określania przemieszczenia, odkształcenia i prędkości odkształcenia materiału w procesie powierzchniowego nagniatania tocznego. IV KNT nt. Technologia obróbki przez nagniatanie. PAN-SIMP-ART Bydgoszcz 1988, s. 38-53.
6. L. KUKIEŁKA, K. KUSIAK: Planeks-stat - planowanie eksperymentu, statystyczne opracowanie wyników oraz identyfikacja i analiza modelu matematycznego obiektu badań. Instrukcja użytkownika i listing programu. WSInż Koszalin, ETO, 1990.

7. W. PRZYBYLSKI: Obróbka nagniataniem. Technologia i oprzyrządowanie. WNT, Warszawa 1979 i 1987.
8. T. WANHEIM, N. BAY, A.S. PETERSEN: The teoretically Determined for Friction in Metal Working Processes. Wear 28, 1974, s. 251-258.

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono wyniki badań modelowych nad mechanizmem plastycznego płynięcia nierówności symetrycznych trójkątnych i trapezowych, w procesie zgniotu płaskim stemplem. Badania wykonano dla różnych kątów pochylenia boków nierówności oraz różnych warunków tarcia w obszarze kontaktu.

MODELAR INVESTIGATION ON MECHANISM OF PLASTICITY FLOW THE TRIANGULAR AND TRAPEZIAL SYMMETRICAL IRREGULARITIES IN PROCESS OF SQUEEZE THE FLATS STAMP

Summary

Investigation on mechanism of plasticity flow the triangular and trapezial symmetrical irregularities in process of squeeze the flats stamp have been presented. Investigation was carried out with different inclination of angle irregularities and different terms of friction in contact area.

BADANIA KSZTAŁTU STRUGI CIECZY NA POWIERZCHNI WALCOWEJ

1. WSTĘP

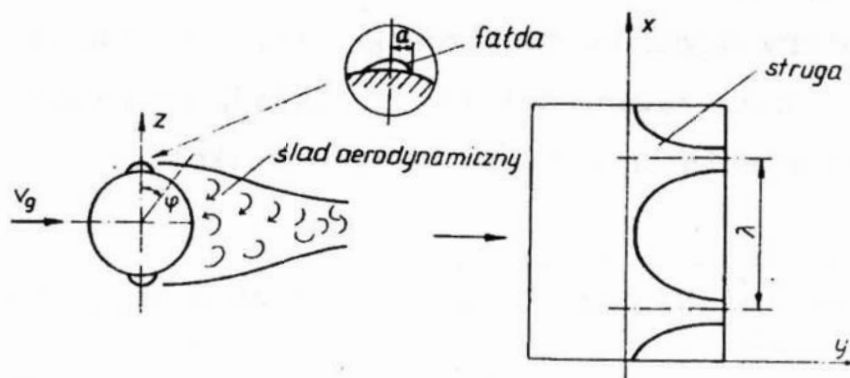
Czynnik dwufazowy o strukturze mgłowej typu: powietrze - kropelki wody (powietrze mgłowe), charakteryzuje się dobrymi własnościami z punktu widzenia wymiany ciepła między tym czynnikiem a omywaną powierzchnią ciała stałego. Wynika to stąd, iż na globalny efekt nakładają się trzy mechanizmy: konwekcyjnej wymiany ciepła, transportu ciepła związanego z podgrzaniem filmu wodnego, utworzonego na powierzchni ciała z separujących się kropelek, oraz wymiany ciepła - wynikającej z odparowania na powierzchni filmu. Ten typ chłodzenia, zwany w literaturze angielskiej "mist cooling", występuje coraz częściej w technice. Jako przykłady można tu wymienić chłodzenie powietrzem mgłowym skraplaczy w obiegach wykorzystujących ciepło odpadowe, czy też układy chłodzenia awaryjnego siłowni nuklearnych.

Wymiana ciepła i masy przy chłodzeniu powietrzem mgłowym jest bardzo skomplikowanym zjawiskiem, gdyż zależy od: temperatury czynnika dwufazowego oraz temperatury ciała, liczby Reynoldsa, zawartości fazy ciekłej, rozkładu średnic kropelek w strumieniu oraz wielu innych wielkości.

* Prof.dr hab.inż. Marian Trela - Instytut Maszyn Przepływowych PAN Gdańsk.

Do tej pory ukazało się dość dużo publikacji na temat chłodzenia czynnikiem dwufazowym o strukturze mgłowej. Obszerny przegląd tych prac został niedawno przedstawiony przez Aihara [1]. Wynika z niego, iż wzrost intensywności wymiany ciepła zależy przede wszystkim od stopnia pokrycia powierzchni przez ciecz, to zaś jest funkcją strumienia separujących się kropelek oraz mechanizmu i rozplywu fazy ciekłej na powierzchni. Rozplyw cieczy po omywanej powierzchni ciała jest zjawiskiem złożonym i do tej pory stosunkowo mało rozpoznany. Dla powierzchni o kształtach nieopływowych typu cylinder, badania przeprowadzone w pracach [4, 7] pokazały, iż przednia część walca pokrywa się bardzo łatwo filmem cieczy. To co się dzieje na tylnej części, zależy od konkretnych parametrów przepływu dwufazowego. W pewnych warunkach film cieczy tworzy na górnej tworzącej walca niestabilną fałdę, z której wypływają strugi cieczy zwilżające tylną część walca (rys. 1). Ilość tych strug oraz ich kształt, wpływa na stopień zwilżania powierzchni przez ciecz, a więc oddziałuje pośrednio na wymianę ciepła.

Zagadnienie określenia warunków, dla których z filmu cieczowego na powierzchni walcowej tworzą się strugi,



Rys.1. Ilustracja do rozplywu cieczy na walcu.
 λ - odległość między strugami

rozpatrzone zostało przez autora w pracach [7, 10]. W niniejszej pracy przedstawiono model kształtu strug spływających po tylnej części walca, który jest umieszczony poziomo w przepływie mgłowym. Problem ten był rozpatrywany, wstępnie do tej pory, jedynie przez niniejszego autora w pracach [7, 8, 10].

2. MODEL KSZTAŁTU STRUGI

W trakcie badań nad formowaniem się strug na walcu ([7, 8]), zaobserwowano charakterystyczną dla tego przypadku zmianę szerokości strug (rys. 1). Zwężały się one w kierunku przepływu i dla kąta $\varphi \approx 90^\circ$ szerokość ich była przeciętnie dwa razy mniejsza w stosunku do wartości początkowej. Jest to spowodowane wzrostem prędkości przepływu cieczy w wyniku działania siły ciężkości oraz naprężeń stycznych. Na powierzchni walca przepływ odbywa się więc w warunkach rozbiegu hydraulicznego. Zmiana szerokości strug prowadzi do zmiany stopnia zwilżania powierzchni.

Rozpatrzmy przepływ cieczy na tylnej części poziomego walca, umieszczonego w przepływie mgłowym (rys. 1). Ruch cieczy odbywa się tu w obszarze oddziaływania śladu aerodynamicznego [10], co powoduje, że zmiana ciśnienia jest znikomo mała. Pomijając składowe prędkości w kierunku osi x oraz z , jak również człony konwekcyjne, równanie ruchu dla stacjonarnego i laminarnego przepływu, przyjmuje uproszczoną postać

$$g_y + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad , \quad (1)$$

gdzie: $g_y = g \sin\varphi$,

g - przyspieszenie ziemskie,

kąt $\varphi = y/r$,

x, y, z - współrzędne kartezjańskie,

r - promień walca,

ν - lepkość kinematyczna,

v - składowa prędkości.

Warunki brzegowe są następujące:

$$\begin{aligned} \text{dla } z = 0; \quad v &= 0 \\ z = \delta; \quad \partial v / \partial z &= \tau_w / \mu \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie: τ_w - naprężenia styczne ścianki,

μ - lepkość dynamiczna.

Całkując (1) przy podanych warunkach brzegowych uzyskuje się rozkład prędkości w cieczy

$$v = - \frac{g_y}{2\nu} z^2 + \left(\frac{\tau_w}{\mu} + \frac{g_y}{\nu} \delta \right) z \quad (3)$$

gdzie: δ - grubość strugi,

oraz prędkość średnią

$$\bar{v} = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta v \, dz = \frac{g_y \delta^2}{3\nu} + \frac{\tau_w \delta}{2\mu} \quad (4)$$

Stosując oznaczenie $q = \bar{v} \delta$ dla jednostkowego objętościowego natężenia przepływu, a następnie mnożąc (4) przez δ/q uzyskuje się związek

$$\frac{g \sin \varphi \delta^3}{3\nu q} + \frac{\tau_w \delta^2}{2\mu q} = 1 \quad (5)$$

gdzie: q - jednostkowe objętościowe natężenie przepływu.

Wprowadzając do rozważań wymiar charakterystyczny l oraz bezwymiarową grubość δ^+ , równanie powyższe przekształca się do postaci bezwymiarowej

$$\sin \varphi \delta^{+3} + K \delta^{+2} - 1 = 0 \quad (6)$$

gdzie: δ^+ - bezwymiarowa grubość strugi, $\delta^+ = \delta/l$,
 l - wymiar charakterystyczny, $l = (3\nu q/g)^{1/3}$,
 $K = 3\tau/(2\rho g l)$,
 ρ - gęstość.

W przypadku gdy natężenia styczne są pomijalnie małe w stosunku do siły masowej, to $K = 0$ i wówczas grubość warstwy cieczy wyraża się prostym związkiem

$$\delta^+ = \left(\frac{1}{\sin\varphi} \right)^{1/3} \quad (7)$$

W ogólnym przypadku należy rozwiązać równanie (6). Stosując podstawienie

$$\delta^+ = Y - \frac{K}{3\sin\varphi} \quad (8)$$

równanie to można sprowadzić do postaci kanonicznej ze względu na nową zmienną Y

$$Y^3 + 3PY + 2Q = 0 \quad (9)$$

gdzie:

$$P = - \frac{K^2}{9\sin^2\varphi} \quad (10)$$

$$Q = \frac{1}{2} \left[\frac{2K^3}{27\sin^3\varphi} - \frac{1}{\sin\varphi} \right]$$

Ilość pierwiastków rzeczywistych tego równania zależy od znaku wyróżnika $D = Q^2 + P^3$. Dla $D > 0$ istnieje jedno rozwiązanie o postaci

$$Y = U + V \quad (11)$$

gdzie:

$$U = [-Q + \sqrt{D}]^{1/3}; \quad V = [-Q - \sqrt{D}]^{1/3} \quad (12)$$

Oznaczając $m = P^3/Q^2$, rozwiązanie równania (9) można przedstawić jako:

$$Y = (-Q)^{1/3} \left[(1 - \sqrt{1 + m})^{1/3} + (1 + \sqrt{1 + m})^{1/3} \right] \quad (13)$$

Wobec czego, poszukiwana grubość δ^+ wynosi

$$\delta^+ = (-Q)^{1/3} \left[(1 - \sqrt{1 + m})^{1/3} + (1 + \sqrt{1 + m})^{1/3} \right] - \frac{K}{3 \sin \varphi} \quad (14)$$

Wyróżnik równania (9) jest większy od zera, gdy spełniona jest nierówność:

$$\frac{1}{4} - \frac{K^3}{27 \sin^2 \varphi} > 0 \quad (15)$$

W miarę wzrostu naprężeń stycznych (a więc K) maleje wartość wyróżnika. Przy dostatecznie dużych τ staje się on ujemny. Wówczas równanie (9) ma 3 rozwiązania rzeczywiste [2]. Ponieważ współczynniki P i Q są ujemne, to pierwiastki równania dane są wzorami:

$$Y_1 = \frac{2K}{3 \sin \varphi} \cos\left(\frac{\phi}{3}\right) \quad (16)$$

$$Y_2 = \frac{-2K}{3 \sin \varphi} \cos\left(\frac{\Pi - \phi}{3}\right) \quad (17)$$

$$Y_3 = \frac{-2K}{3 \sin \varphi} \cos\left(\frac{\Pi + \phi}{3}\right) \quad (18)$$

gdzie:

$$\phi = \arccos \left[\frac{Q}{\left(\frac{-K}{3 \sin \varphi}\right)^3} \right]$$

Obliczenia pokazały, że pierwiastek Y_1 jest zawsze ujemny, natomiast Y_3 przyjmować może wartości dodatnie lub ujemne. Ze względu na fizyczną stronę zagadnienia, rozwiązaniem jest zatem Y_2 . Wobec tego, dla $D < 0$:

Kształt strugi na powierzchni walcowej zależy od ogólnych warunków równowagi układu. Stojąc na gruncie termodynamiki procesów równowagowych, warunki te sprowadzają się do występowania minimum pewnego potencjału termodynamicznego oraz istnienia równowagi mechanicznej, którą wyraża równowaga sił działających na układ [8]. Dla stacjonarnego przepływu cieczy w strugach, warunek równowagi sił w kierunku y wyraża równanie ruchu (1), gdzie składowa siły masowej oraz powierzchniowej równoważona jest przez siłę tarcia na ściance. Nie odnosi się to do krawędzi strugi. Tutaj należy uwzględnić dodatkowo siłę naporu dynamicznego cieczy F'_b , związaną z zakrzywieniem linii prądu oraz siłę napięcia powierzchniowego F'_σ . Istnieje też udział siły ciężkości oraz tarcia, związany z pewnym przyhamowaniem cząstek w pobliżu krawędzi strugi. Ponieważ rola tych sił jest mała w pobliżu punktu spiętrzenia (badania Wilsona [11]), to tym bardziej można je zaniedbać w tym przypadku. Obserwacje nieco innego przypadku, a mianowicie strug swobodnych, spływających grawitacyjnie z płytki lub szczeliny [3, 5] wskazują, że linie prądu są praktycznie prostoliniowe w całym obszarze, z wyjątkiem brzegu. Tu następuje silne zakrzywienie (rys. 2). Przyjmując zatem założenie o prostoliniowych liniach prądu także w tym przypadku, siłę naporu dynamicznego cieczy można wyrazić jako

$$F'_b = \int_0^\delta \rho v^2 \delta \cos \alpha \, dy = C_0 \rho q \bar{v} \cos \alpha \quad , \quad (20)$$

gdzie: α - kąt nachylenia stycznej do krawędzi strugi,

C_0 - współczynnik liczbowy.

Jeżeli można zaniedbać wpływ naprężeń stycznych, to rozkład

prędkości dany zależnością (3) staje się paraboliczny. Można wówczas pokazać, że $C_0 = 6/5$ [9]. Zakładając kształt brzegu strugi w przekroju n-n na rys. 2 jako wycinek koła, jednostkowa siła napięcia powierzchniowego jest wówczas równa

$$F'_\sigma = \sigma(1 - \cos\theta) \quad , \quad (21)$$

gdzie: σ - napięcie powierzchniowe ciecz - gaz,
 θ - kąt zwilżania.

Wobec tego warunkiem równowagi sił na brzegu strugi jest równanie

$$C_0 \rho q \bar{v} \cos\alpha \, dx = \sigma(1 - \cos\theta) \, ds \quad , \quad (22)$$

gdzie: ds - element długości dla kierunku stycznego s-s, na rys. 2.

Wykorzystując teraz relacje geometryczne:

$$\begin{aligned} ds &= (dx^2 + dy^2)^{1/2} = dx(1 + y'^2)^{1/2} \quad , \\ \cos\alpha &= dx/ds = 1/(1 + y'^2)^{1/2} \quad , \end{aligned} \quad (23)$$

oraz związek

$$\rho q \bar{v} = \rho q^2 / (\delta^+ 1) \quad ,$$

uzyskuje się na podstawie (22), poszukiwane równanie różniczkowe kształtu strugi

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{C_0 \rho q^2}{\delta^+ 1 \sigma (1 - \cos\theta)} - 1 \right)^{1/2} \quad . \quad (24)$$

Można je dalej przekształcać posługując się równaniem ciągłości, odniesionym do przepływu między przekrojami 0-0 i 1-1 na rys. 2.

$$\dot{m}_{0-0} = \dot{m}_{1-1} + \dot{m}_z \quad , \quad (25)$$

gdzie: \dot{m}_z - strumień masy,

lub

$$\rho q_0 B = \rho q(B-x) + S \dot{q}_z / 2 \quad , \quad (26)$$

gdzie: $2B = b$,

b - szerokość strugi,

S - powierzchnia strugi,

\dot{q}_z - gęstość strumienia masy członu źródłowego.

Strumień masy \dot{m}_z jest tu członem źródłowym, ujmującym dopływ masy do strugi (np. kondensacja pary lub separacja kropeł), albo ubytek masy (np. parowanie). W jednym i drugim przypadku jest on proporcjonalny do powierzchni strugi S oraz intensywności danego procesu źródłowego \dot{q}_z . Wobec tego

$$q = q_0 \frac{B}{B-x} - \frac{S \dot{q}_z}{2(B-x)\rho} \quad . \quad (27)$$

Pomijając tu, dla uproszczenia, człon źródłowy oraz wprowadzając bezwymiarowe współrzędne: $\varphi = y/r$, $x^+ = x/r$ a także $B^+ = B/r$, uzyskuje się z (24) równanie kształtu strugi

$$\frac{d\varphi}{dx^+} = \left[\frac{C_0 \rho q_0^2}{\delta^+ l \sigma (1 - \cos \theta)} \left(\frac{B^+}{B^+ - x^+} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad , \quad (28)$$

gdzie: x^+ - bezwymiarowa współrzędna, $x^+ = x/r$,

B^+ - bezwymiarowa szerokość, $B^+ = B/r$.

Wielkością nieznaną jest tutaj kąt zwilżania na brzegu strugi θ . Zagadnienie kąta zwilżania θ jest sprawą niezwykle skomplikowaną. Istnieje dość powszechny lecz fałszywy pogląd, iż kąt zwilżania jest pewną stałą materiałową, związaną z własnościami układu trójfazowego: gaz-ciecz-ciało stałe, poprzez tzw. równanie Younga - Dupree.

$$\sigma \cos \theta = \sigma'' - \sigma' \quad , \quad (29)$$

gdzie: σ' - energia właściwa powierzchni ciało stałe-ciecz,

σ'' - energia właściwa powierzchni ciało stałe-gaz.

W pracy [8] pokazano, że związek ten, wprowadzony z warunku na minimum energii układu, jest słuszny, gdy całkowita energia układu składa się tylko z energii powierzchniowych. Zazwyczaj układ posiada jeszcze energię potencjalną lub kinetyczną, co musi wpływać na wielkość kąta θ . Na poparcie tej tezy przytoczyć można znany powszechnie fakt, iż kąt zwilżania kropli tej samej cieczy, leżącej na tej samej powierzchni poziomej, w otoczeniu tej samej atmosfery gazowej, zależy zdecydowanie od wielkości kropli. Maleje on w miarę wzrostu jej wielkości.

Dla cieczy płynącej w strugach, kąt zwilżania (boczny strugi) zależy od całkowitej energii strugi, na którą składa się energia kinetyczna oraz powierzchniowa. Jak pokazano w pracy [8], wielkość tego kąta można obliczyć z warunku na minimum energii całkowitej strugi

$$\frac{dE'_c}{d\theta} = 0 \quad , \quad (30)$$

gdzie: E'_c - energia całkowita gęstości liniowej strugi. Zależy on od własności fizycznych układu trójfazowego, reprezentowanych przez energie powierzchniowe σ , σ' i σ'' oraz grubość strugi δ^* . Jeżeli rozpatrywanym układem będzie brzeg strugi (rys. 2, przekrój n-n), to dla przypadku, gdy wpływ naprężeń stycznych jest pomijalnie mały, energia kinetyczna na brzegu strugi jest równa,

$$E'_k = \int_A^B \int_0^{\delta(x)} 0,5\rho v^2 \cos\alpha \, dx \, dz = \int_A^B \frac{\rho^3 g^2 \sin^2 \varphi}{15\mu^2} \delta^5 \cos\alpha \, dx \quad , \quad (31)$$

gdzie: E'_k - energia kinetyczna na brzegu strugi.

Przechodząc do współrzędnych biegunowych R , θ (rys. 2) i pamiętając, że energia powierzchniowa na brzegu strugi

wynosi

$$E'_{\sigma} = R\theta\sigma + (\sigma' - \sigma'')R\sin\theta \quad , \quad (32)$$

gdzie: E'_{σ} - energia powierzchniowa na brzegu strugi, otrzymamy związek dla energii całkowitej: $E'_c = E'_k + E'_{\sigma}$,

$$E'_c = \frac{1}{15} \frac{\rho^3 g^2 \sin^2 \varphi}{\mu\mu} R^6 \psi(\theta) \cos\alpha + R[\sin\theta(\sigma' - \sigma'') + \theta\sigma] \quad , \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \text{gdzie: } \psi(\theta) = & \theta \left(\frac{5}{16} + \frac{15}{4} \cos^2 \theta + \frac{5}{2} \cos^4 \theta \right) - \sin\theta \left(\frac{113}{48} \cos\theta + \right. \\ & \left. + \frac{97}{24} \cos^3 \theta + \frac{1}{6} \cos^5 \theta \right) . \end{aligned}$$

Ponieważ promień R związany jest z grubością strugi,

$$\delta = R(1 - \cos\theta) \quad , \quad (34)$$

to lokalna wartość energii E'_c zależy tylko od energii powierzchniowych σ , σ' , σ'' oraz kąta θ . Z warunku na minimum energii $dE'_c/d\theta = 0$, można zatem obliczyć kąt θ , gdy znane są wartości σ' i σ'' . Gdy tych energii nie znamy, to kąt zwilżania trzeba traktować jako wielkość charakteryzującą parametry materiałowe układu oraz dynamikę spływu cieczy. Wykorzystując wnioski płynące z dyskusji wyników otrzymanych w pracy [8], można oczekiwać, że kąt zwilżania będzie proporcjonalny do grubości strugi δ . Taki sam wpływ powinno wywierać natężenie przepływu q_0 .

Dla celów porównawczych, wygodniej jest operować średnim, dla długości spływu, kątem zwilżania, zdefiniowanym jako

$$\bar{\theta} = \frac{1}{y} \int_0^y \theta \, dy \quad . \quad (35)$$

Przy stałych wartościach energii powierzchniowych, σ , σ' , σ'' , kąt ten będzie tylko funkcją natężenia przepływu q_0 .

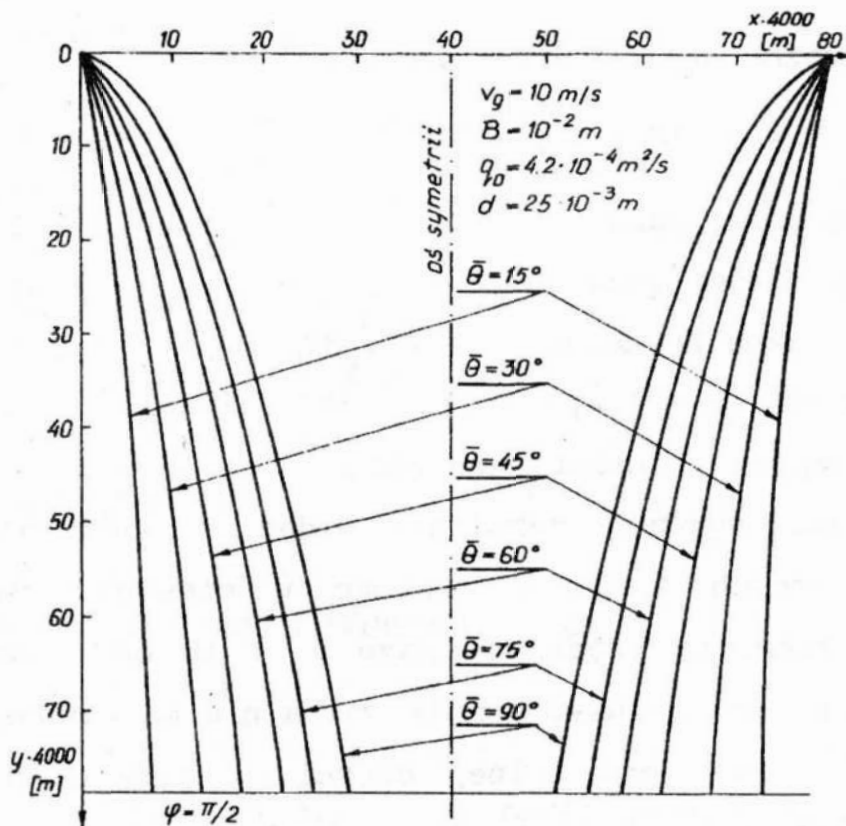
Wobec tego, na podstawie (28), kształt strugi opisuje równanie

$$\frac{d\varphi}{dx^+} = \left[\frac{C_0 \rho q_0^2}{\delta^+ l \sigma (1 - \cos \bar{\theta})} \left(\frac{B^+}{B^+ - x^+} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad (36)$$

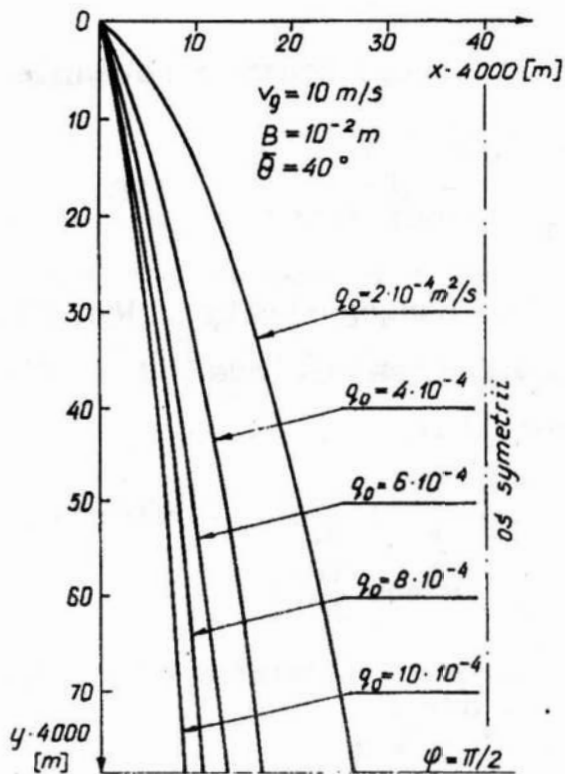
Rozwiązano je numerycznie metodą Rungego-Kutty. Wyniki obliczeń dla strug wody przedstawione są na rys. 3 + 5. Natężenia styczne obliczono ze wzoru [9],

$$\tau = 0,153 \rho_g v_g^2 \varphi / Re^{1/3} \quad (37)$$

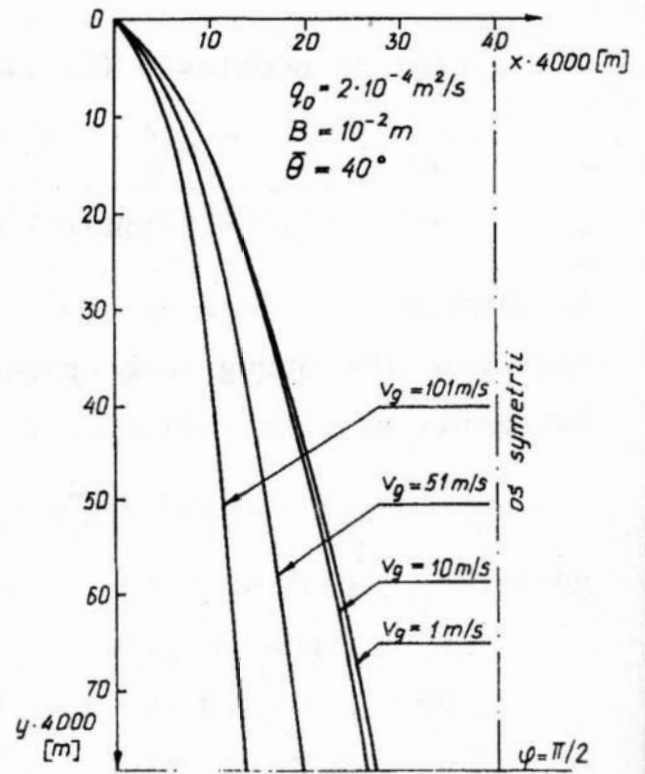
- gdzie: ρ_g - gęstość gazu,
 v_g - prędkość gazu,
 Re - liczba Reynoldsa, $Re = v_g d / \nu_g$,
 d - średnica walca,
 ν_g - lepkość kinematyczna gazu.



Rys. 3. Wpływ kąta θ na kształt strugi



Rys.4. Wpływ natężenia przepływu na kształt strugi



Rys.5. Wpływ prędkości opływu na kształt strugi

Natężenia styczne obliczono ze wzoru [9],

$$\tau = 0,153 \rho_g v_g^2 \varphi / \text{Re}^{1/3} \quad (37)$$

gdzie: ρ_g - gęstość gazu,
 v_g - prędkość gazu,
 Re - liczba Reynoldsa, $\text{Re} = v_g d / \nu_g$,
 d - średnica walca,
 ν_g - lepkość kinematyczna gazu.

Analizując uzyskane rezultaty widać, iż oddziaływanie naprężeń stycznych τ można pominąć w stosunku do siły ciężkości w zakresie prędkości gazu $v_g < 10$ m/s. Wynika z tego, że dla pionowego usytuowania walca nie ma warunków dla przepływu strug po jego tylnej części. Z punktu widzenia zwilżenia walca, a przez to wymiany ciepła, poziome ustawienie jest zatem korzystniejsze od pionowego.

Jeżeli pominiemy się naprężenia styczne, to równanie (36) upraszcza się do postaci

$$\frac{d\varphi}{dx^+} = \left[A \left(\frac{B^+}{B^+ - x^+} \right)^{5/3} \sin^{1/3} \varphi - 1 \right]^{1/2}, \quad (38)$$

gdzie:

$$A = \left(\frac{\rho q_0^5}{3\nu} \right)^{1/3} \frac{C_0 \rho}{\sigma(1 - \cos\theta)} \quad (39)$$

Obliczenia pokazują, że dla $A^{1/2} \geq 2$, popełnia się nieznamy błąd, zaniedbując jedynkę w zależności (38). Można wtedy rozdzielić zmienne i scałkować powyższe równanie

$$\int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sin^{1/6} \varphi} = \int_0^{x^+} A^{1/2} \left(\frac{B^+}{B^+ - x^+} \right)^{5/6} dx^+ \quad (40)$$

Pierwszej całki nie można wyrazić poprzez funkcje elementarne, przeprowadzono więc całkowanie numeryczne, dopasowując funkcję aproksymującą $G(\varphi)$

$$G(\varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sin^{1/6} \varphi} \cong 1.18 \varphi^{0.88} \quad (41)$$

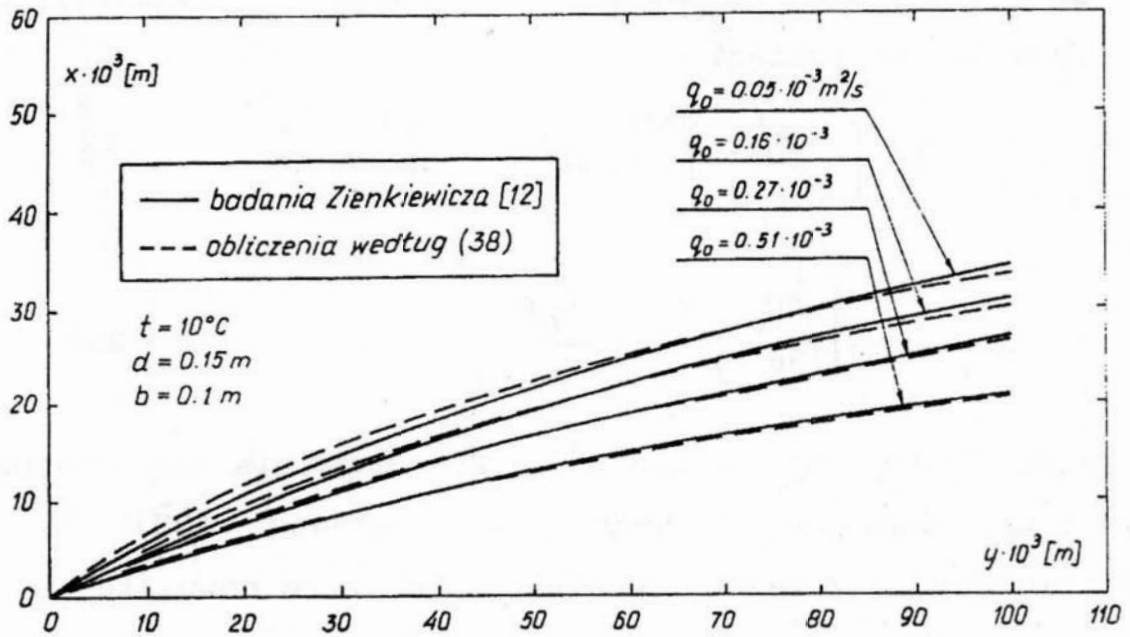
Całkując teraz prawą stronę w (40) uzyskuje się związek określający kształt strugi na walcu.

$$\varphi = \left[4.5 A^{1/2} B^{5/6} \left[B^{1/6} - (B^+ - x^+)^{1/6} \right] \right]^{1/m}, \quad (42)$$

gdzie: $m = 0.88$.

3. WERYFIKACJA MODELU TEORETYCZNEGO

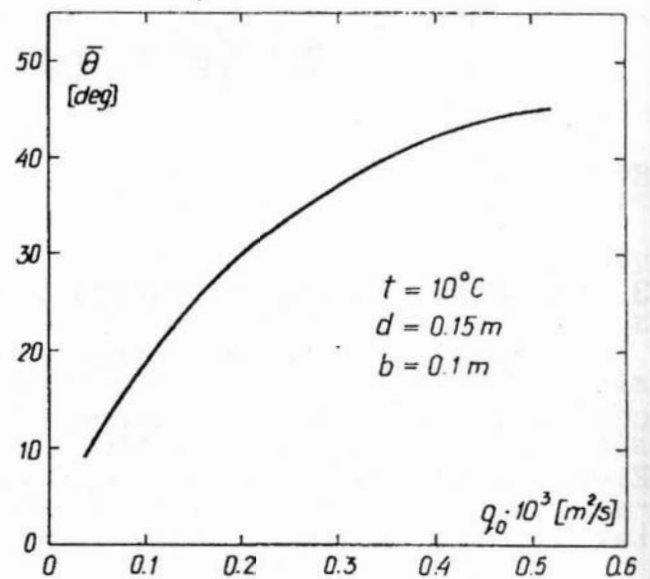
Badania eksperymentalne kształtu strugi wody, spływającej grawitacyjnie po powierzchni walcowej, przeprowadził Zienkiewicz [12]. Wyniki jego badań podane są na rys. 6, w takim samym układzie współrzędnych jak na rys. 2.



Rys.6. Porównanie modelu teoretycznego z eksperymentami w zakresie kształtu strugi

Teoretyczny kształt strugi obliczono według zależności (38) w zakresie kąta $0 < \varphi \leq \pi/2$.

Porównanie wskazuje na dość dobrą zgodność modelu teoretycznego z badaniami. Widoczne to jest szczególnie dla większych natężeń przepływu, gdy założenie $b/\delta \gg 1$ lepiej jest spełnione. Uzyskana w oparciu o badania zmiana kąta $\bar{\theta}$ przedstawiona jest na rys. 7. Zgodnie z oczekiwaniami, rośnie on w miarę wzrostu natężenia przepływu q_0 .



Rys.7. Średni kąt zwilżania strugi na walcu

4. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono model kształtu strugi spływającej po tylnej części poziomego walca, pod wpływem naprężeń stycznych i siły ciężkości. Przyjęto w nim założenie, iż wpływ napięcia powierzchniowego na kształt przekroju poprzecznego strugi można pominąć, za wyjątkiem samego brzegu. Nałożono tym samym ograniczenie na stosowalność tego modelu do odpowiednio szerokich strug, dla których spełniony jest warunek $b/\delta \gg 1$. W analizie występuje kąt zwilżania θ . Jest on tu traktowany jako parametr uwzględniający zarówno własności materiałowe układu trójfazowego: gaz-ciało stałe-ciecz, jak również parametry strugi. Do chwili obecnej nie jest znany sposób na określenie tego kąta a priori. Należy go zatem wyznaczyć eksperymentalnie dla każdej konkretnej sytuacji. Badania eksperymentalne Zienkiewicza [12] potwierdziły poprawność tego modelu dla przypadku grawitacyjnego spływu strug po powierzchni poziomego walca.

LITERATURA

1. T. AIHARA: Augmentation of convective heat transfer by gas-liquid mist. Heat Transfer Conference, vol. 1, 445-461, Jerusalem 1990.
2. I.N. BRONSZTEJN, K.A. SIEMIENDJAJEW: Matematyka, poradnik encyklopedyczny. PWN Warszawa 1970.
3. D.R. BROWN: A study of the behaviour of a thin sheet of moving liquid. J. Fluid Mechanics vol.10, 297-305, 1961.
4. I.C. FINLAY, T. McMILLAN: Heat transfer during two-component mist flow across a heated cylinder. Proc. Instn. Mech. Engrs. 182, 2H, 277-288, 1967-1968.
5. R. PUZYREWSKI, E. ZUKOWSKI: Disintegration of a liquid sheet due to gravity force. Fluid Dynamics Trans. vol.4, 619-633, Warszawa 1969.
6. G.D. TOWELL, L.B. ROTHFOLD: Hydrodynamics of rivulet flow. AIChE Journal, 972-980, 1966.

7. M. TRELA: Wymiana ciepła i masy w przepływie mgłowym. Zeszyty Naukowe IMP PAN, 154/1069/83, 1983.
8. M. TRELA: Zagadnienia termo-hydrodynamiczne fazy ciekłej na ścianie w przepływie dwufazowym. Zeszyty Naukowe IMP PAN, 293/1214/89, 1989.
9. M. TRELA: Zwilżanie powierzchni przez strugi cieczy. Zeszyty Naukowe IMP PAN, 235/1161/87, 1987.
10. M. TRELA, J. MIKIELEWICZ: Rivulets formation on spray cooled horizontal tubes. First Baltic Heat Transfer Conference, Goteborg (Sweden) 1991.
11. S.D.R. WILSON: The stability of a dry patch on a wetted wall. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 17, 1697-1615, 1974.
12. M. ZIENKIEWICZ: Badanie kształtu strugi na płytkach i walcu poziomym. Praca dyplomowa, Politechnika Gdańska, BM, 1987.

STRESZCZENIE

Przeprowadzono analizę przepływu cieczy w strugach po poziomym walcu omywanym przez czynnik dwufazowy o strukturze mgłowej. Wychodząc z równania ruchu uzyskano rozkłady prędkości oraz grubości dla warstewki cieczy spływającej po walcu w warunkach działania siły ciężkości oraz naprężeń stycznych. Zaproponowano model spływu cieczy w strugach, w którym o kształcie strugi decyduje relacja między siłą napięcia powierzchniowego oraz siłą dynamiczną, wynikającą z wykrzywienia linii prądu. Rezultaty obliczeń w zakresie kształtu strugi skonfrontowano z badaniami eksperymentalnymi grawitacyjnego spływu strug wodnych po powierzchni poziomego walca. Uzyskano zadowalającą zgodność wyników.

ANALYSIS OF THE SHAPE OF LIQUID RIVULETS FLOWING OVER A CIRCULAR CYLINDER

Summary

The theoretical investigation of liquid flow in the form of rivulets on a circular horizontal cylinder, placed in a two-phase mist flow is described. By the use of the momentum equation, the velocity profile and the thickness of the liquid layer are obtained, for the case of the flow

driven by gravity force and shear stresses. A model of the shape of rivulets is postulated, which is based on the balance between the inertia and surface tension forces at the rivulet edge. This leads to the equation (36) which describes the change of rivulets width during the flow on the circular cylinder. The results of the analysis compared with available experimental data show reasonable agreement.

KONSTRUKCJA I ROZKŁAD SIŁ W SPECJALNEJ GŁOWICY OSEŁKOWEJ

1. WPROWADZENIE

Wpływ konstrukcji głowicy osełkowej na jakość powierzchni obrabianej i parametry geometryczne otworu po gładzeniu jest bardzo duży. Dotyczy to przede wszystkim korpusu głowicy, który posiadając małą sztywność, jako jeden z głównych czynników układu obrabiarka-uchwyt-przedmiot-narzędzie, w istotny sposób wpływa na znaczne zmiany parametrów w procesie gładzenia, pogorszenie jakości powierzchni i geometrii otworu obrabianego [1]. Nie mniej, również ważną rolę odgrywa trzpień sterujący oprawki z osełkami, którego konstrukcja [2, 3] ma decydujący wpływ na wielkość nacisków narzędzia na przedmiot obrabiany, występujących w strefie skrawania (gładzenia).

Z analizy konstrukcyjnej, aktualnie stosowanych w praktyce warsztatowej do obróbki gładzeniem, głowic wynika jednoznacznie, że pomimo ich dużej liczby odmian, wszystkie z nich posiadają takie same lub bardzo zbliżone sposoby rozpierania osełek. Elementami roboczymi tych głowic są osełki ścierne, połączone na stałe (przyklejone) z rozpieranymi oprawkami. Kształty oprawek, do których mocowane są osełki, zależą od konstrukcji głowicy narzędziowej i elementu je rozpierającego, dzięki któremu uzyskuje się zakres zmiany średnicy zewnętrznej narzędzia. We wszystkich rozwiązaniach,

rozsunięcia oprawek z osełkami dokonuje się poprzez osiowe przesunięcie stożków lub klinów je rozrozpierających.

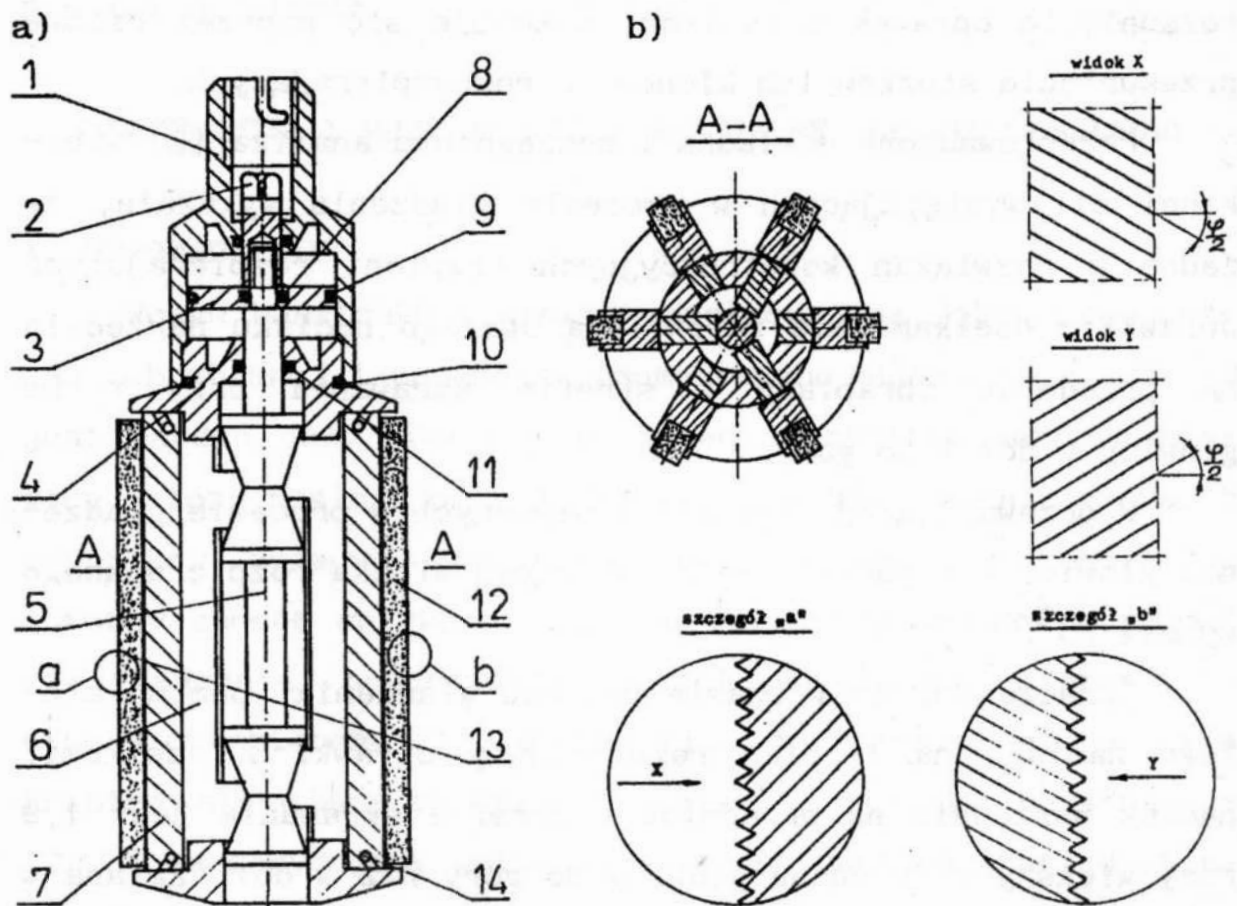
Przeprowadzona dokładna i szczegółowa analiza [2] wielkości sił występujących w procesie gładzenia wykazała, że żadne z rozwiązań konstrukcyjnych trzpieni rozpierających oprawki z osełkami nie zapewniają stałego nacisku narzędzia na przedmiot obrabiany w strefie skrawania przy ruchu głowicy w dół i do góry.

W przeważającej większości używanych w procesie gładzenia głowic, kąt pochylenia α tworzącej stożka rozpierającego wynosi 20° .

Oznacza to, że w czasie procesu gładzenia, pomimo stałego nacisku na trzpień rozpierający oprawki z osełkami, nacisk narzędzia na przedmiot w strefie skrawania jest 1,9 razy większy przy ruchu głowicy do góry niż w dół. Zmiana w tak dużym zakresie wielkości nacisków osełek na gładź tulei powoduje powstawanie na powierzchni obrabianej nierównomiernych śladów obróbki [6], a często pozostawienie tylko śladów jednokierunkowych zamiast krzyżowych. To zjawisko w proponowanym rozwiązaniu konstrukcyjnym specjalnej głowicy osełkowej zostanie wyeliminowane.

2. KONSTRUKCJA SPECJALNEJ GŁOWICY OSEŁKOWEJ

Specjalna głowica osełkowa [3] przeznaczona jest do operacji nacinania regularnie rozmieszczonych rys (rowków smarnych) na powierzchni gładzi tulei cylindrowej wg nowej technologii [4]. Stosowana może być również w tradycyjnym gładzeniu, a dzięki stałemu naciskowi w strefie skrawania, umożliwia kształtowanie bardziej jednorodnej struktury geometrycznej powierzchni obrabianej gładzi tulei cylindrowej



Rys.1. Specjalna głowica ośkowa do nacinania regularnie rozmieszczonych rys smarnych na powierzchni gładzi tulei cylindrowej: 1 - korpus dolny, 2 - śruba specjalna, 3 - tłok, 4 - korpus dolny, 5 - trzpień specjalny, 6 - łącznik, 7 - oprawka ośki, 8, 9, 10 i 11 - pierścienie uszczelniające typu O, 12 - ośka z gwintem prawozwojnym, 13 - ośka z gwintem lewozwojnym, 14 - sprężyna

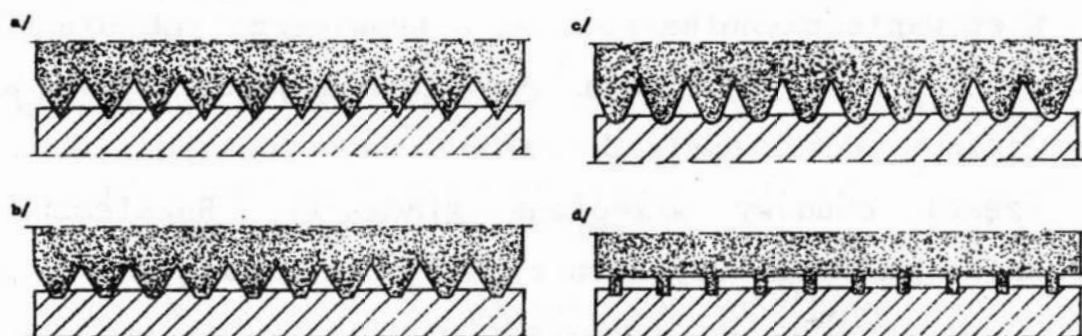
podnosząc jej walory eksploatacyjno-użytkowe. Jej konstrukcję przedstawiono na rys. 1. W korpusie 4 tej głowicy umieszczone są oprawki 7 z ośkami 12 i 13. Wysuwanie się oprawek z ośkami, w kierunku promieniowym, powoduje przesuwający się osiowo w korpusie głowicy specjalny trzpień 5 o podwójnych i zbieżnych przeciwnie stożkach (lub walcowy z naciętymi kanałkami klinowymi), którego górna część połączona jest na stałe śrubą 2 z tłokiem 3, tworząc siłownik dwustronnego działania o odpowiednim skoku. Takie rozwiązanie przemieszczania się trzpienia rozpierającego ośki z

oprawkami umożliwia nie tylko uzyskanie w bardzo szerokim zakresie nacisków jednostkowych, przez odpowiednie wycechowanie zaworu bezpieczeństwa, regulującego wielkości ciśnienia dopływającego czynnika roboczego do komór cylindra, ale pozwala również zautomatyzować cały proces gładzenia - honowania i daje gwarancję uzyskania stałego nacisku na przedmiot obrabiany w strefie skrawania, niezależnie od kierunku ruchu prostoliniowo - zwrotnego głowicy osełkowej. Wynika to z tego, że osełki 12 pracują przy ruchu głowicy w dół (osełki 13 są sprężynami 14 ściągnięte na mniejszy wymiar), a osełki 13 skrawają, gdy głowica jest przesuwana do góry. Powierzchnia osełek 12 jest ukształtowana w postaci wielozwojnego gwintu prawoskrętnego, a powierzchnia osełek 13 w postaci gwintu lewoskrętnego. Skok linii śrubowej gwintu [7] wynika z założonego kąta φ przecięcia rys (rowków smarnych) i średnicy otworu tulei.

Kierowanie czynnika roboczego (powietrza lub oleju) do odpowiedniej komory cylindra, realizowane jest rozdzielaczem przełączanym specjalnymi zderzakami, zamontowanymi na ruchomej części obudowy wrzeciona gładzarki. Rozmieszczenie zderzaków jest tak usytuowane, że przełączają one dopływ czynnika roboczego do odpowiedniej komory po osiągnięciu przez głowicę osełkową jej dolnego lub górnego punktu nawrotu. Przy ruchu głowicy do dołu, jeden ze zderzaków przełącza rozdzielacz tak, że czynnik roboczy kierowany jest do górnej części cylindra, powodując jednocześnie przesunięcie się dwustożkowego specjalnego trzpienia 5 (będącego przedłużeniem tłoczyska) i wysuwanie oprawek z osełkami 12. Po osiągnięciu przez głowicę osełkową dolnego punktu nawrotu, drugi zderzak przesterowuje rozdzielacz, a czynnik

roboczy dostając się pod tłok cylindra do dolnej jego komory powoduje przesunięcie tłoka do góry, pociągając za sobą specjalny trzpień rozpierający 5 i wysunięcie oprawek z ośkami 13. Tak realizowany cykl pracy w procesie gładzenia głowicą, której konstrukcję pokazano na rys.1, zapewnia stały nacisk narzędzia na przedmiot obrabiany w strefie ich kontaktu dzięki temu, że kierunek nacisku na trzpień rozpierający oprawki z ośkami zmienia się wraz ze zmianą kierunku ruchu prostoliniowo-zwrotnego głowicy narzędziowej i może być z nią zgodny lub przeciwnie skierowany.

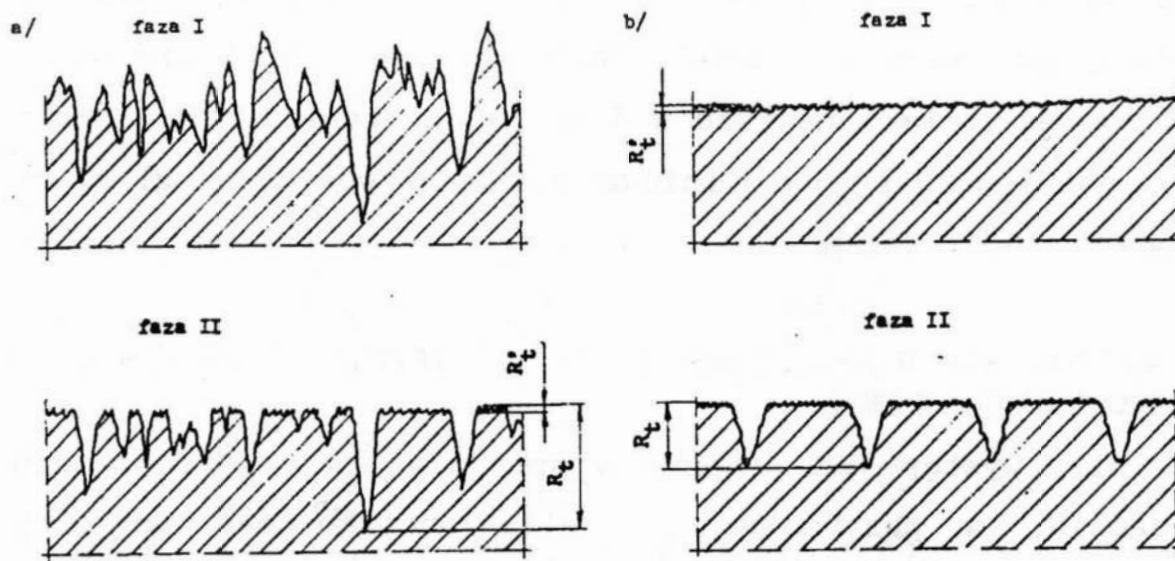
Staly nacisk ośłek na powierzchnię przedmiotu obrabianego w czasie pełnego cyklu procesu gładzenia umożliwia kształtowanie znacznie bardziej, niż otrzymywano dotychczas, równomiernej struktury geometrycznej powierzchni gładzonej nawet przy użyciu tradycyjnych ośłek (o nieprofilowanej ich części roboczej).



Rys.2. Profile i sposoby ich kształtowania

Wielkości, kształty i głębokości równomiernie rozmieszczonych rys struktury podstawowej R_t (rys. 2) uzyskuje się poprzez odpowiednie ukształtowanie powierzchni roboczej ośki w postaci wielokrotnego drobnozwojnego prawo i lewozwojnego gwintu. Przygotowaną w ten sposób głowicą narzędziową można wykonywać różne kształty i głębokości rys smarnych, przecinających się pod dowolnym kątem.

Optymalny zarys profilu kształtowanych kanałków smar-
nych na powierzchni gładzi tulei cylindrowej i narzędzie do
jego wykonania powinny być znane przed obróbką.



Rys.3. Szkic płaskowierzchołkowej struktury geometrycznej powierzchni; a - uzyskiwanej dwuzabiegowym gładzeniem konwencjonalnym: faza I gładzenie zgrubne, faza II gładzenie z pozostawieniem śladów gładzenia zgrubnego: b - uzyskiwanej w dwuzabiegowym gładzeniu o odwróconej kolejności: faza I gładzenie ostateczne, faza II nacinanie regularnej siatki specjalnie do tego dostosowaną głowicą ośkawkową

Proces kształtowania płaskowierzchołkowej struktury geometrycznej powierzchni obrabianej tulei cylindrowej może być dwójaki i przebiega następująco (rys. 3b):

- a - wykonanie struktury nośnej R'_t ośkawkami o odpowiedniej ziarnistości (gładzenie konwencjonalne),
- b - wykonanie regularnie rozmieszczonych rys struktury podstawowej R_t odpowiednio ukształtowaną powierzchnią roboczą ośkawką.

Natomiast kształtowanie struktury geometrycznej "plateau", szeroko stosowane przez czołowe firmy zagraniczne produkujące silniki spalinowe, pokazano na rysunku 3a.

O ile przy tradycyjnym gładzeniu wartości nacisków

narzędzia na przedmiot obrabiany w niewielkim stopniu wpływają na kształt struktury geometrycznej po gładzeniu, to jednak przy jej regularnie rozmieszczonych rysach, naciski te mają decydujący wpływ - z powodu znacznego zmniejszenia powierzchni roboczej oselki. Stąd też zachodzi konieczność utrzymania stałego nacisku w strefie skrawania, niezależnie od kierunku ruchu prostoliniowo-zwrotnego wrzeciona gładzarki wraz z narzędziem.

3. ROZKŁAD SIŁ W SPECJALNEJ GŁOWICY OSELKOWEJ W PEŁNYM CYKLU PROCESU GŁADZENIA

Siły występujące w głowicy specjalnej w czasie procesu gładzenia, w przypadku, gdy siła nacisku na specjalny trzpień rozpierający oprawki z oselkami jest przeciwnie skierowana do siły skrawania, pokazano na rys. 4.

Przy ruchu głowicy oselkowej do dołu, to jest w przypadku, gdy kierunek ruchu prostoliniowo-zwrotnego wrzeciona jest zgodny (pokrywa się) z kierunkiem działania siły nacisku na trzpień rozpierający oprawki z oselkami, a siła skrawania przeciwnie do nich skierowana, występujące w niej siły oznaczone są linią ciągłą, natomiast przy jej ruchu do góry - linią przerywaną.

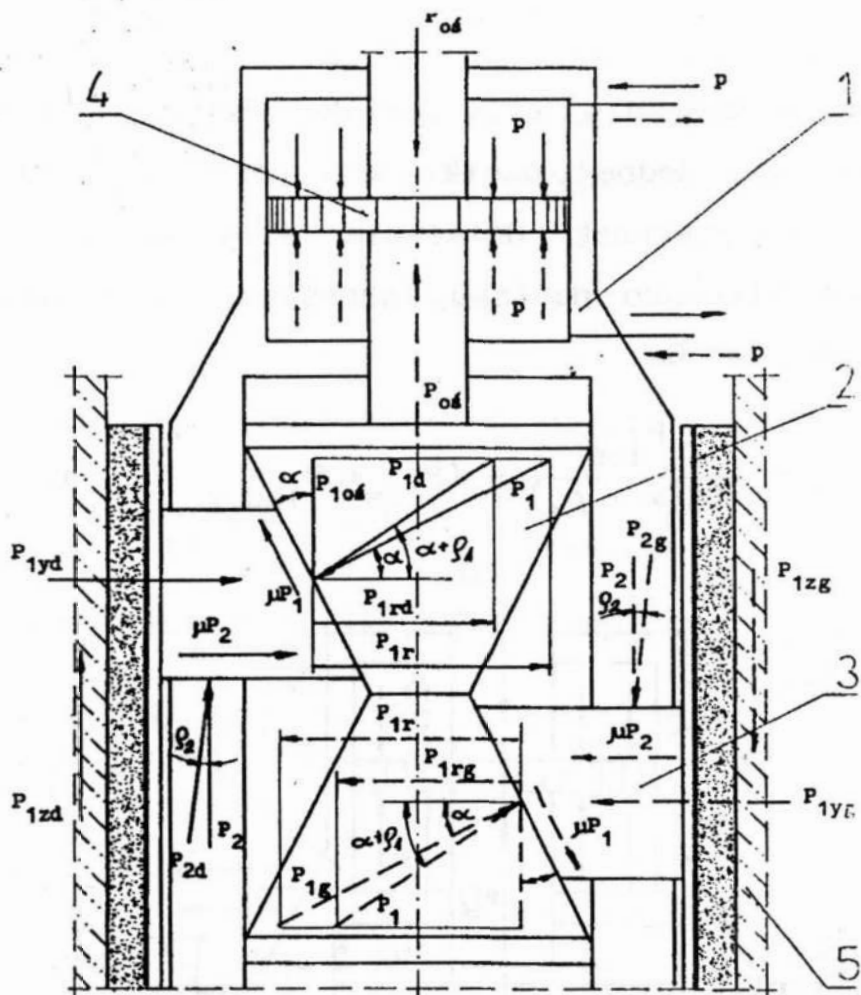
Równania tych sił, zapisane w formie wektorowej przyjmują następującą postać [5]:

- przy ruchu głowicy oselkowej do dołu:

$$\bar{P}_{1d} + \bar{P}_{2d} + \bar{P}_{1zd} + \bar{P}_{1yd} = 0 \quad , \quad (1)$$

- przy ruchu głowicy oselkowej do góry:

$$\bar{P}_{1g} + \bar{P}_{2g} + \bar{P}_{1zg} + \bar{P}_{1yg} = 0 \quad . \quad (2)$$



Rys.4. Układ sił w głowicy specjalnej podczas pracy przy jej ruchu w dół i do góry, w przypadku, gdy siła skrawania jest przeciwnie skierowana do siły nacisku na trzpień. 1 - korpus głowicy, 2 - specjalny trzpień rozpierający oprawki z oselkami, 3 - oprawka z oselką, 4 - tłok, 5 - przedmiot obrabiany

Graficzne rozwiązanie równania (1) pokazano na rys. 6a linią ciągłą, a równania (2) również na rys. 6a lecz linią przerywaną.

Konstrukcja specjalnej głowicy oselkowej umożliwia uzyskanie stałego nacisku narzędzia na przedmiot obrabiany, w strefie skrawania ich kontaktu, w pełnym cyklu obróbczym dzięki temu, że kierunek nacisku na trzpień rozpierający oprawki z oselkami zmienia się wraz z ruchem prostoliniowo-zwrotnym wrzeciona, a podwójnie zbieżne stożki zapewniają takie same warunki pracy narzędzia przy jego ruchu do dołu i

Natomiast w przypadku ruchu głowicy osełkowej w kierunku przeciwnym do działania nacisku na trzpień rozpierający i siły skrawania, układ sił w niej występujących pokazano na rys. 5.

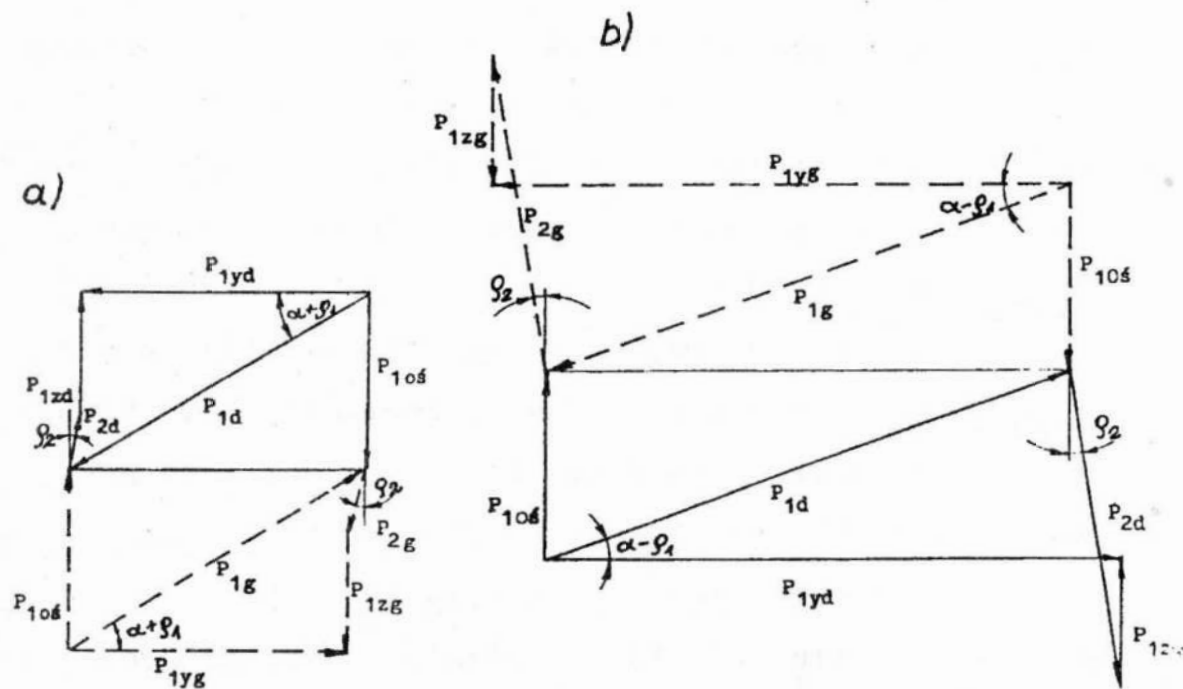
Równania tych sił, zapisane w formie wektorowej, przyjmują następującą postać:

- przy ruchu głowicy osełkowej do dołu:

$$\bar{P}_{1d} + \bar{P}_{2d} + \bar{P}_{1zd} + \bar{P}_{1yd} = 0, \quad (4)$$

- przy ruchu głowicy osełkowej do góry:

$$\bar{P}_{1g} + \bar{P}_{2g} + \bar{P}_{1zg} + \bar{P}_{1yg} = 0. \quad (5)$$



Rys.6. Graficzne wyznaczanie wielkości sił, występujących w głowicy specjalnej podczas gładzenia, przy jej ruchu do dołu - linią ciągłą i w górę - linią przerywaną, przy stałym nacisku na trzpień. a - kierunek siły skrawania przeciwny do kierunku nacisku, b - kierunek siły skrawania zgodny z kierunkiem nacisku

Graficzne rozwiązanie równań (4 i 5) pokazano na rys. 6b, gdzie siły występujące przy ruchu głowicy osełkowej w dół oznaczone są linią ciągłą, a w górę - przerywaną.

Wartość prostopadłej siły nacisku, działającej na roboczą powierzchnię jednej osełki w strefie skrawania, można określić przy użyciu schematu sił przedstawionych na rys. 6b z następującej zależności analitycznej:

$$P_{1yd} = P_{1yg} = \frac{P_{1oś}}{\operatorname{tg}(\alpha - \rho_1)} + (P_{1oś} + P_{1zd,g}) \operatorname{tg} \rho_2, \quad (6)$$

gdzie: $P_{1oś}$ - osiowa siła nacisku trzpienia rozpierającego na jedną oprawkę z osełką,

P_1 - siła nacisku prostopadła do tworzącej stożka,

P_2 - osiowa siła nacisku oprawki z osełką na korpus,

$P_{1d,g}$ - siła nacisku stożka na oprawkę przy ruchu głowicy narzędziowej w dół i do góry,

$P_{2d,g}$ - siła nacisku oprawki z osełką na korpus przy ruchu głowicy narzędziowej w dół i do góry,

$P_{1yd,g}$ - prostopadła siła nacisku osełki na przedmiot obrabiany przy ruchu głowicy w dół i do góry,

$P_{1zd,g}$ - siła osiowa pomiędzy przedmiotem obrabianym i osełką przy ruchu głowicy w dół i do góry,

α - kąt pochylenia tworzącej stożka trzpienia rozpierającego oprawki z osełkami,

ρ_1 - kąt tarcia stożka trzpienia rozpierającego o oprawkę z osełką,

ρ_2 - kąt tarcia oprawki z osełką o korpus głowicy narzędziowej przy jej ruchu do dołu i w górę.

Wyprowadzone zależności analityczne (3) i (6) oraz schematy sił pokazane na rysunku potwierdzają trafność przy-

jętego rozwiązania konstrukcyjnego specjalnej głowicy osełkowej.

4. WNIOSKI

1. Opracowana i przedstawiona na rys. 1 specjalna głowica osełkowa umożliwia uzyskanie stałego nacisku w strefie skrawania w pełnym cyklu procesu gładzenia.
2. Stały nacisk narzędzia na przedmiot obrabiany pozwoli wykonywać na obrabianej powierzchni rysy smarne o takich kształtach, na jakie tylko będzie można zaprofilować roboczą część narzędzia skrawającego.
3. Przedstawiona głowica specjalna odznacza się prostą konstrukcją, jest funkcjonalna i może być stosowana również do tradycyjnego gładzenia, poprawiając (dzięki stałemu naciskowi) jakość powierzchni i zwiększając jej własności użytkowe.
4. Tylko zmiana kierunku działania nacisku na tłok siłownika znajdujący się w głowicy specjalnej, pozwala na zwiększenie siły nacisku w strefie skrawania, przy kącie rozwarcia stożka rozpierającego oprawki z osełkami 20° o 1,9 razy.

LITERATURA

1. U. KLINK: Honen. VDI-Z nr. 3/1986 str. 83+93.
2. L. KWAPISZ, S. WALASIK: Konstrukcja głowicy do gładzenia tulei cylindrowych o regularnej strukturze geometrycznej powierzchni obrabianej. VIII Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej. Koszalin 1985.
3. L. KWAPISZ, S. WALASIK: Patent PRL 237230.
4. L. KWAPISZ, S. WALASIK: Kształtowanie płaskowierzchołkowej struktury geometrycznej powierzchni tulei cylindrowych. IX Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej Kraków 1986.
5. W. SIUTA: Mechanika techniczna. WNT Warszawa 1980.

6. S.W. WENCEL, A.F. GROZA, J.D. POŁTAWSKIJ, A.W. NIESTRENKO: Zależność współczynnika granicznego tarcia odkształcenia od mikrogeometrii trzyczęściowej powierzchni. *Maszynostrojenie* nr. 1/1986 str. 19-21.
7. S. ZAKOŚCIELNY: Wpływ kierunkowości śladów obróbki oraz sposobu wytwarzania na ścierność i ścierność honowania powierzchni na przykładzie siłowników hydraulicznych. Praca doktorska. Politechnika Śląska w Gliwicach, Gliwice 1981.

STRESZCZENIE

W artykule dokonano szczegółowej analizy rozkładu sił, występujących w specjalnej głowicy podczas gladzenia, przy stałym nacisku na trzpień rozpierający osełki w czasie jej ruchu w dół i do góry oraz ich wpływu na wartość siły w strefie skrawania.

CONSTRUCTION AND RESOLUTION OF FORCES IN SPECIAL HONE'S HEAD

Summary

A detailed analysis of decomposition of the forces occurring in special head when honing with a constant pressure on hones expanding mandrel during the head's rising and wobbling motion, is presented in the paper.

OKREŚLENIE WARTOŚCI SIŁY NACISKU OSEŁEK NA PRZEDMIOT PODCZAS GŁADZENIA OTWORÓW GŁOWICĄ KONWENCJONALNĄ

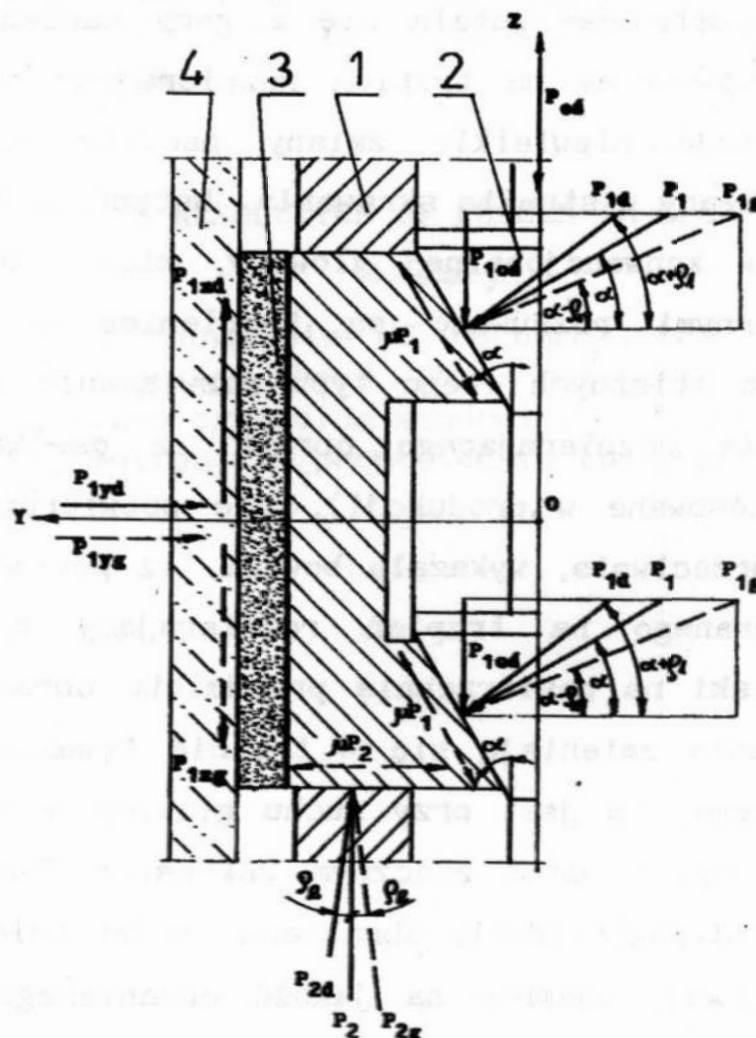
1. WPROWADZENIE

Jednym z głównych parametrów w procesie gładzenia jest wartość nacisku osełek na powierzchnię gładzi tulei cylindrowej w strefie skrawania. Parametr ten przede wszystkim ma decydujący wpływ na: wydajność, dokładność kształtu otworu i jakość struktury geometrycznej obrabianej powierzchni. Dotychczas parametr ten ustala się z góry zakładając, że stały nacisk wywierany na trzpień rozpierający oprawki z osełkami wywołuje niewielkie zmiany nacisku osełek na przedmiot obrabiany w strefie skrawania. Wstępna analiza [2] rozkładu sił w konwencjonalnej głowicy, której oprawki z osełkami ściernymi rozsuwane są trzpieniem o stożkach jednokierunkowo zbieżnych (tego typu rozwiązanie konstrukcyjne trzpienia rozpierającego oprawki z osełkami jest najczęściej stosowane w produkcji), nie potwierdziła tego założenia, a przeciwnie, wykazała bowiem, iż pomimo stałego nacisku wywieranego na trzpień rozpierający oprawki z osełkami, naciski na powierzchnię przedmiotu obrabianego w strefie skrawania zmieniają się w trakcie trwania pełnego cyklu obróbkowego, to jest przy ruchu głowicy w dół i jej powrocie do góry, w dość znacznym zakresie. Ten zmienny nacisk osełek na powierzchnię obrabianą gładzi tulei cylindrowej oddziałuje ujemnie na jakość obrabianego otworu,

zwiększając jego błędy geometryczne i pogarszając parametry struktury geometrycznej, decydujące o właściwościach eksploatacyjno-użytkowych gładzi.

2. ROZKŁAD SIŁ W GŁOWICY KONWENCJONALNEJ

Siły występujące w głowicy, rozpieranej stożkami o jednakowych kierunkach zbieżności w czasie procesu gładzenia, wynikające z sił nacisku trzpienia, tarcia i skrawania, pokazano na rys. 1. Przy ruchu głowicy w dół, występujące w niej siły oznaczone są linią ciągłą, natomiast podczas jej ruchu do góry - przerywaną.



Rys.1. Układ sił w tradycyjnej głowicy, podczas pracy, przy jej ruchu w dół i do góry. 1 - korpus głowicy, 2 - trzpień stożkowy, 3 - oślepka z oprawką, 4 - przedmiot obrabiany

W czasie pełnego cyklu pracy narzędzia, na stożkową powierzchnię trzpienia 2 rozpierającego oprawki z ośkami 3 działa stała wartość siły osiowej $P_{oś}$.

Jeżeli założy się, że głowica wyposażona jest w n oślek, to na każdą z nich działa siła osiowa $P_{1oś} = \frac{P_{oś}}{n}$. Wówczas to na stożkową powierzchnię 2 trzpienia rozpierającego, przy ruchu głowicy w dół i wysuwaniu się ośki z oprawką 3 z korpusu 1, działają siły: P_{1d} - odchyłona od prostej prostopadłej do tworzącej stożka P_1 o kąt tarcia ρ_1 , powstały w wyniku tarcia stożka trzpienia 2 o część stożkową oprawki 3 i P_{2d} - odchyłona o kąt ρ_2 , powstały w wyniku tarcia oprawki z ośką 3 o korpus głowicy 1.

Wielkość kątów ρ_1 i ρ_2 zależy od współczynników tarcia pomiędzy stykającymi się materiałami. Przy ruchu głowicy w dół, pomiędzy jej elementami a przedmiotem obrabianym, działają następujące siły: P_{1d} , P_{2d} , P_{1yd} i P_{1zd} . Równanie tych sił zapisane w formie wektorowej, przyjmuje postać:

$$\bar{P}_{1d} + \bar{P}_{2d} + \bar{P}_{1yd} + \bar{P}_{1zd} = 0, \quad (1)$$

gdzie: $\bar{P}_{1d} = \bar{P}_1 + \mu \bar{P}_1$ a $\bar{P}_{2d} = \bar{P}_2 + \mu \bar{P}_2$.

Graficzne rozwiązanie równania (1) przedstawiono na rys. 2a₁. Analogicznie, dla ruchu głowicy ośkowej do góry równanie siły przyjmuje postać:

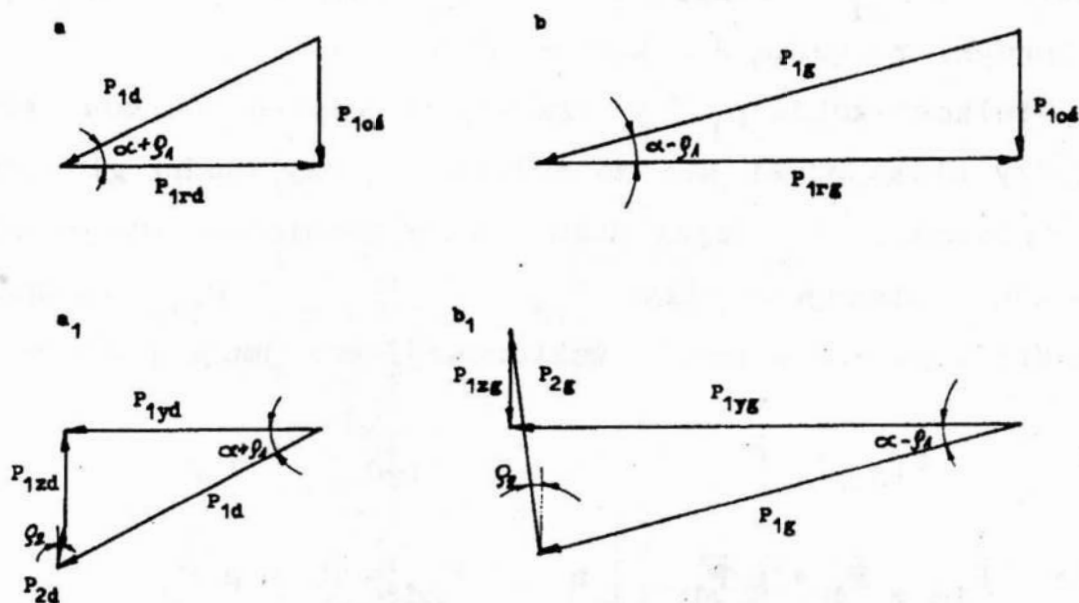
$$\bar{P}_{1g} + \bar{P}_{2g} + \bar{P}_{1yg} + \bar{P}_{1zg} = 0, \quad (2)$$

i analogicznie:

$$\bar{P}_{1g} = \bar{P}_1 + \mu \bar{P}_1 \quad \text{a} \quad \bar{P}_{2g} = \bar{P}_2 + \mu \bar{P}_2,$$

gdzie:

- μ - współczynnik tarcia współpracujących powierzchni,
- P_1 - siła nacisku prostopadła do tworzącej stożka,
- P_2 - osiowa siła nacisku oprawki z osełką na korpus,
- $P_{1d,g}$ - siła nacisku stożka na oprawkę, przy ruchu głowicy narzędziowej w dół i do góry,
- $P_{2d,g}$ - siła nacisku oprawki z osełką na korpus, przy ruchu głowicy narzędziowej w dół i do góry,
- $P_{1yd,g}$ - prostopadła siła nacisku osełki na przedmiot obrabiany, przy ruchu głowicy w dół i do góry,
- $P_{1zd,g}$ - siła osiowa pomiędzy przedmiotem obrabianym i osełką, przy ruchu głowicy w dół i do góry.

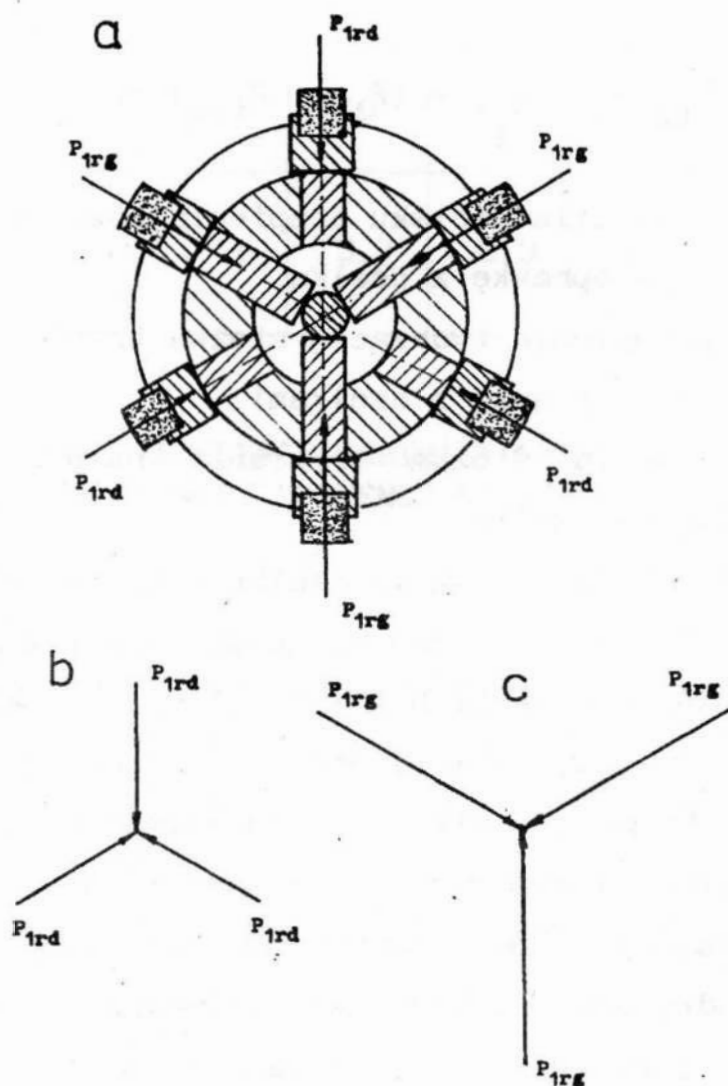


Rys.2. Graficzne wyznaczenie wielkości sił występujących w głowicy podczas gładzenia; a_1 - przy ruchu głowicy w dół, b_1 - przy ruchu głowicy do góry z uwzględnieniem sił tarcia, a oraz b - bez uwzględnienia sił tarcia pomiędzy współpracującymi elementami

Graficzne rozwiązanie równania (2) można uzyskać, korzystając ze schematu sił przedstawionego na rys. 2b₁.

Przy równomiernym rozłożeniu oprawek z osełkami na obwodzie okręgu stanowiącego korpus głowicy rys. 3a, promieniowe składowe siły P_{1rd} i P_{1rg} są, odpowiednio między

sobą, równe i wzajemnie się równoważą, ponieważ tworzą płaski zbieżny układ sił. (rys. 3b i 3c).



Rys.3. Schemat układu sił promieniowych; a - w przekroju prostopadłym do osi głowicy, b - przy ruchu głowicy do dołu i c - przy ruchu do góry

Stąd też, przy jednym pełnym skoku narzędzia na oprawkę z osełką działają tylko siły: P_{1d} i P_{1g} (rys. 2a i 2b).

Wartość prostopadłej siły nacisku, działającej na roboczą powierzchnię jednej osełki w strefie skrawnia, przy ruchu głowicy do dołu i w górę, można wyliczyć, z wyprowadzonych przy użyciu schematu sił pokazanych na rys. 2, z następujących zależności analitycznych:

$$2P_{1yd} = \frac{P_{1oś}}{\operatorname{tg}(\alpha + \rho_1)} - (P_{1oś} - P_{1zd}) \operatorname{tg} \rho_2, \quad (3)$$

a

$$2P_{1yg} = \frac{P_{1oś}}{\operatorname{tg}(\alpha - \rho_1)} + (P_{1oś} + P_{1zg}) \operatorname{tg} \rho_2, \quad (4)$$

gdzie: $P_{1oś}$ - osiowa siła nacisku trzpienia rozpierającego na jedną oprawkę z oselką,

α - kąt pochylenia tworzącej stożka trzpienia rozpierającego oprawkę z oselkami,

ρ_1 - kąt tarcia stożka trzpienia rozpierającego o oprawkę z oselką,

ρ_2 - kąt tarcia oprawkę z oselką o korpus głowicy narzędziowej przy jej ruchu do dołu i w górę.

Z porównania odpowiednich sił P_{1yd} i P_{1yg} , pokazanych na rys. 2 widać, że przy stałej wartości siły osiowej $P_{1oś}$ działającej na trzpień stożkowy, siła określająca nacisk w strefie kontaktu narzędzia z powierzchnią przedmiotu obrabianego, zależy przede wszystkim: od kierunku ruchu wzdłużnego głowicy oraz od kierunku względnego przemieszczania się oprawkę z oselkami w korpusie głowicy.

Z zależności (3 i 4) wynika, że siła ta osiąga wartość maksymalną przy ruchu głowicy narzędziowej do góry i przemieszczaniu się oprawkę z oselką do osi otworu (P_{1yg}), a minimalną przy ruchu głowicy do dołu i przesuwaniu się oprawkę z oselką w kierunku przeciwnym (P_{1yd}).

Stosunek wielkości nacisku sił występujących w strefie skrawania, przy ruchu głowicy narzędziowej w górę P_{1yg} , do wartości tejże siły, lecz przy ruchu głowicy do dołu P_{1yd} , obliczonych w zależności (4 i 3), dla różnych wartości kąta

pochylenia tworzącej stożka rozpierającego oprawki z osłkami ściernymi, przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1

Kąt α pochylenia tworzącej stożka	8°	10°	15°	20°	25°	30°
$\frac{P_{1yg}}{P_{1yd}}$	6	3,7	2,3	1,9	1,7	1,6

3. ANALITYCZNE OKREŚLENIE WARTOŚCI SIŁY NACISKU W STREFIE SKRAWANIA W GŁOWICY KONWENCJONALNEJ

Dla analitycznego określenia wartości sił nacisku w strefie skrawania $P_{1yd,g}$, przy ruchu głowicy narzędziowej w dół i do góry, rozpatrzmy występujący w niej płaski układ sił, przedstawiony na rys. 1. Z warunków równowagi [6] tego układu - rzutu sił na oś Z a następnie na oś Y, otrzymujemy następujące równania:

- dla ruchu głowicy do dołu - rzut sił na oś Z;

$$P_{1zd} + P_{2d} - 2P_1 \sin\alpha - 2P_1\mu \cos\alpha = 0 \quad , \quad (5)$$

i rzut sił na oś Y;

$$P_{1yd} + P_{2d} \mu - 2P_1 \cos\alpha + 2P_1\mu \sin\alpha = 0 \quad , \quad (6)$$

po wstawieniu za $P_{2d} = \frac{P_{oś}}{n} - P_{1zd}$ do zależności (5), wyliczając P_1 , wstawiamy do zależności (6) i wyliczamy P_{1yd} ;

$$P_{1yd} = \frac{P_{oś} (\cos\alpha - \mu \sin\alpha)}{n (\sin\alpha + \mu \cos\alpha)} - \left(\frac{P_{oś}}{n} - P_{1zd} \right) \mu \quad , \quad (7)$$

oraz dla ruchu głowicy narzędziowej do góry - rzut na oś Z;

$$- P_{1zg} + P_{2g} - 2P_1 \sin\alpha + 2P_1 \mu \cos\alpha = 0 \quad , \quad (8)$$

i rzut sił na oś Y;

$$P_{1yg} - P_{2g} \mu - 2P_1 \cos\alpha - 2P_1 \mu \sin\alpha = 0 \quad , \quad (9)$$

analogicznie jw., po wstawieniu za $P_{2d} = \frac{P_{oś}}{n} + P_{1zd}$ otrzymamy:

$$P_{1yg} = \frac{P_{oś} (\cos\alpha + \mu \sin\alpha)}{n (\sin\alpha - \mu \cos\alpha)} + \left(\frac{P_{oś}}{n} + P_{1zg} \right) \mu \quad . \quad (10)$$

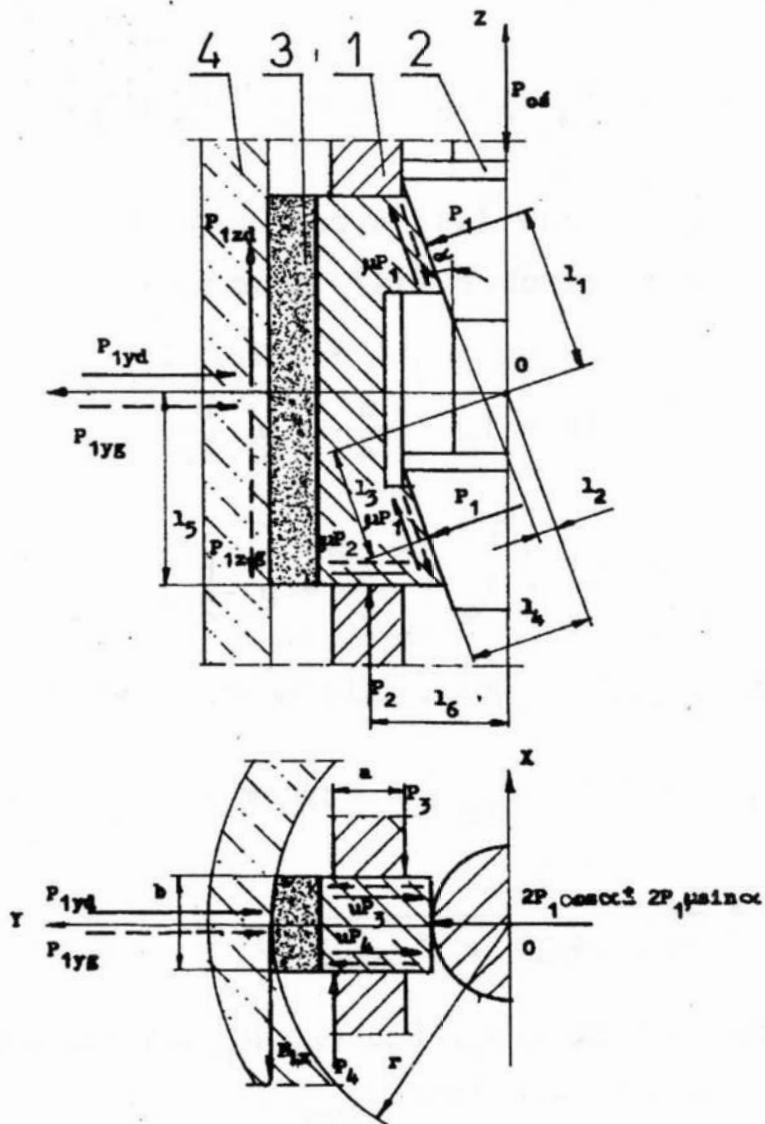
Wyprowadzone zależności (7 i 10) pozwalają na obliczenie siły nacisku oselek na przedmiot obrabiany, zależnie od kąta α pochylenia tworzącej stożka rozpierającego oprawki z ośkami, współczynników tarcia μ i kierunku działania siły skrawania.

4. WPLYW WYMIARÓW GEOMETRYCZNYCH GŁOWICY OSELKOWEJ NA WIELKOŚĆ NACISKU W STREFIE SKRAWANIA

Dla określenia wpływu wymiarów geometrycznych głowicy osełkowej i jej części składowych na wartość siły docisku w strefie skrawania, koniecznym jest rozpatrzenie przestrzennego układu sił w niej występujących, podczas pełnego cyklu procesu gładzenia. Układ sił występujących w głowicy osełkowej, przy jej ruchu do dołu (oznaczono linią ciągłą) i w górę (linią przerywaną), pokazano na rys. 4.

Z warunków równowagi przestrzennego układu sił [6] określamy następujące zależności analityczne:

- suma rzutów wszystkich sił na oś X (ruch głowicy do dołu):



Rys.4. Układ sił w głowicy specjalnej podczas pracy, przy jej ruchu w dół i do góry. 1 - korpus, 2 - trzpień stożkowy, 3 - oślepka z oprawką, 4 - przedmiot obrabiany

$$-P_{1x} + P_4 - P_3 = 0 \quad , \quad (11)$$

- suma rzutów wszystkich sił na oś Y:

$$P_{1yd} - 2P_1 \cos\alpha + 2P_1 \mu \sin\alpha + \mu P_{2d} + \mu P_3 + \mu \cdot P_4 = 0 \quad , \quad (12)$$

- suma rzutów wszystkich sił na oś Z:

$$P_{1zd} - 2P_1 \sin\alpha - 2P_1 \mu \cos\alpha + P_{2d} = 0 \quad , \quad (13)$$

- moment względem osi OZ:

$$- P_{1x} r + P_4 \left(l_6 + \frac{a}{2} \right) - P_4 \left(l_6 - \frac{a}{2} \right) - P_4 \mu \frac{b}{2} + P_3 \mu \frac{b}{2} = 0 \quad (14)$$

Następnie z równania (11) wyznaczamy $P_4 = P_{1x} + P_3$ i po wstawieniu do zależności (14) wyznaczamy kolejno P_3 i P_4 :

$$P_3 = \frac{P_{1x}}{a} \left(r - l_6 - \frac{a}{2} + \mu \frac{b}{2} \right),$$

a

$$P_4 = \frac{P_{1x}}{a} \left(r - l_6 + \frac{a}{2} + \mu \frac{b}{2} \right).$$

Natomiast P_1 wyznaczamy z zależności (13) i po wstawieniu za $P_{2d} = \frac{P_{oś}}{n} - P_{1zd}$ otrzymamy:

$$P_1 = \frac{P_{oś}}{2n(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)}$$

Wyznaczone wartości: P_1, P_2, P_3, P_4 podstawiamy do równania (12), z którego określamy P_{1yd} :

$$P_{1yd} = \frac{P_{oś}}{n} \left(\frac{\cos\alpha - \mu \sin\alpha}{\sin\alpha + \mu \cos\alpha} \right) - \left(\frac{P_{oś}}{n} - P_{1zd} \right) \mu + \\ - \frac{2P_{1x}}{a} \left(r - l_6 + \mu \frac{b}{2} \right) \mu \quad (15)$$

Układ równań przy ruchu głowicy oselkowej do góry, w oparciu o warunki układu sił, analogicznie jak przy jej ruchu w dół, z zachowaniem odpowiednich ich kierunków, jest następujący:

- suma rzutów wszystkich sił na oś X:

$$- P_{1x} + P_4 - P_3 = 0 \quad , \quad (16)$$

- suma rzutów wszystkich sił na oś Y:

$$P_{1yg} - 2P_1 \cos\alpha - 2P_1 \mu \sin\alpha - \mu P_{2g} - \mu P_3 - \mu P_4 = 0 \quad , \quad (17)$$

- suma rzutów wszystkich sił na oś Z:

$$- P_{1zg} - 2P_1 \sin\alpha + 2P_1 \mu \cos\alpha + P_{2g} = 0 \quad , \quad (18)$$

- moment względem osi OZ:

$$-P_{1x} r + P_4 \left(l_6 + \frac{a}{2} \right) - P_3 \left(l_6 - \frac{a}{2} \right) - P_3 \mu \frac{b}{2} + P_4 \mu \frac{b}{2} = 0. \quad (19)$$

Z równania (16) wyznaczamy $P_4 = P_{1x} + P_3$ i po wstawieniu do zależności (19) wyznaczamy P_3 i P_4 :

$$P_3 = \frac{P_{1x}}{a} \left(r - l_6 - \frac{a}{2} - \mu \frac{b}{2} \right) \quad ,$$

$$P_4 = \frac{P_{1x}}{a} \left(r - l_6 + \frac{a}{2} - \mu \frac{b}{2} \right) \quad .$$

Natomiast P_1 wyznaczamy z zależności (18) i po wstawieniu za $P_{2g} = \frac{P_{oś}}{n} + P_{1zg}$ otrzymamy:

$$P_1 = \frac{P_{oś}}{2n(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)} \quad .$$

Wyznaczone wartości P_1 , P_2 , P_3 , P_4 podstawiamy do równania (17), z którego określamy P_{1yg} :

$$P_{1yg} = \frac{P_{oś}}{n} \left(\frac{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}{\sin\alpha - \mu \cos\alpha} \right) + \left(\frac{P_{oś}}{n} + P_{1zg} \right) \mu +$$

$$+ \frac{2P_{1x}}{a} \left(r - l_6 + \mu \frac{b}{2} \right) \mu \quad (20)$$

- gdzie: P_1 - siła nacisku prostopadła do tworzącej stożka rozpierającego oprawkę z ośką,
- P_2 - siła nacisku na korpus głowicy,
- P_3, P_4 - krawędziowe siły nacisku oprawki na korpus,
- $P_{oś}$ - osiowa siła nacisku na trzpień rozpierający,
- P_{1X} - składowa siły skrawania w kierunku osi X, przypadająca na jedną ośkę,
- $P_{1yd, g}$ - składowa siły skrawania w kierunku osi Y, przy ruchu głowicy w dół i do góry,
- $P_{1zd, g}$ - składowa siły skrawania w kierunku osi Z, przy ruchu głowicy w dół i do góry,
- l_1 - ramię działania górnej siły P_1 ,
- l_2 - ramię działania górnej siły μP_1 ,
- l_3 - ramię działania dolnej siły P_1 ,
- l_4 - ramię działania dolnej siły μP_1 ,
- l_5 - ramię działania siły μP_2 ,
- l_6 - ramię działania siły P_2 ,
- a - grubość ścianki korpusu głowicy,
- b - szerokość oprawki mocującej ośki,
- r - promień obrabianego otworu tulei cylindrowej,
- μ - współczynnik tarcia współpracujących części.

Przeprowadzona obszerna analiza rozwiązań konstrukcyjnych różnych, obecnie stosowanych głowic narzędziowych [1, 4, 5, 7] wykazuje, że kąt pochylenia tworzącej stożka rozpierającego oprawki z ośkami, w przeważającej ich większości rozwiązań wynosi 20° . Oznacza to, że w czasie gładzenia, pomimo stałego nacisku wywieranego na trzpień w pełnym cyklu obróbczym, nacisk oselek w strefie skrawania na powierzchnię przedmiotu obrabianego jest 1,9 razy większy przy ruchu głowicy narzędziowej do góry, niż w dół.

Różna wielkość tych nacisków powoduje, że przy gładzeniu konwencjonalnym, jedno- lub dwuoperacyjnym, wielkości rys honowniczych, ich głębokość, szerokość i jakość jest bardzo zróżnicowana, a właściwości trybologiczne obrabianej powierzchni gładzi tulei cylindrowej są również zmienne.

Głównym parametrem, wpływającym w decydujący sposób na wielkość siły w strefie skrawania w procesie gładzenia, jest nacisk wywierany na trzpień rozpierający oprawki z osełkami. Pozostałymi parametrami są: n - ilość oselek, a - grubość ścianki korpusu głowicy, b - szerokość oprawki mocującej osełki, l_g - odległość siły nacisku oprawki z osełką na korpus głowicy i r - promień obrabianego otworu.

5. WNIOSKI

- 1 - Konwencjonalna konstrukcja stożkowa lub klinowa trzpień rozpierającego oprawki z osełkami ściernymi nie zapewnia stałego nacisku części roboczej narzędzia na powierzchnię obrabianego przedmiotu w strefie skrawania w pełnym cyklu obróbki, co jest przyczyną powstawania po gładzeniu rys o różnych głębokościach i przypadkowym ich rozmieszczeniu, bardzo często tylko jednokierunkowych zamiast krzyżowych.
- 2 - Ukształtowanie bardziej jednorodnej struktury geometrycznej powierzchni roboczej tulei cylindrowej wymaga przede wszystkim utrzymania stałego nacisku narzędzia na gładź tulei cylindrowej w pełnym cyklu obróbczym.
- 3 - Zapewnienie stałego nacisku w strefie skrawania wymaga opracowania nowej konstrukcji głowicy osełkowej, trzpień rozpierającego oprawki z osełkami i sposobu sterowania nim.

- 4 - Uzyskanie bardziej jednorodnej struktury geometrycznej powierzchni obrabianej (z regularnie rozmieszczonymi rowkami smarnymi) o zwiększonej odporności na zużycie, szczególnie w czasie docierania i pierwszym okresie eksploatacji silnika, możliwe będzie przy zapewnieniu stałego nacisku oselek na gładź tulei cylindrowej w pełnym cyklu obróbkowym i odpowiednim uprofilowaniu części roboczej (skrawającej) oselek.
- 5 - Wpływ wymiarów geometrycznych głowicy na wielkość siły w strefie skrawania, określonych wyprowadzonymi zależnościami analitycznymi (15) i (20), wymaga przeprowadzenia dokładnej ich analizy, nad czym prowadzone są dalsze prace badawcze.

LITERATURA

1. F. HENINGAUS: Honingowalnacja gołowka. Reż. Instr. nr. 6/1980, str. 24÷27.
2. L. KWAPISZ, S. WALASIK: Konstrukcja głowicy do gładzenia tulei cylindrowych o regularnej strukturze geometrycznej powierzchni obrabianej. VIII Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej. Koszalin 1985.
3. L. KWAPISZ, S. WALASIK: Patent PRL 237230.
4. Patenty: PRL; 81994, 110355, 114367, 143113, 206353, 219526, 231952 i 258185.
5. Patenty: Niemcy; 1502590, 2450686 i 2838948.
6. W. SIUTA: Mechanika techniczna. WNP, Warszawa 1980.
7. Katalog firmy "SUNNEN - HONING": Honing machines and tools. 1985 (USA).

STRESZCZENIE

W artykule dokonano szczegółowej analizy rozkładu sił występujących w tradycyjnej głowicy podczas gładzenia, przy stałym nacisku na trzpień rozpierający osełki, w czasie jej ruchu w dół i do góry, jak również wpływu jej wymiarów geometrycznych na wartość siły w strefie skrawania.

**DETERMINATION OF HONE'S POWER PRESSURE ON OBJECT DURING
THE SMOOTHING PROCESS OF CONVENTIONAL HEAD**

Summary

A detailed analysis of decomposition of the forces occurring in conventional head when honing with a constant pressure on hones expanding mandrel during the head's rying and wobbling motion, is presented in the paper.

WPLYW WYBRANYCH PARAMETRÓW PROCESU GŁADZENIA NA
KSZTAŁTOWANIE GŁĘBOKOŚCI R_t RYS SMARNYCH

1. WPROWADZENIE

Nauki techniczne wyróżniają się tym, że związków między obiektami stanowiącymi przedmiot ich badań poszukują w postaci zależności matematycznej. Aby zależności takie można było ustalić, musimy wpierw obiektom tym przyporządkować cechy wyrażalne przez wartości liczbowe. Cechy takie nazywamy wielkościami fizycznymi, a wykonując ich pomiar, przyporządkowujemy im określoną wartość liczbową. W ten sposób, wyniki pomiarów stanowią bezpośrednie źródło poznawania we wszystkich naukach ścisłych [4].

W doświadczalny materiał, nagromadzony w wyniku przeprowadzonych pomiarów, należy wprowadzić pewien logiczny ład. Zadanie to w każdej nauce spełnia teoria, która wychodząc z pewnych ogólnych sformułowań i twierdzeń, stara się znaleźć wyjaśnienie zaobserwowanych prawidłowości i przewidzieć nowe, nieznane dotychczas zjawiska i związki. Dla konfrontacji wyników pomiarów z twierdzeniami teorii, wyniki te muszą być w pewien sposób opracowane matematycznie. Na różnych etapach takiego opracowania musi się wykonać obliczenia matematyczne - statystyczne i stąd wielkie znaczenie tego typu rachunków. Tylko w najprostszych wypadkach wykonywany rachunek bywa ścisły i dokładny. Zwykle stosuje się metody przybliżone (statystyka matematyczna) i od właściwego ich

doboru często zależy ostatecznie uzyskany wynik [3,4,5,6,7].

Wyniki pomiarów obarczone są zawsze pewnymi błędami. Pochodzą one z niedokładności zastosowanej metody i użytych przyrządów pomiarowych, błędów popełnionych przez obserwatora, lub też działania wielu innych, często trudnych do uchwycenia czynników. Przy opracowaniu wyników pomiarów powstaje problem, w jakim stopniu wyniki te reprezentują rzeczywistość oraz w jaki sposób winny one być przetworzone celem uzyskania wartości możliwie najbardziej zbliżonych do rzeczywistości [3, 4, 5, 6, 7].

2. METODA PRZEDSTAWIANIA DANYCH ZA POMOCĄ RÓWNAŃ

Dane eksperymentalne, podające związki pomiędzy wartościami zmiennych, pochodzących z pomiarów struktury geometrycznej powierzchni kształtowanej w procesach technologicznych, przedstawiane za pomocą odpowiedniego równania empirycznego, są bardzo często stosowane. Zalety tej metody są następujące:

- łatwość zapamiętywania związków przedstawionych w postaci empirycznego równania,
- łatwość wykonywania, na tak przedstawionych danych, różnych operacji, jak: wyznaczanie wartości zmiennej zależnej dla dowolnej wartości zmiennej niezależnej, obliczanie pochodnej, a niekiedy całki funkcji,
- równanie lub jego stałe mogą być przedmiotem badania.

W praktyce najczęściej mamy do czynienia z dwoma typami równań przedstawiających dane eksperymentalne, a mianowicie:
1 - Równanie teoretyczne - gdy z teorii badanego procesu znamy formę równania opisującego związek między zmiennymi empirycznymi.

Zadanie nasze polega w takim przypadku na dopasowaniu do danych eksperymentalnych funkcji teoretycznej, przez dobranie stałych występujących w tej funkcji.

- 2 - Równanie empiryczne - gdy nie znamy matematycznej postaci zależności między zmiennymi empirycznymi, lecz staramy się ją odgadnąć na podstawie zmierzonych wartości tych zmiennych. W tym przypadku zadanie polega nie tylko na wyznaczeniu stałych równania przez porównanie z danymi eksperymentalnymi, lecz również na znalezieniu odpowiedniej formy tego równania [4, 5, 6].

3. WYBÓR RÓWNIANIA EMPIRYCZNEGO PRZEDSTAWIAJĄCEGO DANE EKSPERYMENTALNE

Przy wyborze równania empirycznego przedstawiającego dane eksperymentalne należy kierować się następującymi postulatami:

- równanie to powinno możliwie najlepiej przedstawiać zależność między wartościami zmiennych wynikających z pomiarów,
- powinno zawierać możliwie najmniejszą liczbę stałych.

Natomiast przy poszukiwaniach odpowiedniej formy równania możemy posłużyć się następującymi wskazówkami:

- 1 - Jeżeli dane są dobrze reprezentowane przez linię prostą na papierze o skali równomiernej, wówczas najodpowiedniejszą jest funkcja liniowa: $y = a + bx$.

- 2 - Dane reprezentowane linią prostą we współrzędnych $(y, \frac{1}{x})$ lub $(\frac{1}{y}, x)$ będą najlepiej przedstawione równaniami:

$$y = a + \frac{b}{x} ; \quad \frac{1}{y} = a + bx .$$

- 3 - Jeżeli dane przedstawione są linią prostą na papierze

półlogarytmicznym, wówczas najodpowiedniejszym równaniem będzie:

$$y = a \cdot b^x \quad \text{lub} \quad y = a \cdot e^{bx} .$$

4 - Wykres będący linią prostą na papierze logarytmicznym wskazuje na postać równania: $y = a \cdot x^n$

5 - Wielomianami:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x_n + a_{11} x_1^2 + \dots + a_{nn} x_n^2 + a_{12} x_1 x_2 + \dots + a_{n-1, n} x_{n-1} x_n ;$$

$$y = a_0 + \sum_{k=1}^{k=i} a_k x_k + \sum_{k=1}^{k=i} a_{kk} x_k^2 + \sum_{k=1}^{k=i} a_{kq} x_k x_q ,$$

gdzie:

i = ilość czynników badanych,

$q = 2, 3, 4, \dots, i,$

odpowiedniego stopnia możemy przedstawiać dowolne dane eksperymentalne. Dla określenia stopnia wielomianu należy utworzyć koniecznie różnice tablicowe: rząd różnic o wartości w przybliżeniu stałej lub stałej podaje nam stopień przybliżającego wielomianu [4, 5].

Prowadzenie badań struktury geometrycznej powierzchni ma na celu umożliwienie świadomego jej kształtowania w procesie technologicznym. Dążenie do tak postawionego celu oznacza konieczność wykonania, w zależności od ilości czynników badanych, ogromnej liczby badań i pomiarów. Aby przy tym nie zgubić się w mnogości fragmentarycznych badań, koniecznym jest przyjęcie, a potem konsekwentne przestrzeganie, właściwej strategii badań.

Przechodząc bezpośrednio do zagadnień teorii eksperymentu, [3,4], utworzenie modelu matematycznego wymaga przede

wszystkim określenia zbioru wielkości mających wpływ na obiekt badań. Etap ten nazywamy etapem charakteryzacji jakościowej modelu względnie analizy czynnikowej.

Charakteryzacja modelu matematycznego obiektu badań, którego koncepcja ma być weryfikowana w oparciu o badania doświadczalne, powinna zawierać co najmniej następujące elementy:

- 1 - Zestawienie - na podstawie ogólnych przesłanek merytorycznych, np. fizyko-technicznych lub wyników innych zbliżonych tematycznie badań mających wpływ na obiekt badań;
- 2 - Klasyfikację czynników mających wpływ na obiekt badań, uwzględniając ich podział na niżej podane grupy:
 - czynniki badane (sterowane, niezależne), których cechą podstawową jest możliwość celowej i kontrolowanej zmiany ich wartości w czasie realizacji badań doświadczalnych. Zbiór czynników badanych oznaczamy umownie symbolami: $X(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_i)$;
 - czynniki wynikowe (zależne), których pierwszą istotną cechą jest fakt, że mają one podstawowe znaczenie dla oceny badanego obiektu. W badaniach optymalizacyjnych czynniki wynikowe albo same stanowią kryterium optymalizacji, albo też są najważniejszą podstawą do jego określenia. Drugą istotną cechą czynników wynikowych jest możliwość określenia ich wartości - wyników pomiarów lub obserwacji - dla różnych wartości czynników badanych X . Zbiór czynników wynikowych oznaczamy umownie symbolem: $Z(z_1, z_2, \dots, z_k, \dots, z_z)$ lub jeżeli występuje tylko jeden czynnik wynikowy - symbol z ;
 - czynniki stałe, stanowiące tzw. niezmiennie warunki

badan. Wartości czynników stałych ustalamy w trakcie badan na pewnych wybranych poziomach, a ich zbiór oznaczamy symbolem: $C(c_1, c_2, \dots, c_k, \dots, c_c)$;

- czynniki zakłócające (niesterowane), których cechą podstawową jest przypadkowy charakter ich wpływu.

Zbiór czynników zakłócających oznaczamy symbolem:

$H(h_1, h_2, \dots, h_k, \dots, h_h)$.

3 - Koncepcję modelu matematycznego, to jest określenie wstępne rodzaju zależności (funkcji), obejmującej czynniki charakteryzujące, a zwłaszcza: Z i X.

Utworzenie modelu matematycznego wymaga przede wszystkim określenia zbioru wielkości mających wpływ na obiekt badan.

4. KLASYFIKACJA I WYBÓR CZYNNIKÓW MAJĄCYCH WPLYW NA OBIEKT BADAŃ

Czynniki mające wpływ na obiekt badan dzielimy na:

a - czynniki badane, których cechą jest możliwość zmiany celowej i kontrolowanej w czasie realizacji badan:

p - ciśnienie - nacisk jednostkowy,

h - posuw (skok linii śrubowej),

v - prędkość obwodowa,

Zr - ziarnistość osełek,

b - czynniki stałe stanowiące niezmiennic warunki badan:

Ra - chropowatość powierzchni przed obróbką,

HB - twardość powierzchni przedmiotu obrabianego,

C - czynnik chłodzący,

m - materiał narzędzia,

O - twardość narzędzia skrawającego,

c - czynniki zakłócające:

b_r - bicie promieniowe,

T - temperatura otoczenia,

I - inne czynniki np.: błędy pomiarów, drgania itp.

Celem badań jest określenie zależności funkcyjnej pomiędzy głównymi parametrami, którymi są: nacisk p , skok linii śrubowej h , prędkość obwodowa v i ziarnistość Z_r a wysokością chropowatości R_t struktury podstawowej przedmiotu obrabianego (głębokością kanałków - rys smarnych na powierzchni gładzi tulei) uzyskiwanych za pomocą specjalnej głowicy osełkowej [1, 2].

Ponieważ czynnikiem wynikowym jest tylko wysokość chropowatości (głębokość rys struktury podstawowej) R_t , pozwala to na uproszczenie modelu badań do postaci przedstawionej na rys. 1.

Ponieważ, zbiór wszystkich elementów wynikowych jest zbiorem jednoelementowym (jedynym elementem jest czynnik R_t), to funkcja obiektu badanego przedstawia się następująco:

$$z = F(X) \quad , \quad (1)$$

gdzie:

X - zbiór czynników badanych sterowalnych.

Przyjmując następujące oznaczenia poszczególnych czynników badanych:

$$X_1 = p - \text{ciśnienie,}$$

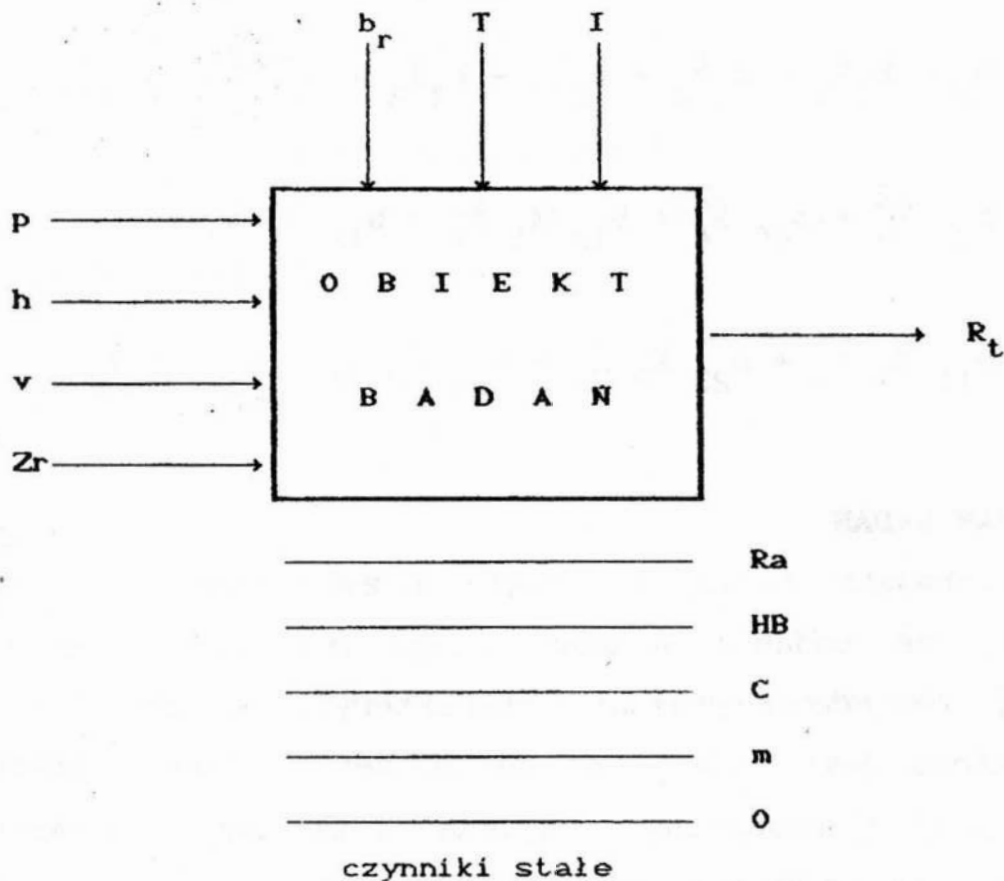
$$X_2 = h - \text{posuw (skok linii śrubowej),}$$

$$X_3 = v - \text{prędkość obwodowa,}$$

$$X_4 = Z_r - \text{ziarnistość osełek.}$$

otrzymamy

$$z = F(X_1, X_2, X_3, X_4) \quad . \quad (2)$$



Rys.1. Rzeczywisty schemat blokowy obiektu badań

Jako postać matematyczną funkcji obiektu badanego przyjmujemy wielomian drugiego stopnia [4].

$$z = b_0 + \sum_{k=1}^{k=4} b_k \check{X}_k + \sum_{k=1}^{k=4} b_{kk} \check{X}_k^2 + \sum_{k=1}^{k=4} b_{kq} \check{X}_k \check{X}_q, \quad (3)$$

gdzie:

z - czynnik wynikowy,

b_0, b_k, b_{kk}, b_{kq} - współczynniki regresji,

i - liczba czynników badanych,

$k = 1, 2, 3, 4,$

$q = 2, 3, 4.$

Po rozwinięciu wielomian (3) przedstawia się następująco:

co:

$$\begin{aligned}
z = & b_0 + b_1 \check{X}_1 + b_2 \check{X}_2 + b_3 \check{X}_3 + b_4 \check{X}_4 + b_{11} \check{X}_1^2 + b_{22} \check{X}_2^2 + \\
& + b_{33} \check{X}_3^2 + b_{44} \check{X}_4^2 + b_{12} \check{X}_1 \check{X}_2 + b_{13} \check{X}_1 \check{X}_3 + \\
& + b_{14} \check{X}_1 \check{X}_4 + b_{23} \check{X}_2 \check{X}_3 + b_{24} \check{X}_2 \check{X}_4 + b_{34} \check{X}_3 \check{X}_4 .
\end{aligned} \tag{4}$$

5. PROGRAM BADAŃ

Postępujący rozwój techniki, a zwłaszcza technologii powoduje, że badania naukowe stają się coraz bardziej obszerne. Wszystkie programy charakteryzuje jedna wspólna cecha, którą jest dążenie do ograniczenia czasu i kosztów badań, przy jednoczesnym uzyskaniu możliwie optymalnej informacji na podstawie szczegółowej analizy ich wyników, otrzymanych z badań [3, 4, 5, 6, 7].

Jednym z takich programów jest program statyczny zeterminowany, selekcyjny, wieloczynnikowy, rotatabilny P S/DS - P : λ .

Planowanie rotatabilne o kulistym rozkładzie informacji, zwane również planowaniem o symetrii obrotowej, ma wartość praktyczną, ponieważ daje planowi eksperymentu właściwości użytkowe, gwarantując stałość dokładności otrzymanego modelu, stałość oszacowania funkcji regresji w pewnym otoczeniu punktu centralnego planu. Realizacja tego programu wymaga wykonania, dla 4 czynników badanych, następującej liczby pomiarów: [3, 4].

- jądro programu:

$$\begin{aligned}
n_k &= 2^i , \\
i &= 4 ,
\end{aligned} \tag{5}$$

$$n = 2^4 = 16 ,$$

gdzie:

n_k - liczba pomiarów w jądrze programu,

i - liczba czynników badanych.

- punkty gwiazdne:

$$n = 2 \cdot i = 2 \cdot 4 = 8 , \quad (6)$$

- centrum programu:

$$n_o = 7 ,$$

gdzie:

n_o - liczba pomiarów w centrum programu przyjęta z tab. 4.15 [4].

Przy liczbie powtórzeń $r = 3$ wymagane jest przeprowadzenie liczby N pomiarów, równej:

$$N = r(n_k + n + n_o) = 3(16 + 8 + 7) = 93 . \quad (7)$$

Zakres zmienności czynników badanych przyjęto na podstawie, realizowanych aktualnie, technologicznych procesów gładzenia w Wytwórni Sprzętu Mechanicznego Krotoszyn.

Wynoszą one:

$$\begin{aligned} X_1 &= p = 0,1 + 0,7 \text{ MPa} , & X_3 &= v = 6 + 16 \text{ m/min} , \\ X_2 &= h = 32 + 80 \text{ mm} , & X_4 &= Zr = 180 + 500 , \end{aligned} \quad (8)$$

- określenie wartości centralnych:

$$\begin{aligned} X_{1o} &= \frac{X_{1\max} + X_{1\min}}{2} = \frac{0,7 + 0,1}{2} = 0,4 , \\ X_{2o} &= \frac{X_{2\max} + X_{2\min}}{2} = \frac{80 + 32}{2} = 56 , \\ X_{3o} &= \frac{X_{3\max} + X_{3\min}}{2} = \frac{16 + 6}{2} = 11 , \end{aligned} \quad (9)$$

$$X_{4o} = \frac{X_{4max} + X_{4min}}{2} = \frac{500 + 180}{2} = 340 ,$$

- dla określenia jednostki zmienności ΔX , przyjmując z tabelicy 4.15 [4] obowiązujące dla programu P S/DS - P : λ następujące wartości: $\alpha = 2$, $i = 4$, $n_1 = 5$, stąd:

$$\Delta X_1 = \frac{X_{1max} - X_{1o}}{\alpha} = \frac{0,7 - 0,4}{2} = 0,15 ,$$

$$\Delta X_2 = \frac{X_{2max} + X_{2o}}{\alpha} = \frac{80 - 56}{2} = 12 ,$$

$$\Delta X_3 = \frac{X_{3max} + X_{3o}}{\alpha} = \frac{16 - 11}{2} = 2,5 ,$$

$$\Delta X_4 = \frac{X_{4max} + X_{4o}}{\alpha} = \frac{500 - 340}{2} = 80 ,$$

(10)

- pozwala to na określenie następujących relacji kodowych:

$$\check{X}_1 = \frac{X_1 - X_{1o}}{\Delta X_1} = \frac{p - 0,4}{0,15} , \quad \check{X}_2 = \frac{X_2 - X_{2o}}{\Delta X_2} = \frac{h - 56}{12} ,$$

$$\check{X}_3 = \frac{X_3 - X_{3o}}{\Delta X_3} = \frac{v - 11}{2,5} , \quad \check{X}_4 = \frac{X_4 - X_{4o}}{\Delta X_4} = \frac{Zr - 340}{80} ,$$

- oznacza to jednocześnie przyjęcie następującego kodu:

(poziom górny - gwiazdny; $\alpha = + 2$)

$$"+ \alpha" = X_1(+ \alpha) = X_{1o} + \alpha \cdot \Delta X_1 = 0,4 + 2 \cdot 0,15 = 0,7 ,$$

$$X_2(+\alpha) = X_{20} + \alpha \cdot \Delta X_2 = 56 + 2 \cdot 12 = 80 \quad ,$$

$$X_3(+\alpha) = X_{30} + \alpha \cdot \Delta X_3 = 11 + 2 \cdot 2,5 = 16 \quad ,$$

$$X_4(+\alpha) = X_{40} + \alpha \cdot \Delta X_4 = 340 + 2 \cdot 80 = 500 \quad ,$$

(poziom górny - jądro)

$$"+ 1" = X_1(+1) = X_{10} + \Delta X_1 = 0,4 + 0,15 = 0,55 \quad ,$$

$$X_2(+1) = X_{20} + \Delta X_2 = 56 + 12 = 68 \quad ,$$

$$X_3(+1) = X_{30} + \Delta X_3 = 11 + 2,5 = 13,5 \quad ,$$

$$X_4(+1) = X_{40} + \Delta X_4 = 340 + 80 = 420 \quad ,$$

(centrum programu)

$$"0" = X_1(0) = 0,4 \quad ,$$

$$X_2(0) = 56 \quad ,$$

$$X_3(0) = 11 \quad ,$$

$$X_4(0) = 340 \quad ,$$

(poziom dolny - jądro)

$$"- 1" = X_1(-1) = X_{10} - \Delta X_1 = 0,4 - 0,15 = 0,25 \quad ,$$

$$X_2(-1) = X_{20} - \Delta X_2 = 56 - 12 = 44 \quad ,$$

$$X_3(-1) = X_{30} - \Delta X_3 = 11 - 2,5 = 8,5 \quad ,$$

$$X_4(-1) = X_{40} - \Delta X_4 = 340 - 80 = 260 \quad ,$$

(poziom dolny - gwiazdny ; $\alpha = - 2$)

$$"- \alpha" = X_1(- \alpha) = X_{10} - \alpha \cdot \Delta X_1 = 0,4 - 2 \cdot 0,15 = 0,1 \quad ,$$

$$X_2(- \alpha) = X_{20} - \alpha \cdot \Delta X_2 = 56 - 2 \cdot 12 = 32 \quad ,$$

$$X_3(- \alpha) = X_{30} - \alpha \cdot \Delta X_3 = 11 - 2 \cdot 2,5 = 6 \quad ,$$

$$X_4(- \alpha) = X_{40} - \alpha \cdot \Delta X_4 = 340 - 2 \cdot 80 = 180 \quad .$$

Obliczone wyżej (dla poszczególnych poziomów) wartości kodowe czynników badanych zestawiono w tab.1.

Tabela 1

Wartości kodowe czynników badanych dla programu PS/DS-P: λ

Czynniki badane		K o d ($\alpha = 2,00$)				
X_k	ΔX_k	$-\alpha$	-1	0	+1	$+\alpha$
X_1	0,15	0,1	0,25	0,4	0,55	0,70
X_2	12,00	32,00	44,00	56,00	68,00	80,00
X_3	2,50	6,00	8,50	11	13,50	16,00
X_4	80	180	260	340	420	500

Program badań podstawowych zrealizowano w/g tab. 2, a wyniki pomiarów głębokości kanałków smarnych R_t , uzyskanych dla poszczególnych układów parametrów procesu gładzenia, zestawiono w tab. 3.

6. RÓWNANIE REGRESJI I WYKRES FUNKCJI

Kompletne obliczenia statystyczne wykonano przy pomocy specjalnego programu komputerowego „PLANEKS” [8].

Pozytywne testy wszystkich parametrów równania regresji

Tabela 2.

Schemat realizacji programu PS/DS-P: λ dla $i=4$

Lp	C Z Y N N I K I B A D A N E							
	K o d				W a r t o ś c i			
	\check{X}_1	\check{X}_2	\check{X}_3	\check{X}_4	(p) X_1 [MPa]	(h) X_2 [mm]	(v) X_3 [$\frac{m}{min}$]	X_4 [Zr]
1	-1	-1	-1	-1	0,25	44,00	8,50	260
2	+1	-1	-1	-1	0,55	44,00	8,50	260
3	-1	+1	-1	-1	0,25	68,00	8,50	260
4	-1	-1	+1	-1	0,25	44,00	13,50	260
5	-1	-1	-1	+1	0,25	44,00	8,50	420
6	-1	+1	+1	+1	0,25	68,00	13,50	420
7	+1	-1	+1	+1	0,55	44,00	13,50	420
8	+1	+1	-1	+1	0,55	68,00	8,50	420
9	+1	+1	+1	-1	0,55	68,00	13,50	260
10	-1	-1	+1	+1	0,25	44,00	13,50	420
11	-1	+1	-1	+1	0,25	68,00	8,50	420
12	+1	-1	+1	-1	0,55	44,00	13,50	260
13	+1	+1	-1	-1	0,55	68,00	8,50	260
14	-1	+1	+1	-1	0,25	68,00	13,50	260
15	+1	-1	-1	+1	0,55	44,00	8,50	420
16	+1	+1	+1	+1	0,55	68,00	13,50	420
17	0	0	0	0	0,40	56,00	11,00	340
18	0	0	0	0	0,40	56,00	11,00	340
19	0	0	0	0	0,40	56,00	11,00	340
20	0	0	0	0	0,40	56,00	11,00	340
21	0	0	0	0	0,40	56,00	11,00	340
22	0	0	0	0	0,40	56,00	11,00	340
23	0	0	0	0	0,40	56,00	11,00	340
24	-2	0	0	0	0,10	56,00	11,00	340
25	+2	0	0	0	0,70	56,00	11,00	340
26	0	-2	0	0	0,40	32,00	11,00	340
27	0	+2	0	0	0,40	80,00	11,00	340
28	0	0	-2	0	0,40	56,00	6,00	340
29	0	0	+2	0	0,40	56,00	16,00	340
30	0	0	0	-2	0,40	56,00	11,00	180
31	0	0	0	+2	0,40	56,00	11,00	500

Tabela 3.

Wyniki badań głębokości kanałków smarnych R_t po gładzeniu

Lp	CZYNNIKI BADANE				W Y N I K I B A D A Ń			
	W a r t o s c i				(R_{t1})	(R_{t2})	(R_{t3})	(\bar{R}_t)
	X_1 (p) [MPa]	X_2 (h) [mm]	X_3 (v) [$\frac{m}{min}$]	X_4 [Zr]	Z_1 μm	Z_2 μm	Z_3 μm	\bar{Z} μm
1	0,25	44,00	8,50	260	10,00	8,00	13,00	10,333
2	0,55	44,00	8,50	260	20,00	18,00	22,50	20,167
3	0,25	68,00	8,50	260	9,50	14,00	12,00	11,833
4	0,25	44,00	13,50	260	11,50	9,00	13,00	11,167
5	0,25	44,00	8,50	420	15,50	10,00	12,50	12,667
6	0,25	68,00	13,50	420	15,00	12,00	9,50	12,167
7	0,55	44,00	13,50	420	17,00	18,50	21,50	19,000
8	0,55	68,00	8,50	420	19,50	17,00	22,00	19,500
9	0,55	68,00	13,50	260	20,50	17,50	22,50	20,167
10	0,25	44,00	13,50	420	11,50	9,00	14,00	11,500
11	0,25	68,00	8,50	420	13,00	16,00	10,00	13,000
12	0,55	44,00	13,50	260	18,50	15,50	21,50	18,500
13	0,55	68,00	8,50	260	21,50	16,50	18,50	18,833
14	0,25	68,00	13,50	260	14,00	12,00	15,00	13,667
15	0,55	44,00	8,50	420	18,00	20,50	22,50	20,333
16	0,55	68,00	13,50	420	18,50	20,00	23,00	20,500
17	0,40	56,00	11,00	340	18,00	15,50	20,00	18,167
18	0,40	56,00	11,00	340	13,50	11,00	9,50	11,333
19	0,40	56,00	11,00	340	18,00	15,50	22,00	18,500
20	0,40	56,00	11,00	340	12,00	16,50	15,00	14,500
21	0,40	56,00	11,00	340	17,50	16,00	20,50	18,000
22	0,40	56,00	11,00	340	12,50	10,00	15,50	12,667
23	0,40	56,00	11,00	340	15,00	18,00	22,00	18,333
24	0,10	56,00	11,00	340	4,50	3,00	6,50	4,667
25	0,70	56,00	11,00	340	24,00	18,00	22,00	21,333
26	0,40	32,00	11,00	340	15,50	18,00	13,00	15,500
27	0,40	80,00	11,00	340	13,00	18,50	16,00	15,833
28	0,40	56,00	6,00	340	18,50	13,00	16,50	16,000
29	0,40	56,00	16,00	340	16,50	12,50	18,00	15,667
30	0,40	56,00	11,00	180	15,50	19,00	14,00	16,167
31	0,40	56,00	11,00	500	13,00	19,50	16,50	16,333

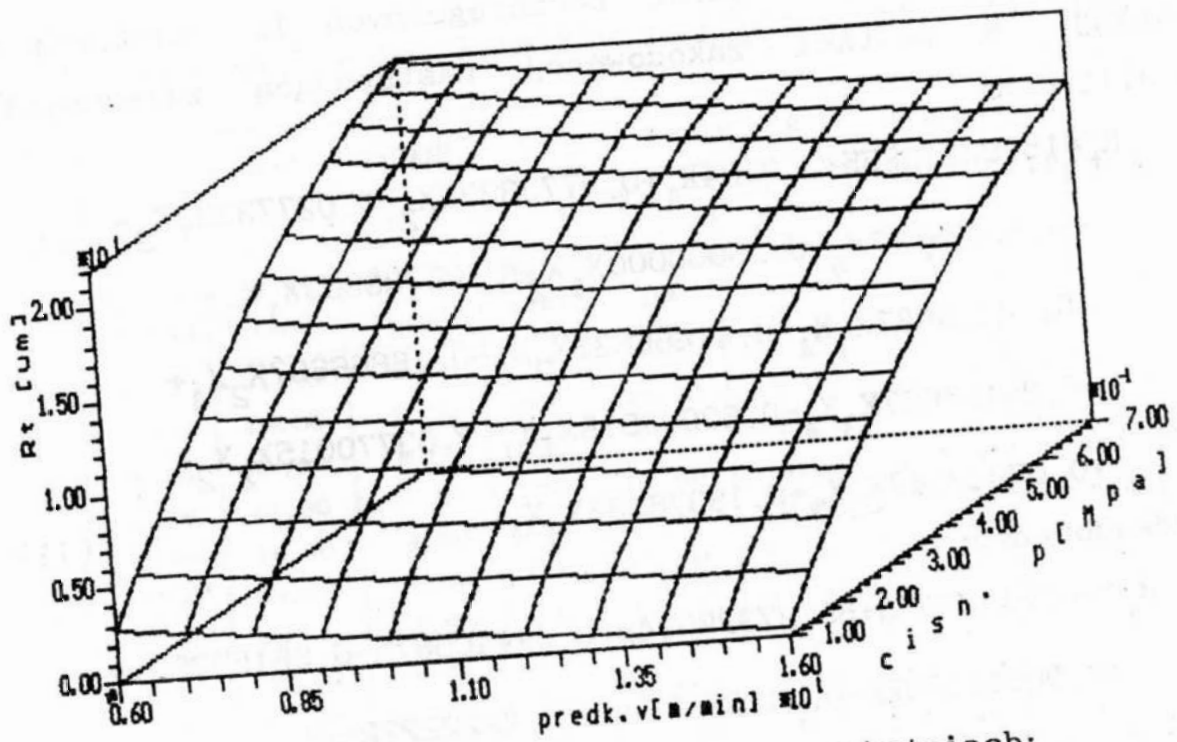
4 pozwoliły na określenie poszczególnych ich wartości i funkcji w postaci zakodowanej następującą zależnością analityczną:

$$\begin{aligned}
 R_t = & 15,92219855 + 3,9104X_1 + 0,27733333X_2 - 0,02773333X_3 + \\
 & + 0,18026667X_4 - 0,25000000X_1X_2 - 0,08333333X_1X_3 + \\
 & - 0,04166667X_1X_4 + 0,41666667X_2X_3 - 0,16666667X_2X_4 + \\
 & - 0,29166667X_3X_4 - 0,63003318X_1X_1 + 0,03770015X_2X_2 + \\
 & + 0,07943348X_3X_3 + 0,18376682X_4X_4
 \end{aligned} \tag{11}$$

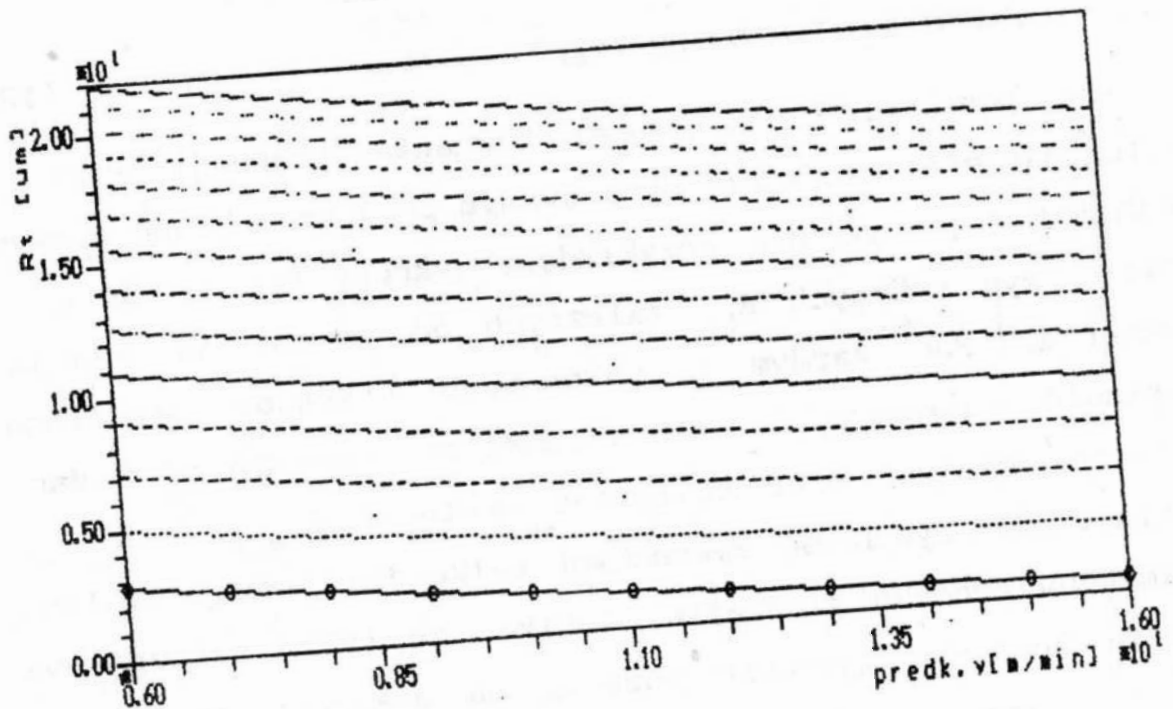
i odkodowanej:

$$\begin{aligned}
 R_t = & -0,01123153 + 55,87329094p - 0,04440567h - 0,66153253v + \\
 & + 0,00988089Zr - 0,113888889ph - 0,22222222pv + \\
 & - 0,00347222pZr + 0,01388889hv - 0,00017361hZr + \\
 & - 0,00145833vZr - 28,00147479p^2 + 0,00026181h^2 + \\
 & + 0,01270936v^2 + 0,00002871Zr^2
 \end{aligned} \tag{12}$$

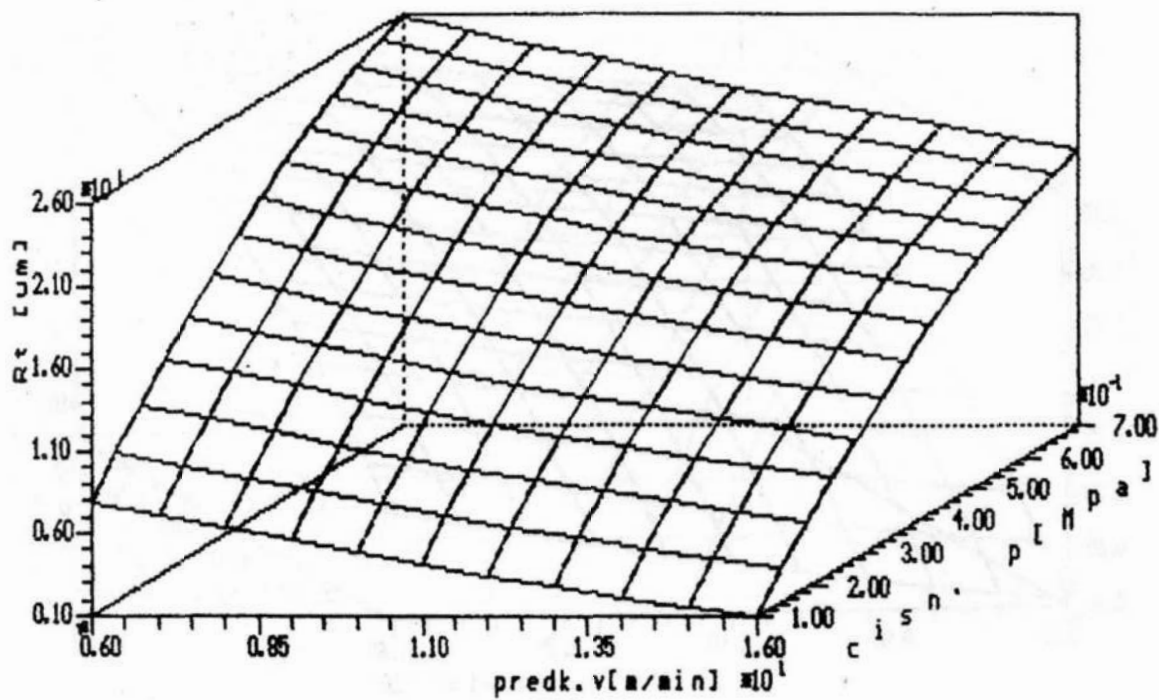
Na podstawie otrzymanego równania regresji (12) - posługując się specjalnie opracowanym programem komputerowym TB-WYKRES [9], wykonano przykładowe wykresy (rys. 2+9) głębokości rys smarnych R_t , zależnych od parametrów procesu gładzenia. Pod każdym z wykonanych wykresów określono zależność funkcyjną R_t od parametrów zmiennych, podano wielkości stałych oraz obliczone wartości R_{tmin} i R_{tmax} . Z załączonych rysunków, wykonanych tylko dla jednego zestawu parametrów procesu gładzenia, wynika, że tylko szczegółowa analiza kompletu wykresów pozwoli na dokładne określenie wartości pomocniczych parametrów, jak: v , h i Zr , które będą gwarantować minimalny ich wpływ na efekt końcowy gładzenia t.j. na R_t .



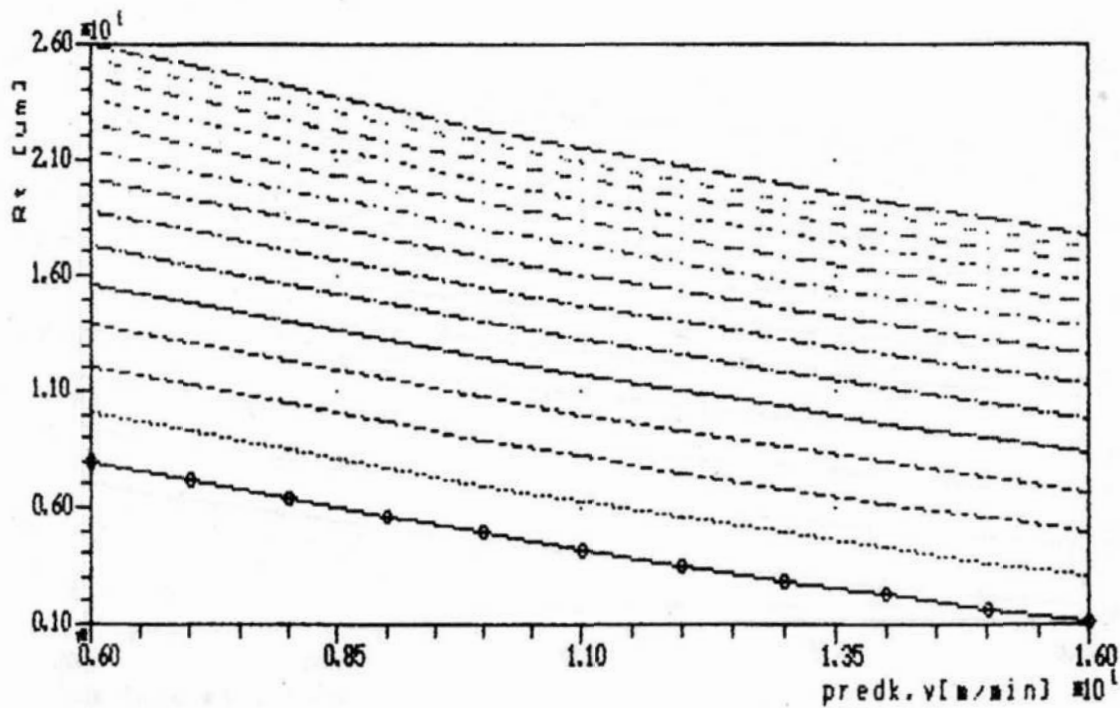
Rys. 2. Wykres $R_t = f(v, p)$ przy stałych wartościach: $Z_r=180$ i $h=32$ mm ($R_{t\min}=0,97$; $R_{t\max}=21,90$)



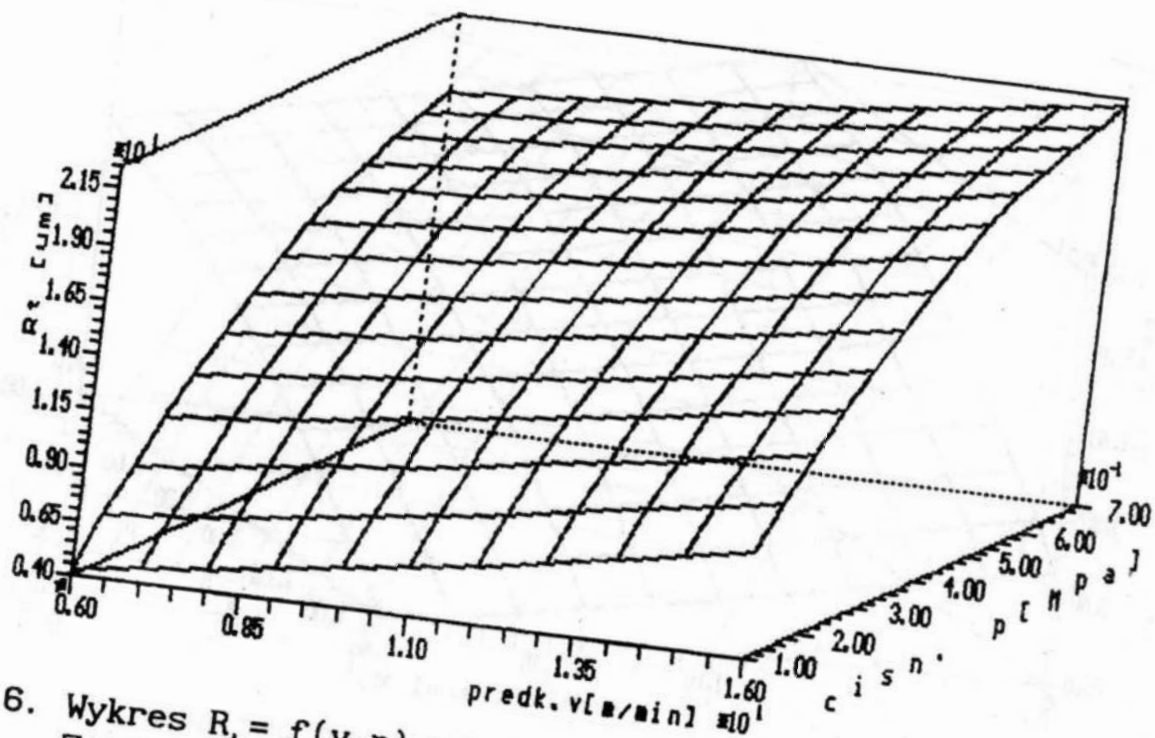
Rys. 3. Wykres $R_t = f(v)$ dla różnych p , a stałych: $Z_r=180$ i $h=32$ mm ($R_{t\min}=0,97$; $R_{t\max}=21,90$)



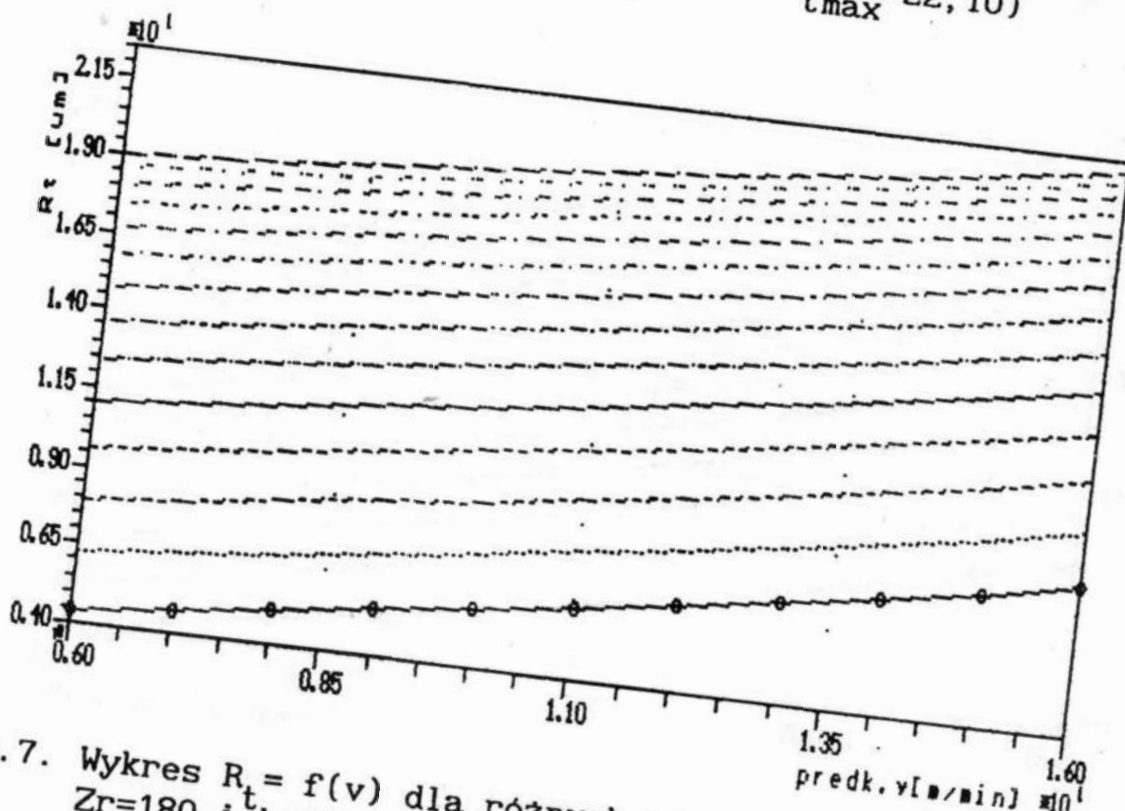
Rys.4. Wykres $R_t = f(v, p)$ przy stałych wartościach:
 $Z_r=500$ i $t_h=32$ mm ($R_{t\min}=1,03$; $R_{t\max}=25,90$)



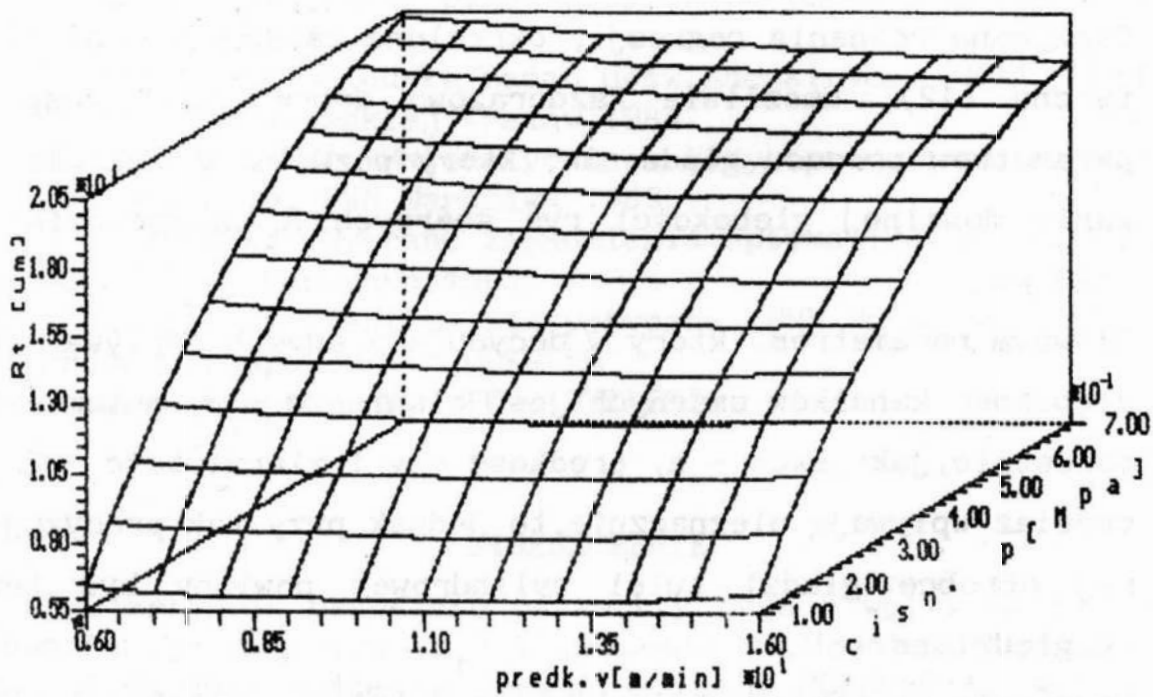
Rys.5. Wykres $R_t = f(v)$ dla różnych p , a stałych:
 $Z_r=500$ i $t_h=32$ mm ($R_{t\min}=1,23$; $R_{t\max}=25,90$)



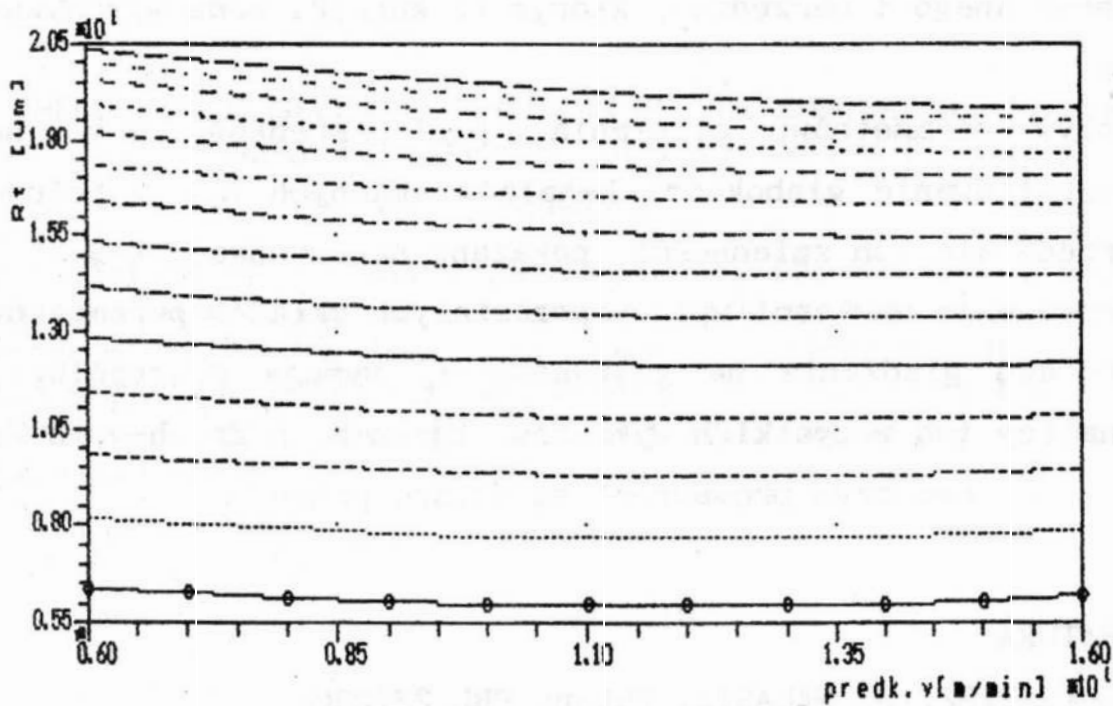
Rys. 6. Wykres $R_t = f(v, p)$ przy stałych wartościach:
 $Zr=180$ i $h=80$ mm ($R_{tmin}=4,31$; $R_{tmax}=22,10$)



Rys. 7. Wykres $R_t = f(v)$ dla różnych p , a stałych:
 $Zr=180$ i $h=80$ mm ($R_{tmin}=4,31$; $R_{tmax}=22,10$)



Rys.8. Wykres $R_t = f(v, p)$ przy stałych wartościach:
 $Z_r=500$ i $h_t=80$ mm ($R_{tmin}=5,92$; $R_{tmax}=20,40$)



Rys.9. Wykres $R_t = f(v)$ dla różnych p , a stałych:
 $Z_r=500$ i $h_t=80$ mm ($R_{tmin}=5,92$; $R_{tmax}=20,40$)

7. WNIOSKI

1. Otrzymane równanie regresji, określone zależnością analityczną (12), umożliwia każdorazowo dobrać taki zespół parametrów procesu gładzenia, który pozwala na kształtowanie dowolnej głębokości rys smarnych R_t w przedziale $1 \pm 26 \mu\text{m}$.
2. Głównym parametrem, który w decydujący sposób wpływa na głębokość kanałków smarnych jest ciśnienie - p , natomiast pozostałe, jak: skok - h , prędkość - v i ziarnistość - Z_r , chociaż wpływają nieznacznie, to jednak przy tak precyzyjnej obróbce gładzi tulei cylindrowej powinny być też uwzględniane.
3. Uzyskanie na powierzchni obrabianej tulei głębokości kanałków smarnych o jednakowej głębokości, wymaga zachowania dokładnego kształtu geometrycznego otworu przedmiotu obrabianego i narzędzia, którym te kanałki będą wykonywane.
4. Wpływ parametrów: ciśnienia - p i prędkości - v na kształtowanie głębokości kanałków smarnych R_t , w pełnym przedziale ich zmienności, pokazano na rysunkach 2+9.
5. Określenie wartości wpływu pozostałych układów parametrów procesu gładzenia na głębokość R_t wymaga szczegółowej analizy ich wszystkich wykresów, tj: $p-h$, $p-Z_r$, $h-v$, $h-Z_r$ i $v-Z_r$, nad czym prowadzone są dalsze prace.

LITERATURA

1. L. KWAPISZ, S. WALASIK: Patent PRL 237230.
2. L. KWAPISZ, S. WALASIK: Konstrukcja głowicy do gładzenia tulei cylindrowych o regularnej strukturze geometrycznej powierzchni obrabianej. VIII Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej Koszalin 1985.

3. A MAŃCZAK: Technika planowania eksperymentu. PWN Warszawa 1986.
4. Z. POLAŃSKI: Metodyka badań doświadczalnych. Wyd. Politechniki Krakowskiej Kraków 1984.
5. A. STRZAŁKOWSKI: Matematyczne metody opracowywania wyników pomiarów. PWN Warszawa 1988.
6. R. ZIELIŃSKI: Wybrane zagadnienia optymalizacji statystycznej. PWN Warszawa 1982.
7. R. ZIELIŃSKI: Tablice statystyczne. PWN Warszawa 1972.
8. Program komputerowy „PLANEKS”.
9. Program komputerowy „TB - WYKRES”.

STRESZCZENIE

W artykule określono parametry mające wpływ na kształtowanie rys smarnych (R_t) w procesie gładzenia. Wykorzystując do przeprowadzenia badań program PS/DS-P+ λ , wykonano niezbędną ilość prób i pomiarów, przeprowadzono obliczenia statystyczne oraz określono zależność funkcyjną, uwzględniającą wpływ wybranych parametrów obróbki na głębokość kanałków smarnych R_t .

INFLUENCE OF SELECT PARAMETERS OF THE SMOOTHING PROCESS ON DEPTH FORMATION R_t OF LUBRICATING RIFT

Summary

Influence of select parameters of the smoothing process on depth formation of lubricating rift have been presented. Program PS/DS-P+ λ has been used to research. Statistical analysis have been done and function of influence the select parameters of treatment on depth of lubricating rift (R_t) have been found.

ACCURACY OF FICTITIOUS STRESS METHOD
FOR STRESS CONCENTRATION IN 2D MACHINE COMPONENTS

1. INTRODUCTION

Stress concentration is the well-known localized increase of the mechanical stress mainly due to geometrical discontinuities such as grooves, fillets, holes, corners, undercuts, cut-outs, etc, (known collectively as "notches"), in mechanically loaded construction members. Stress concentration not only plays an important role in fundamental elasticity problems but also becomes very necessary for design problems and especially for important engineering questions such as fatigue and fracture of materials [13-15].

Various theoretical techniques give analytical solutions for stress concentration only to certain idealized problems (see fundamental textbook [14]). They are however, less successful in handling problems with arbitrary loading conditions. In this case numerical technique must be used.

The most popular computational methods for stress analysis nowadays are the Finite Element Method (FEM) and Boundary Element Method (BEM). Both techniques have a series of advantages and disadvantages which were examined in numerous articles, among others [2, 11, 12, 17].

In [17] it is shown that BEM is superior to FEM with respect to economy and convergence. BEM was also examined

with respect to FEM in the paper [12]. The conclusion is that in general BEM is equivalent or less efficient than the FEM for ordinary two dimensional problems due to unbanded and unsymmetric properties of the coefficient matrix which in BEM is fully populated and unsymmetric even though this size is substantially smaller than that of latter. However, it is found that the BEM is superior to the FEM for problems when accurate stress results on the boundary are essential. Brebbia et al. [2] have compared the above mentioned methods for stress analysis. The main conclusions were: (1) For two-dimensional and axisymmetric linear stress analysis problems the boundary element is better technique due to the simplicity of writing the data and the high accuracy of the results. (2) Boundary element results satisfy equilibrium to a much higher degree of accuracy than finite elements and the analyst usually interested in stress results should prefer boundary element codes. Kuich, in [11] summarizes the advantages and disadvantages of the BEM and concludes that the BEM will certainly not replace the FEM for structural analysis, but it is a valuable supplement for certain types of problems like:

- 2D, axisymmetric and 3D problems,
- stress concentration,
- contact problems,
- infinite problems.

2. STRESS CONCENTRATION FACTORS

Generally, theoretical stress concentration factor associated with the theoretical elastic stress distribution is the ratio of the maximum stress to the nominal (net) stress

in reduced cross section [16]:

$$k_t = \frac{\text{maximum stress}}{\text{nominal stress}} \quad (1)$$

For instance, the stress concentration factor applicable to the problem of infinite plate loaded in infinity can be defined as [5, 8]

a) for the single notch (hole)

$$k_{tg} = (\sigma_y^{\max}) / \sigma \quad (2)$$

b) for the row of notches (holes) (Fig. 4)

$$k_{tg}^c = (\sigma_y^{\max}) / \sigma \quad \text{at the central hole} \quad (3a)$$

and

$$k_{tg}^a = (\sigma_y^{\max}) / \sigma \quad \text{at the auxiliary hole,} \quad (3b)$$

where $(\sigma_y)^{\max}$ is the maximum stress and σ is the intensity of applied load. Stress concentration factors applicable to finite plate (strip) can be defined in two ways. The first definition is that the factors k_{tg}^c and k_{tg}^a are given by (3a) and (3b). The second definition based on the net (nominal) stress is defined by

$$k_{tn}^c = (\sigma_y)^c \max / \sigma_{nom}^c, \quad (4a)$$

$$k_{tn}^a = (\sigma_y)^a \max / \sigma_{nom}^a \quad (4b)$$

where σ_{nom} represents the mean value of the normal stress at the cross section where the maximum stress $(\sigma_y)^{\max}$ appears.

3. FICTITIOUS STRESS METHOD

Literature presents different formulations of the Boundary Element Method, which are divided into two groups: direct and indirect methods [1, 3, 6, 7].

In this paper the Fictitious Stress Method (FSM) presented in [6] is used for an analysis of the stress distribution in 2D machine components. Because of lack of space, this method is very briefly described.

This is an indirect boundary element method. The singular solution that arises from a line of concentrated forces in an infinite elastic solid has been used to develop an algorithm. Because constant stress elements are assumed on the boundary there is no need of numerical integration. The accuracy of results can be increased by increasing the number of elements. For two-dimensional elasticity problems the FSM leads directly to the system $2N \times 2N$ equations

$$[C]\{P\} = \{b\} \quad (5)$$

where:

- $[C]$ - the influence coefficient matrix,
- $\{b\}$ - given displacement and tractions,
- $\{P\}$ - unknown fictitious stress components.

FSM method was used in [19] to compare the stress distribution in prestressed concrete anchorage block (rectangular boundary region) with other boundary formulations and with FEM. It was interesting to note that

this method without numerical integration gave results whose accuracy was compared favourably with that of the methods with numerical integration (direct and indirect). It is an additional argument to applicate FSM method to stress concentration problems.

4. NUMERICAL TEST EXAMPLES

The accuracy of the FSM method is determined by comparing it with exact and other numerical solutions widely presented in literature. The boundary of the 2D machine components is divided using macroelement concept [7]. For the simplicity ends of the boundary element are uniformly spaced in each macroelement. Because of symmetry one quarter of a plate is considered in each example.

4.1. Infinite plate with single circular hole [14, 18]

Some test results of the FSM method for a single circular hole in infinite plate are given in Table 1. The exact value of the stress concentration factor are well-known from literature.

Table 1. Stress concentration factor for a single circular hole in infinite plate

Tablica 1. Współczynnik koncentracji naprężeń dla pojedynczego otworu w nieskończonej tarczy

	No. of elements	Tension region	Compression region
Tension	10	2.98	-0.98
	17	2.99	-0.99
	25	3.00	-1.00
	exact	3.00	-1.00
Pure shear	10	3.95	-3.95
	17	3.98	-3.98
	25	3.99	-3.99
	50	4.00	-4.00
	exact	4.00	-4.00

4.2. Infinite plate with three circular holes [18]

In textbook [18] some analytical results are reported in the case of a line of three equal diameter circular holes (Fig. 1). The stress at point A and point B are compared for the parameter $\alpha = 1/l$ (see Table 2 and Table 3), when l is the distance between the centers of the holes. Also the numerical results from [10] are presented. The stress concentrations factors (see (3), $\sigma = p$ or $\sigma = q$ respectively) obtained by FSM method are very close to those obtained by the analytical approach.

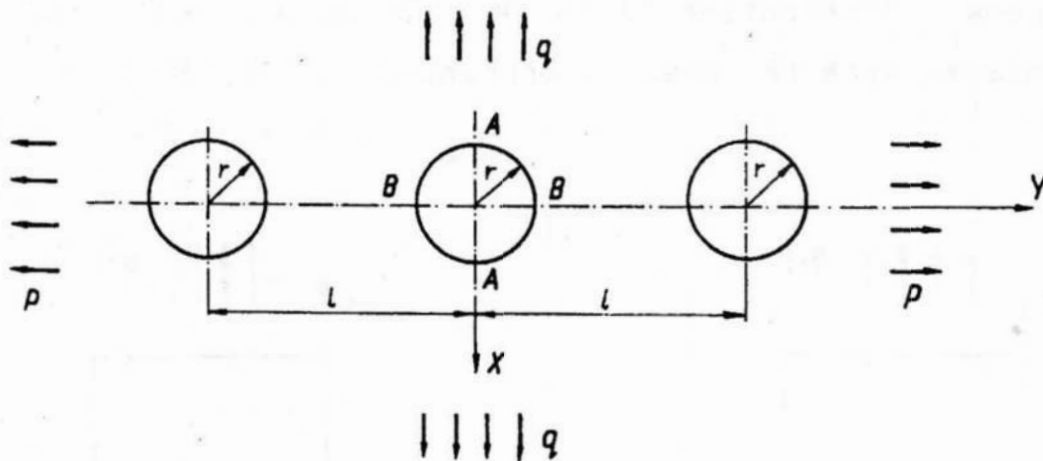


Fig.1. Infinite plate with three holes

Rys.1. Nieskończona tarcza z trzema otworami

Table 2. Stress concentration factor at point A (Fig. 1)
(for $p = 1$, $q = 0$)

Tablica 2. Współczynnik koncentracji naprężeń w punkcie A
(rys. 1) (dla $p = 1$, $q = 0$)

α	1/5	1/4	1/3	2/5
	-	2.38 a)	2.23	2.14
FSM	2.54	2.40 b)	2.25	2.16
Savin [18]	-	2.42	2.27	2.19
Jindal [10]	2.70	2.55	2.38	

a) 39 boundary elements, b) 75 boundary elements

Table 3. Stress concentration factor (3) at point B (Fig. 1)
(for $p = 0$, $q = 1$)

Tablica 3. Współczynnik koncentracji naprężeń (3) w punkcie
A (rys. 1) (dla $p = 0$, $q = 1$)

α	1/5	1/4	1/3	2/5
FSM a)	3.03	3.10	3.47	4.45
Savin [18]	-	3.10	3.46	4.44
Jindal [10]	3.17	3.27	3.66	-

a) 75 boundary elements

4.3. Finite plate with single circular hole

A single circular hole is symmetrically located in the finite plate subjected to the tension load (Fig. 2a). The stress concentration factor k_{tn} computed by FSM method is compared with the results presented in [9] (Table 4).

a)

b)

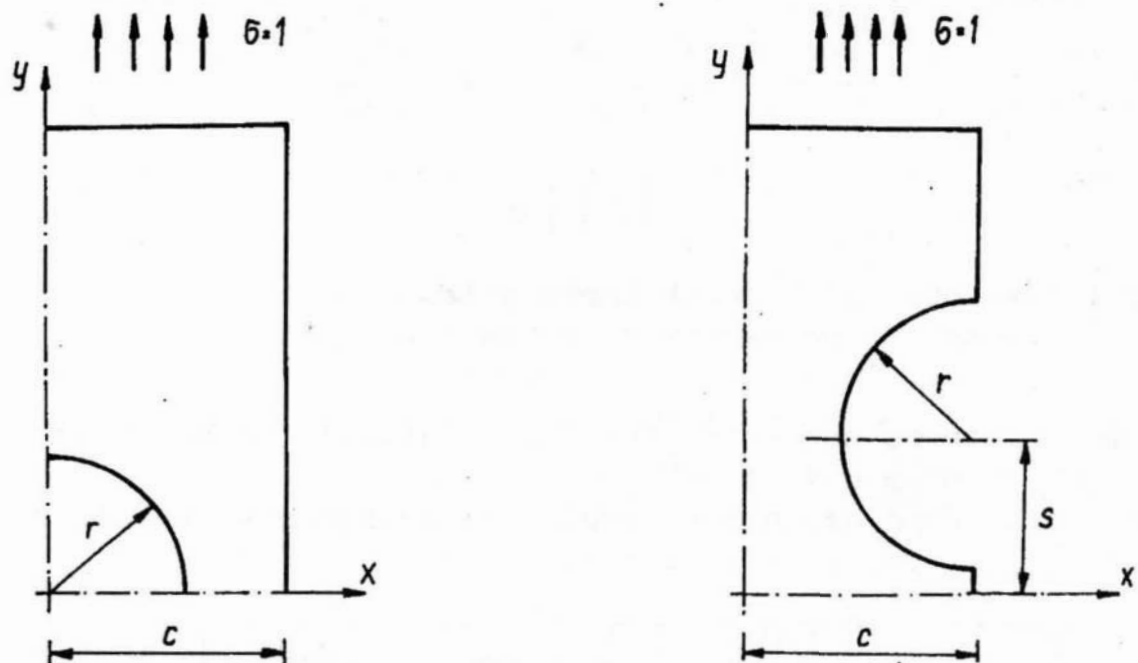


Fig.2. a) Finite plate with circular hole. b) Finite plate with pairs of two external notches

Rys.2. a) Tarcza z otworem kołowym. b) Tarcza z parą korbów zewnętrznych

Table 4. Stress concentration factor (4) for finite plate with single hole

Tablica 4. Współczynnik koncentracji naprężeń (4) dla skończonej tarczy z pojedynczym otworem

r/c	FSM	Hasegawa	Udoguchi	Nisi-tani	Ishida	How-land	Chong
0.0000	3.0000	3.0000	3.0000	3.00	3.00	3.000	
0.0500	2.8286	2.8585					
0.1000	2.7025	2.7325		2.73	2.73	2.727	
0.1800	2.5533		2.5527				
0.2000	2.4958	2.5221		2.52	2.52	2.517	
0.2189	2.4625		2.4787				
0.2658	2.3972		2.3960				
0.3000	2.3389	2.3620		2.36	2.36	2.352	2.41
0.3218	2.3109		2.3194				
0.3881	2.2382		2.2420				
0.4000	2.2270	2.2483		2.24	2.25	2.244	2.30
0.4649	2.1741		2.1736				
0.5000	2.1526	2.1738		2.15	2.17	2.160	2.21
0.5525	2.1244		2.1185				
0.6000	2.1026	2.1274					
0.6482	2.0818		2.0769				
0.7000	2.0711	2.0962					2.15
0.7477	2.0141		2.0469				
0.8000	2.0224	2.0701					2.06
0.9000	1.8978	2.0418*					1.95

*) As it is mentioned in [5], for a/c greater than 0.8 the results available in literature are widely scattered.

4.4. Infinite plate with two pairs of external notches [8]

Fig. 2b shows a quarter of a strip with a two pair of semi-circular notches, submitted to a uniformly distributed load at infinity. The results for the single semicircular notch ($s=0$) are presented in Table 5, and the results for two pairs of notches are presented in Table 6.

Table 5. Stress concentration factor (4) for plate with single semicircular external notch

Tablica 5. Współczynnik koncentracji naprężeń (4) dla tarczy z pojedynczym półkołowym karbem zewnętrznym

r/c	FSM	Hasegawa	Ishida	Nisitani	Ling	Appl
0.05	2.820	2.9080				
0.10	2.670	2.7446	2.75	2.746	2.745	
0.17	2.462					2.560
0.20	2.373	2.4283	2.43	2.429	2.429	
0.25	2.233		2.28		2.279	
0.30	2.093	2.1330	2.13		2.134	
0.40	1.831	1.8645	1.86	1.864	1.865	1.864
0.45	1.709		1.74			
0.50	1.594	1.6241			1.624	1.626
0.55	1.487	1.5164				
0.60	1.390	1.4192		1.420	1.420	1.419
0.70	1.230	1.2602			1.261	
0.75	1.167				1.201	1.198
0.80	1.115	1.1501		1.151		
0.90	1.025	1.0690				

Table 6. Stress concentration factors (4) for strip with two pairs of notches

Tablica 6. Współczynniki koncentracji naprężeń (4) w tarczy z parą karbów zewnętrznych

s/c	0.1		0.5		0.8	
	FSM	Hasegawa	FSM	Hasegawa	FSM	Hasegawa
0.1	2.3505	2.3303				
0.2	2.4639	2.4564				
0.3	2.5788	2.5752				
0.4	2.5786	2.6343				
0.5	2.6172	2.6770	1.5685	1.5769		
0.6	2.6165	2.7112	1.5846	1.6008		
0.7	2.6320	2.7332	1.5982	1.6156		
0.8	2.6510	2.7414	1.6114	1.6239	1.1021	1.1540
0.9	2.6596	2.7442	1.5795	1.6278	1.1008	1.1529
1.0	2.6588	2.7443	1.5800	1.6294	1.0998	1.1522
1.2			1.5810	1.6286	1.0984	1.1511
1.4			1.5777	1.6267	1.0976	1.1506
1.6			1.5754	1.6248	1.0971	1.1503
1.8					1.0968	1.1501

Table 7. Stress concentration factors (4) for plate with three circular holes

Tablica 7. Współczynniki koncentracji naprężeń (4) w tarczy z trzema otworami kołowymi

r_c/c	r_s/c	s/c					
		0.6		1.0		2.0	
		FSM	Hasegawa	FSM	Hasegawa	FSM	Hasegawa
0.2	0.1	2.3565	2.3836	2.3964	2.4370	2.4721	2.5098
	0.1	2.1600	2.1674	2.4590	2.4928	2.7171	2.7019
	0.2	1.9169	1.9519	2.1321	2.1771	2.4302	2.4708
	0.2	2.2020	2.1924	2.3164	2.3439	2.5766	2.4971
0.3	0.1	2.2985	2.3192	2.2709	2.3087	2.3180	2.3523
	0.1	1.5725	1.5743	2.1605	2.1925	2.6639	2.6585
	0.2	2.1199	2.1463	2.0991	2.1410	2.2846	2.3214
	0.2	1.8861	1.8606	2.1121	2.1390	2.5356	2.4616
	0.3			1.7861	1.8362	2.2181	2.2639
	0.3			2.0958	2.1182	2.4852	2.3159
0.4	0.1			2.1834	2.2191	2.2069	2.2408
	0.1			1.7405	1.7654	2.5963	2.5879
	0.2			2.0850	2.1231	2.1739	2.2170
	0.2			1.8194	1.8334	2.3625	2.4048
	0.3			1.8901	1.9331	2.1267	2.1728
	0.3			1.9017	1.9184	2.2386	2.2724
	0.4			1.5513	1.6039	2.0489	2.1008
	0.4			1.9630	1.9867	2.1519	2.1831
0.5	0.1			2.1229	2.1606	2.1126	2.1681
	0.1			1.2265	1.2364	2.4331	2.4810
	0.2			2.0743	2.1133	2.1060	2.1502
	0.2			1.4138	1.4267	2.2791	2.3177
	0.3			1.9678	2.0093	2.0698	2.1173
	0.3			1.6057	1.6127	2.1734	2.2058
	0.4			1.7678	1.8126	2.0109	2.0638
	0.4			1.7575	1.7729	2.1033	2.1338
	0.5					1.9188	1.9799
	0.5					2.0632	2.0940

4.5. Finite plate with three circular holes under tension [9]

A finite plate with a central hole and two supplemental holes symmetrically located on the y-axis is shown in Fig. 3a.

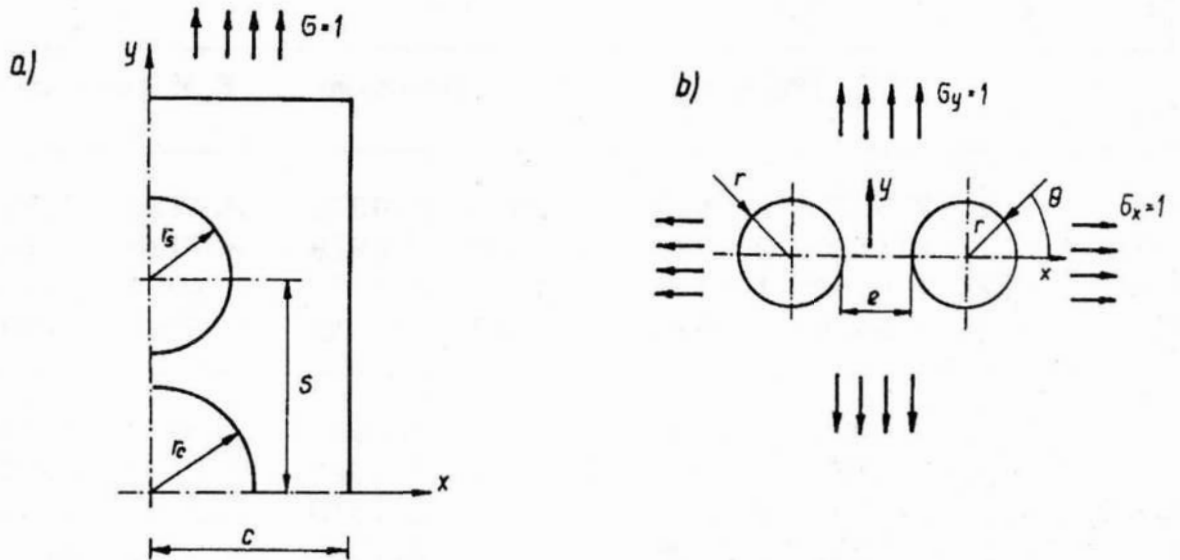


Fig. 3. a) Finite plate with three holes. b) Infinite plate with two holes

Rys. 3. a) Tarcza z trzema otworami. b) Nieskończona tarcza z dwoma otworami

Table 7 shows the stress concentration factors k_{tn} obtained by FSM and presented in the paper [9]. The values in the upper side are k_{tn}^c (at the central hole), and in the lower side are k_{tn}^s (at the supplemental hole).

4.6. Infinite plate containing two circular holes

In the paper [4] a new numerical method is presented for solving elasticity problems with particular attention focused on a specific two-dimensional problem, i.e. an infinite plate containing two circular holes (Fig. 3b). The accuracy of this method is found to be in excellent agreement with the results obtained by other investigators. Tables 8-15 contain the results obtained by FSM and

Table 8. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=1$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

Tablica 8. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=1$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	-0.388	-0.401	-0.406	-0.312	-0.057	0.371	0.919
Chiang	-0.377	-0.394	-0.403	-0.323	-0.069	0.364	0.920
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	1.498	2.016	2.042	2.607	2.611	2.418	2.055
Chiang	1.506	2.030	2.418	2.623	2.625	2.433	2.063
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	1.563	0.999	0.423	-0.102	-0.523	-0.789	-0.887
Chiang	1.567	1.000	0.421	-0.108	-0.530	-0.802	-0.896

Table 9. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=2$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

Tablica 9. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=2$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	-0.609	-0.570	-0.441	-0.197	0.172	0.650	1.190
Chiang	-0.610	-0.571	-0.445	-0.204	0.166	0.647	1.192
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	1.727	2.193	2.527	2.690	2.662	2.446	2.066
Chiang	1.734	2.203	2.539	2.703	2.674	2.455	2.074
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	1.564	0.994	0.414	-0.113	-0.535	-0.805	-0.900
Chiang	1.569	0.995	0.412	-0.118	-0.542	-0.814	-0.908

Table 10. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=3$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

Tablica 10. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=3$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	-0.753	-0.687	-0.489	-0.163	0.275	0.795	1.348
Chiang	-0.756	-0.691	-0.494	-0.168	0.272	0.794	1.350
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	1.875	2.318	2.265	2.762	2.711	2.476	2.082
Chiang	1.880	2.326	2.635	2.772	2.721	2.486	2.088
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	1.569	0.990	0.405	-0.127	-0.558	-0.823	-0.917
Chiang	1.572	0.991	0.403	-0.131	-0.557	-0.831	-0.925

Table 11. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=4$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

Tablica 11. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=4$, $\sigma_x=1.0$, $\sigma_y=0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	-0.832	-0.754	-0.523	-0.156	0.322	0.870	1.437
Chiang	-0.836	-0.759	-0.528	-0.160	0.320	0.870	1.439
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	1.965	2.400	2.694	2.816	2.750	2.502	2.097
Chiang	1.970	2.407	2.703	2.825	2.789	2.509	2.102
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	1.575	0.989	0.398	-0.137	-0.563	-0.838	-0.932
Chiang	1.578	0.989	0.396	-0.141	-0.569	-0.847	-0.940

Table 12. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=1$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)

Tablica 12. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=1$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	3.274	3.204	2.987	2.607	2.071	1.424	0.742
Chiang	3.264	3.197	2.984	2.609	2.073	1.423	0.737
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	0.109	-0.403	-0.741	-0.874	-0.795	-0.518	-0.074
Chiang	0.100	-0.413	-0.751	-0.884	-0.804	-0.526	-0.080
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	0.490	1.118	1.745	2.311	2.760	3.048	3.148
Chiang	0.486	1.115	1.745	2.321	2.762	3.051	3.151

Table 13. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=2$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)

Tablica 13. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=2$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	3.021	2.947	2.723	2.351	1.849	1.256	0.634
Chiang	3.020	2.947	2.725	2.354	1.851	1.256	0.631
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	0.052	-0.424	-0.743	-0.872	-0.799	-0.532	-0.102
Chiang	0.046	-0.432	-0.752	-0.881	-0.807	-0.540	-0.107
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	0.448	1.062	1.679	2.236	2.678	2.963	3.061
Chiang	0.445	1.061	1.680	2.238	2.682	2.968	3.066

Table 14. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=3$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)
 Tablica 14. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=3$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	2.991	2.907	2.659	2.262	1.745	1.155	0.548
Chiang	2.994	2.910	2.662	2.265	1.747	1.155	0.545
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	-0.013	-0.470	-0.773	-0.892	-0.813	-0.545	-0.116
Chiang	-0.018	-0.477	-0.781	-0.900	-0.821	-0.552	-0.121
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	0.431	1.042	1.654	2.208	2.648	2.931	3.029
Chiang	0.428	1.041	1.655	2.211	2.653	2.937	3.034

Table 15. Hoop stress distribution in the plate with two holes ($e/r=4$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)
 Tablica 15. Rozkład naprężeń obwodowych w tarczy z dwoma otworami ($e/r=4$, $\sigma_x=0$, $\sigma_y=1.0$)

θ [deg]	0	9	18	27	36	45	54
FSM	2.988	2.898	2.636	2.224	1.696	1.101	0.496
Chiang	2.992	2.903	2.640	2.227	1.698	1.100	0.493
θ [deg]	63	72	81	90	99	108	117
FSM	-0.059	-0.506	-0.801	-0.912	-0.826	-0.557	-0.127
Chiang	-0.063	-0.513	-0.808	-0.920	-0.835	-0.564	-0.131
θ [deg]	126	135	144	153	162	171	180
FSM	0.421	1.031	1.643	2.195	2.635	2.917	3.014
Chiang	0.418	1.030	1.644	2.199	2.639	2.923	3.020

presented in [4] for different ratio e/r . In Tables 16 and 17 are compared the results obtained by FSM, with the results from Savin's textbook [18] and with the results obtained by Chen, cited in [4].

Table 16. Stress concentration factors for infinite plate with two circular holes for $e/r=1.0$

Tablica 16. Współczynniki koncentracji naprężeń w nieskończonej tarczy z dwoma otworami kołowymi dla $e/r=1.0$

θ [deg]	σ_{θ}/σ_x			σ_{θ}/σ_y		
	FSM	Savin	Chen	FSM	Savin	Chen
0	-0.388	-0.42	-0.3724	3.273	3.29	3.271
90	2.607	2.65	2.636	-0.874	-0.90	-0.8974
180	-0.897	-0.92	-0.9110	3.148	3.16	3.167

Table 17. Stress concentration factor for infinite plate with two circular holes for $e/r = 2.0$

Tablica 17. Współczynniki koncentracji naprężeń w nieskończonej tarczy z dwoma otworami kołowymi dla $e/r = 2.0$

θ [deg]	σ_{θ}/σ_x			σ_{θ}/σ_y		
	FSM	Savin	Chen	FSM	Savin	Chen
0	-0.610	-0.62	-0.6126	3.021	3.03	3.271
90	2.690	2.71	2.7116	-0.872	-0.89	-0.8948
180	-0.900	-0.92	-0.9230	3.061	3.07	3.082

5. CONSLUSIONS

Accuracy of the Fictitious Stress Method for solution of stress concentration in 2D machine components is examined. It is found that there is no remarkable difference

between the results obtained in this paper in comparison with the results presented in literature. Fictitious Stress Method can be recommended as an effective method for stress concentration problems and as a component of optimal shape design algorithm (analyzer), especially with using personal computers IBM XT/AT.

REFERENCES

1. C.A. BREBBIA, J.C.F. TELLES, L.C. WROBEL: Boundary Element Technique - Theory and Applications in Engineering, Springer-Verlag, Berlin, pp. 462, 1984.
2. C.A. BREBBIA, S. UMETANI, J. TREVELYAN: Critical comparison of the boundary element and finite element methods for the stress analysis, BETECH 85, Eds. Brebbia C. A., Noye B.J., CMP Publications, Southampton, 225-255, 1985.
3. T. BURCZYŃSKI: The boundary element method for selected analysis and optimization problems of deformable systems, Scientific Reports, (in Polish), Silesian Technical University, Z. 97, pp.192, 1989.
4. C.R. CHIANG: A numerical method for solving elasticity problems: Application to the problems of an infinite plate containing two circular holes, Comput. Struct. Vol. 30, No. 5, 1199-1205, 1988.
5. K.P. CHONG, W.J. PINTER: Stress concentrations of tensile strips with large holes, Comput. Struct., Vol. 19, No. 4, 583-589, 1984.
6. S.L. CROUCH, A.M. STARFIELD: Boundary element methods in solids mechanics, George Allen and Unwin, London, 1983.
7. I. HARTMAN: Introduction to Boundary elements, Springer-Verlag, pp. 414, 1989.
8. H. HASEGAWA, S. TOKOYODA: Tension of an elastic strip with two pairs of semicircular notches, Bull. JSME, Vol. 29, No. 249, 686-692, 1986.
9. H. HASEGAWA, K. KUMAMOTO, K. IMAI: Stress concentration of an elastic strip with circular holes under tension, JSME Int. Jnl, Vol. 30, 906-911, 1987.
10. U.C. JINDAL: Reduction of stress concentration around a hole in a uniaxially loaded plate, Jnl Strain Anal., Vol. 18, 135-142, 1983.

11. G. KUICH: Starting to work with boundary elements, In Topics in Boundary Element Research, Ed. Brebbia C.A., Springer-Verlag, Berlin, 141-158, 1986.
12. C.S. LEE, Y.M. YOO: Investigation of the boundary element method for engineering applications, in Boundary elements VII, Ed. Brebbia C.A., 14-93 - 14-107, 1985.
13. H. NEUBER, H.G. HAHN: Stress concentration in scientific research and engineering, Appl. Mech. Rev., Vol. 19, No. 3, 187-199, 1968.
14. H. NEUBER: Kerbspannungslehre, Theorie der Spannungs Konzentration Genaue Berechnung der Festigkeit, Springer-Verlag, Berlin, pp. 323, 1985.
15. Z. OLESIAK: Stress concentration. Contact problems. In Strenght of Structural Elements, Ed. Zyczkowski M., PWN-Warsaw, Elsevier N.Y., 1990.
16. R.E. PETERSEN: Stress Concentrations Factors, John Wiley & Sons, New York, 1974.
17. D. RADAJ, W. MOHRMANN, G. SCHILBERTH: Economy and convergence of notch stress analysis using boundary and finite element method, Int. Jnl Num. Meth. Engng., Vol 20, 565-572, 1984.
18. G.N. SAVIN: The stress distribution around holes, Nauko-vaja Dumka Press, Kiev, (in Russian), 1968.
19. SUNDARA et al.: Stress distribution in prestressed concrete anchorage blocks - a comparatively study using Boundary Element and Finite Element methods, In Finite Elements in Computational Mechanics, Ed. Kant T., Pergamon Press, Oxford Vol. I, 449-459, 1985.

SUMMARY

Accuracy of the Fictitious Stress Method for the solution of stress concentration problems in 2D machine components is examined. This is an indirect boundary element method. The singular solution that arises from a line of concentrated forces in an infinite elastic solid has been used to develop an algorithm (Kelvin's problem). Because constant stress elements are assumed on the boundary there is no need of numerical integration. The accuracy of results can be increased by increasing the number of elements. The stress concentration factors obtained by FSM are close to those obtained by the analytical and other numerical approaches.

O DOKŁADNOŚCI METODY NAPRĘŻEŃ FIKCYJNYCH W ZASTOSOWANIU DO KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ DWUWYMIAROWYCH ELEMENTÓW MASZYN

Streszczenie

W artykule bada się dokładność metody naprężeń fikcyjnych w zastosowaniu do problemu koncentracji naprężeń dwuwymiarowych elementów maszyn. Metoda naprężeń fikcyjnych jest pośrednim wariantem metody elementów brzegowych. W algorytmie wykorzystuje się pojęcie obciążenia liniowego w przestrzeni sprężystej (zadanie Kelvina). Zakłada się stały rozkład naprężeń w elemencie brzegowym, co pozwala na uniknięcie całkowania numerycznego. Zwiększenie dokładności uzyskuje się przez zwiększenie liczby elementów brzegowych. Wartości współczynników koncentracji naprężeń, otrzymane metodą naprężeń fikcyjnych, są bliskie wartościom tych współczynników, otrzymanych metodami analitycznymi lub innymi metodami numerycznymi.