



ZESZYTY NAUKOWE

**wydziału
mechanicznego**

Nr 13

**VII KRAJOWA KONFERENCJA
„POLIOPTYMALIZACJA
W PROJEKTOWANIU
MIELNO – '88”**

1988 r.

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

Zespół Konstrukcji Maszyn Komitetu Budowy Maszyn PAN

ZODOK SIMP w Koszalinie

VII KRAJOWA KONFERENCJA

POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU
MIELNO - 88

Koszalin 1988

Przewodniczący Uczelnianej Rady Wydawniczej
LEON JAMROZ

Redaktor naukowy
WOJCIECH TARŃOWSKI

Redaktor, wydziałowy
JERZY MILANOWSKI

Projekt okładki
PIOTR ŻERDZICKI

Wydano za zgodą Rektora WSInż. Koszalinie

Wydawnictwo Uczelniane Wyższej Szkoły Inżynierskiej
75-620 Koszalin, ul. Raclawicka 15-17

Koszalin 1988, wyd. 1, ark. wyd. 12, nakład 200 egz., format B-5
Cena 300 zł Druk: Dział Poligrafii WSInż. zam. 0/75/88 D-11

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO' 88

Jerzy Baliński
Akademia Marynarki Wojennej
Gdynia

OPTIMALIZACJA PRZYDZIAŁU PROGRAMÓW, TYPÓW KOMPUTERÓW ORAZ
KANALÓW W SIECI KOMPUTEROWEJ

1. Wprowadzenie

Praca dotyczy optymalizacji przydziału programów, typów komputerów oraz typów kanałów w procesie projektowania i modyfikowania globalnych sieci komputerowych /w skrócie SK/. Powyższy problem należy do istotnych obecnie zagadnień badawczych odnośnie do SK [8].

W specjalizowanych SK przystosowuje się strukturę sieci do jej obciążenia. Naturalnym wymaganiem właściciela SK jest dążenie do jak najwyższej jakości funkcjonowania sieci, przy ponoszeniu jak najmniejszych nakładów. Krótki, bo zaledwie dwudziestoletni okres eksploatacji sieci komputerowych charakteryzuje się tendencją polegającą na cyklicznych, istotnych modyfikacjach struktury SK /zwykle co kilka lat/. Wzrost spowodowane jest takimi przyczynami, jak wzrost obciążenia zadaniami, rozwój technologii komputerów, wprowadzenie kolejnych standardów OSI/ISO [9] czy zmiany taryf telekomunikacyjnych. Dlatego bardzo przydatna jest metoda umożliwiająca wyznaczanie struktury SK. Ze względu na ograniczony czas podejmowania decyzji projektowych, metody te są oprogramowane.

Pojęcie SK oraz jej struktury jest różnie definiowane, w zależności od postawionych celów i stosowanego języka formalizacji w teorii sieci komputerowych. W pracy, pod pojęciem struktury SK rozumie się łączny przydział programów, tras

przepływu danych, typów komputerów i typów kanałów.

Pierwszą metodą projektowania tak rozumianej struktury SK była metoda Changa [4]. Wadą tej metody był brak zastosowania optymalizacji. Interesującą metodę wyznaczania struktur w założonych systemach /w tym także w SK/ zaproponowali Gonzalez i Jordan [6], w której zaproponowano optymalizację jednokryterialną. Podobne podejście przedstawił Janbych w [7], przy czym zastąpił model deterministyczny funkcjonowania SK modelem probabilistycznym.

W pracy, do sformułowania odpowiednich zagadnień polioptymalizacyjnych wykorzystano zmodyfikowany model Changa. Natomiast przy formułowaniu oraz opracowaniu metody projektowania SK zastosowano teorie optymalizacji wielokryterialnej z interesujących prac Ameljańczyka [1,2].

Ze względu na objętość opracowania zrezygnowano ze szczegółowego przedstawiania metody oraz zamieszczenia przykładu liczbowego. Powyższe wraz z opisem oprogramowania implementującego metodę znajduje się w [3].

2. Model funkcjonowania SK

Pod pojęciem sieci komputerowej rozumie się system, w którym programy przetwarzane są na komputerach, a dane służące do komunikacji między programami przesyłane mogą być za pomocą sieci transmisji danych. Sieć transmisji danych, to zbiór geograficznie rozłożonych węzłów oraz kanałów łączących wybrane pary węzłów.

Modelując SK wyodrębniono następujące elementy: programy, trasy przepływu danych, komputery, węzły oraz kanały. Przyjęto, że dane są poniższe zbiory:

- $S = \{s_1, \dots, s_v, \dots, s_V\}$ - zbiór programów przeznaczonych do wykonania w SK w zadanym okresie czasu,
- $W = \{w_1, \dots, w_1, \dots, w_I\}$ - zbiór węzłów usytuowanych w znanych punktach geograficznych,

$\Pi = \{\pi_0, \dots, \pi_j, \dots, \pi_J\}$ - zbiór typów komputerów,

$E = \{e_0, \dots, e_k, \dots, e_K\}$ - zbiór typów kanałów.

Modelem programu /operacji/ jest uporządkowana czwórka

$$s_v = (c_v, a_v, t_v, t_v^K) \quad \text{dla } v = \overline{1, V},$$

gdzie:

- c_v - wektor zapotrzebowania na zasoby komputerowe programu s_v ,
- a_v - wektor zapotrzebowania na zasoby komunikacyjne dla danych przeznaczonych od programu s_v do programu s_{v+1} /dla $v = \overline{1, V-1}$ /,
- t_v - wektor średnich czasów realizacji programu s_v na nieobciążonych typach komputerów,
- t_v^K - wektor średnich czasów przesyłania danych od programu s_v do programu s_{v+1} , poprzez nieobciążone typy kanałów /dla $v = \overline{1, V-1}$ /.

Wektor c_v ma następującą postać:

$$c_v = (c_{v1}, \dots, c_{vH}, \dots, c_{vH}) \quad \text{dla } v = \overline{1, V}$$

gdzie:

$c_{v1} + c_{vH}$ - parametry charakteryzujące zapotrzebowanie na wybrane zasoby komputerowe dla programu s_v , np. zajętość pamięci operacyjnej, zajętość pamięci zewnętrznych, intensywność przetwarzania czy intensywność operacji we/wy ,

$c_{v, H'+1} + c_{vH}$ - selektory typów komputerów.

Ze względu na dodatkowe wymagania dla danego programu, takie jak żądanie nie przekroczenia określonej wartości niezawodności komputera, możliwość dostępu do oprogramowania standardowego ustalonej klasy, czy zagwarantowanie dostępu do niezbędnych informacji w bazach danych można wyspecyfikować typy komputerów, które, są nieprzydatne dla rozważanej operacji. Do powyższego zastosowano selektory typów komputerów, które zdefiniowano jak niżej:

$$c_{v,H'+j} = \begin{cases} 1 & \text{gdy program } s_v \text{ nie może być wykonany na kom-} \\ & \text{puterze typu } \Pi_j, \\ 0 & \text{w przeciwnym razie.} \end{cases}$$

Selektory można wykorzystać także do uwzględnienia subiektywnych wymagań użytkownika, np. gdy nie chce się zgodzić na przetwarzanie programów na określonym typie komputerów.

Wektor s ma następującą postać:

$$a_v = (a_{v1}, a_{v2}, \dots, a_{v,K+1}) \quad \text{dla } v = \overline{1, V-1},$$

gdzie:

a_{v1} - średnia intensywność transmisji danych z programu s_v do programu s_{v+1} $\left[\frac{\text{kB}}{\text{s}} \right]$,

$a_{v2} + a_{v,1+k}$ - selektory typów kanałów, przy czym:

$$a_{v,1+k} = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli kanału typu } e_k \text{ nie można wykorzystać do} \\ & \text{przesyłania danych z programu } s_v \text{ do programu} \\ & s_{v+1}, \\ 0 & \text{w przeciwnym razie.} \end{cases}$$

Nie wykorzystanie kanału ustalonego typu przez dane z określonych programów może wynikać z żądania niższej stopy błędów czy pominięcia kanałów stosujących medium o niepożądanych cechach, np. brak odporności na zakłócenia czy też łatwość przyłączenia się niezarejestrowanego użytkownika.

Wektor t_v określony jest jak niżej:

$$t_v = (t_{v1}, \dots, t_{vj}, \dots, t_{vJ}) \quad \text{dla } v = \overline{1, V},$$

gdzie:

t_{vj} - średni czas realizacji programu s_v na nieobciążonym komputerze typu Π_j [s].

Jeżeli $c_{v,H'+j} = 1$, to przyjęto $t_{vj} = M \gg \frac{\max}{v=1, V} \frac{\max}{j=1, J} t_{vj}$.

Macierz $C = [c_{vh}]_{V \times H}$ wyznacza się przyjmując za jej wiersze wektory c_v . W podobny sposób można wyznaczyć macierz średnich czasów transmisji danych między programami $TK = [t_{vk}^K]_{(V-1) \times K}$, gdzie t_{vk}^K jest średnim czasem transmisji danych

z programu s_v do programu s_{v+1} poprzez nieobciążony kanał typu e_k . Z kolei macierze $T = [t_{vj}]_{V \times J}$ oraz $A = [a_{v\epsilon}]_{(V-1) \times (K+1)}$ konstruuje się z wektorów t_v oraz a_v . Reasumując, potrzebne dane o programach w SK przedstawione są za pomocą macierzy A, C, T i TK .

Modelem komputera typu π_j jest uporządkowana czwórka:

$$\pi_j = (d_j, \epsilon_j, \delta_j, \tau_j) \quad \text{dla } j = \overline{1, J},$$

gdzie:

- d_j - wektor zasobów komputera typu π_j ,
- ϵ_j - koszt komputera typu π_j , zmniejszony o koszt procesora komunikacyjnego $[JM]$, przy czym JM oznacza jednostkę monetarną, np. mln zł,
- δ_j - koszt procesora komunikacyjnego współpracującego z komputerem typu π_j $[JM]$,
- τ_j - maksymalna liczba kanałów telekomunikacyjnych mogących współpracować z komputerem typu π_j .

Wektor d_j ma następującą postać

$$d_j = (d_{j1}, \dots, d_{jH}, \dots, d_{jH}) \quad \text{dla } j = \overline{1, J}$$

gdzie:

$d_{j1} + d_{jH}$ - parametry charakteryzujące wybrane zasoby komputera typu π_j , np. wielkość pamięci operacyjnej czy pamięci zewnętrznych, maksymalna intensywność przetwarzania danych oraz przepustowość podsystemu we/wy, przy czym kolejność parametrów w wektorach o_v oraz d_j jest identyczna.

$d_{j, H'+1} + d_{jH}$ - identyfikatory komputera typu π_j , które określono w poniższy sposób:

$$d_{j, H'+1}^{j^*} = \begin{cases} \infty & \text{dla } j^* \neq j, \\ 0 & \text{dla } j^* = j, \end{cases} \quad \text{dla } j^* = \overline{1, J}.$$

macierz charakteryzująca zasoby komputerowe $DPI = [d_{jh}]_{J \times H}$ wyznacza się przyjmując jako wiersze wektory d_j .

Z katalogów można wyznaczyć wektor kosztów typów komputerów

$\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_j, \dots, \varepsilon_J)$, wektor kosztów procesorów czołowych $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_J)$ oraz wektor maksymalnych liczb współpracujących kanałów

$$\delta = (\delta_1, \dots, \delta_j, \dots, \delta_J).$$

Modelem kanału typu e_k jest uporządkowana trójka:

$$e_k = (b_k, \varepsilon_k, q_k^m) \quad \text{dla } k = \overline{1, K}$$

gdzie:

b_k - wektor zasobów transmisyjnych kanału typu e_k ,

ε_k - współczynnik kosztu dzierżawy kanału typu $e_k \left[\frac{\text{JM}}{\text{miesiąc} \times \text{km}} \right]$

ε_k^m - jednorazowy koszt związany z rozpoczęciem dzierżawy kanału typu e_k [JM].

Wektor b_k ma następującą postać:

$$b_k = (b_{k1}, b_{k2}, \dots, b_{k, 1+K}) \quad \text{dla } k = \overline{1, K}.$$

gdzie:

b_{k1} - przepustowość kanału typu $e_k \left[\frac{\text{KB}}{\text{s}} \right]$

$b_{k2} + b_{k, 1+K}$ - identyfikatory kanału typu e_k określone jak niżej:

$$b_{k, 1+k^*} = \begin{cases} \infty & \text{dla } k^* \neq k, \\ 0 & \text{dla } k^* = k, \end{cases} \quad \text{dla } k = \overline{1, K}.$$

Z wektorów b_k można wyznaczyć macierz $B = [b_{kg}]_{K \times (K+1)}$.

Ponadto dane są wektory $q = (q_1, \dots, q_k, \dots, q_K)$

oraz $q^m = (q_1^m, \dots, q_k^m, \dots, q_K^m)$.

Na podstawie zbioru usytuowań węzłów $Z = (\xi_1, \dots, \xi_1, \dots, \xi_I)$ można wyznaczyć wektor odległości między węzłami

$D = (d_1, \dots, d_1, \dots, d_L)$, gdzie d_1 jest odległością między dwoma węzłami w_{i1} oraz w_{i2} , przy czym:

$$d = \begin{cases} i_2 - i_1 & \text{dla } i_1 = 1, \\ i_2 - i_1 + \sum_{i=1}^{i_1-1} (I - i_1) & \text{dla } i_1 = 2, I-1, \end{cases}$$

gdzie $i_2 > i_1$, $i_2 = \overline{2, I}$, $I \geq 3$. Zauważmy, że $l = \frac{I(I-1)}{2}$.

Ponadto przyjęto, że węzeł może współpracować co najwyżej z jednym komputerem przez procesor komunikacyjny. Między parą węzłów może być wstawiony co najwyżej jeden kanał.

Jeżeli program s_{v+1} nie wymaga danych od operacji s_v , to może rozpocząć przetwarzanie bez względu na moment zakończenia wykonywania programu s_v . Dane mogą być przesłane tylko między kolejnymi programami tzn. program s_v może przesyłać dane tylko do programu s_{v+1} . Jeżeli komputer przetwarza pewien zbiór programów, to system operacyjny przydziela cyklicznie równe okresy czasu procesora. Dane między programami przydzielonymi do odległych komputerów przesyłane są zgodnie z ustalonymi trasami dla każdej pary programów. W kanale dla danych programów przydzielona jest równa przepustowość.

Przyjęto, że koszt dzierżawy kanału określonego typu jest liniowo zależny od jego długości. Wprowadzono także założenie upraszczające, że komputery, kanały, węzły nie ulegają awariom.

3. Sformułowanie problemu projektowego.

Poszukiwane decyzje projektowe reprezentowane są przez poniższe zmienne:

$$x_{vi}^s = \begin{cases} 1 & \text{gdy program } s_v \text{ przydzielono} \\ & \text{do węzła } w_i, \\ & \text{dla } v=\overline{1, V}, \quad i=\overline{1, I} \\ 0 & \text{w przeciwnym razie,} \end{cases}$$

$$x_{vl}^r = \begin{cases} 1 & \text{gdy dane z programu przesy-} \\ & \text{lane są przez } l\text{-tą parę węzłów} \\ & \text{dla } v=\overline{1, V}, \quad l=\overline{1, L} \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{gdy komputer typu } j \text{ przy-} \\ & \text{dzielono do węzła } w_i, \\ & \text{dla } i=\overline{1, I}, \quad j=\overline{1, J} \\ 0 & \text{w przeciwnym razie,} \end{cases}$$

$$x_{lk}^e = \begin{cases} 1 & \text{gdy kanał typu } e_k \text{ łączy} \\ & \text{l-tą parę węzłów,} \\ & \text{0 w przeciwny razie.} \end{cases} \quad \text{dla } l=\overline{1,L}, \quad k=\overline{1,K}$$

Do oceny SK przyjęto dwa kryteria. Pierwszym kryterium jest łączny koszt kupna komputerów oraz koszt dzierżawy kanałów w zadanym okresie czasu, wyznacza się jak niżej:

$$F_1(x) = \left(1 + \frac{\beta(\beta+1)^\alpha}{(\beta+1)^\alpha - 1}\right) \sum_{l=1}^I \sum_{j=1}^J (\varepsilon_j + \delta_j) x_{lj}^\pi + \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K q_k^m x_{lk}^e + \tau \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K q_k^{d_1} x_{lk}^e \quad (1)$$

gdzie:

$$x = (x_{11}^s, \dots, x_{VI}^s, x_{11}^r, \dots, x_{V-1L}^r, x_{11}^\pi, \dots, x_{IJ}^\pi, x_{11}^e, \dots, x_{LK}^e)$$

- szukany wektor decyzji r jektowych,

β - stopa dyskonta /zwykle $\beta = 0.1$ /,

τ - okres eksploatacji sieci [miesiące],

$\alpha = \left\lceil \frac{\tau}{12} \right\rceil$ - okres eksploatacji sieci wyrażony w latach.

We wzorze (1) zwiększone koszty jednorazowe wprowadzające współczynnik związany ze stopą dyskonta po to, aby zsumować koszty jednorazowe oraz koszty cykliczne [5].

Drugim kryterium jest czas realizacji programów w SK. Wartość $F_2(\cdot)$ nie można wyznaczyć za pomocą wzoru. Natomiast można opracować algorytm symulujący przetwarzanie programów w sieci, np. algorytm M225 [3].

Specyfika modelowanej sytuacji decyzyjnej polega na dążeniu do wyznaczania rozwiązań o jak najmniejszym koszcie oraz jak najkrótszym czasie realizacji programów, przy czym nie preferuje się żadnego z kryteriów. Pożądane są zatem rozwiązania dominujące w sensie relacji Pareto [1]. Często jednak zbiór rozwiązań dominujących jest zbiorem pustym, co potwierdziła także praktyka obliczeniowa w omawianym zagadnieniu. Dlatego wygodniejsze jest sformułowanie zadania poszukiwania rozwiązań niezdominowanych w sensie Pareto w postaci uporządkowanej trójki (X, F, R) , gdzie:

1/ X - zbiór rozwiązań dopuszczalnych

$$X = \{x \in B^M \mid x = (x_1, \dots, x_m, \dots, x_M)\}, \quad M = \frac{I(2(V+J) + (I-1)(V+K-1))}{2}$$

$$x = (x_{11}^s, \dots, x_{VI}^s, x_{11}^r, \dots, x_{V-1}^r, x_{11}^\pi, \dots, x_{IJ}^\pi, x_{11}^e, \dots, x_{LK}^e),$$

$$B = \{0, 1\},$$

a/ ograniczenie przetwarzania danych

$$\sum_{v=1}^V \sum_{j=1}^J c_v x_{v1}^s x_{ij}^\pi \leq \sum_{j=1}^J d_j x_{ij}^\pi \quad \text{dla } i = \overline{1, I}$$

b/ ograniczenie transmisji danych

$$\sum_{v=1}^{V-1} \sum_{k=1}^K a_v x_{v1}^r x_{1k}^e \leq \sum_{k=1}^K b_k x_{1k}^e \quad \text{dla } l = \overline{1, L},$$

c/ ograniczenie liczby kanałów

$$\sum_{i_1=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{1k}^e x_{ij}^\pi \leq \sum_{j=1}^J \gamma_j x_{ij}^\pi \quad \text{dla } i = \overline{1, I},$$

przy czym l odpowiada parze (i_1, i) lub (i, i_1) ,

d/ ograniczenie dopuszczalnych nakładów

$$F_1(x) \leq K_{gr},$$

e/ ograniczenie max czasu realizacji programów

$$F_2(x) \leq T_{gr},$$

f/ ograniczenie przepływu danych tylko przez istniejące kanały

$$\left[(x_{v1}^r = 1) \Rightarrow \sum_{k=1}^K x_{1k}^e = 1 \right] \quad \text{dla } l = \overline{1, L}, v = \overline{1, V-1}$$

przy czym $x_{v1}^r = 1$,

g/ ograniczenie przydziału co najwyżej jednego komputera do węzła

$$\sum_{j=1}^J x_{ij}^\pi \leq 1 \quad \text{dla } i = \overline{1, I}$$

h/ ograniczenie przydziału wszystkich programów

$$\sum_{i=1}^I x_{vi}^s = 1 \quad \text{dla } v = \overline{1, V},$$

i/ ograniczenie przydziału co najwyżej jednego kanału do pary węzłów

$$\sum_{k=1}^K x_{lk}^e \leq 1 \quad \text{dla } l = \overline{1, L}$$

2/ F - kryterium jakości

$$F: X \rightarrow \mathcal{R}^2$$

$$F(x) = [F_1(x), F_2(x)] \quad \text{dla } x \in X$$

$F_1(x)$ - wartość liczbowa łącznego kosztu zakupu komputerów i dzierżawy kanałów,

$F_2(x)$ - wartość liczbowa czasu wykonania programów w SK

$Y = F(X)$ - przestrzeń kryterialna /zbiór ocen/

3/ R - relacja dominowania w przestrzeni kryterialnej

Niech $y, z \in Y$, $y = (y_1, y_2)$, $z = (z_1, z_2)$

$$R = \{(y, z) \in Y \times Y \mid y_1 \leq z_1, y_2 \leq z_2\} \subset Y \times Y.$$

Zwykle zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto jest bardzo liczny. W [3] sformułowano zagadnienie wyznaczania rozwiązań kompromisowych ze zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto dla omawianego zagadnienia.

4. Zasady projektowania suboptymalnych struktur sieciowych

Koncepcja metody wyznaczania struktur SK polega na iteracyjnym poszukiwaniu zarówno rozwiązań dominujących, niezdominowanych oraz kompromisowych, przy czym w każdej iteracji generowane jest inne rozwiązanie początkowe. W końcowym etapie weryfikowane są uzyskane rozwiązania i prezentowane są albo rozwiązania dominujące albo rozwiązania kompromisowe. Realizacja lokalnych celów obliczeniowych związanych z uzyskaniem rozwiązania założonej klasy opiera się na elementarnych mody-

fikacjach aktualnego rozwiązania. Modyfikacją elementarną może być przydzielenie programu do innego węzła, zmiana trasy przy-
pływu danych, wymiana typów komputerów lub kanałów, redukcja
komputera lub kanału oraz dodatkowe przydzielenie komputera
lub kanału.

Algorytm projektowania struktur sieciowych jest następują-
cy:

1. Przygotuj dane wejściowe.
2. $N := \emptyset$, $\Delta N := \left\lfloor \frac{I \ J \ K}{\max\{I, J, K\}} \right\rfloor$
3. Zbadaj możliwość wyznaczenia rozwiązania dopuszczalnego.
4. Czy wyznaczono rozwiązanie dopuszczalne?
Jeśli tak, to przejdź do pkt. 5.
Jeśli nie, to przejdź do pkt. 9.
5. Zbadaj możliwość wyznaczenia lokalnego rozwiązania dominu-
jącego.
6. Czy lokalne rozwiązanie dominujące zostało wyznaczone?
Jeśli tak, to przejdź do pkt. 8.
Jeśli nie, to przejdź do pkt. 7.
7. Wyznacz lokalnie optymalne zbiory rozwiązań w sensie Pareto
oraz rozwiązań kompromisowych.
8. Zweryfikuj globalne rozwiązanie dominujące oraz globalny
zbiór Pareto i globalny zbiór kompromisowy za pomocą lokal-
nych rozwiązań.
9. Czy $N \geq N_{\max}$?
Jeśli tak, to przejdź do pkt. 10.
Jeśli nie, to $N := N + \Delta N$ i przejdź do pkt. 3.
10. Zweryfikuj globalny zbiór rozwiązań Pareto-optymalnych oraz
globalny zbiór rozwiązań kompromisowych za pomocą globalne-
go rozwiązania dominującego. STOP.

Rozwinięcie poszczególnych etapów algorytmu APR opisano w
[3]. Metodę oprogramowano na m.c. ODRA-1305 w języku FORTRAN
1900. Implementacja programowa metody zajmuje 70 słów pamięci,
a funkcją czasowej złożoności metody jest rzędu $O(N^8)$, co sta-
nowi górną granicę rozsądnego czasu obliczeń dla m.c. ODRA-1305.
Wybrane przykłady liczbowe zamieszczono w [3].

Zakończenie

W pracy sformułowano problem wyznaczania przydziału operacji, tras przepływu danych, typów systemów komputerowych oraz typów kanałów w postaci zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej. Scharakteryzowano algorytm projektowania sieci, który umożliwia znajdowanie rozwiązań suboptymalnych.

Interesującym kierunkiem rozwoju przedstawionego modelu jest uwzględnienie kryterium niezawodnościowego. Możliwe jest także wprowadzenie dodatkowych ograniczeń.

Literatura

1. Ameljańczyk A.: Optymalizacja wielokryterialna. WAT, Warszawa, 1986
2. Ameljańczyk A.: Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania. PAN, Warszawa, 1984
3. Balicki J.: Optymalizacja rozdziału zadań i wybranych zasobów w sieci komputerowej. WAT, Warszawa, 1987
4. Chang S.K.: A model for distributed computer system design. IEEE Transactions of Systems, Man and Cybernetics, vol. smc-5, no.6 May 1976, pp. 344-359
5. Findelsen W. /red./ : Analiza systemowa- podstawy i metodologia, PWN, Warszawa, 1985
6. Gonzalez M.J.; Jordan B.W.: A framework for the Quantitative Evaluation of Distributed Computer Systems. IEEE Transactions on Computers, vol. com. - 29, no 12 December 1980, pp. 1084-1094
7. Janbych G.F.: Optymalizacja struktury informacyjno-wycisłitelnoy sieti metodom vletviej i granic. AiVT, no 5 1986, ss. 3-13
8. Kleinrock L.: Distributed Systems. Computer, no. 10 November 1985, pp. 90-103
9. Petter R.M.: ISND protocol and architectures models. Computer Networks, no 3/4 1985, pp.157-166.

Streszczenie

W pracy sformułowano zagadnienie wyznaczania przydziału programów oraz wybranych zasobów sieciowych w postaci zadania polioptymalizacji. Scharakteryzowano metodę projektowania sieci komputerowej, która umożliwia znajdowanie rozwiązań suboptymalnych.

OPTIMIZATION OF SOFTWARE ALLOCATIONS, COMPUTERS' TYPES AND THE NETWORK COMPUTER CHANNELS

Summary

The paper presents the question of finding assignment of programs and of selected resources in the form of multiple criteria optimization problem. The method for a network design, which enables finding suboptimal solutions, has been proposed.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Piotr Berkowski
Politechnika Wrocławska
Jacek Boroń
Wyższa Szkoła Inżynierska
w Opolu

DYSKRETNA SYNTEZA RAM I KRATOWNIC STALOWYCH UWZGLĘDNIAJĄCA
ELEMENTY TEORII DRUGIEGO RZĘDU W ANALIZIE STATYCZNEJ

1. Wstęp

W nowocześnie wyposażonym biurze projektów rola konstruktora sprawadza się do podejmowania decyzji generalnych, do których zaliczyć można: opracowanie ogólnej koncepcji budowli, ustalenie modelu obciążeń, wybór topologii i geometrii konstrukcji oraz materiałów i technologii wykonania, bądź decyzji szczegółowych dotyczących na przykład: kształtu elementów konstrukcyjnych, rodzajów przekrojów poprzecznych i połączeń czy też sposobu montażu. Przeprowadzenie czasochłonnych obliczeń powierza się maszynom cyfrowym, ponieważ już w przypadku niewielkich układów konstrukcyjnych wspomniane wyżej decyzje mogą poważnie skomplikować rozwiązanie problemu. Postępująca w wielu dziedzinach działalność inżynierskiej komputeryzacja nie ominęła projektowania budowlanego. Dzięki niej możliwe jest przekształcanie tradycyjnego sposobu projektowania - analizy konstrukcji, w nowoczesne metody projektowania konstrukcji optymalnych, polegające na ich ukierunkowanej syntezie. Analiza statyczna reprezentowana w zadaniach optymalizacji przez ograniczenia równościowe /równania równowagi/, łączy warunki eksploatacji projektowanego układu z ograniczeniami nierównościowymi, których spełnienie ma zapewnić zgodne z obowiązującymi przepisami i bezpieczne użytkowanie budowli. Zrozumiałe

Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Nr 13 -SInż. w Koszalinie

jest, że rodzaj i dokładność tej analizy znajdzie natychmiastowe odzwierciedlenie w wynikach optymalizacji. Model matematyczny syntezy ram i kratownic stalowych, zaprezentowany w niniejszej pracy, uwzględnia między innymi elementy charakterystyczne dla teorii drugiego rzędu, budującej równania równowagi konstrukcji w zależności od postaci odkształconej działaniem obciążeń siatki węzłów w przypadku kratownic i ram i od zmian sztywności giętej prętów wywołanej redystrybucją sił osiowych w przypadku ram. Taka konwencja analizy statycznej jest, zdaniem autorów, pewnym krokiem naprzód zwiększającym dokładność syntetycznego projektowania konstrukcji. Efekty wpływu rodzaju analizy statycznej na przebieg i wyniki końcowe optymalizacji zostaną przedstawione w trakcie omawiania przykładów obliczeniowych.

2. Model matematyczny dyskretnej optymalizacji ram i kratownic stalowych

2.1. Założenia

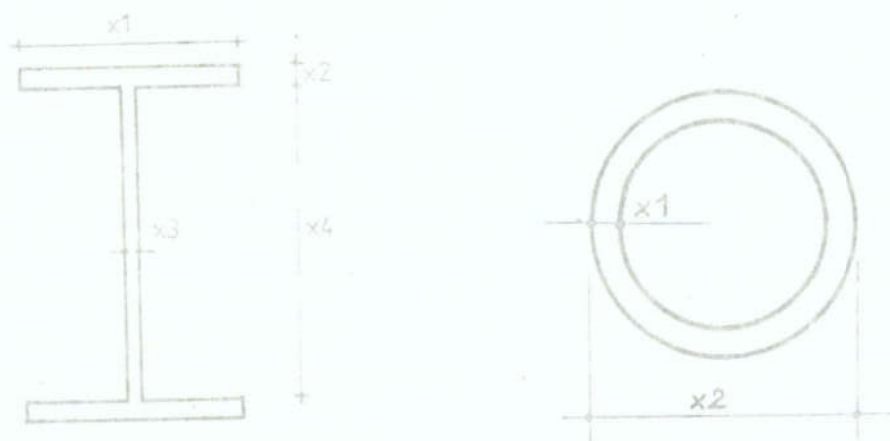
W proponowanym modelu matematycznym przyjęto następujące założenia dotyczące rozważanych konstrukcji i ich elementów:

- a/ zakresem rozważań objęto klasę sprężystych konstrukcji prętowych, do której należą wielopiętrowe i wielonawowe ramy stalowe zbudowane z prostych i przyzmatycznych prętów blachownicowych, połączonych ze sobą w węzłach w sposób sztywny oraz kratownice stalowe zbudowane z prętów o bisiemetrycznym przekroju zamkniętym, połączonych ze sobą w węzłach za pomocą idealnych przegubów,
- b/ węzły konstrukcji znajdują się w punktach przecięcia osi prętów, a sztywność prętów na ich długości jest stała,
- c/ rozważane obciążenia mają charakter statyczny, sprowadzono je do obciążeń węzłowych; w rozpatrywanym przedziale czasu na konstrukcję działa jeden układ obciążeń zachowawczych,
- d/ założono pracę konstrukcji w obszarze przedkrytycznym,
- e/ założono, że zmienne decyzyjne opisujące przekrój poprzeczny pręta mają charakter dyskretny,

f/ określając obszar rozwiązań dopuszczalnych /ORD/ przyjęto wymagania i zalecenia dotyczące projektowania konstrukcji stalowych zawarte w normie [13] i literaturze związanej z tematem, między innymi [8, 9, 10].

2.2. Zmienne decyzyjne i parametry projektowe

W rozważanym modelu optymalizacji jako zmienne decyzyjne $\{X\}$ przyjęto wielkości opisujące wymiary poprzecznego przekroju pręta. Dla blachownicowego pręta spawanego ramy otrzymano cztery, a dla rurowego pręta kratownicy dwie zmienne decyzyjne, które przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Zmienne decyzyjne: a/ ramy, b/ kratownicy.

Fig. 1. Decisive variables of: a/ frame, b/ truss

Jako parametry $\{P\}$ przyjęto stałe materiałowe /moduł sztywności podłużnej, współczynnik Poissona, wytrzymałość materiału/ oraz długości prętów, współrzędne węzłów i ich topologię.

2.3. Ograniczenia

Obszar rozwiązań dopuszczalnych określone przez ograniczenia projektowe, nałożone bezpośrednio na zmienne decyzyjne oraz przez warunki dotyczące zachowania się konstrukcji, po-

dawane w postaci zależności funkcyjnych. Ograniczenia wprowadzone w modelu optymalizacji przedstawiono w postaci następujących wzorów [2, 4, 6]:

Ograniczenia projektowe /geometryczne/:

$$Q_p = \{X : X_{\min} \leq X \leq X_{\max}, \Delta X; X_{\max} - X_{\min} = 2^q \cdot \Delta X, q \in \{0\}\}, \quad (1)$$

Ograniczenia wytrzymałościowe /naprężeniowe/:

$$Q_w = \{X : \bar{\sigma}(\{X\}, \{P\}) \leq \bar{R}\}, \quad (2)$$

Ograniczenia warunków stateczności lokalnej /naprężeniowe i geometryczne/:

$$Q_{sl} = \{X : \bar{\sigma}^*(\{X\}, \{P\}) \leq R^*, f_i(\{X\}, \{P\}) \leq a_i\}, \quad (3)$$

gdzie odpowiednio X_{\min} , X_{\max} , ΔX , $\bar{\sigma}$, $\bar{\sigma}^*$, \bar{R} , R^* , f_i , a_i oznaczają: minimalne i maksymalne wartości zmiennej decyzyjnej oraz jej dyskretny przyrost, naprężenia rzeczywiste dla ograniczeń wytrzymałościowych i warunków stateczności lokalnej oraz ich unormowane wartości obliczeniowe, ograniczenia geometryczne związane ze smukłością prętów, ich statecznością lokalną i zwężeniem.

Do opracowanego modelu matematycznego optymalizacji włączono również ograniczenia dotyczące przemieszczeń wybranych punktów konstrukcji:

$$Q_t = \{X : v_{\text{poz}}(\{X\}, \{P\}) \leq v_{\text{poz}d}, v_{\text{pion}}(\{X\}, \{P\}) \leq v_{\text{pion}d}\}, \quad (4)$$

których jednak nie uwzględniono w aktualnej wersji programów komputerowych, ponieważ powodowały znaczne wydłużenie czasu obliczeń. Obszar rozwiązań dopuszczalnych zapisano zatem w postaci niepustego przekroju wspomnianych zbiorów ograniczeń:

$$ORD = Q_p \cap Q_w \cap Q_{sl}: \quad ORD \neq \{\emptyset\} \quad (5)$$

2.4. Funkcja celu

Jako globalną funkcję celu /GFC/ przyjęto objętość mater-

riału zużytego na wykonanie konstrukcji, którą w formie matematycznej można zapisać następująco:

$$GFC(\{X\}, \{P\}) = \sum_i^{LP} A_i(\{X\}, \{P\}) \cdot L_i + \sum_i^{LP} V_i(\{X\}, \{P\}), \quad (6)$$

gdzie: LP, A_i , L_i , V_i oznaczają odpowiednio liczbę prętów konstrukcji, pole przekroju poprzecznego, długość pręta i objętość materiału ewentualnych poprzecznych usztywnień pręta /w przypadku ramy/.

2.5. Sformułowanie problemu

Problem optymalizacji sformułowano następująco: znaleźć taki wektor zmiennych decyzyjnych $\{X^*\}$, należący do obszaru rozwiązań dopuszczalnych ORD, który w przypadku zadanego wektora parametrów $\{P\}$ minimalizuje wartość globalnej funkcji celu:

$$GFC(\{X\}, \{P\}) = \min GFC(\{X\}, \{P\}) \mid \{X\} \in \text{ORD} \quad (7)$$

2.6. Zastosowana metoda numeryczna rozwiązania problemu

Do rozwiązania zadania zastosowano zmodyfikowaną metodę statystycznego poszukiwania opartą na technice "backtrack" [3, 6, 7]. Jest to kombinatoryczna metoda programowania dyskretnego, możliwa do zastosowania w przypadku nieliniowej funkcji celu z ograniczeniami. W takiej metodzie wykorzystuje się w trakcie przeglądu wartości zmiennych decyzyjnych, technikę redukcji liczby przeszukań sposobem "połowienia przedziału" [3, 6, 7].

2.7. Metody analizy statycznej

W analizie statycznej zarówno ram, jak kratownic rozważono podejścia oparte na założeniach teorii I i II rzędu. Analizę liniową obu typów konstrukcji przeprowadzono wykorzystując sieciowe ujęcie metody przemieszczeń [1, 5, 6, 12], natomiast w

analizie drugiego rzędu dokonano wyraźnego rozgraniczenia na ramy i kratownice i uwzględniono:

- w przypadku analizy statycznej ram wpływ efektu delta - P oraz wpływ sił osiowych na sztywność giętą prętów [4, 10],
- w przypadku analizy statycznej kratownicy wpływ deformacji siatki na redystrybucję sił przekrojowych metodą "fikcyjnych obciążeń" [5, 6].

Równania równowagi w przypadku analizy statycznej ram wg teorii drugiego rzędu zapisano w postaci:

$$M_D + F = K \cdot v \quad \text{lub} \quad (8)$$

$$H_D + K_G \cdot v = K \cdot v, \quad (9)$$

gdzie: H_D , F , K , v , K_G oznaczają odpowiednio wektor obciążeń zewnętrznych, wektor sił fikcyjnych, globalną macierz sztywności sprężystej, wektor przemieszczeń oraz globalną macierz sztywności geometrycznej konstrukcji. Powyższy proces analizy statycznej drugiego rzędu przeprowadzono metodą iteracyjną przedstawioną na rys. 2 i opisaną wzorami [11]:

- pierwszy krok obliczeń: $v_D = K^{-1} \cdot H_D$
- i-ty krok obliczeń: $v_i = K^{-1} \cdot [H_D + F_i] = K^{-1} \cdot H_i$

Zbieżność procesu określa wzór:

$$v_i - v_{i-1} \leq \text{EPS}, \quad (11)$$

gdzie EPS jest arbitralnie przyjmowanym przez projektanta wskaźnikiem dokładności obliczeń.

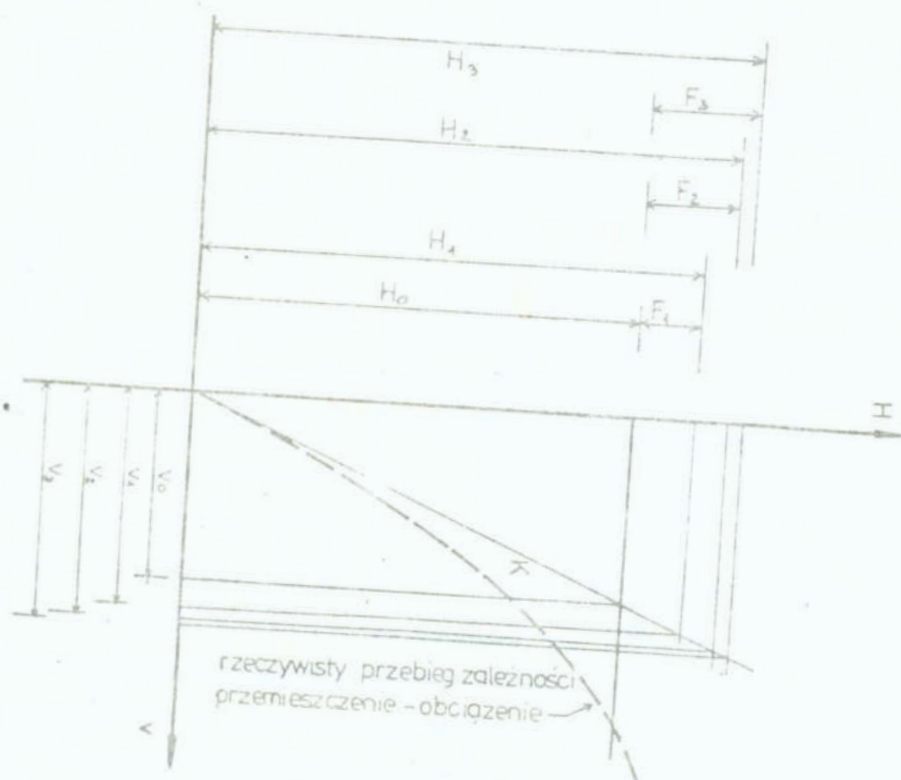
W przypadku nieliniowej analizy statycznej kratownicy iteracyjną metodą "fikcyjnych obciążeń" stan konstrukcji na początku i-tego kroku iteracyjnego określony jest przez:

- aktualne współrzędne węzłów,
- kąty obrotu prętów od położenia wyjściowego.

Postępowanie w i-tym kroku iteracyjnym streszczono następująco:

a/ budowa quasidiagonali lokalnych sztywności

$$[K] \quad \text{oraz macierzy transformacji } [T]_i$$



Rys. 2. Iteracyjna metoda analizy drugiego rzędu techniką delta - P.

FIG. 2. Iteration method of the second order analysis applying delta - P technique

b/ budowa globalnej macierzy sztywności

$$[G] \cdot [T]_i \cdot [K]_i \cdot [T]_i^T \cdot [G]^T \quad (12)$$

c/ wyznaczenie wektora fikcyjnych obciążeń prętów $(\bar{F}'_d)_i$ i transformowanie go w wektor fikcyjnych obciążeń węzłów:

$$(\bar{F}_d)_i = [G] \cdot [T]_i \cdot (\bar{F}'_d)_i; \quad (13)$$

wektor $(\bar{F}'_d)_i$ jest postaci:

$$E \cdot \begin{cases} A_1 \cdot (1 - \cos \theta_1) \\ A_2 \cdot (1 - \cos \theta_2) \\ \vdots \\ A_p \cdot (1 - \cos \theta_p) \end{cases} \quad (14)$$

d/ obliczenie przemieszczeń węzłów z rozszerzonego równania sieciowego:

$$[G][T]_i \cdot [K]_i \cdot [T]_i^T \cdot [G]^T \cdot (\bar{v})_i = \bar{F}_z + (\bar{F}_d)_i \quad (15)$$

e/ kontrola zbieżności iteracji

$$|\bar{v}_{i-1} - \bar{v}_i| \leq \text{EPS}' \quad (16)$$

W przypadku zakończenia iteracji /spełnienie powyższej zależności we wszystkich węzłach konstrukcji/ następuje obliczenie sił osiowych w prętach kratownicy

$$\bar{N} = [K]_i \cdot [T]_i^T \cdot [G]^T \cdot (\bar{v})_i \quad (17)$$

W przypadku kontynuacji iteracji następuje aktualizacja współrzędnych węzłów oraz powrót do punktu a/.

W powyższych wzorach $[G]$, θ_i oznaczają odpowiednio zredukowaną macierz podstawowych przekrojów grafu oraz kąt obrotu pręta "i" zawarty pomiędzy j o kierunkami początkowym i końcowym.

2.8. Algorytm optymalizacji

Wykorzystując przedstawiony model matematyczny optymalizacji, metodą poszukiwania optymalnego wektora zmiennych decyzyjnych oraz analizę statyczną drugiego rzędu, autorzy pracy opracowali algorytmy /rys. 3/ oraz programy optymalizacji ram [2] i kratownic [6] stalowych.

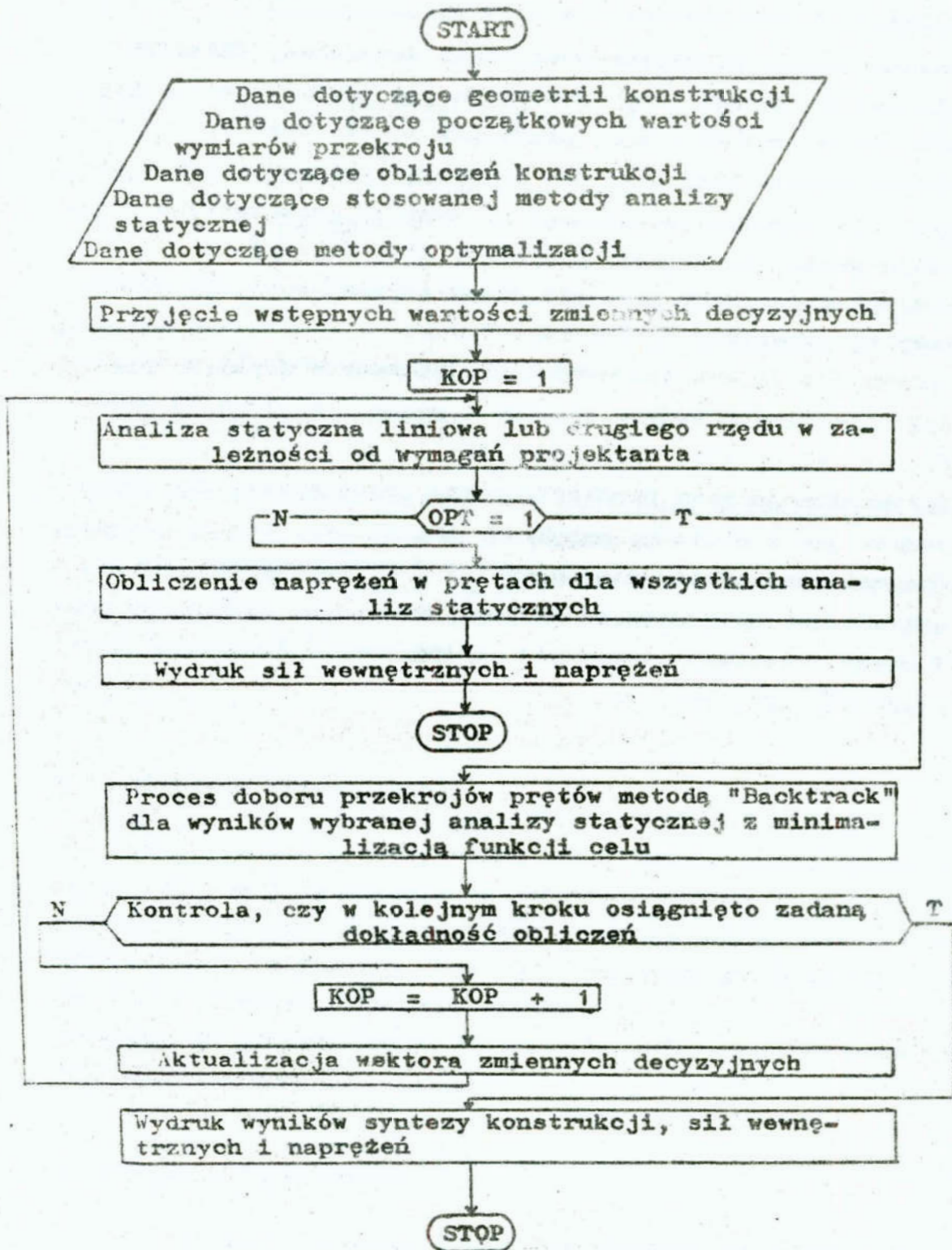
Programy te przystosowano do pracy na EMC ODRA 1305 oraz na mikrokomputerach.

3. Przykłady obliczeniowe

W celu oceny wielkości wpływu różnych czynników /opisane szczegółowo przy omawianiu przykładów/ na przebieg i wynik optymalizacji ram i kratownic z zastosowaniem zaproponowanego modelu optymalizacji oraz określenia ilościowych i jakościowych zmian rezultatów optymalizacji wynikających z wprowadzenia analizy statycznej drugiego rzędu, przeprowadzono szereg

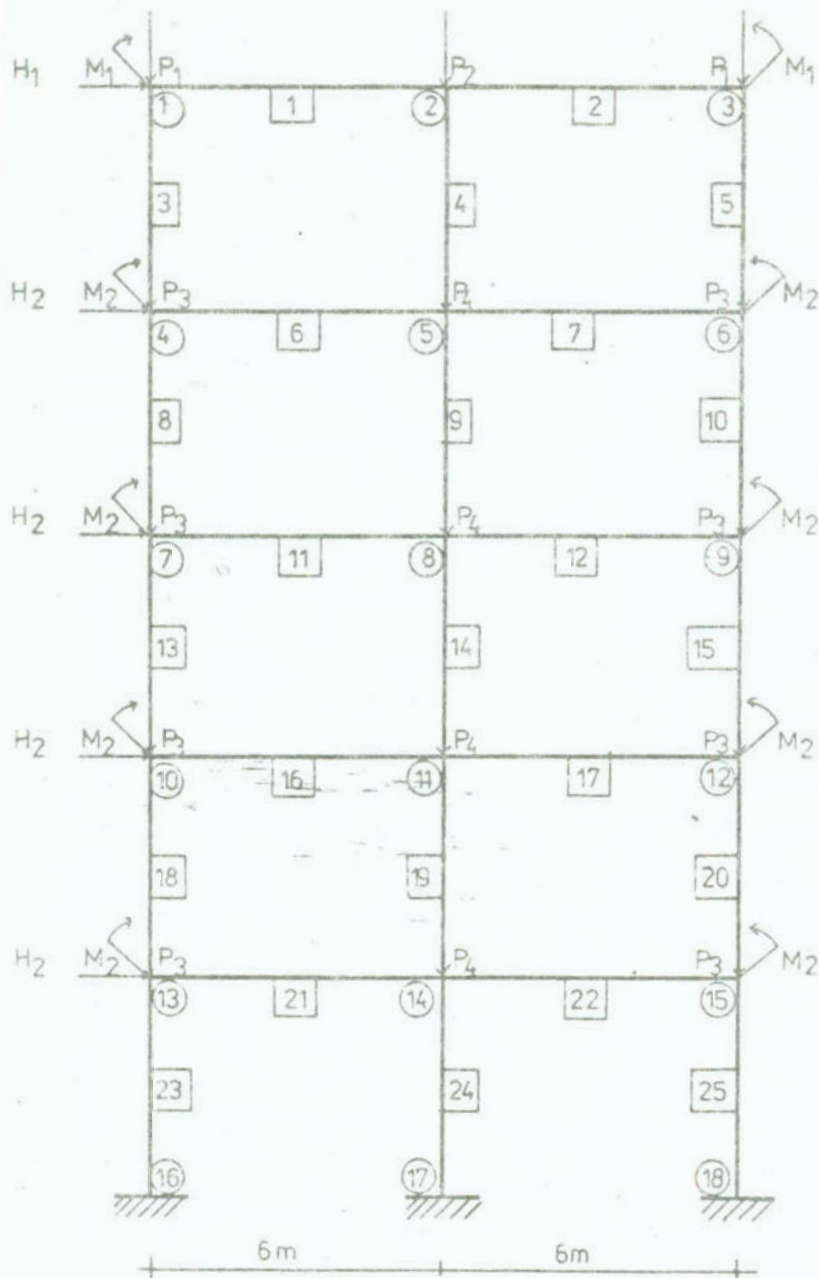
procesów obliczeniowych, z których przedstawiono następujące przykłady:

- P1. Optymalizacja pięciopiętrowej ramy dwunawowej /LP = 25/ dla dwóch różnych grup identyfikacji /optymalizacji/ prętów /ID = 10 i ID = 25/; przykłady I, II, rys. 4.
- P2. Optymalizacja ramy j.w. dla przypadku uwzględnienia i pominięcia warunku nakładanego na wymiary geometryczne przekroju pręta / $h \geq 2,5 \cdot s$ /; przykłady III, IV, rys. 4
- P3. Optymalizacja ramy j.w. dla dwóch różnych wektorów startowych; przykłady V, VI, rys. 4.
- P4. Optymalizacja dwupiętrowej ramy jednonawowej /LP = 6/ dla sił obliczanych według analizy I rzędu i analizy II rzędu; przykłady VII, VIII, rys. 5.
- P5. Optymalizacja ramy pięciopiętrowej jednonawowej dla przypadków jak w pktcie 4; przykłady IX, X, rys. 6
- P6. Optymalizacja kratownic: płaskiej i przestrzennej dla sił obliczanych na podstawie analizy statycznej według teorii I rzędu i analizy statycznej według teorii II rzędu; przykłady XI, XII, rys. 12, 13.



Rys. 3. Algorytm optymalizacji ram

Fig. 3. Frames optimization algorithm



OBCIĄZENIA

Przykład:		
	I - IV	V, VI
H_1	15 kN	15 kN
H_2	30 kN	30 kN
H_3	45 kN	45 kN
P_1	75 kN	70 kN
P_2	150 kN	140 kN
P_3	140 kN	140 kN
P_4	230 kN	230 kN
M_1	75 kNm	0
M_2	90 kNm	0

IDENTYFIKACJA

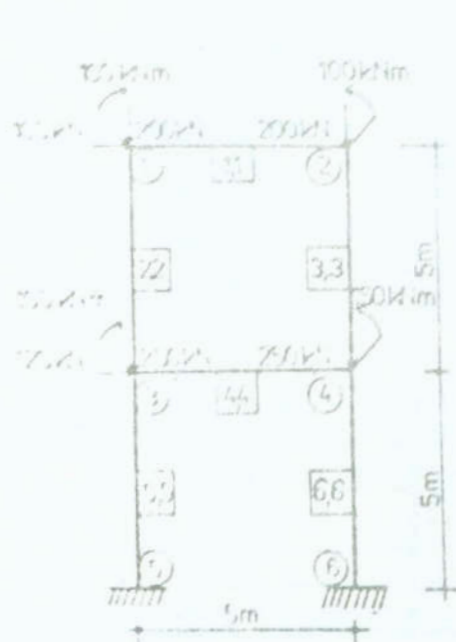
Przykład:	
II wg numerów prętów	
I, II-VI wg grup	
grupa	pręt
1	1,2
2	3,4,5
3	6,7
4	8,9,10
5	11,12
6	13,14,15
7	16,17
8	18,19,20
9	21,22
10	23,24,25

WEKTOR STARTOWY [mm]

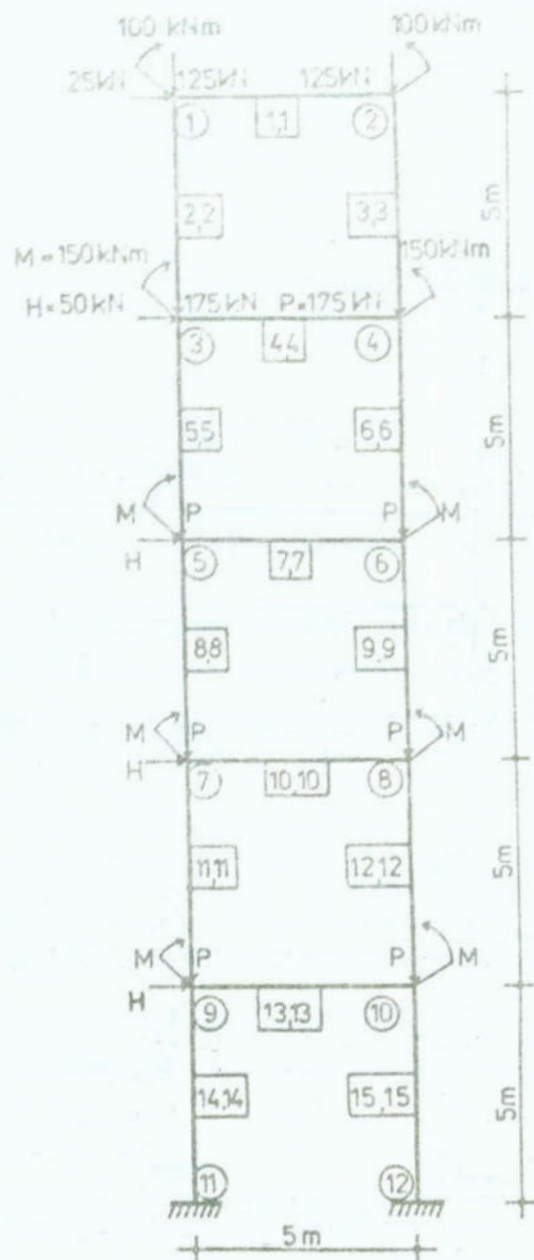
Przykład zmienna	I ÷ V			VI		
	max	min	ΔX	max	min	ΔX
X1	310	150	5	360	200	10
X2	24	8	2	26	10	2
X3	22	6	2	24	8	2
X4	90	40	10	90	40	10

Rys. 4. Rama optymalizowana w przykładach I ÷ VI

Fig. 4. Frame optimized in the examples I ÷ VI

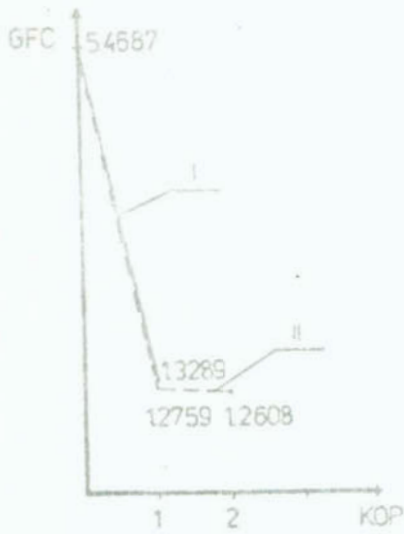


Rys. 5. Rama optymalizowana w przykładach VII, VIII.
 Fig. 5. Frame optimized in the examples VII, VIII.

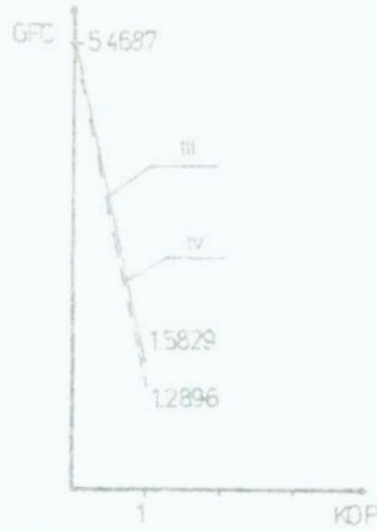


Rys. 6. Rama optymalizowana w przykładach IX, X
 Fig. 6. Frame optimized in the examples IX, X

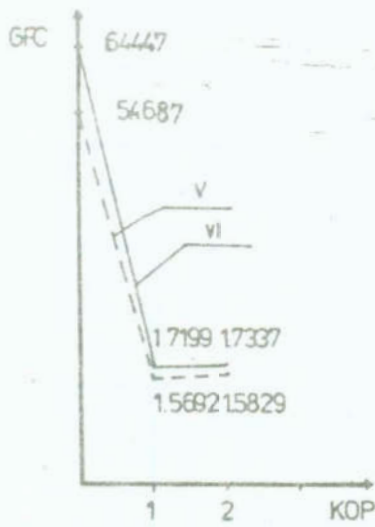
Wyniki przeprowadzonych procesów syntezy przedstawiono na rys. 7 - 13 oraz w tabeli 1. Zamieszczone wykresy obrazują poszczególne ścieżki optymalizacji, tj. liczbę kroków procesu iteracyjnego syntezy /KOP, LKO/ oraz osiąganą w każdym z kroków wartość globalnej funkcji celu /GFC/.



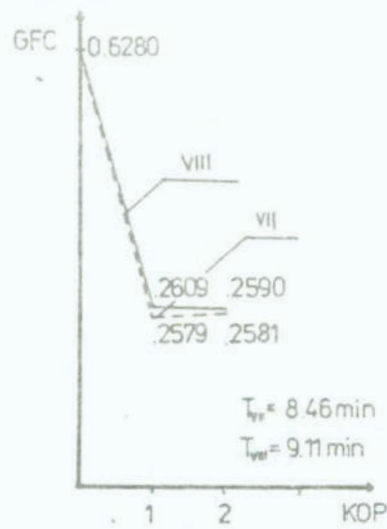
Rys. 7. Przykłady I, II
Fig. 7. Examples I, II



Rys. 8. Przykłady III, IV
Fig. 8. Examples III, IV

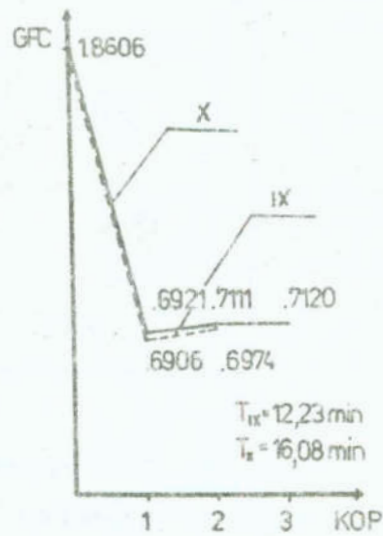


Rys. 9. Przykłady V, VI
Fig. 9. Examples V, VI



Rys. 10. Przykłady VII, VIII
Fig. 10. Examples VII, VIII

W tabl. 1 przedstawiono porównanie wymiarów i charakterystyk geometrycznych przekrojów prętów optymalnych otrzymanych w przykładach VII - X dla optymalizacji z analizą statyczną pierwszego i drugiego rzędu.

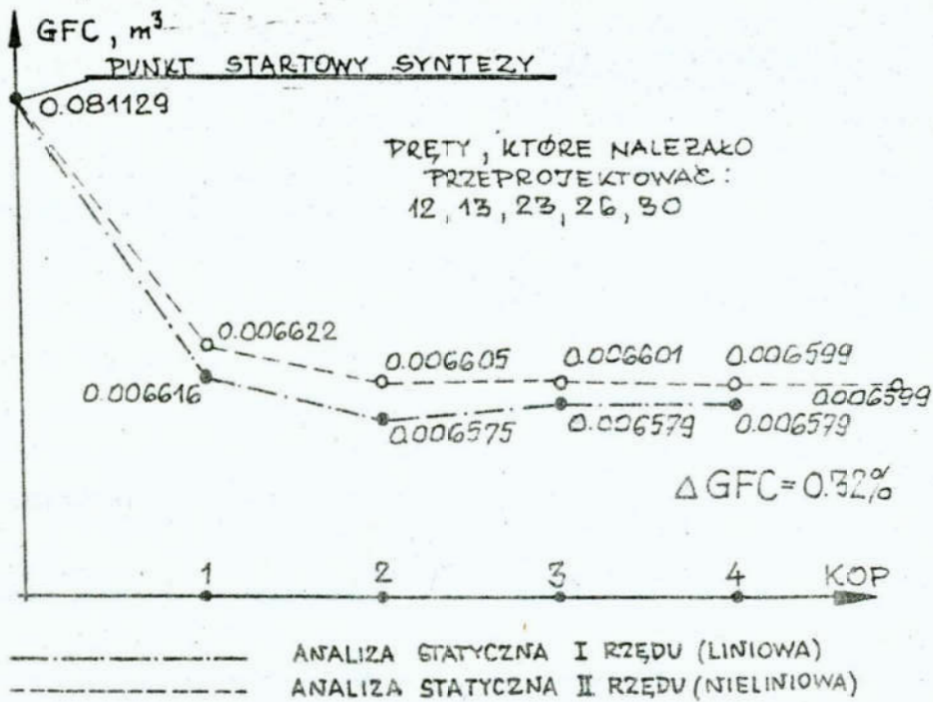
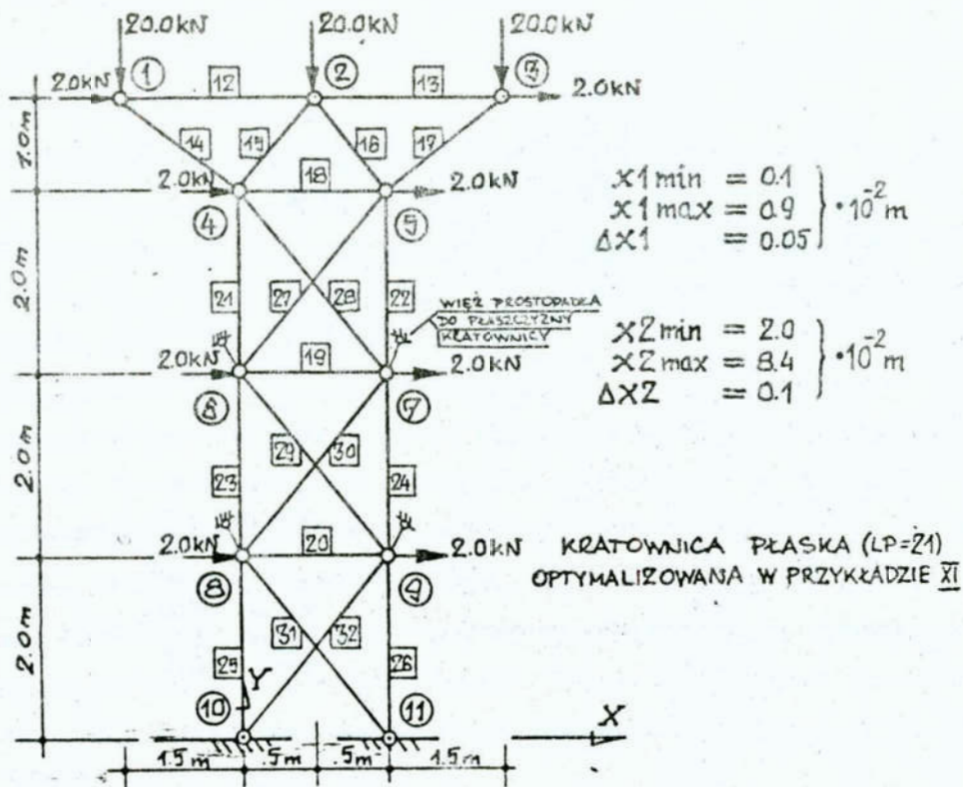


Rys. 11. Przykłady IX, X

Fig. 11. Examples IX, X

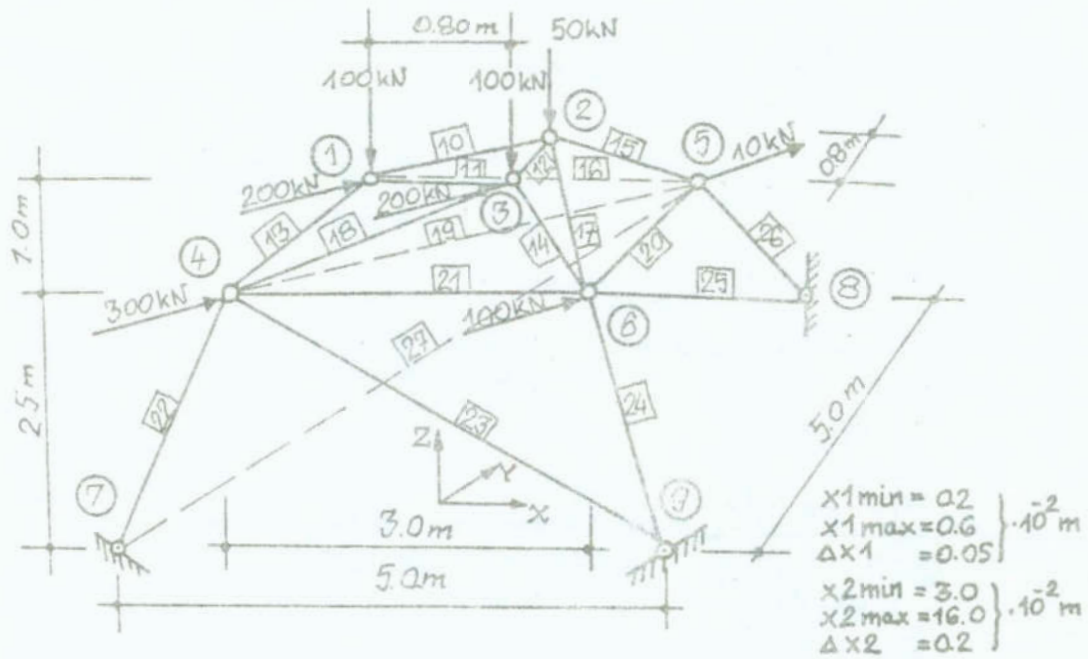
Tablica 1.

Numer pre- ta	Optymaliza- cja dla:	Charakterystyki geometrycz- ne						Różnica	
		s	t	h	g	A	J	A	J
		mm	mm	mm	mm	cm ²	cm ²	%	%
7	an. I rzędu	240	6	700	6	70.8	53038	+16,4	-0,16
	an. II rzędu	240	6	670	8	82.4	52954		
11	an. I rzędu	380	7	700	6	91.6	68784	-1,5	2,1
	an. II rzędu	370	7	640	6	90.2	67319		
15	an. I rzędu	520	12	690	8	180.0	175670	+22	+15,8
	an. II rzędu	520	12	740	8	194.0	203467		
2	an. I rzędu	230	6	580	6	62.4	33451	+385	-8,97
	an. II rzędu	210	8	520	6	64.8	30450		
4	an. I rzędu	200	8	700	7	81.0	60111	-4,94	+1,29
	an. II rzędu	250	7	700	6	77.0	60888		
6	an. I rzędu	210	11	780	8	108.6	103908	+166	-2,52
	an. II rzędu	210	12	750	8	110.4	101292		

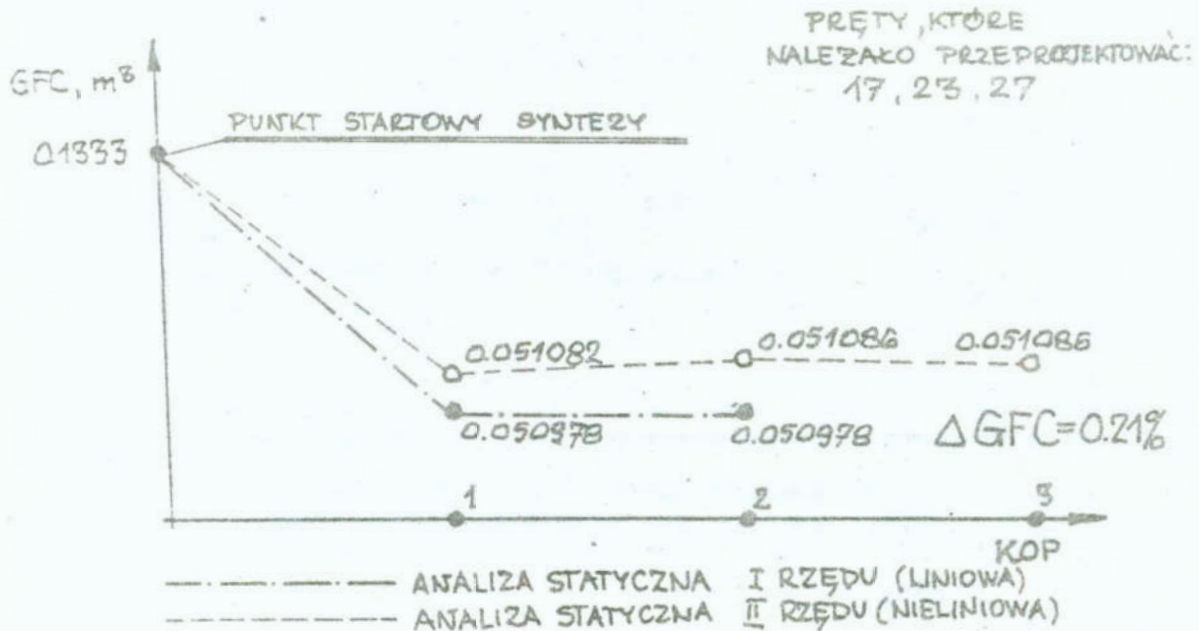


Rys. 12. Przykład XI

Fig. 12. Example XI



KRATOWNICA PRZESTRZENNIA (LP=18) OPTIMALIZOWANA W PRZYKŁADZIE XII.



Rys. 13. Przykład XII.

Fig. 13. Example XII

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków:

- a/ zaproponowany model matematyczny dyskretnej optymalizacji ram i kratownio sprężystych uwzględnia kryterium natury ekonomicznej. Wspomniany model jest otwarty, tzn. można uwzględnić w nim inne ograniczenia podane w formie wzorów matematycznych, zmienić kryterium optymalizacji i zmienne decyzyjne, jak również zwiększyć liczbę kryteriów oceny,
- b/ zastosowana metoda optymalizacji dyskretnej pozwoliła w szybki sposób znaleźć minimum globalne - w każdym z przykładów liczba kroków optymalizacji prowadzących do rozwiązania nie przekroczyła 10,
- c/ zwiększenie liczby różnych grup prętów ramy poddawanych optymalizacji powoduje wzrost liczby iteracji procesu optymalizacji oraz prowadzi do polepszenia wartości globalnej funkcji celu /rys. 7/,
- d/ ze względu na dyskretyzację wartości zmiennych decyzyjnych oraz zastosowanie do poszukiwania wektora optymalnego metody "połowienia przedziału" [7], dla różnych wektorów startowych, nie zawierających wspólnych obszarów zmiennych decyzyjnych otrzymano różne końcowe wyniki optymalizacji /rys. 9/
- e/ wprowadzenie w przypadku ram ograniczenia geometrycznego $h \geq 2,5 \cdot s$ powoduje wzrost wartości globalnej funkcji celu /rys. 8/. Analiza zaprezentowanego przykładu oraz przykładowych obliczeń nie umieszczonych w artykule wskazuje, że ograniczenie to ma w większości przypadków znaczenie decydujące, jeśli chodzi o końcowy wynik optymalizacji.
Uwaga: ograniczenie to wynika z faktu, że dla przypadków, gdy $h < 2,5 \cdot s$ powstaje w pasach belek na równomierny rozkład naprężeń normalnych.
- f/ w przypadku zastosowania analizy statycznej wg teorii drugiego rzędu wynikowe konstrukcje optymalne charakteryzują się innym rozkładem materiału niż te same konstrukcje zoptymalizowane w ramach analizy statycznej pierwszego rzędu.
Ewentualne straty lub zyski materiału nie są istotne / $\Delta GFC < 1\%$ / z ekonomicznego punktu widzenia.

4. Podsumowanie

Wprowadzenie do procesu optymalizacji konstrukcji prętowych metod analizy statycznej według teorii drugiego rzędu ma wpływ na wyniki syntezy tych konstrukcji. Wpływ ten nie jest istotny z ekonomicznego punktu widzenia, ponieważ zmiany wartości globalnej funkcji celu nie przekraczają kilku procent. W istotny sposób może zmienić się natomiast rozkład materiału w prętach badanych konstrukcji, co wynika z konieczności przeprojektowania części prętów maksymalnie wyęteżonych w trakcie optymalizacji korzystającej z analizy statycznej pierwszego rzędu, ponieważ nie przynosiły one dodatkowych sił wewnętrznych wynikających z faktu uwzględnienia efektów właściwych teorii drugiego rzędu.

Literatura

1. Berkowski P.: Elementy geometrycznej nieliniowości w analizie statycznej ram płaskich, Inż. i Bud. 1/85, s. 36-40
2. Berkowski P.: Optymalizacja ram stalowych z zastosowaniem analizy statycznej drugiego rzędu, AIL, w druku
3. Berkowski P., Boroń J.: Synteza wybranych konstrukcji prętowych metodą programowania dyskretnego backtrack, Inż. i Bud. 6/86, s. 204-208
4. Berkowski P., Sieczkowski J.M.: Wpływ efektów geometrycznych w dyskretniej optymalizacji ram stalowych, XXXII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Kraków - Krynica, 1986, s. 21-26
5. Boroń J.: Elementy geometrycznej nieliniowości w analizie statycznej kratownic z wykorzystaniem teorii sieci, Inż. i Bud. Nr 11, 1984
6. Boroń J.: Optymalizacja dyskretna kratownic stalowych z zastosowaniem wektorowej postaci kryterium wyboru z uwzględnieniem geometrycznej nieliniowości w analizie statycznej, Praca doktorska, Inst. Bud. PWr., 1987
7. Farkas J., Sabo L.: Optimum Design of Beams and Frames of I-Sections by Means of Backtrack Programming, Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae, Tomus 91 1980, s. 121-135.

8. Jankowiak W.: Konstrukcje stalowe, PWN, Warszawa-Poznań, 1983
9. Kowal Z.: Wybrane działy z konstrukcji metalowych, cz. I i II, Skrypt PWr., Wrocław, 1979
10. LaiShu-Ming A., MacGregor J.G.: Geometric Nonlinearities in Unbraced Multistory Frames, J. Struct. Div., Proc. ASCE, vol. 109, No. 11, Nov, 1983, s. 2528-2545
11. Łubiński M., Filipowicz A., Żółtowski W.: Wymiarowanie konstrukcji stalowych metodą stanów granicznych, PWN, Warszawa 1979
12. Pietrzak J., Rakowski G., Wrześniowski K.: Macierzowa analiza konstrukcji, PWN, Warszawa-Poznań, 1979
13. PN-80/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.

Streszczenie

W pracy przedstawiono model matematyczny dyskretnej syntezy jednokryterialnej ram i kratownic sprężystych. W zastosowanej analizie statycznej wykorzystano sieciowe ujęcie metody przemieszczeń, rozważając podejścia oparte na założeniach teorii zarówno pierwszego, jak i drugiego rzędu. W przedstawionych przykładach optymalizacji konstrukcji zbadano wpływ rodzaju analizy statycznej na przebieg i wyniki końcowe ich syntezy.

DISCRETE STEEL FRAME AND TRUSSES OPTIMIZATION WITH SECOND ORDER STRUCTURAL ANALYSIS

Summary

A mathematic model of steel frames and trusses unicriterial discrete optimization is presented in a paper. In the structural analysis a network displacement method basing on the first order and second order theory has been used.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

acek Boroń

eremi M. Sieczkowski

yższa Szkoła Inżynierska
pole

YSKUSJA WYBORU ROZWIĄZAŃ PREFEROWANYCH NA PRZYKŁADZIE DWU-
RYTERIALNEJ SYNTEZY ŁUKU KRATOWEGO

1. Wprowadzenie

Rozwiązując zadania optymalizacji jednokryterialnej konstrukcji prętowych dąży się do otrzymania w efekcie rozwiązania jednoznacznego, tzn. jedyne i najlepszego w ramach przyjętego modelu matematycznego. Wątpliwości może budzić jedynie sposób w jaki odzwierciedlono optymalizowany obiekt i czynniki go kształtujące, a więc poprawność konstrukcji modelu matematycznego, jak również pewność weryfikacji jakości otrzymanego rozwiązania /czy jest to faktycznie optimum globalne czy może tylko lokalne?/. Ta ostatnia zależy od efektywności zastosowanej metody numerycznej oraz od dokładności narzędzia - maszyny cyfrowej. Synteza konstrukcji znacznie się komplikuje jeżeli dokonujemy jej na podstawie kilku niezależnych kryteriów konfliktowych. W takich przypadkach rozwiązań zagadnienia wielokryterialnego jest, generalnie rzecz biorąc, nieskończenie wiele i dodatkowy problem, którego nie było w zagadnieniach jednokryterialnych, polega na wyborze takich rozwiązań, które w pewnych względów uznamy za najbardziej nas satysfakcjonujące, ponieważ wszystkie wyznaczone elementy zbioru kompromisów są równorzędne w rozumieniu ekstremum przyjętego wektora funkcji celu. W dalszym ciągu niniejszej pracy dokonano analizy znanych metod wyboru rozwiązań preferowanych pod kątem

ich przydatności do wielokryterialnej syntezy konstrukcji prętowych. Rozważania zilustrowano przykładem dwukryterialnej optymalizacji łuku kratowego.

2. Ogólna charakterystyka metod wyboru rozwiązań preferowanych

Analizując rozwój wielokryterialnego podejmowania decyzji [3, 4, 5, 6] można wyróżnić dwie zasadnicze koncepcje konkurencyjne w stosunku do klasycznego /paretowskiego/ rozumienia optimum wielokryterialnego: koncepcję kryterium globalnego oraz koncepcję użyteczności opartą na preferencjach. W modelu matematycznym charakteryzującym pierwszą z nich jakość decyzji wyboru oceniana jest na podstawie wskazań funkcji dystansowej określonej w przestrzeni celów i wyrażającej odległość badanego punktu tej przestrzeni reprezentującego oceniane rozwiązanie niezdominowane, od wyróżnionego punktu, którym jest najczęściej osiągnięcie idealne. Rozwiązania niezdominowane jest tym lepsze im bliżej osiągnięcia idealnego leży obraz ocenianego rozwiązania w obszarze celów.

Powyższa idea została szczegółowo opisana między innymi w pracach [5, 6] tworząc koncepcję rozwiązań preferowanych otrzymywanych przez zastosowanie całej rodziny miar odległości wyrażających się ogólnym wzorem:

$$d_{(p)}[\bar{F}(\bar{x})] = \left[\sum_{i=1}^m \left| \frac{f_i(\bar{x}) - f_{i, \min}}{\tilde{f}_i^*} \right|^p \right]^{\frac{1}{p}} ; \quad 1 \leq p < \infty \quad (1)$$

gdzie

$$\bar{F}(\bar{x}) = [f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_m(\bar{x})] \quad \text{- wektor funkcji celu}$$

f_i - współczynniki zapewniające porównywalność poszczególnych składników sumy, przyjmujące wartości np. $\tilde{f}_i^* = 1, f_{i, \min}; (f_{i, \max} - f_{i, \min})$.

Stworzyła ona wrażenie możliwości uniknięcia skomplikowanej problematyki modelowania preferencji decydenta - projektanta, ponieważ oparła się na geometrycznym pojęciu tego co najlepsze. Analizując wartości poszczególnych metryk oraz własności roz-

wiązań kompromisowych wybranych dla różnych wartości parametru "p" nie określono jednoznacznie podstaw wyboru takiej jego wartości, która pozwoliłaby ustalić optymalny kompromis w każdym przypadku problemu wielokryterialnego.

Druga z omawianych koncepcji rozwinęła metody charakteryzujące się informacjami a' priori o preferencjach. Na podstawie analizy celów, którym ma służyć rozwiązanie zagadnienia optymalizacji można stworzyć funkcję $U[f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_m(\bar{x})]$ nazywaną zwykle funkcją użyteczności wielokryterialnej. Wyznaczone za jej pośrednictwem rozwiązania preferowane rozpatrywane jest przez punkt styczności zbioru kompromisów i rodziny krzywych równej użyteczności. Taką funkcją może być na przykład addytywna i rozdzielna względem celów funkcja wagowa w postaci:

$$U[\bar{f}(\bar{x})] = \sum_{i=1}^m w_i \cdot f_i(\bar{x}); \sum_{i=1}^m w_i = 1; w_i > 0 \quad (2)$$

Do drugiej grupy należy również metoda leksykograficzna [3] zalecająca uszeregowanie składowych wektora funkcji celu według subiektywnie określonej ważności i wyznaczania rozwiązania preferowanego na drodze kolejnej ekstremalizacji tychże składowych kolejno według hierarchii. W przypadku zarówno metody leksykograficznej, jak i metody funkcji użyteczności wielokryterialnej nie można jednoznacznie określać zasady przyporządkowania wag poszczególnym składowym wektora funkcji celu ani też zasady ich hierarchizacji. Na informacjach pochodzących od decydenta bazuje również metoda ograniczonych funkcji celu. Zdaniem autorów może ona być przydatna w wypadkach, kiedy korzystniej jest traktować niektóre z wymagań projektowych jako składowe wektora funkcji celu i uwzględnić je na etapie wyboru rozwiązań preferowanych /tzn. podczas analizy obszaru celów/, zamiast włączać je jako kolejne ograniczenia formujące obszar rozwiązań dopuszczalnych [1, 2].

3. Przykład obliczeniowy

Zasygnalizowane metody wyboru rozwiązań preferowanych wy-

korzystano w trakcie dwukryterialnej, dyskretnej syntezy powtarzalnego, poprzecznego układu konstrukcyjnego w formie łuku kratowego, który poddany jest działaniu trzech niezależnych układów obciążeń /rys. 1/. Zmiennie decyzyjne, którymi były pola przekrojów poprzecznych prętów, przyjmowały wartości z podanego przez projektanta katalogu profili K_t /tab. 1/. Składowymi wektora funkcji celu były:

objętość materiału konstrukcyjnego

$$f_1(\bar{x}) = V(\bar{A}) = \sum_{i=1}^m L_i \cdot A_i \quad (3)$$

oraz energia sprężysta kratownicy

$$f_2(\bar{x}) = Q(\bar{A}) = \sum_{i=1}^m \frac{N_i^2 \cdot L_i}{E \cdot A_i} \quad (4)$$

Poszukiwano rozwiązań niezdominowanych zapewniających minimum wektora funkcji celu:

$$\min \bar{F}(\bar{X}) = \min [V(\bar{A}), Q(\bar{A})] \quad (5)$$

w obszarze rozwiązań dopuszczalnych wyznaczonym przez warunki równowagi oraz ograniczenia konstrukcyjne i naprężeniowe tzn:

$$\Omega = \left\{ \bar{A} \in R^n \mid \bar{K}(\bar{A})\bar{u} = \bar{P}, A_i \in K_t, \lambda_i(A_i) \leq \lambda_G, \right. \\ \left. \bar{\sigma}_d \leq \bar{\sigma}_i(A_i) \leq \bar{\sigma}_G, i = 1, 2, \dots, m \right\} \quad (6)$$

W powyższych wzorach przyjęto następujące oznaczenia:

$\bar{K}(\bar{A})$ - globalna macierz sztywności konstrukcji,

\bar{u} - macierz przemieszczeń,

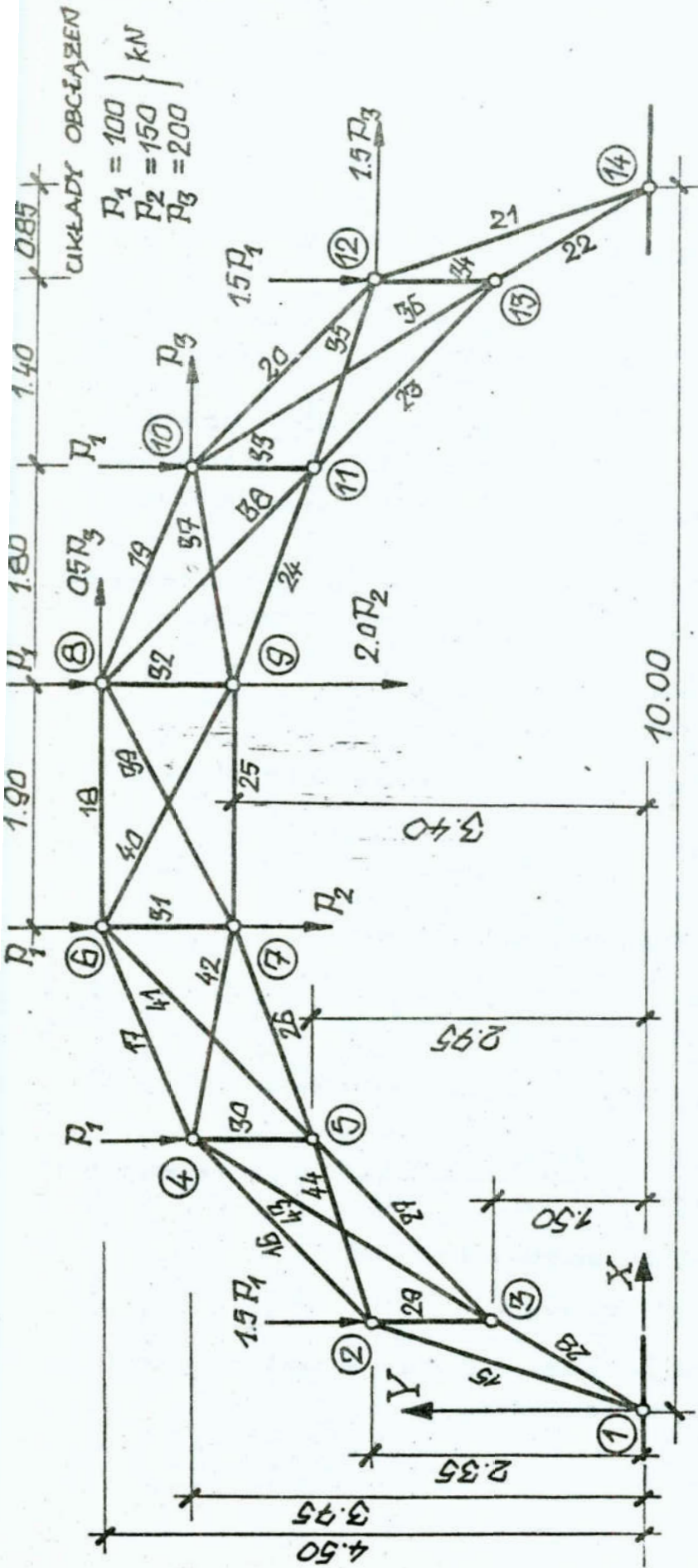
\bar{P} - macierz obciążeń /w macierzach \bar{u} i \bar{P} ilość kolumn równa jest liczbie niezależnych układów obciążeń/,

\bar{A} - wektor zmiennych decyzyjnych A_i ,

$\lambda_i(A_i), \lambda_G$ --odpowiednio: smukłość pojedynczego pręta i smukłość graniczna,

L_i - długość pojedynczego pręta,

$\bar{\sigma}_d, \bar{\sigma}_G, \bar{\sigma}_i$ - odpowiednio: dolna i górna granica naprężeń oraz naprężenie w pojedynczym pręcie,



Rys. 1. Płaski łuk kratowy poddany działaniu trzech układów obciążeń.

Fig. 1. Planar latticed arch subjected to the action of three load systems

KATALOG PRZEKROJÓW POPRZECZNYCH $[K_t]$ TABLICA 1

POLE PRZEKROJU $\times 10^{-4} m^2$	1.759	2.388	3.644	4.524	4.901	7.037	7.257	9.142	10.179	11.78	12.06	14.58	14.92	18.06	25.20	33.40	49.60
PROMIEN ŚREDNIOŚCI $\times 10^{-2} m$	0.992	1.345	2.052	1.281	2.759	1.985	2.724	3.431	1.921	2.658	3.997	4.104	3.363	4.07	4.94	5.38	5.60

m - liczba prętów całej konstrukcji,
 K_t - katalog przekrojów poprzecznych.

Reprezentatywny podzbiór rozwiązań paretooptimalnych będący podstawą wyboru rozwiązań preferowanych wyznaczono za pomocą skalarowego kryterium zastępczego [1, 2] postaci:

$$\min_{\bar{A} \in \Omega} \left[w \frac{V(\bar{A})}{V_{\min}} + (1 - w) \frac{Q(\bar{A})}{Q_{\min}} \right] \quad (7)$$

zmieniając wartości wagi "w" ustalonym arbitralnie krokiem $\Delta w = 0.1$ w przedziale (0,1). Jako techniki numerycznego rozwiązania problemu zastępczego użyto zmodyfikowanej metody "oracktrack" [1].

Wyboru rozwiązań preferowanych dokonano następującymi metodami:

a/ metrycznym kryterium globalnym, unormowanym /MKG-1/

$$d_{(P)}^*[\bar{F}(\bar{x})] = \left[\sum_{i=1}^2 \frac{(|f_i(\bar{x}) - f_{i \min}|)^p}{(f_{i \max} - f_{i \min})^p} \right]^{\frac{1}{p}} \quad p=1;2 \quad (8)$$

b/ metrycznym kryterium globalnym, nieunormowanym /MKG-2/

$$d_{(P)}^{**}[\bar{F}(\bar{x})] = \left[\sum_{i=1}^2 |f_i(\bar{x}) - f_{i \min}|^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad p = 1;2 \quad (9)$$

c/ addytywną funkcją użytkową, nieunormowaną /FU-1/

$$U^*[\bar{F}(\bar{x})] = \sum_{i=1}^2 w_i \cdot f_i(\bar{x}) ; w_1 = w_2 = 0.5 \quad (10)$$

d/ addytywną funkcją użytkową, unormowaną /FU-2/

$$U^{**}[\bar{F}(\bar{x})] = \sum_{i=1}^2 w_i \left[\frac{f_i(\bar{x}) - f_{i \min}}{f_{i \max} - f_{i \min}} \right] ; w_1 = w_2 = 0.5 \quad (11)$$

e/ metodą ograniczonych funkcji celu /OFC/

$$\min_{\bar{x} \in \Omega} f_1(\bar{x}) \mid f_2(\bar{x}) \leq \varepsilon_2$$

Wyniki obliczeń komputerowych zestawiono w tablicach /tab. 2, 3, 4/ i pokazano na wykresie /rys. 2/.

Tablica 1. Katalog przekrojów poprzecznych K_t

Table 1. Catalogue of cross-sections K_t

Pole przekroju $\times 10^{-4} \text{ m}^2$	1.759	2.388	3.644	4.524	4.901	7.037	7.257	9.142
Promień bezwładności $\times 10^{-2} \text{ m}$	0.992	1.345	2.052	1.281	1.281	2.759	1.985	2.724
Pole przekroju $\times 10^{-4} \text{ m}^2$	10.179	11.78	12.06	14.58	14.92	18.06	25.20	33.40
Promień bezwładności $\times 10^{-2} \text{ m}$	1.921	2.658	3.397	4.104	3.363	4.07	4.94	5.38
								49.60
								5.60

Tablica 3. Reprezentacja podzbioru kompromisów w obszarze celów

Table 3. Representation of the settlements subset in the goals area

w	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$F(V, Q)$	1.34352	1.59563	1.74983	1.82627	1.87053	1.83455	1.73543	1.54124	1.30430
$V(\bar{A}) \cdot 10^{-6}, \text{m}^3$	218428.5	1667,19.7	138784.6	117114.2	100994.4	84545.7	70451.6	59096.4	57300.0
$Q(A) \cdot 10^{-4}, \text{kNm}$	18784.2	22002.2	25129.2	28735.9	33635.4	40230.5	49259.7	59801.4	62539.2
Liczba kroków optymalizacji	5	8	7	7	7	6	5	6	6

Tablica 4. Rozwiązania preferowane zadania dwokryterialnego

Table 4.

Nr ewidencyjny rozwiązania -- Metoda wyboru rozw. prefero- wanego	1	2	3	4	5	6	7	8	9
MKG-1, P = 1	0.77045	0.60424	0.54494	0.52484	0.55855	0.62797	0.76160	094098	099285
MKG-1, P = 2	0.75391	0.52421	0.41905	0.37310	0.40501	0.50731	0.68985	091736	0.97727
MKG-2, P = 1	165319.5	116828.7	92021.0	73956.9	62736.6	52883.0	47818.1	47004.6	47946.0
MKG-2, P = 2	164559.3	112918.9	85210.5	64144.2	49642.6	37870.1	35265.2	42104.7	44648.9
FU-1 $w_1=0,5$ $w_2=0,5$	118606.3	94360.9	81957.1	72925.0	67314.9	62388.1	59855.6	59448.9	59919.6
FU-2 $w_1=0,5$ $w_2=0,5$	0.38522	0.30212	0.27247	0.26242	0.27927	0.31398	0.38080	0.47049	0.49642
① w I u. obo. ② w II " " ③ w III " "	-0,152 -0,439 0,372	-0,174 -0,506 0,528	-0,199 -0,575 0,663	-0,214 -0,649 0,788	-0,255 -0,748 0,988	-0,302 -0,919 1,145	0,373 -1,113 1,385	-0,468 -1,358 1,469	-0,467 -1,420 1,474

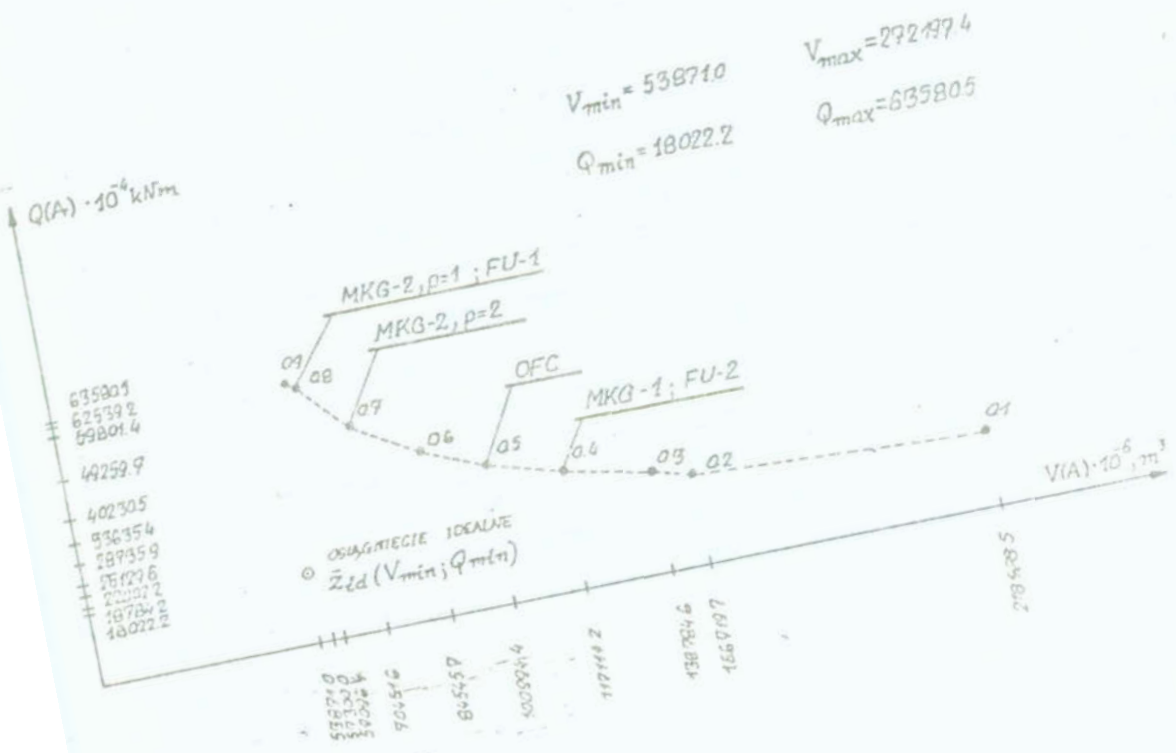
Uwaga: W przypadku zastosowania metody OFC ograniczono wartość energii sprężystej konstrukcji

Q. Zrealizowano to w sposób niekonwencjonalny żądając, aby przemieszczenia ①, ②, ③

nie przekraczały wartości 0.01 m w żadnym z trzech układów obciążeń:

① - przemieszczenia węża 6 w kierunku Y, ② - przemieszczenia węża 9 w kierunku Y,

③ - przemieszczenia węża 12 w kierunku X.



Rysunek 2. Graficzne przedstawienie wyników z tab. 3 oraz z tab. 4.
 Fig. 2. Graphic presentation of the results of Table 3 and Table 4.

4. Podsumowanie

Sformułowanie zadania optymalizacji konstrukcji w kategoriach kilku niewspółmiernych i konfliktowych kryteriów, traktowanych jako składowe wektora funkcji celu jednego zadania optymalizacji, stwarza możliwość wielostronnej i pełniejszej oceny obiektu dopuszczalnego, niż to ma miejsce w przypadku tylko jednego kryterium, jednakże wymaga zwiększenia udziału czynnika subiektywnego i negocjacji prowadzących do wyboru rozwiązań preferowanych. Wybór ten, w znacznej mierze, jest zależny do zastosowanego rodzaju preferencji oraz od tego, czy dane zagadnienie można sprowadzić do problemu jednokryterialnego /np. przyporządkowując poszczególnym składowym uzasadnione wagi bądź część tych składowych z góry ograniczając/, czy też w trakcie jego rozwiązywania należy posłużyć się całym zestawem pojęć /np.: osiągnięcie idealne, obszar celów i zbiór kompromisów/ charakterystycznych dla właściwych problemów wielokryterialnych.

Literatura

1. Boroń J.: Optymalizacja dyskretna kratownic stalowych z zastosowaniem wektorowej postaci kryterium wyboru i uwzględnieniem geometrycznej nieliniowości w analizie statycznej. Praca doktorska, Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, 1987
2. Boroń J., Sieczkowski J.M.: Dwukryterialna optymalizacja dyskretna jako sposób projektowania kratownic metalowych. Prace VI Krajowej Konferencji "Poliptymalizacja w Projektowaniu - Mielno 87", Zeszyty Naukowe WSI w Koszalinie, Nr 10/87
3. Jendo S., Marks W.: O optymalizacji wielokryterialnej konstrukcji. Archiwum Inżynierii Lądowej 1-2, 30, 1984
4. Praca zbiorowa: New Directions in Optimum Structural Design. Edited by Atrek E., Gallagher R.M., Ragsdell K.M., Zienkiewicz O.C., John Wiley Sons, 1984
5. Zeleny M.: Multiple Criteria Decision Making, Kyoto 1975, Springer Verlag, New York 1976
6. Zeleny M.: Multiple Criteria Decision Making, McGraw-Hill Book Company, N.Y. 1982

Streszczenie

W pracy scharakteryzowano niektóre metody wyboru rozwiązań preferowanych, stosowane w zagadnieniach wielokryterialnej optymalizacji konstrukcji budowlanych. Przydatność kilku z nich omówiono na przykładzie syntezy łuku kratowego poddanego działaniu wielu układów obciążeń.

DISCUSSION OF THE PREFERRED SOLUTIONS SELECTION BASED ON THE TWO-CRITERIAL SYNTHESIS OF A LATTICED ARCH

Summary

In the paper, some methods of selection of the preferred solutions used for the multicriterial optimization of the building structures have been characterized. Usability of some

of them has been discussed based on the synthesis of a latticed arch subjected the action of several-load systems.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Stefan Chanas
Instytut Organizacji i Zarządzania
Politechnika Wrocławska

WYZNACZANIE KOMPROMISOWEGO ROZWIĄZANIA ZADANIA WIELOKRYTERIAL-
NEGO PROGRAMOWANIA LINIOWEGO - METODA I PROGRAM KOMPUTEROWY

1. Sformułowanie problemu

Dane jest zadanie wielokryteriowego programowania linio-
wego:

$$f_1(x) = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n \longrightarrow \max \quad (1)$$

$$f_k(x) = c_{k1}x_1 + c_{k2}x_2 + \dots + c_{kn}x_n \longrightarrow \max$$

$$x \in X : \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

Zakłada się, że decydent jest w stanie określić dla każdej funkcji celu f_r , $r = 1, \dots, k$ /po przedstawieniu mu informacji o maksymalnej i minimalnej wartości funkcji na zbiorze X / minimalny poziom wartości tej funkcji, który może zaakceptować i stopień satysfakcji z tego poziomu będący pewną liczbą z przedziału $[0, 1]$. Problem polega na sformułowaniu koncepcji rozwiązania kompromisowego zadania (1) - (2) przy takiej informacji o preferencjach decydenta i określeniu metody wyznaczenia tego rozwiązania.

2. Model matematyczny problemu

Przyjmuje się następujące oznaczenia, $r = 1, \dots, k$:

m_r - minimalna wartość funkcji celu f_r na zbiorze

$$X, \text{ tj. } m_r = \min_{x \in X} f_r(x);$$

M_r - maksymalna wartość funkcji celu f_r na zbiorze

$$X, \text{ tj. } M_r = \max_{x \in X} f_r(x);$$

d_r - minimalny akceptowany przez decydenta poziom wartości funkcji f_r ; $m_r \leq d_r < M_r$ ^{*}

δ_r - stopień satysfakcji decydenta odpowiadający minimalnemu poziomowi d_r funkcji f_r ; $0 \leq \delta_r < 1$.

Zakładając, że stopień satysfakcji decydenta z maksymalnej wartości M_r funkcji f_r jest równy 1 można do sformułowania koncepcji rozwiązania kompromisowego zadania (1) - (2) wykorzystać podejście rozmyte [4].

Niech G_r oznacza rozmyty przedział o funkcji przynależności określonej wzorem

$$\mu_{G_r}(z_r) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } z_r < d_r, \\ 1 - \frac{M_r - z_r}{\alpha_r} & \text{jeśli } d_r \leq z_r \leq M_r \\ 1 & \text{jeśli } z_r > M_r \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

$$\alpha_r = \frac{M_r - d_r}{1 - \delta_r} \quad (4)$$

Rozmyty przedział G_r jest nazywany rozmytym celem decydenta względem r -tej funkcji celu - jest on przedziałem "akceptowanych" przez decydenta wartości funkcji f_r . Wartość $\mu_{G_r}(z_r)$ funkcji przynależności do G_r jest równoznaczna ze stopniem

^{*} Zakłada się, że $m_r < M_r$. W przypadku gdy $m_r = M_r$ funkcja $f_r(x)$ jest stała na zbiorze X i może być z tego powodu wykluczona ze zbioru kryteriów (1)

decydenta z osiągniętej przez funkcję f_r wartości z_r . Dlatego została określona tak, by $\mu_G(d_r) = \delta_r$ i $\mu_G(M_r) = 1$.

Wzór (3) obejmuje jako szczególny przypadek także propozycję z [4]. Wystarczy jedynie założyć, że $\delta_r = 0$, $r = 1, \dots, k$, i $d_r = \min_{1 \leq s \leq k} f_r(x_{opt}^s)$, $r = 1, \dots, k$, gdzie x_{opt}^s jest wektorem maksymalizującym funkcję f_s na X .

Zgodnie z podejściem przedstawionym w [4], zadanie (1) - (2) można zastąpić teraz następującym zadaniem rozmytego programowania liniowego

$$\min_{1 \leq r \leq k} \mu_{G_r}(f_r(x)) \longrightarrow \max \quad (5)$$

$$x \in X \quad (6)$$

Zbiór rozmyty D w X o funkcji przynależności

$$\mu_D(x) = \min_{1 \leq r \leq k} \mu_{G_r}(f_r(x)), \quad x \in X$$

nazywany jest, zgodnie z terminologią wprowadzoną w [1], rozmytą decyzją, a wektor x należący do tego zbioru w stopniu najniższym /będący rozwiązaniem optymalnym zadania (5) - (6) rozwiązanie maksymalizującym.

Rozwiązanie maksymalizujące \hat{x} /czyli rozwiązanie optymalne zadania (5) - (6) w przypadku $\mu_D(\hat{x}) > 0$ nazywane jest rozwiązaniem kompromisowym wyjściowego zadania (1) - (2). Założenie, że $\mu_D(\hat{x}) > 0$ w określeniu rozwiązania kompromisowego jest naturalne, gdyż $\mu_D(\hat{x})$ oznacza stopień równoczesnego spełnienia wszystkich rozmytych celów decydenta przez rozwiązanie \hat{x} . Gdy $\mu_D(x) = 0$ dla każdego $x \in X$, decydent musi "zweryfikować" swoje preferencje, co powinno znaleźć odzwierciedlenie w zmianie rozmytych celów G_r /która może dokonać się poprzez zmianę parametrów d_r i δ_r /.

3. Metoda rozwiązania

Wyznaczenie rozwiązania kompromisowego /rozwiązania opty-

malnego zadania (5) - (6) jest równoznaczne z rozwiązaniem następującego zadania programowania liniowego [2]:

$$x_{n+1} \longrightarrow \min \quad (7)$$

$$c_{r1}x_1 + c_{r2}x_2 + \dots + c_{rn}x_n + \alpha_r x_{n+1} \geq M_r, \quad r=1, \dots, k, \quad (8)$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i \quad i=1, \dots, m \quad (9)$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (10)$$

gdzie $\alpha_r, r = 1, \dots, k$, określone jest wzorem (4).

Dla dowolnego rozwiązania optymalnego (\hat{x}, \hat{x}_{n+1}) zadania (7) - (10) zachodzi następujący związek:

$$\max_{x \in X} \mu_D(x) = \mu_D(\hat{x}) = 1 - \hat{x}_{n+1} \quad (11)$$

Wynika to stąd, że dla każdego rozmytego rozwiązania optymalnego zadania (7) - (10) przynajmniej jedno z ograniczeń (8) musi być aktywne, tj. spełnione przez to rozwiązanie w formie równości.

W [2] autor zaproponował zastępować zadanie (5) - (6) następującym ciągiem zadań parametrycznego programowania liniowego z parametrem w wektorze ograniczeń:

$$c_{k1}x_1 + c_{k2}x_2 + \dots + c_{kn}x_n \longrightarrow \max \quad (12)$$

$$c_{r1}x_1 + c_{r2}x_2 + \dots + c_{rn}x_n \geq d_r \quad r=1, \dots, l-1, \quad (13)$$

$$c_{r1}x_1 + c_{r2}x_2 + \dots + c_{rn}x_n \geq M_r - \alpha_r \theta, \quad r=1, \dots, k-1, \quad (14)$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i, \quad i=1, \dots, m, \quad (15)$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (16)$$

$$\theta \in [\theta_{l-1}, \theta_1], \quad (17)$$

gdzie: $l = 1, \dots, k-1$ jest numerem kolejnego zadania, θ oznacza parametr, $\theta_0 = 0$ i $\theta_1 = 1 - \delta_1$ dla $l = 1, \dots, k-1$. Przy czym istotnym jest w powyższym zapisie założenie, nie umniejszające ogólności rozważań, że funkcje kryterialne wyjściowego zadania (1) - (2) są uporządkowane tak by ciąg liczbowy $\theta_r = 1 - \delta_r, r = 1, \dots, k$, był niemalejący, tj. by $\theta_{r+1} \geq \theta_r$,

$r = 1, \dots, k-1$. Ostatnia k -ta funkcja po takim uporządkowaniu kryteriów nosi nazwę funkcji wyróżnionej. Zakłada się, że zbiór ograniczeń (13) dla $l=1$ jest pusty.

Po rozwiązaniu ciągu zadań (12) - (17) uzyskuje się rodzinę rozwiązań zależnych od parametru θ , $\{x(\theta)\} \theta \in [0, \theta_{k-1}]$, spełniających warunek

$$\mu_G(x(\theta)) \stackrel{\text{def}}{=} \min_{1 \leq r \leq k-1} \mu_{G_r}(f_r(x(\theta))) \geq 1 - \theta. \quad (18)$$

Dla każdej ustalonej wartości parametru θ rozwiązanie $x(\theta)$ maksymalizujące funkcję f_k przy warunku (18) /gdyż jest rozwiązaniem optymalnym zadania (12) - (17)/a tym samym w maksymalnym stopniu spełnia rozmyty cel G_k . To ostatnie stwierdzenie wynika z monotoniczności funkcji μ_{G_k} .

Funkcja $\mu_{G_k}(f_k(x(\theta)))$ jest funkcją k niemalejącą /kawałkami wklęsłą/ parametru θ . Zatem rozwiązując zadanie maksymalizacji funkcji z jedną zmienną

$$\mu_D(x(\theta)) = \min_{1 \leq r \leq k-1} \left\{ \mu_{G_r}(f_r(x(\theta))), (1 - \theta) \right\} \rightarrow \max \quad (19)$$

otrzymuje się wartość parametru $\theta = \theta_0$, która wyznacza wektor $x(\theta_0)$ będący rozwiązaniem maksymalizującym, tj. rozwiązaniem optymalnym zadania (5) - (6).

Rodzinę rozwiązań $\{x(\theta)\}$, $\theta \in [0, 1 - \delta_{k-1}]$, z funkcją przynależności $\mu_D(x(\theta))$ określoną wzorem (19) można uznać za pseudorozwiązanie rozmyte zadania (5) - (6), które jednocześnie można przyjąć za rozmyte rozwiązanie kompromistowe wyjściowego zadania (1) - (2). Rozwiązanie to jest rozmytym podzbiorem rozwiązań słabo sprawnych zadania (1) - (2) [2].

Prezentowane tu podejście można łatwo uogólnić na przypadek nieliniowych funkcji przynależności do rozmytych celów G_r , co pokazano w [3]. W przypadku tym zakłada się, że funkcja $\mu_{G_r}(z_r)$, $r=1, \dots, k$, /por. wzór (3)/ jest dla $m_r \leq z_r \leq M_r$ określona wzorem:

$$\mu_{G_r}(z_r) = L \left(\frac{M_r - z_r}{\alpha_r} \right), \quad (20)$$

w którym $L(y)$ oznacza dowolną funkcję określoną w przedziale

$[0, \infty)$ i spełniająca warunki:

- (i) $L(0) = 1$,
- (ii) L jest ciągła i niemalejąca w przedziale $[0, \infty)$,
- (iii) L jest ściśle malejąca w tej części przedziału $[0, \infty)$,
w której $L(y) > 0$.

Aby mógł być spełniony warunek $\mu_{G_r}(d_r) = \delta_r$ występujący we wzorze (20) parametr α_r musi spełniać następującą zależność

$$\alpha_r = \frac{M_r - d_r}{L^{-1}(\delta_r)}, \quad (21)$$

w której L^{-1} oznacza funkcję odwrotną do L w odpowiednim przedziale.

Program komputerowy, którego krótki opis jest prezentowany w następnym punkcie, funkcjonuje jedynie dla liniowego przypadku, omówionego w tym referacie.

4. Program komputerowy MLP

Program MLP napisany został w języku Turbo Pascal na mikrokomputer IBM PC. Umożliwia on znajdowanie rozwiązania maksymalizującego /rozwiązanie zadania (7) - (10)/, jeśli użytkownik ustali typ rozwiązania na "Crisp" i rozmytego rozwiązania kompromisowego, jeśli typ rozwiązania ustalony zostanie na "Fuzzy". W tym drugim przypadku dostarczana jest informacja o rodzinie rozwiązań $\{x(\theta)\}$ ciągu parametrycznych zadań (12) - (17) i o funkcji $\mu_{G^k}(x(\theta))$.

O wejściowym zadaniu G^k zakłada się, że sformułowane jest w formie kanonicznej. Oznacza to, że wszystkie ograniczenia muszą być równościami i na wszystkie zmienne musi być nałożony warunek nieujemności. Zakłada się także, że $b_i \geq 0$, $i = 1, \dots, m$, i wszystkie funkcje (1) są maksymalizowane.

Dane wejściowe do zadania (1) - (2) jak i parametry d_r i δ_r mogą być wielokrotnie przez użytkownika poprawione bez konieczności wprowadzania za każdym razem wszystkich danych od początku. Możliwe jest przy tym każde zmniejszenie rozmiarów zadania /poprzez usunięcie wiersza lub kolumny w zapisie (1)

- (2)/ bądź zwiększenie rozmiarów zadania /poprzez dodanie kolumny lub wiersza/. Zarówno dodawany jak i usuwany wiersz może być ograniczeniem lub funkcją kryterialną.

Wprowadzone dane wejściowe i parametry a także rozwiązanie mogą być w każdej chwili zapamiętane we wskazanym przez użytkownika zbiorze a następnie w dowolnym momencie stamtąd z powrotem sprowadzone.

5. Przykład obliczeń

Rysunki 1 - 3 przedstawiają wydruki z ekranu monitora zawierające zapis danych wejściowych zadania /rys. 1/ wartości m_r , M_r i podane przez użytkownika wartości d_r i δ_r oraz rozwiązanie maksymalizujące /rys. 2/ i rozwiązanie rozmyte /rys. 3/ dla następującego zadania wielokryterialnego programowania liniowego:

$$x_1 + 5x_2 + x_4 + 2x_5 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 3x_3 + 6x_4 + 3x_5 \rightarrow \max$$

$$4x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 7x_5 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_4 + x_5 = 100$$

$$6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 8x_4 + x_5 = 150$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 + 2x_5 = 120$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5.$$

Help	Title of problem : example						
	Number of variables : 5						
	Number of objective functions : 4						
	Number of constraints : 3						
New							
Load							
		x01	x02	x03	x04	x05	
	fun. 01	1.00	5.00	0.00	1.00	2.00	→ max
Save	fun. 02	3.00	0.00	3.00	6.00	3.00	→ max
	fun. 03	0.00	4.00	-2.00	2.00	7.00	→ max
Print	fun. 04	3.00	2.00	4.00	1.00	0.00	→ max
	cons.01	2.00	1.00	0.00	6.00	1.00	= 100.00
Run	cons.02	6.00	0.00	2.00	0.00	1.00	= 150.00
	cons.03	1.00	2.00	5.00	1.00	2.00	= 120.00
Quit							
↑ ↓ ← → End PgDn PgUp Alt+ Alt+ or enter new value Add row Del row Add col Del col Exit							

Rys. 1. Dane przykładowego liczbowego

Fig. 1. Data to a numerical example

Help	Type of solution : Crisp
New	
Load	
Edit	
Save	
Print	
Run	
Quit	

	m_r	M_r	D_r	Delta _r
fun. 01	59.06	135.19	70.00	0.20
fun. 02	182.81	215.53	185.00	0.20
fun. 03	163.13	393.90	270.00	0.30
fun. 04	17.40	61.56	25.00	0.10

07/12/87 Press ↓ or accept for help or first letter of solution name **Enter** Accept
 17/37/85 **F8** - Compute Solution | **F9** - Display Solution | **F10** Exit | **Esc** escape

Help	Crisp Solution
New	
Load	
Edit	
Save	
Print	
Run	
Quit	

	Value
x01	7.2028
x02	0.0000
x03	3.6342
x04	6.9683
x05	43.8329
Sdegree	0.5457

Sdegree - Satisfaction degree

07/12/87 Use ↑ ↓ PgUp PgDn **Enter** Accept
 17/35/85 **F8** - Change Parametr | **F9** - Display Parametr | **F10** Exit | **Esc** escape

Rys. 2. Parametry m_r , M_r , d_r i rozwiązanie maksymalizujące.

Fig. 2. Parametr m_r , M_r , d_r and the maximalizing solution

Help

New

Load

Edit

Save

Print

Quit

Fuzzy Solution

	[0.13362, 0.18645] [0.18645, 0.33687] [
x01	0.000 + 55.844*t 12.822 - 13.725*t
x02	5.865 - 27.165*t 0.000 + 0.000*t
x03	0.000 + 0.000*t -3.839 + 16.299*t
x04	7.273 - 15.812*t 2.394 + 11.152*t
x05	51.299 + 7.149*t 59.989 - 39.468*t
Sdegree	-0.887 + 2.358*t 0.191 + 0.866*t

Sdegree - Satisfaction degree of objective function 4

Use ↑ ↓ PgUp PgDn ← → Alt+ Alt+ accept

ESC - Change Parameters | F10 - Display Parameters | F10 Exit | ESC escape

Help

New

Load

Edit

Save

Print

Quit

Fuzzy Solution

	[0.33687, 0.78000] [0.78000, 0.88000] [
x01	11.855 - 8.479*t 5.128 - 0.000*t
x02	0.000 + 0.000*t 0.000 + 0.000*t
x03	-0.948 + 18.869*t 6.188 + 0.000*t
x04	3.838 + 6.889*t 8.653 + 0.000*t
x05	54.988 - 24.376*t 37.844 - 0.000*t
Sdegree	0.383 + 0.535*t 0.677 + 0.888*t

Sdegree - Satisfaction degree of objective function 4

Use ↑ ↓ PgUp PgDn ← → Alt+ Alt+ accept

ESC - Change Parameters | F10 - Display Parameters | F10 Exit | ESC escape

Rys. 3. Rozmyte rozwiązanie przykładu liczbowego.

Fig. 3. Blurred solution of the numeric example

Można łatwo sprawdzić, że rozwiązanie maksymalizujące /crisp solution/ pokrywa się z wektorem $x(\theta_0)$, w którym $\theta_0 = 0.4543$ jest rozwiązaniem zadania (19).

Literatura

1. Bellman R.E., Zadeh L.A.: Decision-making in a fuzzy environment, Management Science 17 /1970/ B-141-B-164
2. Chanas S.: Fuzzy programming in multiojective linear programming - a parametric approach, Raport Inst. Org. i Zarz. Polit. Wrocławskiej ser. PRE, nr 27, 1986
3. Chanas S.: Fuzzy programming in multiojective linear programming - a parametric approach, Fuzzy Sets and Systems /w druku/
4. Zimmermann H.-J.: Fuzzy programming and linear programming with several objective functions, Fuzzy Sets and Systems 1/1978/ 45-55

Praca została wykonana w ramach programu CPBP 02.15/3.1.5 kierowanego przez Instytut Badań Systemowych PAN.

Streszczenie

Przedstawiono metodę wyznaczania kompromisowego rozwiązania zadania wielokryterialnego programowania liniowego. W metodzie wykorzystano ideę programowania rozmytego i programowania parametrycznego. Podano krótki opis programu komputerowego realizującego metodę. Program opracowano na mikrokomputer IBM PC. Zaprezentowano przykład obliczeń wykonanych za pomocą tego programu.

DETERMINING A COMPROMISE SOLUTION OF THE MULTICRITERIAL LINEAR PROGRAMMING PROBLEM - A METHOD AND PROGRAM FOR IBM PC

Summary

A method of determining a compromise solution of the multicriterial linear programming problem is presented. The method is based on the idea of fuzzy programming and parametric programming. A brief description of the computer program for the method is given. The program is developed for IBM PC. A numerical example computed with the help of this program is also presented.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO'88

S. Jendo, and J. Putresza
Institute of Fundamental Technological Research
Polish Academy of Sciences, Warsaw

VECTOR OPTIMIZATION OF BAR STRUCTURES
ACCORDING TO MINIMUM COST AND MAXIMUM RELIABILITY

The paper deals with a formulation of vector optimization problem of bar structures in the context of modern reliability methods allowing for arbitrary random models of uncertainties (e.g. loads and material properties). That formulation then is used to define strategies for the optimization of structure, i.e., minimization of cost under reliability constraints or maximization of reliability under cost constraints. The considerations are illustrated by two examples of the optimization of plastic frame structures.

1. Introduction.

Two different approaches are known in optimal structural design: deterministic and probabilistic. The latter one depends on random basic variables and parameters such as loads, strengths and geometrical quantities. The deterministic optimization was well developed as long time ago as in the nineteen thirties. A historical review of almost complete bibliography in this field can be found in ref. [1]. The probabilistic optimization is a much younger discipline that was started at the beginning of nineteen sixties (for review see e.g. [2] and [3] among others). Another classification of optimal structural design can be made according to the number of optimization criteria taken into account. The most popular is the optimization according to single-criterion and all other requirements are usually put into a set of optimization constraints [1]. Nowadays the so-called multicriteria

optimization is being developed. A few usually mutually conflicting criteria are taken into account and the set of compromise solutions is generated (for review see e.g. [7] and [8] among others).

This paper is devoted to multicriteria reliability-based optimization where two mutually conflicting criteria namely minimum cost (weight) and maximum reliability of structural system are used. Up to now similar problem has been considered only in a few papers [3,5,9].

2. Formulation of optimization problem

Let us take two mutually conflicting criteria: minimum cost and maximum reliability of structural system (or minimum probability of failure of a structural system). Two-criteria reliability-based optimization problem can be formulated as follows:

$$\begin{aligned} & \min_{\underline{x} \in \mathcal{D}} C(\underline{x}) \\ \text{and} & \max_{\underline{x} \in \mathcal{D}} R(\underline{x}, \underline{u}) = \max_{\underline{x} \in \mathcal{D}} \{1 - P_f(\underline{x}, \underline{u})\} = \min_{\underline{x} \in \mathcal{D}} P_f(\underline{x}, \underline{u}) \end{aligned}$$

$$\text{where } \mathcal{D} = \{\underline{x} : \underline{x} \geq 0, \beta_s(\underline{x}, \underline{u}) - \beta_{s,a} \geq 0\}$$

The following notation is used in the above expressions: $C(\underline{x})$ is the cost function, \underline{x} is the vector of design variables, $R(\underline{x}, \underline{u})$ is the reliability function, P_f is the probability of failure of structural system, \underline{u} is the vector of basic random variables, (\mathcal{D}) is the domain of feasible solutions, $\beta_s(\underline{x}, \underline{u})$ is the system reliability index [6] and $\beta_{s,a}$ is some target reliability index [10].

There exist a few procedures which allow to handle the multicriteria optimization problem. One of them is based on transformation of multicriteria to single-criterion optimization problem, where a utility function method is used [3,4,8] i.e.

$$\max_{\underline{x} \in \mathcal{D}} U = \max_{\underline{x} \in \mathcal{D}} \{-(C_f(\underline{x}) + C_w(\underline{x})P_f(\underline{x}, \underline{u}))\}$$

where C_i and C_f are the initial and failure cost of the system, respectively; U is the utility function and P_f is the probability of a failure of the system. This formulation requires the monetary value of C_f and this value must take into account a cost associated with "intangible" aspects as the loss of human life.

It is possible to avoid such non-technical and non-economic items, and formulate directly the single-criterion optimization problem with following reliability constraints as follows:

$$\begin{aligned} & \min C_I(\underline{x}) \\ \text{subject to} & \\ & P_f(\underline{x}, \underline{u}) \leq P_{+a} \\ \text{and} & \\ & P_{f_j}(\underline{x}, \underline{u}) \leq P_{+j,a} \quad , \quad j=1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

where P_{+a} is the allowable overall failure probability of the system, $P_{+j,a}$ is the allowable failure probability of j -th failure mode and N is the total number of failure modes.

Yet another way to handle the multicriteria optimization problem is to generate the set of compromise solutions and to choose a preferable solution by means of an additional non-technical and non-economical criterion e.g. the metric (distance) function (4,8) or fuzzy set theory approach. The first step in this process consists in finding the so-called ideal solution, that is, the vector $f_j(\underline{x}^{id})$, $j=1, 2, \dots, k$ which satisfies the extremum condition of each objective function $f_j(\underline{x})$ considered independently of the remaining ones. Then, the metric function is formulated as follows

$$F^{(p)} = \left(\sum_{j=1}^k |f_j(\underline{x}) - f_j(\underline{x}^{id})|^p \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty,$$

where k is the number of objective functions. The preferable solution can be found by requiring the distance between the compromise set and ideal solution be minimum. The optimal solution depends substantially on the parameter p (see e.g. (4)).

3. Reliability of structural systems

Let us consider the reliability of m-elements system. Using system theory it is possible to distinguish the series and parallel systems. The reliability of structure can be described by the state function of the system as follows:

$$f(e) = \begin{cases} 1 & \text{for safe system} \\ 0 & \text{for failed system} \end{cases}$$

The state function f depends on a structure of the system:

$$f(e) = \begin{cases} 1 - \prod_{i=1}^m (1 - e_i) & \text{for parallel system} \\ \prod_{i=1}^m e_i & \text{for series system} \end{cases}$$

Definition. A minimal cut-set is a set of such elements, that system fails, if all it's members fails and none subset of this set has such property.

The state function of minimal cut-set i :

$$c_i(e) = 1 - \prod_{i \in L_i} (1 - e_i)$$

$$f(e) = \prod_{j=1}^N c_j(e_j)$$

The probability of failure $P_+ = \text{Prob}(\bigcup_{i=1}^N \bigcap_{j \in L_i} \Gamma_{ij})$, where Γ_{ij} is the domain of failure.

The reliability of structural systems can be defined in a number of ways. The system reliability index can be calculated as follows (6,10)

$$\beta_s = -\Phi^{-1}(1 - \Phi_h(\beta, \underline{\rho}))$$

where Φ^{-1} is the inverse standard normal distribution function and $\Phi_h(\cdot, \underline{\rho})$ is the standard distribution function for h normal variables with correlation coefficient matrix $\underline{\rho}$. The reliability index β is defined as the shortest distance from

the origin in the u-space to the failure surface $g(T(\underline{y}))=0$, i.e.

$$\beta = \min_{\{u: g(\underline{u})=0\}} \left(\sum_{i=1}^M u_i^2 \right)^{1/2}.$$

M is the number of basic random variables collected in the vector $\underline{Y}=(Y_1, Y_2, \dots, Y_M)$ with given density function $f_Y(\underline{y})$.

Evaluation of the multidimensional integrals can be omitted by using bounding methods. Some of them are summarized as follows:

(a) Cornell's bounds

$$\max(P_{fi}) \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_i) \approx \sum_{i=1}^N P_{fi}$$

Lower bound assumes the perfect dependence among all the failure modes.

(b) Ditlevsen's bounds:

$$P_d + \sum_{i=2}^N \max \left\{ P_i - \sum_{j=1}^{i-1} P_j, 0 \right\} \leq P_f \leq \sum_{i=1}^N P_i - \sum_{i=2}^N \max_{j < i} P_j$$

(c) Vanmarce's upper bound:

$$P_f \leq P_1 + \sum_{i=2}^N P_i \min_{j < i} P \{ (g_j > 0) | (g_i < 0) \}$$

A conditional probability that mode j survives when mode i occurs is evaluated in terms of the absolute value of the coefficient of correlation ρ_{ij} between the failure modes i and j.

Example 1. Let's consider the frame under loading condition shown in Figure 1. Let's make the following assumptions: all structural dimensions are deterministic; the cross-section areas of frame members are squares; a plastic moment capacity of each member is treated as a random design variable; all plastic moments are completely correlated and the coefficients of variation are equal 0.1; the loads are treated as statistically independent random parameters. Twenty collapse modes possible for this frame are shown in Figure 2.

The optimization problem can be formulated as follows: find the

design variable vector \underline{M} , i.e., the plastic moment capacities

$$\underline{M}^T = (M_1, M_2, M_3, M_4, M_5)$$

which minimize the cost function

$$C(\underline{M})$$

and maximize the reliability function

$$R(\underline{M}, \underline{Q}) \text{ where } \underline{Q} = (P, H),$$

subject to the following constraints

$$M_j \geq 200 \text{ Nm}, j=1, \dots, 5.$$

The problem is solved using utility function method. The utility function is built in the following form

$$U = -(C_f(\underline{M}) + C_r \{1 - R(\underline{M}, \underline{Q})\}) = -(C_f(\underline{M}) + C_r P_f(\underline{M}, \underline{Q})).$$

The upper Cornell's bound is taken to calculate the probability of overall structural failure

$$P_+ = \sum_{i=1}^{20} P_{fi}$$

where P_{fi} is the probability of occurrence of the i -th failure mode. Due to the fact, that plastic stress is normally distributed

$$P_{fi} = (2/\sqrt{2\pi}) \int_0^{\beta_i} \exp(-x^2/2) dx$$

where

$$\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^{20} M_j \theta_{ij} - \sum_{l=1}^2 Q_l u_{il}}{\left\{ \gamma_S^2 \left(\sum_{j=1}^{20} M_j \theta_{ij} \right)^2 + \gamma_{Q_l}^2 \left(\sum_{l=1}^2 Q_l u_{il} \right)^2 \right\}^{1/2}}$$

Final form of the utility function is:

$$U = -(LC_m \sum_{j=1}^5 (4M_j / 5\sigma_p)^{2/3} + C_r \sum_{i=1}^{20} (2/\sqrt{2\pi}) \int_0^{\beta_i} \exp(-x^2/2) dx)$$

where L denotes the length of the member and σ_p is the yield stress. The first part of the utility function represents cost of material i.e. volume of material multiplied by the unit cost.

A gradient search method is used in order to find the optimal solution. The optimization process is considered to be

terminated when

$$\left| \frac{U[\underline{M} + \lambda \underline{G}(\underline{M})] - U[\underline{M}]}{U[\underline{M} + \lambda \underline{G}(\underline{M})]} \right| \leq \alpha$$

where λ is the step size in the direction of the gradient of utility function U at the point \underline{M} , i.e. $\underline{G}(\underline{M}) = \nabla U(\underline{M})$ and α is the specified value for the desired accuracy of solution. The results of optimization are shown in Figures 3a, 3b and 3c.

Example 2. Let's consider the portal frame loaded as shown in Figure 4a. The load is assumed to be a random parameter. All structural dimensions of the frame besides cross-section areas are deterministic. All random plastic moment capacities are completely correlated and their variation coefficients are equal 0.1. Four collapse modes of frame are shown in Figure 4b. Now, let's formulate the optimization problem as follows. Find the design variable vector \underline{M} , which minimizes the probability of a failure of the structure, i.e.,

$$\min P_f(\underline{M}, \underline{Q})$$

subject to the constraints:

$$C(\underline{M}) \leq 29.5$$

and

$$\underline{M} \geq 250 \text{ Nm}$$

Since the probability of failure decreases when structural cost increases, the optimal solution occurs at the boundary of feasible domain. The problem is solved using the method of random jumping on the boundary. The results of the optimization process are shown in the Table 1.

Table 1. The results of optimization of the portal frame

M_1 (Nm)	M_2 (Nm)	M_3 (Nm)	P_f
549	700	549	0.24
505	800	505	0.0847
464	900	464	0.0354
425	1000	425	0.015
389	1100	389	6.45E-3
354	1200	354	2.72E-3
...
250	1500	250	6.46E-4

4. Conclusions

The following conclusions might be drawn on the basis of the considerations presented above:

- i) The probability of structural failure corresponds to the large values of basic random variables (e.g. loads or material properties). This is a source of the errors in the calculations of the probability of structural failure and in the optimization process of structure.
- ii) The methods for evaluation of the probability of structural failure are based on the determination of all possible failure modes of structure which is rather a complicated and time consuming problem. Therefore, the presented methods can only be efficient for the medium-scale structures, i.e., for the structures with limited number of elements and redundants.

REFERENCES

- {1} BRANDT, A.M., et.al., Criteria and Methods of Structural Optimization, PWN-Polish Scientific Publishers (Warszawa) and Martinus Nijhoff Publishers (The Hague-Boston-Lancaster), 1984.
- {2} BRANDT, A.M., JENDO, S. and MARKS, W., Probabilistic approach to reliability-based optimum structural design, Rozprawy Inzynierskie (Eng.Trans.) 32 (1984) 57-74.
- {3} CASCIATI, F. and FARAVELLI, L., Structural reliability and structural design optimization, In: KONISHI, I., ANG, A.H-S. and SHINOZUKA, M., (Eds), Structural Safety and Reliability, Proc. of the ICOSSAR-1985, Kobe: IASSAR, Kyoto, 1985, III, 61-70.
- {4} COHON, J.L., Multiobjective Programming and Planning, Academic Press, New York 1978.
- {5} FRANGOPOL, D.M., Multicriteria reliability-based structural optimization, Structural Safety, 3 (1985) 23-28.
- {6} HOHENBICHLER, M. and RACKWITZ, R., First-order concepts in system reliability, Structural Safety, 1 (1983) 177-188.
- {7} JENDO, S., MARKS, W. and THIERAUF, G., Multicriteria optimization in optimum structural design, In: SAGE, A.P. (Ed), Large Scale Systems, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 9 (1985) 141-150.
- {8} JENDO, S. and MARKS, W., Multiobjective structural optimization, In: Lecture Notes in Control and Information Science, Vol. 84, pp. 365-374, Edited by Thoma, M. and Wyner, A., System Modelling and Optimization, Proc. of the 12th IFIP Conference, Budapest, Hungary, Sept. 1985, Edited by PREKOPA, A., SZELEZSAN, J. and STRAZICKY, B., Springer Verlag, Berlin, 1986, pp. 1046.
- {9} KISHI, M. et.al., Probabilistically optimum design of offshore platforms considering maintenance costs, Proc. cited in {3}, II, 557-563.
- {10} SORENSEN, J.D. and THOFT-CHRISTENSEN, P., Structural optimization with reliability constraints, In: Proc. cited in {3}, pp. 876-887.

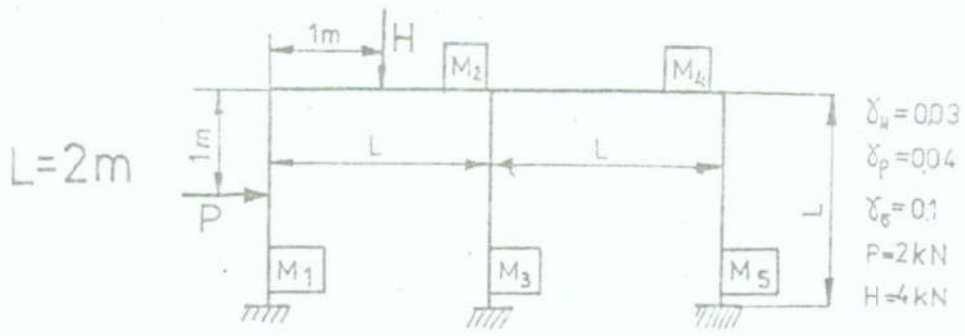


Fig.1. Sketch of a frame /example 1/

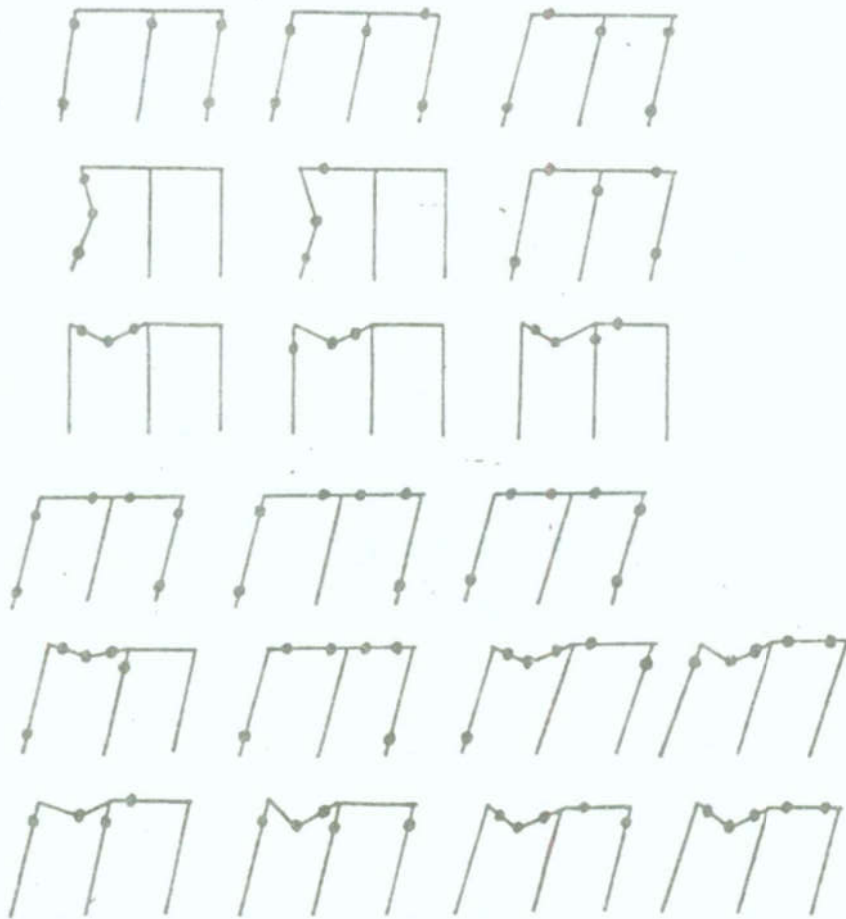


Fig.2. Twenty possible modes of a frame failure /example 1/

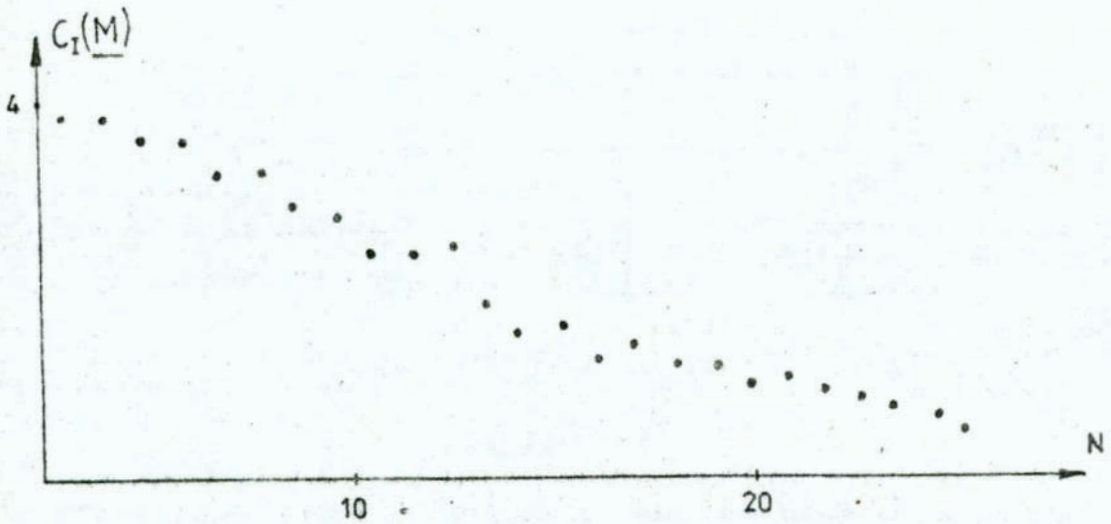


Fig.3a. Iteration history for the initial cost function /example 1/

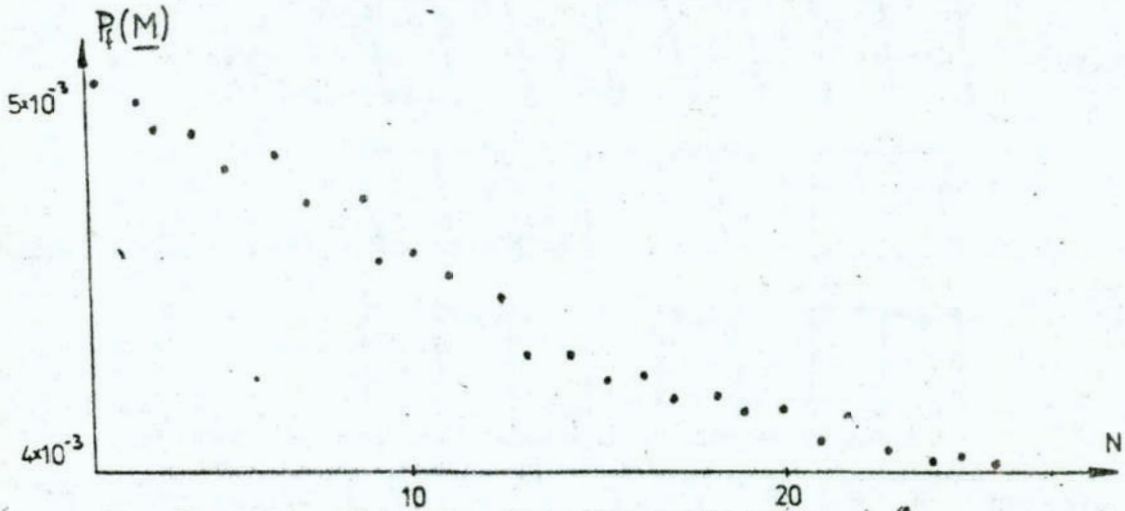


Fig.3b. Iteration history for the probability of structural failure

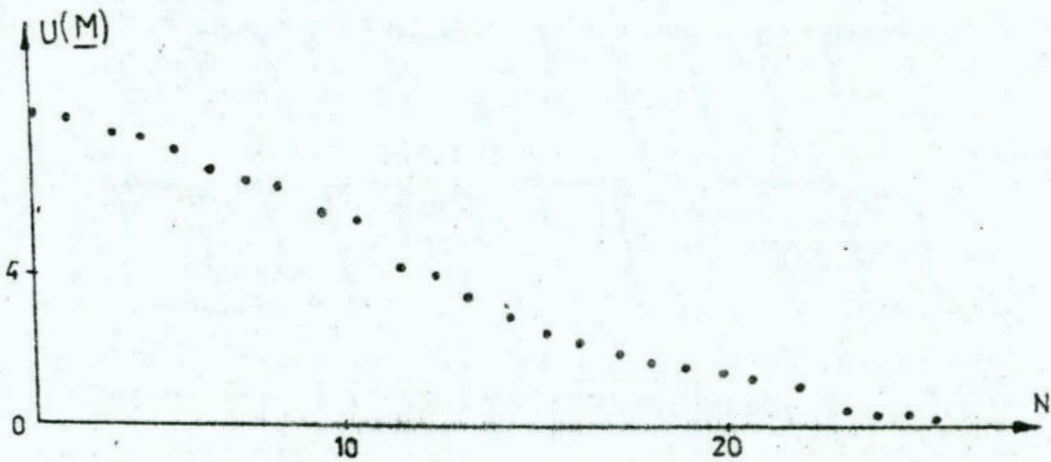


Fig.3c. Iteration history for the utility function /example 1/

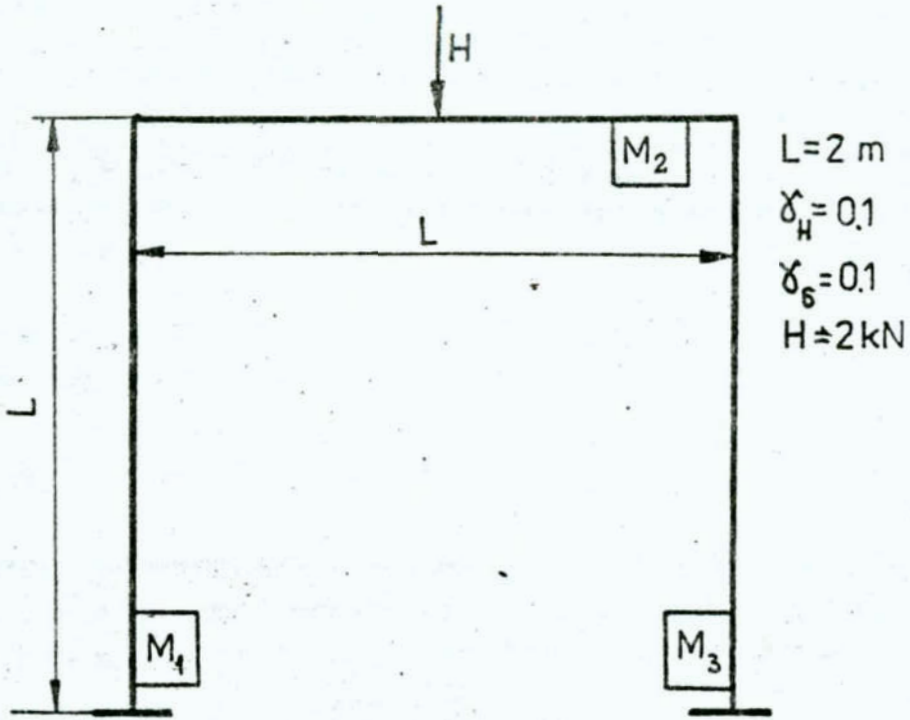


Fig.4a. Sketch of a portal frame /example 2/

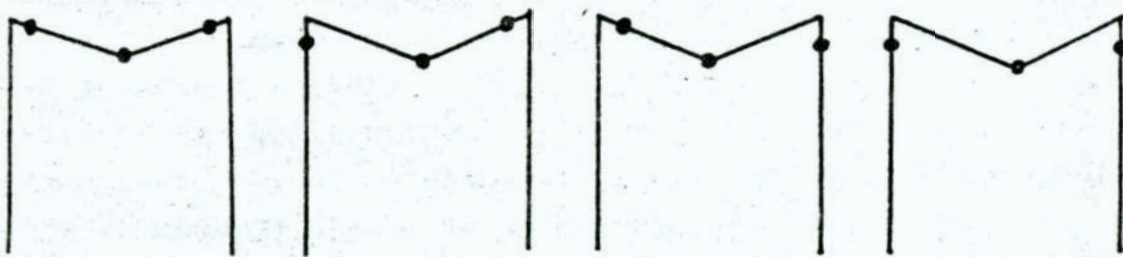


Fig.4b. Four possible modes of a frame failure /example 2/

OPTIMALIZACJA WEKTOROWA KONSTRUKCJI PRĘTOWYCH
WEDŁUG KRYTERIUM MINIMUM KOSZTÓW I MAKSYMUM NIEZAWODNOŚCI
Streszczenie

W pracy przedstawiono sformułowanie zagadnienia wektorowej optymalizacji konstrukcji prętowych. Uwzględniono nowe metody niezawodności konstrukcji traktując obciążenia i własności materiału jako zmienne losowe. Przedstawiono alternatywne sformułowania optymalizacji skalarnej mianowicie minimalizację kosztu przy ograniczeniu niezawodności lub maksymalizację niezawodności przy ograniczeniu kosztu konstrukcji. Rozważania zilustrowano dwoma przykładami optymalizacji ram plastycznych.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO '88

Olwester Kałek

Instytut Konstrukcji Maszyn

Politechnika Łódzka

Jerzy Pokojński

Instytut Podstaw Budowy Maszyn

Politechnika Warszawska

HELIKRYTERIALNA ANALIZA KONSTRUKCJI W ZASTOSOWANIU DO WYBRANYCH ZAGADNIEŃ PROJEKTOWANIA ELEMENTÓW MASZYN

Wstęp

Obecnie coraz szersze zastosowanie w obliczeniach inżynierskich znajdują metody komputerowe. Praktycznie można uznać, że powstała zupełnie nowa dziedzina w działalności projektowej, a mianowicie: komputerowo wspomagane projektowanie /Computer Aided Design/.

Oprogramowanie powstałe w ramach tej dziedziny odznacza się bardzo wysokim profesjonalizmem. Z drugiej strony można obserwować powstanie innej grupy oprogramowania - systemów pomagania decyzji /Decision Support Systems/. Konieczność połączenia obu tych grup oprogramowania wydaje się jak najbardziej racjonalna i oczywista.

Uważa się, że konstruktorzy w CAD zbyt mało uwagi poświęcają zagadnieniom wyboru najlepszych wariantów konstrukcyjnych. Istępują tu znaczne dysproporcje między jakością, rozmiarami pracowywanych i badanych za ich pomocą modeli, a podejmowanymi ostatecznie decyzjami.

Systemy do komputerowego wspomaganie decyzji nie osiągnęły tak wysokiego poziomu profesjonalnego jak systemy CAD. Dlatego

Instytut Naukowe Wydziału Mechanicznego Nr 13 WSInż. w Koszalinie

też wydaje się konieczne zbliżenie postaci systemów decyzyjnych do postaci systemów CAD przy zwróceniu szczególnej uwagi na ich uniwersalność przy zachowaniu nadrzędności systemów CAD.

Funkcje wykonywane przez system decyzyjny powinny występować jako operatory w systemie CAD zapewniające możliwość podejmowania racjonalnych decyzji na każdym etapie projektowania.

W pracy przedstawiono próbę budowy programu do wspomagania decyzji współpracującego z kilkoma specjalizowanymi programami wspomagającymi projektowanie wybranych elementów maszyn takich jak: przekładnie łańcuchowe, przekładnie pasowe, łożyska ślizgowe i łożyskowanie toczne wałów maszynowych. Problem decyzyjny sformułowany jest dla skończonego zbioru alternatyw.

W pracy szczegółowo omówiono współdziałanie programu wspomaganie decyzji z programem wspomaganie projektowania przekładni łańcuchowych.

Rozwój współczesnych środków automatycznego wspomaganie projektowania stwarza dla konstruktora elementów maszyn jakościowo nowe możliwości, między innymi umożliwia szybkie uzyskanie szeregu wariantów konstrukcji spełniających w różny sposób określone wymagania konstruktora. Ocena czasami dużej liczby wielkości wynikowych może okazać się dosyć trudna [5].

Klasycznymi metodami służącymi do wyboru z szeregu rozwiązań tego, które w najlepszy sposób spełnia kompleksowe wymagania są metody optymalizacji, a ostatnio coraz powszechniej spotykane są metody polioptymalizacji [2-6].

Trzeba w tym miejscu jednak zauważyć, że klasyczne podejście z obszarem dopuszczalnym w postaci *implicité* w przypadku rozwiązywania konkretnych problemów konstrukcyjnych znajduje dość rzadkie zastosowanie w praktyce. Wpływa na to między innymi fakt, że większość problemów optymalizacji czy polioptymalizacji w konstrukcji maszyn czy urządzeń to problemy bardzo złożone matematycznie: dyskretnościągłe, nieliniowe, bardzo często nieróżniczkowalne. Zaproponowanie w tej sytuacji uogólnionej funkcji wpływów, jej opis oraz analiza jest bardzo trudna, a czasami wręcz niemożliwa [12].

Jednocześnie konstruktorzy budując własne modele sytuacji projektowej, mając już określone doświadczenie przeprowadzają

pewne analizy jakościowe i na ogół są w stanie określić kierunki poprawy konstrukcji [8]. Stąd może powstać pewien dysonans przy "automatycznym" łączeniu klasycznej optymalizacji z problemami spotykanymi w trakcie projektowania.

Z tego względu w praktyce inżynierskiej częściej znajduje zastosowanie tzw. analiza wariantowa polegająca na obliczeniu szeregu alternatyw konstrukcji i analizie wyników. Praktycznie jest to problem polegający na ustosunkowaniu się do problemu postawionego w następujący sposób:

$$\left[\begin{array}{l} \text{LICZBA WARIANTÓW} \times \text{LICZBA WIELKOŚCI WYNIKOWYCH} = \\ \text{LICZBA WIELKOŚCI WYNIKOWYCH DO ANALIZY} \end{array} \right]$$

Przedstawione wyżej podejście przyjęto za podstawę dla wielokryterialnej analizy konstrukcji w zastosowaniu do wybranych zagadnień projektowania elementów maszyn.

2. Sformułowanie problemu wielokryterialnej analizy konstrukcji

Założono, że problem wspomagania podejmowania decyzji przy projektowaniu elementów maszyn dotyczy skończonej liczby alternatyw tych elementów wygenerowanych wcześniej przez właściwe programy wspomagające projektowanie.

Przyjęto, że alternatyw tych jest m . Jeżeli każda alternatywa jest oceniana n - kryteriami liczbowymi to całość wyników można zapisać w postaci macierzy $[m \times n]$ wymiarowej [9 - 11].

Dla analizy konstrukcji przedkładni łańcuchowej przyjęto następujące kryteria:

- objętość przekładni,
- ciężar przekładni,
- obciążenie wału napędowego,
- obciążenie wału pędzonego,
- rozstaw osi,
- odchyłka założonego współczynnika bezpieczeństwa,
- wskaźnik objętości,
- wskaźnik ciężaru,

- wskaźnik rozstawu osi,
- koszt przekładni.

Takie same kryteria można przyjąć przy analizie przekładni pasowej z pasami klinowymi oraz z pasem płaskim ponieważ urządzenia te spełniają analogiczne funkcje.

Natomiast w zastosowaniu do łożysk ślizgowych celowym jest posługiwanie się następującymi wielkościami kryterialnymi:

- obciążenie /nośność/,
- objętość łożyskowania,
- straty tarcia,
- wielkość przepływającego oleju,
- maksymalna temperatura pracy,
- koszt łożyska.

Znacznie trudniej przedstawia się sytuacja w przypadku projektowania łożyskowania tocznego wału ze względu na fakt, że dobór łożysk jako elementów handlowych następuje do określonej konfiguracji wału wyznaczonej wcześniej w warunkach wytrzymałości lub sztywności oraz do zadanego obciążenia zewnętrznego. W tym przypadku decydującym może okazać się:

- koszt łożyskowania,
- współczynnik nadmiaru trwałości definiowany jako stosunek trwałości obliczeniowej do trwałości wymaganej. Inaczej można postawić problem w przypadku projektowania całego węzła łożyskowego z łożyskami tocznymi, w którym konstruktor ma za zadanie oprócz ułożyskowania wału zaprojektować obudowę węzła. W takim przypadku kryteria oceny powinny dotyczyć całego węzła łożyskowego podobnie jak dla łożyska ślizgowego np.:
- objętość węzła łożyskowego,
- temperatura pracy,
- ilość i rodzaj środka smarującego,
- współczynnik nadmiaru trwałości,
- koszt węzła łożyskowego.

Kryteria oceny mogą być każdorazowo dobierane w sposób dowolny o ile ich obliczanie realizowane jest przez program wspomagający projektowanie, mogą to być np. kryteria ekonomiczne lub technologiczne.

Problem doboru wielkości, które mogą być kryteriami jest

problemem otwartym, Trudno jest przedstawić wskaźniki oceny, w sposób jednoznaczny pozwalałoby dokonać oceny konstrukcji w sposób obiektywny, a jeszcze trudniej dokonać porównawczej oceny szeregu konstrukcji realizujących takie same zadania. Należy tutaj z satysfakcją odnotować fakt, że coraz częściej w literaturze krajowej [13, 14, 15] pojawiają się opracowania dotyczące tych zagadnień i coraz szerszy krąg badaczy nad nimi pracuje.

Pewną próbę kompleksowego ujęcia zagadnień wskaźników oceny jakości podjęto w pracy [16] proponując dla oceny różnych konstrukcji trzy podstawowe wskaźniki:

- wskaźnik obciążalności,
- wskaźnik objętości,
- wskaźnik kosztu.

Jednak same wskaźniki nie w pełni charakteryzują konstrukcję. Z tego względu koniecznym stała się szersze ujęcie charakterystyki konstrukcji poprzez przyjęcie dla każdej alternatywy związanego z nią zbioru wielkości, istotnych z punktu widzenia konstruktora parametrów, nie będących kryteriami. W procesie wyboru nie spełniają one praktycznie żadnej roli, natomiast dla projektującego stanowią istotną informację o konstruowanym obiekcie.

Przykładowo dla przekładni łańcuchowej zostały przyjęte następujące parametry:

- moc obliczeniowa,
- prędkość obrotowa,
- przełożenie,
- założony współczynnik bezpieczeństwa,
- nr łańcucha wg ISO,
- podziałka łańcucha,
- liczba zębów,
- liczba ogniw łańcucha,
- średnica koła napędowego,
- prędkość obwodowa łańcucha,
- zwis łańcucha,
- lepkość oleju smarującego,
- rodzaj /sposób/ smarowania,

- założona temperatura pracy.

Dla różnych konstrukcji zestaw tych parametrów będzie z natury rzeczy inny, właściwy dla tych konstrukcji.

Jeżeli tych wielkości jest "r" dla każdej alternatywy to całość można zapisać w postaci macierzy $[m \times r]$ wymiarowej. Tak więc dwie macierze $[m \times n]$ i $[m \times r]$ stanowią dane wyjściowe programu wspomagania podejmowania decyzji, przy czym macierz $[m \times n]$ jest podstawowym przedmiotem przetwarzania, natomiast macierz $[m \times r]$ spełnia funkcje uzupełniające [9].

Na zbiorze wielkości kryterialnych można zdefiniować problem wielokryterialnej analizy polegający na wyborze podzbioru k dowolnych kryteriów ze zbioru n-wymiarowego.

Dla określonych kryteriów można określić, czy będą one maksymalizowane czy minimalizowane. Zatem przedmiotem decyzji w programie staje się macierz $[m \times k]$ wymiarowa, w której $k \leq n$.

Jako metody selekcji rozwiązań dla wyżej sformułowanego k - wymiarowego problemu wybrano:

- metodę selekcji rozwiązań polioptymalnych w sensie PARETO,
- metodę selekcji rozwiązań minimalnych i maksymalnych dla poszczególnych kryteriów,
- metodę hierarchiczną,
- metodę poziomów satysfakcji,
- metodę liniowej funkcji skalarnej /metodę współczynników wagowych/.

3. Program obliczeń numerycznych

Program obliczeń numerycznych sformułowanego w punkcie 2 zadania został opracowany w dwóch wersjach: na mikrokomputer IBM PC XT i na mikrokomputer SM-4.

Programy realizowane w tych wersjach oparte są o ten sam algorytm obliczeń, którego uproszczony schemat blokowy przedstawiono na rys. 2.

Program rozwiązuje zadania o wymiarowości:

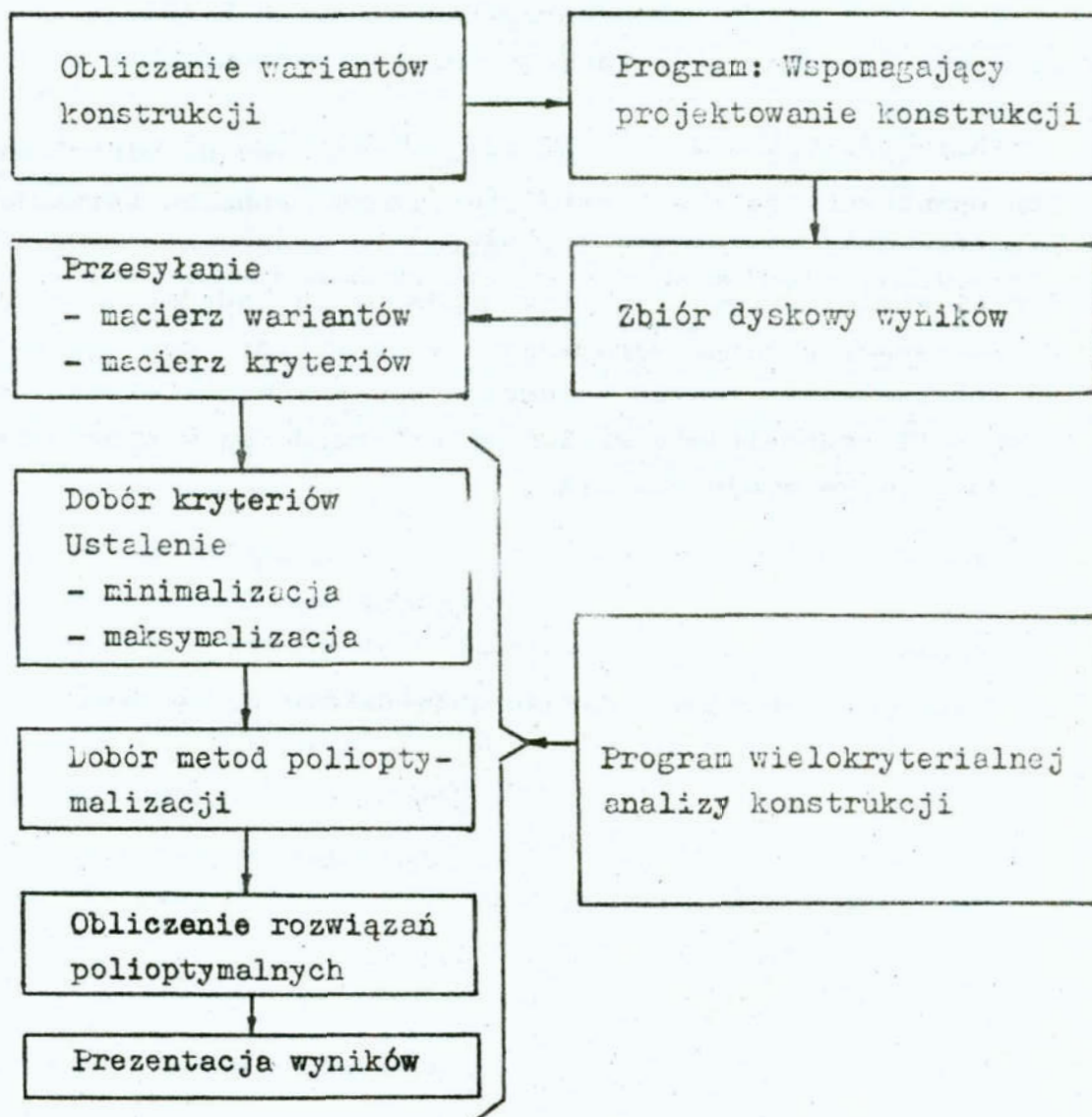
- m = 100 - liczba alternatyw
- n = 10 - liczba kryteriów

$r = 30$ - liczba wielkości opisujących każdą alternatywę. W każdym przypadku istnieje możliwość wyboru określonego podzbioru kryteriów z ich 10-elementowego zbioru.

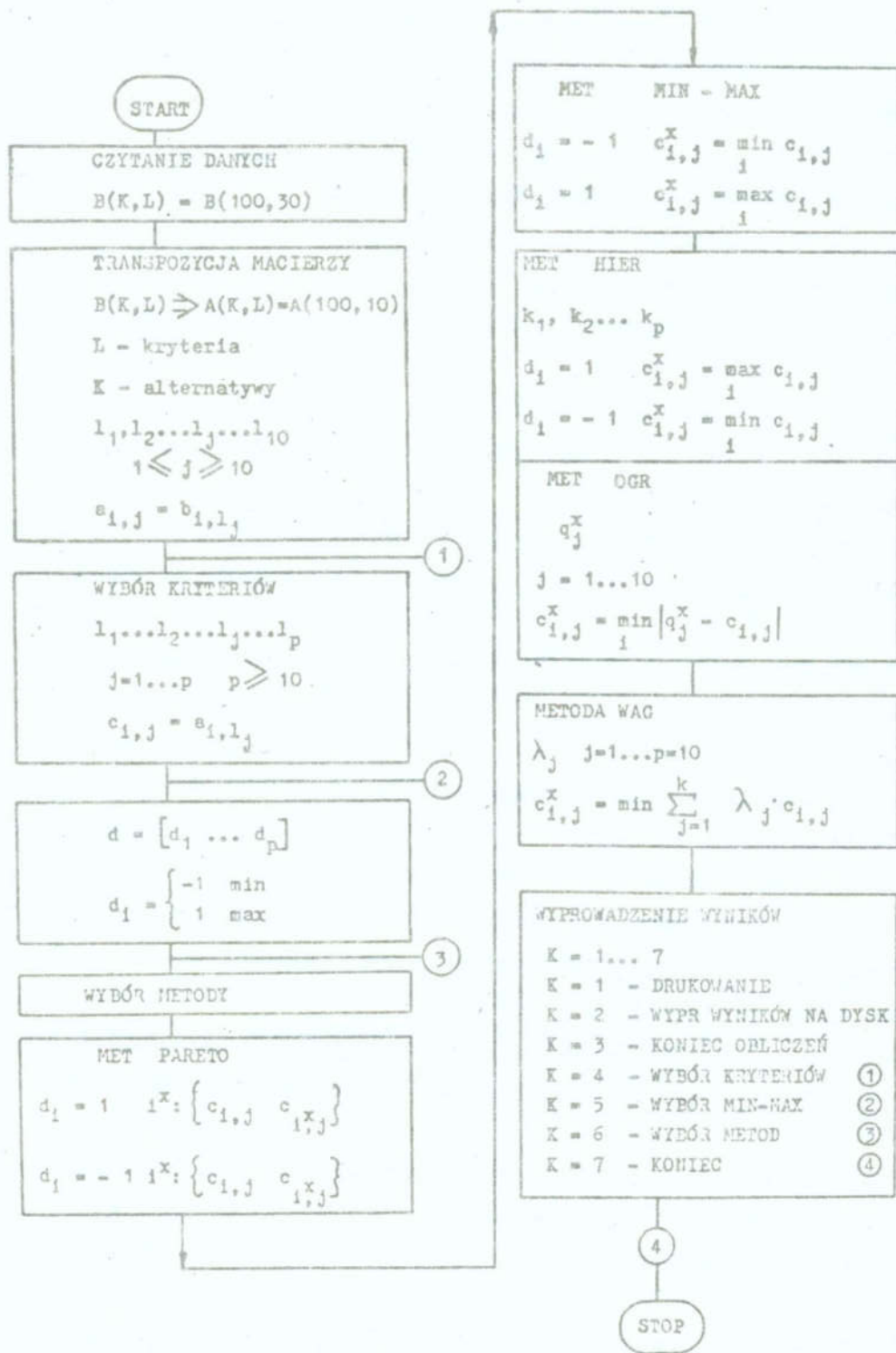
Można też wybrać metody selekcji z oferowanego zbioru pięciu metod.

W przypadku trzech metod: hierarchicznej, poziomów satysfakcji oraz metody współczynników wagowych istnieje konieczność wprowadzenia dodatkowych wielkości sterujących każdą z nich [10].

Prezentowana w tej pracy wersja programu na mikrokomputer IBM opracowana jest w dziedzinie graficznym techniką formularzy elektronicznych. Pozwala to na rozbudowę programu o moduł graficzny wizualizacji kryteriów wspomagania podejmowania decyzji. Prezentowany program wspomagania podejmowania decyzji pozwala na rozwiązywanie innych zagadnień projektowania elementów maszyn o ile odpowiednie wielkości wyliczane są w programie wspomagającym projektowanie.



Rys. 1. Struktura funkcyjna i fizyczna oprogramowania
Fig. 1. Functional and physical structure of the software



Rys. 2.

Literatura

1. Kałek S. i inni: Projektowanie wspomagane komputerowo przekładni łańcuchowych, Sprawozdanie z pracy, Zakład PKM, IKM-PL 1986, niepublikowane
2. Borisow N.N., Williusz E.R. Sykyr L.J.: Dialogowyie systemy prinitia riszeni., Izdat Zinatie 1968
3. Chankong V., Heimes Y.Y.: Optymalization Making an Overview. Lavge Scale Systems, No 5, 1982
4. Eucarnacao I., Schlechtendhal E.G: Computer Aided Design, Springer-Verlag, 1983
5. Gero I.: Optymalization in CAD, North Hollend, 1985
6. Hwang Ch., Voon L.: Multiettribute Decision Making Springer-Verlag, 1981
7. Komputerowo wspomagane projektowanie przekładni łańcuchowych, Sprawozdanie z badań, materiał niepublikowany, Łódź, 1986
8. Osiński Z., Wróbel J.: Teoria Konstrukcji Maszyn, PWN, Warszawa, 1984
9. Kałek S., Pokorski J.: Program komputerowego wspomagania polioptymalnego projektowania przekładni łańcuchowych, VI Konferencja Metody i Środki Projektowania Wspomaganego Komputerowo, Zbiór referatów, Warszawa, 1987
10. Kałek S., Pokorski J.: Wielokryterialna optymalizacja konstrukcji na przykładzie przekładni łańcuchowych, XII Sympozjum PKM, Świnoujście, 1987
11. Kałek S.: Polioptymalizacja konstrukcji przekładni łańcuchowych, referat na II Międzynarodowym Seminarium PKM, Zwickau, 1987
12. Staniszewski R.: Wyniki badań prawidłowości rozwoju komputerowego systemu projektowania, VII Szkoła Metodologii Konstruowania Maszyn, Materiały seminaryjne cz. III, Rydzyna, 1987
13. Tarnowski W.: Optymalizacja i polioptymalizacja w projektowaniu inżynierskim - przykłady, VII Szkoła Metodologii Konstruowania Maszyn, Materiały seminaryjne cz. II, Rydzyna, 1987
14. Tarnowski W.: Model procesu wyboru w projektowaniu techni-

- cznym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, z. 72, Gliwice, 1984
15. Tarnowski W.: Komputerowe wspomaganie wielokryterialnego wyboru na skończonym zbiorze wariantów, VI Konferencja Metody i środki projektowania wspomaganego komputerowo, zbiór referatów, Warszawa, 1987
16. Korewa W.: Podstawy Konstrukcji Maszyn, tom 1, PWN, Warszawa, 1974

Streszczenie

W referacie przedstawiono problem wspomaganą komputerowo wielokryterialnej analizy konstrukcji wybranych elementów maszyn, w oparciu o podstawowe metody polioptymalizacji. Dla przedstawionych przykładów zaproponowano kryteria analizy oraz strukturę programu numerycznego realizującego zadanie.

POLIOPTIMAL SELECTION OF THE CONSTRUCTION IN DESIGNING ELEMENTS OF MACHINES

Summary

In the paper the method of solving polyoptimal selection of the construction in designing elements of machines is presented. Approach with finite number of alternatives is proposed. Method exploits classic approaches to multiattribute problems.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO' 88

Tadeusz Klimek
Alojzy Stawinoga
Politechnika Śląska
Gliwice

EKSPERYMENT NUMERYCZNO-GRAFICZNY, JAKO NIESFORMALIZOWANE POSTĘPOWANIE OPTYMALIZACYJNE W PROCESIE KONSTRUOWANIA WALKÓW

1. Wstęp

W przypadku rozwiązywania wielu praktycznych zadań konstrukcyjnych mamy często do czynienia z procesem optymalizacji wielokryterialnej. Najczęściej chodzi o spełnienie układu takich kryteriów, których część jest wzajemnie sprzeczna. Jeżeli niektóre z tych kryteriów mają charakter jakościowy i nie ma jednoznacznych oraz bezpośrednich miar stopnia ich spełnienia to budowa modelu matematycznego zadania lub tylko sformułowanie funkcji celu staje się, bądź bardzo trudne, bądź wręcz niemożliwe. W takich sytuacjach konstruktorzy stosują nierzadko metodę tzw. wariantów konstrukcyjnych. Istotą tej metody polega na wstępnym opracowaniu jednego lub kilku rozwiązań, określeniu stopnia spełnienia przez te rozwiązania kryteriów ilościowych i jakościowych /najczęściej każdego z kryteriów oddzielnie/, a następnie na "poprawieniu" tych rozwiązań. "Poprawianie" to polega między innymi na zmianie postaci konstrukcyjnej i nie może być podporządkowane wyłącznie kryteriom ilościowym. Typowym przypadkiem jest konieczność uwzględniania współdziałania elementu konstruowanego z pozostałymi składowymi zespołu. Opisane postępowanie daje tym lepszy wynik im więcej wariantów rozwiązań zostanie poddanych ocenie. Rozwiązanie uznaje się za ostateczne wtedy, kiedy nie

można już sobie pozwolić, ze względu na czas i koszty, na utworzenie i ocenę kolejnego wariantu konstrukcji.

2. Istota eksperymentu numeryczno-graficznego jako narzędzia tworzenia i optymalizacji konstrukcji

Idealnym narzędziem opracowywania i optymalizacji konstrukcji byłby układ komputerowy wspomagający konstruktora w bardzo szybkim tworzeniu, teoretycznie nieskończonej liczby, wariantów konstrukcyjnych i automatycznie szacujący stopień spełnienia przez te warianty, kryteriów ilościowych. Konstruktor sam decydowałby o odpowiedności rozwiązania ze względu na kryteria jakościowe i właściwie formułował kolejne warianty konstrukcji.

Wariantowanie konstrukcji polega w większości przypadków na zmianie postaci konstrukcyjnej i układu wymiarów oraz na zmianie tworzywa.

Postępowanie konstruktora składające się z komputerowo wspomaganego modelowania stanu obciążenia, generowania postaci konstrukcyjnej, weryfikacji analitycznej rozwiązania w świetle kolejnych kryteriów, oraz zmienianie konstrukcji i cykliczne ich weryfikacje nazwano eksperymentem numeryczno-graficznym.

Proces konstrukcyjny przebiegający w opisanym trybie wykazuje faktycznie wiele cech eksperymentu np. pozwala kontrolować dokładność /przy odzorowywaniu stanu obciążenia/, daje się powtarzać, a czasem prowadzi do nieoczekiwanych wyników.

3. Program WALEK

Celem realizacji koncepcji eksperymentu numeryczno-graficznego opracowano program komputerowy o nazwie WALEK wykonujący opisane dalej zadania.

Pierwszym zabiegiem w procesie konstruowania wałków jest ustalenie modelu stanu obciążenia. Następnie można wstępnie wprowadzić postać konstrukcyjną oraz tworzący ją układ wymiarów i weryfikować je w dalszym postępowaniu ze względu na

przyjęte kryteria.

Typowymi kryteriami ilościowymi są tu zazwyczaj:

- wymagana np. minimalna liczba bezpieczeństwa,
- ustalona strzałka ugięcia,
- ograniczona wartość kąta skręcenia,
- równe wytwężenie tworzywa,
- minimalny ciężar,
- możliwie niewielkie spiętrzenie naprężeń, itd.

Kryteriami jakościowymi - lub o charakterze jakościowym - są w odniesieniu do konstrukcji wałka między innymi:

- zgodność z normami,
- technologiczność obróbki,
- łatwość montażu w zespół z innymi elementami,
- możliwość transportu przy użyciu manipulatora,
- sposób łożyskowania, itd.

Wstępnie dobrana postać, układ wymiarów i tworzywo wałka podlegają jednoznacznej ocenie w świetle każdego z kryteriów ilościowych. Niektórym z tych kryteriów oceniający nadaje odpowiedni priorytet.

Zmiany konstrukcji dające nowy wariant są wprowadzane ze względu na kryteria ilościowe ale także ze względu na kryteria jakościowe. Konstruktor występuje tu w roli eksperta, który wie, czy w danym przypadku lepiej np. doprowadzić do równej średnicy czopów łożyskowych mając na względzie przyszłe korzyści wynikłe z użycia takich samych łożysk, czy ze względu na łatwość obróbki i montażu zestopniować średnicę czopów w jednym kierunku.

Tworzenie nowych wariantów jest bardzo szybkie, a ich ocena przebiega prawie bezzwłocznie, w związku z tym, w ciągu paru minut eksperyment można przeprowadzić co najmniej kilkakrotnie.

4. Przykład działania programu WALEK

Program działa w trybie interaktywnym i większość wyników przedstawia w sposób graficzny.

Na wstępie konstruktor ma możliwość wprowadzenia wymiarów dłu-

gości wałka z uwzględnieniem usytuowania podpór. Następnie określony zostaje stan obciążenia wałka. Dopuszczono następujące postacie obciążenia:

- siły skupione,
- momenty gnące,
- momenty skręcające,
- siły o kierunku osiowym działające na ramieniu,
- siły poosiowe,
- obciążenie ciągle o rozkładzie prostokątnym.

Obciążenie może być zadawane w jednym lub w dwu wzajemnie prostopadłych płaszczyznach.

Wprowadzane obciążenie jest obrazowane w sposób symboliczny na ekranie - służy to między innymi weryfikacji danych - i może być dowolną liczbę razy zmieniane /poprawiane/.

Po ostatecznym wprowadzeniu danych konstruktor może zobaczyć na ekranie obraz sił wewnętrznych, a mianowicie wykresy:

- momentów gnących,
- momentów skręcających,
- sił osiowych,
- momentów zastępczych,
- kątów skręcenia.

Możliwe jest wyznaczenie wartości każdej z powyższych wielkości w wybranym przez konstruktora tzn. w praktycznie dowolnym, przekroju wałka.

Z kolei konstruktor wprowadza wstępną postać konstrukcyjną wałka i tworzący ją układ wymiarów. Dzieje się to poprzez wprowadzenie liczby sekcji wałka /walcowych lub stożkowych/ i ich wymiarów /średnic i długości/. Obraz wprowadzonego wałka ukazuje się także na ekranie i oczywiście może podlegać modyfikacjom.

W wybranych przekrojach wałka konstruktor może określić wartości następujących wielkości:

- naprężeń,
- liczb bezpieczeństwa /po uprzednim wyborze tworzywa/,
- kątów skręcenia,
- strzałek ugięć,

Obliczone wartości są nanoszone na wykresy, których przebieg np. w przypadku naprężeń sugeruje zarys "idealnej" postaci

konstrukcyjnej wałka.

Powyższe wartości są podstawą oceny utworzonego wariantu oraz wskazują kierunek ewentualnych zmian.

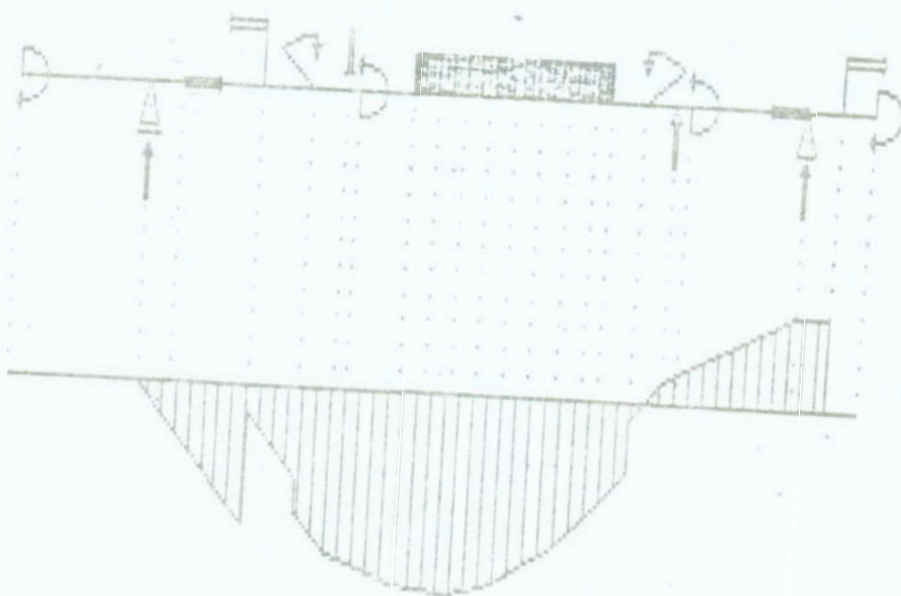
Możliwe jest przeprowadzanie zmian:

- tworzywa,
 - postaci konstrukcyjnej,
 - obciążenia zewnętrznego
- i to w dowolnej między sobą kombinacji, oraz dowolną liczbę razy.

Przykładowy stan obciążenia i odpowiadające mu wykresy sił wewnętrznych przedstawiają Rys. Rys. 1, 2 i 3.

Jeden z wariantów postaci konstrukcyjnej wałka podlegający modyfikacjom pokazano na Rys. 4.

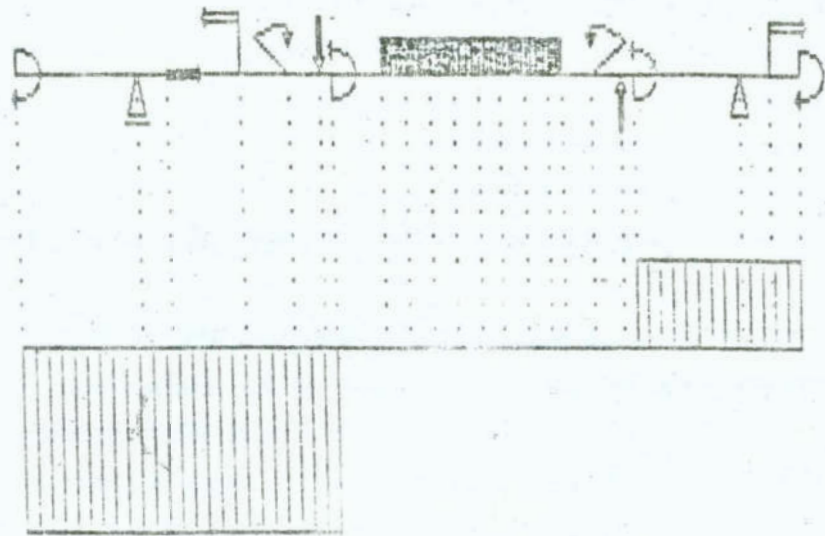
WYKRES MOMENTÓW GNĄCYCH - wartości dodatnie pod osią, ujemne nad osią



Rys. 1. Wykres momentów gnących - wartości dodatnie pod osią, ujemne nad osią

Fig. 1. Diagram of bending moments - positive values below axis, negative values above axis

WYKRES MOMENTÓW SKRĘCAJĄCYCH - wartości dodatnie pod osią, ujemne nad osią



Rys. 2. Wykres momentów skręcających - wartości dodatnie pod osią, ujemne nad osią

Fig. 2. Diagram of torque moments - positive values below axis, negative values above axis

WARTESY SIŁ WZDŁUŻNYCH W OSI X - wartości dodatnie (siły rozciągające) pod osią, ujemne (siły ściskające) nad osią

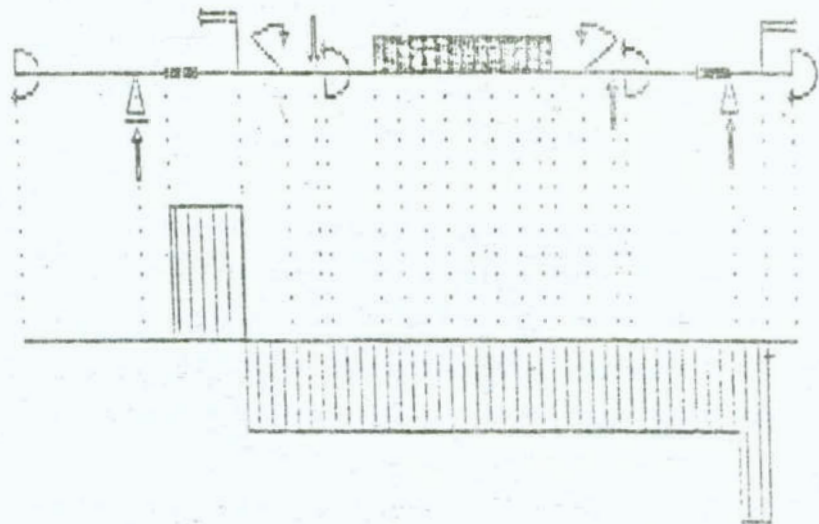
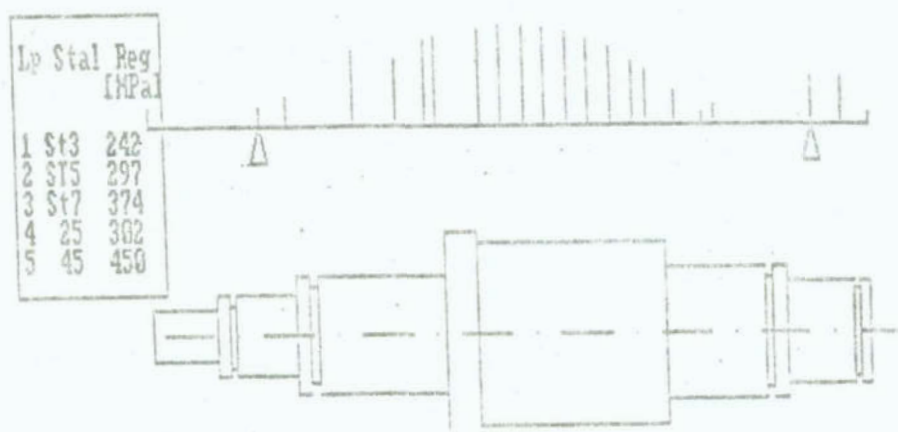


Fig. 3. Wykres sił wzdłużnych w osi X - wartości dodatnie /siły rozciągające/ pod osią, ujemne /siły ściskające/ nad osią

Fig. 3. Diagram of longitudinal forces in axis x - positive values /tensile forces/ below axis, negative forces /compressive forces/ above axis

WARTOŚCI MOMENTÓW ZASTĘPCZYCH W PRZEKROJACH CHARAKTERYSTYCZNYCH



WARTOŚĆ NAPRĘŻENIA W PRZEKROJU $xx = 49$ [mm] WYNOŚI 160.3235 [MPa]

LICZBA BEZPIECZEŃSTWA DELTA W PRZEKROJU $xx = 49$ [mm] WYNOŚI 2.332784

Rys. 4. Wartości momentów zastępczych w przekrojach charakterystycznych.

Wartość naprężenia w przekroju $xx = 49$ mm wynosi 160.3235 MPa

Liczba bezpieczeństwa Delta w przekroju $xx = 49$ mm wynosi 2.332784

Fig. 4. Values of the equivalent twisting moments in characteristic cross-sections.

4. Wnioski

W wielu praktycznych przypadkach procesu konstruowania z wbudowanym w niego postępowaniem optymalizacyjnym formalizacja optymalizacji wielokryterialnej nie jest konieczna. Z dobrym skutkiem praktycznym może ją zastąpić eksperyment numeryczno-graficzny będący narzędziem szybkiego tworzenia, oceny i modyfikacji rozwiązań przedstawianych konstruktorowi w pos-

tacji graficznej i analitycznej. Konstruktor występuje tu w roli eksperta i przerywa eksperyment w chwili, w której uznaje, że uzyskane rozwiązanie jest satysfakcjonujące.

Opracowany i eksploatowany na mikrokomputerze typu IBM XT program WALEK stanowi empiryczną ilustrację takiego działania.

Streszczenie

Pokazano, że w przypadku trudności ze sformułowaniem lub wyznaczeniem wartości funkcji celu, racjonalny i celowy staje się tzw. komputerowy eksperyment numeryczno-graficzny, umożliwiający łatwe i szybkie tworzenie wariantów i prezentowanie ich użytkownikowi w postaci graficznej i analitycznej, umożliwiając użytkownikowi łatwą ocenę i wybór.

Opracowano odpowiedni system WALEK z implementacją na IBM PC XT.

NUMERIC-GRAPHIC EXPERIMENT AS A NON-FORMALIZED OPTIMIZATION PROCEEDING IN THE PROCESS OF SHAFTS DESIGN

Summary

It has been shown that in the case of difficulties in formulation or determination a value of the objective function, so called the numeric-graphic computer experiment proves to be rational and purposeful, to enable easy and quick variants formation. Its usefulness in the graphic and analytic forms provides the easy evaluation and choice to a user. A WALEK /SHAFT/ system with an implantation of the IBM PCXT has been elaborated.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Gustaw Konopacki
Kazimierz Worwa
Wojskowa Akademia Techniczna
Warszawa

WIELOKRYTERIALNA OPTYMALIZACJA PROCESU TESTOWANIA OPROGRAMOWANIA

1. Wstęp

Efektywność i niezawodność funkcjonowania systemów informatycznych w zasadniczym stopniu zależy od jakości oprogramowania, a w szczególności od jego niezawodności. Osiąganie wymaganego poziomu niezawodności oprogramowania opiera się na stosowaniu odpowiednich metod i technik jego produkcji oraz na testowaniu zarówno elementów, jak i gotowego produktu programowego. Współcześnie testowanie odgrywa jeszcze rolę głównego czynnika kształtowania niezawodności oprogramowania. Na długość procesu testowania /procesu kosztownego, wymagającego dużych nakładów pracy i ludzi i sprzętu komputerowego/ wywiera istotny wpływ sposób oceniania uzyskanego poziomu niezawodności oprogramowania. Na ogół oceny te są formułowane na podstawie przyjmowanych modeli procesu testowania. Pierwsze z takich modeli zostały zasygnalizowane w literaturze w latach 70-tych [4, 7] i były ukierunkowane na określenie:

- oczekiwanej ilości błędów pozostałych w oprogramowaniu po zakończeniu testowania,
- oczekiwanej długości odcinka czasu testowania, niezbędnego do wykrycia kolejnego błędu w oprogramowaniu.

Modele te umożliwiały określenia w/w wielkości a' posteriori, tzn. dopiero po przeprowadzeniu testowania lub w jego trakcie.

Jest to istotna wada, uniemożliwiająca ich wykorzystywanie do planowania procesu testowania. Z tego też względu były i są podejmowane próby konstruowania modeli procesu testowania oprogramowania [np. 5. 6] przydatnych do planowania tego procesu.

2. Opis i model procesu testowania oprogramowania

Chęć uwzględnienia możliwie największej ilości czynników kształtujących niezawodność oprogramowania i przebieg procesu jego testowania, prowadzi do skomplikowanych modeli, które bardzo trudne /a często wcale/ poddają się dokładnej analizie matematycznej. Stosowane są coraz powszechniej symulacyjne metody modelowania i oceny przebiegu procesu testowania. Prezentowane dalej zależności, określające relacje pomiędzy ilością błędów pozostałych w oprogramowaniu a czasem testowania zostały określone doświadczalnie na podstawie symulacji procesu testowania oprogramowania, opartego na następujących zasadniczych założeniach:

- przed rozpoczęciem testowania oprogramowanie zawiera N błędów,
- błędy nie są ze sobą powiązane /są niezależne od siebie/, tzn. wykrycie i usunięcie dowolnego z nich nie wpływa na wykrycie któregośkolwiek z pozostałych,
- błędy są nierozróżnialne,
- błędy są wykrywane pojedynczo,
- długość odcinka czasu τ_i upływającego od chwili rozpoczęcia testowania do chwili wykrycia i -tego błędu $i \in \{1, 2, \dots\}$, jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym z parametrem λ , charakteryzującym stosowane metody testowania:

$$Pr \{ \tau_i < t \} = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots$$

- wykryty błąd może być usunięty /poprawiony/ z prawdopodobieństwem p , może nie być usunięty /nie być poprawiony/ z prawdopodobieństwem q_0 lub w trakcie poprawiania wykrytego błędu, nie dość, że nie zostanie on usunięty, ale dodatkowo mogą zostać wprowadzone nowe błędy /tzw. wtórne/ w ilo-

ści $m \in \{1, 2, \dots, M\}$, odpowiednio z prawdopodobieństwami q_m w praktyce są spełnione następujące warunki:

$$\bullet p + q_0 + q_1 + \dots + q_M = 1$$

$$\bullet p > q_0 > q_1 > \dots > q_M$$

Z uwagi na przyjęte założenia procesu testowania oprogramowania jest niestacjonarnym procesem stochastycznym $\{N(t), t \geq 0\}$ klasy DC /dyskretny w stanach z ciągłym parametrem/ określającą ilość błędów $N(t)$ pozostałych w oprogramowaniu po upływie czasu t od chwili rozpoczęcia jego testowania, gdzie

$$N(t) = \{0, 1, 2, \dots, j, \dots\}.$$

Macierz intensywności przejść dla rozważanego procesu jest graficznie zilustrowana na rys. 1, przy czym intensywności przejść wyrażają się następującymi zależnościami:

$$\lambda_{j, j-1} = j p q_0 \lambda$$

$$\lambda_{j, j} = j \lambda ((1-p) q_0 + p q_0 - 1)$$

$$\lambda_{j, j+1} = j \lambda (p q_{i+1} + (1-p) q_i)$$

$$\lambda_{0, 1} = 0$$

dla $j \in \mathbb{N}$ oraz $i \in \{1, 2, \dots, M\}$.

Opisany model procesu testowania oprogramowania był przedmiotem badań symulacyjnych, wyniki których przedstawione są w tabeli 1.

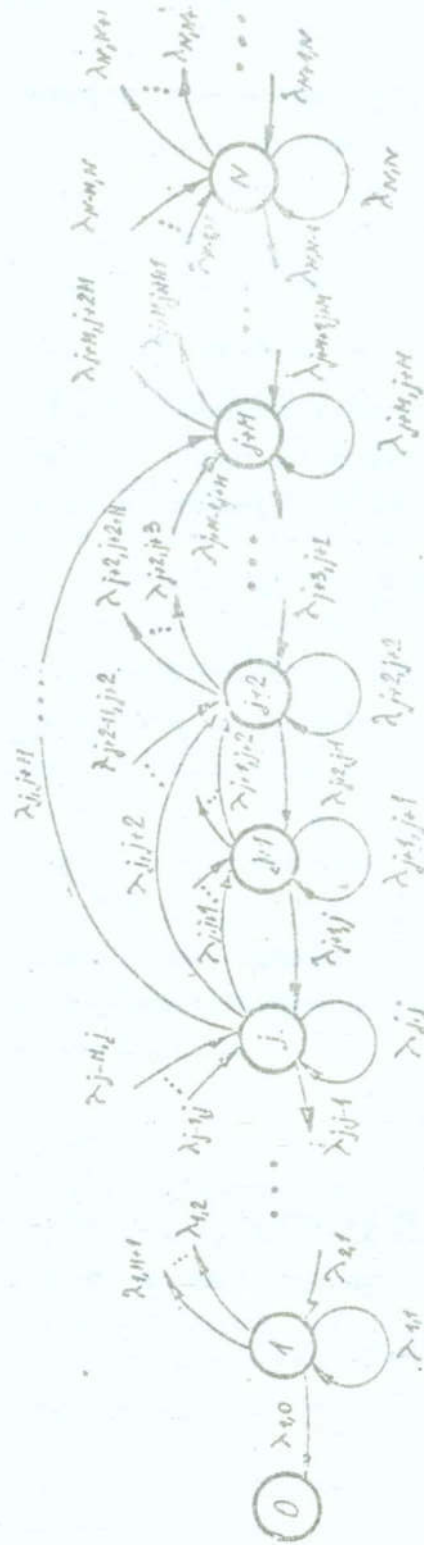
Dane do tabeli:

część A: $N=50, M=5, p=0,9, q_0=0.0408, q_1=0.0242, q_2=0.0158$

$q_3=0.0103, q_4=0.0061, q_5=0.0028$

część B: $N=50, M=5, p=0.7, q_0=0.1225, q_1=0.0725, q_2=0.0475$

$q_3=0.0308, q_4=0.0183, q_5=0.0084$



Rys. 1. Macierz przejść procesu testowania oprogramowania

Fig. 1. Matrix of transitions of the software testing process

Tabela 1

N (t)	A	B
	T	T
10	399.24	798.36
11	375.60	751.67
12	356.01	700.05
13	335.14	660.85
14	314.80	622.60
15	299.65	588.75
16	280.65	560.44
17	261,53	530.07
18	252.43	500.05
19	239.90	475.96
20	225.26	449.83

Z badań wynika, że oczekiwana ilość błędów $N(T)$, pozostałych w oprogramowaniu po zakończeniu testowania trwającego T jednostek czasu, można oszacować za pomocą następującego wyrażenia:

$$N(T) = Ne^{-\lambda T(p-q)}, \quad N(T) \in \{0, 1, 2, \dots\} \quad (1)$$

gdzie

$$q = \sum_{i=0}^{M-1} q_i \quad (2)$$

Zależność (1) jest zgodna z intuicją i pokrywa się z zależnościami uzyskanymi na drodze analitycznej dla uproszczonych modeli procesu testowania oprogramowania [np. 4-7].

3. Opis i model procesu użytkowania oprogramowania

Użytkowanie wytworzonego oprogramowania rozumiane będzie ogólnie jako proces obsługi napływających /z sterzenia progra-

mowego/ zgłoszeń, przy czym obsługa każdego zgłoszenia polega na wykonaniu określonej akcji programowej. Należy podkreślić, że taki sposób funkcjonowania oprogramowania jest typowy dla większości wykorzystywanych w praktyce systemów informatycznych. Charakterystycznymi przykładami mogą tutaj być systemy rezerwacji miejsc, informacji bibliotecznej, gospodarki magazynowej, rejestracji i ewidencji itp. Ze specyfiki i przeznaczenia poszczególnych systemów informatycznych wynika również fizyczna interpretacja terminu "zgłoszenie". W odniesieniu do wymienionych przykładów zgłoszeniami mogłoby być odpowiednio: zapotrzebowanie na rezerwację miejsca, żądanie udostępnienia opisu wskazanej pozycji bibliograficznej, wprowadzenie opisu faktury magazynowej czy pojawienie się kolejnego obiektu ewidencyjnego.

Przyjmuje się, że rozpatrywane oprogramowanie obsługuje zgłoszenia, które napływają w sposób losowy, oraz że odstępy czasowe T_k , $k = 1, 2, \dots$, pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowych, określonych dystrybuantą $G(t)$, rozkładach.

Niech $L(t)$ oznacza liczbę zgłoszeń napływających w czasie $[0, t]$. Wielkość $L(t)$ jest dla ustalonego $t \geq 0$ zmienną losową, przyjmującą wartości całkowite nieujemne. Proces $\{L(t), t \geq 0\}$ jest pewnym procesem stochastycznym o odłączym parametrze czasowym i przeliczalnej przestrzeni stanów.

Niech $s(T)$ oznacza prawdopodobieństwo poprawnej obsługi przez rozpatrywane oprogramowanie, testowane w czasie $[0, T]$, pojedynczego zgłoszenia, tzn. prawdopodobieństwo poprawnego wykonania przez oprogramowanie określonej akcji programowej. Odpowiednio, niech $r(T) = 1 - s(T)$ oznacza prawdopodobieństwo niepoprawnej obsługi zgłoszenia, przy czym niepoprawna obsługa zgłoszenia ma miejsce wówczas, gdy w trakcie realizacji - "wymuszonej" danym zgłoszeniem - akcji programowej wystąpi co najmniej jeden błąd.

Niech $Z(t, T)$ oznacza liczbę zgłoszeń, które w czasie $[0, t]$ zostały przez rozpatrywane oprogramowanie /testowane przez czas $T/$ obsłużone nieprawidłowo, tzn. w trakcie obsługi których wystąpiły błędy programowania. Przyjmując, że żadne z napływających zgłoszeń nie jest "gubione" wielkość $Z(t, T)$ można określić

$$Z(t, T) = \sum_{n=1}^{L(t)} X_n(T) \quad (3)$$

gdzie wielkości $X_n(T)$, $n = \overline{1, L(t)}$, są zmiennymi losowymi o jednokowych, zero-jedynkowych rozkładach:

$$\Pr \{X_n(T) = 1\} = r(T), \quad \Pr \{X_n(T) = 0\} = s(T).$$

Związku z powyższym, wielkość $Z(t, T)$ jest dla $t > 0$ zmienną losową, która dla ustalonej liczby naturalnej n ma następujący rozkład dwumianowy:

$$\Pr \{Z(t, T) = n \mid L(t) = m\} = \begin{cases} \binom{m}{n} r^n(T) s^{m-n}(T) & \text{dla } m \geq n, \\ 0 & \text{dla } m < n, \end{cases} \quad (4)$$

gdzie $n = 1, 2, \dots$,

Funkcję rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Z(t, T)$ można określić poprzez rozkład brzegowy dwuwymiarowej zmiennej losowej $(Z(t, T), L(t))$:

$$\Pr \{Z(t, T) = n\} = \sum_{m=n}^{\infty} \binom{m}{n} r^n(T) s^{m-n}(T) [G_m(t) - G_{m+1}(t)] \quad (5)$$

gdzie $G_m(t)$ oznacza dystrybuantę zmiennej losowej t_m postaci:

$$t_m = \sum_{k=1}^m \tau_k,$$

gdzie $G_1(t) = G(t)$.

Wartość oczekiwana liczby zgłoszeń nieprawidłowo obsłużonych przez oprogramowanie testowane w czasie T w przedziale czasu $[0, t]$ wyraża się wzorem:

$$E[Z(t, T)] = \sum_{n=0}^{\infty} n \sum_{m=n}^{\infty} \binom{m}{n} r^n(T) s^{m-n}(T) [G_m(t) - G_{m+1}(t)]. \quad (6)$$

W celu określenia wielkości $r(T)$, oznaczającej prawdopodobieństwo poprawnego obsłużenia pojedynczego zgłoszenia przez

oprogramowanie testowane w czasie T , wykorzystany zostanie model niezawodności oprogramowania proponowany przez Shoomana [7].

Zgodnie z cytowanym modelem, prawdopodobieństwo poprawnej obsługi określonego zgłoszenia maleje wykładniczo z upływem czasu trwania akcji programowej, podejmowanej w ramach tej obsługi.

Niech Θ będzie zmienną losową, oznaczającą czas trwania akcji programowej, wykonywanej w ramach obsługi pojedynczego zgłoszenia. Uwzględniając zależność (1) oraz przejęte oznaczenia można napisać:

$$\Pr\{X_n(T) = 1 \mid \Theta = \tau\} = 1 - e^{-\tau C N e^{-\lambda T(p-q)}} \quad (7)$$

gdzie τ jest realizacją zmiennej losowej Θ natomiast C jest stałą charakteryzującą złożoność procesu testowania rozpatrywanego oprogramowania.

Oznaczając przez $f(\tau)$ funkcję gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej Θ bezwarunkowe wyrażenie określające wielkość $r(T) = \Pr\{X_n(T) = 1\}$, przyjmuje następującą postać:

$$r(T) = \int_0^{\infty} [1 - e^{-\tau C N e^{-\lambda T(p-q)}}] f(\tau) d\tau \quad (8)$$

Przykładowo, dla przypadku gdy zmienne losowe τ_k , $k=1,2,\dots$ mają jednakowe rozkłady wykładnicze z parametrem μ , tzn. $G(t) = 1 - e^{-\mu t}$ oraz gdy $f(\tau)$ jest funkcją gęstości rozkładu gamma z parametrem skali β i parametrem kształtu ν , tzn. $f(\tau) = \beta / \Gamma(\nu) \tau^{\nu-1} e^{-\beta\tau}$, zależność (6) przyjmuje postać:

$$E[Z(t,T)] = \left[1 - \left[\frac{\beta}{\beta + C N e^{-\lambda T(p-q)}} \right]^{\nu} \right] t \mu \quad (9)$$

przy czym wartość parametru β zależy od jednostek, w jakich wyrażony jest czas trwania akcji programowych, podejmowanych w celu obsłużenia napływających zgłoszeń, natomiast parametr ν charakteryzuje strukturę logiczną rozpatrywanego oprogramowania ($\beta > 0$, $\nu \geq 1$).

4. Sformułowanie zadania optymalizacji czasu testowania oprogramowania

Z praktyki produkcji oprogramowania systemów informatycznych wynika, że koszt wytworzenia oprogramowania silnie zależy od kosztu etapu jego testowania. Z drugiej strony, z uwagi na to, że etap testowania odgrywa istotną rolę w kształtowaniu niezawodności oprogramowania, ma on również konkretny wpływ na koszt jego użytkowej eksploatacji, w którego skład wchodzi między innymi koszty ponoszone z powodu niewłaściwej /np. z powodu występowania błędów programowych/ obsługi napływających zgłoszeń.

Ponieważ koszt testowania bezpośrednio zależy od czasu trwania tego procesu, powstaje praktyczny problem takiego określenia czasu testowania oprogramowania, który odpowiadałby warunkom określonego kompromisu, pomiędzy dążeniem producenta do minimalizacji kosztu testowania oprogramowania a dążeniem użytkownika do minimalizacji kosztu jego eksploatacji.

Dalej proponuje się określenia wspomnianego kompromisu drogą wyznaczenia rozwiązania zadania optymalizacji dwukryterialnej, z kosztami testowania i strat w eksploatacji jako kryteriami składowymi.

Koszt procesu testowania oprogramowania $K_1(T)$, realizowanego w czasie T można wyznaczyć wykorzystując zależność (1). Przyjmując, że koszt ten jest wprost proporcjonalny do liczby wykrytych błędów $N(T)$, otrzymuje się:

$$K_1(T) = Nk_1(1 - e^{-\lambda T(p-q)}) \quad (10)$$

gdzie k_1 oznacza średni koszt wykrycia i usunięcia jednego błędu.

Z kolei, wykorzystując założenia przyjęte przy wyprowadzaniu zależności (9), koszt strat $K_2(T)$ w ustalonym odcinku czasu eksploatacji $[0, t]$, z tytułu występowania w oprogramowaniu - testowanym przez czas T - błędów programowych, może być określony następująco:

$$K_2(T) = \left[1 - \left(\frac{\beta}{\beta + CNe^{-\lambda T(p-q)}} \right)^V \right] tk_2 \quad (11)$$

gdzie k_2 jest średnim kosztem ponoszonym z tytułu niewłaściwego obsłużenia pojedynczego zgłoszenia.

Ze względów praktycznych na koszty $K_1(T)$ i $K_2(T)$ nakłada się często następujące ograniczenia:

$$K_1(T) \leq K_1^{\max} \quad (12)$$

$$K_2(T) \leq K_2^{\max} \quad (13)$$

gdzie wielkości K_1^{\max} i K_2^{\max} oznaczają odpowiednio maksymalne, dopuszczalne koszty testowania i eksploatacji oprogramowania.

W oparciu o wprowadzone oznaczenia oraz uzyskane zależności sformułować można następujące, dwukryterialne zadanie optymalizacji czasu trwania procesu testowania oprogramowania:

$$T, K, R \quad (14)$$

gdzie:

T - zbiór rozwiązań dopuszczalnych, określony następująco:

$$T = \{ T \geq 0 : T \text{ spełnia ograniczenia (12) i (13)} \},$$

K - wskaźnik jakości rozwiązania postaci:

$$K(T) = (K_1(T), K_2(T))$$

przy czym wielkości $K_1(T)$, $K_2(T)$ są określone zależnościami (10) i (11) odpowiednio,

R - relacja dominowania określona następująco:

$$R = \{ (y_1, y_2) \in Y \times Y : y_1^1 \leq y_2^1, y_1^2 \leq y_2^2 \} \quad (15)$$

$$y_1 = (y_1^1, y_1^2), \quad y_2 = (y_2^1, y_2^2)$$

gdzie Y jest tzw. przestrzenią kryterialną, określoną jak niżej:

$$Y = K(T) = \{ y = (K_1(T), K_2(T)); T \in T \}.$$

3. Uwagi o rozwiązaniu zadania

Zadanie sformułowane w pkt. 3 jest nieliniowym zadaniem optymalizacji dwukryterialnej. Rozwiązanie tego zadania będzie polegało na wyznaczeniu zbioru rozwiązań niezdominowanych /Pareto - optymalnych/ według relacji dominowania (15), a następnie wybraniu spośród nich jednego rozwiązania kompromisowego według dowolnego kryterium, najbardziej odpowiadającego specyfice rozważanego problemu.

Wyznaczenie zbioru rozwiązań niezdominowanych w rozpatrywanym przypadku może być uciążliwe ze względu na nieliniowość funkcji kryterialnych. Uniemożliwia to bezpośrednio stosowanie znanych metod rozwiązywania zadań optymalizacji wielokryterialnej [np. 3]. W tej sytuacji, z praktycznie dowolną dokładnością, można stosować przybliżone metody rozwiązywania tego typu zadań oparte na uprzednim wyznaczeniu reprezentacji zbioru rozwiązań niezdominowanych, a następnie wybieraniu z tej reprezentacji rozwiązania kompromisowego. Jedną z najbardziej znanych i powszechnie stosowanych metod spośród wymienionych jest metoda zaproponowana przez Choo i Atkinsa [2]. Przy rozwiązywaniu omawianego zadania może zostać wykorzystana losowa metoda wyznaczania reprezentacji zbioru rozwiązań niezdominowanych, opisana w pracy [1].

Jeżeli w rozważanym zadaniu optymalizacyjnym wymagana jest tylko rznażomość kompromisowych, to można je uzyskać na drodze analitycznej, bez uprzedniego wyznaczenia zbioru rozwiązań niezdominowanych. W tym celu, wykorzystując ograniczenia /12-13/, wyznacza się maksymalne dopuszczalne wartości czasu testowania oprogramowania:

$$T_1^{\max} = \frac{\ln \left(1 - \frac{K_1^{\max}}{Nk_1} \right)}{\lambda(q-p)} \quad (16)$$

$$T_2^{\max} = \frac{\ln \left(\frac{\frac{\beta}{1 - \frac{K_2^{\max}}{t_{pk_2}}} - \beta}{CN} \right)}{\lambda(q-p)} \quad (17)$$

Stąd maksymalny dopuszczalny czas testowania oprogramowania T^{\max} wynosi:

$$T^{\max} = \min \{ T_1^{\max}, T_2^{\max} \} \quad (18)$$

Po normalizacji kryteriów /10-11/ otrzymuje się:

$$K_1^{\circ}(T) = \frac{K_1(T)}{\sup_{T \in [0, T^{\max}]} K_1(T)} = 1 - e^{-\lambda T(p-q)} \quad (19)$$

$$K_2^{\circ}(T) = \frac{K_2(T)}{\sup_{T \in [0, T^{\max}]} K_2(T)} = \frac{1 - \left(\frac{\beta}{\beta + CN e^{-\lambda T(p-q)}} \right)^v}{1 - \left(\frac{\beta}{\beta + CN} \right)^v} \quad (20)$$

Przejmuje się, że jako rozwiązania kompromisowe będą wyznaczone te rozwiązania ze zbioru rozwiązań niezdominowanych, które są najbliższe punktu idealnego, w sensie odległości eukleidesowej. Dla rozpatrywanego zadania będzie to punkt $\bar{y}^* = (0,0)$. Uwzględniając powyższe, odległość dowolnego punktu $y \in Y$ unormowanej przestrzeni kryterialnej od punktu idealnego \bar{y}^* wyraża się następującą zależnością:

$$R(K(T)) = \sqrt{(K_1^{\circ}(T) - 0)^2 + (K_2^{\circ}(T) - 0)^2} \quad (21)$$

Różniczkując powyższą zależność względem T i rozwijając w sze-

reg wyrażenia potęgowe oraz uwzględniając liniowe wyrazy tych rozwinięć, uzyskuje się następujące równanie kwadratowe umożliwiające wyznaczenie kompromisowych wartości czasu testowania oprogramowania:

$$\alpha(2v - 1)x^2 + \left[1 - \alpha(2v + 1) + v \left(\frac{\alpha}{B}\right)^2\right]x - 1 = 0 \quad (22)$$

gdzie:

$$x = e^{-\lambda T(p-q)}$$

$$\alpha = \frac{CN}{\beta}$$

$$B = 1 - \left(\frac{1}{1 + \alpha}\right)^v$$

Z analizy powyższego równania wynika, że zawsze istnieją rozwiązania rzeczywiste, spośród których tylko jedno, x' , jest dodatnie. Na jego podstawie wyznacza się wartość T' i dalej, kompromisową wartość \hat{T} czasu testowania oprogramowania z następującej zależności:

$$\hat{T} = \begin{cases} T' & , \text{ gdy } T' \in [0, T^{\max}] \\ T^{\max} & , \text{ gdy } T' > T^{\max} \end{cases} \quad (23)$$

przy czym $T' = \frac{\ln(x')}{\lambda(p-q)}$.

Literatura

1. Ameljańczyk A., Konopański G.: Dwukryterialna optymalizacja rozmieszczenia danych rozproszonej bazy danych i programów je użytkujących. Warszawa, Biuletyn WAT nr 7, 1982
2. Cheo E.U., Atkins D.R.: An Interactive Algorithm for Multi-criterial Programming. Comput. and Ops. Res. nr 7, 1980
3. Uwang C., Masud A.S.: Multiply Objective Decision Making - Methods and Applications. Berlin, Heidelberg, New York, 1979
4. Jeliński Z., Moranda P.: Software reliability research. Proceedings of a conference held Brown University, Providence, Rhode Island, Nov. 22-23, 1971
5. Konopański G., Warwa K.: Uogólnienie modeli niezawodności oprogramowania Shoemana i Jelińskiego - Morandy. Warszawa, Biuletyn WAT nr 12, 1984
6. Konopański G., Pluciński L.: O pewnych modelach testowania oprogramowania. Warszawa, Biuletyn WAT /w druku/
7. Shoeman M.L.: Probabilistic models for software reliability

Streszczenie

W pracy rozpatruje się zagadnienie określania optymalnego czasu trwania procesu testowania oprogramowania, z punktu widzenia kosztu tego procesu oraz wielkości strat ponoszonych w trakcie eksploatacji oprogramowania wskutek znajdujących się w nim błędów. Formuluje się zadanie optymalizacji dwukryterialnej i omawia metodę jego rozwiązania.

MULTICRITERIAL OPTIMIZATION OF THE SOFTWARE TESTING PROCESS

Summary

The problem of optimal duration of the software testing process from the viewpoint of cost of this process as well as the magnitude of losses incurred during the software operation due to the errors occurring in it, is considered in the paper. A two-criterial optimization problem has been formulated and the method of solving it is discussed.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Wiesław Kotarski
Uniwersytet Śląski
Katowice

WARUNKI KONIECZNE LOKALNEJ PARETO OPTYMALNOŚCI DLA PROBLEMÓW
Z WIELOMA OGRANICZENIAMI RÓWNOŚCIOWYMI

1. Wstęp

W latach 60-tych Dubowicki i Milutin [1], [2] sformułowali warunki konieczne optymalności w języku stożków wypukłych. Ich metoda z powodzeniem mogła być zastosowana tylko do zadań optymalizacyjnych z jednym ograniczeniem typu równościowego.

Ostatnio Walczak w [3] podał uogólnioną wersję twierdzenia Dubowickiego-Milutina obejmującą większą liczbę ograniczeń równościowych.

Łącząc rezultaty Walczaka [3] oraz Lasieckiej [4], [5] autor w [6] wskazał dalsze uogólnienie twierdzenia Dubowickiego-Milutina przy pomocy którego można rozpatrywać mniej regularne problemy optymalizacyjne z wieloma ograniczeniami równościowymi.

Zadania Pareto optymalne w R^n rozwiązywał na bazie teorii Dubowickiego-Milutina Censor [7].

W niniejszej pracy korzystając z rezultatów Dubowickiego, Milutina, Walczaka i Censora otrzymuje się uogólnienie twierdzenia Dubowickiego-Milutina obejmujące problemy Pareto optymalne z wieloma ograniczeniami równościowymi w przestrzeni Banacha.

2. Sformułowanie problemu Pareto optymalnego

Niech X będzie przestrzenią Banacha, zbiory $Q_k \subset X$,
Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 13 WSiInż. w Koszalinie

$\text{int } Q_k \neq \emptyset, k = 1, \dots, p, Q_k \subset X, \text{int } Q_k = \emptyset, k = p+1, \dots, n,$
 reprezentują odpowiednio ograniczenia nierównościowe i równo-
 ściowe, $I_i : X \rightarrow \mathbb{R}, i=1, \dots, s$ będą danymi funkcjami oraz
 $I = (I_1, \dots, I_s)^T$ tzn. $I : X \rightarrow \mathbb{R}^s$ jest wektorowym wskaźnikiem
 jakości.

Stawiamy następujący problem:

Problem (P) Pareto min $I(x) = I(x^0)$
 $x \in Q \cap U(x^0)$

gdzie $Q := \bigcap_{k=1}^n Q_k$ i $U(x^0)$ jest pewnym
 otoczeniem punktu x^0

Definicja 2.1 [7]

Punkt $x^0 \in X$ nazywamy lokalnym punktem Pareto optymalnym
 dla Problemu (P), jeśli $x^0 \in Q$ i nie istnieje punkt $x \neq x^0,$
 $x \in Q \cap U(x^0)$ spełniający warunki $I_i(x) \leq I_i(x^0)$ dla $i=1, \dots, s,$
 z silną nierównością co najmniej dla jednego $i, 1 \leq i \leq s.$

3. Definicja stożków

Obeocnie przypominamy znane definicje aproksymacji stożko-
 wych, z których w dalszym ciągu będziemy korzystać.

W definicjach podanych niżej $OC(\bar{x})$ oznacza otwarty stożek
 zawierający \bar{x} z wierzchołkiem w 0, a B_M kulę o środku w 0
 i promieniu $M > 0.$

Definicja 3.1 ([4], [5])

Stożkiem wewnętrznym $IC(A, x^0)$ zbioru A w punkcie x^0 jest
 nietrywialny wypukły stożek spełniający następujące warunki:

- i) $\forall \bar{x} \in IC(A, x^0) \exists OC(\bar{x}) \subset IC(A, x^0)$
- ii) $\exists U(\bar{x}) : (x^0 + OC(\bar{x})) \cap U(x^0) \setminus \{x^0\} \subset A$

Stożek $IC(A, x^0)$ jest otwartym stożkiem o wierzchołku w 0.
 Każdy otwarty stożek wypukły zawarty w $IC(A, x^0)$ jest również
 stożkiem wewnętrznym. Jeśli $A_1, \dots, A_n \subset X, x^0 \in \bigcap_{i=1}^n A_i$
 to wtedy $\bigcap_{i=1}^n IC(A_i, x^0) = IC(\bigcap_{i=1}^n A_i, x^0).$

Definicja 3.2 ([4], [5])

Stożkiem zewnętrznym $EC(B, x^0)$ zbioru B w punkcie x^0 jest

nie trywialny wypukły stożek spełniający następujący warunek:

$\forall \bar{x} \in EC(B, x^0) \forall OC(\bar{x}) \exists U_1(x^0)$, takie że $\forall U(x^0) \subset U_1(x^0)$
 wynika, że $(x^0 + OC(\bar{x})) \cap B \cap U(x^0) \setminus \{x^0\} \neq \emptyset$

Stożek $EC(B, x^0)$ jest wypukłym stożkiem o wierzchołku w 0. Każdy wypukły stożek zawarty w $EC(B, x^0)$ jest także stożkiem zewnętrznym. Ponadto jeśli $B_1, B_2 \subset X$, to $EC(B_1 \cap B_2, x^0) \subset EC(B_1, x^0) \cap EC(B_2, x^0)$.

Niech $C_i, i=1, \dots, n$, będzie rodziną stożków w przestrzeni X .

Definicja 3.3 [3]

Stożki $C_i, i=1, \dots, n$, są stożkami tego samego sensu jeśli

$\forall M > 0 \exists M_1, \dots, M_n > 0$, takie, że $\forall x \in B_M \cap \sum_{i=1}^n C_i, x = \sum_{i=1}^n x_i$

$x_i \in C_i, i=1, \dots, n$, mamy $x_i \in B_{M_i} \cap C_i, i=1, \dots, n$

i nie istnieje kombinacja $(x_1, \dots, x_n) \neq (0, \dots, 0)$, taka że

$$0 = \sum_{i=1}^n x_i.$$

Definicja 3.4 [3].

Stożki $C_i, i=1, \dots, n$ są stożkami sensu przeciwnego jeśli

$\exists (x_1, \dots, x_n) \neq (0, \dots, 0), x_i \in C_i, i=1, \dots, n$, takie że

$$\sum_{i=1}^n x_i = 0.$$

Z definicji 3.3 i 3.4 wynika, że zbiór stożków tego samego sensu jest rozłączny ze zbiorem stożków sensu przeciwnego. Jeśli pewna podrodzina składa się ze stożków sensu przeciwnego, to również cała rodzina zawiera stożki sensu przeciwnego.

4. Uogólnione twierdzenie Dubowickiego-Milutina

Zdefiniujmy zbiory

$A_i := \{x \in X; I_i(x) < I_i(x^0)\} \cup \{x^0\}$ oraz $B_j := \{x \in X; I_j(x) \leq I_j(x^0)\}$

dla $i, j = 1, \dots, s$.

Wtedy warunek konieczny na to, aby punkt x^0 był rozwiązaniem Problemu (P) ma postać

$$\left[A_i \cap \bigcap_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s B_j \cap \bigcap_{k=1}^n Q_k \cap U(x^0) \right] \setminus \{x^0\} = \emptyset \quad i=1, \dots, s \quad (1)$$

Istotnie, jeśli warunek (1) nie jest spełniony przynajmniej dla jednego i , to wtedy istnieje lepszy punkt w sensie Pareto optymalnym niż x^0 , co prowadzi do sprzeczności z założoną Pareto optymalnością punktu x^0 .

W dalszym ciągu zdefiniujemy zbiory

$$A_i := A_i \cap \bigcap_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s B_j \cap \bigcap_{k=1}^p Q_k, \quad i=1, \dots, s, \quad \text{oraz} \quad B := \bigcap_{k=p+1}^n Q_k$$

Na koniec tego rozdziału sformułujemy warunki konieczne lokalnej Pareto optymalności, uogólniające Twierdzenie Dubowickiego-Milutina.

Twierdzenie 4.1

Jeśli

- a/ $\text{int } A_i \neq \emptyset$, $x^0 \in A_i \cap B$, $i=1, \dots, s$
- b/ istnieją stożki: $EC(A_i, x^0)$, $EC(B_j, x^0)$, $i, j=1, \dots, s$,
 $EC(Q_k, x^0)$, $k=1, \dots, p$, $EC(Q_k, x^0)$, $k=p+1, \dots, n$,
 i wszystkie stożki $EC(Q_k, x^0)$ są domknięte,
- c/ istnieje $U_1(x^0)$, takie że dla każdego $U(x^0) \subset U_1(x^0)$
 $\text{int } A_i \cap B \cap U(x^0) \setminus \{x^0\} = \emptyset$, $i=1, \dots, s$
- d/ $EC\left(\bigcap_{k=p+1}^n Q_k, x^0\right) = \bigcap_{k=p+1}^n EC(Q_k, x^0)$
- e/ stożki sprzężone $[EC(Q_k, x^0)]^*$, $k=p+1, \dots, n$, są tego samego sensu albo sensu przeciwnego.

to wtedy istnieją liniowe, ciągłe funkcje liniowe nie wszystkie jednocześnie równe zero i takie, że zachodzi

$$f_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s f_j + \sum_{k=1}^n \psi_k^i = 0, \quad i = 1, \dots, s \quad \left(\begin{array}{l} \text{tzw. równanie} \\ \text{Balara-Lagrange'a} \end{array} \right)$$

$$r_i^1 \in [IC(A_i, x^0)]^*, \quad r_j^1 \in [IC(B_j, x^0)]^*, \quad i, j=1, \dots, s$$

$$\varphi_k^1 \in [IC(Q_k, x^0)]^*, \quad k=1, \dots, p, \quad \varphi_k^1 \in [EC(Q_k, x^0)]^*, \quad k=p+1, \dots, n$$

Dowód powyższego twierdzenia przebiega podobnie jak Tw.4.1 w [6].

Uwaga 4.1

Jeśli dodatkowo prócz założeń Tw.4.1 I_i są takie, że dla każdego $i=1, \dots, s$, $[IC(A_i, x^0)]^* = [IC(B_j, x^0)]^*$ dla $i=j$, to wtedy "s" równań występujących w tezie Tw.4.1 upraszcza się do pojedynczego równania

$$\sum_{i=1}^s r_i^1 + \sum_{k=1}^n \varphi_k^1 = 0 \quad (2)$$

gdzie $r_i^1 \in [IC(A_i, x^0)]^*$, $i=1, \dots, s$, $\varphi_k^1 \in [IC(Q_k, x^0)]^*$, $k=1, \dots, p$

$$\varphi_k^1 \in [EC(Q_k, x^0)]^*, \quad k=p+1, \dots, n$$

Aby znaleźć warunki zapewniające równość $[IC(A_i, x^0)]^* = [IC(B_j, x^0)]^*$ dla $i=j$, wprowadzamy definicję:

Definicja 4.1 [8]

Funkcjonał $F: X \rightarrow \mathbb{R}$ nazywamy wypukłym w sensie Ponsteina jeśli

$$F(x_2) \leq F(x_1) \Rightarrow F(\lambda x_1 + \mu x_2) < F(x_1), \quad \forall x_1 \neq x_2, \lambda, \mu > 0,$$

$$\lambda + \mu = 1.$$

Funkcjonały ściśle wypukłe są również wypukłe w sensie Ponsteina, lecz nie każdy funkcyjonał wypukły jest wypukły w sensie Ponsteina [8].

Lemat 4.1

Niech $F: X \rightarrow \mathbb{R}$ będzie ciągłym i wypukłym w sensie Ponsteina funkcyjonałem. Wtedy jeśli $x^0 \in \text{dom } F$ i $\inf F(x) < F(x^0)$, to $\text{int} \{x: F(x) \leq F(x^0)\} \neq \emptyset$ oraz $\{x: F(x) < F(x^0)\} = \text{int} \{x: F(x) \leq F(x^0)\}$

Dowód.

Dowód Lematu 5.4 z [7] obowiązuje bez jakichkolwiek zmian w dowolnej przestrzeni Banacha X .

Lemat 4.2

Jeśli $F: X \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągłym i wypukłym w sensie Ponsteina funkcyjonałem, $x^0 \in \text{dom } F$, $\inf F(x) < F(x^0)$, to wtedy

$[IC(A, x^0)]^* = [IC(B, x^0)]^*$, gdzie $A := \{x: F(x) < F(x^0)\} \cup \{x^0\}$
 $B := \{x: F(x) \leq F(x^0)\}$.

Dowód.

Korzystając z Lematu 4.1 i z własności stożków wewnętrznych [4], mamy

$$IC(B, x^0) = IC(\text{int } B, x^0) = IC(A, x^0),$$

a stąd konkluzja Lematu 4.2 jest oczywista.

5. Przykład

Rozważmy następujący problem sterowania Pareto optymalnego

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t) \quad 0 < t \leq 1 \quad (3)$$

$$x(0) = a \quad (4)$$

$$u(\cdot) \in U_{ad} \quad (5)$$

$$I(x, u) = \begin{bmatrix} I_1(x, u) \\ I_2(x, u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^1 \varphi_1(x(t), u(t), t) dt \\ \int_0^1 \varphi_2(x(t), u(t), t) dt \end{bmatrix} \rightarrow \text{min w sensie Pareto} \quad (6)$$

gdzie $x \in X := C^n(0, 1)$, $u \in U := L_\infty^m(0, 1)$, a jest ustalonym punktem z R^n .

Załóżmy, że:

i/ $f: R^n \times R^m \times R \rightarrow R^n$, $\varphi_i: R^n \times R^m \times R \rightarrow R$, $f_x, f_u, \varphi_{ix}, \varphi_{iu}$, $i=1, 2$, są ciągłe ze względu na (x, u) i mierzalne względem t . Poza tym niech $f_x, f_u, \varphi_{ix}, \varphi_{iu}$, $i=1, 2$ będą ograniczone w każdym ograniczonym zbiorze przestrzeni $R^n \times R^m \times R$,

ii/ φ_i , $i=1, 2$, są ściśle wypukłe ze względu na parę (x, u) tzn.

$$\varphi_i(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2, \lambda u_1 + (1-\lambda)u_2, t) < \lambda \varphi_i(x_1, u_1, t) + (1-\lambda) \varphi_i(x_2, u_2, t), \forall (x_1, u_1) \neq (x_2, u_2), \lambda \in (0, 1)$$

iii/ U_{ad} jest dowolnym zbiorem sterowań mierzalnych dla którego istnieje domknięty stożek zewnętrzny w punkcie Pareto optymalnym

Mamy następujące twierdzenie optymalizacyjne

Twierdzenie 5.1

Jeśli (x^0, u^0) jest rozwiązaniem problemu (3) + (6),
 $\inf \varphi_i(x, u, t) < \varphi_i(x^0, u^0, t)$, $i=1, 2$, oraz spełnione są wszystkie wymienione wyżej założenia, to istnieją liczby $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ i absolutnie ciągła funkcja $\psi(\cdot)$, takie, że

$$f_3(\bar{u}) = \int_0^1 (-\lambda_1 \varphi_{1u} - \lambda_2 \varphi_{2u} + f_u^T \psi) \bar{u} dt, \quad f_3 \in [EC(U_{ad}, x^0)]^* \quad (7)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -f_x^T \psi + \lambda_1 \varphi_{1x} + \lambda_2 \varphi_{2x} \quad (8)$$

$$\psi(1) = 0 \quad (9)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 \neq 0 \quad \text{albo} \quad \psi(t) \neq 0 \quad \text{dla } t \in [0, 1]$$

gdzie

$$\varphi_{ix} = \varphi_{ix}(x^0, u^0, t), \quad \varphi_{iu} = \varphi_{iu}(x^0, u^0, t), \quad i=1, 2$$

$$f_x = f_x(x^0, u^0, t), \quad f_u = f_u(x^0, u^0, t), \quad \text{a } {}^T \text{ oznacza transpozycję}$$

Szkic dowodu

$$\text{Oznaczmy przez } E := X \times U, \quad Q_1 := \{(x, u) \in E: x \in X, u \in U_{ad}\},$$

$$Q_2 := \{(x, u) \in E; \frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t), x(0) = a, 0 < t \leq 1\}$$

$$\text{oraz } A_i := \{(x, u) \in E: I_i(x, u) < I_i(x^0, u^0)\} \cup \{(x^0, u^0)\}, \quad i=1, 2$$

Ponieważ założenia odnośnie I_i , $i=1, 2$, gwarantujące równość stożków sprzężonych /Uwaga 4.1/ są spełnione, możemy więc skorzystać z równania Eulera-Lagrange'a w postaci (2)

Zbiory A_i , $i=1, 2$, aproksymujemy stożkami wewnętrznymi /regularnymi stożkami poprawy RFC ($I_i, (x^0, u^0)$) $\cup \{0\}$, ([4], [5])

Ze względu na różniczkowalność I_i , $i=1, 2$, w Fréchet'a mamy

$$RFC(I_1, (x^0, u^0)) = \left\{ (\bar{x}, \bar{u}) \in E; \int_0^1 (\varphi_{ix} \bar{x} + \varphi_{iu} \bar{u}) dt < 0 \right\} \quad i=1,2 \quad [9]$$

Funkcjonały należące do $[IC(A_1, (x^0, u^0))]^*$, $i=1,2$, mają postać [9]

$$f_1(\bar{x}, \bar{u}) = \lambda_1 \int_0^1 (\varphi_{ix} \bar{x} + \varphi_{iu} \bar{u}) dt, \quad \lambda_1 \geq 0, \quad i=1,2$$

Zbiory Q_1 i Q_2 aproksymujemy stożkami zewnętrznymi. Oznaczamy przez P operator $P: C^n \times L_\infty^m \rightarrow C^n$ zdefiniowany następująco:

$$P(x, u) = x(t) - a - \int_0^t f(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau$$

Wtedy zbiór Q_2 można przedstawić w postaci

$$Q_2 = \{(x, u) \in E: P(x, u) = 0\}$$

Ponieważ wszystkie założenia twierdzenia Lusternika są spełnione [9], więc

$$EC(Q_2, (x^0, u^0)) = RTC(Q_2, (x^0, u^0)) = \left\{ (\bar{x}, \bar{u}) \in E: P'(x^0, u^0) (\bar{x}, \bar{u}) = 0 \right\} = \left\{ (\bar{x}, \bar{u}) \in E: \frac{d\bar{x}}{dt} = f_x \bar{x} + f_u \bar{u}, \bar{x}(0) = 0 \right\}$$

gdzie

$RTC(Q_2, (x^0, u^0))$ oznacza regularny stożek styczny zbioru Q_2 w punkcie (x^0, u^0) ([4], [5])

Łatwo sprawdzić, że w otoczeniu V_0 punktu (x^0, u^0) operator P spełnia założenia twierdzenia o funkcji uwiklanej [10]. To oznacza, że zbiór Q_2 w otoczeniu V_0 punktu (x^0, u^0) ma postać:

$$Q_2 = \{(x, u) \in E: x = \varphi(u)\}$$

gdzie $\varphi: L_\infty^m \rightarrow C^n$ jest operatorem klasy C^1 , spełniającym warunek $P(\varphi(u), u) = 0$ dla u takich, że $(\varphi(u), u) \in V_0$.

Stąd wnioskujemy, że [11]

$$RTC(Q_2, (x^0, u^0)) = \{(\bar{x}, \bar{u}) \in E: \bar{x} = \varphi_u(u^0) \bar{u}\}.$$

Dla zbioru Q_1 mamy

$$EC(Q_1, (x^0, u^0)) = \{(\bar{x}, \bar{u}) \in E: \bar{u} \in EC(U_{ad}, u^0)\}$$

Z rozważań geometrycznych na płaszczyźnie $O\bar{x}\bar{u}$ otrzymujemy $RTC(Q_2, (x^0, u^0)) \cap EC(Q_1, (x^0, u^0)) = EC(Q_1 \cap Q_2, (x^0, u^0))$

Stożki $[RTC(Q_2, (x^0, u^0))]^*$ i $[EC(Q_1, (x^0, u^0))]^*$ są tego samego sensu /łatwo można to pokazać korzystając z Tw. 3.3 w [3]).

Stżek sprzężony do $RTC(Q_2, (x^0, u^0))$ jako podprzestrzeń przestrzeni E , zawiera wszystkie funkcjonały $f_4(\bar{x}, \bar{u}) = 0$ dla wszystkich $(\bar{x}, \bar{u}) \in RTC(Q_2, (x^0, u^0))$ [9].

Z równania Eulera-Lagrange'a (2) mamy

$$f_3(\bar{u}) = \int_0^1 [-\lambda_1(\varphi_{1x}\bar{x} + \varphi_{1u}\bar{u}) - \lambda_2(\varphi_{2x}\bar{x} + \varphi_{2u}\bar{u})] dt$$

dla wszystkich $(\bar{x}, \bar{u}) \in RTC(Q_2, (x^0, u^0))$, $f_3 \in [EC(U_{ad}, u^0)]^*$

Wybierając $(\bar{x}, \bar{u}) \in RTC(Q_2, (x^0, u^0))$ oraz uwzględniając równanie sprzężone (8), (9) po przekształceniach otrzymujemy (7). Suma $\lambda_1 + \lambda_2$ oraz funkcja $\psi(\cdot)$ nie mogą być jednocześnie równe zero, gdyż jest to sprzeczne z tezą Tw. 4.1.

Ostatnia uwaga kończy dowód Tw. 5.1

Uwaga 5.1

Jeśli U_{ad} jest domkniętym i wypukłym zbiorem w przestrzeni U , to wtedy $[EC(U_{ad}, u^0)]^* = [RTC(U_{ad}, u^0)]^*$ i składa się ze wszystkich funkcjonałów podpierających zbiór U_{ad} w punkcie u^0 (9).

W tym przypadku z (7) otrzymujemy następujący warunek maksimum

$$\int_0^1 (-\lambda_1 \varphi_{1u} - \lambda_2 \varphi_{2u} + f_u^T \psi) (u - u^0) dt \geq 0 \quad \forall u \in U_{ad}$$

Uwaga 5.2

Równość $[IC(A_1, x^0)]^* = [IC(B_1, x^0)]^*$, gdzie $B_1 := \{(x, u) \in E \mid I_1(x, u) \leq I_1(x^0, u^0)\}$, $i=1, 2$, powoduje że zadania sterowania Pareto optymalnego (3) ÷ (6) jest równoważne z pewnym zadaniem sterowania ze skalarnym wskaźnikiem jakości o postaci

$\lambda_1 I_1 + \lambda_2 I_2$. Wspomniana równoważność na ogół jednak nie musi zachodzić.

Literatura

1. Dubovicki A., Milutin M.: Zadači na ekstremum pri naliči organičenij, Dokl. Akad. Nauk SSSR, Vol. 149, Nr 4, 1963
2. Dubovicki A., Milutin M.: Zadači na ekstremum pri naliči organičenij, Zhurn. Vysisl. Mat. Fiz., Vol. 5 Nr 5, 1965
3. Walczak S.: Some Properties of Cones in Normed Spaces and Their Application to Investigating Extremal Problems, JOTA, Vol. 42, No.4, 1984
4. Lasiecka I.: Sproksymacje stożkowe oraz niektóre ich zastosowania w teorii optymalizacji, Praca doktorska, P.W., 1974
5. Lasiecka I.: Generalizator of the Dubovicki-Milutin Optimality Conditions, JOTA, Vol. 24, No.3, 1978
6. Kotarski W.: A Note on Further Generalization of the Dubovicki-Milutin Theorem, JOTA, Vol. 54, No.3, 1987
7. Censor Y.: Pareto Optimality in Multi Objective Problems, Appl. Math. and Optim., Vol. 4, 1977
8. Ponstein J.: Seven Kinds of Convexity, SIAM Rev., Vol.9, No.1, 1967
9. Girsanov I.V.: Lectures on Mathematical Theory of Extremum Problems, Springer Verlag, New York, 1972
10. Ioffe A.D., Tikhomirov, V.M.: Theory of Extremal Problems, New York, 1978
11. Walczak S.: On Some Control Problem, Polia Math., 1, 1984

Streszczenie

W pracy podano uogólnienie znanego twierdzenia Dubowickiego-Milutina, na problemy optymalizacji wielokryterialnej z wieloma ograniczeniami równościowymi.

Rozważono również przykład problemu sterowania Pareto optymalnego układem opisanym równaniem różniczkowym zwyczajnym.

NECESSARY CONDITIONS OF LOCAL PARETO OPTIMALITY FOR PROBLEMS WITH MULTI-EQUALITY CONSTRAINTS

Summary

In the paper necessary conditions of local vector optimality for problems with multi-equality constraints which ge-

neralize the well-known Dubovicki-Milutin Theorem are given.

Also an example of Pareto optimal control problem for a system described by an ordinary differential equation is considered.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO'88

Leon Kukielka
Wyższa Szkoła Inżynierska
Koszalin

OPTYMALIZACJA PROCESU POWIERZCHNIOWEGO

1. Wstęp

Powszechna tendencja do minimalizacji wymiarów poszczególnych części maszyn, przy jednoczesnym wzroście ich obciążenia zmusza do poszukiwania i stosowania nowych materiałów konstrukcyjnych, optymalizowania kształtów części, zapewnienia optymalnych warunków ich pracy oraz do precyzyjnego kształtowania własności fizycznych i stereometrycznych warstwy wierzchniej /skrót: WW/ [12], przy jednoczesnym wzroście dokładności wymiarowo-kształtowej.

Wiadomo, że grupę technologii pozwalających konstytuować WW o korzystnych własnościach stanowią obróbki nagniataniem¹ [10]. Obróbka nagniataniem jest nowoczesną metodą obróbki wykańczającej metali i ich stopów, spieków oraz tworzyw sztucznych, polegającą na wykorzystaniu miejscowego odkształcenia plastycznego zachodzącego w WW przedmiotu wskutek określonego /siłowego, a w niektórych sposobach i ciepłego/ oddziaływania oraz kinematycznego współdziałania twardego i gładkiego elementu nagniatającego² w kształcie kulki, krążka lub rolki, z nierównościami powierzchni obrabianej.

Różnorodność przeznaczenia części i warunków ich eksploatacji powodują, że wymagania odnośnie stanu jej WW i dokładności wymiarowo-kształtowej są również zróżnicowane. Zachodzi więc potrzeba kształtowania różnej, lecz optymalnej ze względu na

przyjęte kryteria, jakości technologicznej³ wyrobu.

Spośród dużej liczby znanych obecnie sposobów nagniatania [10] największe, potencjalne możliwości sterowania jakością technologiczną wyrobu posiadają te sposoby, w których przedmiot dodatkowo podgrzewa się za pomocą energii doprowadzonej z zewnątrz. Podgrzewanie przedmiotu może być realizowane przed lub w trakcie nagniatania, za pomocą płomienia acetylenowo-tlenowego [1], indukcyjnie [1] lub za pomocą prądu elektrycznego, przepływającego przez obszary kontaktu elementu nagniatanego z nierównościami przedmiotu [2, 10]. Sposób nagniatania tocznego z prądem⁴ jest bardzo wygodny do stosowania w praktyce.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie procedur optymalizacji stosowanych w technologii maszyn oraz niektórych problemów i przykładów optymalizacji procesu nagniatania. Rozważono tutaj głównie sposób statycznego nagniatania tocznego z prądem, który można traktować jako przypadek ogólny statycznych sposobów nagniatania.

Sformułowano następujące tezy:

1. Dla przypadków, gdy model matematyczny analizowanego obiektu /w tym przypadku proces technologiczny obróbki części/ jest równaniem regresji otrzymanym w wyniku badań eksperymentalnych, wystarczy stosować proste metody optymalizacji.
2. W pewnych przypadkach optymalizacja wielokryterialna może być zastąpiona jednokryterialną, gdyż w wyniku fizycznej analizy kryteriów można wykazać, że kryteria te nie zawsze są konfliktowe.

2. Kształtowanie jakości technologicznej i użytkowej w procesie nagniatania

Pomiędzy procesem nagniatania i stanem przedmiotu po obróbce poprzedzającej a jakością technologiczną wyrobu istnieją określone związki przyczynowe Φ_1 . Związki te są wynikiem wielu zjawisk zachodzących zarówno w obszarach kontaktu elementu nagniatanego z nierównościami przedmiotu /poślizgi, pole temperatury, stan nacisków, stan jednostkowych sił tarcia/ jak

i w strefach odkształceń plastycznych nierówności /stan odkształcenia, stan prędkości odkształcenia, pola temperatur i rozkład itd./. Podobnie między jakością technologiczną a jakością użytkową⁵ wyrobu istnieją określone związki Φ_2 . Znając zależności Φ_1 można tworzyć dyrektywy $F(\Phi_1)$ określające stan przedmiotu po obróbce poprzedzającej nagniatanie i sposób realizacji procesu nagniatania, aby zapewniał optymalną jakość technologiczną wyrobu. Znając dodatkowo zależności Φ_2 można tworzyć dyrektywy $F(\Phi_1, \Phi_2)$, określające stan przedmiotu po obróbce poprzedzającej nagniatanie i sposób realizacji procesu nagniatania, aby zapewniał jakość technologiczną wyrobu, optymalną ze względu na wybrane własności użytkowe. Mamy tutaj zatem do czynienia z wariantowością procedury optymalizacyjnej.

Stan przedmiotu po obróbce poprzedzającej ze względu na wymaganą jakość wyrobu można określić w oparciu o zależności podane np. w pracach [3, 4] i dalej traktować go jako wielkość stałą. Natomiast w celu określenia optymalnych warunków realizacji procesu nagniatania, ze względu na przyjęte funkcje-kryteria optymalizacji i warunki ograniczające, stosuje się znane w technologii maszyn procedury optymalizacyjne, zwane procedurami KRUP0 [9].

3. Procedury optymalizacji KRUP0

Postać procedury optymalizacji KRUP0 zależy od tego czy model matematyczny nagniatania /funkcja obiektu badań/ F , funkcja - kryterium K i warunki ograniczające W są znane czy nieznane. Czynniki te określają pięć możliwych procedur optymalizacji, które przedstawione są w tabelicy 1. W tabelicy tej, w zależności od wielkości znanych oznaczonych symbolem "+" i nieznanymi "-" podano również zalecane rodzaje badań optymalizacyjnych oraz możliwości określenia stanu optymalnego badań dla każdej z procedur. Dokładny opis poszczególnych procedur optymalizacji zawiera monografia [9].

W oparciu o procedury KRUP0 opracować można ogólny algorytm optymalizacji procesu technologicznego, a więc i procesu nagniatania. Algorytm ten jest następujący:

- 1/ Analiza czynnikowa procesu technologicznego,
- 2/ Optymalizacyjne badania doświadczalne,
- 3/ Ustalenie funkcji - kryteriów optymalizacji,
- 4/ Optymalizacyjne badania analityczne.

Oczywiście dla konkretnej procedury optymalizacji niektóre punkty powyższego algorytmu mogą być pominięte. Rozpatrzmy obecnie poszczególne punkty powyższego algorytmu.

Tablica 1. Procedury optymalizacyjne KRUPPO [9]

Table 1. KRUP optimization procedures [9]

		Procedura optymalizacyjna				
		K	E	U	P	O
Funkcja obiektu	F	+	-	+	-	+
Funkcja kryterium	K	+	+	+	+	-
warunki ograniczające	W	+	+	-	-	+
Rodzaj badań optymalizacyjnych		OBA	OBD OBA	OBA	OBD OBA	-
Stan optymalny		a		b		c

Oznaczenia:

- OBD - optymalizacyjne badania doświadczalne
- OBA - optymalizacyjne badania analityczne
- a - możliwy do określenia
- b - możliwy do określenia bez pełnej przydatności wdrożeniowej
- c - niemożliwy do określenia

3.1. Analiza czynnikowa

Analizę czynnikową prowadzi się w trzech etapach. W etapie pierwszym ustala się kompletny zbiór czynników niezależnych /wejściowych/ oraz zbiór czynników zależnych, stanowiących wyjście z operacji. Zbiór czynników zależnych oznaczymy również symbolami: $Z = \{z_1, \dots, z_2\}$.

W etapie drugim dokonuje się podziału czynników stanowiących wejście do badanego obiektu na następujące grupy:

- a/ czynniki badane, które są od siebie niezależne. Czynniki te w istotny sposób wpływają na czynniki wyjściowe Z, a ich regulacja w trakcie trwania procesu technologicznego nie stanowi problemu. Najczęściej są to parametry technologiczne procesu. Zbiór ten oznaczymy symbolami: $X = \{x_1, \dots, x_S, \dots, x_S\}$
- b/ czynniki stałe, stanowiące tzw. niezmiennicze warunki badań. Wartości tych czynników ustala się w trakcie badań na pewnych wybranych poziomach. Zbiór tych czynników oznaczymy umownie symbolami: $C = \{c_1, \dots, c_C\}$.
- c/ czynniki zakłócające, które mogą być mierzalne lecz niesterowalne lub niemierzalne i niesterowalne, a ich wpływ na badany proces przy przypadkowy. Zbiór tych czynników oznaczymy: $H = \{h_1, \dots, h_H\}$.

Poszczególne zbiory czynników, dla rozważanego tutaj procesu nagniatania, mają postać:

- A. Zbiór $X = \{x_1, \dots, x_S\}$, $S = 3$ lub $S = 4$.

Zbiór czynników badanych zależy od odmiany nagniatania /z prądem, bez prądu/ oraz od sposobu docisku elementu nagniatającego do przedmiotu. W przypadku nagniatania tocznego z prądem, z elastycznym dociskiem elementów nagniatających mamy:

- $x_1 = F_z$ - główna siła nagniatania [N],
- $x_2 = p$ - posuw nagniatania [mm/obr],
- $x_3 = v$ - prędkość nagniatania [m/s],
- $x_4 = I$ - natężenie prądu elektrycznego [A],

natomiast w przypadku, gdy docisk elementów nagniatających jest sztywny, wówczas główna siła nagniatania nie jest parametrem technologicznym procesu, lecz wielkością wynikową. Parametrem sterowalnym jest głębokość /woisk/ nagniatania. Wówczas $x_1 = g$, mm. Pozostałe parametry zbioru X nie ulegają zmianie.

W przypadku nagniatania bez prądu / $x_4 = I = 0$ / zbiór X składa się z trzech parametrów odpowiednio $X = \{F_z, p, v\}$ lub $X = \{g, p, v\}$.

Przedziały zmienności powyższych czynników i istotność ich wpływu na output wynikowy określa się w badaniach wstępnych

/pkt. 3.2/.

B. Zbiór $C = \{c_1, \dots, c_{16}\}$

W zbiorze tym wyróżniono następujące podzbiory:

- 1/ podzbiór parametrów związanych z warunkami obróbki,
- 2/ podzbiór parametrów związanych z obrabianym przedmiotem,
- 3/ podzbiór parametrów towarzyszących procesowi obróbki.

Dalej ograniczmy się podania jedynie najważniejszych parametrów powyższych podzbiorów.

Na podzbiór parametrów związanych z warunkami obróbki składają się:

a/ parametry związane z elementem nagniatającym:

- c_1 - parametry geometryczne elementu nagniatającego,
- c_2 - rodzaj materiału i jego historia,
- c_3 - stan powierzchni i stan strefy warstwy wierzchniej,
- c_4 - dokładność wymiarowo-kształtowa.

b/ parametry związane ze stanowiskiem obróbkowym:

- c_5 - geometryczna i kinematyczna charakterystyka obrabiarki,
- c_6 - statyczna i dynamiczna charakterystyka układu opn,

c/ początkowe ustawienie elementu nagniatającego względem skrajnej nierówności / c_7 /,

d/ rodzaj czynnika chłodząco-smarującego i natężenie jego przepływu / c_8 /,

e/ ilość elementów nagniatających i ilość przejść / c_9 /,

f/ napięcie prądu roboczego / c_{10} /,

Podzbiór parametrów związanych z obrabianym przedmiotem obejmuje:

- c_{11} - stan powierzchni i stan stref WW po obróbce poprzedzającej,
- c_{12} - dokładność wymiarowo-kształtowa po obróbce poprzedzającej,
- c_{13} - typ części /wałek, tuleja, płaszczyzna/ i jej wymiary,
- c_{14} - rodzaj materiału i jego historia,

Podzbiór parametrów towarzyszących procesowi obróbki to:

- c_{15} - czynnik ludzki,
- c_{16} - warunki otoczenia.

C. Zbiór $Z = \{z_1, \dots, z_{23}\}$

Zbiorem czynników wynikowych może być zbiór wielkości określających jakość technologiczną lub jakość użytkową wyrobu.

Na jakość technologiczną wyrobu składa się podzbiór parametrów związanych ze stanem WW i podzbiór parametrów związanych z dokładnością wymiarowo-kształtową. Podzbiór parametrów stanu WW obejmuje:

- z_1 - obropowatość i falistość,
- z_2 - rodzaj struktury powierzchni,
- z_3 - profil powierzchni,
- z_4 - powierzchniowy i liniowy udział nośny,
- z_5 - naprężenia własne, pierwszego i drugiego rodzaju w strefach podpowierzchniowych,
- z_6 - mikro- i makrotwardość materiału stref podpowierzchniowych,
- z_7 - strukturę materiału stref,
- z_8 - fragmentację kryształów materiału stref,
- z_9 - teksturę kryształów materiału stref,
- z_{10} - właściwości chemiczne materiału stref,
- z_{11} - stan energetyczny powierzchni,
- z_{12} - wady materiału stref,
- z_{13} - grubość WW.

Podzbiór parametrów dokładności wymiarowo-kształtowej jest następujący:

- z_{14} - zmiana średnicy /część obrotowa/ lub grubości /część płaska/,
- z_{15} - tolerancja wymiarów,
- z_{16} - odchyłki okrągłości,
- z_{17} - odchyłki walcowości.

Zbiór parametrów własności użytkowych warstwy wierzchniej obejmuje te parametry, które charakteryzują odporność WW na działanie określonych czynników wymuszających i może obejmować:

- z_{18} - wytrzymałość zmęczeniową objętościową i powierzchniową,
- z_{19} - odporność na zużycie ścierne,
- z_{20} - odporność na zużycie korozyjne,
- z_{21} - odporność na zużycie doraźne,
- z_{22} - odporność na zacieranie,
- z_{23} - współczynnik tarcia,

D. Zbiór $H : \{h_1, \dots, h_5\}$

Zbiór czynników zakłócających stanowią:

- h_1 - losowe fluktuacje nastawionych parametrów obróbki,
- h_2 - niedokładność mocowania przedmiotu,
- h_3 - niekontrolowana zmiana wymiarów przedmiotu,
- h_4 - niejednorodność własności materiału przedmiotu i niejednorodność struktury geometrycznej powierzchni przedmiotu po obróbce poprzedzającej,
- h_5 - niekontrolowane zużycie elementów nagniatających i niedokładności ich wykonania.

Trzecim etapem analizy czynnikowej [9] jest przyjęcie koncepcji modelu matematycznego opisującego proces nagniatania. W zależności od sposobu jego uzyskania rozróżnia się modele fizyczne i empiryczne /indukcyjne/. Modele fizyczne wyprawa się w sparcie o analizę ilościową wszystkich zjawisk towarzyszących procesowi nagniatania. W efekcie otrzymuje się zdeterminowane zależności czynników wynikowych Z od czynników wejściowych, najczęściej w postaci uwikłanej:

$$F(X, Z, C, H) = 0 \quad (1)$$

Przykłady takich zależności zawiera między innymi praca [5]. Zależności te są stosunkowo złożone, a w celu określenia wartości zmiennej wynikowej należy rozwiązać układ kilkudziesięciu równań, wykorzystując metody numeryczne. Najczęściej proces nagniatania opisuje się za pomocą modelu indukcyjnego. Przyjmuje się, że nagniatanie jest stacjonarnym procesem stochastycznym. Wówczas zmienna wynikowa jest zmienną losową zależną jedynie od czynników X . Takie podejście jest bardzo wygodne do stosowania w praktyce, gdyż wymaga jedynie zbadania korelacji pomiędzy czynnikami Z i X , bez znajomości pełnego mechanizmu procesu. Postać modelu matematycznego procesu nagniatania dobiera się przy tym tak, aby uzyskać najdokładniejsze przybliżenie wyników pomiarów. Uwzględniając powyższe założenia, tj. $C = \text{const.}$ i $H \approx \text{const.}$, ogólną koncepcję modelu matematycznego zapiszemy w postaci:

$$F(X, Z) \Big|_{\substack{C = \text{const.} \\ H \approx \text{const.}}} = 0 \quad (2)$$

W zapisie macierzowym równanie (2) ma postać [2, 7]:

$$\hat{\bar{z}} = b \bar{x} \quad (3)$$

gdzie:

$\hat{\bar{z}}$ - wektor wartości funkcji regresji /modelu matematycznego/. Znak "-" umieszczony nad symbolem oznacza wartość średnią, natomiast znak "^" wartość aproksymowaną,

$$\hat{\bar{z}} = [\hat{\bar{z}}_1, \hat{\bar{z}}_2, \dots, \hat{\bar{z}}_N]^T$$

b - wektor zmiennych współczynników funkcji regresji

$$b = [b_0, b_1, \dots, b_k]$$

\bar{x} - elementy wektora wejść,

$$\bar{x} = [\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k]^T$$

Zakładając częściową znajomość charakterystyki obiektu, polegającą na zmienności elementów wektora wejść, dla $k = 0, 1, 2$ i 3 , o postaciach [2]:

$$\bar{x}_0 = 1, \bar{x}_1 = \bar{x}_S, \bar{x}_2 = \bar{x}_S^2, \bar{x}_3 = \bar{x}_i \bar{x}_j, \text{ gdzie } i, j, s = 1, \dots, S, \text{ lecz } i < j \quad (4)$$

otrzymano model matematyczny procesu nagniatania jako wielomian drugiego stopnia z podwójnymi interakcjami, postaci:

$$\hat{\bar{z}} = b_0 + \sum_{s=1}^S b_s \bar{x}_s + \sum_{s=1}^S b_{ss} \bar{x}_s^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^S b_{ij} \bar{x}_i \bar{x}_j \quad (5)$$

Dla uproszczenia postępowania przy obliczeniach szukanych współczynników, dokonano standaryzacji zmiennych wejściowych. Początek nowego układu współrzędnych przeniesiono do punktu centralnego $\bar{x}_1^0, \bar{x}_2^0, \bar{x}_3^0$ i \bar{x}_4^0 w otoczeniu którego dokonywany będzie eksperyment. Standaryzację tę dokonano zgodnie z zależnością [7]:

$$\bar{t}_s = \frac{\bar{x}_s - \bar{x}_s^0}{\Delta \bar{x}_s}, \quad s = 1, \dots, S$$

gdzie:

- \bar{t}_s - zakodowana wartość czynnika badanego,
- \bar{x}_s - wartość czynnika w jego naturalnych jednostkach,
- \bar{x}_s^0 - wartość czynnika odpowiadająca podstawowemu centralnemu poziomowi w jednostkach naturalnych,
- $\Delta \bar{x}_s$ - wartość bezwzględna kroku wzdłuż osi x_s w skali naturalnej.

Równanie (5) przyjmuje wówczas postać:

$$\hat{z} = k_0 + \sum_{s=1}^S k_s \bar{t}_s + \sum_{s=1}^S k_{ss} \bar{t}_s^2 + \sum_{\substack{ij=1 \\ i < j}}^S k_{ij} \bar{t}_i \bar{t}_j \quad (7)$$

lub w zapisie macierzowym

$$\hat{z} = k \bar{t} \quad (8)$$

Model ten przyjęto do opisu procesu nagniatania tj. wpływu parametrów technologicznych na czynniki wynikowe. Oczywiście dla nagniatania z prądem $S = 4$, zaś bez prądu $S = 3$.

3.2. Optymalizacyjne badania doświadczalne

Optymalizacyjne badania doświadczalne prowadzi się w celu weryfikacji fizykalnego modelu matematycznego procesu nagniatania postaci (1) lub identyfikacji modelu indukcyjnego postaci (7). W drugim przypadku badania realizuje się w dwóch etapach:

a/ badania wstępne /rozpoznawcze/, mające na celu:

- ustalenie przedziału zmienności czynników zbioru X, postaci:

$$x_{sd} \leq x_s \leq x_{sg} \quad (9)$$

gdzie x_{sd} , x_{sg} odpowiednio dolna i górna wartość czynnika badanego. Przedziały te często stanowią więzy słabe.

- ustalenie istotności wpływu czynników X na czynnik Z, w ustalonych wyżej przedziałach zmienności /obszarze ste-

rowań/. Badania te wykonuje się jako planowane w oparciu o teorię planowania eksperymentu. Najbardziej przydatne są programy randomizowane [2, 9].

b/ badania właściwe, mające na celu ustalenie wartości współczynników w modelu (7). Realizacja badań właściwych wiąże się nierozdzielnie z ich programowaniem, a następnie analizą otrzymanych wyników, obejmującą zastosowanie statystyki matematycznej do testowania hipotez statystycznych oraz analizę regresji [7, 9].

Wybór odpowiedniego programu badań zależy od charakterystyki badanego procesu oraz od przyjętej postaci modelu matematycznego. Do programowania badań właściwych procesu nagniatania najbardziej przydatne są plany rotalne [7]. Macierz T tego planu przedstawia tablica 2.

Tablica 2 Macierz T planu rotalnego [7].

Table 2. Matrix T of the rotatable design [7].

	0	1	...	S	11	...	SS	12	...	(S-1)S	
T =	+1	-1	...	-1	+1	...	+1	+1	...	+1	
	+1	+1	...	-1	+1	...	+1	-1	...	+1	
	+1	+1	...	-1	+1	...	+1	+1	...	+1	
	+1	+1	...	-1	+1	...	+1	+1	...	-1	
	+1	+1	...	-1	+1	...	+1	-1	...	-1	
	+1	-1	...	+1	+1	...	+1	-1	...	-1	
	+1	-1	...	-1	+1	...	+1	+1	...	-1	

	+1	+1	...	+1	+1	...	+1	+1	...	-1	
	+1	-1	...	+1	+1	...	+1	-1	...	+1	
	+1	+1	...	+1	+1	...	+1	+1	...	+1	
	
	+1	- α	...	0	α^2	...	0	0	...	0	
	+1	+ α	...	0	α^2	...	0	0	...	0	
	+1	0	...	0	0	...	0	0	...	0	
.....		
+1	0	...	0	0	...	0	0	...	0		
+1	0	...	- α	0	...	α^2	0	...	0		
+1	0	...	+ α	0	...	α^2	0	...	0		
.....		
0	0	...	0	0	...	0	0	...	0		
.....		
0	0	...	0	0	...	0	0	...	0		

$N_S = 2^S$

$N_\alpha = 2S$

N_0

Liczba N_s pomiarów w "jądrze" programu, liczba N_α pomiarów w "punktach gwiazdnych", liczba N_o pomiarów w "centrum" programu i wartość ramienia gwiazdowego α zależą od liczby S czynników badanych. Dla $S = 3$ mamy $N_s = 8$, $N_o = 6$, $N_\alpha = 6$ i $\alpha = 1,682$, natomiast dla $S = 4$: $N_s = 16$, $N_o = 7$, $N_\alpha = 8$ i $\alpha = 2$. Zatem liczba N punktów planu wynosi odpowiednio $N = 20$ i $N = 31$. Całkowita liczba n pomiarów zależy od ilości r powtórzeń w poszczególnych punktach planu /tzw. pomiary paralelne/ i wynosi $n = Nr$. Najczęściej przyjmuje się $r \geq 3$.

Analiza wyników badań obejmuje :

- 1/ obliczenie współczynników k w funkcji regresji. W tym celu należy:
 - a/ przeprowadzić eliminację wyników pomiarów obciążonych błędem grubym. Najczęściej ze względu na nieznaną rozkładu zmiennej wynikowej, weryfikuje się hipotezy K^+ i K^- za pomocą statystyk odpowiednio B_6^+ i B_6^- [11].
 - b/ sprawdzić jednorodność wariancji dla poszczególnych punktów badań. Przy jednakowej liczbie pomiarów paralelnych stosuje się test Cochrańa, postaci:

$$G = \frac{s_i^2 \max}{\sum_{i=1}^2 s_i^2}, \quad s_i^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{j=1}^r (z_{ij} - \bar{z}_i)^2 \quad (10)$$

gdzie s_i^2 jest wariancją otrzymanych wyników dla poszczególnych prób, natomiast $s_i^2 \max$ jest maksymalną wariancją ze zbioru wszystkich wariancji.

- c/ obliczyć współczynniki k w równaniu regresji (7). Wychodząc z zasady najmniejszej sumy kwadratów błędów otrzymuje się następujący wzór na wektor nieznanych współczynników:

$$K = (T^T T)^{-1} T^T \bar{z} \quad (11)$$

gdzie $(T^T T)^{-1}$ jest macierzą kowariancji /tablica 3/, zaś \bar{z} jest wektorem średnich wyników pomiarów w poszczególnych punktach planu T . Wektor \bar{z} ma postać:

$$\bar{z} = \bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_N, \text{ gdzie } \bar{z}_i = \frac{1}{r} \sum z_{ij}$$

Tablica 3. Macierz kowariancji [7].
Table 3. Covariance matrix [7].

$$(T^T T)^{-1} = \begin{bmatrix} A & 0 & \dots & 0 & B & \dots & B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (N\lambda_2)^{-1} & & & & & & & & 0 \\ \vdots & & \ddots & & & & & & & \\ 0 & 0 & & (N\lambda_2)^{-1} & & & & & & \\ B & & & & D & C & \dots & C & & 0 \\ \vdots & & & & C & & D & & & \\ B & & & & C & & C & D & & \\ 0 & & & & & & & & (N\lambda_4)^{-1} & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \ddots \\ 0 & & & & & & & & 0 & (N\lambda_4)^{-1} \end{bmatrix}$$

W tablicy 3 oznaczono:

$$A = 2(S+2)\lambda_4^2, \quad B = -2\lambda_2\lambda_4L$$

$$D = (S+1)\lambda_4 - (S-1)\lambda_2^2L,$$

$$L = \left\{ 2N\lambda_4[(S+2)\lambda_4 - S\lambda_2^2] \right\}^{-1}$$

$$\lambda_2 = (2S+2)\sqrt{2S}N^{-1}, \quad \lambda_4 = 2^S N^{-1}, \quad N = 2^S + 2S + N_0$$

d/ sprawdzić istotność każdego współczynnika w funkcji regresji (7) za pomocą testu t-Studenta. Jeżeli wpływ danego współczynnika jest nieistotny, wówczas zawierający go składnik można pominąć, upraszczając postać funkcji regresji.

(12)

- 2/ Ustalenie postaci funkcji regresji (7). Po obliczeniu wartości współczynników i po ewentualnym odrzuceniu współczynników nieistotnych otrzymuje się ostateczną postać funkcji regresji.
- 3/ Ustalenie stopnia dopasowania otrzymanej funkcji do wyników pomiarów /objektu rzeczywistego/. Miarą stopnia dopasowania opracowanego modelu matematycznego do wyników eksperymentu jest współczynnik $R_{ZZ}^{\hat{a}}$ korelacji wielowymiarowej, postaci:

$$R_{ZZ}^{\hat{a}} = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^N (z_i - \hat{z}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2}}, \quad \text{gdzie} \quad \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i \quad (13)$$

Badanie istotności współczynnika $R_{ZZ}^{\hat{a}}$ polega na sprawdzeniu hipotezy o prawdziwych współczynnikach funkcji regresji. Hipotezę tę sprawdza się wykorzystując test F-Snedecora, oparty na analizie wariancji w równaniu regresji, postaci:

$$F_1 = \frac{N-m}{m-1} \cdot \frac{\frac{2}{R_{ZZ}^{\hat{a}}}}{1 - R_{ZZ}^{\hat{a}}} \quad (14)$$

gdzie m jest liczbą wyrazów równania regresji, łącznie z wyrazem wolnym. Jeżeli $F_1 \geq F_{kr}$, gdzie F_{kr} jest wartością krytyczną testu dla poziomu istotności α i stopni swobody $m-1$ i $N-m$, następuje odrzucenie hipotezy o nieistotności współczynników funkcji regresji.

- 4/ Ustalenie adekwatności modelu. Adekwatność modelu matematycznego do obiektu sprawdza się testem F-Fischera, stosunku wariancji adekwatności do wariancji charakteryzującej błąd doświadczenia. Hipotezę tę sprawdza się za pomocą stosunku:

$$F_2 = \frac{S_{LF}}{f_{LF}} \cdot \left(\frac{S_E}{f_E} \right)^{-1} \quad (15)$$

gdzie:

$$S_{LF} = S_R - S_E$$

$$S_R = \sum_{i=1}^N (\bar{z}_i - \bar{z}_1)^2$$

$$S_E = \sum_{u=1}^{N_0} (\bar{z}_{0u} - \bar{z}_0)^2$$

dla liczby swobody $f_E = f_1 = N_0 - 1$ i $f_{LF} = f_2 = N - m - N_0 - 1$.
Przy $F_2 < F_{kr}(\alpha; f_1; f_2)$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o adekwatności funkcji regresji.

5/ Określenie przedziału ufności funkcji regresji. Przedział ten zależy od wartości wejścia i wynosi:

$$\hat{z} \pm t_{kr} s(\hat{z})$$

(16)

gdzie:

t_{kr} - wartość odczytana z tablic statystycznych rozkładu t - Studenta dla poziomu istotności i stopni swobody $f = N - m$,
 $s^2(\hat{z})$ - wariancja prognozowanej wartości funkcji regresji.

Wariancję zapowiadanej wartości funkcji regresji można określić na podstawie wzoru (7) za pomocą prawa skumulowanych błędów. Wariancja ta słuszna tylko dla planu rotalnego, wynosi:

$$s^2(\hat{z}) = \frac{s^2(\bar{z})}{n} \left[(c-d) \sum_{s=1}^S t_s^4 + (\lambda_4^{-1} - 2d) \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^S t_i^2 t_j^2 + (\lambda_2^{-1} - 2b) \sum_{s=1}^S t_s^2 + a \right] \quad (17)$$

gdzie $s^2(\bar{z})$ jest wariancją uogólnioną wariancji odpowiadających poszczególnym punktom planu, określona wzorem:

$$s^2(\bar{z}) = \frac{\sum_{i=1}^N (r-1) s_i^2(\bar{z})}{N(r-1)}$$

(18)

Współczynniki a, b, c i d mają następującą postać:

$$\left. \begin{aligned} a &= \left[(S+2)\lambda_2^2 \right] \left[(S+2)\lambda_4 - S\lambda_2^2 \right]^{-1}, & b &= \lambda_2 \left[(S+2)\lambda_4 - S\lambda_2^2 \right]^{-1} \\ c &= 0,5\lambda_4^{-1}, & d &= (\lambda_4 - \lambda_2^2) \cdot \left\{ 2\lambda_4 \left[(S+2)\lambda_4 - S\lambda_2^2 \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Dla $S = 4$ otrzymamy:

$$s(\hat{z}) = \sqrt{\frac{s^2(\bar{z})}{Nr} \left[1,084 \sum_{s=1}^4 \bar{t}_s^4 + 2,168 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^4 \bar{t}_i^2 \bar{t}_j^2 - 0,9223 \sum_{s=1}^4 \bar{t}_s^2 + 4,4286 \right]} \quad (20)$$

3.3. Funkcje - kryterium optymalizacji i warunki ograniczające

Podczas optymalizacji procesu nagniatania możemy mieć do czynienia z różnymi funkcjami-kryterium optymalizacji i różnymi warunkami ograniczającymi. Najczęściej stosuje się tylko jedno kryterium, którym jest wydajność lub koszt obróbki. Wówczas jakość wyrobu stanowi warunki ograniczające. Funkcją - kryterium może być również określona własność warstwy wierzchniej, wówczas pozostałe własności tej warstwy oraz wydajność nagniatania lub jego koszt mogą stanowić warunki ograniczające. Zdarza się również, że stosuje się kilka funkcji-kryterium optymalizacji. Mamy zatem w tym przypadku do czynienia z optymalizacją wielokryterialną procesu nagniatania. Rozwiązaniem problemu jest pewien zbiór kompromisów, a wybór najkorzystniejszego wymaga decyzji subiektywnej.

Warunkami ograniczającymi mogą być więzy słabe, określające zakres zmienności czynników badanych postaci (9) lub czynników wynikowych w postaci:

$$z_{id} \leq z_i \leq z_{ig} \quad (21)$$

gdzie z_{id} i z_{ig} odpowiednio dolna i górna wartość czynnika wynikowego. Warunkami ograniczającymi mogą być również więzy moc-

ne będące bądź pewnymi funkcjami czynników badanych i czynników wynikowych:

$$W_j(Z, X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots \quad (22)$$

lub tylko czynników badanych

$$W_j(X) = 0 \quad (23)$$

Więzy mocne mogą także stanowić nierówności, odpowiednio

$$W_j(Z, X) \geq 0 \quad \text{lub} \quad W_j(X) \geq 0 \quad (24)$$

3.4. Optymalizacyjne badania analityczne

Po określeniu postaci modelu matematycznego procesu nagniatania oraz znając funkcję-kryterium i warunki ograniczające można przystąpić do optymalizacyjnych badań analitycznych tj. analitycznego określenia optymalnego stanu obiektu badań. Spośród dużej liczby znanych obecnie metod optymalizacji /polioptymalizacji/ do powyższego celu wystarczy stosować metody proste. Do najważniejszych należą:

- 1/ Rachunek różniczkowy określania ekstremum,
- 2/ Metoda mnożników Lagrange'a,
- 3/ Programowanie matematyczne, a zwłaszcza:
 - a/ metoda systematycznego poszukiwania,
 - b/ metoda poszukiwania losowego tzw. metoda Monte Carlo,
 - c/ metoda gradientowa,
- 4/ Programowanie nieliniowe. Ze względu na nieliniowość modelu nagniatania nie stosuje się programowania liniowego.
- 5/ Teoria gier.
- 6/ Metoda graficzna.

O wyborze odpowiedniej metody decyduje postać modelu matematycznego nagniatania, rodzaj funkcji kryterium oraz postać warunków ograniczających.

Rachunek różniczkowy określania ekstremum można stosować wówczas, gdy dla przyjętych K i W funkcja F posiada wypukłość /wklęsłość/. Zdarza się jednak, że badana funkcja osiąga wartości ekstremalne na krańcach przedziału a ekstremum globalne

ne leży poza przedziałem lub też w badanym przedziale istnieje jedynie punkt siodłowy, co można stwierdzić badając warunek wystarczający istnienia ekstremum. Wówczas stosowanie rachunku różniczkowego jest nieprzydatne, natomiast stosować można jedną z metod programowania matematycznego np. metodę systematycznego poszukiwania lub metodę graficzną.

Metodę mnożników Lagrange'a wykorzystuje się do analitycznego określenia ekstremum funkcji zastępczej utworzonej na bazie kilku funkcji kryterium lub do określenia ekstremum warunkowej funkcji zastępczej utworzonej z funkcji-kryterium i warunków ograniczających.

Przykłady zastosowania powyższych metod do rozwiązywania szczególnych przypadków optymalizacji procesu nagniatania podano w dalszej części artykułu.

4. Przykłady optymalizacji procesu nagniatania

Przykład 1. Obiektem badań optymalizacyjnych jest nagniatanie toczne z prądem z elastycznym dociskiem krążka do przedmiotu. Przedmiotem badań jest część walcowa, która po obróbce nagniataniem powinna posiadać wymiar $\phi 30 \times 7$, a w czasie eksploatacji obciążana będzie zmęczeniowo. W celu zapewnienia odpowiedniej wytrzymałości zmęczeniowej należy w warstwie wierzchniej części wytworzyć ściskające naprężenia wynikowe o maksymalnej wartości i jednocześnie uzyskać powierzchnię o minimalnej chropowatości, bez miejscowych karbów będących inicjatorami ziarnów zmęczeniowych. Mamy tutaj zatem do czynienia z optymalizacją dwukryterialną. Warunkami ograniczającymi są więzy słabe - przedziały zmienności czynników badanych. Zgodnie z istniejącymi już podstawami teoretycznymi procesu nagniatania części o chropowatej powierzchni [3, 4, 5] wymagane powyżej własności uzyskuje się jednocześnie, gdy zmiana średnicy Δd wałka w procesie nagniatania będzie maksymalna. Zatem rozważany problem można sprowadzić do optymalizacji jednokryterialnej.

Wobec nieznaności modelu matematycznego badanego obiektu w celu określenia jego stanu optymalnego niezbędne jest stosowanie procedury optymalizacyjnej R /tablica 1/. Zgodnie z wyni

kami analizy czynnikowej /pkt. 3.1./ przyjęto ogólną koncepcję modelu obiektu badań w postaci:

$$\hat{\Delta d} = F(F_z, p, v, I)$$

Nagniatanie prowadzone jest w następujących stałych warunkach:

- obrabiarka: tokarka typ TSS-150, przyrząd trójkąrkowy do nagniatania,
- napięcie prądu roboczego: $U = 2,5 \text{ V}$,
- ciecz chłodząco-smarująca: olej maszynowy 8 - 10 % ACP o natężeniu $q_c = 25 \text{ dm}^3/\text{min}$,
- geometria krążka i jego materiał: średnica $D_o = 54 \text{ mm}$, szerokość części roboczej $h = 3 \text{ mm}$, promień zaokrąglenia zarysu $R = 0,3 \text{ mm}$, kąt pochylenia tworzącej $\alpha_2 = 1^\circ 15'$, stal SW18, HRC = 62.
- materiał obrabiany: stal 55 normalizowana, profil chropowatości zdeterminowany, o średnim odchyleniu profilu od linii średniej równym $R_{at} = 2,6 \mu\text{m}$,
- ilość krążków - trzy, ilość przejść $i = 1$.

W badaniach rozpoznawczych ustalono następujące przedziały zmienności czynników badanych, stanowiących więzy słabe [2]:

$$\left. \begin{array}{l} 193 \leq \bar{F}_z = \bar{x}_1 \leq 2889 \text{ N}, \quad 0,05 \leq \bar{p} = \bar{x}_2 \leq 0,56 \text{ mm/obr} \\ 0,35 \leq \bar{v} = \bar{x}_3 \leq 1,55 \text{ m/s}, \quad 300 \leq \bar{I} = \bar{x}_4 \leq 600 \text{ A} \end{array} \right\} \quad (25)$$

Po zakodowaniu powyższych czynników zgodnie ze wzorem (6) otrzymano:

$$\bar{t}_1 = \frac{\bar{F}_z - 1541}{674}, \quad \bar{t}_2 = \frac{\bar{p} - 0,3}{0,13}, \quad \bar{t}_3 = \frac{\bar{v} - 0,95}{0,3}, \quad \bar{t}_4 = \frac{\bar{I} - 450}{75} \quad (26)$$

Badania właściwe przeprowadzono zgodnie z macierzą planu rotalnego, dla $S = 4$ /tablica 2/. Stosowano pięciokrotną powtarzalność badań dla każdego punktu planu / $r = 5$ /. Otrzymałne wyniki pomiarów poddano analizie zgodnie z metodyką przedstawioną w pkt. 3.2. Ostatecznie otrzymano następującą postać funkcji regresji i jej przedział ufności dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i liczby stopni swobody $N - m = 16$ [2]:

$$\begin{aligned} \hat{\Delta d} &= 27,96 + 1,37\bar{t}_1 - 2,14\bar{t}_2 + 0,79\bar{t}_4 - 1,46\bar{t}_1\bar{t}_2 - 1,76\bar{t}_1^2 - 1,22\bar{t}_2^2 - 1,77\bar{t}_4^2 + \\ &\pm 0,2846 \sqrt{1,084 \sum_{s=1}^4 \bar{t}_s^4 + 2,168 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^4 \bar{t}_i^2 \bar{t}_j^2 - 0,9223 \sum_{s=1}^4 \bar{t}_s^2 + 4,4286} \end{aligned} \quad (27)$$

$-2 \leq \bar{t}_s \leq +2, \quad s=1,2,4.$

W powyższej funkcji regresji uwzględniono jedynie współczynniki istotne. Z postaci tej funkcji wynika, że na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ wpływ prędkości nagniatania, w badanym przedziale jej zmienności, na czynnik $\hat{\Delta d}$ jest nieistotny. Zatem można ją w tym przypadku traktować jako jeden z czynników stałych.

Wartości poszczególnych testów statystycznych i ich wartości krytyczne są następujące: $G = 0,1316$; $G_{kr} = 0,1377$; $t_0 = 48,79$; $t_1 = 4,44$; $t_2 = 6,91$; $t_3 = 0,56$; $t_4 = 2,554$; $t_{12} = 3,8578$; $t_{13} = 0,89$; $t_{14} = 0,099$; $t_{23} = 0,033$; $t_{24} = 2,2422$; $t_{34} = 0,231$; $t_{11} = 6,231$; $t_{22} = 4,311$; $t_{33} = 0,919$; $t_{44} = 6,231$; $t_{kr}(0,05;6) = 2,4469$; $F_1 = 5,46$ dla $R_{\hat{z}\hat{z}} = 0,909$; $F_2 = 3,263$; $F_{1kr}(0,05; 14; 16) = 2,37$; $F_{2kr}(0; 05; 8,6) = 4,58$.

Zadanie optymalizacji zapiszemy następująco:

$$\hat{\Delta d} = \max !$$

przy warunkach ograniczających

$$-2 \leq \bar{t}_s \leq +2, \quad s = 1, 2, 4.$$

W celu określenia stanu optymalnego badanego obiektu zastosowano metodę rachunku różniczkowego. Z punktu koniecznego istnienia ekstremum [8, 9] otrzymano następujący układ równań:

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{\Delta d}}{\partial \bar{t}_1} = 0, \\ \frac{\partial \hat{\Delta d}}{\partial \bar{t}_2} = 0, \\ \frac{\partial \hat{\Delta d}}{\partial \bar{t}_4} = 0, \end{cases} \equiv \begin{cases} 1,73 - 1,46\bar{t}_2 - 3,52\bar{t}_1 = 0 \\ -2,14 - 1,46\bar{t}_1 - 2,44\bar{t}_2 = 0 \\ 0,79 - 3,54\bar{t}_4 = 0 \end{cases} \quad (28)$$

Po rozwiązaniu powyższego układu równań i odkodowaniu zmiennych w oparciu o związki (26) otrzymano następujące wartości parametrów technologicznych:

$$\bar{F}_z = 2208 \text{ N}, \bar{p} = 0,116 \text{ mm/obr}, \bar{I} = 466,5 \text{ A}.$$

Parametry te zapewniają maksymalną zmianę średnicy wałka w operacji nagniatania równą $\hat{\Delta d}_{\max} = 30,3 \mu\text{m}$, a zatem i otrzymanie pożądaných własności warstwy wierzchołkowej. Wartość $\hat{\Delta d}_{\max}$ określa jednocześnie naddatek technologiczny pod nagniatanie i średnicę wałka po obróbce poprzedzającej, która powinna wynosić $\phi 30,030 \text{ h } 7$.

Stałowartościowe zależności zmian średnicy $\hat{\Delta d}$ oraz położenie punktu optymalnego, opracowane na podstawie modelu (27) przedstawia wykres przestrzenny /rys. 1/.

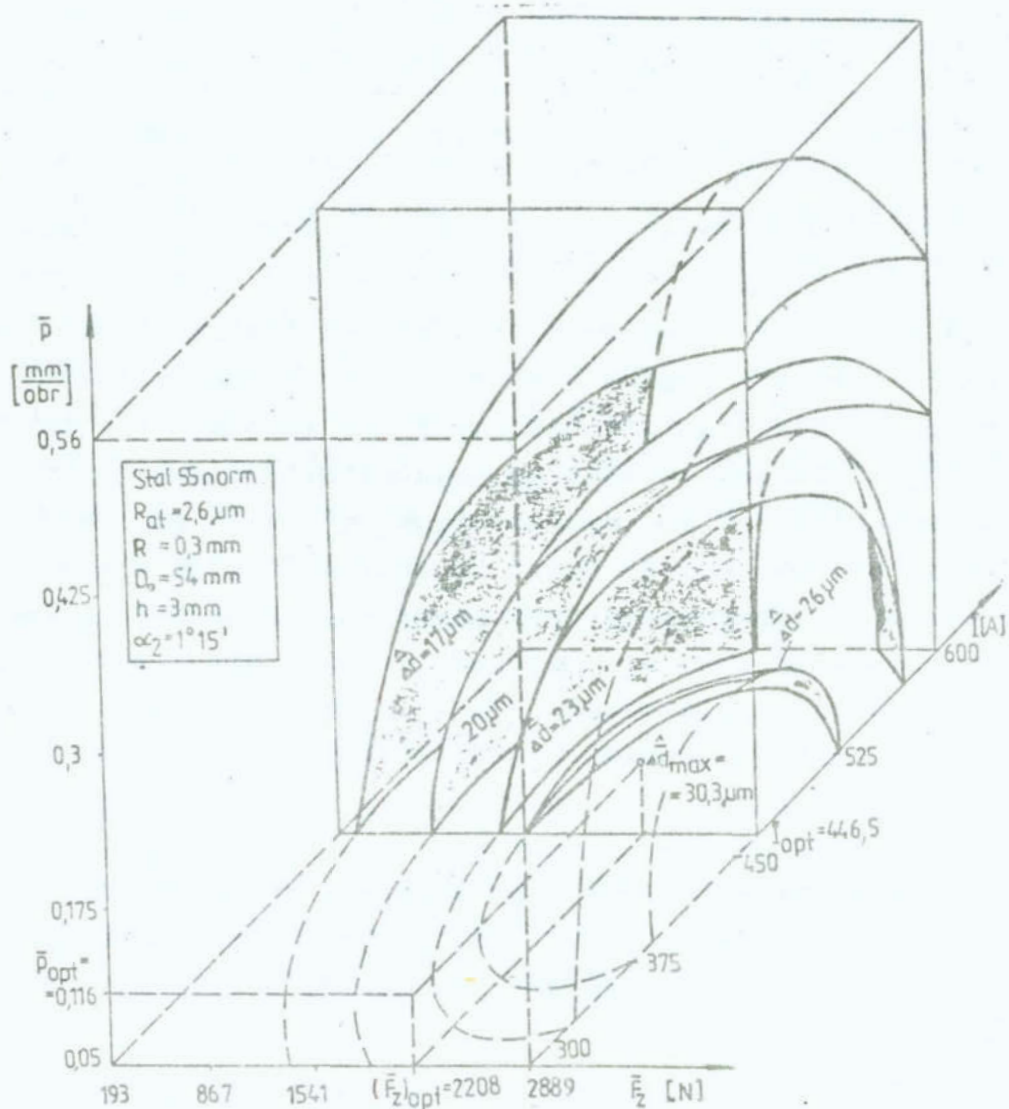
Przykład 2. Obiektem badań optymalizacyjnych jest nagniatanie toczne z prądem z elastycznym dociskiem krążka. Przedmiotem badań są rury cienkościennie ze szwem o wymiarach $\phi 20 \times 1,2$. Efektem obróbki ma być chrupowatość powierzchni, której wysokość powinna wynosić $R_z \in [0,5: 1,6] \mu\text{m}$. Ze względu na koszty obróbki należy dążyć do maksymalizacji wydajności W . Mała sztywność postaciowa rury powoduje, że wartość głównej siły nagniatania musi być mniejsza od siły granicznej F_{gr} przy której następuje zniszczenie /zgniot/ rury [6]. Wartość tej siły jest funkcją posuwu, prędkości nagniatania i natężenia prądu elektrycznego.

Model matematyczny nagniatania jest nieznanym, zatem w celu określenia stanu optymalnego badanego obiektu zastosowano procedurę optymalizacyjną R. Postępując analogicznie jak w przykładzie pierwszym otrzymano następujące równanie regresji na czynnik \hat{R}_z :

$$\begin{aligned} \hat{R}_z = & 1,607 - 0,367\bar{t}_1 + 0,166\bar{t}_2 + 0,014\bar{t}_3 - 0,154\bar{t}_4 - 0,069\bar{t}_1\bar{t}_2 - 0,052\bar{t}_1\bar{t}_3 + 0,196\bar{t}_1\bar{t}_4 + \\ & - 0,076\bar{t}_2\bar{t}_3 - 0,043\bar{t}_2\bar{t}_4 + 0,007\bar{t}_3\bar{t}_4 - 0,026\bar{t}_1^2 + 0,038\bar{t}_2^2 - 0,181\bar{t}_3^2 - 0,152\bar{t}_4^2 + \\ & \pm 0,0243 \sqrt{1,084 \sum_{s=1}^4 \bar{t}_s^4 + 2,168 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^4 \bar{t}_i^2 \bar{t}_j^2 - 0,9223 \sum_{s=1}^4 \bar{t}_s^2} + 4,4286 \end{aligned} \quad (29)$$

$$-2 \leq \bar{t}_s \leq +2, s=1,2,3,4.$$

Wartości krytyczne testów statystycznych są identyczne jak w przykładzie 1, natomiast wartości testów wynoszą: $G=0,1298$, $t_0=14,247$; $t_1=6,026$; $t_2=2,725$; $t_3=0,225$; $t_4=2,534$; $t_{12}=0,929$; $t_{13}=0,695$; $t_{14}=2,62$; $t_{23}=1,01$; $t_{24}=0,578$; $t_{34}=0,092$; $t_{11}=0,46$; $t_{22}=0,688$; $t_{33}=3,234$; $t_{44}=2,732$; $F_1=2,69$ dla $R_{\frac{\Delta}{Z}}=0,838$; $F_2=8,1$.



Rys. 1. Stałowartościowe wykresy zmian średnicy $\hat{\Delta d}$ w zależności od parametrów technologicznych nagniatania: p, I, F_z

Fig. 1. Constant-value diagrams of the diameter changes - $\hat{\Delta d}$ versus technological parameters of the burnishing: p, I and F_z .

Wydajność procesu nagniatania powierzchni walcowych, dla $i = 1$, określa zależność:

$$W = 60 p v d^{-1} \pi^{-1} \quad [\text{mm/obr}] \quad (30)$$

Zależność ta dla zakodowania wartości zmiennych ma postać:

$$W = 60 d^{-1} \pi^{-1} (0,1235 \bar{t}_2 + 0,09 \bar{t}_3 + 0,039 \bar{t}_2 \bar{t}_3 + 0,285) \quad (31)$$

Zadanie optymalizacji sformułujemy teraz następująco:

$W = \max!$

przy warunkach ograniczających - więzach słabych:

$$\left. \begin{array}{l} -2 \leq \bar{t}_s \leq +2, \quad s=1,2,3,4 \\ F_z < F_{gr} = f(p, v, l) \\ 0,5 \leq R_z \leq 1,6 \quad \mu\text{m} \end{array} \right\} \quad (32)$$

Problem ten można rozwiązać stosując metodę systematycznego poszukiwania lub metodą mnożników Lagrange'a. W tym drugim przypadku konieczne jest uzupełnienie funkcji regresji (29) o pozostałe wyrazy, które ze względu na nieistotność współczynników można było pominąć. Zarówno w jednym, jak i w drugim przypadku proces obliczeń jest stosunkowo złożony. Dlatego też wygodniej jest postąpić następująco. Maksymalną wydajność nagniatania zgodnie ze wzorem (31) uzyskuje się, gdy zarówno posuw nagniatania, jak i prędkość nagniatania będą maksymalne. Przy ograniczeniach (32) mamy $\bar{t}_2 = \bar{t}_3 = +2$, zatem $W_{\max} = 0,829 \text{ m/min}$.

Przyjmując wartości $\bar{t}_2 = \bar{t}_3 = +2$ jako stałe, zbiór rozwiązań kompromisowych spełniających ograniczenia (32) wyznaczymy stosując metodę graficzną.

Dla $\bar{t}_2 = \bar{t}_3 = +2$ wartość siły krytycznej zależy jedynie od wartości natężenia prądu elektrycznego, decydującego o wartości oporu plastycznego materiału rury, zgodnie z zależnością:

$$F_{gr}(\bar{I}) = -0,00008 \bar{I}^2 + 0,0485 \bar{I} - 6,64 \quad [\text{N}] \quad (33)$$

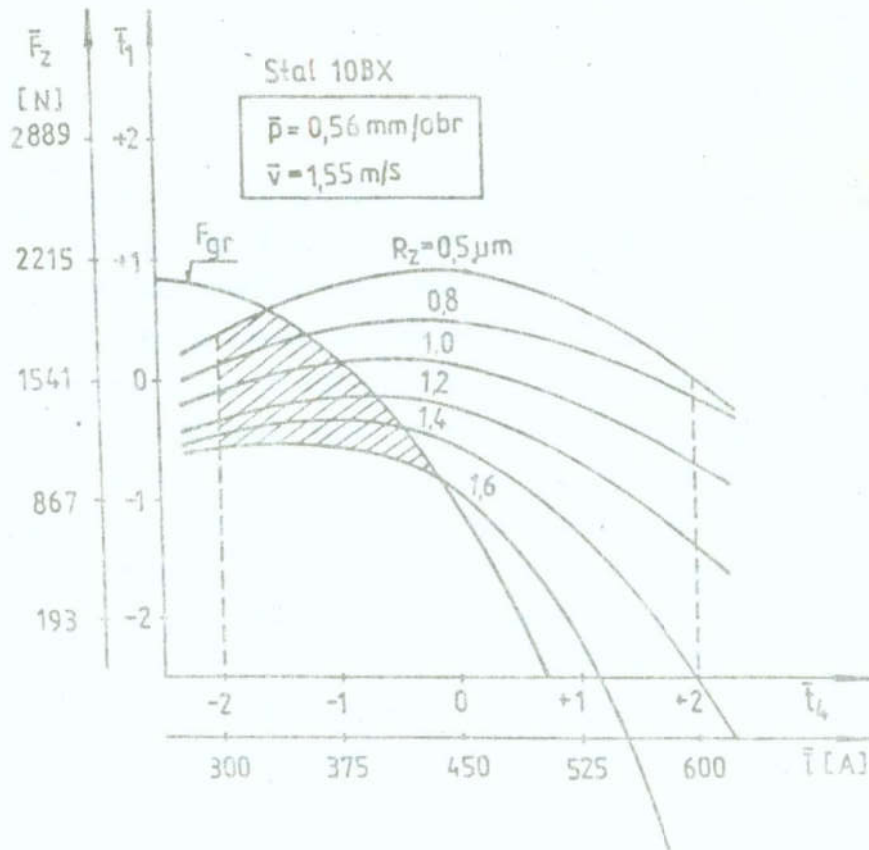
lub po zakodowaniu zmiennych:

$$\bar{F}_{1,gr}(\bar{t}_4) = -0,45\bar{t}_4^2 - 1,76\bar{t}_4 - 1 \quad (34)$$

Dokonując stałowartościowych przekrojów hiperpowierzchni (24) otrzymany szczegółową postać równania regresji:

$$\left. \begin{matrix} \bar{R}_z \\ \bar{t}_2 = \bar{t}_3 = +2 \end{matrix} \right| = 1,091 - 0,609\bar{t}_1 - 0,226\bar{t}_4 + 0,196\bar{t}_1\bar{t}_4 - 0,026\bar{t}_1^2 - 0,152\bar{t}_4^2 \quad (35)$$

Stalowartościowe wykresy chropowatości zmieniającej się w interesującym przedziale, opracowane na podstawie równania (35), przedstawiono na rys. 2.



Rys.2. Zbiór kompromisów w obszarze sterowań /obszar zakreskowany/ opracowany przy zastosowaniu procedury optymalizacji

Fig.2. Set of settlements in the controls area /shaded area/ elaborated using the optimization procedure R.

Zbiór możliwych rozwiązań kompromisowych przy uwzględnieniu ograniczeń (32) i (34) wyznacza obszar zakreskowany /stan optymalny obiektu badań/.

5. Wnioski

Optymalizując proces nagniatania powierzchniowego znajdujemy się najczęściej w sytuacji braku znajomości jego modelu matematycznego. Model ten wyprowadzić można na drodze teoretycznej, w oparciu o pełną analizę mechanizmu procesu nagniatania. Ze względu jednak na jego dużą złożoność wymagane jest wówczas prowadzenie bardzo skomplikowanych obliczeń. Wygodniej jest posłużyć się przedstawioną w niniejszym artykule metodyką określania postaci modelu matematycznego w postaci równania regresji, w oparciu o badania eksperymentalne. Najkorzystniej jest realizować te badania zgodnie z pięciopoziomowymi planami rotacyjnymi.

Spośród wielu możliwych postaci równania regresji np. równanie potęgowe, równanie wykładnicze, wielomiany stopni wyższych niż dwa itd., proces nagniatania powierzchniowego najdokładniej opisują wielomiany. Dla stopnia istotności $\alpha = 0,05$ wystarczy zastosować wielomian drugiego stopnia z podwójnymi interakcjami.

W celu określenia stanu optymalnego procesu nagniatania /opisanego równaniem regresji/, ze względu na przyjęte funkcje-kryteria i warunki ograniczające, wystarczy stosować proste metody optymalizacji. Często tok obliczeń stanu optymalnego można uprościć przez:

- sprowadzenie optymalizacji wielokryterialnej do optymalizacji jednokryterialnej. Uproszczenie takie jest możliwe jedynie wówczas, gdy w wyniku fizycznej analizy kryteriów stwierdzi się, że kryteria te są kooperatywne,
- odpowiednie uproszczenie postaci modelu matematycznego procesu nagniatania, tj. przez przecięcie hiperpowierzchni odpowiedzi odpowiednio dobranymi płaszczyznami stałymi. Położenie tych płaszczyzn określone jest przyjętymi kryteriami optymalizacji i warunkami ograniczającymi.

Przypisy

- 1/ W literaturze spotykane są również synonimy: obróbka dogniataniem, dogniatanie, ogniatanie i rolowanie
- 2/ Element nagniatający jest częścią narzędzia nagniatającego, która kontaktuje się z nierównościami powierzchni
- 3/ Jakość technologiczna jest zbiorem własności wytworzonych w trakcie realizacji procesu technologicznego. Do jakości technologicznej części zalicza się: stan WW, jakość materiału części oraz dokładność wymiarów i kształtów. Stan WW jest zbiorem cech określających nierówności powierzchni WW /chropowatość, falistość, udział nośny/ i stan stref WW /grubość, struktura, tekstura, stan naprężeń, stan utwardzenia, wady/
- 4/ W literaturze spotykane są również synonimy: obróbka elektromechaniczna, nagniatanie z elektrokontaktowym nagrzewaniem, nagniatanie elektrostykowe i nagniatanie z nagrzewaniem prądem.
- 5/ Jakość użytkowa jest zbiorem własności określających przydatność części do współpracy z przeciwpowierzchnią lub ośrodkiem w określonych warunkach eksploatacyjnych.

Literatura

1. Azrin M., Olson G.B., Kula E.B., Marley W.F.: Soviet progress in thermomechanical treatment of metals. J. Applied Metal Working, vol. 1, n^o 2 /1980/ p.5-34
2. Kukielka L.: Wpływ dodatkowego prądu płynącego w układzie OPN na charakterystykę warstwy wierzchniej przedmiotów nagniatanych tocznie. Praca doktorska. Politechnika Poznańska, 1983
3. Kukielka L.: Próba określenia wyjściowego profilu chropowatości pod nagniatanie oraz warunków nagniatania w aspekcie jakości powierzchni i dokładności wymiarowo-kształtowej wyrobu. Zeszyty Naukowe WSInż. Zielona Góra nr 82, s. 29-44, 1987
4. Kukielka L.: Modele matematyczne wyjściowej struktury geometrycznej powierzchni warstwy wierzchniej pod nagniatanie.

Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej /w druku/

5. Kukielka L.: Analiza sił nagniatania rocznego z przepływem prądu przez układ cupn. Zeszyty Naukowe WSInż Koszalin nr 9
6. Kukielka L. i zespół: Opracowanie sposobu i koncepcji urządzenia do obróbki gładkościowej rur stalowych za szwem. Praca naukowo-badawcza wykonana na zlecenie Spółdzielni Inwalidów "INPROMET" w Koszalinie, 1987 /nie publikowana/
7. Mańczak K.: Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania. WNT, Warszawa, 1979
8. Peschel M., Riedel C.: Polioptymalizacja. Metody podejmowania decyzji kompromisowych w zagadnieniach inżyniersko-technicznych. WNT, 1979
9. Polański Z.: Metody optymalizacji w technologii maszyn. PWN Warszawa, 1977
10. Przybylski W.: Obróbka nagniataniem. Technologia i oprzyrządowanie. WNT, Warszawa, 1979
11. Zieliński R.: Tablice statystyczne. PWN, Warszawa, 1972
12. PN-73/M-04250: Warstwa wierzchnia. Nazwy i określenia.

Streszczenie

W pracy przedstawiono możliwość zastosowania procedur KRUPPO do optymalizacji procesu nagniatania. Opracowano ogólny algorytm optymalizacji tego procesu. Podano metodykę opracowania modelu matematycznego procesu nagniatania w oparciu o planowane badania doświadczalne. Wykorzystanie procedur do projektowania procesu nagniatania zilustrowano przykładami.

OPTIMAZATION OF THE PROCESS OF SURFACE BURNISHING

Summary

Application possibilities of the KRUPPO procedures for the burnishing process optimization are presented in the paper. A general algorithm for the optimization of the process has been elaborated. A method for working out the mathematical model of the burnishing process is given based on the experi-

mental studies planned. Put to a good use, the procedures for planning the burnishing process have been presented in the illustrations delivered.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Stanisław Kulas
Witold Pogorzelski
Politechnika Warszawska

WIELOKRYTERIALNA OCENA WYTWORÓW METODĄ WAGOWO-KORELACYJNĄ
W PRZYPADKACH MIESZANYCH

1. Wstęp

Przedmiotem opracowania jest zastosowanie metody wagowo-korelacyjnej do wielokryterialnej oceny wytworów w przypadku mieszanych, tj. o osiągnięciach mono- i niemonotonicznych. Przypadek oceny wytworów o osiągnięciach tylko monotonicznych przedstawiony jest szczegółowo w literaturze [1].

W praktyce projektowej możliwe są również przypadki niemonotoniczne i wtedy najlepszym wytworem jest wytwór o osiągnięciu pośrednim. W pracy przedstawiono przykład wyboru wariantu mechanizmu przekładni czworobokowej prostowodowej o osiągnięciach mieszanych.

2. Krótki opis metody

Założmy, że decydent wybierając /lub akceptując/ próbkę A wytworów uważa je za reprezentację pewnej przestrzeni probabilistycznej $/A, F, \mu /$ i założmy, że dla każdego rozpatrywanego aspektu określonego wartościami q_k /funkcja $q_k(a)$ będzie teraz zmienną losową na przestrzeni $/A, F, \mu /$, decydent potrafi podać gęstość $f_k(q_k)$ lub rozkład prawdopodobieństwa $P_k(q_k)$ preferowania wytworu o osiągnięciu q_k . Jak wiadomo, gęstość miary i dystrybuanta miary są ze sobą

związane [2].

Funkcję Π przedkładnia wytworu a_1 nad wytwór a_2 w przypadku, gdy q_k jest użytecznością określa zależność

$$\Pi(a_1, a_2) = \begin{cases} 1 \iff a_1 \succcurlyeq a_2 \iff q_k(a_1) \geq q_k(a_2) \\ 0 \iff a_1 \prec a_2 \iff q_k(a_1) < q_k(a_2) \end{cases}$$

Funkcja Π określona jest na zbiorze $A \times A$ i gdyby q_k była zdeterminowaną, to dla każdego elementu (a_1, a_2) zbioru $A \times A$ mielibyśmy daną wartość Π równą 0 / a_1 gorszy od a_2 / lub 1 / a_1 nie gorszy od a_2 /.

Funkcję \sum preferowania wytworu a_1 nad inne wytwory z populacji A w przypadku, gdy wiemy, że mamy do czynienia z przestrzenią probabilistyczną $/A, F, \mu /$, określimy wtedy jako

$$\sum(a_1) = \mu(\{a : q_k(a_1) \geq q_k(a)\})$$

Funkcja preferowania \sum jest zatem zmienną losową na przestrzeni $/A, F, \mu /$ o rozkładzie takim, jaki ma użyteczność cząstkową q_k /typowa, monotonicznie niemalejąca dystrybuanta/.

W naszym przypadku q_k nie musi być użytecznością i dlatego

$$\Pi(a_1, a_2) = \begin{cases} 1 \iff a_1 \succcurlyeq a_2 \\ 0 \iff a_1 \prec a_2 \end{cases}$$

W celu określenia funkcji Π i \sum musimy wprowadzić przestrzeń probabilistyczną $/A \times A, F \times F, \gamma /$, gdzie γ jest miarą probabilistyczną wystąpienia zbioru $A_1 \times A_2$. Miara γ będzie produktem $\mu \times \mu$, jeśli wybory wytworów $a_1 \in A_1$ i $a_2 \in A_2$ są stochastycznie niezależne [2]. W ogólnym przypadku decydent swe preferencje wyrazi za pomocą funkcji $\Pi(a_1, a_2)$ przedkładnia wytworu a_1 nad wytwór a_2 dla wszystkich par wytworów /dla całego zbioru $A \times A$ /. Pozwala to określić miarę

$$\gamma(A_1, A_2) = \int_{A_1} \int_{A_2} \Pi(a_1, a_2) d\mu d\mu$$

Mając miarę ν możemy określić prawdopodobieństwo $\sum(a_1)$ preferowania wytworu a_1 nad inne wytwory. Niech

$$A_1 = \{a_1\} \quad ; \quad A_2 = \{a_2 : a_1 \succ a_2\}$$

Mamy

$$\sum(a_1) = \frac{\nu(A_1, A_2)}{\mu(A_1)} = \frac{\int_{A_1} \int_{A_2} \pi(a_1, a_2) d\mu d\mu}{\mu(\{a_1\})}$$

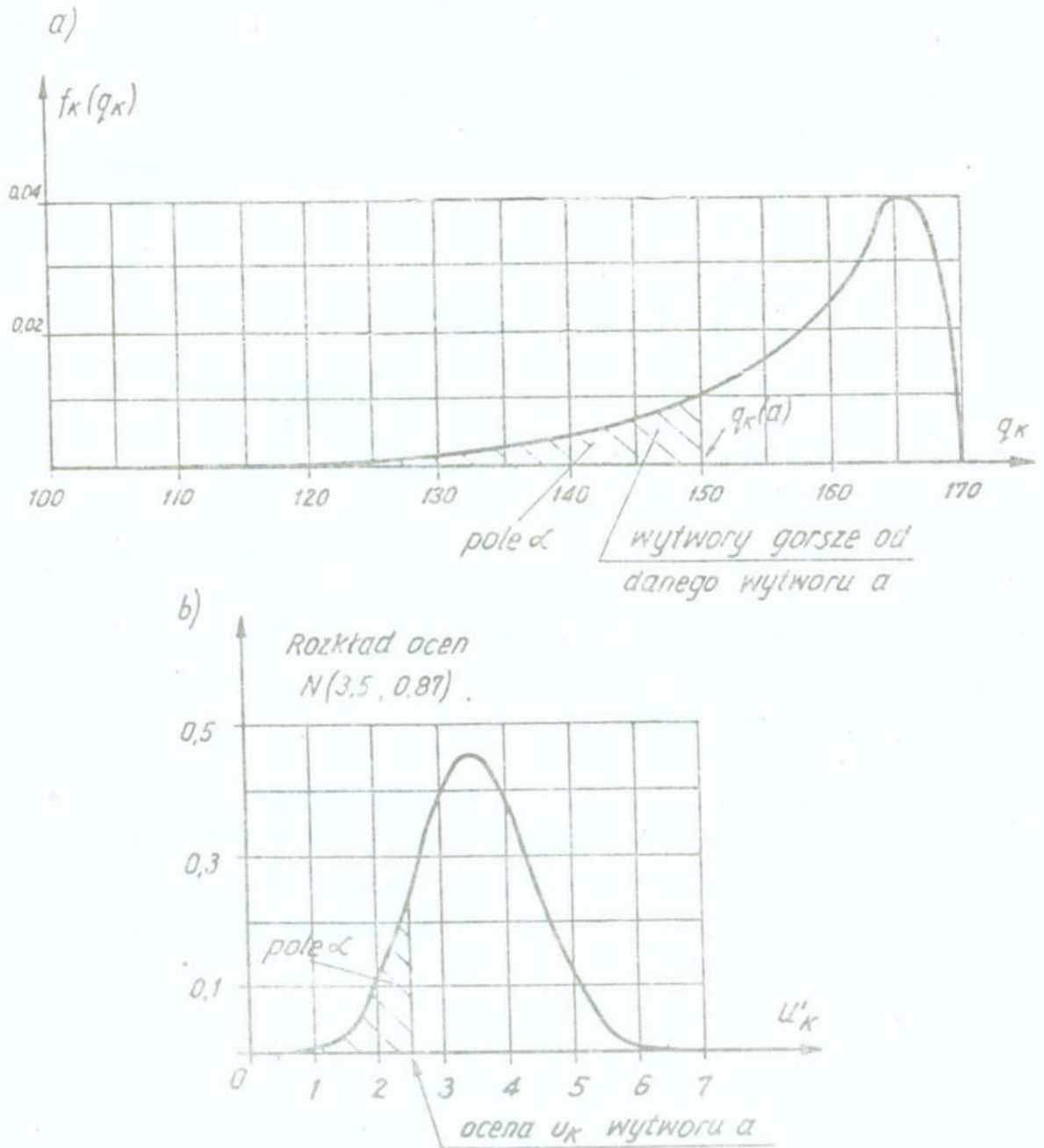
W przypadku wybierania elementów do porównania w sposób stochastycznie niezależny

$$\sum(a_1) = \mu(A_2) = \mu(\{a_2 : a_1 \succ a_2\})$$

Prawdopodobieństwo \sum preferowania wytworu jest z założenia prawdopodobieństwem preferowania osiągu q_k danego wytworu. Jest to, jak pisaliśmy, zmienna losowa na przestrzeni $/\Lambda, F, \mu/$.

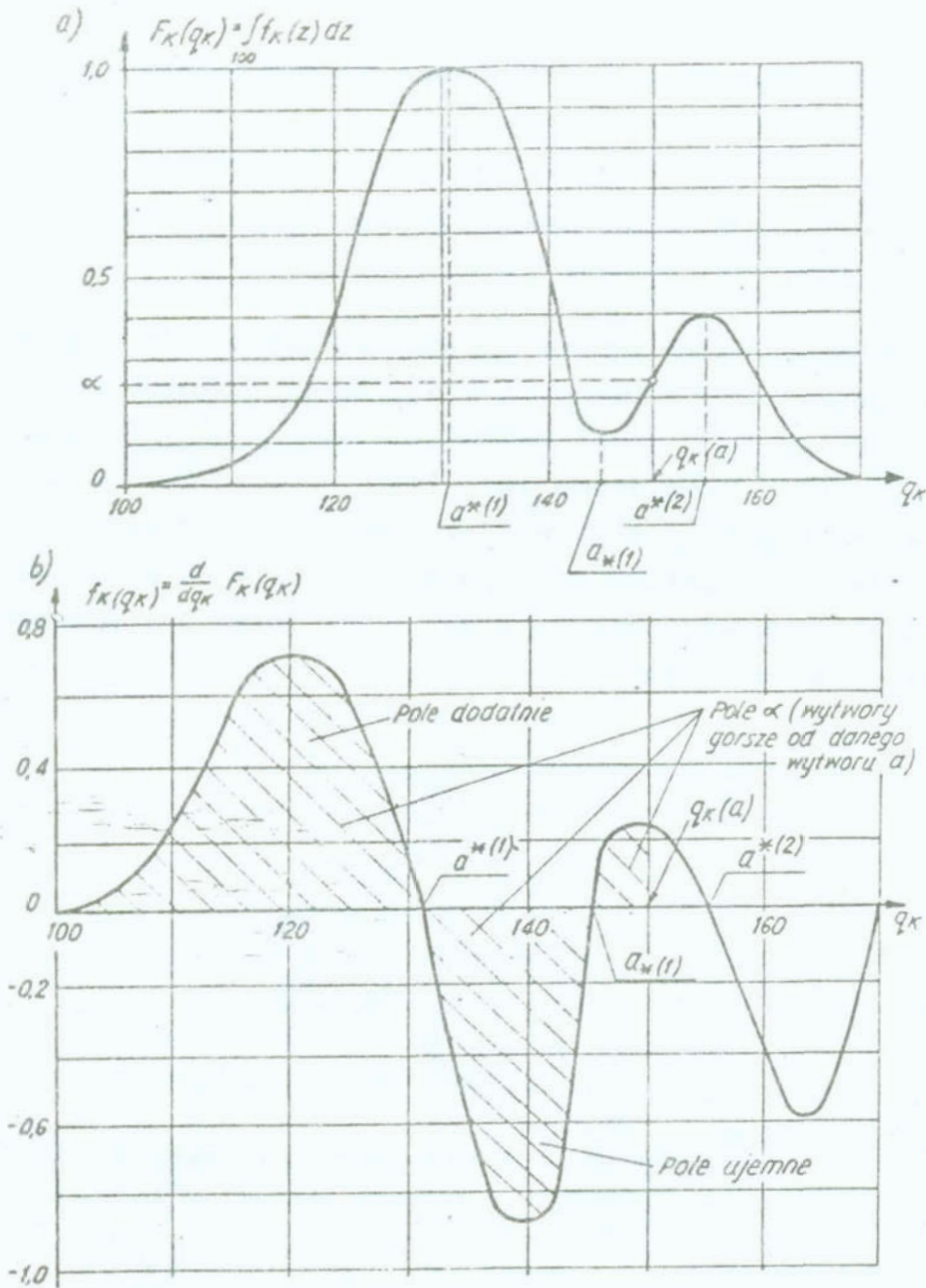
Miara probabilistyczna preferowania osiągu q_k w populacji w przypadku monotonicznym daje typowy obraz funkcji gęstości /rys. 1/. Pole pod funkcją gęstości, odpowiadające wytworom gorszym i nie lepszym od danego wytworu, a o osiągu $q_k(a)$ monotonicznie narasta do 1. W przypadku pokazanym na rys. 1, najlepszy jest wytwór o osiągu $q_k = 170$. Ale możliwe są przypadki niemonotoniczne, gdy najlepszy jest wytwór o osiągu pośrednim. Obrazuje to rys. 2. Wtedy dystrybuanta i funkcja gęstości mają przebiegi niespotykane w probabilistyce. Ale cóż, zdarza się przecież, że wytwór najlepszy $a^{*(1)}$ na rys. 2. ma osiągi q_k pośredni, mniejszy od lokalnie najgorszego wytworu $a_{*(1)}$ na rys. 2 i innego lokalnie najlepszego wytworu $a^{*(2)}$. Pole pod funkcją gęstości będzie wtedy ujemne.

Ocena U_k wytworu a ze względu na aspekt k -ty wyraża w skali umownej jaka frakcja elementów populacji jest od wytworu a gorsza i nie lepsza z punktu widzenia aspektu k -tego. Przyjmijmy model odpowiadający szkolnej skali ocen: zakładamy, że w populacji ocena U_k dla każdego k ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, przy czym ocena średnia $\mu = 3,5$, zaś odchylenie standardowe $\sigma = 0,87$ /rys. 1b/.



Rys. 1. Zasada wystawiania oceny wytworowi a o osiągu q_k w przypadku monotonicznym:
a/ Gęstość prawdopodobieństwa preferowania osiągu q_k w populacji,
b/ Przyjęty rozkład ocen w umownej skali.

Fig. 1. Principle of estimating a product 'a' of performance q_k for monotonic case:
a/ Density of the preferred probability of performance q_k in a population,
b/ Marks' distribution adopted in a conventional scale



Rys. 2. Zasada wystawiania oceny wytworowi a o osiagu q_k (a) w przypadku niemonotonicznym: a/ Dystrybuanta prawdopodobienstwa preferowania osiagu q_k w populacji, b/ gęstość prawdopodobienstwa preferowania osiagu q_k w populacji.

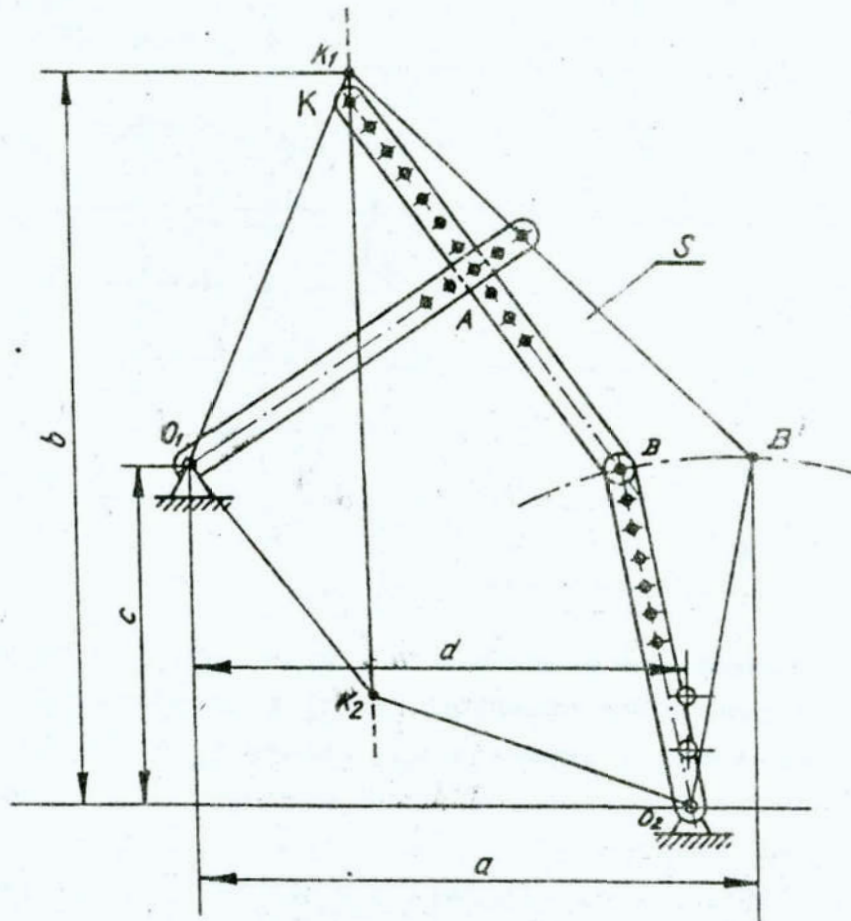
Fig. 2. Principle of estimating a product 'a' of performance q_k a for a non-monotonic case: a/ Distribution function of the preferred probability of performance q_k in a population, b/ Density of the preferred probability of performance q_k in a population.

Szczegółowy opis wystawiania oceny wytworowi jest podany w literaturze [1].

3. Przykład techniczny: wybór optymalnej przekładni prostowodowej

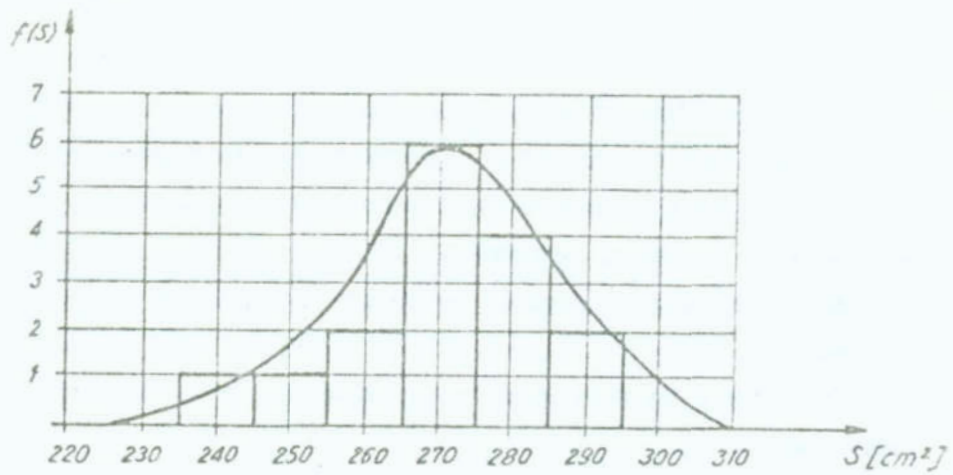
Problem dotyczy wyboru optymalnej przekładni czworobokowej prostowodowej o łączniku wydłużonym, którego koniec ma na określonym odcinku drogi zakreślać trajektorię w przybliżeniu prostoliniową. Mechanizmy tego typu są stosowane w napędach styków ruchomych łączników elektrycznych średniego napięcia [3].

Synteza mechanizmu została przeprowadzona przy wykorzystaniu listewkowego modelu przekładni /rys. 3/, wykonanego z przezroczystego materiału.

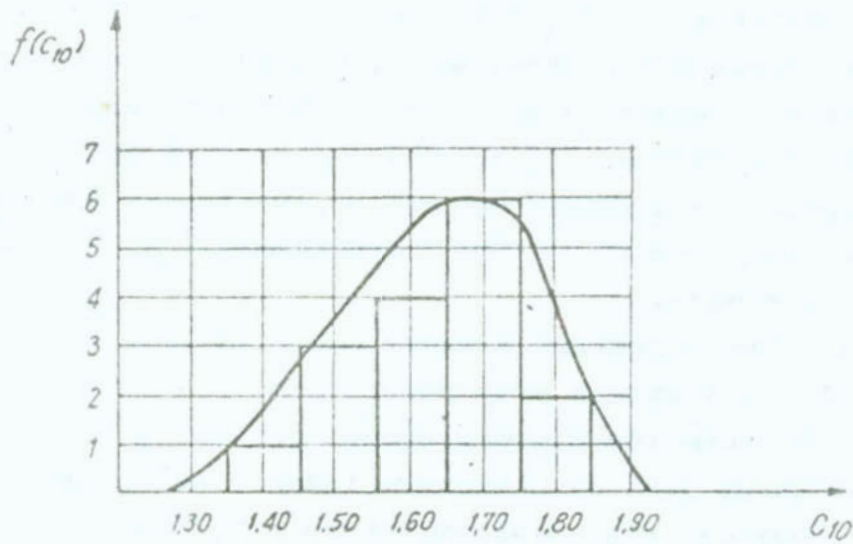


Rys. 3. Listewkowy model przekładni łącznika elektrycznego

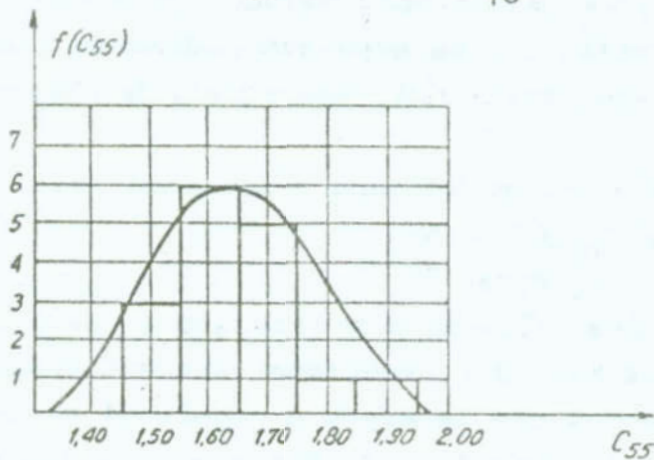
Fig. 3. A strip model of the electric coupler switch



Rys. 4. Funkcja gęstości powierzchni obrysu karteru przekładni
Fig. 4. Surface density function of the gear carter



Rys. 5. Funkcja gęstości przełożenia C_{10} przekładni
Fig. 5. Transmission density function C_{10} for a gear switch



Rys. 6. Funkcja gęstości przełożenia C_{55} przekładni
Fig. 6. Transmission density function C_{55} for a gear switch

Przy pomocy tego modelu, w stosunkowo krótkim czasie można wyznaczyć kilkanaście mechanizmów spełniających postulat prostoliniowości trajektorii punktu K łącznika. Każdy z tych mechanizmów jest wielokryterialnie racjonalny z punktu widzenia decydenta, a więc sprawny.

Zadanie to jest tematem jednego ćwiczenia laboratoryjnego dla studentów.

Głównymi kryteriami przy ocenie poszczególnych wariantów przekładni są:

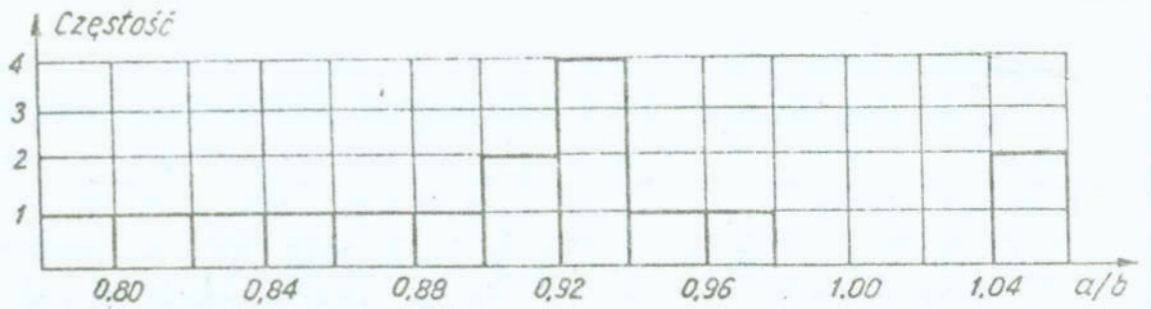
1. obrys karteru, w którym projektowany mechanizm miałby być zabudowany,
2. wartość przełożenia C mechanizmu $/C = V_K/V_A/$ na początku ruchu styków łącznika, przy otwieraniu łącznika /w chwili utraty styczności styków/ wartość przyłożenia C_{10} powinna być jak największa, z uwagi na skuteczność gaszenia łuku/,
3. wartość przełożenia C przy końcu obrotu dźwigni napędowej l_{O_1A} /przy końcu drogi styków/, z uwagi na problemy związane z wyhamowaniem styków przełożenie C_{55} powinno być stosunkowo małe,
4. kształt obrysu krateru z uwagi na estetykę.

W wyniku poszukiwań przy pomocy schematu listewkowego wyznaczono 16 schematów kinematycznych mechanizmu przekładni, z których każdy jest rozwiązaniem inżynierskiego problemu decydenta. Powstaje więc problem wyboru przekładni najlepszej i zadanie ułożenia listy rankingowej 16-tu rozpatrywanych alternatywnie przekładni, których osiągi podane są w tabelicy 1. Do oceny wytworów zastosowano metodę wagowo-korelacyjną [1,4]. Decydent opierając się na swym doświadczeniu i próbie 16-tu zaprojektowanych przekładni, sporządził histogramy zmiennych losowych:

- powierzchni S obrysu karteru przekładni /rys. 4/,
 - przełożenia C_{10} /rys. 5/
 - przełożenia C_{55} /rys. 6/
 - stosunku boków a/b obrysu prostokątnego przekładni /rys. 7/.
- Pozwala to dla każdej z przekładni znaleźć frakcję α_1 przekładni gorszych i nie lepszych z populacji z poszczególnych punktów widzenia /tablica 1/. Następnie, mając umowne skale ocen i przyjęty rozkład ocen dla populacji /rys. 1b/, możemy

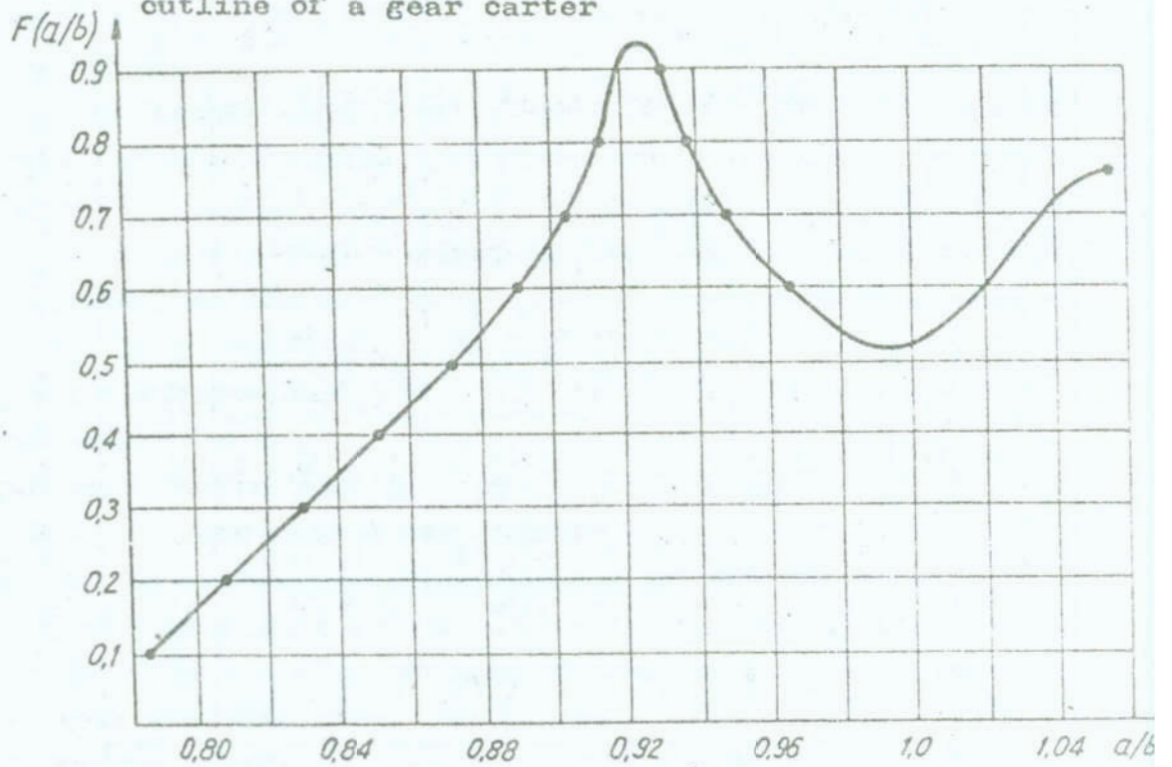
Tablica 1. Osiągnięta i użyteczność cząstkowe przekładni
 Table 1. Performance and partial usefulnesses of the gear

Nr przekładni	Osiągnięta przekładni					Frakcja przekładni gorszych i nie lepszych				Użyteczności (oceny) cząstkowe wg N(3,5, 0,87)			
	S (cm ²)	C ₁₀ (°)	C ₅₅ (°)	a/b		α ₁	α ₂	α ₃	α ₄	U ₁	U ₂	U ₃	U ₄
1	280	1,67	1,68	0,891		0,18	0,545	0,32	0,6	2,70	3,60	3,10	3,73
2	262	1,73	1,51	0,956		0,82	0,82	0,88	0,7	4,30	4,30	4,53	3,96
3	271	1,61	1,73	0,902		0,53	0,35	0,18	0,7	3,57	3,17	2,70	3,96
4	264	1,46	1,79	0,914		0,76	0,12	0,12	0,8	4,12	2,48	2,48	4,24
5	295	1,80	1,55	0,813		0,06	0,94	0,82	0,2	2,15	4,86	4,30	2,77
6	267	1,70	1,60	0,784		0,71	0,735	0,65	0,1	3,99	4,05	3,84	2,39
7	277	1,76	1,66	0,923		0,29	0,88	0,41	0,95	3,02	4,55	3,31	4,94
8	275	1,48	1,50	1,048		0,41	0,18	0,94	0,75	3,31	2,70	4,86	4,09
9	278	1,67	1,70	1,054		0,24	0,545	0,24	0,75	2,89	3,60	2,89	4,09
10	276	1,54	1,93	0,964		0,35	0,24	0,06	0,6	3,17	2,89	2,15	3,73
11	272	1,69	1,68	0,935		0,47	0,65	0,32	0,8	3,44	3,84	3,10	4,24
12	286	1,39	1,63	0,845		0,12	0,06	0,53	0,4	2,48	2,15	3,57	3,28
13	267	1,60	1,58	0,934		0,71	0,29	0,76	0,9	3,99	3,02	4,12	4,62
14	253	1,65	1,62	0,833		0,88	0,47	0,59	0,3	4,53	3,44	3,70	3,05
15	239	1,64	1,59	0,870		0,94	0,41	0,71	0,5	4,86	3,31	3,99	3,50
16	269	1,70	1,64	0,922		0,65	0,735	0,47	0,95	3,84	4,05	3,44	4,94



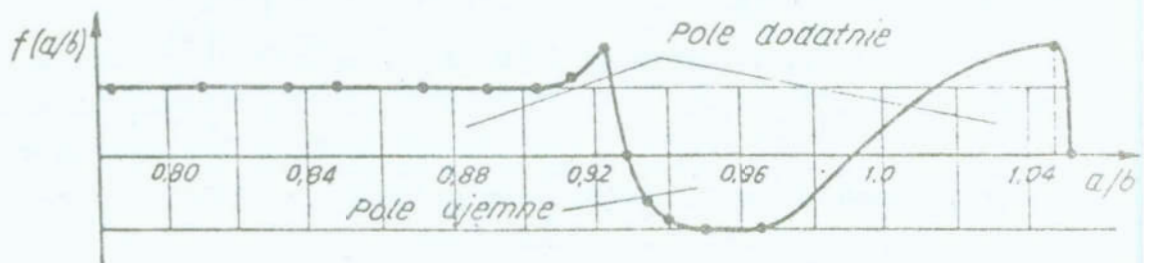
Rys. 7a. Histogram stosunku boków a/b obrysu prostokątnego krateru przekładni

Fig. 7a. Histogram of the sides ratio a/b of the rectangular outline of a gear carter



Rys. 7b. Dystrybuanta zmiennej losowej

Fig. 7b. Distrubution function of the random variable



Rys. 7c. Funkcja gęstości zmiennej losowej

Fig. 7c. Density function of the random variable

przypisać użyteczności cząstkowe U_i wytworom /tablica 1/.
 Użyteczności te są skorelowane ze sobą w różnym stopniu /tab-
 lica 2/. W naszym przypadku aspekty są zdecydowanie słabo
 skorelowane. Silna korelacja powoduje, że maksymalizacja jed-
 nego aspektu atatystycznie w próbie pociąga za sobą wzwięsze-
 nie wartości aspektu akorelowanego z nim dodatnio.

Tablica 2. Korelacje wzajemne między użytecznościami $\rho(U_i, U_j)$
 Table 2. Mutual correlations between the usefulnesses $\rho(U_i, U_j)$

j \ i	1	2	3	4
1	1	- 0,101	0,149	0,062
2	- 0,101	1	0,253	- 0,041
3	0,149	0,253	1	- 0,203
4	0,062	- 0,041	- 0,203	1

System WAKOR [1] wykorzystany tu do obliczeń, daje moż-
 liwość doboru takich użyteczności kompromisowych $U_{0,S}$ i $U_{0,k}$,
 aby ich współczynniki korelacji liniowej z poszczególnymi as-
 pektami zachowały określone przez decydenta relacje, które są
 określone przez znaczenie β przypisane poszczególnym aspektom
 przez decydenta. Na ogół relatywnie większym wartościom β_k
 odpowiadają współczynniki ρ_k o większych wartościach /zale-
 ży to od wartości i układu korelacji wzajemnych między uży-
 tecznościami cząstkowymi.

Decydent, po zapoznaniu się z korelacjami wzajemnymi i
 pewnych próbach dialogowych z dobieraniem wag dla poszczegól-
 nych aspektów i ich wpływem na wynikowe współczynniki korela-
 cji użyteczności kompromisowej, zdecydował się ostatecznie na
 znaczenie β podane w tablicy 3. Przyjętym wartościom β odpe-
 wiadają podane w tablicy 3 odpowiednie wagi α_k [4] oraz
 współczynniki korelacyjne $\rho(U_{0,S}, U_k)$, dobrane programowo
 przez program WAKOR. Jak łatwo sprawdzić relacja pomiędzy β
 i dobranymi ρ jest liniowa.

Tablica 3. Przyjęte znaczenia β poszczególnych aspektów oraz wynikowe wagi i współczynniki korelacji

Table 3. Accepted denotations of β of particular aspects and the consequent weights and correlation coefficients

Aspekt	S	C ₁₀	C ₅₅	a/b
Indeks k	1	2	3	4
Znaczenie β_k	2	5	2	1
Waga α_k	2	5	1,253	1
Współcz. korelacji $\rho(u_0, u_k)$	0,3044	0,8860	0,4508	0,1157

Lista rankingowa wytworów /tablica 4 wskazuje, że najlepszą przekładnią okazała się przekładnia nr 2, której użyteczność kompromisowa standaryzowana $U_{0,S}$ wynosi 1,66, a ocena wynosi 4,29 w skali szkolnej, co świadczy o bezwzględnie wysokiej jakości otrzymanego wielokryterialnie mechanizmu łącznika elektrycznego. Wymiary zaś jej, według oznaczeń na rys. 3 wynoszą: $l_{O_1A} = 110$ mm, $l_{O_2B} = 100$ mm, $l_{AB} = 85$ mm, $l_{AK} = 70$ mm, $d = 170$ mm, $c = 100$ mm.

Tablica 4. Lista rankingowa wytworów
Table 4. Ranking list of products

Lp	Numer prze- kładni	Użyteczność kompromisowa $U_{o,s}$	Ocena wytwor- u wg $N/3,5,0,87/$
1	2	1,66	4,29
2	7	1,23	4,10
3	16	1,06	4,02
4	5	0,94	3,97
5	6	0,61	3,82
6	15	0,46	3,75
7	11	0,34	3,70
8	14	0,26	3,66
9	1	0,03	3,56
10	9	- 0,31	3,40
11	1	- 0,42	3,35
12	3	- 0,58	3,28
13	8	- 0,59	3,28
14	4	- 1,14	3,03
15	10	- 1,33	2,94
16	12	- 2,22	2,54

4. Uwagi końcowe

Przedstawiona praca rozwija metodę wagowo-korelacyjną zaproponowaną przez jednego z autorów w literaturze [1, 4]. Doświadczenia ze stosowaniem tej metody, a tym przede wszystkim przykład przedstawiony w niniejszej pracy, pokazały, że po przejściu na oceny osiągnięć wytworów /mieszanych/ i wzięciu ich za użyteczności, metoda daje możliwość wystawienia oceny

osiągów wytworów /mieszanych/ i wzięciu ich za użyteczności, metoda daje możliwość wystawienia oceny kompromisowej wytworowi w przyjętej umownie skali ocen. Ocena taka ujmuje skalarne wielokryterialne podejście decydenta do rozwiązywanego problemu decyzyjnego i wprowadza porządek liniowy w przestrzeni rozwiązań.

W przypadku słabo skorelowanych aspektów, który wystąpił u nas, potwierdziło się, że między znaczeniami β i wagami α aspektów, zachodzi w dobrym przybliżeniu tożsamość.

Efektywne posługiwanie się metodą wymaga implementacji komputerowej ze względu na dużą ilość obliczeń. Implementację taką stanowi system WAKOR wykorzystany w niniejszej pracy.

Literatura

1. Adamowicz M., Pogorzelski W.: Wielokryterialna ocena wytworów metodą wagowo-korelacyjną. Prace VI Krajowej Konferencji "Polioptymalizacja w projektowaniu - Mielno 87". Zeszyty Naukowe WSI Koszalin nr 10/87. Koszalin 1987, s. 3-20
2. Halmos P.R.: Measure Theory. Toronto 1950
3. Maksymiuk J.: Mechaniczna teoria łączników elektrycznych WNT, Warszawa 1967
4. Pogorzelski W.: Metod wagowo-korelacyjna określania użyteczności kompromisowej wytworów przy wielu kryteriach. Prace V Krajowej Konferencji "Polioptymalizacja w projektowaniu - Mielno 86". Zeszyty Naukowe WSI Koszalin, nr 8/WM, Koszalin 1986, cz. II, s. 252-268

Streszczenie

Przedstawia się rozwinięte metody wagowo-korelacyjnej skalaryzacji wektorowej użyteczności przez wprowadzenie przekształcenia osiągnięć, zarówno mono jak i niemonotonicznych, na oceny tych osiągnięć. W procesie wielokryterialnego wyboru mechanizmu przekładni czworobokowej łącznika elektrycznego

zastosowany jest dialogowy system komputerowy WAKOR.

A MULTICRITERIAL EVALUATION OF THE PRODUCTS USING WEIGHT-
-CORRELATION METHOD

Summary

The development of the weight-correlation method is being presented by means of introducing the transformations into estimates of this utilities as well mono as unmonotonic. In the process of multicriterial design of the stright-line mechanism the dialogue system WAKOR is being applied.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Marek Malarski

Instytut Transportu

Politechnika Warszawska

Karel Havel

Vysoka Škola Doprawy a Spojov

Žylina - ČSRS

METODA WSPOMAGANIA ROZWIĄZYWANIA SYTUACJI KONFLIKTOWYCH W RUCHU LOTNICZYM KONTROLOWANYM W FIR

1. Wstęp

Prawo lotnicze /zarówno polskie, jak i międzynarodowe/ bardzo precyzyjnie określa przepisy i warunki w jakich realizowany jest komunikacyjny ruch lotniczy. Przestrzeń powietrzna przeznaczona do wykorzystania przez lotnictwo komunikacyjne jest ściśle ograniczona /warunki bezpieczeństwa lotów, obronność kraju, ochrona środowiska i in./. Podstawową jednostką przestrzeni powietrznej jest "rejon informacji powietrznej" - FIR. Jest to wydzielony obszar, w którym określone służby "kontroli ruchu" - ATC, pełnią na prawach wyłączności kontrolę i koordynację ruchu wszystkich samolotów w nim się znajdujących. FIR obejmują "strefy kontrolowane lotnisk" - CTR, "obszary kontrolowane lotnisk" - TMA, "obszary kontrolowane" - CTA /sieć dróg lotniczych/. Obszary CTA łączą pomiędzy sobą TMA i sąsiednie FIR. Ruch lotniczy w rejonie FIR jest z wyprzedzeniem planowany i koordynowany, lecz jego realizacja podlega wielu losowym zakłóceniom. Również kontrolowane śledzenie rzeczywistej sytuacji powietrznej obarczone jest błędami zależnymi między innymi od technicznego wyposażenia systemu kontroli. Przy większym natężeniu ruchu kumulujące się błędy prowadzą do sytuacji potencjalnie konfliktowych. Sytuacje te muszą być

Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 13 WSInż. w Koszalinie

przewidywane i rozwiązywane przez kontrolera na stanowisku ATC. Opracowuje się więc różne systemy wspomaganie pracy kontrolerów ATC. Opisana w tym opracowaniu metoda przewidywana jest do testowania na lotnisku Okęcie dla kontroli obszaru CTA.

2. Model funkcjonalny obszaru CTA

Obszar CTA jest to układ korytarzy powietrznych o ściśle określonej szerokości, podzielonych w płaszczyźnie pionowej na pewną ilość poziomów lotu - FL. Poziomy te, odseparowane od siebie różnicą wysokości 300 lub 600 metrów, przeznaczone są na przemian do ruchu samolotów w przeciwnych kierunkach trasy. Na drogach lotniczych nie wykonuje się zasadniczo żadnych innych manewrów poza przelotem statków powietrznych. Drogi lotnicze wytyczone są przez naziemne pomoce radionawigacyjne - radiolatarnie.

Służą one do orientacji załogi samolotu względem osi drogi lotniczej oraz kontroli położenia samolotu /w chwili przelotu nad radiolatarnią/. Zasadniczo, wszystkie zmiany nastaw parametrów lotu /sterowań/ mogą odbywać się wyłącznie nad pomocą radionawigacyjną /zmiana kierunku lotu po drodze, lotniczej, rozpoczęcie lub zakończenie zmiany poziomu lotu/.

Zadaniem służb kontroli ruchu lotniczego w obszarze CTA jest głównie: uzgadnianie warunków przelotu samolotów zgłaszających się do obszaru kontrolowanego oraz śledzenie i ewentualne korygowanie rzeczywistej realizacji uzgodnionego planu lotów. Sprawdzanie zachowania bezpieczeństwa lotów wielu samolotów znajdujących się równocześnie w sieci dróg lotniczych obszaru kontrolowanego, sprowadza się do przewidywania a następnie kontrolowania odpowiednich separacji /czasowych, odległościowych lub kątowych/ pomiędzy samolotami.

Proponowana metoda wspomaganie rozwiązywania sytuacji konfliktowych bazuje na operacyjnym dyskretnym modelu kontrolowanej przestrzeni korytarzy lotniczych.

Droga lotu

$$M_k = \{ WE_i, W_n, W_m, \dots, WY_j \}$$

jest to ciąg radiolatarni W_n na drodze przelotu samolotu pomiędzy węzłem wejściowym w obszar /lotnisko startu lub granica FIR/ za węzłem wyjściowym /lotnisko lądowania lub granica FIR/.

Węzeł

W_n^{hn} - radiolatarnia n na poziomie lotu h_n .

Trasa lotu

$$T_k = \left\{ WE_i^{hi}, W_n^{hn}, W_m^{hm}, \dots, WY_j^{hj} \right\}$$

jest to marszruta lotu z przyporządkowaną każdej radiolatarni wysokością lotu /FL/.

Sieć tras T_k w pełni opisuje obszar CTA z punktu widzenia operacji w nim wykonywanych. Przy normalnych prędkościach lotu samolotów komunikacyjnych można przyjąć założenie, że wszystkie zmiany nastaw lotu /sterowań/ występują wyłącznie w węzłach. Jest to założenie decydujące dla budowy efektywnych numerycznie algorytmów wyznaczania bezkolizyjnych trajektorii lotu /informacji wspomagających kontrolera/. Liczba węzłów trasy lotu w obrębie FIR Warszawa /terytorium Polski/ nie przekracza 7-8.

3. Model operacyjny obszaru CTA

Pojęciem wyjściowym modelu operacyjnego jest okno czasowe. Możliwe jest kilka sposobów opisu zajętości lub niezajętości fragmentu drogi lotniczej przy użyciu pojęcia okien czasowych. W proponowanej metodzie wykorzystano pojęcie okien czasowych dostępnych i okien czasowych zajętych do opisu dostępności i zajętości węzłów trasy.

Okno dostępne

$$Od_i^n = \langle a_i^n, b_i^n \rangle$$

i - to okno czasowe dostępne w węźle, n - jest to przedział czasu pomiędzy najwcześniejszą możliwą chwilą bezkolizyjnego przelotu węzła n - chwila a_i^n , a najpóźniejszą odpowiednio chwilą b_i^n - bezkolizyjnego przelotu tego węzła.

Okno zajęte

$$Oz_i^n = \langle b_i^n, a_{i+1}^n \rangle$$

jest to przedział czasu zabronionego do przelotu przez n-ty węzeł trasy T_k /a więc na określonym poziomie - FL/. Zajętość ta wynika z planowanego przelotu innego samolotu przez dany węzeł lub z innych przyczyn.

Przelot samolotu przez odcinek międzywęzłowy reprezentowany jest przez odpowiednie okna zajęte w węzłach krańcowych odcinka

$$\left(Oz_i^n(nr), Oz_j^m(nr) \right)$$

nr - numer lotu na planie lotów.

Przelot samolotu przez odcinek międzywęzłowy na danym poziomie - FL odbywać się może wyłącznie w jednym kierunku. Można dowieść, że dla wszystkich odcinków międzywęzłowych w FIR Warszawa i dla wszystkich typów samolotów komunikacyjnych eksploatowanych nad terytorium Polski, bezkolizyjność przelotu samolotu przez odcinek, bez zmiany poziomu lotu, można kontrolować analizując Od_i^n /o odpowiedniej "szerokości"/. Trudniejszym przypadkiem elementarnym jest tu przelot odcinka międzywęzłowego ze zmianą poziomu lotu przynajmniej na sąsiedni dopuszczalny. Manewr taki wiąże się z koniecznością zajęcia przynajmniej jednego poziomu /FL/ dostępnego dla lotów w kierunkach przeciwnych. Dokument [8] przewiduje w takiej sytuacji odpowiednio większe separacje czasowe /rys. 1/.

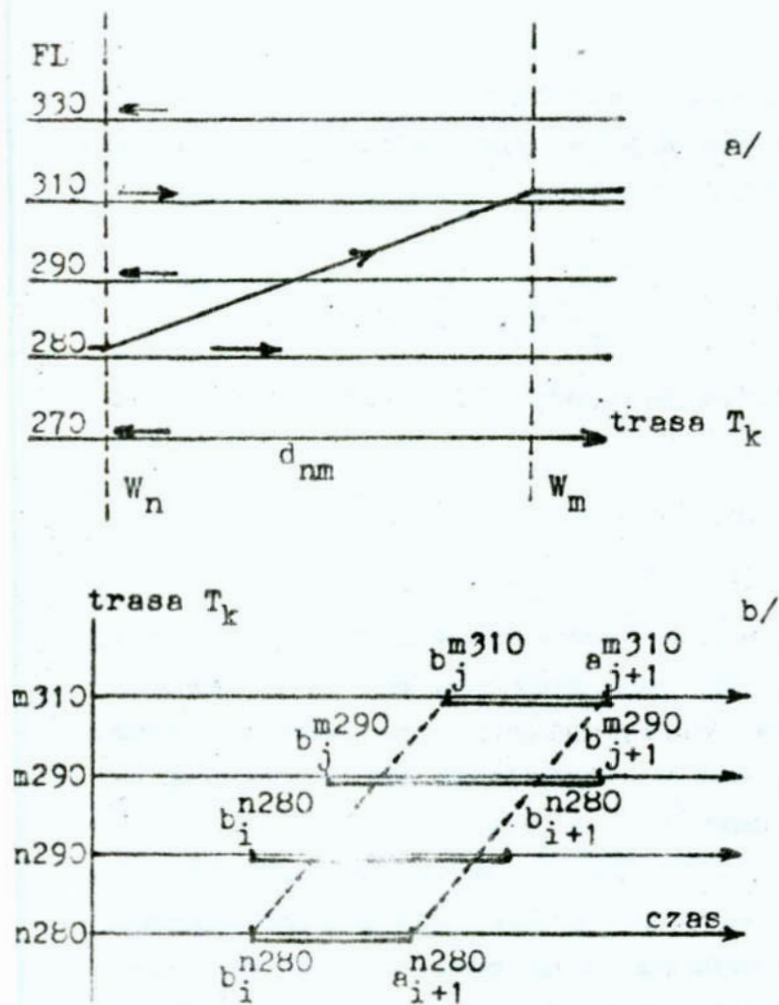
4. Metoda wspomagania rozwiązywania sytuacji konfliktowych

Dla pełnego zobrazowania sytuacji ruchowej w CTA konieczne jest zdefiniowanie kilku dodatkowych pojęć.

Statka dostępności trasy

$$Sd_{T_k} = \bigcup_{W_n \in T_k} \bigcup_i Od_i^n$$

jest to założenie okien dostępnych dla wszystkich węzłów trasy T_k w rozpatrywanym horyzoncie czasowym.



Rys. 1. Przykładowe zobrazowanie sytuacji ruchowej dla zmiany poziomu lotu na sąsiedni dopuszczalny, na odcinku międzywęzłowym: a/ w układzie odległość \bar{x} wysokość, b/ w układzie czas \bar{x} odległość.

Fig. 1. Visual presentation of a motional situation for change of the flight level to the neighbouring permissible interstitial section: a/ in the distance \bar{x} height system, b/ in the time \bar{x} distance system

Siatka zajętości trasy

$$Sz_{T_k} = \bigcup_{W_n \in T_k} \bigcup_i Oz_i^n$$

jest zdefiniowana analogicznie.

Rzut dostępny Rd_i^n

$$Rd_i^n : Od_i^n \rightarrow Rd(Od_i^n)^m$$

jest to odwzorowanie możliwości bezkolizyjnego przelotu pomiędzy węzłami W_n i W_m , wyznaczające odpowiednie "rzutowe okna dostępne" w węzłach krańcowych odcinka.

Korytarz dopuszczalny

$$Dk = Rd_j^n \dots Rd_i^m (Od_i^m) : W_i, W_j, \dots \in T_k$$

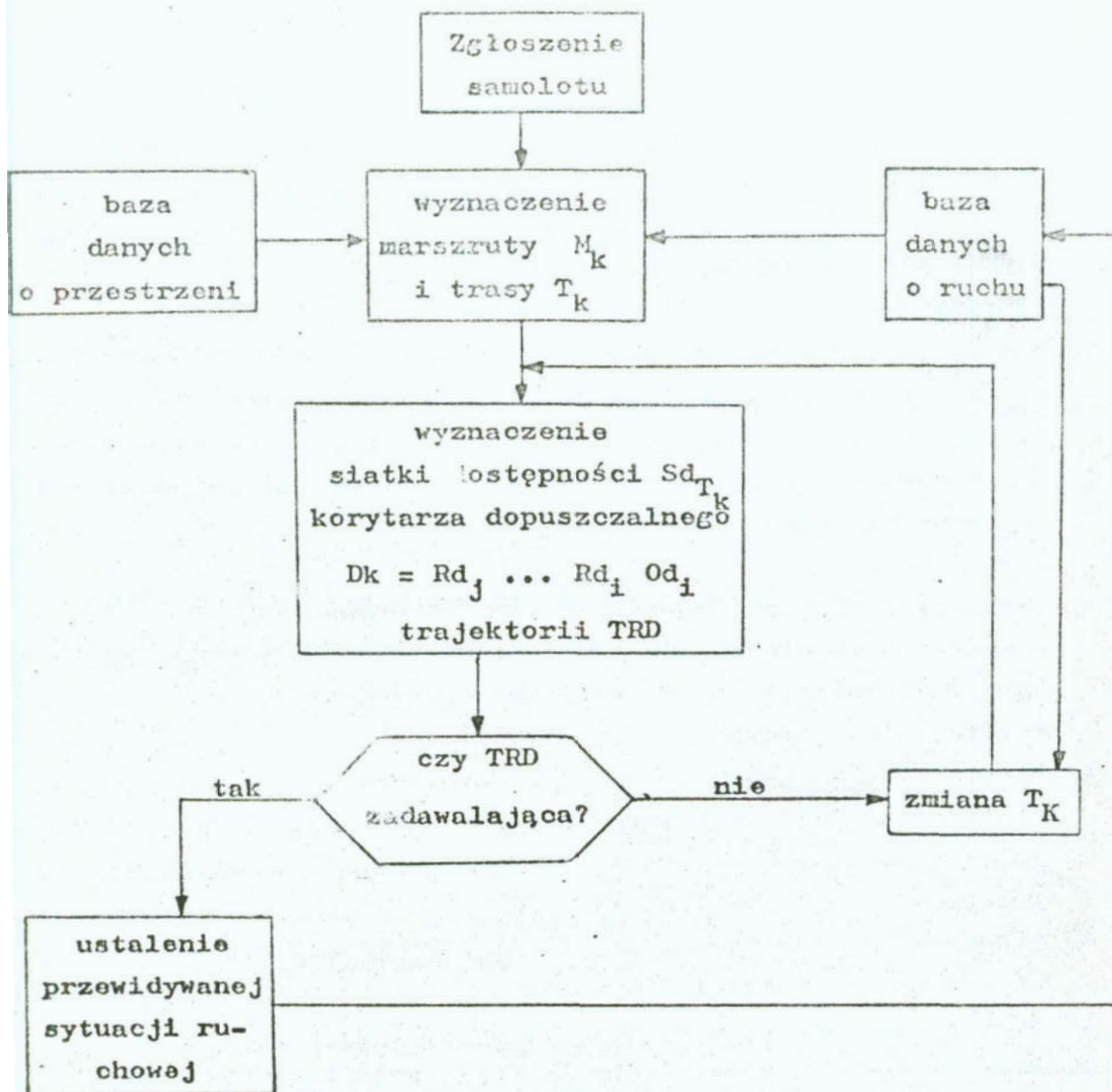
jest to efekt złożenia rzutów dostępnych dla całej trasy lotu T_k .

Teoria dopuszczalna

$$TRD \subset Dk$$

jest to bezkolizyjna trajektoria przelotu samolotu przez całą trasę lotu w FIR, w korytarzu dopuszczalnym Dk . Duża losowość czynników wpływających na realizację przelotu samolotu przez trasę T_k powoduje konieczność zdefiniowania TRD w postaci odpowiedniego stożka w układzie O, \bar{x} trasa.

Schemat ideowy metody wspomaganie kontrolowania i rozwiązywania sytuacji konfliktowych przez kontrolera ruchu lotniczego przedstawia rys. 2 /wykorzystano zdefiniowane pojęcia/. Algorytm metody zrealizowano numerycznie w Instytucie Transportu Politechniki Warszawskiej na minikomputerze IBM PC AT /z koprocesorem/ [4]. Uzyskane wyniki należy uznać za zadawalające w zakresie właściwego rozwiązywania sytuacji konfliktowych. Natomiast obsługa dużych baz danych wymaga komputera szybszego. Planuje się wykorzystanie w przyszłości komputera IBM 386/287 z dyskiem twardym o krótkim czasie dostępu. Wymagane jest, by wspomagające wyznaczenie trajektorii bezkolizyjnego przelotu pojedynczego samolotu przez CTA, łącznie z obróbką baz danych, trwało nie dłużej niż 10 sekund.



Rys. 2. Schemat metody wspomagania wyznaczania bezkolizyjnej trajektorii przelotu samolotu w CTA

Fig. 2. Scheme of the determination assist method of collisionless trajectory of a plane cross flight in the CTA

Literature

1. Arisawa S., Elmaghraby S.: The HUB and WHEEL scheduling problems. Part 1. The HUB scheduling problem: The myopic case. Part 2. The HUB Operational scheduling problem /HOSP/: Multiperiod and infinite horizon, and WHEEL operation scheduling problem /WOSP/ Transportation Science, Vol. 11, No 2, 1977
2. Dunlay W.J., Heronjeff R.: Stochastic properties of enroute air traffic - an empirical investigation, Journal of Aircraft, Vol. 13, No 5, 1976
3. Krzyżanowski G.A., Saładuchin W.A.: Metody optymalizacji procesów uprzedzenia powietrznym ruchem, Transport, Moskwa 1978
4. Malarski M. i inni: Wybrane zagadnienia analizy, rozwoju systemów sterowania ruchem i procesami transportowymi w transporcie lotniczym, opracowanie wewnętrzne Inst. Transportu Politechniki Warszawskiej, 1987
5. Martin R.H.G., Benoit A.: Accurate aircraft trajectory predictions applied to future en-route air traffic control, 19-th Technical Conference: Handling the air traffic of the longterm future, Dublin, 1972
6. Siddesoo W.: A mathematical model for predicting the number of potential conflict situations at intersecting air routes, Transportation Science, Vol. 7, No 2, 1973
7. Wilhelm W.E.: A view of air traffic control in future terminal areas, Journal of Aircraft, Vol. 10, No 6, 1973
8. Instrukcja o ruchu lotniczym kontrolowanym /IL - 4444/, Ministerstwo Komunikacji, 1983

Streszczenie

Ruch lotniczy cywilnego lotnictwa komunikacyjnego odbywa się w ściśle zorganizowanych częściach przestrzeni powietrznej. Jest on nadzorowany przez służby kontroli ruchu lotniczego. Przy większym natężeniu ruchu wiele kumulujących się błędów oceny sytuacji powietrznej może prowadzić do sytuacji konfliktowych. Proponowana metoda komputerowego wspomagania pracy kontrolera ruchu lotniczego wykorzystuje operacje na zobrazowanie sytuacji ruchowej w układzie czas \bar{x} odległość. Algorytm zrealizowano na IBM PC AT.

A COMPUTER AIDED SOLUTION METHOD OF CONFLICT SITUATIONS IN THE AIR TRAFFIC CONTROLLED IN THE FIR

Summary

Air traffic in the civil transportation airlines takes place in the strictly organized parts of the air space. It is supervised by the control services of air traffic. With an increased intensity of movement, many cumulative faults of the air situation evaluation may lead to conflict situations. The computer aided method proposed for the work of a controller of the air traffic takes advantage of the operations to visualize a traffic situation in the time \bar{x} distance co-ordinate. The algorithm has been accomplished to the IBM PC AT.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Jerzy Montusiewicz

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
Lublin

Andrzej Osyczka

Politechnika Krakowska

PEWNA KONCEPCJA OPTIMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ ZESPOŁU WRZECIONOWEGO Z ŁOŻYSKAMI HYDROSTATYCZNYMI

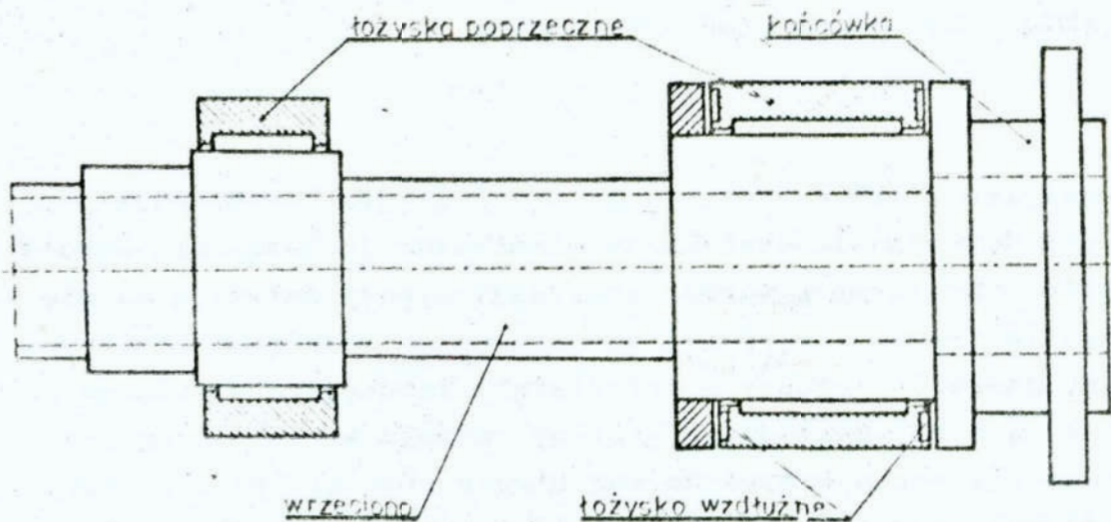
1. Wstęp

Wymagania, które stawiane są współczesnym obrabiarkom pod względem dokładności obróbki, uwzględniając jednocześnie wzrost prędkości obrotowej i wzrost stosowanych mocy, wpływają na poszukiwanie nowych i bardziej dopracowanych rozwiązań konstrukcyjnych zespołów roboczych obrabiarek. Istniejąca ścisła zależność pomiędzy dokładnością pracy zespołu wrzecionowego, a dokładnością wykonywanych na obrabiarce przedmiotów powoduje, że konstruktorzy dążą do udoskonalania metod projektowania zespołów wrzecionowych [1, 8, 15, 16].

Podstawowym kryterium oceny jakości zespołu wrzecionowego według [13] jest dokładność ruchu obrotowego wrzeciona, która określa się wielkością odchylenia osi obrotu od osi teoretycznej i którą mierzy się wielkością bicia promieniowego i osiowego wrzeciona. Autorzy pracy [4] uważają, że najistotniejszym zagadnieniem konstrukcji i techniki wytwarzania obrabiarek, szczególnie o podwyższonej dokładności, jest uzyskanie większej sztywności statycznej i dynamicznej, większej dokładności toru obrotowego, mniejszych strat tarcia w węzłach łożyskowych i mniejszych odkształceń cieplnych układu wrzecionowego. Czynniki,

które w sposób decydujący wpływają na jakość zespołu wrzecionowego, niezależnie od faktu jakie łożyska użyte do łożyskowania zespołu są następujące: dokładność wykonania, sztywność oraz straty mocy.

W niniejszej pracy zajęto się zagadnieniem projektowania zespołów wrzecionowych z łożyskami hydrostatycznymi. łożyskowanie tego typu może być stosowane np. do wrzecion obrabiarek precyzyjnych, w których dopuszczalne wychylenia końcówki wrzeciona są rzędu mikrometrów. Przykładowy zespół wrzecionowy z łożyskami hydrostatycznymi [14]: dwoma łożyskami poprzecznymi i łożyskiem wzdłużnym umieszczonym przy pierwszym łożysku poprzecznym przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Zespół wrzecionowy z łożyskami hydrostatycznymi
Fig. 1. Spindle assembly with the hydrostatic bearings

Analizując strukturę obiektu możemy wyróżnić klasę modeli optymalizacyjnych układów jednopoziomowych oraz klasę modeli układów złożonych z podukładów. Klasy te obejmować mogą dwie podklasy: modele całkowite, w których kryteria optymalizacji oddziałują bezpośrednio na cały układ oraz modele częściowe, w których kryteria optymalizacji opisują część układu, ale ingerują również w część nieopisaną w modelu, z powodu praktycznej niemożności sformułowania ograniczeń ściśle odwzorowujących własności i relacje strukturalne, np.: korpusów lub kadłubów.

Zespół wrzecionowy łożyskowany na łożyskach hydrostatycznych można traktować jako układ jednopoziomowy i przeprowadzić jego optymalizację wielokryterialną w jednym kroku. W takiej sytuacji model matematyczny opisujący cały układ będzie zawierał dużą liczbę zmiennych decyzyjnych, ograniczeń oraz kryteriów. Opierając się na pracach [10, 11] liczba zmiennych decyzyjnych przy pełnym opisie poszczególnych elementów składowych przedstawiałaby się następująco:

- łożysko wzdłużne - 8,
- łożysko poprzeczne 1 - 9,
- łożysko poprzeczne 2 - 9,
- wrzeciono - 3 /patrz punkt 4.2./

W ten sposób cały zespół wrzecionowy opisany byłby 29 zmiennymi decyzjami oraz 67 ograniczeniami nierównościowymi.

Liczba funkcji celu uzależniona będzie od faktu czy przyjmiemy do obliczeń łożysk model o 3 funkcjach celu, czy też o dwóch [10, 11]. W pierwszym przypadku sumaryczna liczba funkcji celu wyniesie będzie 10 - przyjmując, że straty mocy łożysk /patrz punkt 5/ będziemy sumować w jedno kryterium. W drugim przypadku liczba funkcji celu zmaleje do 7. Z doświadczenia własnego, a także z literatury [5, 12] wiadomo, że rozbudowanie modelu matematycznego projektowanego obiektu prowadzi do bardzo znacznego, a często nadmiernego wzrostu czasu obliczeń komputerowych i nie gwarantuje uzyskania oczekiwanych wyników. Osobnym problemem jest właściwy dobór kryteriów, które prawidłowo oddziaływałyby na cały układ, na wszystkie elementy składowe. Często bowiem bywa, że pewne zmienne są nieczułe na rozpatrywane kryteria.

3. Koncepcja rozwiązania problemu projektowego

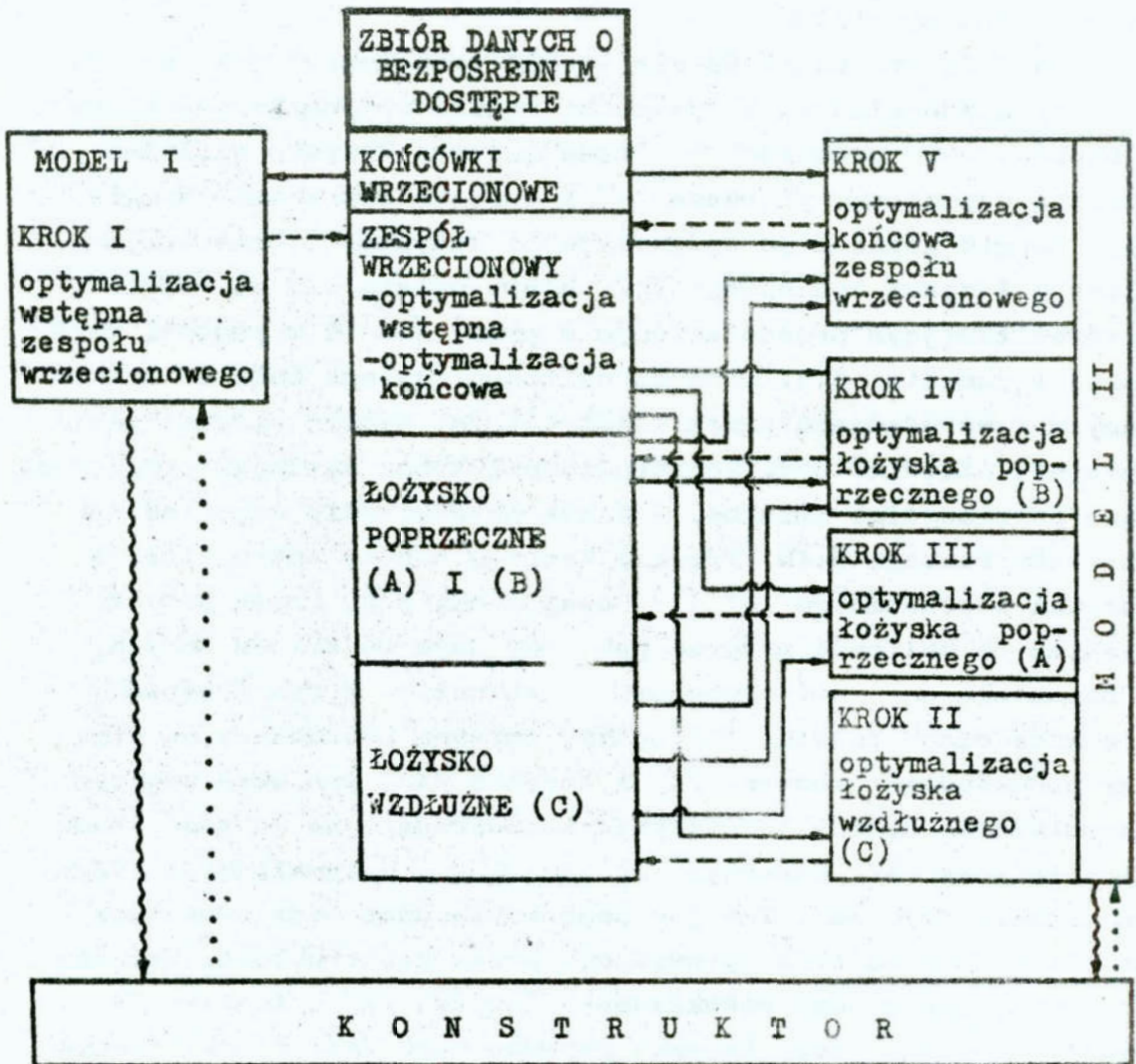
Analizując literaturę dotyczącą zagadnień projektowych [2, 5, 6] można podejść do postawionego problemu w zupełnie inny sposób. Należy potraktować zespół wrzecionowy jako obiekt złożony z podukładów. Wyróżniono więc: łożysko wzdłużne /C/, łożysko poprzeczne pierwsze /A/, łożysko poprzeczne drugie /B/ i wrzeciono. Tak więc projektowanie zespołu wrzecionowego bę-

dzie polegało na właściwym doborze rozmiaru końcówki wrzecionowej, na optymalizacji wymiarów łożyska wzdłużnego /C/, poprzecznego /A/ i /B/, a następnie, przyjmując konkretne obliczone łożyska, na optymalizacji zespołu wrzecionowego jako całości, przy której rozpatrywana jest optymalizacja wrzeciona. Należy wyjaśnić, że końcówki wrzecionowe są elementami znormalizowanymi i podczas projektowania zespołu wrzecionowego konstruktor ogranicza się do wyboru rodzaju i rozmiaru końcówki. Przy formułowaniu modelu matematycznego obiektu, w którym można wydzielić podukłady, należy pamiętać o dodatkowym warunku dekompozycji [6]. Otóż kryterium optymalizacji musi być rozdzielone względem poszczególnych układów, czyli żaden z elementów jednego podukładu nie może występować w funkcji - kryterium dotyczącego innego podukładu. Natomiast ograniczenia nałożone na zmienne decyzyjne charakteryzują się tą własnością, że niektóre z nich, dotyczące zmiennych jednego układu będą dotyczyły również pewnej liczby zmiennych innego podukładu. Ostatecznie postawiono budować dwa modele matematyczne zespołu wrzecionowego.

Model I traktować będzie zespół wrzecionowy jako układ jednopoziomowy, lecz liczba zmiennych decyzyjnych będzie w nim ograniczona do 6. W modelu tym nie będziemy mieli pełnego opisu łożysk hydrostatycznych /patrz punkt 4.1./. Takie podejście do zagadnienia optymalizacji zespołu wrzecionowego zostało podyktowane tym, że na początku będzie przeprowadzana tzw. optymalizacja wstępna obiektu. Aby przeprowadzić tę optymalizację należy wprowadzić pewne stałe proporcje między poszczególnymi elementami konstrukcyjnymi zespołu wrzecionowego. Dotyczy to między innymi średnicy czopa łożyska wzdłużnego /C/ i szerokości tego łożyska, szerokości pierścieni oporowych, średnicy i szerokości łożysk poprzecznych. Uzyskane rozmiary średnic poszczególnych łożysk będą oczywiście uzależnione od rodzaju i rozmiaru przyjętej końcówki wrzecionowej. Celem optymalizacji wstępnej zespołu wrzecionowego będzie właściwe dobranie końcówki wrzecionowej przy założonym obciążeniu zewnętrznym, a także oszacowanie wartości początkowej poszczególnych łożysk zespołu wrzecionowego oraz określenie przybliżonych wartości parametrów układu, jak: sztywność zespołu wrze-

cionowego, sztywność wrzeciona, masa zespołu, bicie końcówki, ugięcie końcówki. Istotne wielkości dotyczące warunków obciążenia układu i otrzymane wyniki będą przesyłane do zbioru danych i tam zapamiętane.

Model II traktować będzie zespół wrzecionowy jako obiekt złożony z podukładów, które można będzie optymalizować każdy z osobna. Jako podukłady wyszczególniono: łożysko wzdłużne /C/, łożysko poprzeczne pierwsze /A/ i łożysko poprzeczne drugie /B/. Drugim krokiem po optymalizacji wstępnej będzie optymalizacja łożyska wzdłużnego /C/, która opiera się na modelu optymalizacyjnym przedstawionym w pracy [10] i w postaci skróconej w punkcie 5.1. Dane do obliczeń czytane będą ze zbioru danych i wprowadzane przez konstruktora. Wyniki optymalizacji wstępnej ułatwić będą konstruktorowi dobór wartości ograniczające poszczególne zmienne, a także poszukiwanie odpowiednich wartości funkcji celu. Trzecim krokiem będzie optymalizacja łożyska poprzecznego /A/ [11] oraz punkt 5.2. Przed przystąpieniem do obliczeń program pobierze dane ze zbioru danych, a pozostałe wartości wprowadzi konstruktor. W tym przypadku średnica czopa łożyska /C/ będzie zmienną koordynacyjną między podukładami: łożysko /C/ i łożysko /A/, ponieważ poprzez ograniczenia będzie oddziaływać bezpośrednio na wartość średnicy łożyska /A/. Czwartym krokiem będzie optymalizacja łożyska poprzecznego /B/. Tak jak poprzednio dane będą odczytane ze zbioru danych oraz wprowadzone przez konstruktora. Zmienną koordynacyjną między podukładami: łożysko /A/ i łożysko /B/ będzie średnica czopa łożyska poprzecznego /A/. Po obliczeniu wszystkich łożysk zespołu wrzecionowego będziemy mogli przystąpić do optymalizacji całego zespołu wrzecionowego. Do optymalizacji końcowej będzie zbudowany model, którego główne cechy opisane są w punkcie 4.2. Przy optymalizacji końcowej pobierać będziemy ze zbioru danych dokładne wymiary poszczególnych łożysk oraz wartości ich sztywności początkowych. Ogólny schemat opisanej koncepcji projektowania zespołu wrzecionowego przy zastosowaniu metody dekompozycji przedstawiono na rysunku 2.



-► Wprowadzanie danych przez konstruktora
- Pobieranie danych ze zbioru
- Przesyłanie danych do zbioru
- ~~~~~► Podawanie przez program wartości zmiennych koordynacyjnych

Rys. 2. Ogólny schemat optymalizacji zespołu wrzecionowego.

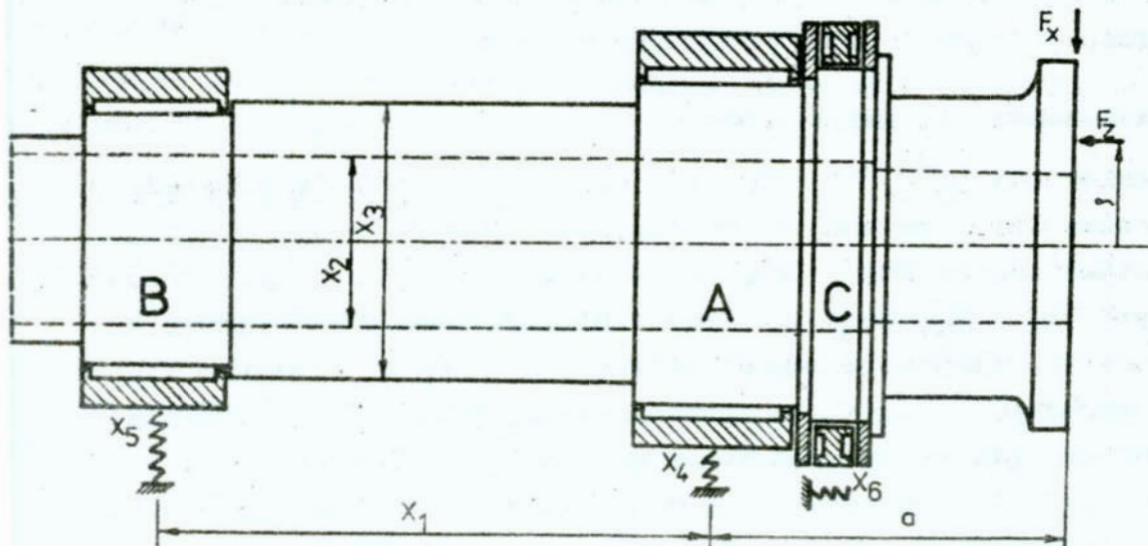
Fig. 2. General scheme of the spindle assembly optimization.

4. Założenia do modelu matematycznego zadania optymalizacji wielokryterialnej zespołu wrzecionowego

W pracy będzie rozpatrywany zespół wrzecionowy tokarki łożyskowany na łożyskach hydrostatycznych, w układzie klasycznym: łożysko wzdlużne z przodu i dwa łożyska poprzeczne, z obciążonym napędem umieszczonym za poprzecznym łożyskiem /B/. Model matematyczny zawierać będzie jedynie zagadnienia statyki układu, co zgodne jest ze stwierdzeniem autorów zawartym w pracach [4, 13], że obecnie jedynie dokładność wykonania oraz sztywność statyczna może być określona przez projektanta dość precyzyjnie. Własności dynamiczne, a zwłaszcza ciepłne - temperatura pracy i stabilność cieplna zespołu wrzecionowego, które uzależnione są zarówno od prędkości obrotowej wrzeciona oraz sposobu łożyskowania i smarowania, trudne są do dokładnego określenia na etapie projektowania.

4.1. Zarys modelu wstępnej optymalizacji wielokryterialnej

Do wstępnej optymalizacji wielokryterialnej zespołu wrzecionowego przedstawionego na rys. 3. przyjęto następujący model.



Rys. 3. Schemat zespołu wrzecionowego tokarki

Fig. 3. Lathe spindle assembly schematic

Zmienne decyzyjne

Wektor $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$

gdzie: x_1 - rozstaw podpór w [mm],

x_2 - średnica otworu we wrzecionie w [mm],

x_3 - średnica zewnętrzna wrzeciona w [mm],

x_4, x_5, x_6 - odpowiednio: sztywność początkowa łożyska /A/, /B/, /C/ w [N/μm].

Funkcje celu

Zaproponowane funkcje celu wynikają z przeprowadzonej analizy literaturowej dotyczącej projektowania zespołów wrzecionowych [1, 3, 8, 9, 13, 14, 15].

Wektor $f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ f_3(x) \ f_4(x)]^T$

gdzie: $f_1(x)$ - sztywność zespołu wrzecionowego w [N/um],

$f_2(x)$ - masa całkowita zespołu wrzecionowego wraz z końcówką w [kg],

$f_3(x)$ - bicie końcówki w [μm],

$f_4(x)$ - sztywność wzdłużna w punkcie działania siły wzdłużnej w [N/um].

Należy dodać, że funkcja pierwsza i czwarta będzie maksymalizowana, a druga i trzecia minimalizowana.

Ograniczenia nierównościowe

Ograniczenia $g_j(x) \geq 0$ dla $j = 1, 2, \dots, 14$ będą związane z poszczególnymi zmiennymi decyzyjnymi. Ograniczenia dotyczące wartości sztywności początkowej poszczególnych łożysk poprzecznych (x_4 i x_5) będą związane zależnościami funkcyjnymi z wartością sztywności samego wrzeciona [15], a średnica otworu we wrzecionie i średnica wrzeciona (x_2 i x_3) muszą spełniać dodatkowe proporcje określone w pracy [3]. Ograniczenie ostatecznie $g_{15}(x) \geq 0$ ograniczań będzie kąt obrotu przekroju poprzecznego wrzeciona w przedniej podporze poprzecznej.

4.2. Zarys modelu końcowej optymalizacji wielokryterialnej

Struktura modelu II różni się tym od struktury modelu I, że zmniejszono w nim liczbę zmiennych decyzyjnych z 6 do 3, funkcji celu z 4 do 3 i ograniczeń z 15 do 13. Zmiany te wynikają z faktu, że optymalizacja końcowa będzie realizowana po optymalizacji łożysk hydrostatycznych, które są podukładami w zespole wrzecionowym. Tak więc w tym przypadku operujemy już konkretnymi łożyskami.

Zmienne decyzyjne :

$$\text{Wektor } x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$$

Poszczególne zmienne oznaczają dokładnie to samo co w modelu I /patrz punkt 4.1./. W tym przypadku nie będą występowały zmienne x_4 , x_5 , x_6 , ponieważ przy optymalizacji końcowej wprowadzane będą konkretne wartości sztywności łożysk.

Funkcje celu

$$\text{Wektor } f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ f_3(x)]^T$$

Kolejne funkcje mają to samo znaczenie co w modelu I /patrz punkt 4.1./. Przy optymalizacji końcowej nie będzie występować funkcja $f_4(x)$, która oznacza sztywność wzdłużną zespołu wrzecionowego w punkcie działania siły wzdłużnej, ponieważ w analizie wzorów wynika, że po zlikwidowaniu zmiennej x_6 - sztywność początkowa łożyska wzdłużnego, funkcja ta będzie miała to samo maksimum co funkcja $f_1(x)$.

Ograniczenia nierównościowe

Ograniczenia $g_j(x) \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, 8$ będą dotyczyć trzech zmiennych decyzyjnych, ograniczenia $g_k(x) \geq 0$, $k = 9, 10, 11, 12$ wiążą w zależności sztywności konkretnych łożysk poprzecznych ze sztywnością wrzeciona, zaś $g_{13}(x) \geq 0$ dotyczy maksymalnego kąta obrotu przekroju poprzecznego wrzeciona w przedniej podporze poprzecznej.

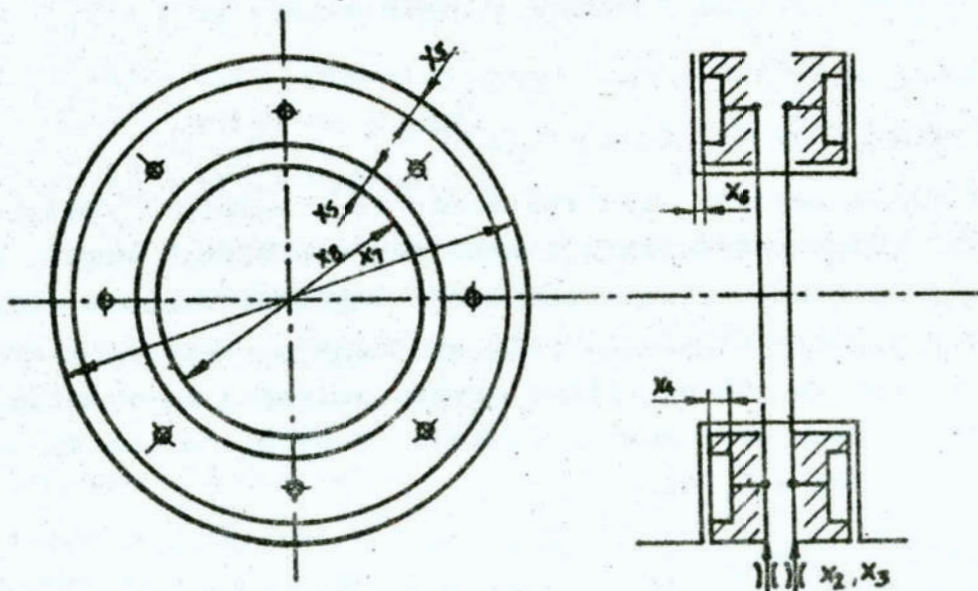
Należy jednak pamiętać, że oba zaproponowane modele są modelami częściowymi. Wydaje się słusznym stwierdzenie zawarte w pracy [5], że nie istnieje praktyczna szansa sformułowania w postaci zamkniętej warunków wytrzymałościowych korpusów.

Możliwe jest natomiast dokonanie ingerencji przez stosowanie kryteriów optymalizacji. Kryterium, które napewno determinuje obrys korpusu, a zatem i jego masę jest kryterium masy całego zespołu wrzecionowego.

5. Zarys modeli matematycznych optymalizacji wielokryterialnej łożysk hydrostatycznych: wzdłużnego i poprzecznego

5.1. Łożysko wzdłużne

Do optymalizacji wielokryterialnej łożyska wzdłużnego pierścieniowego, dwukierunkowego, o zmiennym przepływie z użyciem dławików stałych: kapilary i diafragmy, przedstawionego na rys. 4. przyjęto następujący model [10].



Rys. 4. Schemat łożyska hydrostatycznego wzdłużnego dwukierunkowego

Fig. 4. Hydrostatic thrust reversible bearing schematic

Zmienne decyzyjne

$$\text{Wektor } \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T$$

gdzie: x_1 - ciśnienie zasilania łożyska w [MPa], rozumiane

- jako nadciśnienie: $x_1 = p_s - p_a$, p_s - ciśnienie zasilania, p_a - ciśnienie atmosferyczne,
 x_2 - długość kapilary w [mm],
 x_3 - średnica dławika w [mm],
 x_4 - głębokość komory hydrostatycznej w [mm],
 x_5 - długość szczeliny wpływowej w [mm],
 x_6 - początkowa wartość szczeliny nośnej w [μm],
 x_7, x_8 - odpowiednio: średnica zewnętrzna i wewnętrzna łożyska w [mm].

Funkcje celu

Wektor $f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ f_3(x)]^T$

gdzie: $f_1(x)$ - największe sumaryczne zapotrzebowanie mocy przez łożysko w [kW],

$f_2(x)$ - powierzchnia czołowa łożyska w [mm^2],

$f_3(x)$ - sztywność początkowa łożyska w [$\text{N}/\mu\text{m}$].

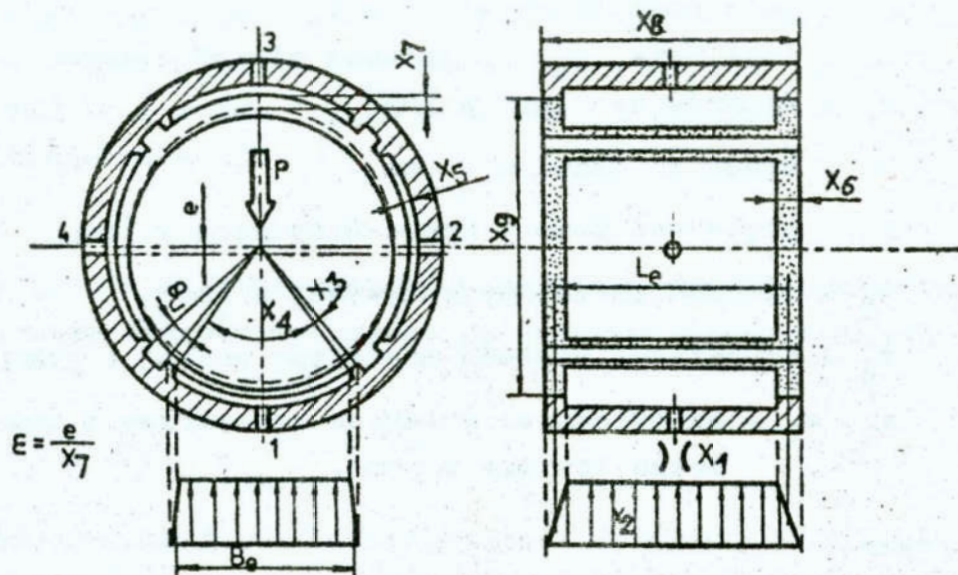
Dwie pierwsze funkcje są minimalizowane, a trzecia jest maksymalizowana. Uwaga ta odnosi się również do punktu 5.2.

Ograniczenia nierównościowe

Ograniczenia $g_j(x) \leq 0$ dla $j = 1, 2, \dots, 16$ dotyczą poszczególnych zmiennych decyzyjnych występujących w modelu, $g_{17}(x) \geq 0$ określa wymaganą nośność łożyska, a $g_{18}(x) \geq 0$ sprawdza czy występuje przepływ laminarny /dotyczy tylko kapilary/.

5.2. Łożysko poprzeczne

Przy optymalizacji wielokryterialnej łożyska poprzecznego czterokomorowego, z wpływem dwukierunkowym, o zmiennym przepływie z zastosowaniem diafragmy, przedstawionego na rys. 5 przyjęto następujący model [11].



Rys. 5. Schemat łożyska hydrostatycznego poprzecznego, czterokomorowego

Fig. 5. Hydrostatic radial four-cell bearing schematic

Zmienne decyzyjne

Wektor $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9]^T$

gdzie: x_1 - średnica diafragmy w [mm],

x_2 - ciśnienie zasilania łożyska w [MPa] /patrz punkt 5.1./,

x_3 - kąt środkowy przegrody w [rad],

x_4 - kąt środkowy komory hydrostatycznej w [rad],

x_5 - długość szczeliny wypływowej w [mm],

x_6 - głębokość komory hydrostatycznej w [mm],

x_7 - początkowa wartość szczeliny nośnej w [μ m],

x_8 - szerokość łożyska w [mm],

x_9 - średnica czopa łożyska w [mm].

Funkcja celu

Wektor $f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ f_3(x)]^T$

gdzie: $f_1(x)$ - największe sumaryczne zapotrzebowanie mocy przez

przez łożysko w [kW],

$f_2 x$ - powierzchnia boczna łożyska w [mm²],

$f_3 x$ - sztywność początkowa łożyska w [N/mm].

Ograniczenia nierównościowe

Ograniczenia $\varepsilon_j(x) \geq 0$ dla $j = 1, 2, \dots, 18$ związane są z poszczególnymi zmiennymi decyzyjnymi, $\varepsilon_{19}(x) \geq 0$ określa wymaganą nośność łożyska.

Zarówno w odniesieniu do łożyska wzdłużnego i poprzecznego konstruktor musi określić wartości takich wielkości, jak:

η_{50} - lepkość dynamiczna oleju w [Pa·s],

ρ_o - gęstość oleju zasilającego w [kg/m³],

η_p - sprawność pompy olejowej,

ε - dopuszczalne względne przesunięcie łożyska

ω_m - maksymalna prędkość obrotowa wrzeciona w [rad/s].

Modele matematyczne łożyska wzdłużnego i poprzecznego mają zmienną strukturę, tzn. że można przejść z optymalizacji trójkryterialnej do optymalizacji dwukryterialnej. W drugim przypadku pozostają dwie pierwsze funkcje celu, natomiast konstruktor podaje wartość sztywności początkowej łożyska. W ten sposób konstruktor ma możliwość projektowania łożysk o żądanych wartościach sztywności początkowej.

W zaprezentowanych modelach matematycznych łożysk zmienne decyzyjne są odwrócone w stosunku do układu podanego w pracach [10, 11], ponieważ w przyszłości przewiduje się korzystanie z algorytmu optymalizacji, który będzie pracował dla ciągłych i dyskretnych wartości zmiennych decyzyjnych.

W przypadku modelu łożyska poprzecznego przewiduje się rozszerzenie go o moduł uwzględniający w procesie obliczeniowym gięcie wału wrzeciona.

Metoda rozwiązywania zadania optymalizacji

Do rozwiązania poszczególnych kroków /patrz rys. 2./ przed-

stawionej powyżej koncepcji optymalizacji wielokryterialnej zespołu wrzecionowego zostanie użyty jeden z algorytmów zawartych w pracy [12], przewiduje się zastosowanie metody mini-max z wagami.

W wyniku tak przeprowadzonej optymalizacji, tzn. optymalizacji wstępnej i kolejnych kroków optymalizacji według modelu II: optymalizacja łożyska /C/, łożyska poprzecznego /A/ i /B/ oraz optymalizacji końcowej zespołu wrzecionowego będziemy mogli zbudować graf, który pokazuje nam powstawanie zbioru rozwiązań dopuszczalnych zespołu wrzecionowego, rys. 6.

Ostateczna analiza wyników odbywać się będzie po dołączeniu do trzech globalnych funkcji celów, które występują w modelu optymalizacji końcowej zespołu wrzecionowego:

$f_1(x)$ - sztywność zespołu wrzecionowego,

$f_2(x)$ - masa całkowita zespołu,

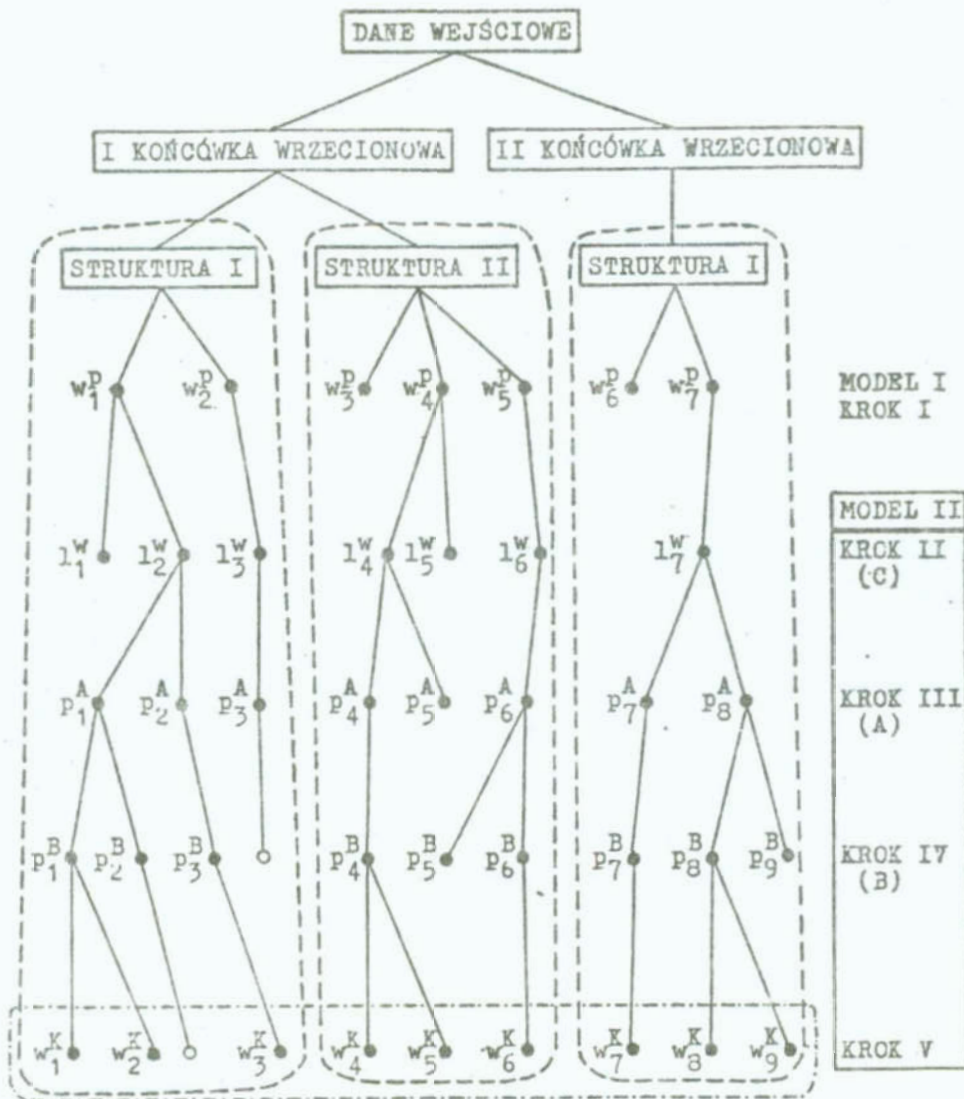
$f_3(x)$ - bicie końcówki,

czwartej funkcji $f_4(x)$

$$f_4(x) = f_1^C(x) + f_1^A(x) + f_1^B(x)$$

gdzie: $f_1^C(x)$, $f_1^A(x)$, $f_1^B(x)$ są odpowiednio wartościami zapotrzebowania mocy do zasilania łożyska wzdłużnego /C/ oraz łożyska poprzecznego /A/ i /B/.

Tak więc czwarta funkcja celu będzie sumą lokalnego kryterium z poszczególnych podukładów. Ostatecznie więc będziemy mieli nowy wektor kryterium : $f(x) = [f_1(x) f_2(x) f_3(x) f_4(x)]^T$ i wtedy dopiero będziemy mogli poszukiwać rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. Wielkość zbioru rozwiązań dopuszczalnych będzie uzależniona od tego jak bardzo rozbudowane będzie poszczególne drzewo grafu czyli liczba generowanych rozwiązań w każdym kroku i jaka będzie liczba drzew grafu. Możemy bowiem poszukiwać rozwiązań optymalnych zaczynając od różnych wyników optymalizacji wstępnej - KROK I /np. startując od w_3^P , w_4^P czy w_5^P , rys. 6./, przyjmując różne końcówki wrzecionowe, które dostępne będą w programie, czy też zakładając różne struktury projektowanego zespołu wrzecionowego przewidziane w programie. Graf będzie tworzony interaktywnie i konstruktor będzie decydował, które rozwiązanie przechodzić będzie do dalszego etapu



- - granice pojedynczego drzewa grafu,
- - zbiór rozwiązań dopuszczalnych,
- - rozwiązanie ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych,
- - rozwiązanie spoza zbioru rozwiązań dopuszczalnych,
- w_i^D, w_i^K - odpowiednio: zespół wrzecionowy początkowy i końcowy,
- l_i^W - łożysko wzdłużne
- p_i^A, p_i^B - odpowiednio: łożysko poprzeczne pierwsze i drugie.

Rys. 6. Graf przedstawiający powstawanie zbioru rozwiązań dopuszczalnych

Fig. 6. Graph presenting formation of the set of permissible solutions

optymalizacji.

W celu znalezienia rozwiązań, które będą satysfakcjonowały konstruktora przewiduje się opracowanie algorytmu do poszukiwania zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, a także algorytmu w którym konstruktor w sposób interaktywny będzie mógł wprowadzać swoje sugestie i w ten sposób otrzymywać podzbiory rozwiązań w sensie Pareto. W dalszym etapie pracy przewiduje się opracowanie algorytmu wyboru reprezentatywnego podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto.

7. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono ogólną koncepcję optymalizacji wielokryterialnej zespołu wrzecionowego z zastosowaniem metody dekompozycji. Wydaje się, że taki sposób podejścia do zagadnienia projektowania zespołów wrzecionowych z łożyskami hydrostatycznymi stanowić będzie zasadniczy krok na drodze do komputerowego wspomaganie ich projektowania.

Opracowana metoda dekompozycji może być również przydatna do projektowania zespołów wrzecionowych z użyciem gotowych łożysk hydrostatycznych.

Literatura

1. Giebner E.: Bearing Arrangement Design for Machine Tool Spindles, Ball Bearing Journal 216, pp. 1-13
2. Johnson R.C., Benson R.C.: A Basic Two-Stage Decomposition Strategy for Design Optimization, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, No.10, vol. 106, pp. 380-386, 1984
3. Koch J., Ilczyszyn J., Krzyżanowski J.: Wrzeciona obrabiarek, WNT 1982
4. Koch J., Żebrowski H.: Jakość układu wrzecionowego w obrabiarkach, Przegląd Mechaniczny, nr 7-8, s.207-214, 1972
5. Kowalski J.: Modelowanie obiektów konstrukcyjnych w projektowaniu optymalnym, WNT, Warszawa 1983
6. Leśniak Z.K.: Optymalizacja systemów metodą dekompozycji, Referaty III Konferencji "Metody komputerowe w mechanice konstrukcji", Tom II, WSIInż., Opole 1977
7. Lewandowski D.: Łożyska hydrostatyczne o stałym ciśnieniu zasilania, Przegląd Mechaniczny, nr 15, s. 529-533, 1973
8. Lewandowski D., Przybył R.: Sztywność zespołu wrzecionowego łożyskowanego hydrostatycznie, Mechanik nr 5, s. 273-277, 1985
9. Machine tool spindle applications, SKF, 1983
10. Montusiewicz J., Osyczka A.: Komputerowe wspomaganie projektowania łożysk hydrostatycznych wzdłużnych przy zastosowaniu metod optymalizacji wielokryterialnej. Zeszyty Naukowe WSIInż w Koszalinie, nr 10 WM, s. 153-169, 1987
11. Montusiewicz J., Osyczka A.: Optymalizacja wielokryterialna łożysk hydrostatycznych poprzecznych, Mechanik nr 1, 1988 /w druku/
12. Osyczka A.: Multicriterion Optimization in Engineering with FORTAN Programs, John Wiley and Sons, Chichester, 1984
13. Paderewski K.: Zespoły wrzecionowe obrabiarek, Przegląd Mechaniczny 1980, nr 7, s.5-10, Przegląd Mechaniczny 1980, nr 8, s.13-16
14. Szimanowicz M.A., Kudraszow L.W.: Sistema programm dla rasczeta nagruzocznych charakteristik szpindielia, ustanowliennogo w gidrostaticzeskich oporach, Stanki i Instrument

1985, nr 3, s.9-12

15. Przybył T.: Optymalizacja ciśnienia zasilania łożyska hydrostatycznego przeznaczonego do wrzecion obrabiarek precyzyjnych, praca doktorska, Politechnika Łódzka, 1980
16. Wrotny L.T.: Projektowanie obrabiarek, WNT, Warszawa, 1986

Streszczenie

W artykule przedstawiono ogólną koncepcję optymalizacji wielokryterialnej zespołu wrzecionowego łożyskowanego na łożyskach hydrostatycznych. Do rozwiązania tego zadania wykorzystano metodę dekompozycji. Dekompozycja ta polega na wyodrębnieniu podukładów optymalizacyjnych, dla których osobno przeprowadza się optymalizację, a w końcowym etapie przeprowadza się agregację uzyskanych wyników i optymalizację całości zespołu wrzecionowego. Podano też sposób postępowania przy poszukiwaniu ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych rozwiązań optymalnych w sensie Pareto.

A CERTAIN CONCEPTION OF MULTICRITERION OPTIMIZATION OF SPINDLE UNIT WITH HYDROSTATIC BEARINGS

Summary

In the paper a general conception of multicriterion optimization of spindle unit with hydrostatic bearings was presented. The decomposition method was used to solve this problem. In this decomposition some optimization subsystems were separated for which separate optimization was done. In the final stage the aggregation obtained results is done and optimization of the all spindle unit is made. The way of seeking Pareto optimum solution from the set of feasible solutions was presented.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Tadeusz Nowicki
Wojskowa Akademia Techniczna
Warszawa

WIELOKRYTERIALNA OPTIMALIZACJA NAKŁADKOWANIA PROGRAMU

1. Wstęp

Nakładkowanie programu złożonego z pewnej liczby segmentów jest techniką znaną i użytkowaną od wielu lat. Obecnie często można spotkać się z tezą, że przy współczesnym rozwoju komputerów i technologii produkcji oprogramowania, nakładkowanie nie ma racji bytu. Stanowisko takie jest skutkiem między innymi tego, że:

- komputery posiadają pamięci operacyjne o dużych pojemnościach,
- istnieje łatwy dostęp do pojedynczych danych w pamięciach masowych.

Teza powyższa nie jest jednak zgodna z doświadczeniem wielu praktyków zajmujących się projektowaniem i eksploatacją oprogramowania systemów informatycznych. Pomimo dużych wielkości pamięci operacyjnej /PAO/ komputerów stosowanie wielu kompilatorów języków programowania powoduje to, że zakres adresów bezpośrednio używanych w obszarze programów rezydujących w PAO jest, w pewnym uproszczeniu, ograniczony. Wtedy nakładkowanie programu może okazać się korzystniejsze niż inne metody pominięcia wspomnianej niedogodności.

Innym przykładem jest użytkowanie popularnych ostatnio systemów informatycznych wyposażonych w bogatą grafikę. Pamięci obrazów, często bardzo szczegółowych, są znaczne. To właśnie, oraz konieczność częstych zmian dynamicznych fragmentów obrazów na ekranie zmusza projektantów tych systemów do nakładko-

wania procedur graficznych.

Skoro technika nakładkowania jest stosowana, to istotnym wydaje się być sposób, w jaki segmenty programu są nakładkowane. Rozważmy zatem problem rozmieszczenia wydzielonych już segmentów programu w nakładkach z punktu widzenia minimalizacji liczby transmisji tych nakładek w określonym okresie eksploatacji programu. Założymy, że znane są nam charakterystyki probabilistyczne dotyczące samych segmentów, jak również powiązań międzysegmentowych.

2. Model matematyczny eksploatacji programu

Założmy, że mamy do czynienia z programem, w którym poza jego częścią, która na stałe rezyduje w PAO, wydzielono M segmentów. Segmenty te mają być rozmieszczone w nakładkach w pamięci zewnętrznej. Niech E ,

$$E = \{e_0, e_1, e_2, \dots, e_m, \dots, e_M\} \quad (1)$$

oznacza zbiór elementów symbolizujących segmenty, przy czym symbol e_0 odpowiada tej części programu, która na stałe rezyduje w PAO.

Przez A_m oznaczmy zmienną losową będącą czasem wykonania się segmentu o numerze m , $m = \overline{0, M}$.

Przyjmijmy, że zmienne losowe A_m , $m = \overline{0, M}$ są niezależnymi, dodatnimi zmiennymi losowymi o wartościach oczekiwanych a_m i dystrybuantach $F_m(t)$, $m = \overline{0, M}$.

Przyjmijmy również, że znamy wielkości P_{mn} oznaczające prawdopodobieństwo tego, iż po wykonaniu się segmentu m -tego jako kolejny wykonywać się będzie segment n -ty, $i, j = \overline{0, M}$.

Funkcje $F_m(t)$ oraz wielkości a_m i P_{mn} , $m, n = \overline{0, M}$, łatwo jest wyestymować podczas eksploatacji wstępnej programu, gdyż sposób nakładkowania, co jest najistotniejsze, nie ma na nie wpływu.

Jeśli przez $z(t)$ oznaczymy proces stochastyczny zdefiniowany w ten sposób, że wartość procesu dla ustalonej chwili t oznacza numer segmentu, jaki aktualnie się wykonuje, to proces ten można przyjąć jako model matematyczny wykonywania się

programu. Ze względu na przyjęte charakterystyki probabilistyczne proces ten jest procesem semimarkowskim. Niech k oznacza liczbę nakładek, które jednocześnie mogą przebywać w PAO. Przyjmujemy zatem, że konstruowane nakładki są identycznej wielkości. Przez N oznaczmy liczbę nakładek, jaka powstanie w wyniku nakładkowania M segmentów programu. Ustalmy, że reguła wymian nakładek pomiędzy PAO i pamięcią zewnętrzną jest znana. Przez v oznaczmy pojemność nakładki a v_m oznacza pojemność segmentu m -tego, $m = \overline{1, M}$.

oczywistym jest, że zachodzić musi

$$v \geq v_m, \quad m = \overline{1, M} \quad (2)$$

Szukamy takiej strategii nakładkowania X

$$X = (x_{mn})_{M \times M} \quad (3)$$

gdzie

$$x_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{gdy segmenty o numerach } m \text{ i } n \text{ są w tej samej} \\ & \text{nakładce.} \\ 0 & \text{przeciwnym przypadku,} \end{cases}$$

$$m, n = \overline{1, M}.$$

Macierz X jest symetryczna i jednoznacznie określa sposób nakładkowania, a z jej postaci łatwo jest uzyskać wartość wielkości N .

Ograniczenia formalne na elementy macierzy X są następujące:

$$x_{mn} \in \{0, 1\}, \quad m, n = \overline{1, M} \quad (4)$$

$$x_{mm} = 1, \quad m = \overline{1, M} \quad (5)$$

Ograniczenia funkcjonalne na elementy macierzy X są o postaci:

$$\sum_{n=1}^M x_{mn} v_n \leq v, \quad m = \overline{1, M} \quad (6)$$

3. Wektorowa ocena rozmieszczenia segmentów w nakładkach

We wstępie określiliśmy, że oceniać będziemy rozmieszczenie segmentów w nakładkach, liczbę transmisji nakładek w usta-

lonym okresie eksploatacji programu. Liczba ta jest warto-
 ścią losową, stąd wygodniej jest mierzyć jakość nakładkowania
 wartością oczekiwaną tej wielkości. Niestety efektywne metody
 rozwiązania takiego problemu istnieją jedynie dla wartości
 granicznych procesu $z(t)$ o ile takie istnieją. Oznacza to, że
 można rozwiązać sformułowany problem dla programów, których
 okres eksploatacji jest relatywnie długi. Nie zawsze, mamy do
 czynienia z tej klasy programami. Pozostała więc koncepcja,
 aby tak rozmieścić segmenty w nakładkach, aby czas przebywa-
 nia procesu $z(t)$ w podzbiorach stanów, oznaczających numery
 segmentów tej samej nakładki, był jak największy. Wydaje się
 być zasadnym stwierdzenie, że powodować to będzie minimaliza-
 cję liczby transmisji nakładek w dowolnie zadanym okresie
 eksploatacji programu. Czasy przebywania procesu $z(t)$ w pod-
 zbiorach stanów są zmiennymi losowymi, stąd dążyć będziemy do
 maksymalizacji ich wartości oczekiwanych.

Oznaczmy przez $T_n(X)$ czas przebywania procesu $z(t)$ w pod-
 zbiorach stanów o numerach odpowiadających segmentom z nakład-
 ki n -tej $n = \overline{1, N}$. Czasy te są zmiennymi losowymi zależnymi od
 wartości zmiennej decyzyjnej X . Przez $t_n(X)$ oznaczmy wartości
 oczekiwane zmiennych losowych $T_n(X)$, $n = \overline{1, N}$.

Otrzymaliśmy zatem wektorową ocenę nakładkowania segmentów
 programu w postaci funkcji $t(X)$,

$$t(X) = (t_1(X), t_2(X), \dots, t_n(X), \dots, t_N(X)) \quad (7)$$

Pokażemy, jak wyznaczyć wartości $t_n(X)$, $n = \overline{1, N}$.
 Oznaczmy przez E_n zbiór numerów segmentów będących w nakładce
 n -tej.

Niech C_m oznacza zmienną losową będącą czasem utrzymania
 się procesu $z(t)$ w podzbiórze stanów E_n pod warunkiem, że ja-
 ko pierwszy segment z nakładki n -tej wykonywać się będzie seg-
 ment m -ty $m \in E_n$. Przyjmijmy, że $c_m = E\{C_m\}$, $m = \overline{1, M}$.
 Prawdziwa jest zależność redukcyjna będąca równościami stochas-
 tycznymi w sensie rozkładów [2]:

$$C_m = A_m + \sum_{k \in E_n} P_{mk} \cdot C_k, \quad m \in E_n \quad (8)$$

Działając na obie strony równań (8) operatorem wartości oczekiwanej otrzymujemy:

$$c_m = a_m + \sum_{k \in E_n} P_{mk} c_k, \quad m \in E_n \quad (9)$$

Rozwiązanie tego układu równań istnieje, jeśli macierz

$[P_{ij}]_{E_n \times E_n}$ jest półstochastyczna, tzn. przynajmniej dla jednego $i \in E_n$ spełniona jest nierówność

$$\sum_{j \in E_n} P_{ij} < 1. \quad (10)$$

Wyznaczając z układu równań (9) wielkości c_m , $m \in E_n$, otrzymujemy:

$$t_n(X) = \sum_{k \in E_n} E \{ p_k(t) \} \cdot c_k, \quad (11)$$

gdzie: $p_k(t)$ są chwilowymi prawdopodobieństwami przebywania procesu semimarkowskiego w stanie k -tym, natomiast $E \{ p_k(t) \}$ jest wartością oczekiwaną tych prawdopodobieństw po t należących do rozważanego okresu eksploatacji programu. Prawdopodobieństwa chwilowe $p_k(t)$ wyznaczyć można metodą zaproponowaną w [3]. Wielkości $t_n(X)$ zależą od X , natomiast w równości (11) w sposób jawny prawa strona nie zależy od tej zmiennej decyzyjnej. Jednak wielkości c_k wyznaczone zostały przy założeniu, że znany jest nam rozdział segmentów w poszczególnych nakładkach.

4. Sformułowanie zadania optymalizacji

Dążymy do wyznaczenia takiej wartości macierzy X , aby maksymalizować funkcję $t_n(X)$, $n = \overline{1, N}$. Posłużymy się metodą rozwiązań kompromisowych z tak zwanym antyideałem [1]. Jeśli przez

$$t^* = (0, 0, 0, \dots, 0) \in R^N \quad (12)$$

oznaczymy wektor zwany antyideałem, to skonstruować możemy normalne odległości wektora $t(X)$ od antyideału postaci

$$\|t(X) - t^*\|_p = \left(\sum_{n=1}^N (|t_n(X) - t_n^*|^p) \right)^{\frac{1}{p}} =$$

$$= \left(\sum_{n=1}^N [t_n(X)]^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (13)$$

dla $p \geq 1$.

Jest to tak zwana norma z parametrem p , [1].

Sformułujemy następujące zadanie optymalizacji:

dla zadanego p wyznaczyć takie X^* , aby

$$\|t(X^*) - t^*\|_p = \max_{X \in \Omega} \|t(X) - t^*\|_p \quad (14)$$

gdzie Ω określone jest ograniczeniami (4), (5) i (6).

5. Metoda rozwiązania sformułowanego zadania optymalizacji

Ze względu na konieczność częstego rozwiązywania układu równań (9) metoda analityczna rozwiązania zadania (14) nie może być brana pod uwagę z praktycznego punktu widzenia. Proponuje się zatem rozwiązanie sformułowanego zadania optymalizacji metodą dającą rozwiązania suboptymalne.

Metoda

- a/ Tworzymy zbiór Ω' macierzy X generując go na podstawie praktycznych przesłanek co do jakości macierzy w nim zawartych z punktu widzenia maksymalizacji funkcji $t_n(X)$.
- b/ Posługując się skonstruowaną normą $\|t_n(X) - t^*\|_p$, dla zadanego p , wyznaczamy macierz najlepszą, to znaczy maksymalizującą tę normę.

Generowanie zbioru Ω' odbywać się może za pomocą wielu reguł doboru macierzy X do tego zbioru. Podane zostaną dwa przykłady takich reguł.

Reguła 1. Dobieramy kolejne segmenty do nakładek. Jeśli do nakładki wprowadzony został segment m -ty, to jako kolejny do

tej nakładki dobierany jest ten segment l-ty, dla którego wartość p_{ml} jest największa. Jako kolejny segment /o numerze k/ dobierany jest ten, dla którego $\max\{p_{mk}, p_{lk}\}$ jest największe itd. W czasie dobierania segmentów do nakładki pamiętać musimy, żeby spełniona była zależność (6).

Uwaga: w regule 1 zamiast maksymalizacji $\max\{p_{mk}, p_{lk}\}$ można zastosować $\max\{p_{km}, p_{kl}\}$ lub dowolną inną kombinację indeksów w wyrażeniach na prawdopodobieństwa przejść procesu ze stanu na stan.

Reguła 2. Do nakładek dobierane są pary segmentów o numerach m i l o największej lub odpowiednio dużej wartości $\max\{p_{ml}, p_{lm}\}$. Jako kolejny segment /o numerze k/ dobierany jest ten, dla którego wartość $\max\{p_{mk}, p_{lk}\}$ jest największa itd. Również w tej regule musimy pamiętać o spełnieniu warunku (6) i możemy modyfikować układ indeksów w prawdopodobieństwach przejść. W związku z tym, że w obu regułach punkt startowy możemy zmieniać, więc w efekcie otrzymamy wiele wygenerowanych w ten sposób macierzy X.

6. Wnioski końcowe

Zaproponowana metoda rozwiązania zadania (14) daje rozwiązanie suboptymalne. Za to jest metodą efektywną. Istnieje program na EMC realizujący opisaną metodę. Dobór wartości parametru p zależy od tego, czy chcemy w większym stopniu gwarantować długi czas przebywania procesu $z(t)$ w nakładce o najmniejszej wartości $t_n(X)$ czy też dążymy do jednakowej hierarchii w ocenianiu wszystkich nakładek. Wpływ wartości parametru p na rozwiązanie kompromisowe zadania optymalizacji wielokryterialnej został opisany w [1]. Brak przykładu liczbowego podyktowany jest tym, że praktyczny przykład musiałby być tak dużych rozmiarów, że nie stanowiłby przejrzystej ilustracji rozważań. Pominęto go zatem celowo.

Literatura

1. Ameljańczyk A.: Optymalizacja wielokryterialna. Skrypt WAT Warszawa 1986
2. Korzan B.: Procesy stochastyczne i teoria niezawodności. Część 1. Procesy stochastyczne. Skrypt WAT, Warszawa 1986
3. Korzan B.: Intensywność odnowień stanów procesów seminar-kowskich. Biuletyn WAT nr 5 417. Warszawa, 1987

Streszczenie

Sformułowano zadanie optymalizacji wektorowej rozmieszczenia segmentów programu w nakładkach z punktu widzenia minimalizacji oczekiwanej liczby transmisji nakładek w ustalonym okresie eksploatacji programu. Zaproponowano metodę rozwiązania sformułowanego zadania optymalizacji.

MULTICRITERIAL OPTIMIZATION OF THE PROGRAMME OVERLAPPING

Summary

The problem of vector optimization of the programme segments disposal has been formulated in the overlaps from the viewpoint of minimization of the expected number of the overlap transmissions in a determined period of the programme operation. A method to solve the optimization problem formulated is proposed.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"

MIELNO '88

Marian Ostwald
Politechnika Poznańska

ZASTOSOWANIE OPTYMALIZACJI W PROJEKTOWANIU KONSTRUKCJI POWŁOKOWYCH

1. Krótka charakterystyka konstrukcji powłokowych

Konstrukcje powłokowe znajdują obecnie coraz szersze zastosowanie w konstrukcjach inżynierskich. Są one stosowane w budownictwie jako dźwigary powierzchniowe, są stosowane w przemyśle budowy maszyn jako zbiorniki ciśnieniowe i fragmenty instalacji przemysłowych. Są wreszcie szeroko stosowane w przemyśle lotniczym i raketowym. W przyszłości będą stanowiły podstawowe elementy przestrzennych konstrukcji kosmicznych.

Szerokie możliwości wykorzystania konstrukcji powłokowych wymagają zastosowania odpowiednich metod obliczeniowych przy ich projektowaniu. Obliczenia wytrzymałościowe konstrukcji powłokowych wymagają precyzyjnego określenia rozkładu naprężeń w powłoce oraz dokładnego obliczenia obciążeń krytycznych dla zabezpieczenia się przed utratą stateczności tej konstrukcji. Obliczenia stateczności są bardzo istotnym elementem obliczeń tych cienkościennych konstrukcji, gdyż ze względu na duży stosunek promienia do grubości powłoki ($R/h > 20 \dots 100$), są one bardzo podatne na wyboczenie.

Oprócz obliczeń wytrzymałościowych w projektowaniu powłok należy jeszcze zwrócić uwagę na niedokładności wykonania powłoki. Praktyka wykazała, że obciążenia krytyczne rzeczywistych konstrukcji są znacznie niższe niż wynikałoby to z obliczeń teoretycznych. Przyczyną takiego stanu rzeczy są tzw. imperfekcje, czyli odchylenia powłoki od kształtu geometrycznie ideal-

nego. Imperfekcje uwzględnia się poprzez stosowanie odpowiednich współczynników zmniejszających, będących wynikiem statystycznego opracowania setek eksperymentów z powłokami [1].

Szerokie zastosowanie powłok w praktyce inżynierskiej wywołuje naturalną tendencję do zastosowania w procesie ich projektowania metod optymalizacyjnych. Przy optymalizacji konstrukcji powłokowych wyodrębnić można dwie drogi postępowania:

1. Dobór kształtu powłoki w oparciu o kryterium równomiernej wytrzymałości lub równomiernej stateczności. Przy wyznaczaniu funkcji opisujących kształt powłoki korzysta się z metod rachunku wariacyjnego. Tak zaprojektowane powłoki znajdują zastosowanie głównie w budownictwie.
2. Dobór charakterystycznych parametrów geometrycznych powłoki o określonym z góry kształcie - np. grubości powłoki, sposobu podparcia, sposobu uźebrowania czy zbrojenia itp. Tak zaprojektowane powłoki znajdują zastosowanie przede wszystkim w budowie maszyn.

Szczegółowy przegląd kierunków rozwoju optymalnego projektowania powłok przedstawiony jest w pracy [2].

Z punktu widzenia potrzeb przemysłu budowy maszyn /z przemysłem lotniczym włącznie/, interesujący jest drugi przypadek optymalizacji powłok. Konstrukcja powłokowa jako samodzielny element konstrukcyjny lub jako fragment większej instalacji przemysłowej posiada określony kształt /walec, stożek, kula lub też wycinek walca, stożka, kuli/. W projektowaniu takiej konstrukcji najczęściej stosowanym kryterium optymalizacyjnym jest koszt wykonania, sprowadzony do kryterium minimum masy lub objętości. Jako warunki ograniczające przyjmuje się warunki wytrzymałościowe /naprężenia/, warunki statecznościowe /globalnej i lokalnej/, warunki geometryczne. Można też przyjmować cały szereg innych ograniczeń, w zależności od stopnia skomplikowania konstrukcji /np. powłoka uźebrowana, zbrojona włóknem szklanym itp./. Można na powłokę nakładać ograniczenia dotyczące jej sztywności, drgań, rozkładu temperatur itd.

W zależności od ilości zmiennych decyzyjnych, funkcji opisujących warunki ograniczające, w projektowaniu powłok stosować można różne metody rozwiązywania zadań optymalizacji, poczynając od metod analitycznych a kończąc na metodach numerycznych.

Przegląd tych metod jak również omówienie metodyki postępowania przy rozwiązywaniu zadania optymalizacyjnego przedstawiono szczegółowo w pracy [3].

W praktyce inżynierskiej coraz szersze zastosowanie znajdują konstrukcje trójwarstwowe. Konstrukcje takie charakteryzują się stosunkowo dużą nośnością przy niedużym ciężarze. Ponadto dzięki wypełniaczowi mogą one posiadać wcześniej zaprogramowane własności termoizolacyjne, wibroizolacyjne itp. Konstrukcje takie posiadają wiele zalet, ale ich obliczenia ze względu na złożony charakter związków opisujących zachowanie się tych konstrukcji są pracochłonne. Metody obliczeniowe analityczne coraz szerzej są tutaj zastępowane metodami numerycznymi, opartymi o metodę elementów skończonych. Optymalizacja konstrukcji trójwarstwowych polega na doborze grubości poszczególnych warstw, własności wypełniacza, rodzaju materiałów konstrukcyjnych itd. Można z całą odpowiedzialnością stwierdzić, że optymalizacja podnosi wysokie wartości użytkowe konstrukcji trójwarstwowych.

O wadze zagadnienia optymalnego projektowania konstrukcji powłokowych świadczy ilość ukazujących się prac na ten temat. W pracy [2] omawiającej okres do końca lat osiemdziesiątych, bibliografia tematu obejmuje 670 pozycji. Do chwili obecnej liczba ta jest na pewno znacznie wyższa.

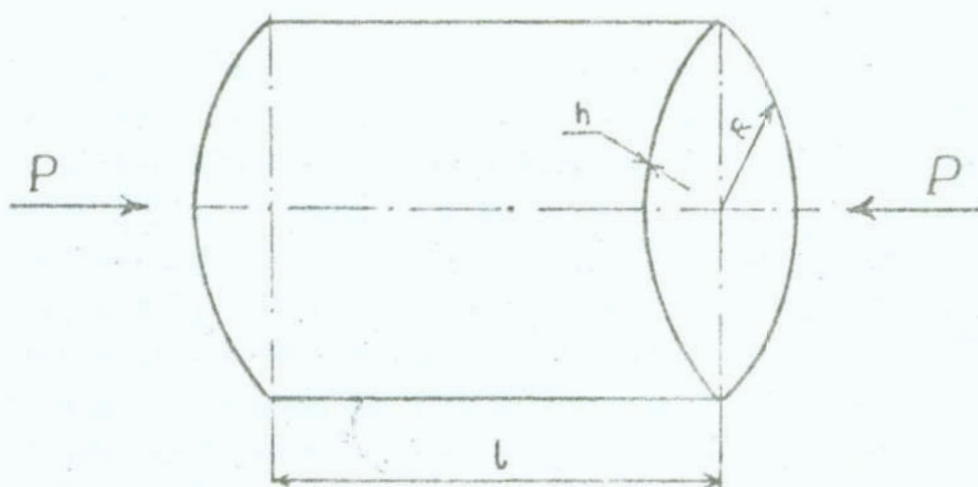
2. Przykłady optymalizacji konstrukcji powłokowych

2.1. Powłoka jednowarstwowa

Jako przykład optymalizacji konstrukcji powłokowej przedstawiono zadanie doboru głównych wymiarów jednowarstwowej powłoki walcowej ściskanej wzdłuż osi [3]. Schemat powłoki przedstawiono na rys. 1.

Jako kryterium optymalizacyjne przyjęto minimum ciężaru powłoki:

$$Q = 2\pi R h l \gamma \rightarrow \min .$$



Rys. 1. Zastosowanie optymalizacji w projektowaniu konstrukcji powłokowych

Fig. 1. Application of optimization in the design of shell structures

Warunkami ograniczającymi są:

- warunek wytrzymałościowy

$$\sigma = \frac{P}{2\pi R h} \leq k_r ,$$

- warunek lokalnej utraty stateczności

$$P_{kr}^L = \frac{\alpha}{n} \frac{2\pi}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} E h^2 \geq P ,$$

- warunek globalnej /eulerowskiej/ utraty stateczności

$$P_{kr}^{Gl} = \frac{\pi^3 R^3 E h}{l^2} \geq P ,$$

- warunki geometryczne

$$R, h, l > 0 .$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$A = 2\pi\gamma,$$

$$B = 2\pi k_T,$$

$$C = \frac{\alpha}{n} \frac{2\pi E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}, \quad D = \pi^3 E,$$

oznaczając zmienne decyzyjne:

$$x_1 = h, \quad x_2 = R, \quad x_3 = l,$$

gdzie: γ - ciężar właściwy materiału powłoki,

E - moduł Younga,

ν - liczba Poissona,

α - współczynnik redukcyjny uwzględniający ugięcia początkowe /np. wg [1]/,

n - współczynnik bezpieczeństwa.

Zadanie optymalizacyjne ma postać:

$$Q(\bar{x}) = A x_1 x_2 x_3 \rightarrow \min,$$

$$g_1(\bar{x}) = B x_1 x_2 - P \geq 0,$$

$$g_2(\bar{x}) = C x_1^2 - P \geq 0,$$

$$g_3(\bar{x}) = D x_1 x_2^3 x_3^{-2} - P \geq 0,$$

$$x_1, x_2, x_3 > 0.$$

Powyższe zadanie rozwiązać można np. metodą mnożników Lagrange'a.

Zakładając, że w punkcie optymalnym x ważne są wszystkie trzy ograniczenia, otrzymuje się następujące rozwiązanie zadania:

$$x_1^* = h^* = \sqrt{\frac{P}{C}},$$

$$x_2^* = R^* = \sqrt{\frac{P C}{B}},$$

$$x_3^* = l^* = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{P C D}{B}}.$$

Minimalna masa powłoki wynosi:

$$Q(\bar{x}^*) = \frac{A P}{B^2} \sqrt{\frac{P C D}{B}}$$

Ponieważ warunki σ_1 oraz σ_2 nie zależą od zmiennej decyzyjnej x_3 (1), dla konstrukcji $l < l^*$ rozwiązanie optymalne nie zależy od warunku globalnej utraty stateczności. Dla powłoki o długości $l \geq l^*$ obowiązują wszystkie warunki ograniczające.

2.2. Powłoka trójwarstwowa

Optymalizację trójwarstwowej powłoki walcowej przeprowadzić można przy następujących założeniach [4]:

$$Q(h_1) = 2\pi R l (h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_2 + h_3 \gamma_3) \rightarrow \min,$$

przy ograniczeniach:

$$P_{kr} - P \geq 0 \quad - \text{warunek lokalnej utraty stateczności}$$

$$\sigma_i \leq k_{ri} \quad - \text{warunki wytrzymałościowe,}$$

$$h_1 > 0,$$

gdzie: h_1 - grubości poszczególnych warstw powłoki / h_1 , h_2 - warstwy nośne, h_3 - warstwa wypełniająca/.

Zmiennymi decyzyjnymi są h_1 , h_2 i h_3 .

Wykorzystując wzory technicznej teorii powłok trójwarstwowych oraz odpowiednią metodę rozwiązania zadania optymalizacji określić można optymalne grubości warstw powłoki przy ścisaniu dla powłok o różnej długości, różnym promieniu R , różnych obciążeniach i różnych materiałach konstrukcyjnych. Dla potwierdzenia wyższych zalet konstrukcji trójwarstwowej w tablicy przedstawiono wyniki obliczeń dla powłoki jednowarstwowej. W ostatniej kolumnie porównano masy powłoki jednowarstwowej i równoważnej powłoki trójwarstwowej /grubości blach wg PN/.

Tabela 1. Porównanie optymalnych grubości aluminiowych powłok jednowarstwowych i trójwarstwowych przy ścisaniu ($R = 1m, l = 1m$).

Table 1. Comparison of the optimal thicknesses of aluminium unilayer and tri-layer coatings at compression ($R = 1 m, l = 1 m$).

P [MN]	Powłoka trójwarstwowa				Powłoka jednowarstwowa		$\frac{m_1}{m_3}$
	h_1	h_2	h_3	masa m_3 [kg]	h	masa m_3 [kg]	
1	0,4	0,5	6,0	23,750	3,0	52,779	2,222
2	0,8	0,9	6,0	37,825	4,0	70,372	1,860
3	1,0	1,5	6,0	51,899	5,0	87,955	1,695
4	1,5	1,8	6,0	65,973	6,0	105,558	1,600
5	2,0	2,5	5,0	85,765	7,0	123,150	1,436

Uwaga: wszystkie grubości podane są w mm.

2.3. Polioptymalne projektowanie powłok

Konstrukcje powłokowe należą do konstrukcji o coraz szerszym zastosowaniu. Przedstawione przykłady optymalizacji były optymalizacją jednokryterialną /skalarną/. Konstrukcje powłokowe spełniać muszą coraz bardziej odpowiedzialne zadania, stąd musi pojawić się problem projektowania tych powłok przy uwzględnieniu kilku kryteriów optymalizacyjnych. Prace takie nie są znane jeszcze autorowi, stanowią więc interesujący przykład dla zastosowania techniki optymalizacji wektorowej w tej dziedzinie mechaniki.

Biorąc pod uwagę zadania jakie wykonywać musi konstrukcja

powłokowa, jak również specyficzne właściwości tej konstrukcji, powłoka powinna charakteryzować się niską masą oraz wysoką odpornością na zjawisko utraty stateczności. Sformułować można więc zadanie optymalizacji dwukryterialnej:

$$Q \rightarrow \min ,$$

$$P_{kr} \rightarrow \max ,$$

przy spełnianiu warunków geometrycznych, wytrzymałościowych i innych. Tak sformułowane zadanie polioptymalizacji powłok określić można zadaniem klasycznym.

Dla powłoki jednowarstwowej klasyczne kryteria polioptymalizacyjne mają postać:

$$Q = A x_1 x_2 x_3 \rightarrow \min ,$$

$$P_{kr} = C x_2^2 \rightarrow \max .$$

Drugie kryterium jest funkcją jednej zmiennej decyzyjnej, stąd zastosowanie metod polioptymalizacyjnych /np. metody leksykograficznej [5]/ prowadzi do zadania optymalizacji jednokryterialnej. Specyfika równań opisujących zachowanie się powłoki nie sprzyja optymalizacji wielokryterialnej.

Inna sytuacja jest w przypadku powłok trójwarstwowych. Konstrukcje takie są obiektem aktualnych badań autora.

Literatura

1. Z. Waszczyszyn: Stateczność powłok /niektóre problemy i kierunki badań/. Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, Seria: Budownictwo z.19, nr kol. 90/1984
2. M. Życzkowski, J. Krużelecki: Aktualne kierunki rozwoju optymalnego kształtowania wytrzymałościowego powłok. Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, Seria: Budownictwo z.19, nr kol. 90/1984
3. M. Ostwald: Optmalizacja konstrukcji. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Poznańskiej, 1987
4. M. Ostwald: Dobór optymalnych grubości warstw trójwarstwowej powłoki walcowej poddanej ścisłaniu. Archiwum Budowy Maszyn, tom XXXIII, 1986, z.3
5. S. Jendo, W. Marks: O wielokryterialnej optymalizacji konstrukcji. Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XXX, 1984, z.1

Streszczenie

W pracy przedstawiono podstawowe cechy charakterystyczne konstrukcji powłokowych i stan ich zastosowań w konstrukcjach inżynierskich. Podano przykłady polioptymalizacji konstrukcji powłokowych.

APPLICATION OF OPTIMIZATION TO SHELL DESIGNS PLANNING

Summary

In the paper, basic characteristic features of the shell designs and the state of their application in the engineering constructions, have been presented. Some examples of polyoptimizations of the shell designs are given.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Witold M. Paczkowski
Instytut Inżynierii Lądowej
Politechnika Szczecińska

ALGORYTM DYSKRETNEJ POLIOPTYMALIZACJI KONSTRUKCJI DLA MONO-
TONICZNYCH FUNKCJI CELU

1. Wstęp

W wielu pracach z zakresu polioptymalizacji konstrukcji budowlanych [3, 4, 5, 6] założono, że funkcje celu są ciągłymi i różniczkowalnymi funkcjami zmiennych decyzyjnych i dla takich funkcji poszukiwano metod wyznaczania zbioru kompromisów. W projektach inżynierskich wielkości opisujące konstrukcję mogą przyjąć najczęściej tylko dyskretne wartości [2, 7]. Są to np. wielkości modułarne opisujące konfigurację konstrukcji, skatalogowane przekroje prętów, fizyczne i mechaniczne właściwości materiałów, technologie wytwarzania, systemy konstrukcyjno-montażowe i inne. Uciąglenie zadania jest najczęściej sztucznym zabiegiem matematycznym dającym możliwość korzystania z gotowych algorytmów optymalizacyjnych. W końcowej fazie projektowania prowadzi to do konieczności wyboru dyskretnej wartości zmiennych decyzyjnych położonych najbliższej otrzymanego rozwiązania. Jak wykazano w pracy [1] proces taki najczęściej daje wyniki różne od optymalizacji dyskretnej.

Poniżej sformułowano zagadnienie polioptymalizacji dyskretnej. Przed funkcjami celu oprócz warunku monotoniczności nie postawiono żadnych wymagań. Mogą to być nieciągłe i nieróżniczkowalne funkcje zmiennych decyzyjnych, zapisane w sposób jawny lub określone za pomocą algorytmów. Dla tej klasy zadań poka-

zane algorytm wyznaczania zbioru kompromisów i zbioru rozwiązań kompromisowych nie wymagający przeglądu wszystkich rozwiązań. Ma to szczególne znaczenie w przypadku funkcji celu danych za pomocą algorytmów, dla których określenie wartości może być związane z interakcyjnym projektowaniem konstrukcji i wymagać długich odcinków czasu pracy maszyny cyfrowej.

Jako przykład liczbowy przedstawiono trójkryterialną optymalizację ortogonalnej kratownicy przestrzennej przekrywającej halę o wymiarach w osiach słupów 24 x 24 m.

2. Sformułowanie zadania polioptymalizacji

Zadanie dyskretnej optymalizacji wielokryterialnej można sformułować następująco:

wyznaczyć zbiór ocen kompromisowych ZY

$$ZY = \left\{ \bar{y}_1^k : \bigwedge_{j \in J} \exists \bar{FC} / \bar{x}_1 / \in Y \quad c_j / \bar{x}_1^k / \leq FC_j / \bar{x}_1 / \right.$$

$$\left. \wedge \exists j \in J : FC_j / \bar{x}_1^k / < FC_j / \bar{x}_1 / \right\}$$

i przyporządkowany mu zbiór rozwiązań kompromisowych ZX

$$ZX = \left\{ \bar{x}_1^k : \bar{FC} / \bar{x}_1^k / \in ZY \wedge \bar{x}_1^k \in X \right\},$$

gdzie:

X - przeliczalny zbiór rozwiązań dopuszczalnych /obszar dopuszczalny/, $X \subset A \rightarrow R^n$,

A - przestrzeń rozwiązań,

$\bar{x}_1 = /x_{1j}, \dots, x_{ni}, \dots, x_{N1}/ \in X$ - i-te rozwiązanie dopuszczalne

$i \in I = \{1, 2, \dots, I\}$, $n \in N = \{1, 2, \dots, N\}$,

I - liczba rozwiązań dopuszczalnych,

N - liczba zmiennych decyzyjnych,

$Y = \left\{ \bar{y}_1 = \bar{FC} / \bar{x}_1 / : FC / x_1 / \in B \wedge \bar{x}_1 \in X \right\}$ - zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych /obszar celu/,
 $Y \subset B \rightarrow R^m$

B - przestrzeń celu,

$\bar{y}_1 = \overline{FC} / \bar{x}_1 / = /y_{11}, y_{21}, \dots, y_{j1}, \dots, y_{J1} / = /FC_1 / \bar{x}_1 /,$
 $FC_2 / \bar{x}_1 /, \dots, FC_j / \bar{x}_1 /, \dots, FC_J / \bar{x}_1 /$ - wektorowa
 funkcja celu,

J - liczba funkcje celu, $j = 1, 2, \dots, J,$

\bar{x}_j^k - k-te rozwiązanie kompromisowe, $\bar{x}_1^k \in ZX \subset X,$

\bar{y}_1^k - ocena k-tego rozwiązania kompromisowego $\bar{y}_1^k \in ZY \subset Y,$

\hat{x}_{1j} - rozwiązanie optymalne dla j-tej funkcji celu /j-ty punkt
 narożny zbioru ZX/, $FC_j / \hat{x}_{1j} / = \min FC_j / \bar{x}_1 /,$ $\hat{x}_{1j} \in ZX,$

$X = \{ \bar{x}_1 : \bar{x}_1 \in X \wedge \bar{x}_1 \in C, \varepsilon_f / \bar{x}_1 / \leq 0, f = 1, 2, \dots, F,$
 $\varepsilon_e / \bar{x}_1 / = 0, e = 1, 2, \dots, E \},$

$\varepsilon_e / \bar{x}_1 /,$ $\varepsilon_f / \bar{x}_1 /$ - funkcje ograniczeń równościowych i nierówno-
 ściowych,

C - zbiór liczb całkowitych.

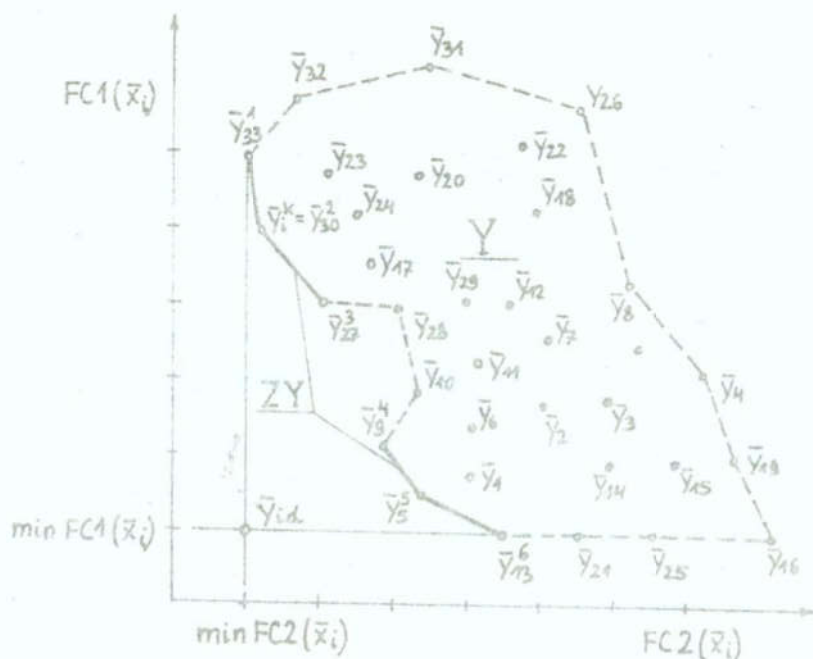
W sformułowaniu tym przyjęto, że wszystkie funkcje celu mają być zminimalizowane. Wektor \bar{x}_1^k jest rozwiązaniem zadania polioptymalizacji w sensie Pareto, jeżeli odpowiadający mu wektor funkcji celu $FC / \bar{x}_1^k /$ jest wektorem najmniejszym w sensie częściowego uporządkowania. Zmienne decyzyjne mają postać wektorów w N wymiarowej przestrzeni rozwiązań A, zwanej przestrzenią zmiennych decyzyjnych. Na poszczególne zmienne decyzyjne nałożone są ograniczenia w postaci równości lub nierówności, opisujące wymagania stawiane konstrukcji. Przyjęto, że zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest przeliczalny, czyli zmienne decyzyjne mogą przyjmować tylko dyskretne wartości.

Zbiór ocen kompromisowych dyskretnego zadania polioptymalizacji jest zbiorem punktów. Każdy punkt opisany jest przez J współrzędnych, przy czym wymiarowość zbioru wynosi d, gdzie
 $d \min /N, J-1/$

Wartość ta może się zmniejszyć w przypadku kooperacji dwóch lub więcej funkcji celu.

Brzeg obszaru celu można umownie przedstawić za pomocą hiperpowierzchni przechodzącej przez zewnętrzne punkty należące do zbioru Y.

Dla $J = 2$ granice obszaru celu wyznaczone są linią łamaną /rys. 1/.



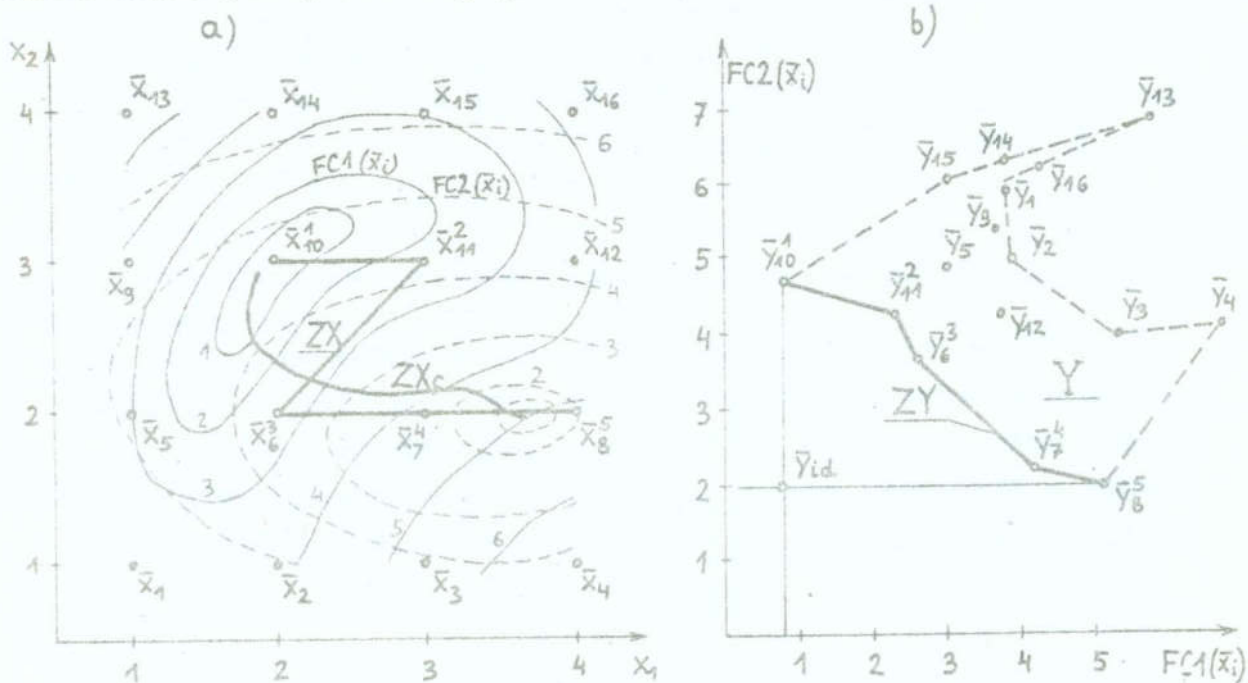
Rys. 1.

Z warunku częściowego uporządkowania wektorów należących do zbioru kompromisów wynika, że zbiór ZY leży na brzegu obszaru celu. Do zbioru kompromisów należą punkty odpowiadające minimalnym wartościom poszczególnych funkcji celu. Stanowią one punkty narożne, na których jest rozpięty geometrycznie zbiór kompromisów. Zdegenerowane hiperpłaszczyzny brzegowe obszaru celu przebiegające równoległe do jednej z hiperpłaszczyzn osi współrzędnych nie należą do zbioru kompromisów (rys.1, punkty \bar{y}_{16} , \bar{y}_{21} , \bar{y}_{25}).

Zbiór zmiennych decyzyjnych x_i ma właściwości monotoniczności z uwagi na uwzględnienie kolejnych funkcji celu. Zgodnie z tym do zbioru ocen kompromisowych ZY należą punkty narożne (rys. 1, punkty \bar{y}_{33}^1 i \bar{y}_{13}^6), kompromisy dwukryterialne, trójkryterialne i wszystkie inne kompromisy cząstkowe. Właściwości monotoniczności celów zastosowano w opisanym niżej algorytmie wyznaczania dyskretnego zbioru kompromisów.

W zadaniach polioptymalizacji wykorzystuje się również właściwość monotoniczności zmiennych decyzyjnych, prowadzącą do dekompozycji zagadnienia. Właściwość ta polega na tym,

że dołączanie kolejnych zmiennych decyzyjnych może jedynie poprawić aktualny zbiór kompromisów, nigdy natomiast pogarszać, nawet przejściowo [4].



Rys. 2.

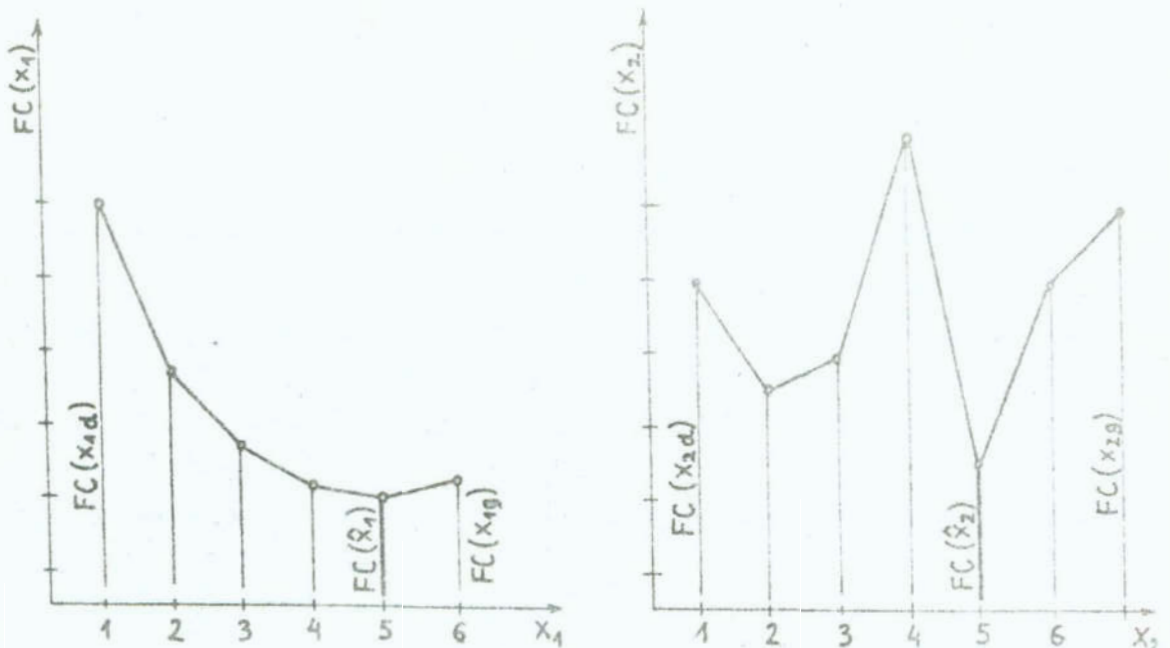
Funkcje celu można przedstawić w przestrzeni zmiennych decyzyjnych za pomocą poziomic wykreślonych na podstawie wartości dyskretnej (rys. 2a). Funkcje $FC1 / \bar{x}_1 /$ i $FC2 / \bar{x}_1 /$ osiągnąją minima w punktach $\bar{x}_{10} = /2,3/$ i $\bar{x}_8 = /4,2/$. Punkty te odpowiadają punktom narożnym $\bar{y}_{10} = /0,8, 4,7/$ i $\bar{y}_8 = /5,1, 2,0/$ zbioru ocen kompromisowych ZY (rys. 2b). Zbiór rozwiązań kompromisowych ZX_c zadania ciągłego leży na krzywej łączącej minimalne wartości funkcji celu. Krzywa ta będąca miejscem geometrycznym punktów styczności poziomic obu funkcji celu jest efektywną krzywą zmiennych decyzyjnych. Linia łamaną połączono efektywne wartości zmiennych decyzyjnych, należące do dyskretnego zbioru rozwiązań kompromisowych $ZX = \{ \bar{x}_{10}^1, \bar{x}_{11}^2, \bar{x}_6^3, \bar{x}_7^4, \bar{x}_8^5 \}$.

Warunkiem koniecznym i wystarczającym przynależności wektora \bar{y}_1^k do dyskretnego zbioru kompromisów ZY jest aby należał on do łamanej wyznaczającej brzeg obszaru celu i łączącej punkty narożne oraz spełniał warunki częściowego uporządkowania. Należy zauważyć, że pewne odcinki brzegu obszaru celu

spełniające tylko warunki częściowego uporządkowania mogą być równomiernie poprawione przez zbiór ZY /np. punkty \bar{y}_{26} , \bar{y}_8 , \bar{y}_4 , \bar{y}_{19} , \bar{y}_{16} na rys. 1 i punkty \bar{y}_1 , \bar{y}_2 , \bar{y}_3 na rys. 2b/. Zbiór ocen rozwiązań kompromisowych dwóch kryteriów może składać się z punktów połączonych jednym lub kilkoma odcinkami łamanymi, zależnie od tego, czy funkcje celu posiadają jedno (rys. 2) lub więcej minimów (rys. 1).

3. Algorytm wyznaczania dyskretnego zbioru kompromisów.

W projektowaniu konstrukcji wyróżnić można wielkości powodujące przedziałami monotoniczną (rys. 3a) lub niemonotoniczną zmienność (rys. 3b) funkcji celu. Ma to istotne znaczenie w przyjęciu metody wyznaczania zbioru kompromisów. Jeżeli funkcja celu $FC_m / \bar{x}_1 /$ ma charakter niemonotoniczny, to

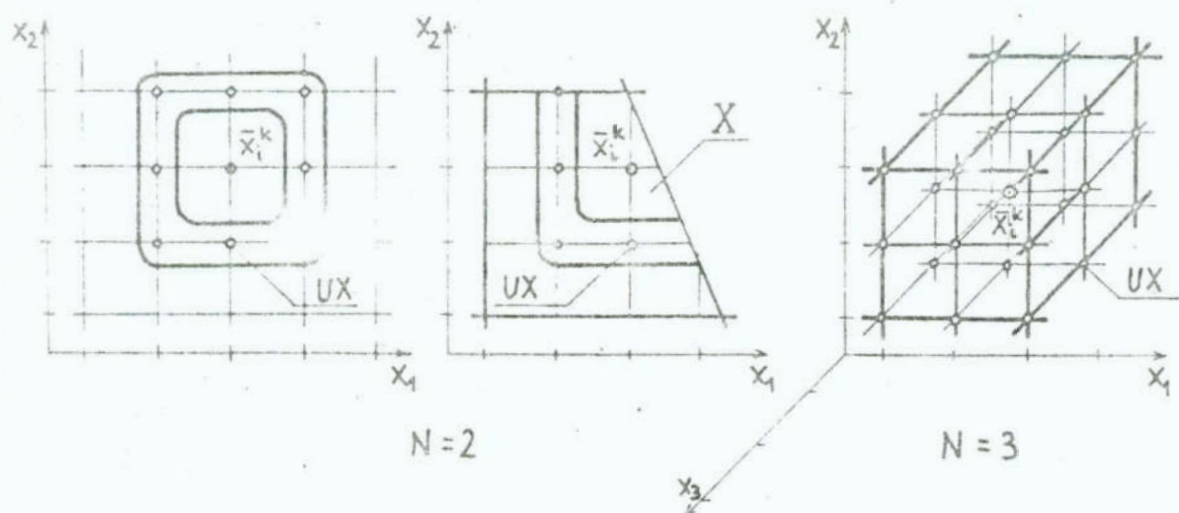


Rys. 3.

wyznaczanie pełnego zbioru kompromisów funkcji $FC_m / \bar{x}_1 /$ i $FC_n / \bar{x}_1 /$ może nastąpić przez przeanalizowanie ocen wszystkich wektorów \bar{x}_1 należących do obszaru dopuszczalnego X . W przypadku funkcji $FC_m / \bar{x}_1 /$ i $FC_n / \bar{x}_1 /$ mających charakter monotoniczny do wyznaczania zbioru kompromisów można stosować algorytm pokazany na rys. 4. Algorytm ten nie wymaga określenia

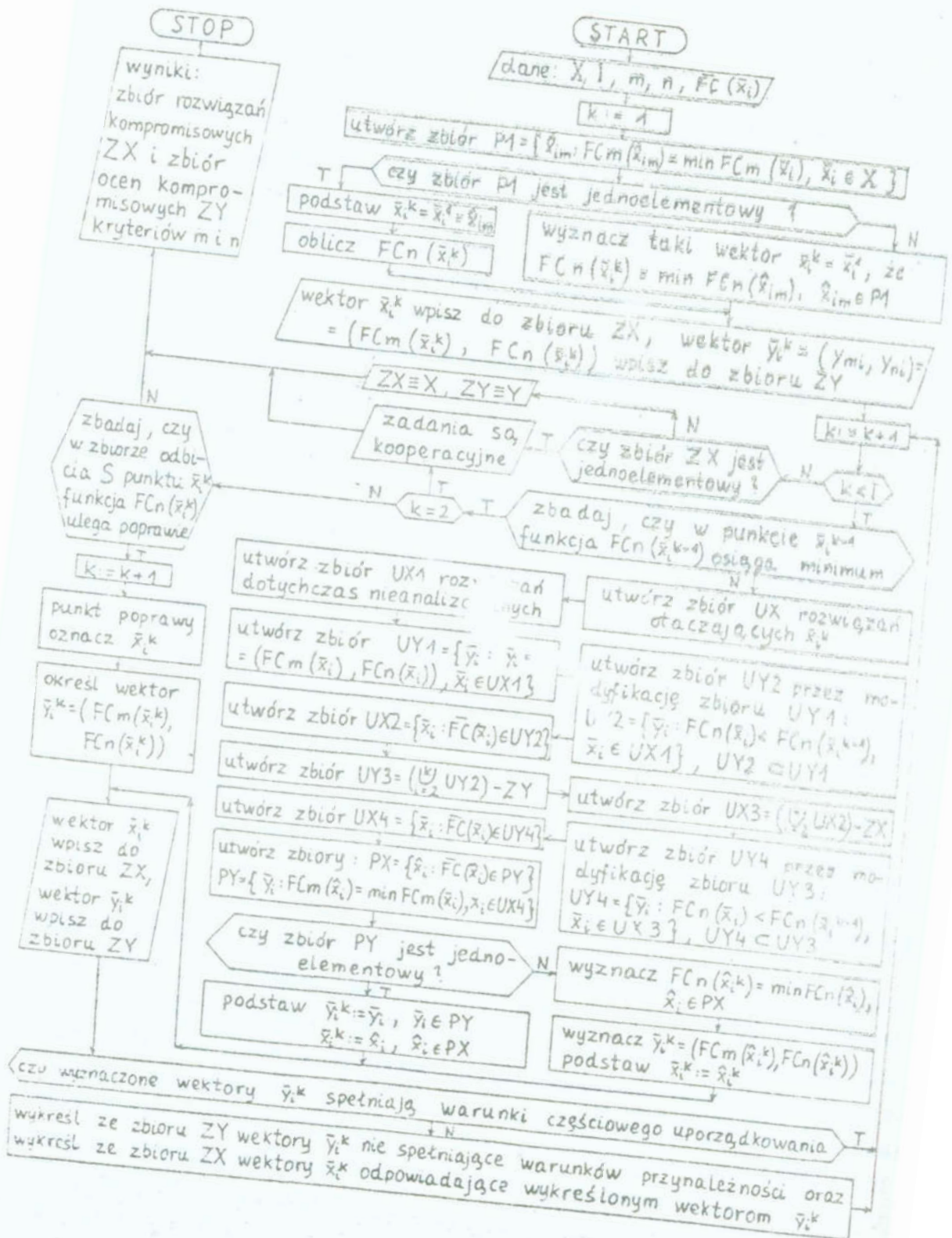
całego zbioru ocen rozwiązań dopuszczalnych Y , przez co daje znaczne oszczędności czasu obliczeń.

W algorytmie po wczytaniu danych wejściowych wyznacza się dowolną metodą optymalizacji wektor zmiennych \hat{x}_{im} minimalizujący funkcję $FCm / \bar{x}_i /$. Jeżeli rozwiązanie jest jednoznaczne, to jest to jednocześnie pierwszy element zbioru rozwiązań kompromisowych ZX . W przeciwnym przypadku należy określić punkt narożny zbioru ZX z warunku minimum funkcji $FCm / \bar{x}_{im} /$. Wektory \bar{x}_i^k i odpowiadający mu \bar{y}_i^k wpisywane są do zbiorów ZX i ZY . Następnie tworzy się zbiór UX rozwiązań otaczających \bar{x}_i^k . Zbiór UX , którego budowę pokazano na rys. 5 składa się w ogólnym przypadku z $3^k - 1$ elementów. Ze zbioru UX tworzy się



Rys. 5.

zbiór $UX1$ rozwiązań dotychczas nieanalizowanych. W pierwszej interakcji /dla $k=2$ / zbioru UX i $UX1$ są równoważne. Zbiorowi $UX1$ odpowiada zbiór ocen rozwiązań $UY1$. Przez eliminację ze zbioru $UY1$ tych wektorów, które posiadają n -tą składową większą od n -tej składowej wektora \bar{y}_i^{k-1} , wyznacza się zbiór $UY2$. Zbiorowi ocen rozwiązań $UY2$ odpowiada zbiór rozwiązań $UX2$. Następnie zgodnie z podanymi definicjami tworzy się zbioru $UY3$, $UX3$, $UY4$ i $UX4$. Ze zbioru $UY4$ wyznacza się zbiór PY i odpowiadający mu w obszarze dopuszczalnym zbiór PX . Do zbioru PY należą wektory \bar{y}_i minimalizujące funkcję $FCm / \bar{x}_i /$. Jeżeli zbiór PY zawiera więcej niż jeden element, to wybiera się z niego wektor \bar{y}_i^k minimalizujący funkcję $FCm / \bar{x}_i /$.



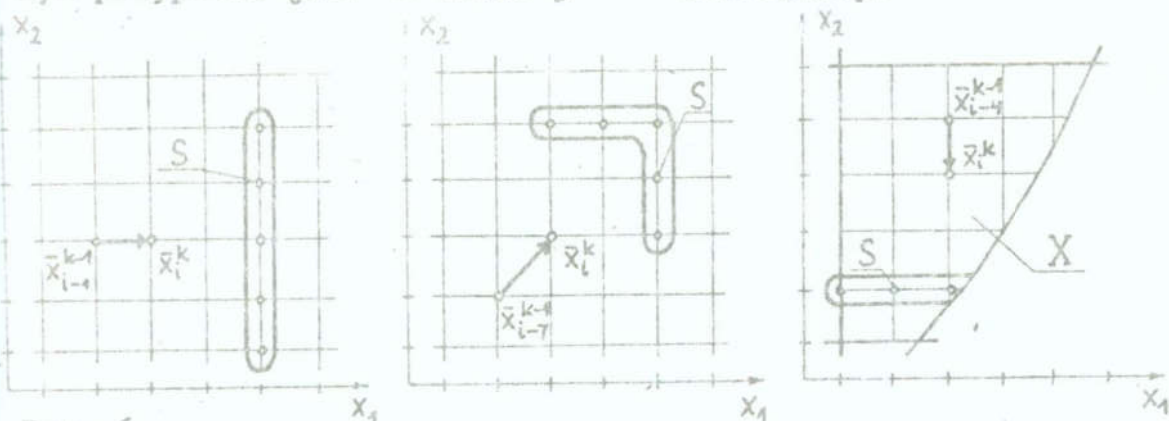
Rys. 4.

W przeciwnym przypadku element zbioru PY jest wektorem \bar{y}_1^k należącym do zbioru rozwiązań kompromisowych ZY .

W wyniku działania algorytmu może zaistnieć przypadek, że określony powyżej wektor \bar{y}_1^k jest równomiernie poprawiany przez wektor \bar{y}_1^{k+1} . Dlatego po każdym cyklu należy sprawdzić, czy dotychczas wyznaczone wektory \bar{y}_1^k spełniają warunki przynależności do zbioru ZY . Te z nich, które nie spełniają warunków częściowego uporządkowania należy wykreślić ze zbioru ZY . Podobnie trzeba skorygować zbiór ZX .

W dalszych cyklach przez modyfikacje zbiorów UX i UY wyznacza się kolejne elementy \bar{x}_1^k i \bar{y}_1^k należące do zbioru kompromisów ZX i ZY . Proces przebiega do chwili, gdy w ostatnio wyznaczonym punkcie \bar{x}_1^k funkcja $FCn / \bar{x}_1 /$ osiąga minimum.

Niekiedy może zdarzyć się przypadek, że punkt \bar{x}_1^k położony jest na "grani" lub w "wąskiej dolinie". Poprawę funkcji $FCn / \bar{x}_1 /$ można wtedy uzyskać badając jej wartości w zbiorze odbicia S . Sposób budowy zbioru S pokazano na rys. 6. W ogólnym przypadku jest to zbiór 5^{N-1} elementowy.



Rys. 6.

W wyniku działania algorytmu uzyskuje się zbiór rozwiązań kompromisowych ZX oraz zbiór ocen kompromisowych ZY kryteriów FCm i FCn . W szczególnych przypadkach może to być cały zbiór rozwiązań dopuszczalnych X i Y . Liczebność zbioru kompromisów zależy od oddalenia minimów globalnych funkcji $FCm / \bar{x}_1 /$ i $FCn / \bar{x}_1 /$.

W zadaniu polioptymalizacji J 2 kryteriów, korzystając z właściwości monotoniczności celów, należy wyznaczyć $\frac{J!}{2^{J-2} \cdot 1}$ kompromisów cząstkowych, a następnie zbiory ZX i ZY J kryteriów.

W przypadku funkcji pokazanych na rys. 2a działanie algorytmu będzie następujące:

dla $k = 1$

$$P_1 = \{\hat{x}_{10}, 1\}, \bar{x}_1^k = \bar{x}_{10}^k = (2, 3), \bar{y}_{10}^1 = (0, 8, 4, 7),$$

dla $k = 2$

$$\begin{aligned} UX &= \{\bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_7, \bar{x}_9, \bar{x}_{11}, \bar{x}_{13}, \bar{x}_{14}, \bar{x}_{15}\}, UX_1 = UX \\ UY_1 &= \{\bar{y}_5, \bar{y}_6, \bar{y}_7, \bar{y}_9, \bar{y}_{11}, \bar{y}_{13}, \bar{y}_{14}, \bar{y}_{15}\}, UY_2 = \{\bar{y}_6, \bar{y}_7, \bar{y}_{11}\}, \\ UX_2 &= \{\bar{x}_6, \bar{x}_7, \bar{x}_{11}\}, UY_3 = UY_2, UX_3 = UX_2, UY_4 = UY_3, UX_4 = UX_3, \\ PY &= \{\bar{y}_{11}\}, PX = \{\bar{x}_{11}\}, \bar{x}_{11}^2 = (3, 3), \bar{y}_{11}^2 = (2, 3, 4, 3), \end{aligned}$$

dla $k = 3$

$$\begin{aligned} UX &= \{\bar{x}_6, \bar{x}_7, \bar{x}_8, \bar{x}_{10}, \bar{x}_{12}, \bar{x}_{14}, \bar{x}_{15}, \bar{x}_{16}\}, UX_1 = \{\bar{x}_8, \bar{x}_{12}, \bar{x}_{16}\} \\ UY_1 &= \{\bar{y}_8, \bar{y}_{12}, \bar{y}_{16}\}, UY_2 = \{\bar{y}_8\}, UX_2 = \{\bar{x}_8\}, UX_3 = \{\bar{y}_6, \bar{y}_7, \bar{y}_8\}, \\ UX_3 &= \{\bar{x}_6, \bar{x}_7, \bar{x}_8\}, UY_4 = UY_3, UX_4 = UX_3, PY = \{\bar{y}_6\}, PX = \{\bar{x}_6\}, \\ \bar{x}_6^3 &= (2, 2), \bar{y}_6^3 = (2, 6, 3, 7), \end{aligned}$$

dla $k = 4$

$$\begin{aligned} UX &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_5, \bar{x}_7, \bar{x}_9, \bar{x}_{10}, \bar{x}_{11}\}, UX_1 = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3\}, \\ UY_1 &= \{\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3\}, UY_2 = \emptyset, UX_2 = \emptyset, UY_3 = \{\bar{y}_7, \bar{y}_8\}, \\ UX_3 &= \{\bar{x}_7, \bar{x}_8\}, UY_4 = UY_3, UX_4 = UX_3, PY = \{\bar{y}_7\}, PX = \{\bar{x}_7\}, \\ \bar{x}_7^4 &= (3, 2), \bar{y}_7^4 = (4, 2, 2, 2), \end{aligned}$$

dla $k = 5$

$$\begin{aligned} UX &= \{\bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_6, \bar{x}_8, \bar{x}_{10}, \bar{x}_{11}, \bar{x}_{12}\}, UX_1 = \{\bar{x}_4\}, UY_1 = \{\bar{y}_4\}, \\ UY_2 &= \emptyset, UX_2 = \emptyset, UY_3 = \{\bar{y}_8\}, UX_3 = \{\bar{x}_8\}, UY_4 = UY_3, UX_4 = UX_3, \\ PY &= \{\bar{y}_8\}, PX = \{\bar{x}_8\}, \bar{x}_8^5 = (4, 2), \bar{y}_8^5 = (2, 0, 5, 1). \end{aligned}$$

Opisany algorytm można stosować również w przypadku funkcji

blisko położonymi minimami lokalnymi. Wyjście z minimum lokalnego uzyskuje się tu dzięki analizie odbicia S. Jest to szczególnie istotna właściwość w dyskretniej analizie złożonych konstrukcji budowlanych, dla których występowanie minimum lokalnych jest dość częste.

Przedstawiony algorytm można stosować do wyznaczania zbioru kompromisów niemonotonicznych funkcji celu w przypadkach gdy zadawalające jest określenie niepelných zbiorów ZX i ZY oraz gdy czas obliczeń metodą pełnego przeglądu wariantów jest znacznie dłuższy niż realne odcinki czasu możliwe do uzyskania na emc.

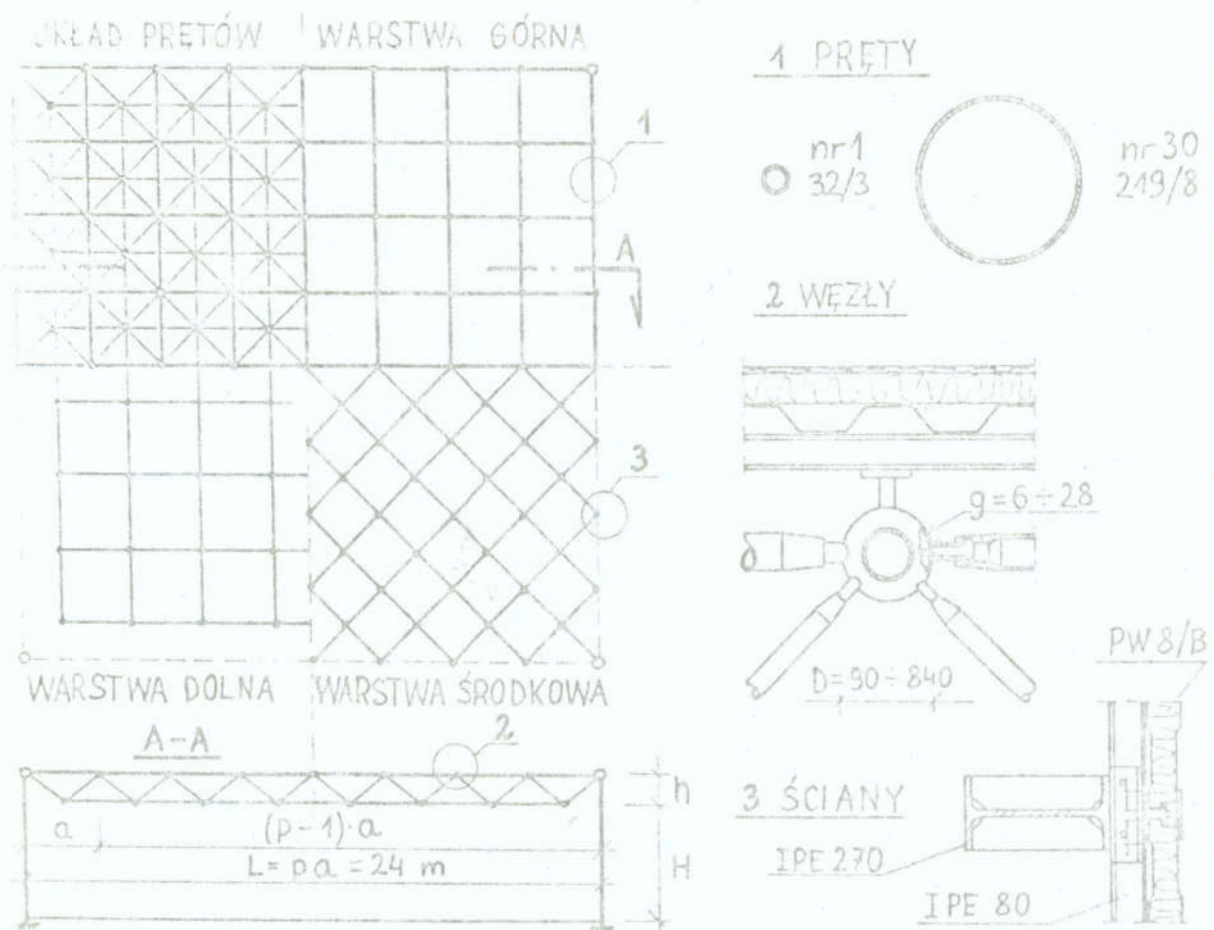
4. Przykład polioptymalizacji konstrukcji

4.1. Przedmiot optymalizacji

Zaproponowany powyżej algorytm zastosowano w trykryterialnej optymalizacji ortogonalnej kratownicy przestrzennej pokrywającej halę o wymiarach w osiach słupów 24×24 m /rys. 7/.

Kratownica oparta jest przegubowo w narożach warstwy górnej. Pręty kratownicy zaprojektowano z rur walcowanych na gorąco ze stali R 35. Typoszerzeg składający się z 30 przekrojów został uporządkowany wg rosnącego pola powierzchni [7]. Rozwiązanie węzła przyjęto jak w systemie Okta S. Średnice zewnętrzne 6 kul /rys. 7/ dostosowano do średnicy dochodzących prętów i kątów między nimi. Słupy zewnętrzne zaprojektowano z rur D/g = 620/12 mm, słupy ścian z IPE 270 /rys. 7/. Rygle podtrzymujące płyty PWS/B przyjęto z IPE 80. Pokrycie dachowe stanowi stalowa blacha trapezowa ocieplona wełną mineralną i zabezpieczona potrójną warstwą papy. Węzłowe przekazywanie się sił z płyt dachowych na węzły kratownicy zapewniono dzięki zastosowaniu płatwi wykonanych walcowanych profili dwuteowych.

Na kratownice działa łączne obciążenie pionowe $2,0 \text{ kN/m}^2$. Składowymi obciążeniami są: masa przekrycia $0,3 \text{ kN/m}^2$, masa pokrycia dachowego $0,5 \text{ kN/m}^2$, obciążenie śniegiem $0,7 \text{ kN/m}^2$ i



Rys. 7.

obciążenie technologiczne $0,5 \text{ kN/m}^2$. Założono, że obciążenia od pokrycia dachowego i od śniegu przekazywane są w postaci sił skupionych na węzły warstwy górnej, a obciążenie technologiczne na węzły warstwy dolnej. Masę kratownicy skupiono w węzłach warstwy górnej i dolnej.

4.2. Sformułowanie zadania

W analizie przyjęto trzy kryteria opisujące masę stalowych elementów hali, przemieszczenia środkowego węzła kratownicy oraz technologiczność konstrukcji:

$$FC1/\bar{x}_1/ = \frac{P^2 + 1/P + 1/2}{40} a^2 \left[1 + \left| \sin \frac{\pi}{4} - \alpha \right| \right] \quad (1)$$

$$2 / x_i / = \left[\gamma \sum_{k=1}^{Kp} i_k \cdot A_k + \sum_{k=1}^{Kw} V_k + \sum_{k=1}^G M_k \right] : L^2 \quad (2)$$

$$C3/x_i / = W \quad (3)$$

- gdzie:
- P - liczba podziałów w warstwie górnej kratownicy, P = L/a
 - a - odległość międzywęziowa w warstwach /rys. 7/,
 - α - kąt nachylenia krzyżulca do płaszczyzny warstwy górnej kratownicy,
 - γ - masa właściwa stali,
 - A_k - pole przekroju poprzecznego k-tego pręta kratownicy,
 - l_k - długość k-tego pręta kratownicy,
 - K_p - liczba prętów kratownicy,
 - V_k - objętość materiału k-tego węzła kratownicy,
 - K_w - liczba węzłów kratownicy,
 - M_k - masa płatwi /k=1/, blachy trapezowej pokrycia /k=2/, słupów narożnych hali /k=3/, słupów ściennych /k=4/, rygli ściennych /k=5/, masa stali w płytach ściennych PWS/B /k=6/,
 - W - maksymalne przemieszczenie pionowe węzłów kratownicy.

Jako zmienne decyzyjne przyjęto odległość międzywarstwową \bar{h} , liczbę podziałów w warstwie górnej kratownicy \bar{p} oraz pola przekrojów prętów kratownicy \bar{A}_k .

Obszar dopuszczalny zadania wyznaczony jest przez następujące ograniczenia:

$$\frac{L}{20} \leq \bar{h} < \frac{L}{7} \quad (4)$$

$$4 \leq \bar{p} \leq 12 \quad (5)$$

$$G_k = \frac{N_k \cdot m_{wk}}{A_{ntk}} \leq R \quad (6)$$

$$G_k = \frac{N_k}{A_{brk}} \leq R \quad (7)$$

$$\lambda_k = \frac{\mu \cdot i_k}{i_k} \quad 250 \quad (8)$$

$$\frac{h}{0,3} \in C \quad (9)$$

$$p \in C \quad (10)$$

$$\bar{k} = \{A_1, A_2, \dots, A_{30}\} \quad (11)$$

gdzie:

σ_k - naprężenia w k-tym pręcie kratownicy,

N_k - siła w k-tym pręcie kratownicy,

m_{wk} - współczynnik wybieczeniowy k-tego pręta ściskanego

A_{ntk}, A_{brk} - przekroje netto i brutto k-tego pręta,

R - wytrzymałość obliczeniowa,

λ_k - smukłość k-tego pręta ściskanego,

μ - współczynnik długości wybieczeniowej,

i_k - promień bezwładności k-tego pręta,

C - zbiór liczb całkowitych,

A - katalog przekrojów.

Przy założeniu, że przekroje prętów kratownicy dobrane są optymalnie w obszarze dopuszczalnym znajdują się 72 konstrukcje.

4.3. Analiza optymalizacyjna

Zadanie przeanalizowano zgodnie z omówionym algorytmem. Funkcja $FC1 / \bar{x}_1 /$ zależy jedynie od dwóch zmiennych decyzyjnych \bar{p} i \bar{b} . Ze względu na łatwość wyznaczania wartości tej funkcji poszukiwanie $\min FC1 / \bar{x}_1 /$ przeprowadzono metodą pełnego przeglądu wariantów. Wyznaczony punkt narożny zbioru rozwiązań kompromisowych $\bar{x}_{17}^1 = (11, 1.5)$ stał się punktem wyjściowym do poszukiwania kompromisów dwukryterialnych funkcji.

FC1 / \bar{x}_1 / i FC2 / \bar{x}_1 / oraz funkcje FC1 / \bar{x}_1 / i FC3 / \bar{x}_1 /. Po znalezieniu drugiego punktu narożnego zbioru rozwiązań kompromisowych $\bar{x}_{32}^2 = (8, 2.1)$ przeanalizowano trzecie zadanie dwukryterialne min [FC2 / \bar{x}_1 /, FC3 / \bar{x}_1 /].

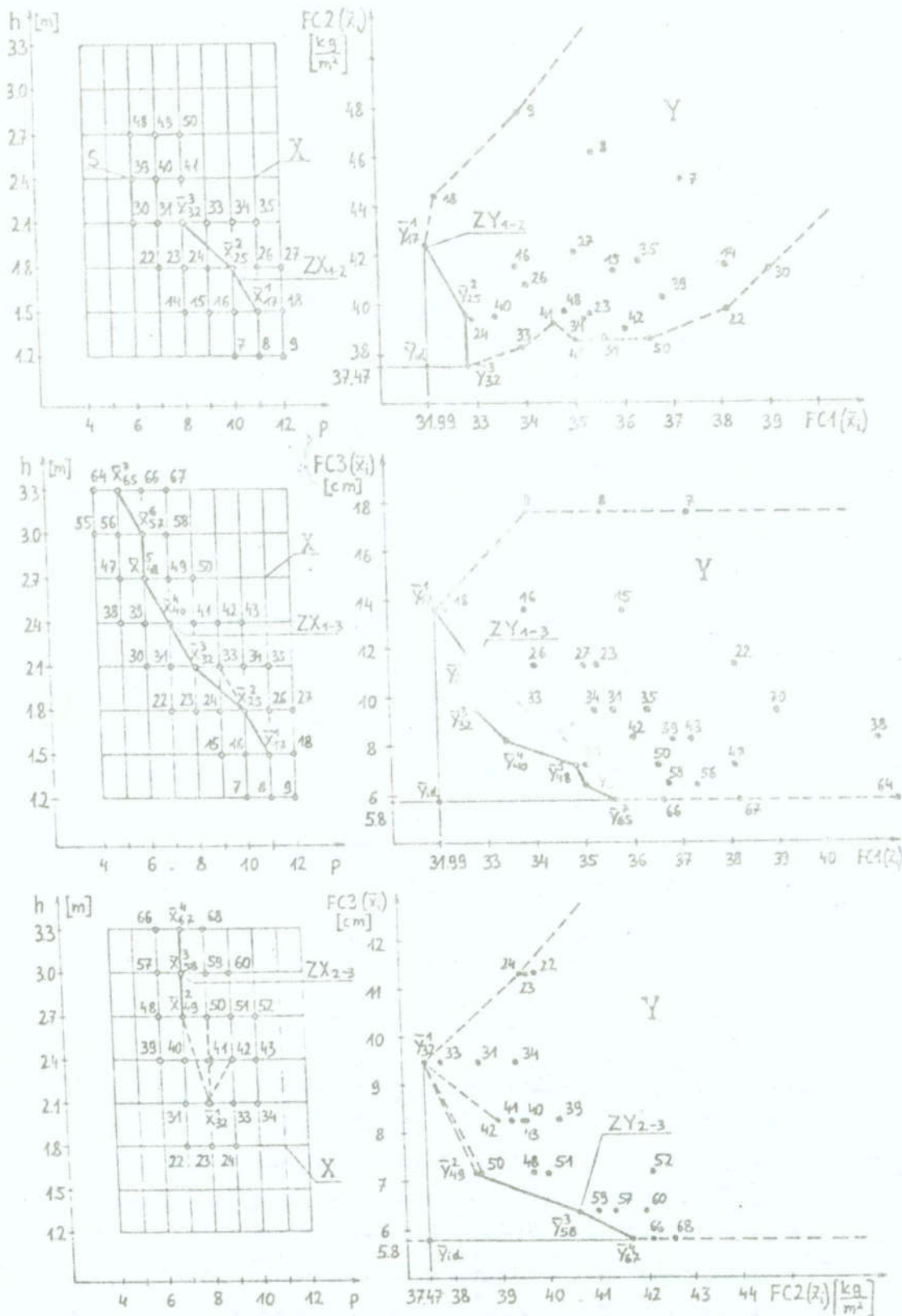
Kratownice projektowano z wykorzystaniem metody stanów granicznych, przy zachowaniu ograniczeń i postanowień PN-80/B-03200 oraz odpowiednich norm obciążeń. Poszczególne pręty kształtowano indywidualnie bez wprowadzania stref sztywności. Dzięki symetrii układu analizowano 1/4 część kratownicy. W analizie wykorzystano programy DAG1 i JC12 [8]. Przekroje prętów dobierane są automatycznie przez program JC12 z zadeklarowanego typoszeregu. Proces projektowania przebiega interakcyjnie. W każdej iteracji dla określonej macierzy sztywności wyznacza się siły w prętach kratownicy i wybiera minimalne przekroje spełniające warunki /6/, /7/, /8/ i /11/. Zgodność przekrojów w dwóch kolejnych iteracjach kończy proces projektowania prętów.

Węzły dobierano indywidualnie w zależności od wartości sił w dochodzących prętach oraz kątów zawartych między nimi. Płatwie i blachę trapezową pokrycia zaprojektowano w zależności od odległości międzywęziowej. W analizie przyjęto stałe przekroje słupów, dobrane dla maksymalnej wysokości kratownicy $h = 3,3m$.

Obliczono masę stali przypadającą na $1 m^2$ rzutu poziomego przykrycia. Wartości M_3 , M_4 , M_5 i M_6 określają masę stali odpowiadającą wysokości kratownicy h . Wysokość H w świetle hali jest parametrem zadania /rys. 7/.

4.4. Zbiór kompromisów i rozwiązanie preferowane

Wyniki analizy zadań dwukryterialnych pokazano na rys. 8. Opisano tu indeksy "i" wektorów \bar{x}_i oraz \bar{y}_i konstrukcji, dla których konieczne było obliczanie wartości funkcji FC / \bar{x}_i /. Zbiory rozwiązań kompromisowych ZX i zbiory ocen rozwiązań kompromisowych ZY zaznaczono linią łamaną. Zbiory ZX_{1-2} , ZX_{1-3} i ZX_{2-3} uzyskano po przeanalizowaniu odpowiednio 26, 37 i 24 konstrukcji. Określenie kompromisu funkcji FC1 / \bar{x}_1 / i FC2 / \bar{x}_1 / wymagało wyznaczenia zbioru odbicia S. Dla pozostałych kompro-



Rys. 8.

misów dwukryterialnych zbioru S leżą poza obszarem dopuszczalnym. Linia przerywaną zaznaczono te rozwiązania, które początkowo znalazły się w zbiorze kompromisów, a później zostały z niego wykreślone (\bar{x}_{24} , \bar{x}_{33} , \bar{x}_{42} i \bar{x}_{50}). Wykreślenie rozwiązań \bar{x}_{24} i \bar{x}_{33} wynika z faktu, że funkcja $FC1 / \bar{x}_i /$ tworzy w ich pobliżu "wąską dolinę". Wykreślenie rozwiązań \bar{x}_{41} i \bar{x}_{50} ze zbioru ZX_{2-3} spowodowane jest lokalnym minimum funkcji $FC2 / \bar{x}_i /$ w punkcie \bar{x}_{50} . Zbiór ocen kompromisowych ZY_{2-3} składa się z punktu \bar{y}_{32}^1 i połączonych łamaną punktów \bar{y}_{49}^2 , \bar{y}_{58}^3 i \bar{y}_{67}^4 .

Zbiór rozwiązań kompromisowych i zbiór ocen kompromisowych zadania trójkryterialnego pokazano na rys. 9. Oprócz kompromisów dwukryterialnych wałki przynależności do zbioru ZY spełnia tylko wektor \bar{y}_{66} . Zestawienie wartości poszczególnych funkcji celu dla rozwiązań kompromisowych zawiera tablica 1. Wyodróżniono w niej punkty narożne zbioru kompromisów.

Tablica 1. Zbiór rozwiązań kompromisowych ZX i zbiór ocen kompromisowych ZY zadania

Table 1. Compromise ZX solutions and compromise assessments ZY

i	a	\bar{x}_i^k		\bar{y}_i^k			Rozwiązanie preferowane			
		p	h	FC1	FC2	FC3	F(1)	F(2)	F(∞)	FG
-	[m]	-	[m]	-	[kg/m ²]	[cm]				
17	2,182	11	1,5	31,99	42,47	13,6	12,80	9,26	7,80	1,0000
25	2,4	10	1,8	32,76	39,61	11,3	8,41	5,95	5,50	0,9972
32	3,0	8	2,1	32,79	37,47	9,5	4,50	3,78	3,70	1,0093
40	3,429	7	2,4	33,38	39,48	8,3	5,90	3,50	2,50	1,0581
48	4,0	6	2,7	34,79	39,71	7,2	6,44	3,85	2,80	1,1325
49	3,429	7	2,7	35,00	38,52	7,2	5,46	3,48	3,01	1,0969
57	4,0	6	3,0	35,00	41,39	6,4	7,53	4,98	3,92	1,2169
58	3,429	7	3,0	36,72	40,56	6,4	8,42	5,63	4,73	1,1766
65	4,8	5	3,3	35,63	47,50	5,8	13,67	10,67	10,03	1,4321
66	4,0	6	3,3	36,61	42,13	5,8	9,28	6,56	4,66	1,2700
67	3,429	7	3,3	38,23	41,68	5,8	10,45	7,53	6,24	1,2538

Przy wyborze rozwiązania preferowanego zastosowano metodę funkcji dystansowych oraz metodę kryterium globalnego. Funkcje dystansowe mają postać

$$F^{1/} = \left[\sum_{j=1}^3 \left| FC_j / \bar{x}_i^k / - \min FC_j / \bar{x}_i^k / \right| \right]^{\frac{1}{l}}, \quad l \in \{1, 2, \infty\} \quad (12)$$

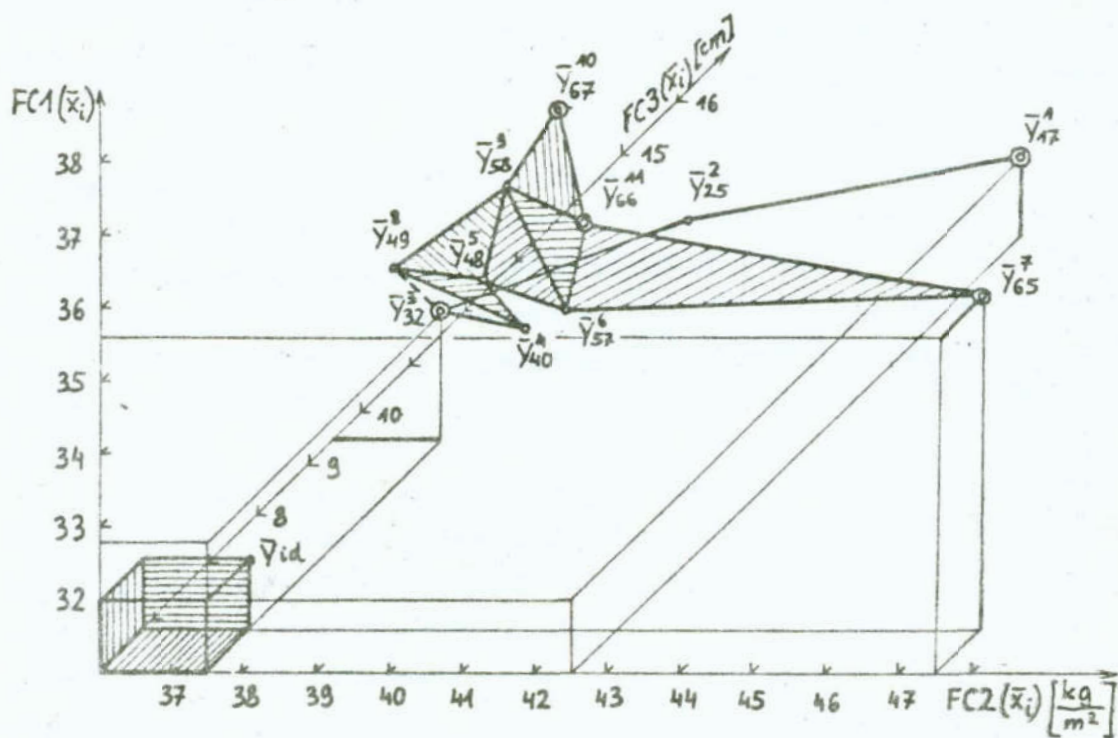
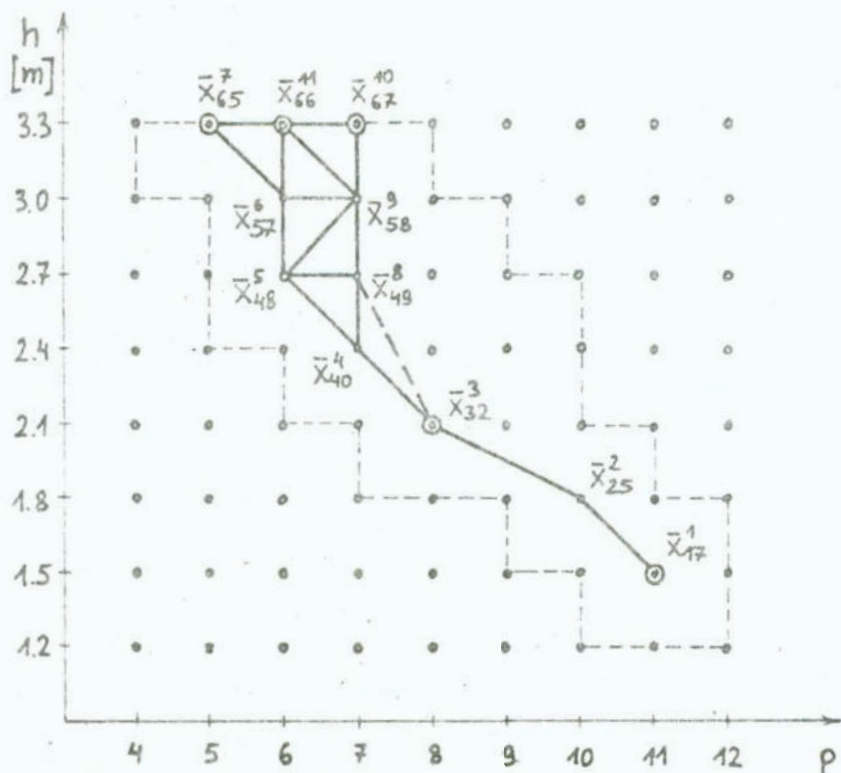
Wadą tak określonego rozwiązania preferowanego jest jego zależność od jednostek poszczególnych funkcji celu. Uzyskanie zbliżonego wpływu analizowanych funkcji celu na wybór rozwiązania preferowanego można osiągnąć przez takie przyjęcie jednostek poszczególnych funkcji, aby rząd wartości ocen rozwiązań kompromisowych był jednakowy. Zestawienie wartości funkcji dyskretnych dla uzyskanego zbioru kompromisów zawiera tablica 1. Można tu wskazać dwa rozwiązania preferowane $\bar{x}_{32} = (8, 2.1)$ i $\bar{x}_{40} = (7, 2.4)$. Warto zauważyć, że wektor \bar{x}_{32} minimalizuje jednocześnie funkcję zużycia materiału $FC2 / \bar{x}_1 /$.

W metodzie kryterium globalnego przeanalizowano funkcję kosztu porównawczego. Uwzględniono koszt materiału prętów /KP/ i węzłów kratownicy /KW/, koszt wykonania prętów /KM/ i węzłów /KN/, koszt materiału i wykonania konstrukcji wsporczej i obudowy hali /KS/, koszt utrzymania obiektu /KU/ oraz koszt projektowania obiektu /KP/. Globalna funkcja celu ma postać

$$FG = 0,133 \frac{KP_i}{KP_o} + 0,028 \frac{KW_i}{KW_o} + 0,051 \frac{KM_i}{KM_o} + 0,143 \frac{KN_i}{KN_o} + 0,530 \frac{KS_i}{KS_o} + 0,110 \frac{KU_i}{KU_o} + 0,005 \frac{KP_i}{KP_o} \quad (13)$$

Jako porównawcze przyjęto rozwiązanie $\bar{x}_{17} = (11, 1.5)$. Współczynniki wag w funkcji globalnej są unormowane /ich suma wynosi 1,0/, czyli $FG / \bar{x}_{17} / = 1,000$. Z przeprowadzonej analizy /tablica 1/ wynika, że najtańsza w wykonaniu i eksploatacji jest konstrukcja $\bar{x}_{25} = (10, 1.8)$. Warto zauważyć, że koszt konstrukcji ze zbioru Pareto zmienia się w granicach 43,6 %.

Ostatecznie jako preferowane należy wskazać konstrukcje \bar{x}_{25} i \bar{x}_{32} . Ich koszt wg przyjętej funkcji /13/ różni się o 1,2%. Charakterystyki preferowanych konstrukcji zestawiono w tablicy 2.



Rys. 9.

Tablica 2. Rozwiązania preferowane zadania

Table 2. Preferable solutions

i	a	p	h	li- czba prę- tów	li- czba węz- łów	masa prętów	masa wę- złów	M_1	M_2	$\sum_{k=3}^5 M_k$	M_6
-	[m]	-	[m]	-	-	[kg/m ²]	[kg/m ²]	[kg/m ²]	[kg/m ²]	[kg/m ²]	kg/m ²
25	2,4	10	1,0	800	221	15,38	6,52	2,73	7,84	4,26	2,88
32	3,0	8	2,1	512	145	14,26	3,40	2,23	8,24	5,68	3,66

5. Uwagi końcowe

Sformułowanie dyskretnego modelu zadania polioptymalizacji i pokazany algorytm jego rozwiązania pozwala na kształtowanie szerokiej klasy konstrukcji budowlanych.

Zaprezentowany algorytm wyznaczania zbioru rozwiązań w sensie Pareto daje oszczędności czasu obliczeń rzędu 20-80% w porównaniu z czasem obliczeń metodą pełnego przeglądu wariantów. Ma to szczególne znaczenie w przypadkach, gdy określenie wartości funkcji celu wymaga przeprowadzenia skomplikowanych obliczeń numerycznych.

W przypadku konstrukcji budowlanych wektor funkcji celu nie powinien mieć więcej niż trzech składowych. Dla $J > 3$ może okazać się, że zbiór rozwiązań kompromisowych pokrywa znaczną część obszaru dopuszczalnego przez co wybór rozwiązania preferencyjnego jest znacznie utrudniony.

Literatura

1. Bauer J., Gutowski W., Iwanow Z.: Optimum design of regular space structures. /in/ Nooshin H. /ed/ Third Int. Conf. on Space Structures, Elsevier Applied Science Publishers, London and New York, 1984, 672-676
2. Boroń J., Sieczkowski J.M.: Dwukryterialna optymalizacja dyskretna jako sposób projektowania kratownic metalowych. Zeszyty Naukowe WSI w Koszalinie, 10, 1987, 21-30
3. Eschenauer H.: Anwendung der Vektoroptimierung bei raumlichen Tragstrukturen. Der Stahlbau, 4, 1981, 110-115
4. Jendo S., Marks W.: Optymalizacja wielokryterialna konstrukcji. Prace IPPT PAN, 12, 1983
5. Jendo S., Marks W.: Zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej konstrukcji inżynierskich. Rozp. Inzyn., 34, 4 1986
6. Koski J.: Truss optimization with vector criterion. Tempero University of Technology, Publ. 6, 1979
7. Paczkowski W.M.: Dwukryterialna optymalizacja kratownicy przestrzennej. XXXII Konf. Nauk. KILiW PAN i KN PZITB, Kraków-Krynica 1986, tom 3, 63-68
8. Bródka J. i inni: Przekrycia strukturalne, Arkady, Warszawa 1985

Streszczenie

W pracy sformułowano zadanie dyskretnej polioptymalizacji konstrukcji. Przed funkcjami celu nie postawiono wymagań ciągłości i różniczkowalności. Mogą to być funkcje o monotonicznym charakterze, zapisane w sposób jawny lub określone za pomocą algorytmów.

Sposób prowadzenia analizy optymalizacyjnej pokazano na przykładzie numerycznym. Przedstawiono dyskretną polioptymalizację kratownicy przestrzennej 24 x 24 m.

THE DISCRETE MULTICRITERION OPTIMIZATION ALGORITHM OF STRUCTURES FOR THE MONOTONIC OBJECTIVE FUNCTIONS

Summary

The problem of discrete multicriterion optimization of the structures is formulated. The objective functions have not to be differential and continuous. The optimization criterion should be monotonic, can be written explicit or can be given by algorithms.

The theoretical considerations are illustrated by a computational example. The multicriterion optimization of space trusses 24 x 24 m.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Jerzy Pokojński

Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Politechnika Warszawska

MODELOWANIE KRYTERIÓW JAKOŚCI W DYNAMICE MASZYN W WARUNKACH
LOSOWOŚCI

1. Wstęp

Rosnące możliwości sprzętu komputerowego powodują stały, dynamiczny rozwój oprogramowania do wspomagania procesów projektowych. W grupie systemów do badania problemów dynamiki maszyn można zaobserwować trend zmierzający do budowy bardzo uniwersalnego oprogramowania umożliwiającego rozwiązywanie nawet dosyć dużych problemów z tej dziedziny [2]. Systemy te umożliwiają przetworzenie dużych ilości informacji. W pracach [5, 6, 7] zaproponowano koncepcję oraz przedstawiono pierwszą wersję systemu do komputerowego wspomagania decyzji w dynamice maszyn. Przedstawiona w [5, 6, 7] wersja metody i systemu jest przeznaczona dla zadań deterministycznych. W niniejszej pracy omówiono koncepcję rozszerzenia proponowanej metodyki [5, 6, 7], na zagadnienia podejmowania decyzji w dynamice maszyn w warunkach losowości, koncentrując się przede wszystkim na problemie modelowania kryteriów jakości.

2. Kryteria jakości w dynamice maszyn

Punktem wyjścia do budowy algorytmu doboru polioptymalnych charakterystyk dynamicznych maszyn jest przyjęcie pewnych standardów ^{do} postaci wielkości wejściowych. Zakładamy, że wielkościami wejściowymi, przetwarzanymi za pomocą budowanego

oprogramowania są wielkości wynikowe uzyskane z obliczeń przeprowadzonych metodą symulacji stochastycznej [10]. Wielkości te są dostępne w formie zdyskretyzowanej, w postaci N zestawów realizacji poszczególnych zmiennych stanu w dyskretnych chwilach czasu t_k oddalonych od siebie o krok całkowania Δt :

$$y_{1R}(t_k), \dots, y_{mR}(t_k)$$

$$R = 1, 2, \dots, N$$

N - liczba wariantów realizacji

$$t_k = k \Delta t + t_0 \quad (1)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, K$$

$$t_0 + K \Delta t = T$$

m - liczba zmiennych stanu

Ze względu na to, że zadanie dotyczy wyselekcjonowania najlepszego wariantu z pewnego zbioru, zestawów o postaci (1) będzie tyle ile rozpatrywanych alternatyw. Oznaczmy alternatywę o numerze j przez:

$$y_{1R}^j(t_k), \dots, y_{mR}^j(t_k) \quad (2)$$

$$j \in \{1, \dots, d\}$$

Na bazie wielkości wejściowych uzyskanych metodą symulacji istnieje możliwość zdefiniowania kryteriów jakości stosowanych w dynamice maszyn. Mogą to być następujące kryteria [10]:

a/ estymatory wartości średnich i wariancji pewnych funkcji zmiennych stanu,

b/ estymatory wartości średnich i wariancji pewnych funkcji zmiennych stanu. Jako pewne rozwiązania standardowe przyjęto, że funkcje zmiennych stanu $g(y_1(t_k), \dots, y_m(t_k))$ mogą być następującej postaci:

$$Q_1^i(t_k) = y_i(t_k) - y_{id_i}(t_k)$$

$$Q_2^i(t_k) = |y_i(t_k) - y_{id_i}(t_k)|$$

$$Q_3^i(t_k) = \max \left| y_i(t) - y_{id_i}(t) \right| \quad (3)$$

$$Q_4^i(t_k) = \int_{t_0}^{t_k} \left(y_i(t) - y_{id_i}(t) \right)^2 dt$$

$$Q_5^i(t_k) = \dots$$

i - oznacza numer zmiennej stanu.

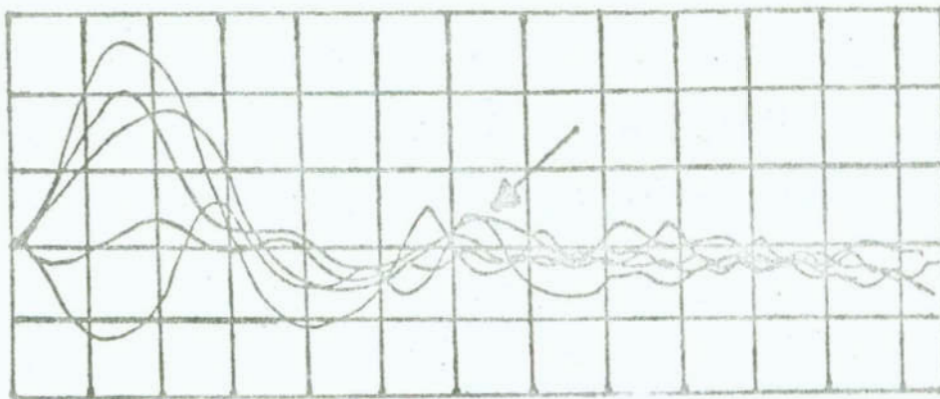
Wielkości y_{id} są to pewne przebiegi idealne zaproponowane przez użytkownika. Zakładamy, że pierwszym etapem będzie zdefiniowanie kryteriów jakości typu $Q_1^i, Q_2^i, Q_3^i, Q_4^i, Q_5^i$. Do osiągnięcia tego celu potrzebna będzie prezentacja wszystkich realizacji wszystkich alternatyw dla określonej zmiennej stanu. Będą to wykresy:

$$y_{iR}^j(t_k); k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

$$R = 1, 2, \dots, N$$

dla różnych alternatyw $j \in \{1, \dots, d\}$, gdzie i jest określoną zmienną stanu. Dla przyjętych założeń oznacza to konieczność narysowania kilku tysięcy przebiegów na jednym wykresie. Wydaje się być oczywiste, że taki sposób wizualizacji byłby bardzo słabo czytelny. Proponowana metoda symulacji bazuje na uwzględnieniu częstości występowania poszczególnych wartości zmiennych stanu. W przypadku jednoczesnej prezentacji kilku tysięcy przebiegów właśnie informacja dotycząca częstości uległaby zniszczeniu. W celu usunięcia w/w niedogodności proponujemy wykorzystanie idei wykresów związanych.

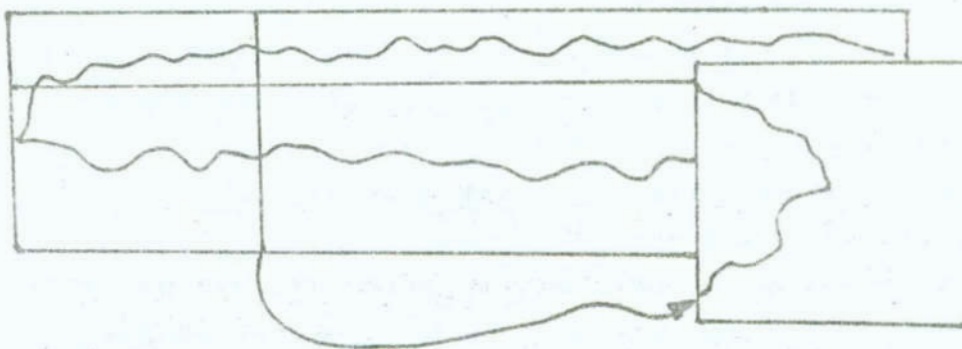
Założmy, że całe pole wykresu: zmienna stanu w funkcji czasu składa się z $L \times L$ pól prostokątów /rys. 1/. Wykres jest odpowiednio wyskalowany. Założmy, że na wykresie znajduje się pięć realizacji jednej alternatywy. Widzimy, że istnieje możliwość zliczania częstości znalezienia się różnych realizacji tej samej alternatywy w polach określonych prostokątów. Jeżeli zostaną przeprowadzone obliczenia dla wszystkich $l \in L$ i $i \in L$ dla N realizacji danej alternatywy to wyniki tych obliczeń mogą posłużyć:



Rys. 1. Wykres zmiennych stanu

Fig. 1. Diagram of the state variables

- a/ do wyznaczenia brzegu najmniejszego obszaru spójnego zawierającego wszystkie realizacje danej alternatywy,
- b/ do zbudowania interaktywnego kursora, który sterowany za pomocą tabletu poruszałby się po polu wykresu brzegowego. W zależności od tego, w którym l znajdowałby się kursor następowalaby wizualizacja dodatkowym, umieszczonym w oknie wykresie dla ustalonego l wszystkich wartości częstotliwości dla $l \in L$. Sam kursor służyłby także do wprowadzania krzywej idealnej przybliżanej odcinkami. Przykładową sytuację przedstawiono na rys. 2. W oknie widoczny jest rozkład prawdopodobieństwa zależny od położenia kursora.

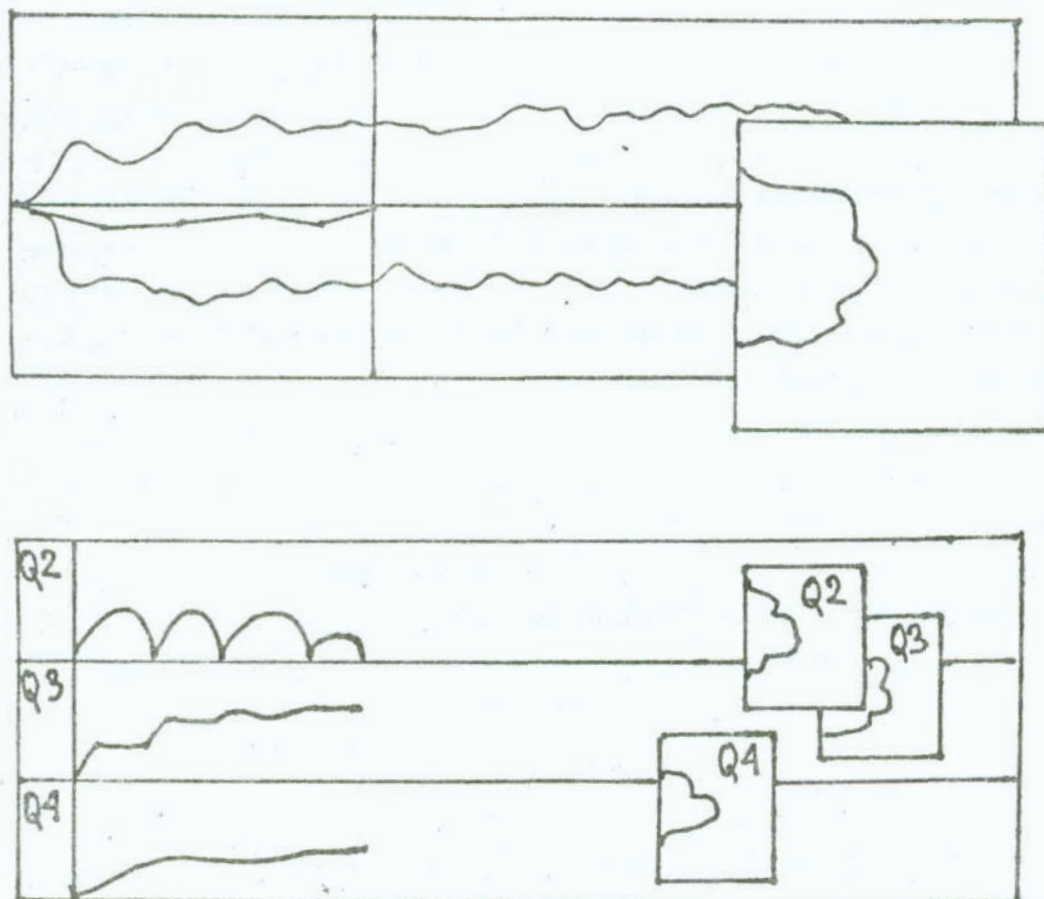


Rys. 2. Wykres zmiennej stanu - zasada interakcji

Fig. 2. Diagram of the state variable - principle of interaction

Wykresy tego typu można zbudować dla każdej z alternatyw.

Można również dokonać sumowania i uzyskać sumaryczny wykres dla wszystkich alternatyw. Wówczas postępując identycznie jak w przypadku pojedynczej alternatywy można zbudować wykres brzegu dla wszystkich alternatyw danej zmiennej stanu i akrywnie powiązać ten wykres z odpowiednio zmodyfikowanym wykresem częstościowym. Wprowadzenie $yid_i(t)$ dla i -tej zmiennej stanu oznacza natychmiastowe zdefiniowanie przebiegów $Q_1^i(t)$, $Q_2^i(t)$, $Q_3^i(t)$, $Q_4^i(t)$, $Q_5^i(t)$ w postaci zbiorów realizacji dla poszczególnych alternatyw. Wykresy tych wielkości mogą być budowane natychmiast w formie analogicznej jak wykres związanych dla wielkości wejściowych. Zbudowany w ten sposób wykres można powiązać z wykresem częstościowym. Można posunąć się dalej i wykorzystując dwie strony graficzne karty Hercules budować jednocześnie wykresy Q_1, \dots, Q_5 . Rozwiązanie to przedstawiono w sposób przykładowy na rys. 3.



Rys.3. Wizualizacja przypadku wykorzystania dwu stron graficznych.

Fig.3. Visualisation for the case of use of two graphic sides

Omówiony etap dotyczył przede wszystkim definiowania kryteriów jakości. Zakładamy, że analiza wykresów brzegowych i częstościowych, poza umożliwieniem wygenerowania y_{id_i} , powinna pozwolić na podjęcie decyzji odnośnie przyjęcia określonych chwil czasu istotnych z punktu widzenia badanych zjawisk. Wówczas ustalenie chwil czasowych spowoduje, że wielkości $Q_1^i t, \dots, Q_5^i t$ staną się miarami jakości w warunkach losowości. Zakładamy, że zdefiniowane w ten sposób kryteria można wprowadzić jako współrzędne 2 osi umieszczonych na ekranie monitora. Następnie na wykresie powinny pokazać się punkty odpowiadające zdefiniowanym kryteriom jakości dla wszystkich alternatyw i realizacji. Oznacza to, że na wykresie będzie zaznaczonych kilka tysięcy punktów. Kolejny etap rozwiązywania problemu to selekcja najbardziej preferowanych rozwiązań za pomocą metod dominowania stochastycznego i funkcji użyteczności [9].

3. Zakończenie

W pracy przedstawiono koncepcję modułu definiowania kryteriów jakości w dynamice maszyn w warunkach losowości. Moduł ten w przypadku powiązania go z systemem wspomaganie decyzji przedstawionym w [5-9] może umożliwić wspomaganie decyzji w warunkach losowości.

Literatura

1. Bava V.: Stochastic Dominance: A Research Bibliography. Management Science Vol. 28, No 6,82, ss. 698-712
2. Haug E.J.: Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics. Springer - Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1983
3. Keeney R., Raiffa H.: Decision with Multiple Objectives, Preference and Trade-offs. Wiley, 1976
4. Mosler K.: Stochastic Dominance Decision Rules When Attributes are Utility Independent. Management Science Vol. 30, No 11, 1984, ss. 1311-1322.
5. Pokojński J.: Polioptymalny dobór charakterystyk w dynamice maszyn. Zeszyty Naukowe WSI Koszalin, No 10, 87, ss.197-218
6. Pokojński J.: Computer Aided Decision Making in Vehicle Dynamics, Modelling, Simulation and Control, B, Vol. 17, No 27 1988- ss. 1-11.
7. Pokojński J.: Kryteria polioptymalizacji, koncepcje polioptymalności w zagadnieniach dynamicznych w projektowaniu maszyn. Sympozjum PKM, Świnoujście 1987
8. Pokojński J.: Polioptymalny dobór charakterystyk dynamicznych pojazdów w warunkach losowości. Sprawozdanie CPBP 02.19.13.27, 1986, IPBM PW
9. Pokojński J.: Polioptymalny dobór charakterystyk dynamicznych pojazdów w warunkach losowości. Sprawozdanie CPBP 02.19.03.27, 1987, IPBM PW
10. Wróbel J.: Symulacyjne badanie jakości w nieliniowej stochastycznej dynamice maszyn. Prace Naukowe PW, Mechanika z. 92, Warszawa, 1985, s.131
11. Yu P.: Multiple - Criteria Decision Making - Concepts Techniques, Extensions. Plenum Press, London, 1985

Streszczenie

W pracy omówiono metodykę definiowania kryteriów jakości w dynamice maszyn w warunkach losowości. Zaproponowano podejście dla skończonej liczby alternatyw. Metoda oparta jest na wykorzystaniu klasycznych podejść do problemów wielokryterial-

nych i wykorzystaniu elementów grafiki komputerowej.

CRITERIA MODELLING IN MACHINE DYNAMICS UNDER UNCERTAINTY

Summary

In the paper a method of criteria modelling in machine dynamics is presented. An approach with a finite number of alternatives is proposed. The method applies the classic approaches to multicriteria problems with using elements of the computer graphics.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO '88

Jerzy Pokojński

Jerzy Wróbel

Instytut Podstaw Budowy Maszyn

Politechnika Warszawska

SYSTEMY PROJEKTOWANIA WSPOMAGANEGO KOMPUTEROWO A PROBLEMY
KOMPUTEROWEGO WSPOMAGANI DECYZJI

1. Wstęp

Twórczy w swej istocie proces projektowania inżynierskiego wspomagany był zawsze przez pomocnicze działania i urządzenia. Rozwój możliwości współczesnych komputerów, a z drugiej strony rozwój i udoskonalenie typowych komputerowych metod obliczeń inżynierskich, powoduje szybkie rozpowszechnianie się nie tylko idei projektowania wspomaganego komputerowo CAD /Computer Aided Desing/, ale przede wszystkim profesjonalnych systemów CAD. Od początku lat 80-tych systemy CAD stają się istotnym elementem rynku software'owego i stanowią standardowe wyposażenie praktycznie wszystkich wiodących biur projektowych.

Współczesne systemy CAD dążą z jednej strony do doskonałości modelowej, a z drugiej strony do doskonalszych sposobów komunikowania się użytkownika-konstruktora z komputerem. Pierwszy kierunek to odejście od "klasycznych" obliczeń inżynierskich do technik obliczeniowych typowo komputerowych, uzupełnianych coraz bardziej doskonałymi metodami organizacji zadań, które umożliwiają dogodną interakcję z systemem jak i jego elastyczne użytkowanie. Główną ideą drugiego kierunku jest dążenie do dialogu za pomocą rysunku w miejsce dialogu alfanumerycznego, a tym samym zbliżenie sposobów posługiwania się

systemami CAD do "klasycznych" "dyskusji inżynierskich" tj.: konstruktor - rysunek płaski stanowiący wizję nowoprojektowanej maszyny. Rysunek stanowi bowiem miejsce bezpośredniego uzewnętrznienia nowych pomysłów, twórczego aktu kreowania konstrukcji. Jest więc nie tylko geometrycznym obrazem projektowanej maszyny, ale spełnia także funkcję schematu funkcyjnego. Używając terminologii komputerowej, rysunek na ekranie minitora graficznego, będącego narzędziem pracy konstruktora, stanowi rodzaj zewnętrznej pamięci.

Przy organizacji systemu CAD dąży się do wbudowania pewnego elementu wiedzy z zakresu określonych, często bardzo złożonych, metod obliczeń inżynierskich. Zewnętrznym objawem tej tendencji jest "głębokie ukrycie" zaawansowanych problemów matematycznych przed użytkownikiem. Często nie jest już możliwe opanowanie przez konstruktora, zajmującego się projektowaniem określonego typu urządzeń, np. reduktorów, wiedzy dotyczącej np. numerycznych uwarunkowań ośrodkowej metody obliczeń wytrzymałościowych. Wiedzę tę trzeba wrzucić w systemie CAD [1, 4, 5, 6].

Postulat "przyjacielskości" systemu jest więc jednym z najważniejszych postulatów przy organizacji dialogu projektant-komputer, w znacznym stopniu decydującym o aktywności systemu CAD.

Jedną z zasadniczych przyczyn, dla których systemy wspomaganie decyzji /polioptymalizacji/ nie znalazły jak dotychczas należnego im miejsca w praktyce projektowania inżynierskiego, jest niezadawalający, w porównaniu z systemami CAD, poziom organizacji takich systemów, w tym organizacji dialogu projektant - komputer.

2. Elementy składowe systemów projektowania wspomaganego komputerowo

Rynek software'owy oferuje biurom konstrukcyjnym całą gamę systemów CAD /bądź łącznie z niezbędnym wyposażeniem komputerowym, bądź tylko jako oprogramowanie/. Możliwości tych systemów różnią się znacznie w zależności od ceny /od kilku do kilku-

set tysięcy dolarów/. System CAD składa się z bazy danych, biblioteki programów i podsystemów do komunikacji między poszczególnymi elementami systemów. Biblioteka programów składa się z modułów organizujących podstawową pracę systemu /baza danych, dialog, grafika, dane wyjściowe, wyniki/ jak i modułów wykorzystywanych do specjalnych obliczeń /np. moduły do symulacji cyfrowej czy do metody elementów skończonych/. Podsystem komunikacyjny zawiera moduły do organizacji dialogu /interpretacja rozkazów, komunikaty dla projektanta/ a także dla sterowania informacjami graficznymi.

Istotną częścią systemów CAD są moduły modelowania geometrycznego. Ich zadaniem jest budowa modelu matematycznego konstrukcji, a więc komputerowy zapis wszystkich cech geometrycznych /zarówno postaci jak i układu wymiarów/. Modelowanie jest przeważnie prowadzone w trybie konwersacyjnym i projektant na ekranie monitora graficznego steruje wszystkimi fazami jego powstawania. System CAD umożliwia wprowadzanie zmian w trybie konwersacyjnym. W ten sposób umożliwia się budowę modelu etapami, w wielu sesjach, nieraz w ciągu długiego okresu czasu.

Modele matematyczne pewnych, często stosowanych elementów, mogą być zapisane w bibliotekach i tworzą katalog elementów podstawowych.

Do budowy swojego modelu projektant ma do dyspozycji całą gamę różnych elementów pierwotnych, takich jak: punkty, odcinki, okręgi, łuki itp. Położenie elementów pierwotnych może być określone poprzez podanie współrzędnych /graficznie lub alfabetycznie/ lub poprzez podanie warunków określających je względem innych elementów /np. równoległość, styczność, punkt przecięcia/.

Z elementów pierwotnych projektant buduje elementy bardziej złożone, które dalej może przekształcać poprzez: skopiowanie, przesunięcie, obrót, podobieństwo, symetrię, dopasowanie do innych elementów /zmiana jednego lub kilku rozmiarów związana ze skróceniem, wydłużeniem, pochYLENIEM, zmniejszeniem lub zwiększeniem elementu/ lub przekształcenie teoriiomnościowe elementów /suma, iloczyn/, dzięki czemu można realizować łączenie

elementów i całych zespołów, usuwać wybrane elementy, budować nowe elementy będące częścią wspólną kilku innych. Poprzez wykonanie operacji mnożenia można uzyskać potrzebne do dokumentacji konstrukcyjnej przekroje.

Na rys. 1 przedstawiono przykłady "prymitywów" zbudowanych z elementów pierwotnych /odcinków/, które następnie posłużyły do budowy schematów ideowych reduktorów planetarnych.



Rys. 1. Przykłady "prymitywów"

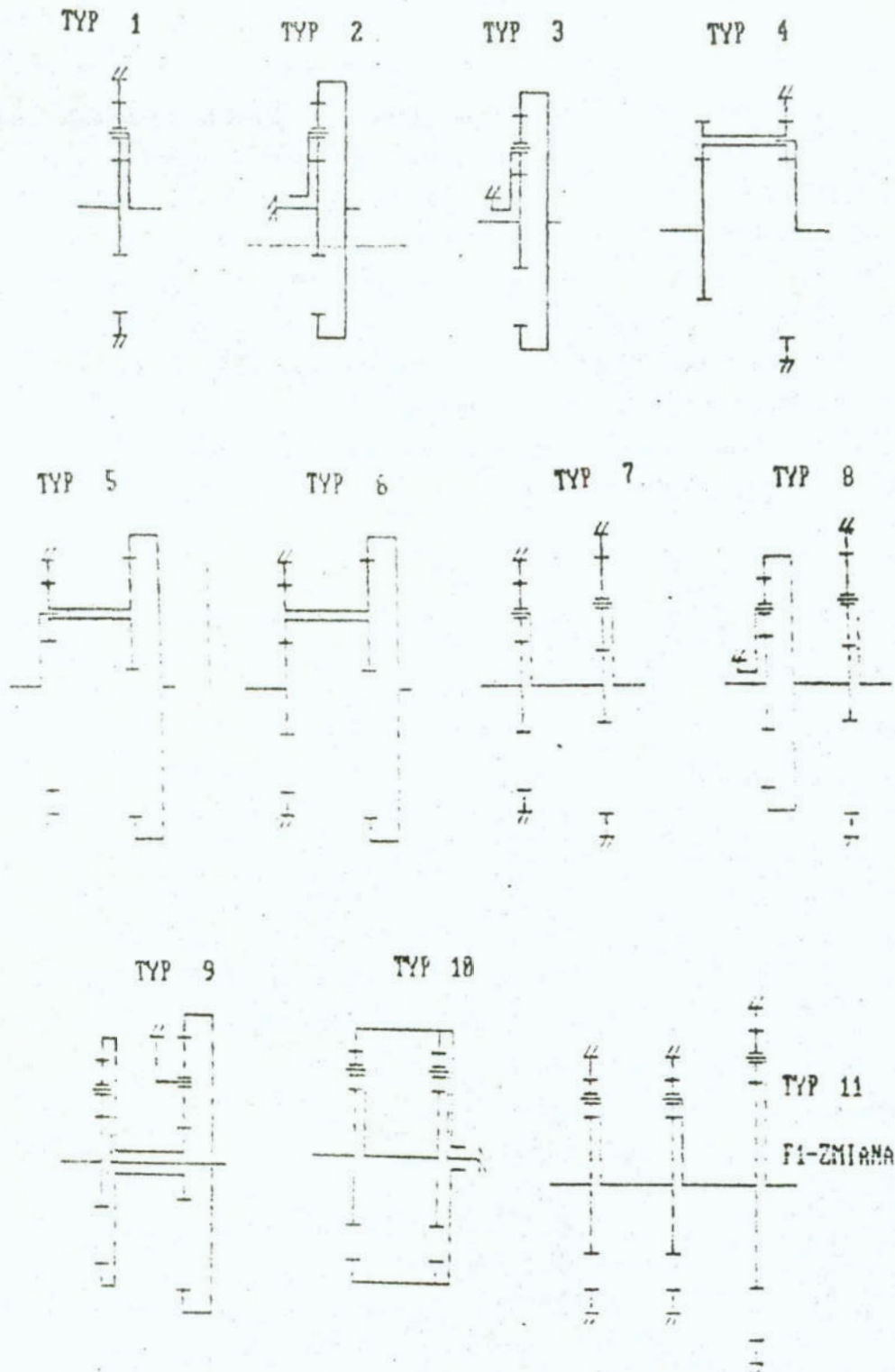
Fig. 1. Examples of "primitives"

Na rys. 2 przedstawiono 11 typów struktur reduktorów planetarnych branych pod uwagę przy ich projektowaniu. Zarówno "prymitywy" jak i "struktury" można zapamiętać w postaci bibliotek do dalszego wykorzystania.

System CAD powinien mieć możliwość obserwacji modelu za pomocą następujących przedstawień:

- rzuty prostokątne,
- rysunki perspektywiczne lub aksonometryczne /z ewentualnym zaznaczeniem linii niewidocznych lub cieniowaniem/,
- wybór i powiększania dowolnych fragmentów rysunku,
- podział ekranu monitora graficznego na kilka pól w celu przedstawienia na każdym z nich innego widoku.

Rysunek może być w każdej chwili przeniesiony w całości lub w części na papier, lub wykreślony na plotterze w wybranym formacie. Rysunek może być również zapisany jako zbiór w pamięci masowej lub zapamiętany jako element składowy biblioteki rysunków i następnie wielokrotnie odtwarzany lub modyfikowany.



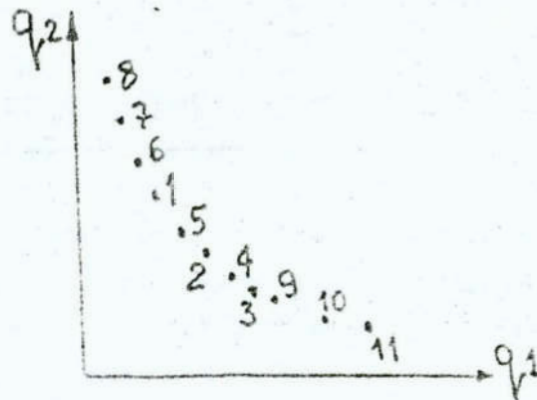
Rys. 2. Przykłady zmodelowanych struktur

Fig. 2. Examples of the modelled structures

Koncepcja modułu wspomagania decyzji w systemie komputerowo wspomaganego projektowania maszyn

Jak stwierdzono we wstępie systemy polioptymalizacji nie znajdują większego zastosowania w praktyce projektowania inżynierskiego. Przydatność tych systemów wzrosła by niepomiarowo, gdyby formułowanie zadań i współpracę z komputerem "przełodzić" z formy alfanumerycznej jak jest w większości systemów polioptymalizacji [2, 3, 7], na język graficzny jak jest w systemach CAD.

Rysunek znacznie przewyższa swą atrakcyjnością zbiór liczb /zmiennych decyzyjnych, parametry, ograniczenia czy nawet kryteria/ występujących przy alfanumerycznym formułowaniu zadania i alfanumerycznej organizacji dialogu.



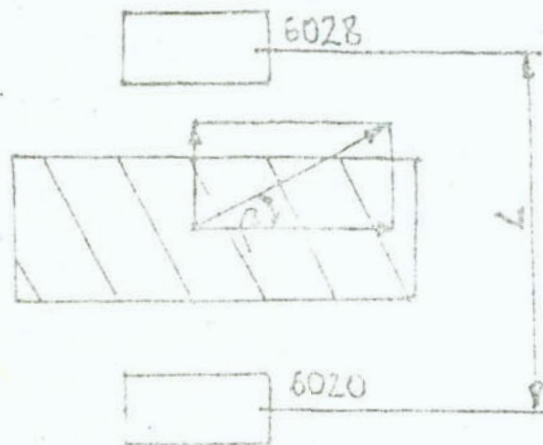
Rys. 3. "Klasyczne" przedstawienie zbioru Pareto

Fig. 3. "Classical" presentation of the Pareto set

Na rys. 3 przedstawiono "klasyczny" alfanumeryczny przebieg zbioru rozwiązań polioptymalnych, przy projektowaniu polioptymalnym z dwoma kryteriami, planetarnego reduktora. Każde z rozwiązań uzyskano dla innej struktury /patrz rys. 2/. Zapis alfanumeryczny jest szczególnie zawodny przy zapisie struktury. A przecież dobór optymalnego kształtu /struktury/ stanowi kwintesencję projektowania. Zapis przedstawiony na rys. 3 miałby dużą większą wartość, gdyby poszczególne punkty-rozwiązania były związane ze schematem w postaci rysunku.

Do formułowania zadania polioptymalizacji w projektowaniu maszyn można

wykorzystać techniki modelowania graficznego występujące w systemach CAD. Każdy rysunek utworzony w wyniku modelowania graficznego jest zapamiętywany i przekształcany jako zbiór liczb /zależnie od przyjętej w systemie CAD koncepcji bazy danych/, jednak z poziomu użytkownika jest to modelowanie graficzne.



Rys. 4. Graficzne formułowanie ograniczeń

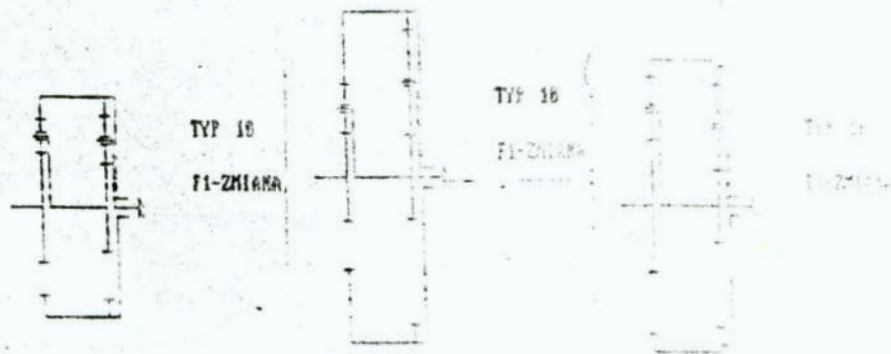
Fig. 4. Graphical formulation of limitations

Również do formułowania ograniczeń można by wykorzystać techniki wypracowane przez systemy CAD. Wizualizacja graficzna poszczególnych ograniczeń może dać możliwość prezentacji dodatkowych informacji przydatnych projektantowi. Na rys. 4 przedstawiono ilustrację tej tezy. Niech zmienną decyzyjną będzie kąt /podziałowej/ linii śrubowej zęba β , który należy dobrać przy projektowaniu reduktora planetarnego. Przy zadanym położeniu łożysk /wielkość l / zmiana β może być graficznie ilustrowana zmianą sił między zębnymi i połączona z automatycznym doбором łożysk /na rys. 4 zaznaczone nawet numery łożysk określonego typu/. U podstaw takiej wizualizacji leży specyfika problemu i przy każdorazowym formułowaniu zadania polioptymalizacji należy pamiętać nie tylko o zmodelowaniu graficznym kontaktu, ale także o ilustracji ograniczeń i poszczególnych kryteriów.

Techniki wypracowane przez systemy CAD mogą być wykorzystane także do sterowania obliczeniami optymalizacyjnymi. Przykładowo wykorzystanie animacji komputerowej /po iteracjach poszczególnych metod optymalizacji/ może pozwolić decydentowi na przerwanie obliczeń w kierunkach nie rokujących nadziei na

"sukces".

Umieszczenie modułu wspomaganie decyzji jako elementu składowego systemu CAD pozwala, przy projektowaniu maszyn, na naturalne formułowanie zadania polioptymalizacji. Decydent komponuje rysunek projektowanej maszyny, dobiera zmienne decyzyjne, ograniczenia, kryteria, przy czym w tle /korzystając z koncepcji "okien"/ może wizualizować interesujące go w danej chwili informacje.

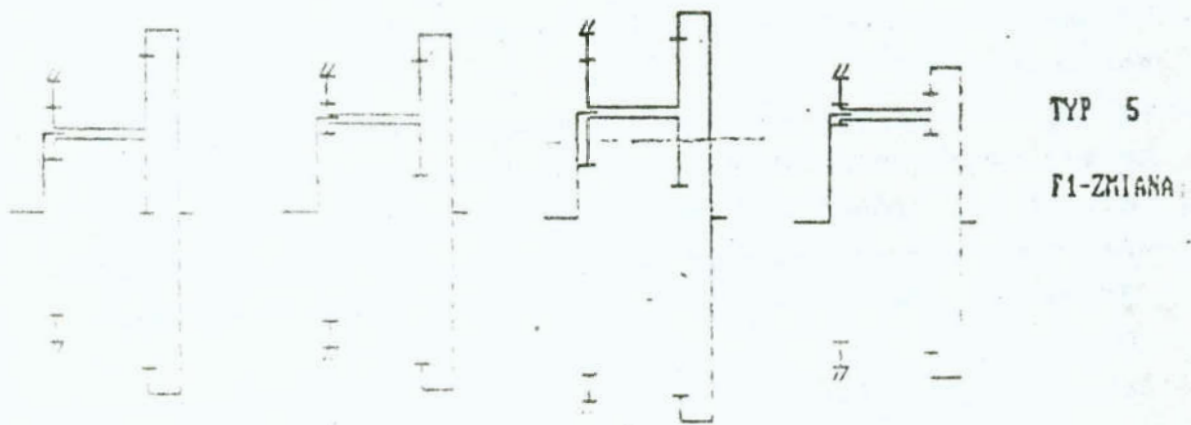


Rys. 5. Graficzna ilustracja zmiany wartości zmiennych decyzyjnych
Fig. 5. Graphical illustration of change of the decision variable values

Na rys. 5 i rys. 6 przedstawiono graficzną ilustrację wpływu zmiennych decyzyjnych na postać reduktora przy ustalonej strukturze. Decydent - projektant może w wyniku analizy informacji graficznej podjąć decyzję o przerywaniu obliczeń optymalizacyjnych, o potrzebie zmiany struktury, bądź wręcz o potrzebie zmiany sformułowania całego zadania polioptymalizacji.

4. Wnioski.

Przedstawiona w pracy koncepcja modułu wspomaganie decyzji jako elementu składowego systemu komputerowo wspomaganego projektowania maszyn otwiera nowe możliwości przed polioptymalizacją w projektowaniu inżynierskim. Społnienie postulatów praktyczności, poprzez naturalne, graficzne formułowanie zadania polioptymalizacji, i poprzez graficzne sterowanie przebiegiem obliczeń, pozwala na lepsze formułowanie problemu /lepiej identyfikacja zadania/. Polioptymalizacja potraktowana jako



Rys. 6. Graficzna ilustracja wpływu zmiennych decyzyjnych przy ustalonej strukturze reduktora

Fig. 6. Graphical illustration of the reduction gear

element systemu projektowania wspomaganego komputerowo stanowi konkurencję dla "alfanumerycznych" podejść do zagadnień wspomagania decyzji inżynierskich.

Literatura

1. Encarnacao J., Schlechtendahl E.G.: Computer Aided Design, Springer-Verlag, Berlin, 1983
2. Hwang Ch., Yoon K.: Multiattribute decision making, Springer-Verlag, Berlin, 1981
3. Osiński Z., Pokojski J., Wróbel J.: Optimization of multi-level multicriteria machine design problems, Foundations of Control Engineering, vol. 8, no 3-4, 1983, pp 175-182
4. Osiński Z., Wróbel J.: Teoria konstrukcji maszyn, PWN, Warszawa, 1983
5. Osiński Z., Wróbel J.: Wybrane metody komputerowo wspomaganego konstruowania maszyn, PWN, Warszawa, 1987
6. Osiński Z., Wróbel J.: Metodologia komputerowo wspomaganego konstruowania maszyn. XIII Sympozjum Podstaw Konstrukcji Maszyn, Świnoujście, 1987, Referaty problemowe, pp. 105-108,
7. Pokojski J., Wróbel J.: Cechy, uwarunkowania i postać dużego zadania polioptymalizacji w dynamice maszyn, Zeszyty Naukowe WSI w Koszalinie, Prace Wydz. Mechanicznego Nr 8, Koszalin, 1986, p.282-292

Streszczenie

W pracy omówiono problematykę komputerowo wspomaganego projektowania maszyn. Opisano zasadnicze elementy składowe systemu do komputerowo wspomaganego projektowania maszyn. Przedstawiono koncepcję modułu wspomagania decyzji w systemie komputerowo wspomaganego projektowania maszyn.

COMPUTER AIDED DESIGN SYSTEMS VS. PROBLEMS OF COMPUTER AIDED DECISIONS

Summary

Computer aided machine design problems are discussed in the paper. Basic constituent elements of the system of computer aided machine design is presented.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO¹ 1988

WACŁAW SZYMANOWSKI
AGRICULTURAL UNIVERSITY OF WARSAW
WŁODZIMIERZ OGRYCZAK
UNIVERSITY OF WARSAW

The analysis of liquid milk supply to urban agglomeration by
bicriterion linear transportation model with the MPSX/370
package

Abstract

In the paper we formulate a bicriterion linear transportation model to analyse the raw milk supply for an urban agglomeration. The model has been verified for Warsaw. To solve the bicriterion model the lexicographic as well as the parametric methods were used. The model may be considered as an element of a Multicriterial Decision Support System of raw milk supply for Warsaw.

1. Introduction

The rapid growth of urban population as well as the nutrition value of milk have contributed to the fast increase in the milk production and consumption. In 1984 the consumption of liquid milk in Polish big cities was on the level of 1.2 milliard litres, that is 46 percent of total amount of liquid milk produced in Poland. The amount of the collected raw milk around large agglomerations lags behind the rapid increase in the consumption of liquid milk in big cities. Warsaw is the best example of this problem. In 1984, the modelled system of milk supply to Warsaw consisted of four stages. The system covered 38 regional milk cooperatives in 9 districts of Poland, which supplied about 210 million litres of raw milk to four city milk plants in Warsaw. The raw milk was transported each day from more than 63 thousand suppliers through almost 1800 permanent milk reception stations. 50 percent of that amount was delivered from the

Warsaw District. The expansion of the milk transfer area to supply Warsaw resulted in an increase of the transportation radius as well as in higher transportation costs.

The forecast of the Central Union of Dairy Cooperatives determines that in 1990 raw milk collected around Warsaw will cover 20.7 percent of total amount of milk consumption. Till the 2 000, the gap between supply and demand for the raw milk will be much deeper. It will have an influence on the energy consumption, because the dairy industry is one of the most energy intensive industries between food industries in Poland.

In the paper we have formulated a bicriterion linear transportation model to analyse the liquid milk supply for Warsaw. We have made ex-post analyses for the period of 1984-1986 as a basis to predict the future possible transfer area of supplying Warsaw for 1990. The model was solved by lexicographic as well as by parametric methods. The bicriterion analysis was performed with MPSX/370 package which is regarded as a standard commercial tool to solve linear programming problems.

2. The statement of the model

The model of the milk marketing system for urban agglomeration is presented on Fig. 1. One of the main functions of this system is transportation of goods from the producers to the final customers. This transportation process consists of the following homogenous three parts /see: [2]/:

1. the collection of milk as a raw material or semiproducts to the milk processing plants,
2. the transportation of milk as a raw material or semiproducts between milk processing plants and city milk plants,
3. the distribution of liquid milk or liquid and solid milk products from the city milk plants to the retailing customers.

FORMULATION OF THE PROBLEM

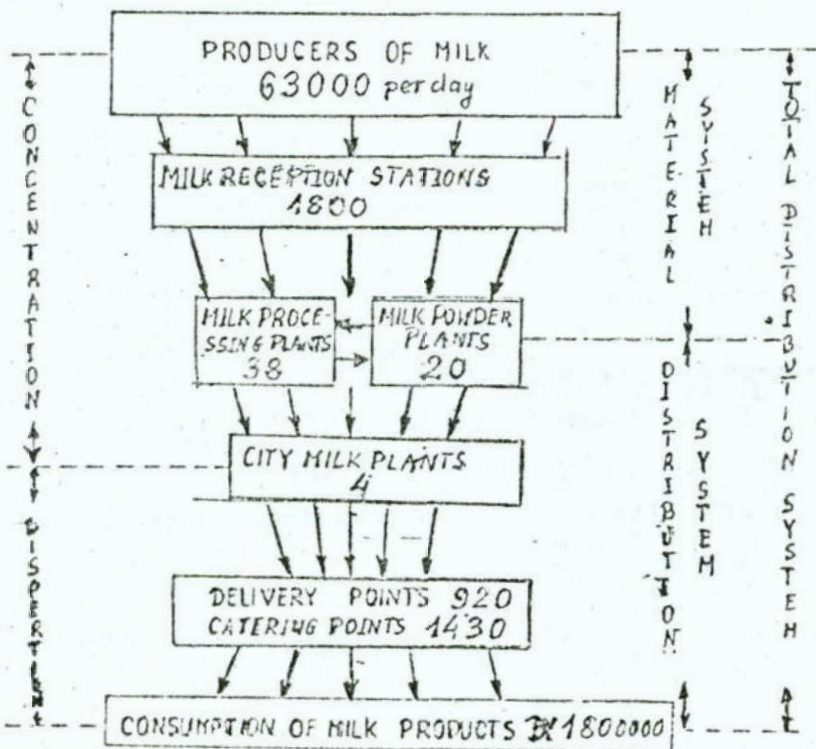


FIG. 1. ELEMENTS OF TOTAL PHYSICAL MILK MARKETING SYSTEM FOR WARSAW

Fig. 1.

The analysis of the liquid milk supply to Warsaw concerns interplant transportation process. To formulate a bicriterion linear transportation model of this process we have to accept the following assumptions:

- regions supplying milk reception stations as well as supplying milk processing plants are stable, therefore collection process of raw milk is out of our optimization process /see: [1]/,
- the distribution of final dairy products is analysed separately by Vehicle Routing and Scheduling Models, so it is out of our optimization process /see: [6]/,
- three kinds of means of transportation separately are taken into consideration: 5 000, 10 000 and 18 000 litres road tankers. Raw milk within Warsaw District is collected exclusively by 5 000 litres road tankers,
- there are two models: a "Summer" and a "Winter" model, which

describe seasonal fluctuations in the purchase of raw milk and the variations of its volume necessary to produce liquid milk in Warsaw. The "Summer" model uses data for July. The "Winter" model uses data for January. In the latter a possibility of milk regeneration from milk powder has been assumed, - milk transported to Warsaw is standardized and a surplus of milk purchase over and above the local market needs, which provides liquid dairy products or liquid and solid dairy products.

First we formulate the "Summer" model, which will be also a basis to develop the statement of the "Winter" model. The main purpose of the "Summer" version of the bicriterion linear transportation model is to determine the destinations and the amount of raw milk /in litres/ transported to Warsaw by different types of road tankers:

$$x_{l_1 m}^r \geq 0 \quad \text{for} \quad \begin{array}{l} l_1 = 1, 2, \dots, 38; \\ m = 1, 2, 3, 4; \\ r = 1, 2, 3; \end{array} \quad /1/$$

where: l_1 - index of milk processing plant;
 m - index of city milk plant in Warsaw;
 r - index of type of road tankers.

Total amount of raw milk transported from each milk processing plant to all city milk plants in Warsaw cannot be greater than the raw milk surplus a_{l_1} over the l_1 local market needs.

$$\sum_{r=1}^3 \sum_{m=1}^4 x_{l_1 m}^r \leq a_{l_1} \quad \text{for} \quad l_1 = 1, 2, \dots, 38; \quad /2/$$

where: a_{l_1} - difference between the raw milk supply and the demand of the local market.

Similarly, the total amount of raw milk transported from several milk processing plants to each city milk plant in Warsaw is equal to its demand b_m of milk needed to produce the liquid milk.

$$\sum_{r=1}^3 \sum_{l_1=1}^{38} x_{l_1 m}^r = b \quad \text{for } m = 1, 2, 3, 4; \quad /3/$$

There are two criteria for the optimization: the first is the minimization of the total transportation costs and the costs of purchase of the raw milk transported to Warsaw, and the second one is the minimization of the total energy consumption including energy used in the transportation and in the several stages of the liquid milk production process. These two criteria are independent each of other, because the first one is created by unit price of raw milk paid to each milk processing plant as well as by the transportation tariffs paid to carrier for the raw milk transported to Warsaw. The second criterion is created by the energy consumption used in several stages of the liquid milk production process.

$$\text{minimize } f_1 = \sum_{r=1}^3 \sum_{l_1=1}^{38} \sum_{m=1}^4 /KF_{l_1} + KT_{l_1 m}^r / \cdot x_{l_1 m}^r \quad /4/$$

$$\{x_{l_1 m}^r\}$$

$$\text{minimize } f_2 = \sum_{r=1}^3 \sum_{l_1=1}^{38} \sum_{m=1}^4 /EF_{l_1} + ET_{l_1 m}^r + EF_m / \cdot x_{l_1 m}^r \quad /5/$$

$$\{x_{l_1 m}^r\}$$

where: KF_{l_1} - unit price of raw milk paid to each milk processing plant,

$KT_{l_1 m}^r$ - unit transportation cost of raw milk transported between milk processing plant l_1 and city milk plant m in Warsaw by r kind of road tankers,

EF_{l_1}, EF_m - energy consumption on the several stages of unit liquid milk production,

$ET_{l_1 m}^r$ - energy consumption of raw milk unit transported between milk processing plant l_1 and city milk plant m in Warsaw by r kind of road tankers.

The equations /1/-/5/ describe the "Summer" model of liquid milk supply to Warsaw. The "Winter" model is constructed on the basis of the "Summer" model /1/-/5/. The m in purpose of the

"Winter" version of the bicriterion linear transportation model is to determine the destinations and the amount of raw milk as well as a raw milk to produce the milk powder for the liquid milk regeneration in Warsaw:

$$x_{l_1 m}^r \geq 0, y_{l_2 m} \geq 0 \quad \text{for } l_1 = 1, 2, \dots, 38; \quad /1a/$$

$$m = 1, 2, 3, 4;$$

$$r = 1, 2, 3;$$

$$l_2 = 1, 2, \dots, 20;$$

where: y_{l_2} - amount of raw milk to produce milk powder for liquid milk regeneration in m city milk plant in Warsaw transported by the 5 ton vehicles.

Total amount of raw milk to produce the milk-powder for the liquid milk regeneration in all city milk plants in Warsaw cannot be greater than the raw milk surplus over the local market needs /see:/2a/ .

$$\sum_{m=1}^4 y_{l_2 m} \leq a_{l_2} \quad \text{for } l_2 = 1, 2, \dots, 20; \quad /2a/$$

where: a_{l_2} - storing capacity of milk-powder plant of raw milk.

Similarly, the total amount of raw milk as well as the amount of raw milk to produce the milk-powder for the liquid milk regeneration in each city milk plant m in Warsaw is equal to its demand. The demand of liquid milk b_m is given in litres:

$$\sum_{l_1=1}^{38} \sum_{r=1}^3 x_{l_1 m}^r + \sum_{l_2=1}^{20} y_{l_2 m} = b_m \quad \text{for } m = 1, 2, 3, 4; \quad /3a/$$

The "Winter" model fulfills the following two criteria of optimization:

$$\begin{aligned} \text{minimize } f_1 = & \sum_{r=1}^3 \sum_{l_1=1}^{38} \sum_{m=1}^4 / KF_{l_1} + KT_{l_1 m}^r / \cdot x_{l_1 m}^r + \\ \{x_{l_1 m}^r, y_{l_2 m}\} & \\ & \sum_{l_2=1}^{20} \sum_{m=1}^4 / KF_{l_2} + KT_{l_2 m} + \overline{KF}_m / \cdot y_{l_2 m} \end{aligned} \quad /4a/$$

$$\begin{aligned} \text{minimize } f_2 = & \sum_{r=1}^3 \sum_{l_1=1}^{38} \sum_{m=1}^4 / EF_{l_1} + ET_{l_1 m} + EF_m / \cdot x_{l_1 m}^r + \\ \{x_{l_1 m}^r, y_{l_2 m}\} & \\ & \sum_{l_2=1}^{20} \sum_{m=1}^4 / EF_{l_2} + ET_{l_2 m} + \overline{EF}_m / \cdot y_{l_2 m} \end{aligned} \quad /5a/$$

- where: KF_{l_2} - unit price of milk-powder paid to each milk-powder plant,
- $KT_{l_2 m}^r$ - unit transportation cost of milk-powder transported between milk-powder plant l_2 and city milk plant m ,
- KF_m - unit storing cost of milk-powder paid by each city milk plant m ,
- EF_{l_2} - energy consumption of storing raw milk to produce a unit of milk-powder in milk-powder plant l_2 ,
- $ET_{l_2 m}$ - energy consumption of raw milk unit transported between milk-powder plant l_2 and city milk plant m by 5 ton vehicles,
- \overline{EF}_m - energy consumption to regenerate a unit of liquid milk from milk-powder plant l_2 in city milk plant m in Warsaw.

The first criterion effects the minimization of the total cost of purchase of the raw milk as well as the milk-powder to regenerate the liquid milk in Warsaw and their transportation costs. The second criterion effects to the minimization of the total energy consumption in the transportation as well as in the several stages of the liquid milk production in Warsaw.

3. Simulations for 1984 and 1990 models

The "Winter" and the "Summer" models are of a different size. The "Summer" model consists of 245 decision variables and 45 constraints including separately the "cost" objective function and the "energy" objective function as well as the parametrization of both of them.

The "Winter" model contains 259 variables and 63 rows including above mentioned objective functions.

For ex-post optimization the period of three years 1984-1986 has been selected. Exactly, July as the period of the minimum level of the milk transfer area has been used in the "Summer" model and January as the period of the maximum level has been used in the "Winter" model. For 1984-1986 above 110 experiments were made: 36 experiments for each of three years, half of them with the "Winter" and half with "Summer" model. The experiments includes:

- three types of the road tankers: 5 000, 10 000, and 18 000 litres,
- two kinds of local markets offering the liquid milk products or liquid and solid ones,
- three kinds of the optimization techniques: a lexicographic method separately for the "energy" objective function and that of the "cost" and a parametric method for both the objective functions.

/Other methods of solving the bicriterion linear transportation model /1/-/5/ or /1a/-/5a/ are presented in [4][5][6]/.

In the lexicographic optimization we examined the solutions obtained under various hierarchies of the objective functions. Let f_{k_1}/f_{k_2} represents a certain hierarchy of two minimized objective functions, i.e.,

f_{k_1} is minimized at priority one,

f_{k_2} is minimized at priority two.

The corresponding problem of lexicographic optimization is solved according to the following scheme:

1^o to solve the problem:

$$\text{minimize } \left\{ f_{k_1} \text{ subject to: } /1/-/3/ \text{ or } /1a/-/3a/ \right\} \quad /6/$$

Let $f_{k_1}^*$ denote the optimal value of the problem /6/.

2^o to solve the problem:

$$\text{minimize } \left\{ f_{k_2} \text{ subject to: } /1/-/3/ \text{ or } /1a/-/3a/ \text{ and } f_{k_1} \leq f_{k_1}^* / 1+\varepsilon/ \right\} \quad /7/$$

where: ε is an arbitrary small number.

We applied the scheme /6/-/7/ to solve the bicriterion transportation model /1/-/5/ or /1a/-/5a/ by the MPSX/370 package using the MPSX Control Language and the MPS Report Generator /see:[3]/.

The results of the experiments for the lexicographic method were compared with the real routes of the raw milk transported to Warsaw in 1984 for "Winter" and "Summer" models. To get more comparable results we assumed: raw milk was transported only by 18 000 litres road tankers and the local markets were offering both: the liquid and the solid milk products. The results are presented in Table 1.

Table 1

The results of ex-post analysis for "Winter" and "Summer" models for 1984 obtained by the lexicographic method.

Criteria	"Winter" model			"Summer" model		
	Computer solution	Real solution	% of sav.	Computer solution	Real solution	% of sav.
"Energy" MJ/10001	718.1	809.5	12.8	732.5	830.6	13.4
"Cost" zł/10001	27897	35185	26,1	18998	27936	47.0

The parametric analysis may possible to create all Pareto-optimal /efficient/ solutions to the model /1/-/5/ or /1a/-/5a/ by solving the following problems:

$$\text{minimize } \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{k_1} f_{k_1} + \alpha_{k_2} f_{k_2} \\ \alpha_{k_1} + \alpha_{k_2} = 1, \alpha_{k_1} \geq 0, \alpha_{k_2} \geq 0 \end{array} \right. \text{ subject to: /1/-/3/ or /1a/-/3a/, /8/}$$

The set of all optimal solutions corresponding to the parameters $\alpha_{k_1}, \alpha_{k_2}$ determines the efficient frontier of solutions to the bicriterion transportation problem. The efficient frontier can be created by the standard parametric procedure of the MPSX/370 which solved the following problem:

$$\text{minimize } \left\{ f_{k_1} + \alpha (f_{k_2} - f_{k_1}) /, \alpha \in [0,1] \right. \text{ subject to: /1/-/3/ or /1a/-/3 /9/}$$

The results of the experiments with real routes of the raw milk transported to Warsaw in 1984 were compared with the results of the parametric analysis for the "Summer" model. They are presented on Fig. 2.

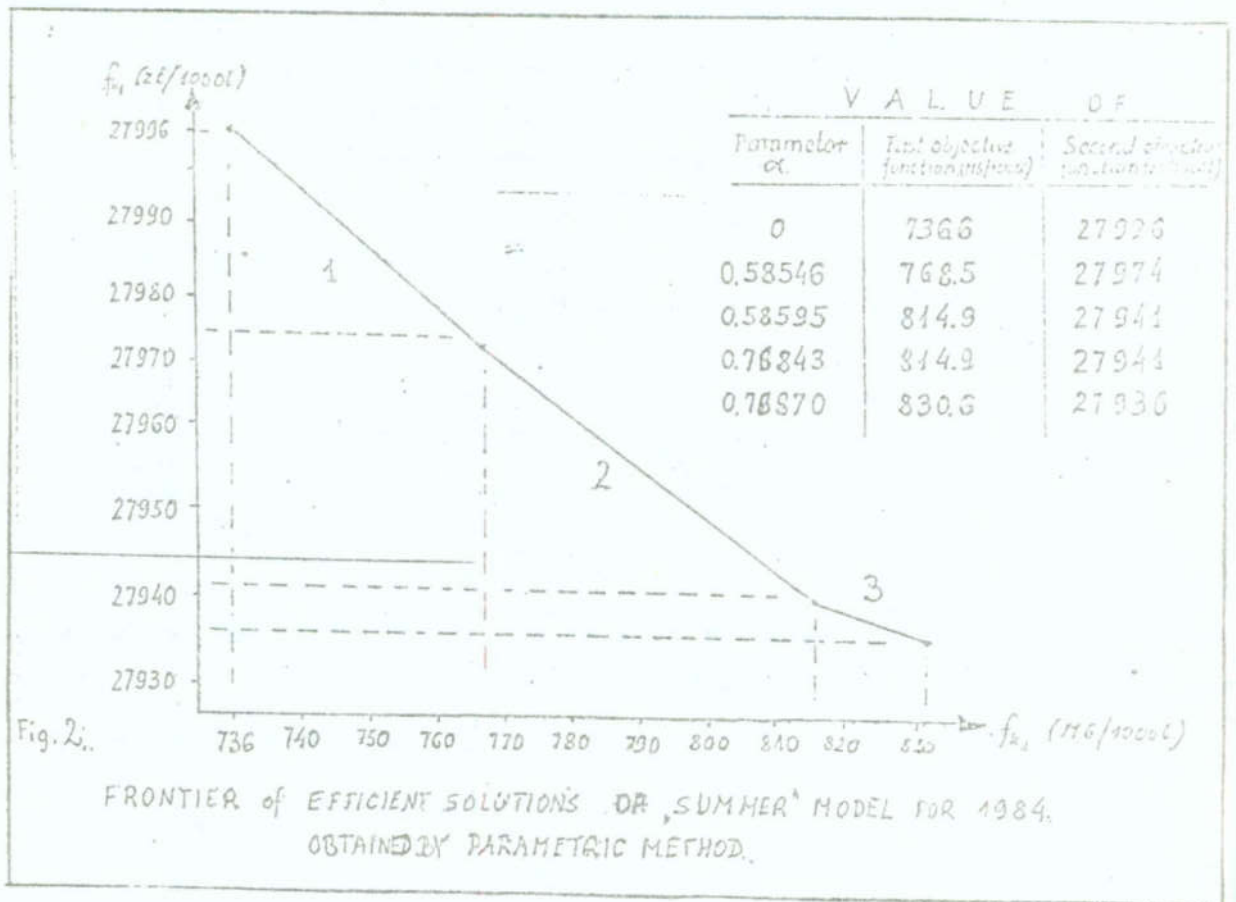


Fig. 2.

The bicriterion transportations models /1/-/5/ and /1a/-/5a/ were used to determine the future destinations and amount of the raw milk transported to Warsaw. Optimization was made for 1990 including period of the minimum level of the milk transfer area to Warsaw in the summer /in July/ and the maximum one in the winter /in January/. For the 1990 model the additional assumptions were taken into consideration:

- two levels of the milk consumption in Warsaw: at the level of 96 and 120 litres per capita annually,
- two alternatives of the forecasted raw milk purchase prices and the transportation tariffs,
- two kinds of the road tankers /5 000 and 18 000 litres/ including the policy of gradual shift from the smaller to the bigger vehicles,
- two kinds of the local markets providing the liquid milk products or the liquid and solid ones,
- a various Warsaw supplying area covering nine districts or the Warsaw Macroregion /6 districts/,
- a stable use of energy in the forecasted period including transportation energy and processing energy in several stages of liquid milk production.

For the 1990 model, 48 experiments have been made including 36 experiments for the "Winter" model and 12 for the "Summer" model. The experiments used three kinds of optimization techniques: lexicographic method, separately for the "cost" objective function as a superior one and similarly for the "energy" objective function as well as for the parametric analysis which treated both the objective functions simultaneously.

4. Conclusions

The presented bicriterion transportation model helps us to solve the following problems:

- 1^o how changes in the level and in the structure of milk consumption, i.e., in the level and in the structure of liquid milk production for Warsaw by four city milk plants may effect their raw milk supply routes,
- 2^o how the seasonal fluctuation of the milk purchase level

- and that of the production of liquid milk in Warsaw, i.e., the selection of the "Winter" or the "Summer" models may effect the milk supply routes to Warsaw,
- 3^o how the forecasted alternative set of raw milk purchase prices and transportation tariffs may effect the raw milk supply routes to Warsaw,
 - 4^o how the depth of local markets, i.e., the supply of liquid milk products or liquid and solid ones may simultaneously effect the raw milk supply routes to Warsaw,
 - 5^o how the change of the supply processing area /the shrinking of the area to the Warsaw Macroregion/ may effect the raw milk supply routes to Warsaw,
 - 6^o how the policy of acquiring new vehicles should be pursued in view of the selection of raw milk supply routes to Warsaw,
 - 7^o whether the modernization of the existing milk processing plants and the city milk plants or the construction of a new one may effect the prevailing raw milk supply routes to Warsaw.

The bicriterion transportation model and the procedures of its solution discussed in this paper can be implemented on the microcomputer type IBM-PC/XT as the first step to construct the Multicriterial Decision Support System /MCDSS/ for raw milk supply for Warsaw.

5. References

- /1/ P. Cegieła, W. Szymanowski, J. Prokuratorski: "COLOS : A collection optimization system as an application of the vehicle scheduling problem". EJOR 27 /1986/, pp. 82-90.
- /2/ "Costs of transport in relation to dairy factory structure", Bulletin of International Dairy Federation, Brussels, Document No 162, 1983.
- /3/ "IBM Mathematical programming system extended/370 - MPSX/370: program reference manual", IBM SH-19-1095, 1979.
- /4/ I. Nykowski: "Bicriterion linear transportation problem" /in Polish/, Przegląd Statystyczny 39 /1986/, pp. 9-25.

- /5/ W. Ogryczak: "Mathematical programming with the MPSX package /in Polish/, Warsaw University Press, Warsaw 1988.
- /6/ W. Szymanowski, P. Cegieła, J. Prokuratorowski: "The application of discrete programming to the design of delivery systems in large urban agglomerations", EJOR 10 /1982/, pp. 100-105.
- /7/ W. Szymanowski, W. Ogryczak: "Models of the foodstuff distribution organization channels for large urban agglomerations", Preprints of the 5-th IFAC/IFIP/IFORS Internationale Conference "Control on Transportation Systems", Vienna 1986, pp. 75-82.

ANALIZA ZADANIA ZAOPATRZENIA W MLEKO AGLOMERACJI MIEJSKIEJ
PRZY POMOCY LINIOWEGO MODELU TRANSPORTOWEGO ZE WSPOMAGANIEM
ZA POMOCĄ PAKIETU MPSX / 370

Streszczenie

W pracy sformułowano dwukryterialne liniowe zadanie transportowe dla zaopatrzenia w mleko dużej aglomeracji miejskiej. Model został zweryfikowany na przykładzie Warszawy. Zadanie rozwiązano niezależnie metodą leksykograficzną i metodą parametryczną. Zaproponowany model można uznać jako element wielokryterialnego systemu wspomagania decyzji dla zaopatrzenia Warszawy w surowe mleko.

VII KONFERENCJA "POLIOPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU"
MIELNO 1988

Zdzisław Wyderka
Uniwersytet Śląski
Katowice

PEWNE UWAGI O LEKSYKOGRAFICZNYCH ZADANIACH STEROWANIA OPTIMALNEGO

1. Wstęp

W pracy niniejszej rozpatrujemy pewne zagadnienia sterowania optymalnego dla układów liniowych z wektorowymi wskaźnikami jakości, które dość często występują w praktyce. Jak wiadomo, w tego typu zadaniach powstają trudności ze zdefiniowaniem pojęcia optymalności sterowania, gdyż zależy to od wybranej relacji porządkującej w zbiorze wartości wskaźnika jakości. Najczęściej stosuje się pojęcie optymalności w sensie Pareto [1, 4], w sensie Sałukwadze [5], zadaje się porządek przy pomocy pewnego stożka [1] lub wskaźnik jakości w postaci wektorowej zastępuje się skalarnym /np. biorąc średnią ważoną składowych wskaźnika wektorowego lub składając go z pewną funkcją skalarną argumentu wektorowego jako funkcją zewnętrzną/. Jest to tzw. metoda skalaryzacji - por. [1, 3, 5]. W tej pracy zastosujemy zasadę uporządkowania leksykograficznego. Jeżeli $x, y \in R^k$, to powiemy, że

$$x \underset{\text{lex}}{>} y \Leftrightarrow (x_1 > y_1) \text{ lub } (x_1 = y_1 \text{ i } x_2 > y_2) \text{ lub } \dots \quad (1)$$
$$\text{lub } (x_1 = y_1 \text{ i } \dots \text{ i } x_{k-1} = y_{k-1} \text{ i } x_k > y_k).$$

Zasada uporządkowania leksykograficznego jest często stosowana w praktyce. Na przykład, według tej zasady uporządkowane

są słowa w encyklopediach i słownikach, klasyfikowane są drużyny uczestniczące w grach sportowych itp. Znane są też zastosowania tej zasady uporządkowania do zadań programowania stochastycznego i optymalizacji złożonych układów sterowania o hierarchicznej strukturze, gdzie wykonanie zadań przez poziom niższy warunkuje możliwość ich realizacji na poziomie wyższym, Jak pokazuje relacja /1/, przy takiej zasadzie optymalności dąży się do uzyskania minimalnej wartości wskaźnika jakości o najniższym numerze, w dalszej kolejności dopiero zwracając uwagę na wskaźniki cząstkowe o kolejnych, coraz wyższych numerach. W praktyce obliczeniowej stosowana jest metoda kolejnego ustępowania [3].

Celem tej pracy jest pokazanie na przykładach, że w zadaniach z wektorowym wskaźnikiem jakości sterowanie optymalne na ogół zależy od kolejności /pod względem stopnia ważności/ cząstkowych wskaźników jakości, w pewnych zaś przypadkach może nawet nie istnieć.

2. Rozpatrzmy układ dynamiczny

$$\dot{x} = A(t)x + f(t, u) \quad , \quad x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

gdzie elementy $n \times n$ -macierzy $A(\cdot)$ są całkowane w przedziale $[t_0, T]$, zaś funkcja $f : [t_0, T] \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ spełnia warunki typu Caratheodory'ego [6]. Zbiór sterowań dopuszczalnych

$$U = \left\{ u(\cdot) : [t_0, T] \rightarrow \mathbb{R}^m ; u_j(\cdot) \in L^1[t_0, T] \right. \\ \left. \text{dla } j = 1, \dots, m \text{ oraz } u_j(t) \in U_j(t) \text{ dla } t \in [t_0, T] \right\} \quad (3)$$

gdzie $U_j(\cdot)$ jest mierzalną multifunkcją określoną na $[t_0, T]$ o wartościach zawartych w \mathbb{R}^m .

Niech M będzie daną, zwartą rozmaitością w \mathbb{R}^n . Dla układu /1/ i zbioru sterowań dopuszczalnych /3/ rozpatrzmy zadanie: Znaleźć sterowanie $u^0(\cdot) \in U$ takie, że odpowiadająca mu trajektoria układu /2/, oznaczmy ją $x^0(\cdot)$, kończy się na rozmaitości M , tzn. $\exists_{t_1} x^0(t_1) \in M$ i przy tym wskaźnik jakości

$$J(u) = (F(x_1), t_1^0) \quad (4)$$

osiąga minimum w sensie realizacji /1/.

Tu $F(\cdot)$ jest daną funkcją ciągłą określoną na M , $x_1 \in M$, zaś t_1^0 jest pierwszą taką chwilą z przedziału $[t_0, T]$, że

$$x^0(t_1^0) = x_1.$$

Wiadomo [2, 6], że zbiór osiągalny $X(t, U)$ dla układu /2/ jest w każdej chwili $t \in [t_0, T]$ zbiorem zwartym, wypukłym i multifunkcja $t \rightarrow X(t, U)$ jest ciągła w metryce Hausdorffa. Ze zwrotności rozmaitości M i ciągłości funkcji F wynika istnienie takiego $\bar{x} \in M$, że

$$F(\bar{x}) = \min_{x \in M} F(x) \quad (5)$$

Jeżeli jest tylko 1 punkt o własności (5) i jest on osiągalny przez trajektorie układu (2) przy użyciu sterowań dopuszczalnych, tj. gdy $\bar{x} \in X(\bar{t}, U)$ przy pewnym \bar{t} , to problem minimalizacji wskaźnika (4) sprowadza się do zadania czasowo- optymalnego dla układu (2) z celem sterowania $x = \bar{x}$, o którym wiadomo, że ma rozwiązanie /por. [2, 6]/. Odpowiadające sterowanie czasowo- optymalne $u^0(\cdot)$ jest zarazem sterowaniem optymalnym w sensie relacji (1).

Podobnie, gdy rozmaitość M jest zbiorem jednoelementowym, problem (2) (4) redukuje się do zadania czasowo- optymalnego,

W przypadku, gdy zbiór $Z = \{\bar{x} \in M : F(\bar{x}) = \min_{x \in M} F(x)\}$ ma więcej niż 1 element, należy rozwiązać zadanie czasowo- optymalne ze zbiorem Z jako celem sterowania, by otrzymać rozwiązanie zadania (2) - (4).

Założmy obecnie, że stan \bar{x} , o którym mowa w (5), nie jest osiągalny, tzn że $\bar{x} \notin \bigcup_{t_0 \leq t \leq T} X(t, U)$, że rozmaitość M składa się z więcej niż 1 elementu oraz że zbiór A zdefiniowany relacją

$$A = \left\{ \tau \in [t_0, T] : B_\tau \stackrel{\text{df}}{=} X(\tau, U) \cap M \neq \emptyset \right\}$$

jest niepusty. Każdy ze zbiorów B_τ jest zwarty, więc

$$\forall \tau \in A \quad \exists \bar{x}_\tau \in B \quad F(\bar{x}_\tau) = \min_{x \in B_\tau} F(x).$$

Gdyby zbiór $B = \bigcup_{t \in A} B_t$ był domknięty, to istniałby punkt $\bar{x} \in B$ taki, że $F(\bar{x}) = \min_{x \in B} F(x)$ i znów zadanie (2) - (4) sprowadzi się do zadania czasowo- optymalnego z celem \bar{x} lub ze zbiorem celowym $Z = \{\bar{x} : F(\bar{x}) = \min_{x \in B} F(x)\}$.

Nieco łatwiej dowodzi się istnienia sterowania optymalnego dla zadania (2) - (4), gdy funkcja $f(\cdot, \cdot)$ spełnia poniższą hipotezę H:

$$\exists \bar{u}(\cdot) \in U \quad f(t, \bar{u}(t)) = 0 \quad \text{prawie wszędzie w } [t_0, T].$$

Przy tym dodatkowym założeniu ma miejsce następujący Lemat. Multifunkcja $t \rightarrow X(t, U)$ jest niemalejąca w sensie inkluzji, tzn. gdy $t_1 < t_2$, to $X(t_1, U) \subset X(t_2, U)$. Dla dowodu - patrz [6].

Z lematu tego otrzymujemy, że rodzina B_τ też jest niemalejąca w sensie inkluzji, zaś zbiór A jest pewnym przedziałem, $A = [\tau_1, \tau_2] \subset [t_0, T]$. Zatem zbiór $B = \bigcup_{\tau \in A} B_\tau = B_{\tau_2}$ jest zwarty, a stąd analogicznie, ja wyżej, wynika istnienie sterowania optymalnego.

3. Obecnie dla układu (2) i zbioru sterowań dopuszczalnych 3 rozpatrzmy problem minimalizacji w sensie relacji (1) wskaźnika jakości

$$J_2(u) = (t_1, F(x_1)) \quad (4')$$

tzn. w problemie (2) - (4) zmieniamy hierarchię ważności kryteriów częściowych. Tak więc obecnie chcemy w możliwie najkrótszym czasie dotrzeć do rozmaitości M , potem dopiero zwracając uwagę na punkt, w którym to się realizuje.

Jeśli więc t_1 jest pierwszą chwilą większą od t_0 taką, że $X(t_1, U) \cap M \neq \emptyset$, to funkcję ciągłą F minimalizuje się na zbiorze $X(t_1, U) \cap M$.

Z wcześniej przytoczonych własności zbiorów osiągalnych, t własności multifunkcji $t \rightarrow X(t, U)$ oraz ze znanych twierdzeń teorii sterowania optymalnego [2, 6] wynika, że zadanie osiągnięcia rozmaitości M w najkrótszym czasie ma rozwiązanie, o ile istnieje choć jedno sterowanie $u(\cdot) \in U$ przeprowadzające

układ (2) ze stanu x_0 na M . Część wspólna odpowiedniego zbioru osiągalnego i rozmaitości M jest wtedy zbiorem zwartym, więc funkcja $F(\cdot)$ osiąga na tej części wspólnej swe minimum w pewnym punkcie \bar{x} . Odpowiadające sterowaniu $\bar{u}(\cdot)$ przeprowadzające układ (2) ze stanu x_0 do \bar{x} jest szukanym sterowaniem optymalnym dla zadania (2), (3), (4').

4. Sterowania optymalne $u^0(\cdot)$ i $\bar{u}(\cdot)$ dla problemów z punktów 2. i 3. odpowiednio, których istnienie pokazano wyżej, na ogół są różne, o czym przekonują poniższe proste przykłady, dotyczące jednowymiarowych układów spracjonarnych. Będziemy więc precyzować równanie ruchu, zbiór sterowań dopuszczalnych, rozmaitość M i wskaźnik jakości.

Przykład 1.

$$\dot{x} = x + u, \quad x(0) = 1, \quad |u| \leq 2, \quad u(\cdot) \in L^1[0, T], \quad T < \infty,$$

$$M = \left[-1, -\frac{1}{2}\right] \cup [2, 3],$$

$$J_1(u) = \left(\left|x + \frac{3}{4}\right|, t\right), \quad J_2(u) = (t, \left|x + \frac{3}{4}\right|).$$

Strefa emisji punktu $(0, 1)$, t.j. zbiór usłany przez wszystkie rozwiązania powyższego równania startujące z punktu $(0, 1)$ a odpowiadające wszystkim sterowaniom dopuszczalnym, jest ograniczona krzywymi

$$x_d(t) = -e^t + 2 \quad \text{otrzymaną dla } u(t) \equiv -2 \text{ i}$$

$$x_g(t) = 3e^t - 2 \quad \text{otrzymaną dla } u(t) \equiv 2$$

z dołu i z góry odpowiednio. Sterowaniem optymalnym dla wskaźnika $J_1(u)$ jest $u^0(t) \equiv -2$, zaś dla $J_2(u)$ jest $\bar{u}(t) \equiv 2$.

A oto inny przykład, gdzie jedną ze współrzędnych wskaźnika jest norma sterowania.

Przykład 2.

$$\dot{x} = x + u, \quad x(0) = 1, \quad 0 \leq u \leq 2, \quad u(\cdot) \in L^1[0, T], \quad T < \infty,$$

$$M = [2, 3],$$

$$J_1(u) = (\|u(\cdot)\|_{L^1}, t), \quad J_2(u) = (t, \|u(\cdot)\|_{L^1})$$

Tu $\|u(\cdot)\|_{L^1}$ oznacza normę sterowania $u(\cdot)$, tj. $\int_{t_0}^{t_f} |u(s)| ds$, gdzie t_f jest czasem osiągnięcia rozmaitości M przy zastosowaniu sterowania $u(\cdot)$.

Obecnie strefa emisji punktu $(0, 1)$ jest ograniczona z dołu krzywą $x_d(t) = e^t$ otrzymaną dla $u(t) \equiv 0$ oraz z góry - krzywą $x_g(t) = 3e^t - 2$ otrzymaną przy $u(t) \equiv 2$.

Sterowaniem optymalnym dla wskaźnika jakości $J_1(u)$ jest $u(t) \equiv 0$ zaś dla $J_2(u)$ jest $u(t) \equiv 2$.

Jeżeli zamiast wskaźników J_1 i J_2 rozpatrzyć wskaźniki

$$J_3(u) = (\|x-2\|, t) \quad \text{i} \quad J_4(u) = (t, \|u-2\|),$$

to sterowanie $u(t) \equiv 2$ jest optymalne dla obu wskaźników.

5. Obecnie pokażemy, że dla układów liniowych o współczynnikach miarowych sterowanie optymalizujące w sensie relacji (1) wektorowy wskaźnik jakości może nie istnieć. W tym celu rozpatrzmy kolejny przykład.

Przykład 3.

Niech dynamikę układu opisuje równanie skalarne

$$\dot{x} = \frac{1}{2} \delta(t-1)x + u, \quad x(0) = 3, \quad 0 \leq u \leq 2, \quad u(\cdot) \in L^1[0, T], \quad (6)$$

gdzie $\delta(\cdot)$ oznacza miarę Diraca, a rozwiązaniem problemu Cauchy'ego (6) jest prawostronnie ciągła funkcja $x(\cdot)$, będąca funkcją o wahanu skończonym w przedziale $[0, T]$ i spełniająca tożsamość całkową

$$x(t) = 3 + \frac{1}{2} \int_0^t x(s) dH(s-1) + \int_0^t u(s) ds, \quad t \geq 0, \quad (7)$$

w której $H(\cdot)$ oznacza funkcję Heaviside'a, zaś pierwsza całka jest rozumiana w sensie Lebesgu'a - Stieltjesa, szczegóły - patrz [7],

Strefa emisji punktu $(0, 3)$ jest ograniczona z dołu krzywą

$$x_d(t) = \begin{cases} 3 & \text{dla } t \in [0, 1) \\ 6 & \text{dla } t \geq 1 \end{cases}$$

oraz z góry krzywą

$$x_{\xi}(t) = \begin{cases} 2t + 3 & \text{dla } t \in [0, 1) \\ 2t + 8 & \text{dla } t \geq 1 \end{cases}$$

Jeżeli $M = [5, 1 ; 5, 5]$ oraz $J_1(u) = (\|x - 5, 1\|, t)$, to sterowaniem optymalnym jest $u^0(t) \equiv 2$, zaś dla wskaźnika $J_2(u) = (t, \|x - 5, 1\|)$ sterowanie optymalne nie istnieje, gdyż zadanie czasowo-optymalne dla układu (6) ze zbiorem celowym M nie posiada rozwiązania.

Jeżeli $M = \{5\}$, to dla obu wskaźników $J_1(u) = (\|x - 5\|, t)$ oraz $J_2(u) = (t, \|x - 5\|)$ istnieje sterowanie suboptymalne $u(t) \equiv 2$ /tzn. można osiągnąć w czasie niewiele krótszym niż $t_1 = 1$ punkty położone dowolnie blisko celu $x_1 = 5$.

W przypadku, gdy $M = [6, a]$, gdzie $6 \leq a \leq 10$ oraz $J_1(u) = (F(x), t)$ i $J_2(u) = (t, F(x))$, gdzie $F(\cdot)$ jest dowolną funkcją ciągłą, określoną na M , to dla obu wskaźników istnieje sterowanie optymalne $u(t) \equiv 0$ i optymalny czas $t_1 = 1$.

6. Z przeprowadzonych rozważań wynikają wnioski dotyczące leksykograficznych zadań sterowania optymalnego. Jak widać z przytoczonych przykładów, kształt sterowania optymalnego na ogół zależy od obranej hierarchii i wartości cząstkowych wskaźników jakości. Tak więc rozwiązując jakiś problem techniczny bądź technologiczny prowadzący w modelu matematycznym do formułowania i rozwiązywania zadania sterowania optymalnego z wektorowym wskaźnikiem jakości przy leksykograficznym rozumieniu optymalności, należy szczególnie starannie postępować na etapie formułowania problemu tak, by prawidłowo wybrać hierarchię ważności poszczególnych kryteriów cząstkowych. Zmiana hierarchii powoduje bowiem zmianę rozwiązania.

Literatura

1. Ameljańczyk A.: Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania. Ossolineum, Wrocław 1984
2. Lee E.B., Markus L.: Foundations of optimal control theory. New York 1967
3. Podinowskij W.W., Gawriłow W.M.: Optymalizacja po posłedowatielno primieniajemym kriterijam, Moskwa 1975
4. Podinowskij W.W., Nogin W.D.: Pareto-optimalnyje rieszienia mnogokriterialnych zadacz. Moskwa 1982
5. Sałukwadze M.E.: Zadaczii wiektornoj optimizacii w teoriii upravlienija. Tbilisi 1975
6. Wyderka Z.: Teoria sterowania optymalnego. wyd. U.Śl. Katowice 1987
7. Wyderka Z.: Linear differential equations with measures as coefficients and control theory. Casopis pro Pestovani Matematyku /w druku/

Streszczenie

Przedyskutowano istnienie optymalnego sterowania w zadaniu leksykograficznym z dwuwymiarową funkcją kosztu J . Za pomocą kilku przykładów pokazano, że w ogólności postać funkcji sterowania optymalnego zależy od rzędu argumentów J .

SOME REMARKS ON LEXICOGRAPHICAL PROBLEMS OF OPTIMAL CONTROL.

Summary

We discuss the existence of optimal controls in some lexicographical problems with 2-dimensional cost functional J . By a few examples we show that, in general, the form of optimal control depends on order of the components of J .

SPIS TREŚCI

1. Jerzy Balioki - Optymalizacja przydziału programów, typów komputerów oraz kanałów w sieci komputerowej. 3
Opiniodawca - Andrzej Ameljańczyk
2. Piotr Berkowski, Jacek Boroń - Dyskretna synteza ram i kratownic stalowych uwzględniająca elementy teorii drugiego rzędu w analizie statycznej 17
Opiniodawca - Wojciech Marks
3. Jacek Boroń, Jeremi M. Sieczkowski - Dyskusja wyboru rozwiązań preferowanych na przykładzie dwukryterialnej syntezy łuku kratowego 37
Opiniodawca Stefan Jendo
4. Stefan Chanas - Wyznaczenie kompromisowego rozwiązania wielokryterialnego programowania liniowego - metoda i program komputerowy 49
Opiniodawca - Roman Słowiński
5. S. Jendo, J. Pukrasza - Optymalizacja wektorowa konstrukcji przepływów według kryterium minimum kosztów i maksimum niezawodności 61
Opiniodawca - Wojciech Tarnowski
6. Sykwester Kałek, Jerzy Pokojski - Wielokryterialna analiza konstrukcji w zastosowaniu do wybranych zagadnień projektowania elementów maszyn 73
Opiniodawca - Wojciech Tarnowski
7. Tadeusz Klimek, Alojzy Stawinoga - Eksperyment numeryczno-graficzny, jako niesformalizowane postępowanie optymalizacyjne w procesie konstruowania wałków 85
Opiniodawca - Jerzy Wróbel
8. Gustaw Konopacki, Kazimierz Worwa - Wielokryterialna optymalizacja procesu testowania oprogramowania 93
Opiniodawca - Roman Słowiński
9. Wiesław Kotarski - Warunki konieczne lokalnej pareto optymalności dla problemów z wieloma ograniczeniami równościowymi 107
Opiniodawca - Ireneusz Nykowski
10. Leon Kukielka - Optymalizacja procesu powstawania

wego	119
Opiniodawca - Wojciech Tarnowski	
11. Stanisław Kulas, Witold Pogorzelski - Wielokryterialna ocena wytworów metodą wagowo-korelacyjną w przypadkach mieszanych	147
Opiniodawca - Andrzej Ameljańczyk	
12. Marek Malarski, Karel Havel - Metoda wspomagania rozwiązania sytuacji konfliktowych w ruchu lotniczym kontrolowanym w FIR	163
Opiniodawca - Jakub Gutenbaum	
13. Jerzy Montusiewicz - Pewna koncepcja optymalizacji wielokryterialnej zespołu wrzecionowego z łożyskami hydrostatycznymi	173
Opiniodawca - Olgierd Olszewski	
14. Tadeusz Nowioki - Wielokryterialna optymalizacja nakładkowania programu	191
Opiniodawca - Roman Słowiński	
15. Marian Ostwald - Zastosowanie optymalizacji w projektowaniu konstrukcji powłokowych	199
Opiniodawca - Stefan Jendo	
16. Witold M. Paczkowski - Algorytm dyskretnego polioptymalizacji konstrukcji dla monotonicznych funkcji celu	209
Opiniodawca - Stefan Jendo	
17. Jerzy Pokojski - Modelowanie kryteriów jakości w dynamice maszyn w warunkach losowości	231
Opiniodawca - Wojciech Tarnowski	
18. Jerzy Pokojski, Jerzy Wróbel - Systemy projektowania wspomaganego komputerowo a problemy komputerowego wspomaganie decyzji	241
Opiniodawca - Eugeniusz Kamiński	
19. Wacław Szymanowski, Włodzimierz Ogryczak - Analiza zadania zaopatrzenia w mleko aglomeracji miejskiej przy pomocy liniowego modelu transportowego ze wspomaganie za pomocą pakiera MPSX/370	253
Opiniodawca - Wojciech Tarnowski	
20. Zdzisław Wyderka - Pewne uwagi o leksykograficznych zadaniach sterowania optymalnego	267
Opiniodawca - Andrzej Ameljańczyk	

CONTENTS

1. Jerzy Baliński - Optimization of software allocations, computers' types and the network computer channels ..	3
Reviewer - Andrzej Ameljańczyk	
2. Piotr Berkowski, Jacek Boroń - Discrete steel frame and trusses optimization with second order structural analysis	17
Reviewer - Wojciech Marks	
3. Jacek Boroń, Jeremi M. Siochowski - Discussion of the preferred solutions selection based on the two-criterial synthesis of a latticed arch	37
Reviewer - Stefan Jendo	
4. Stefan Chanas - Determining a compromise solution of the multicriterial linear programming problem - a method and program for IBM PC	49
Reviewer - Roman Słowiński	
5. S. Jendo, J. Putresza - Vector optimization of bar structures according to minimum cost and maximum reliability	61
Reviewer - Wojciech Tarnowski	
6. Sylwester Kalek, Jerzy Pokojski - Polioptimal selection of the construction in designing elements of machines	73
Reviewer - Wojciech Tarnowski	
7. Tadeusz Klimek, Alojzy Stawinoga - Numeric-graphic experiment as a non-formalized optimization proceeding in the process of shafts design	85
Reviewer - Jerzy Wróbel	
8. Gustaw Konopacki, Kazimierz Worwa - Multicriterial optimization of the software testing process	93
Reviewer - Roman Słowiński	
9. Wiesław Kotarski - Necessary conditions of local pareto optimality for problems with multi-equality constraints	107
Reviewer - Ireneusz Nykowski	

10. Leon Kukielka - Optimization of the process of surface burnishing	119
Reviewer - Wojciech Tarnowski	
11. Stanisław Kulas, Witold Pogorzelski - A multicriterial evaluation of the products using weight-correlation method	147
Reviewer - Andrzej Ameljańczyk	
12. Marek Malarski, Karel Havel - A computer aided solution method of conflict situations in the air traffic controlled in the FIR	163
Reviewer - Jakub Catenbaum	
13. Jerzy Montusiewicz, Andrzej Osyozka - A certain conception of multicriterion optimization of spindle unit with hydrostatic bearings	173
Reviewer - Olgierd Olszewski	
14. Tadeusz Nowicki - Multicriterial optimization of the programs overlapping	191
Reviewer - Roman Słowiński	
15. Marian Ostwald - Application of optimization to shell designs planning	199
Reviewer - Stefan Jendo	
16. Witold M. Paczkowski - The discrete multicriterion optimization algorithm of structures for the monotonic objective functions	209
Reviewer - Stefan Jendo	
17. Jerzy Pokojski - Criteria modelling in machine dynamics under uncertainty	231
Reviewer - Wojciech Tarnowski	
18. Jerzy Pokojski, Jerzy Wróbel - Computer aided design systems VS. Problems of computer-aided decisions	241
Reviewer - Eugeniusz Kamiński	
19. Wacław Szymanowski, Włodzimierz Ogryozak - The analysis of liquid milk supply to urban agglomeration by bicriterion linear transportation model with the MPSX/370	253
Reviewer - Wojciech Tarnowski	

20. Zdzisław Wyderka - Some remarks on lexicographical
problems of optimal control 267
Reviewer - Andrzej Ameljańczyk