

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie  
Katedra Projektowania Systemów Technicznych

[44]

Materiały XIV Ogólnopolskiej Konferencji

**POLIOPTYMALIZACJA  
I KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE PROJEKTOWANIA  
KOŁOBRZEG '96**



Koszalin- Kołobrzeg

Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie  
Katedra Projektowania Systemów Technicznych

Materiały XIV Ogólnopolskiej Konferencji

**POLIOPTYMALIZACJA  
I KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE PROJEKTOWANIA  
KOŁOBRZEG '96**



Koszalin – Kołobrzeg

Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego nr 20  
ISSN 0860-0325

Materiały recenzowane

Redakcja: **WOJCIECH TARNOWSKI**

Wydano za zgodą Rektora WSIInż. w Koszalinie

Wydanie Materiałów dofinansowane przez KBN

**Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Koszalinie**  
75-620 KOSZALIN, ul. Raclawicka 15-17, tel. 427-881

---

1996, wyd.1, ark. wyd.19, nakład 150 egz., format B5  
Druk: „INNOWEX” Koszalin, ul. Warszawskiego 35, tel. 451-241

## SPIS TREŚCI

|  |     |
|--|-----|
| Arendt R.<br><i>Osobliwości modelowania wysokoprężnego silnika spalinowego jako obiektu sterowania binarnego</i>   | 9   |
| Bajkowski J., Grzesikiewicz W.<br><i>Modelowanie i symulacja eksploatacyjnych zderzeń wagonów</i>  | 17  |
| Balicki J., Żak B.<br><i>Algorytm genetyczno–neuronowy w optymalizacji leksykograficznej przydziałów operacji do procesorów</i>  | 25  |
| Bogusławska W., Paczkowski W.M.<br><i>Wielokryterialny model inflacji w Polsce w okresie transformacji gospodarki</i>  | 33  |
| Bolek W.<br><i>Algorytmy regulatorów mikroprocesorowych</i>  | 45  |
| Bonarowski J., Sobolewski J.Z.<br><i>Program do obliczania i analizy wybranych parametrów przekładni śrubowych tocznych</i>  | 53  |
| Dobrociński S., Flis I., Szturmowski B., Świtek J.<br><i>Program wspomagający obliczenia numeryczne</i>  | 61  |
| Duzinkiewicz K., Kwiesielewicz M.<br><i>Wielokryterialne planowanie zadań dla systemu produkcyjnego z zastosowaniem rozmytego programowania liniowego</i>                | 69  |
| Dziurski A., Kania L., Mazanek E.<br><i>Analiza metodą elementów skończonych nośności wieńcowych łożysk waleczkowych krzyżowych z podatnymi pierścieniami</i>            | 77  |
| Grymek Sz.<br><i>Neuronowy regulator temperatury</i>   | 85  |
| Grzesikiewicz W.<br><i>Optymalizacyjny charakter praw dynamiki układów fizycznych</i>  | 91  |
| Grzywaczewski M., Jastriebow I.A., Sadowski V., Viflejemski B.A.<br><i>Algorytm optymalnego wyodrębnienia uogólnionych parametrów w problemach diagnostyki medycznej</i> | 99  |
| Hyży J., Stós J., Kasprzak A.<br><i>Model obszaru bezpiecznego użytkowania uchwytów tokarskich</i>   | 107 |

|  |            |
|--|------------|
| Iwaniec M., Majkut L., Tomaszewski K.<br><i>Komputerowe wspomaganie projektowania koncepcji wytworu technicznego</i>             | <b>115</b> |
| Kampa A., Knosala R.<br><i>Zastosowanie systemu doradczego do optymalnego harmonogramowania produkcji w gnieździe wytwórczym</i> | <b>125</b> |
| Karaśkiewicz J., Klaus R.<br><i>Mikrokomputerowy system sterowania wieloosiowego</i>   | <b>131</b> |
| Karoń G., Mikulski J., Horpaluk J.<br><i>Komputerowy system wspomagający pracę dyspozytora sieci trakcyjnej</i>                  | <b>139</b> |
| Kierzkowski Z.<br><i>Inżynieria informacyjna czyli komputerowe wspomaganie, integracja i wirtualizacja organizacji działań</i>   | <b>145</b> |
| Klosow A., Sielicki A.<br><i>Możliwość adaptacji charakterystyk obiektowych baz danych dla systemów CAD/CAM</i>                  | <b>155</b> |
| Kościelny W., Woźniak C.<br><i>Dwuetapowa metoda wygładzania sygnału cyfrowego</i>   | <b>163</b> |
| Krupa A., Osiński J.<br><i>Symulacyjne badanie dynamiki przekładni zębatych</i>  | <b>171</b> |
| Kukielka L.<br><i>Polioptrymalizacja procesu powierzchniowego nagniatania tocznego z elektrokontak-towym nagrzewaniem</i>        | <b>179</b> |
| Marks W.<br><i>Optymalizacja wielokryterialna kształtów budynków</i>   | <b>187</b> |
| Muszyński R.<br><i>Zastosowanie teorii eksperymentu do sterowania optymalnego silnikiem przekształtnikowym</i>                   | <b>195</b> |
| Neyman A., Łubniewski M.<br><i>Komputerowe wspomaganie sterowania i pomiarów w stanowisku do badania frettingu</i>               | <b>203</b> |
| Niczny J.<br><i>Zastosowanie algorytmu genetycznego do optymalizacji przekrojów poprzecznych kratownicy</i>                      | <b>211</b> |
| Osiński J., Gołoś.<br><i>Komputerowo wspomaganie projektowanie elementów maszyn z koncentratorami naprężeń</i>                   | <b>221</b> |

|  |     |
|--|-----|
| Iwaniec M., Majkut L., Tomaszewski K.<br><i>Computer aided design of technical product conception</i>                  | 115 |
| Kampa A., Knosala R.<br><i>Application of the expert system for production scheduling in a manufacturing cell</i>      | 125 |
| Karaśkiewicz J., Klaus R.<br><i>Microcomputer system of multiplane control</i>   | 131 |
| Karoń G., Mikulski J., Horpaluk J.<br><i>The computer system which supports the work of dispatcher of contact line</i> | 139 |
| Kierzkowski Z.<br><i>Information engineering or computer aiding, integration and virtual activities organization</i>   | 145 |
| Klosow A., Sielicki A.<br><i>Adaptability of object database characteristics for CAD/CAM systems</i>                   | 155 |
| Kościelny W., Woźniak C.<br><i>Two-stage method of digital signals smoothing</i>                                       | 163 |
| Krupa A., Osiński J.<br><i>Examination of dynamics of a gearbox by means of simulation techniques</i>                  | 171 |
| Kukielka L.<br><i>Polyoptimization of the process of surface burnishing rolling with electric current</i>              | 179 |
| Marks W.<br><i>Multicriteria optimisation of shape of a buildings</i>  | 187 |
| Muszyński R.<br><i>Optimal control of self commutated synchronous motor using experiment theory</i>                    | 195 |
| Neyman A., Łubniewski M.<br><i>Computer aided control and measurement in testing stand FRET 3</i>                      | 203 |
| Niczny J.<br><i>Optimization of cross-sectional areas of the truss using a genetic algorithm</i>                       | 211 |
| Osiński J., Gołoś.<br><i>Computer aid design of machine elements with stress concentrator</i>                          | 221 |
| Paczkowski W.M., Jendo S.<br><i>Decomposition of discrete polyoptimization problem</i>                                 | 229 |

|   |            |
|---|------------|
| Pawłowski J.<br><i>Optimization program based on genetic algorithms</i>   | <b>239</b> |
| Rogowski A., Jabłoński L.<br><i>Robot programming using the vision and simulation system</i>                          | <b>249</b> |
| Rój E., Wilk M.<br><i>Simulation of an absorption column tray performance for nitric acid production</i>              | <b>257</b> |
| Rusiński E., Górski A.<br><i>Computer aided analysis of the deformation tire</i>                                      | <b>265</b> |
| Sobolewski J.<br><i>Simulation testing of the coupling coefficient in a kinematic ball screw pair</i>                 | <b>273</b> |
| Sowiak A.<br><i>Weight-cost optimization of ships hull using MAESTRO program</i>                                      | <b>281</b> |
| Stolc L.<br><i>Identification of a certain class of objects interconnected in series using fuzzy sets</i>             | <b>291</b> |
| Styp-Rekowski M., Knopik L.<br><i>Regarding random errors of investigation results in some method of optimization</i> | <b>303</b> |
| Tamowski W.<br><i>MATLAB as the software tool system for optimization and polyoptimization</i>                        | <b>309</b> |
| Wąsek K.<br><i>Steady state operative control of multistage serial processes</i>                                      | <b>321</b> |
| Weiss Z., Rojek-Mikołajczak I., Konieczny R.<br><i>Software project for dynamic corrections of cutting process</i>    | <b>329</b> |
| Wilczyński B.<br><i>Geometric modeling of notches in shape optimization problems</i>                                  | <b>337</b> |
| Worwa K., Konopacki G.<br><i>Bicriterial optimization of the program testing process</i>                              | <b>347</b> |

|   |            |
|---|------------|
| Paczkowski W.M., Jendo S.<br><i>Dekompozycja zadania polioptymalizacji dyskretnej</i>   | <b>229</b> |
| Pawłowski J.<br><i>Program optymalizacyjny oparty na algorytmach genetycznych</i>   | <b>239</b> |
| Rogowski A., Jabłoński L.<br><i>Programowanie robota przemysłowego MOVEMASTER-EX z wykorzystaniem systemu analizy obrazu i symulatora</i> | <b>249</b> |
| Rój E., Wilk M.<br><i>Symulacja pracy półki kolumny absorbcyjnej w technologii produkcji kwasu azotowego</i>                              | <b>257</b> |
| Rusiński E., Górski A.<br><i>Komputerowo wspomagana analiza odkształceń opony samochodu osobowego</i>                                     | <b>265</b> |
| Sobolewski J.<br><i>Symulacyjne badanie współczynnika sprzężenia pary kinematycznej śrubowej toczonej (kulkowej)</i>                      | <b>273</b> |
| Sowiak A.<br><i>Optymalizacja ciężarowo-kosztowa kadłuba statku przy pomocy programu MAESTRO</i>  | <b>281</b> |
| Stolc L.<br><i>Identyfikacja kolejności szeregowego połączenia pewnej klasy obiektów z zastosowaniem zbiorów rozmytych</i>                | <b>291</b> |
| Styp-Rekowski M., Knopik L.<br><i>Uwzględnienie błędów losowych wyników eksperymentów w polioptymalizacji</i>                             | <b>303</b> |
| Tarnowski W.<br><i>Optymalizacja i polioptymalizacja komputerowa za pomocą MATLAB'a</i>   | <b>309</b> |
| Wąsek K.<br><i>Sterowanie operatywne w stanach ustalonych zespołami produkcyjnymi o strukturach szeregowych</i>                           | <b>321</b> |
| Weiss Z., Rojek-Mikołajczak I., Konieczny R.<br><i>Projekt systemu dynamicznej korekcji procesu skrawania</i>                             | <b>329</b> |
| Wilczyński B.<br><i>Geometryczne modelowanie kształtu karbów w zagadnieniach optymalizacji kształtu konstrukcji</i>                       | <b>337</b> |
| Worwa K., Konopacki G.<br><i>Dwukryterialna optymalizacja procesu testowania programu</i>   | <b>347</b> |



## CONTENTS

|   |     |
|---|-----|
| Arendt R.<br><i>The curiosities of modelling of diesel engine as a binary control object</i>  | 9   |
| Bajkowski J., Grzesikiewicz W.<br><i>Modelling and simulation of shocks of the wagons during the exploitation</i>   | 17  |
| Balicki J., Żak B.<br><i>Genetic-neural algorithm in hierarchical optimization for finding operation assignments to processors</i>  | 25  |
| Bogusławska W., Paczkowski W.M.<br><i>Multicriterial inflation model during economy transformation in Poland</i>  | 33  |
| Bolek W.<br><i>The algorithms of microprocessor controllers</i>   | 45  |
| Bonarowski J., Sobolewski J.Z.<br><i>Computer program for calculation and analysis of selected parameters of ball screws</i>  | 53  |
| Dobrociński S., Flis I., Szturmowski B., Świtek J.<br><i>The assisted program of numerical computing</i>  | 61  |
| Duzinkiewicz K., Kwiesielewicz M.<br><i>Multicriteria tasks planing for production system using fuzzy linear programming method</i>   | 69  |
| Dziurski A., Kania L., Mazanek E.<br><i>Finite element analysis of load carrying capacity of the angular roller bearing with flexible rings</i>                             | 77  |
| Grymek Sz.<br><i>Neural controller of temperature</i>   | 85  |
| Grzesikiewicz W.<br><i>The optimization character of dynamic laws for physical systems</i>  | 91  |
| Grzywaczewski M., Jastriebow I.A., Sadowski V., Viflejemski B.A.<br><i>Algorithm of the optimal choice of generalized parameters for problems of the medical diagnostic</i> | 99  |
| Hyży J., Stós J., Kasprzak A.<br><i>Model of the safe utilization area of a lathe chucks</i>  | 107 |

Ryszard ARENDT\*

## OSOBLIWOŚCI MODELOWANIA WYSOKOPRĘŻNEGO SILNIKA SPALINOWEGO JAKO OBIEKTU STEROWANIA BINARNEGO

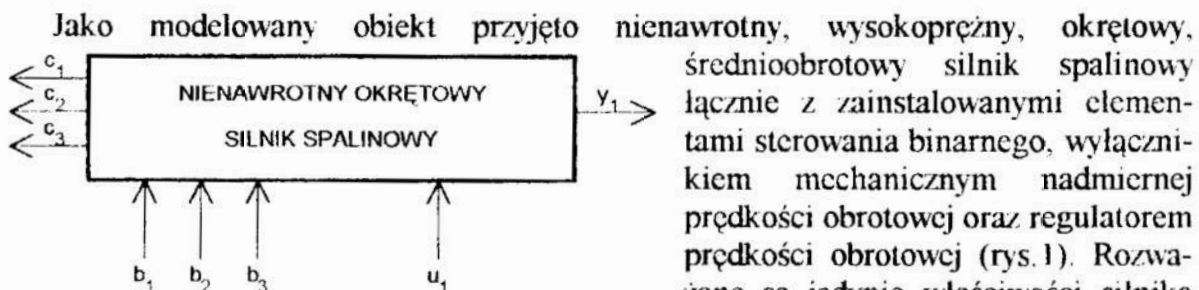
### 1. Wstęp

Binarne układy sterowania, zwane też sekwencyjnymi układami sterowania stosowane są w różnych gałęziach przemysłu, również w okrętownictwie [4,7]. Sterowanie binarne służy zazwyczaj do kontrolowanej zmiany stanu pracy obiektu w zamkniętym układzie sterowania, zabezpieczenia obiektu przed pracą w niewłaściwym reżimie technologicznym oraz do sygnalizacji normalnych i awaryjnych stanów pracy.

Przy projektowaniu układów sterowania należy określić algorytmy sterowania, do czego bardzo użyteczne są badania symulacyjne [1,3,5,6]. Obiekty sterowania binarnego charakteryzują się możliwością przyjmowania wielu stanów pracy, które zależą od wartości binarnych sygnałów sterujących i poprzednich stanów pracy. Zmienne stanu obiektu opisywane są zwykle ciągłymi funkcjami czasu, co powoduje, że tworzone modele obiektów sterowania binarnego należy opisywać liniowymi lub nieliniowymi równaniami różniczkowymi i funkcjami logicznymi [2].

W pracy na przykładzie nienawrotnego, wysokoprężnego, okrętowego silnika spalinowego pokazano osobliwości modelowania symulacyjnego obiektów sterowania binarnego, związane z określaniem modeli składowych i tworzeniem funkcji logicznych identyfikujących stany pracy obiektu.

### 2. Dekompozycja modelu nienawrotnego silnika spalinowego na modele cząstkowe



Rys. 1. Struktura modelowanego silnika spalinowego

Fig. 1 The structure of modelled Diesel engine

W wysokoprężnym silniku spalinowym można wyróżnić:

- sygnały sterowania binarnego:  $b_1$  - stopu;  $b_2$  - rozruchu;  $b_3$  - booster'a,
- sygnał analogowy:  $u_1$  - zadana wartość prędkości obrotowej silnika,
- sygnał wyjściowy:  $y_1$  -  $\omega$ ; prędkość obrotowa wału silnika.

\* Katedra Automatyki Wydziału Elektrycznego Politechniki Gdańskiej, Gdańsk ul. G. Narutowicza 11/12

Tworzenie modeli obiektów sterowania binarnego związane jest z określeniem charakterystycznych stanów pracy obiektu - reżimów pracy oraz funkcji boolowskich identyfikujących stany pracy. Wydzielanie stanów pracy jest procesem dekompozycji modelu obiektu na modele składowe. Dla nienawrotnego silnika spalinowego pierwszy poziom dekompozycji można powiązać bezpośrednio z zachowaniem się obiektu (z manewrami silnika). Dla silnika można wyróżnić następujące manewry:

- praca silnika; stan pracy jest podtrzymywany na skutek zużycia paliwa, przy czym aktywny udział bierze układ regulacji prędkości obrotowej wału silnika,
- postój silnika; prędkość obrotowa wału silnika jest równa zero,
- rozruch silnika; silnik zwiększa prędkość obrotową na skutek oddziaływania momentu sił indukowanych przez powietrze rozruchowe; pompy paliwowe są zablokowane,
- zatrzymanie (wybieg) silnika; na skutek zablokowania pomp paliwowych obracający się wał silnika zmniejsza prędkość obrotową do zera.

Drugi etap dekompozycji należy powiązać z zauważalnymi zmianami zachodzących procesów fizycznych. W wysokoprężnym silniku spalinowym obserwuje się:

- proces pełnego spalania, gdy dla podanej dawki paliwa w cylindrze znajduje się dostateczna objętość powietrza,
- proces niepełnego spalania paliwa, gdy dla podanej dawki paliwa w cylindrze znajduje się niedostateczna objętość powietrza, tj. występują niekorzystne warunki pracy podzespołu turbodoładowania.

Dalsze etapy dekompozycji można powiązać bezpośrednio z oddziaływaniem sygnałów sterowania binarnego zmieniającymi topologię modelu obiektu (powiązania sygnałów modelu) i/lub z nieliniowymi zmianami sygnałów modelu obiektu typu: nasycenie, strefa nieczułości, histereza i inne. W modelu silnika uwzględniono zmianę powiązań sygnałów związaną z oddziaływaniem sygnału binarnego uruchamiającego pneumatyczny siłownik booster wymuszający podanie pełnej dawki paliwa do cylindrów silnika. Wyróżnia się dwa stany pracy silnika:

- praca silnika z booster'em,
- praca silnika z załączonym układem regulacji prędkości obrotowej wału silnika.

Ponieważ wymienione czynniki dekompozycji modelu nie muszą na siebie oddziaływać określono występowanie interakcji (TAK, NIE) i zestawiono je w tabelicy 1.

**Tablica 1**

Określenie wzajemnych wpływów czynników dekompozycyjnych modelu silnika jako obiektu sterowania binarnego

|                     | pełne spalanie | niepełne spalanie | załączony booster | załączony układ regulacji |
|---------------------|----------------|-------------------|-------------------|---------------------------|
| postój silnika      | NIE            | NIE               | NIE               | NIE                       |
| rozruch silnika     | NIE?           | NIE?              | NIE?              | NIE?                      |
| praca silnika       | TAK            | TAK               | TAK               | TAK                       |
| zatrzymanie silnika | NIE            | NIE               | NIE?              | NIE                       |

Uwzględniając interakcję czynników dekompozycyjnych uzyskano następujące stany pracy silnika:

- S1 - postój silnika,
- S2 - rozruch silnika,
- S3 - praca silnika przy pełnym spalaniu i działaniu układu regulacji prędkości obrotowej wału silnika,
- S4 - praca silnika przy niepełnym spalaniu i działaniu układu regulacji prędkości obrotowej wału silnika,
- S5 - zatrzymanie silnika,
- S6 - praca silnika przy pełnym spalaniu i załączonym silowniku booster'a,
- S7 - praca silnika przy niepełnym spalaniu i załączonym silowniku booster'a.

Znaki zapytania przy stwierdzonym braku oddziaływania czynników dekompozycyjnych (NIE?) wynikają z nie przeprowadzonej w pełni dekompozycji modelu - niejednoznacznego przyporządkowania stanów pracy silnika binarnym sygnałom sterującym i zmiennym modelu. Uwzględnienie powyższych czynników na ostatnim poziomie dekompozycji prowadzi do wyróżnienia stanów awaryjnych pracy silnika (stan pracy S8), które nie zostały dokładnie przeanalizowane.

### 3. Określanie funkcji logicznych identyfikujących stany pracy silnika

Po etapie dekompozycji modelu należy dobrać zbiór sygnałów obiektu, określić parametry technologiczne i konstrukcyjne oraz relacje pomiędzy sygnałami i parametrami, umożliwiające jednoznaczne przyporządkowanie stanów pracy obiektu wartościom sygnałów sterowania binarnego i zachodzącym relacjom.

W nienawrotnym, wysokoprężnym silniku spalinowym określono następujące sygnały:

- $c_1$  -  $\omega$ ; prędkość obrotowa wału silnika,
- $c_2$  -  $h$ ; dawka paliwa (wartość względna),
- $c_3$  -  $f(p)$ ; dawka powietrza (wartość względna).

Wybrano następujące parametry technologiczne i/lub konstrukcyjne:

- $a_1 = 0$ ; parametr stosowany do określania reżimu postoju silnika,
- $a_2 = \omega_z$ ; prędkość obrotowa zapłonowa; przy prędkości większej od prędkości zapłonowej możliwy jest reżim pracy silnika,
- $a_3 = \omega_{max}$ ; maksymalna prędkość obrotowa wału silnika, po przekroczeniu której działa mechaniczne zabezpieczenie odcinające dopływ paliwa.

Przyjęto następujące relacje pomiędzy sygnałami obiektu a parametrami technologicznymi i konstrukcyjnymi:

- $c_1 = a_1$  czyli  $\omega = 0 \Rightarrow d_1 = 1$ , brak ruchu wału silnika,
- $c_1 \geq a_2$  czyli  $\omega \geq \omega_z \Rightarrow d_2 = 1$ ; przekroczenie przez wał silnika prędkości obrotowej zapłonowej,
- $c_1 \geq a_3$  czyli  $\omega \geq \omega_{max} \Rightarrow d_3 = 1$ ; przekroczenie przez wał silnika prędkości maksymalnej,
- $c_3 \geq c_2$  czyli  $f(p)\omega \geq h \Rightarrow d_4 = 1$ ; stan pełnego (niepełnego) spalania paliwa w silniku.

Zestawiając tabelicę, w której wszystkim możliwym kombinacjom wartości logicznych zmiennych  $b_1 \div b_3$  i  $d_1 \div d_4$  przyporządkowuje się stany pracy silnika, można określić funkcje boolowskie identyfikujące w jakim stanie pracy znajduje się obiekt. Symbol x oznacza, że dana zmienna może przyjmować dowolną wartość.

Na podstawie tablicy prawdy wyróżniono 3 stany pracy silnika w warunkach sterowania niedopuszczalnego oznaczonych jako S8\_1 ÷ S8\_3 (awaryjny stan pracy).

**Tablica 2**

Tablica funkcji boolowskich identyfikujących stany pracy silnika

| b1 | b2 | b3 | d1 | d2 | d3 | d4 | Reżim pracy   |
|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 0  | 0  | x  | 0  | 0  | 0  | x  | S5-wybieg silnika   |
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | S4-praca silnika przy niepełnym spalaniu i działaniu układu regulacji |
| 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | S3-praca silnika przy pełnym spalaniu i działaniu układu regulacji    |
| 0  | 0  | x  | 0  | 1  | 1  | x  | S5-wybieg silnika   |
| 0  | 0  | x  | 1  | 0  | 0  | x  | S1-postój silnika   |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | S7-praca silnika z booster'em przy niepełnym spalaniu.                |
| 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | S6-praca silnika z booster'em przy pełnym spalaniu                    |
| 0  | 1  | x  | 0  | 0  | 0  | x  | S2-rozruch silnika  |
| 0  | 1  | x  | 0  | 1  | 0  | 0  | S8 2-pr. silnika przy stanie awarii                                   |
| 0  | 1  | x  | 0  | 1  | 0  | 1  | S8 3-pr. silnika przy stanie awarii                                   |
| 0  | 1  | x  | 0  | 1  | 1  | x  | S8 1-pr. silnika przy stanie awarii                                   |
| 0  | 1  | x  | 1  | 0  | 0  | x  | S2-rozruch silnika  |
| 1  | 0  | x  | 0  | 0  | 0  | x  | S5-wybieg silnika   |
| 1  | 1  | x  | 0  | 0  | 0  | x  | S2-rozruch silnika  |
| 1  | 0  | x  | 0  | 1  | 0  | x  | S5-wybieg silnika   |
| 1  | 1  | x  | 0  | 1  | 0  | x  | S2-rozruch silnika  |
| 1  | 0  | x  | 0  | 1  | 1  | x  | S5-wybieg silnika   |
| 1  | 1  | x  | 0  | 1  | 1  | x  | S8 1-pr. silnika przy stanie awarii                                   |
| 1  | 0  | x  | 1  | 0  | 0  | x  | S1-postój silnika   |
| 1  | 1  | x  | 1  | 0  | 0  | x  | S2-rozruch silnika  |

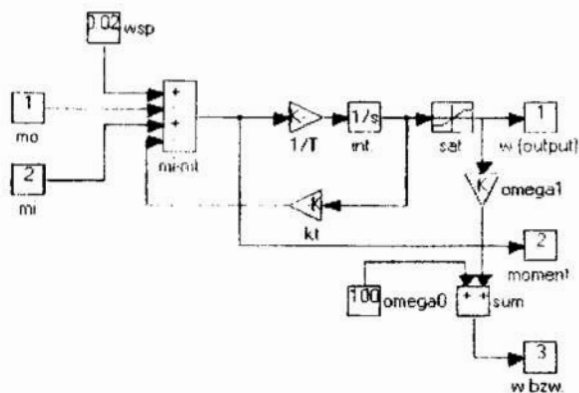
Funkcję boolowską identyfikującą dany stan pracy silnika można przedstawić jako zminimalizowaną sumę implikantów, które określa się na podstawie wartości logicznych zmiennych zapisanych w wierszach tablicy przyporządkowanych rozważanemu stanowi pracy [2]. Przykładowo dla postoju silnika zminimalizowana funkcja logiczna posiada postać:

$$g_1(\mathbf{b}, \mathbf{d}) = \bar{b}_2 d_1 \bar{d}_2 \bar{d}_3 = 1 \Rightarrow R_1. \quad (1)$$

#### 4. Model wysokoprężnego silnika spalinowego jako obiektu sterowania binarnego

W strukturze modelu, która odzwierciedla wyróżnione stany pracy S1 ÷ S7 wysokoprężnego silnika spalinowego, zastosowano modele: mas wirujących silnika, podzespołu paliwowego przy pełnym i niepełnym spalaniu paliwa oraz regulatora prędkości obrotowej [1].

Zachowanie się mas wirujących silnika opisuje w zasadzie liniowa część modelu (rys.2), złożona z członów proporcjonalnych  $1/T$ ,  $kt$  oraz członu całkującego  $int$ .



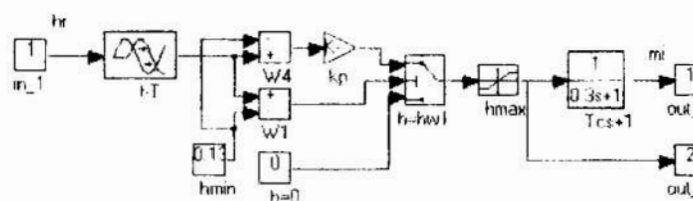
Rys. 2. Struktura podzespołu mas wirujących silnika

Fig. 2. The structure of the rotating subunit of Diesel engine

W modelu uwzględniono stałą czasową silnika i oporowy moment obrotowy proporcjonalny do prędkości obrotowej. Współczynniki modelu są względne. Człony  $omega1$ ,  $omega0$  i  $sum$  służą do przeskalowania jednostek względnych na jednostki bezwzględne. Model posiada wejścia:  $m_0$  - moment obrotowy obciążenia silnika,  $m_i$  - indykowany moment obrotowy silnika oraz wyjścia:  $\omega$  - względna prędkość obrotowa wału silnika,  $M_e$  - efektywny moment obrotowy silnika i  $\omega_{bzw}$  - bezwzględna wartość prędkości obrotowej wału

silnika. Model został zwinięty do postaci makrobloku o nazwie *maswir*.

Model podzespołu paliwowego silnika przy pełnym spalaniu paliwa (rys. 3) opisuje

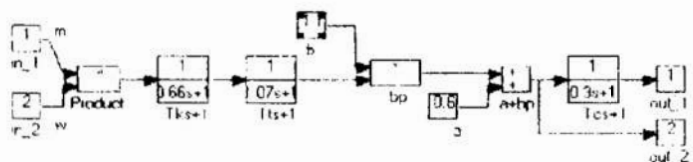


Rys. 3. Model podzespołu paliwowego silnika przy pełnym spalaniu

Fig. 3. The model of Diesel engine fuel subunit at a complete combustion

zależność indykowanego momentu obrotowego silnika od dostarczonej dawki paliwa -  $h$ . W modelu uwzględniono opóźnienie transportowe paliwa (człon  $t - T$ ), strefę nieaktywną nastawy listwy paliwowej w przedziale  $0 \div 0,13$ , ograniczenie wielkości sygnału (człon  $h_{max}$ ) oraz inercję podzespołu. Model zwinięto do postaci makrobloku o nazwie *Pod.P psp*.

Model podzespołu paliwowego silnika przy niepełnym spalaniu paliwa (rys. 4) odzwierciedla pracę obwodów turbodoładowania,



Rys. 4. Model podzespołu paliwowego silnika przy niepełnym spalaniu

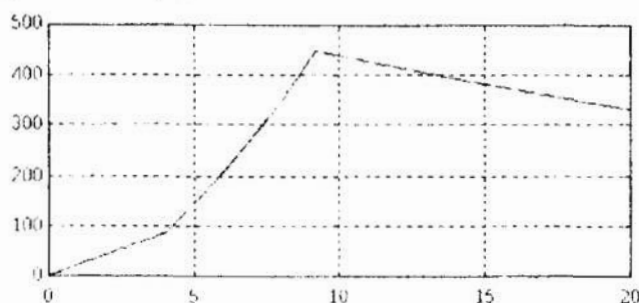
Fig. 4. The model of Diesel engine fuel subunit at an uncomplete combustion

która jest zależna od prędkości obrotowej wału silnika i efektywnego momentu obrotowego silnika. Współczynniki  $a$  i  $b$  służą do przeliczania wartości ciśnienia powietrza na indykowany moment silnika w warunkach niepełnego spalania paliwa (pełnego zużycie tlenu w wtłoczonej objętości powietrza). Model został zwinięty do postaci makrobloku o nazwie *Pod.Pal.nps*.

Model regulatora (makroblok *regulat1*) został zastosowany taki sam jak w [1].

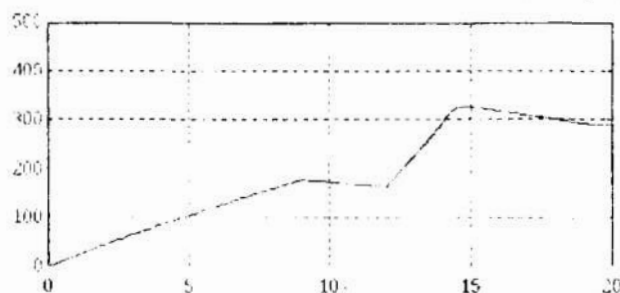


Ustalając pobudzenia wejść *Stop* i *Rozruch* w przedziale czasu  $0 \div 4s$  wysokim stanem sygnału, a *Booster* w całym przedziale czasu niskim stanem sygnału uzyskano symulowane przebiegi prędkości obrotowej wału silnika (rys. 6); skala prędkości obrotowej  $0 \div 500\text{obr}/\text{min}$ , skala czasu  $0 \div 20s$ . Przy symulacji, w celu uzyskania warunków pracy podzespołu paliwowego przy niepełnym spalaniu zmieniono parametry  $a = 0,6$ ,  $b = 0,8$  psując pracę obwodów turbodoładowania. Na przebiegu symulowanej prędkości obrotowej, w przedziale czasu  $0 \div 4s$  obserwuje się rozruch



Rys. 7. Praca silnika z booster'em powodująca zadziałanie wyłącznika bezpieczeństwa  
Fig. 7. The Diesel engine work with Booster causing the activity of safety cut-out switch

i przeprowadzono badania symulacyjne (rys. 7). Na przebiegu symulowanej prędkości obrotowej silnika, w przedziale czasu  $4 \div 9s$  następuje zapłon silnika i wzrost prędkości obrotowej do wartości  $450\text{obr}/\text{min}$  (stany pracy S5 i S6 - parametry obwodu turbodoładowania  $a = 0,8$ ,  $b = 1,1$ ).



Rys. 8. Rozruch silnika przy oddziaływaniu sygnału stopu przez 12s

Fig. 8. The Diesel engine starting at the stop signal activity through 12s

pobudzenia wejścia *Booster*. Można zaobserwować, w przedziale czasu  $0 \div 9s$  rozruch silnika, w przedziale czasu  $9 \div 12s$  zatrzymanie silnika, a w przedziale czasu  $12 \div 20s$  zapłon i pracę silnika przy działaniu układu regulacji prędkości obrotowej.

## 5. Podsumowanie

Tworzenie modeli obiektów sterowania binarnego sprowadza się do dekompozycji modelu na modele cząstkowe i określeniu funkcji logicznych identyfikujących stan pracy obiektu. Zaprezentowana metodyka tworzenia modeli może zostać zastosowana do opisu obiektów silnie nieliniowych, jak również opisu obiektów nieliniowych

silnika (stan pracy S2);  $4 \div 7s$  pracę silnika przy niepełnym spalaniu i działaniu układu regulacji (stan pracy S4) - potwierdzony "podglądaniem" sygnałów dwustanowych sterujących klucze;  $7 \div 20s$  pracę silnika przy pełnym spalaniu i działaniu układu regulacji prędkości obrotowej (stan pracy S3).

Przy niezmiennych warunkach pobudzenia wejść *Stop* i *Rozruch*, w przedziale czasu  $0 \div 11s$  pobudzone wejście *Booster* stanem wysokim i przeprowadzono badania symulacyjne (rys. 7). Na przebiegu symulowanej prędkości obrotowej silnika, w przedziale czasu  $4 \div 9s$  następuje zapłon silnika i wzrost prędkości obrotowej do wartości  $450\text{obr}/\text{min}$  (stany pracy S5 i S6 - parametry obwodu turbodoładowania  $a = 0,8$ ,  $b = 1,1$ ). Po przekroczeniu progu prędkości obrotowej  $450\text{obr}/\text{min}$  obserwuje się zadziałanie mechanicznego wyłącznika bezpieczeństwa, który powoduje zatrzymanie i postój silnika (stany pracy S7 i S1).

Rysunek 8 przedstawia przebieg prędkości obrotowej silnika przy pobudzeniu wejścia *Rozruch* w przedziale czasu  $0 \div 9s$  i pobudzeniu wejścia *Stop* w przedziale czasu  $0 \div 12s$  wysokim stanem sygnału, bez



zbiorem liniowych modeli cząstkowych. Dostatecznie dokładny opis nieliniowego obiektu zbiorem liniowych modeli cząstkowych umożliwia zastosowanie efektywnych (duża szybkość obliczeń) algorytmów symulacji, co jest nieodzownym warunkiem wykorzystania metod symulacji do poszukiwania testów diagnostycznych binarnych układów sterowania.

## Literatura

1. Arendt R., *Modelowanie układów sterowania binarnego z zastosowaniem programu SIMULINK*. XIII Ogólnopolska Konferencja Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania Kołobrzeg '95 ss. 7 - 16, 1995.
2. Arendt R., *Modelowanie obiektów sterowania binarnego na przykładzie wysokoprężnego okrętowego silnika spalinowego*. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej serii Automatyka i Robotyka (w druku).
3. Kowalski Z., Arendt R. *Badanie układów sterowania zespołów napędu głównego statku z zastosowaniem programów CLASSiC i SIMULINK*. Budownictwo Okrętowe i Gospodarka Morska, Nr1, 1996.
4. Lisowski J. *Statek jako obiekt sterowania automatycznego*. Wydawnictwa Morskie, Gdańsk 1981.
5. Puchaczewski Z., Próchnicki W., Sopiński M. *Model matematyczny dynamiki regulacji dwusilnikowego zespołu napędu statku*. Zeszyty Naukowe Budownictwa Okrętowego PG Nr 54, 1989.
6. Węclawski P. *Modelowanie procesów dynamicznych w dwusilnikowym zespole napędowym przy wymuszeniach od strony śruby*. Zeszyty Naukowe Budownictwa Okrętowego PG Nr 61, 1994.
7. Z.U.T. Zgoda, *Dokumentacja techniczno-ruchowa silnika wysokoprężnego Zgoda - Sulzer typu ZB 40/48 i ZBU 40/48*.

## Streszczenie

W pracy zaprezentowano osobliwości modelowania symulacyjnego wysokoprężnego silnika spalinowego jako obiektu sterowania binarnego. Dokonano dekompozycji modelu silnika na modele cząstkowe opisujące możliwe stany pracy. Utworzono funkcje boolowskie identyfikujące wybrane stany pracy. Przedstawiono wyniki badań symulacyjnych wysokoprężnego silnika spalinowego jako obiektu sterowania binarnego przeprowadzone przy użyciu programu SIMULINK.

## THE CURIOSITIES OF MODELLING OF DIESEL ENGINE AS A BINARY CONTROL OBJECT

### Summary

In the paper the curiosities of simulation modelling of Diesel engine as a binary control object are presented. The decomposition of a Diesel engine model on particle models, describing states of work is carried out. The Boolean functions for identifications of Diesel engine work states are created. The results of simulation investigations of Diesel engine as a binary control object using program SIMULINK are shown.

## MODELOWANIE I SYMULACJA EKSPLOATACYJNYCH ZDERZEŃ WAGONÓW

### 1. Wprowadzenie

Problem modelowania eksploatacyjnych zderzeń wagonów jest zagadnieniem złożonym, ze względu na trudności budowy modeli wiernie odwzorowujących konstrukcję wagonu, różnorodność stosowanych urządzeń amortyzujących zderzenia, a także ze względu na złożony opis matematyczny procesu zderzenia.

Celem pracy jest konstrukcja i opis matematyczny modeli zderzających się wagonów, wyznaczenie sił powstających w modelach urządzeń amortyzujących a także symulacja komputerowa zderzeń i weryfikacja wyników symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych.

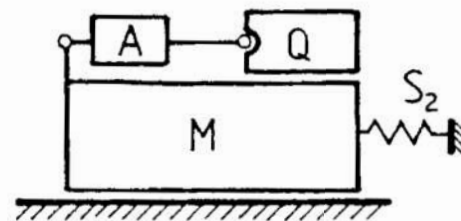
### 2. Wybór i budowa modelu dynamicznego pojedynczego wagonu

Dążąc do skonstruowania pełnego modelu dynamicznego zderzających się wagonów rozpatrzmy na początku model dynamiczny pojedynczego wagonu oraz modele dynamiczne możliwych do zastosowania amortyzatorów urządzeń sprzęgowo-zderzakowych oraz ładunków.

#### Model pojedynczego wagonu

Nadwozie wagonu jest ustrojem sprężystym składającym się z wielu związanych ze sobą belek i prętów. Ponieważ analizowane w pracy obciążenia działające na ramę nadwozia mają charakter uderzeniowy, to wybrany model nadwozia ma istotny wpływ na wyznaczone wartości sił. Dotyczy to przede wszystkim okresów, podczas których amortyzator jest odkształcony granicznie a siła przenoszona jest również przez sztywny korpus amortyzatora. W prezentowanej pracy traktuje się nadwozie jako ciało quasi-sztywne (w sensie teorii Hertza) w którym uwzględnia się odkształcenia lokalne ciała.

Tak sformułowanym warunkom odpowiada model nadwozia wagonu złożony z bryły sztywnej oraz sprężyny imitującej odkształcalność konstrukcji wagonu (Rys. 1).

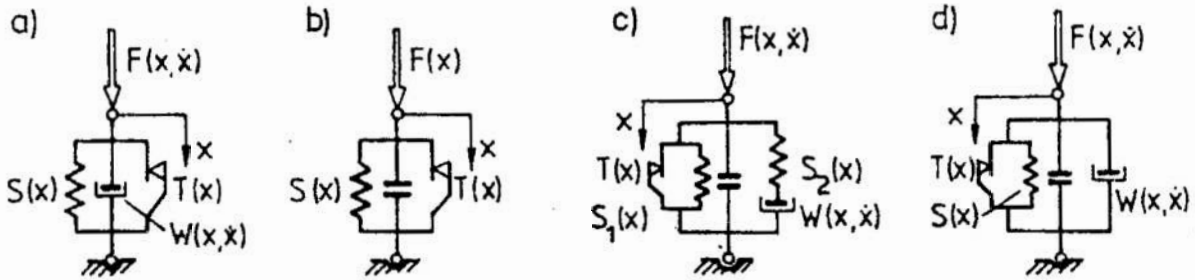


Rys. 1. Model nadwozia wagonu

Fig. 1. Model of wagon body

## Model amortyzatora ładunku

Ustalając model wagonu należy uwzględnić w nim ładunek oraz sposób jego połączenia z nadwoziem. Zakładając, że wpływ na siły w amortyzatorach wywierają wyłącznie ruchy wzdłużne środka masy ładunku przyjęto, że ładunek będzie traktowany jako punkt materialny. W modelu wagonu amortyzator ładunku odwzorowuje więź sprężysto-tłumiącą (Rys.2a).



Rys.2. Modele amortyzatorów  
Fig.2. Models of shock absorbers

Łączną charakterystykę amortyzatora ładunku opisać można za pomocą wzoru

$$F = S(u) + W(v) + T(u, v) \quad \text{lub} \quad F = S(u) + W(u, v) + T(u, v) \quad (1a, b)$$

gdzie  $s(u)$  -siła odkształcająca sprężynę,

$u, v$  -odkształcenie i prędkość,

$W(v), W(u, v)$  -siła odkształcająca tłumik wiskotyczny,

$\tau T(u, v)$  -siła odkształcająca suwak,

$\tau$  -liczba określająca znak siły tarcia lub wartość nierozwiniętej siły tarcia, która spełnia zależność:

$$\tau \in \gamma(v) \quad \text{dla} \quad \gamma(v) := \begin{cases} \{1\} & \text{gdy } v > 0 \\ \{-1, +1\} & \text{gdy } v = 0 \\ \{-1\} & \text{gdy } v < 0 \end{cases} \quad (2)$$

## Amortyzatory urządzeń sprzęgowo-zderzakowych

Istotnymi elementami modelowania wagonu mającymi wpływ na przebieg procesu zderzenia są również amortyzatory urządzeń zderzakowo-sprzęgowych. Zagadnienie modelowania amortyzatorów stosowanych w kolejnictwie przedstawione zostało w pracach [1,2] i ze względu na brak miejsca w niniejszym opracowaniu nie będzie szerzej omawiane. Pełną charakterystykę amortyzatorów urządzeń sprzęgowo-zderzakowych opisać można wykorzystując wzór (1). W zależności od rodzaju zastosowanego amortyzatora (cierny, hydropneumatyczny, elastomerowy) (Rys.2b,c,d) różne są związki opisujące kolejne elementy składowe równania.

### 3. Budowa i opis parametrów modelu zderzających się wagonów

Podstawą konstrukcji modelu zderzających się wagonów są modele pojedynczych wagonów oraz modele amortyzatorów. W przypadku modelowania wagonów ze zderzakami rozpatrujemy wzajemne oddziaływanie wagonów w czasie zderzenia jako oddziaływanie jednostronne ponieważ zderzaki są tylko ściskane. Inaczej jest gdy wagony są wyposażone w sprzęgi samoczynne. W tym przypadku na początku zderzenia następuje sprężenie głowic sprzęgów i dzięki temu wzajemne oddziaływanie wagonów jest dwustronne.

#### Współrzędne opisujące stan modelu

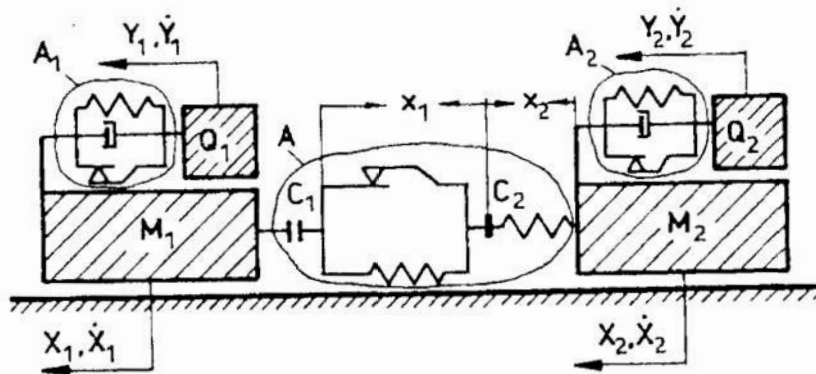
Konfigurację układu mechanicznego określają: położenia punktów materialnych  $M_1, M_2, Q_1, Q_2$ , oraz położenia węzłów  $C_1, C_2$  więzi sprężysto-tłumiącej A.

Jako współrzędne opisujące stan modelu przyjęto następujące wielkości (Rys3)

$X_1, X_2, Y_1, Y_2$  -przemieszczenia punktów względem położenia początkowego,

$x_2$  -przemieszczenie węzła  $C_2$  względem punktu  $M_2$ ,

$x_1$  -przemieszczenie węzła  $C_1$  względem punktu  $C_2$ .



Rys.3. Współrzędne zderzających się wagonów

Fig.3. Coordinates of impacting wagons

Wymienione współrzędne przedstawiać będziemy w postaci wektora współrzędnych uogólnionych  $q \in R^6$ , który ma postać:

$$q = [X_1, X_2, Y_1, Y_2, x_1, x_2]^T \quad (3)$$

#### Ograniczenia współrzędnych

Ograniczenia te wynikają przede wszystkim z konstrukcji amortyzatora urządzenia sprzęgowo-zderzakowego. Schemat urządzenia dla przypadku wagonu ze zderzakami pokazany został na rys.4a. Zderzaki wagonu są tylko ściskane lecz nie mogą być ściśnięte więcej od całkowitego odkształcenia więzi, które wynosi  $(x_1 + x_2)$ .

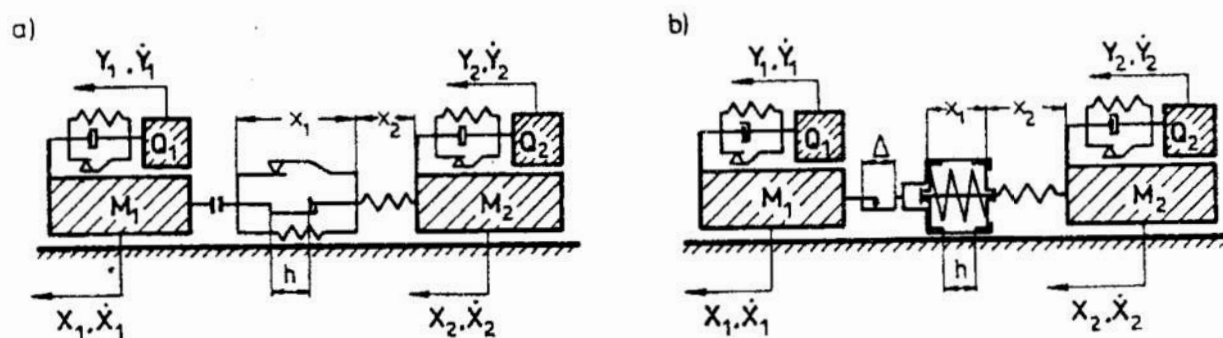
Opis matematyczny ograniczeń jest następujący:

$$x_1 \geq 0 \quad (4a)$$

$$-x_1 + h \geq 0 \quad (4b)$$

$$X_1 - X_2 + x_1 + x_2 \geq 0 \quad (4c)$$

gdzie  $h$  jest granicznym ściśnięciem zderzaka ( $h > 0$ ).



Rys.4. Modele wagonów ze zderzakami i sprzęgami samoczynnymi  
Fig.4. Models of wagons with bumpers and self-acting couplers

Przedstawione związki zapisać możemy w następującej postaci macierzowej:

$$G := \begin{bmatrix} 0, & 0, & 1 \\ 0, & 0, & -1 \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \\ 1, & -1, & 1 \\ 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}, \quad g := \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Opis ich ma więc postać następującą:

$$G^T q + g \geq 0 \quad (6)$$

gdzie  $q$  -wektor współrzędnych opisany wzorem (3).

Dla modelu wagonu ze sprzęgami samoczynnymi (Rys.4b), gdy występują ograniczenia dwustronne analogiczne ograniczenia przyjmują postać:

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0 \\ -x_1 + h &\geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$|X_2 - X_1 - x_2| \leq x_1 + \frac{\Delta}{2}$$

gdzie  $\Delta$  -luz całkowity w sprzęgu.

W zapisie macierzowym warunki (7) mają postać (6) przy czym:

$$G := \begin{bmatrix} 0, & 0, & 1, & -1 \\ 0, & 0, & -1, & 1 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \\ 1, & -1, & 1, & 1 \\ 0, & 0, & 1, & -1 \end{bmatrix} \quad g := \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ \Delta/2 \\ \Delta/2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

### Parametry modelu

Wielkościami niezbędnymi do opisu rozpatrywanego układu są:

$M_1, M_2, Q_1, Q_2$  - wielkości określające bezwładności ciał,

$S_i, T_i, W_i$  ( $i = 1, 2$ ) - funkcje opisujące więzi połączenia ładunku z wagonem,

$s_1, s_2, t$  - funkcje opisujące właściwości więzi będącej modelem amortyzatorów oraz odkształcalności wagonów,

$h, \Delta$  - wartości opisujące graniczne odkształcenia zderzenia oraz luz istniejący w połączeniu wagonów.

Większość wymienionych parametrów posiada odpowiedniki parametrów opisujących cechy konstrukcyjne wagonów. Postać funkcji  $s_2$  ustala się na podstawie porównania obliczeń z wynikami badań doświadczalnych.

## 4. Opis matematyczny modelu wagonów

Opis ten ma postać równań i warunków, które muszą być spełnione przez współrzędne w ustalonym przedziale czasu. Do sformułowania równań ruchu ciał modeli wykorzystuje się zasadę Newtona -d'Alamberta-Lagrange'a.

### Siły reakcji więzów

Ograniczenia geometryczne modelu mają postać więzów jednostronnych. Opisuje je wzór (6). Z założenia doskonałości więzów wynika, że siłę reakcji więzów opisuje zależność:

$$r = G\lambda \quad (9)$$

gdzie  $r$  - wektor siły reakcji,

$\lambda$  - wektor mnożników sił reakcji więzów.

Warunki, które musi spełniać wektor mnożników reakcji więzów są następujące:

$$\begin{aligned} \lambda &\geq 0 \\ \lambda^T (Gq^T + g) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

## Równania ruchu

Warunki równowagi sił przyporządkowanych każdej współrzędnej (Rys.3) mają postać:

$$M_1 \ddot{X}_1 + P_1 = r_1 \quad (11a)$$

$$M_2 \ddot{X}_2 + P_2 = r_2 \quad (11b)$$

$$Q_1 \ddot{Y}_1 - P_1 = r_3 \quad (11c)$$

$$Q_2 \ddot{Y}_2 - P_2 = r_3 \quad (11d)$$

$$\pi_1(x_1, \dot{x}_1) + S_1(x_1) = r_5 \quad (11e)$$

$$S_2(x_2) = r_6 \quad (11f)$$

gdzie

$P_j$  ( $i=1,2$ ) -siła w więzi łączącej ładunek z wagonem,

$r_j$  ( $j=1,2,..6$ ) -składowa wektora sumy sił reakcji więzów.

Opis ruchu układu składa się z równań (11) oraz z warunków więzów, które opisuje zestaw wzorów (6, 9, 10). Występujące we wzorach (11) siły opisane są zależnościami:

$$P_i = S_i(Z_i) + W_i(\dot{Z}_i) + \tau_i T_i(Z_i, \dot{Z}_i) \quad (12)$$

gdzie  $S_i, W_i, T_i$  -charakterystyki więzi łączącej ładunek z wagonem oraz:

$$Z_i = X_i - Y_i \quad (13)$$

Relacje charakteryzujące siły tarcia suchego mają postać:

$$\tau \in \gamma(x_1) \quad (14a)$$

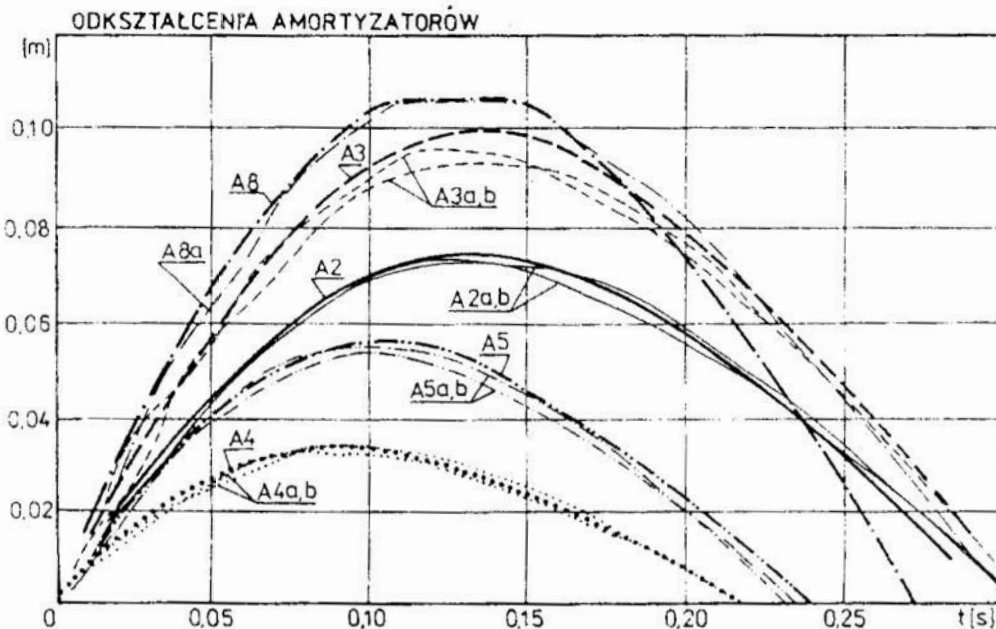
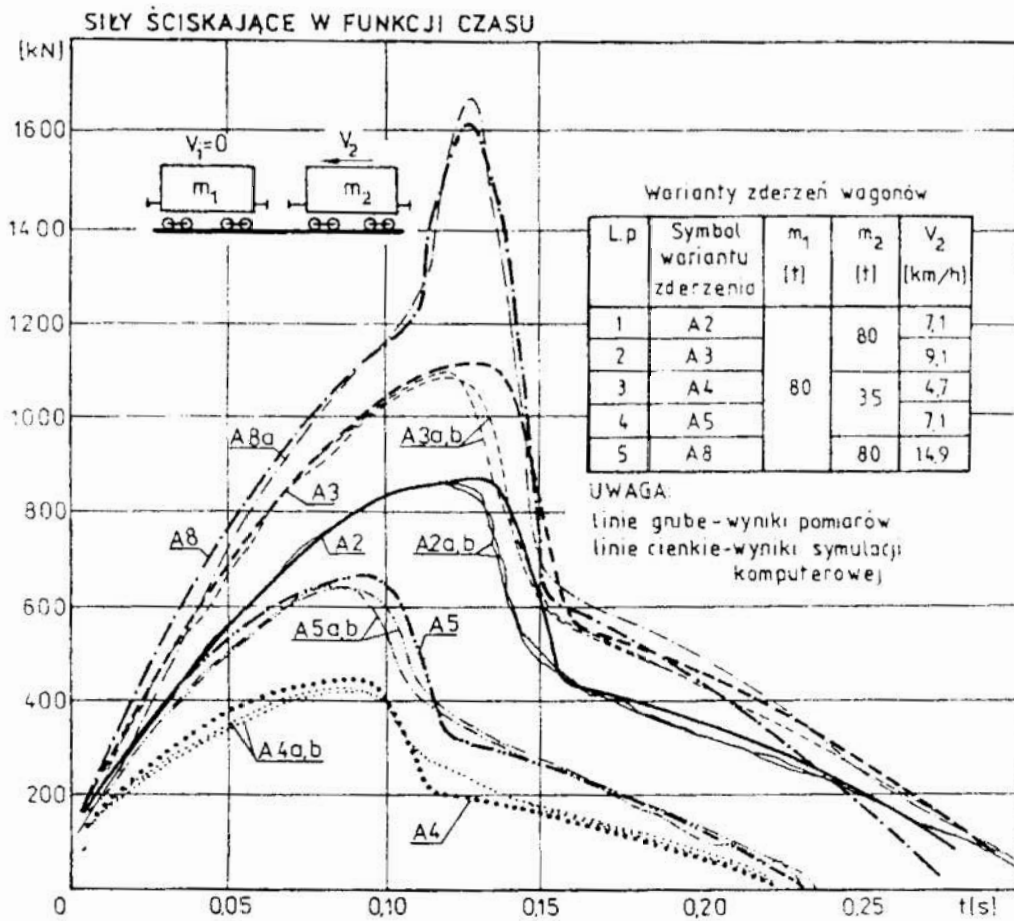
$$\tau_i \in \gamma(\dot{Z}_i) \quad i=(1,2) \quad (14b)$$

gdzie  $\gamma$  -odwzorowanie według wzoru (2).

## Metoda rozwiązania równań

Szczegółowa analiza ruchu ciał omawianego modelu wymaga na tym etapie rozważań rozpatrzenia dwóch oddzielnych przypadków połączeń wagonów: ruchu wagonów wyposażonych w zderzaki (Rys.4a) oraz ruchu wagonów wyposażonych w sprzęgi samoczynne (Rys.4b).

Do rozwiązania równań ruchu ciał modeli opracowany został program komputerowy pozwalający symulować zderzenia dwóch wagonów o różnych wariantach konstrukcyjnych urządzeń sprzęgowo-zderzakowych, zawierających ładunek lub bez ładunku.



Rys.5 Porównanie rezultatów symulacji z wynikami badań eksploatacyjnych  
Fig.5. Comparison between simulation and operating test results



## 5. Przykład symulacji zderzenia wagonów

Do symulacji zderzenia wagonów wybrane zostały dwa wagony czterosiowe załadowane żwirem. Były one wyposażone w sprzęgi samoczynne i amortyzatory cierne. Przeprowadzono symulacje pięciu wariantów zderzeń wagonów o różnej masie ładunków i z różnymi prędkościami najazdu. Otrzymane rezultaty symulacji (linie cienkie) zostały zweryfikowane z badaniami doświadczalnymi (linie grube) poprzez porównanie otrzymanych przebiegów odpowiadających sobie funkcji, które zilustrowane zostały na rysunku. Otrzymana bardzo dobra zbieżność wyników symulacji oraz badań doświadczalnych potwierdza dużą przydatność aplikacyjną prezentowanego modelu oraz opracowanego programu komputerowego w działalności projektowej i konstrukcyjnej kolejnictwa.

### Literatura

1. Grzesikiewicz W., Osiński Z., Bajkowski J.: Modélisation et recherches des structures a frottement: application a l'amortissement des chocs. Mécanique Industrielle et Matériaux, Vol.47 N4, 1994.
2. Grzesikiewicz W.: Dynamika układów mechanicznych z więzami. Prace naukowe PW. Mechanika, Z117 WPW Warszawa, 1990,
3. Bajkowski J., Grzesikiewicz W., Osiński Z.: Tłumienie uderzeń za pomocą amortyzatorów z tarciem suchym. Materiały XVII Sympozjonu PKM, Lublin-Nałęczów 95.

### Streszczenie

Praca dotyczy konstrukcji i opisu matematycznego modeli zderzających się wagonów. Zaproponowany został model dynamiczny dwóch zderzających się wagonów jako model wypadkowy pojedynczych wagonów i amortyzatorów. Sformułowane zostały równania ruchu wraz z różnymi wariantami ograniczeń ruchu. Opracowany został program komputerowy na podstawie którego przeprowadzono symulację zderzenia a następnie weryfikację otrzymanych rezultatów badań z wynikami badań laboratoryjnych i eksploatacyjnych pięciu wariantów zderzeń. Doskonała zbieżność rezultatów obu rodzajów badań potwierdza dużą przydatność aplikacyjną opracowanego modelu, programu oraz wyników pracy.

### Summary

#### Modelling and simulation of shocks of the wagons during the exploitation

In the work a construction and mathematical description of models of wagons' collision is presented. The dynamic model of two impacting wagons was modeled as a resultant model of individual wagons and shock absorbers. The equations of motion with different variants of boundaries are formulated. A computer program for simulation of the collision was worked out. It was verified with experimental results of five different variants of collisions. An extremely high convergence of results of both methods (i.e. computer and experimental) was gained, which confirms very good application usefulness of the presented model.

## ALGORYTM GENETYCZNO-NEURONOWY W OPTYMALIZACJI LEKSYKOGRAFICZNEJ PRZYDZIAŁÓW OPERACJI DO PROCESORÓW

### 1. Wprowadzenie

Algorytmem genetycznym jest algorytm poszukiwania oparty na mechanizmie doboru naturalnego oraz dziedziczności [11]. Algorytm genetyczny łączy ewolucyjną zasadę przeżycia najlepiej przystosowanych sztucznych osobników (w optymalizacji są to rozwiązania) wraz z zasadą systematycznej, choć zrandomizowanej wymiany informacji. W efekcie, algorytm genetyczny tworzy metodę poszukiwania wariantów najlepszych, która może być wykorzystana w optymalizacji. Algorytm genetyczny odznacza się pewną dozą pomysłowości właściwej umysłowi ludzkiemu.

W każdym pokoleniu powstaje nowy zbiór sztucznych osobników (rozwiązań) utworzonych z połączenia fragmentów najlepiej przystosowanych przedstawicieli poprzedniego pokolenia. Ponadto, wprowadzane są nowe części składowe w każdym pokoleniu. Pomimo elementu losowości, algorytmy genetyczne nie sprowadzają się do zwykłego błędzenia przypadkowego, lecz efektywnie wykorzystują zdobyte doświadczenia przez poszczególne populacje do określenia nowego obszaru poszukiwań o spodziewanej podwyższonej wartości funkcji celu.

John Holland z Uniwersytetu Michigan, jako pierwszy, sformułował podstawy teoretyczne algorytmów genetycznych [14]. Holland wraz ze współpracownikami wyjaśnił w sposób ścisły istotę procesów adaptacyjnych występujących w świecie przyrody oraz przygotował oprogramowanie symulujące podstawowe mechanizmy rządzące systemami biologicznymi na użytek rozwiązywania konkretnych technicznych problemów badawczych. Takie podejście do rozwiązywania problemów zaowocowało ważnymi odkryciami w badaniach systemowych [2,5,9]. Mimo, że algorytmy genetyczne znane są od dwudziestu lat, to jednak dopiero w ciągu ostatnich pięciu lat daje się zauważyć intensywny rozwój prac badawczych nad algorytmami genetycznymi lub nad ich zastosowaniami, co należy wiązać z postępem w zakresie technologii komputerowej.

W pracy zaproponowano wykorzystanie algorytmów genetycznych do rozwiązywania zagadnień optymalizacji leksykograficznej. Zaprezentowano trzy jakościowo różne podejścia do formułowania algorytmów genetycznych. Rozważania zilustrowano algorytmem genetycznym operującym na populacji sztucznych sieci neuronowych Hopfielda do wyznaczania leksykograficznych przydziałów modułów programowych.

---

\* Akademia Marynarki Wojennej, 81-919 Gdynia 19, ul. J. Śmidowicza  
E-mail: amw@beta.nask.gda.pl

## 2. Odporność algorytmów genetycznych

Kluczowym zagadnieniem badań nad algorytmami genetycznymi jest ich odporność będąca kompromisem między efektywnością mierzona „odległością” wyznaczonego rozwiązania do rozwiązania optymalnego, a skutecznością, konieczną do przeżycia w różnorodnych środowiskach. Odporny system techniczny, system ekonomiczny lub system wojskowy nie wymaga wielu kosztownych przeróbek w trakcie jego eksploatacji. Przy wyższym poziomie adaptacji system może funkcjonować lepiej i dłużej. Odporność, wydajność i łatwość przystosowania się systemów biologicznych zdecydowanie przewyższa systemy konstruowane przez człowieka. Zdolność do regeneracji, samosterowania i reprodukcji, będąca regułą w systemach biologicznych, jest prawie nie wykorzystana w najbardziej zaawansowanych systemach technicznych [7]. Holland [14] teoretycznie i empirycznie dowiódł, że algorytmy genetyczne stanowią odporną metodę poszukiwania w złożonych przestrzeniach rozwiązań. Stwierdzono przydatność algorytmów genetycznych do rozwiązywania szeregu interesujących problemów optymalizacyjnych oraz zagadnień sterowania [18,19].

Przyczyną rosnącej liczby zastosowań algorytmów genetycznych jest ich prostota oraz skuteczność w poszukiwaniu suboptymalnych rozwiązań. Nie wymagają one spełnienia zasadniczych ograniczeń w zakresie przestrzeni poszukiwań takich, jak ciągłość funkcji celu i ograniczeń, istnienie pochodnych czy jednomodalność funkcji celu.

Aktualnie stosowane metody poszukiwań dzielą się na metody przeglądu (enumeratywne), metody analityczne oraz metody losowe. Metody przeglądu obliczają wartości funkcji celu, przeglądając po kolei wszystkie punkty przestrzeni rozwiązań. Ze względu na swoją nieefektywność metody enumeracyjne nie mogą być uważane za metody odporne. Zdają one egzamin tylko wtedy, gdy liczba rozwiązań jest niewielka. Zaskakującym nieco jest fakt, że programowanie dynamiczne Bellmana [11] załamuje się na zadaniach o umiarkowanym rozmiarze, gdyż jest pewną zmodyfikowaną metodą przeglądu. Bellman nazwał ten przypadek „przekleństwem wymiaru”.

Metody analityczne można podzielić na metody bezpośrednie oraz metody pośrednie. Metody bezpośrednie poszukiwania lokalnego maksimum polegają na przemieszczaniu się po wykresie funkcji celu w kierunku wyznaczonym przez lokalny gradient (np. metoda największego spadku). Metody pośrednie poszukują lokalnych ekstremów rozwiązując układ równań algebraicznych (zwykle nieliniowy) otrzymanych przez przyrównanie gradientu funkcji celu do zera. Jest to uogólnienie metody punktów równowagi w rachunku różniczkowym. Jeśli funkcja gładka jest określona na zbiorze otwartym, to poszukiwanie potencjalnych maksimum można ograniczyć do zbioru punktów, w których nachylenie stycznej do wykresu funkcji jest równe zero w każdym kierunku. Mimo istnienia wielu zmodyfikowanych metod analitycznych posiadają one dwie zasadnicze wady zdecydowanie obniżające ich odporność. Po pierwsze, metody analityczne mają zakres lokalny, gdyż szukają optymalnego rozwiązania w sąsiedztwie danego punktu. W przypadku, gdy z pewnego punktu istnieją dwie „drogi” podejścia na dwa różne wierzchołki, to metoda analityczna wybierze drogę o większej stromiznie, gdy tymczasem może się zdarzyć, że doprowadzi ona na „niższy” wierzchołek. Ponadto, po osiągnięciu niższego wierzchołka funkcji nie można kontynuować obliczeń bez wyznaczenia nowego punktu startowego. Po drugie, metody analityczne wymagają istnienia pochodnych, aby określić kąty nachylenia funkcji celu. Jest to istotne ograniczenie zastosowań metod analitycznych nawet, jeżeli realizowana jest numeryczna a-

proksymacja pochodnych. Ograniczony zakres zastosowań metod analitycznych oraz lokalny charakter poszukiwań powoduje, że metody analityczne są odporne jedynie w przewidzianym dla siebie obszarze zastosowań obejmującym problemy optymalizacyjne z jednomodalną (unimodalną) funkcją celu.

Metody losowego poszukiwania typu błądzenie przypadkowe oraz inne schematy losowe oparte na szukaniu i zapamiętywaniu najlepszego rozwiązania są metodami nieefektywnymi, a więc nie są metodami odpornymi.

Algorytmy genetyczne oraz metody symulowanego wyżarzania należą do metod zrandomizowanych. Wykorzystują one wybór losowy jako „przewodnika” w prowadzeniu ukierunkowanego poszukiwania w zakodowanej przestrzeni rozwiązań.

Reasumując, jedynie w ciągłych problemach z jednomodalną funkcją celu istnieją efektywne metody analityczne (gradientowe). Natomiast, w problemach ciągłych z wielomodalną funkcją celu oraz w problemach optymalizacji kombinatorycznej brakuje efektywnych metod.

Wydaje się celowym poświęcenie szczytowej efektywności (dokładności od rozwiązania optymalnego) osiąganą dla szczególnego typu problemów za pomocą metod analitycznych, w zamian za stosunkowo wysoką dokładność w całym spektrum możliwych problemów optymalizacyjnych. Mając ogólne metody o dużej efektywności można skonstruować metodę łączącą cechy najlepszego algorytmu lokalnego i ogólniejszej metody odpornej. Algorytmy genetyczne mają zatem cechy metod odpornych.

Spowodowało to lawinowy wzrost zastosowań algorytmów genetycznych w teorii optymalizacji, matematyce, fizyce, analizie systemowej i automatyce. Szczególnie w ostatnich latach wzrosło zainteresowanie wykorzystaniem algorytmów genetycznych (ewolucyjnych) do rozwiązywania problemów optymalizacji kombinatorycznej [3,4]. Algorytmy genetyczne stanowią alternatywne podejście w stosunku do tradycyjnych metod badań operacyjnych, metod symulowanego „wyżarzania” [12], sztucznych sieci neuronowych Hopfielda [15], maszyny Boltzmana [21] czy neuronowych sieci elastycznych [22], które charakteryzują się wysoką współbieżnością przetwarzania.

### **3. Podejście genetyczne do rozwiązywania problemów optymalizacji**

Holland [14] opracował jako pierwszy algorytm genetyczny do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych oraz dostarczył podstaw teoretycznych konstrukcji algorytmów genetycznych. Teoria Hollanda opiera się na spostrzeżeniu, że proces reprodukcji w społeczeństwie w połączeniu z naturalną selekcją generuje nową populację, która jest znacznie lepiej przystosowana do środowiska. W algorytmie Hollanda istotną rolę odgrywa operator krzyżowania. Mimo, że istnieje wiele algorytmów genetycznych, to częścią wspólną tych algorytmów jest to, że operują na populacji osobników (rozwiązań) i składają się z następujących operacji: dokonywana jest ocena indywidualnej sprawności osobników, tworzony jest bank genów oraz dokonywana jest mutacja łańcucha genów.

Goldberg i Lingle [11] opracowali operator krzyżowania, za pomocą którego zamierzali osiągnąć dokładne rozwiązanie problemu komiwojażera. Powyższy operator nazwali „częściowo odwzorowywanym krzyżowaniem” (PMX the partially mapped crossover), ponieważ losowo wybrane części wektorów genów dwóch przodków są odwzorowywane w część wektora genów jednego potomka za pomocą modyfikacji polegającej na zamianie genów przodków w ramach wylosowanej części wektora genów.

Formalnie, Liepins i Hilliard [16] opisali algorytm genetyczny w sposób następujący:

1. Wybierz pożądaną wielkość populacji  $K$ .
2. Ustal populację początkową  $P$ .
3. Oceń osobników  $x \in P$  zgodnie z funkcją sprawności  $f(x)$ .
4. Jeżeli spełnione jest kryterium stopu, to STOP.
5. Losowy wybór  $K$  osobników do Banku Genów  $GP$  (ang. gene pool) zgodnie z ich funkcją sprawności.
6. Zerowanie populacji tymczasowej  $TP$  (ang. temporary population).
7. Losowy wybór jednego przodka typu  $A$  z Banku Genów  $GP$  aż populacja tymczasowa  $TP$  osiągnie liczbę  $K$  osobników.
8. Wstawienie przodka typu  $A$  do populacji tymczasowej  $TP$  z prawdopodobieństwem  $p$ .
9. Wybór przodka typu  $B$  z prawdopodobieństwem  $1-p$ .
10. Krzyżowanie przodków.
11. Wstawienie potomka typu  $C$  do populacji tymczasowej  $TP$ .
12. Mutacja losowo wybranych osobników z populacji tymczasowej  $TP$  z niskim prawdopodobieństwem  $p' \ll p$ .
13.  $P := TP$ .
14. Przejście do kroku 3.

Bardziej złożoną wersję algorytmu genetycznego zaproponowali Bac i Perov [3].

1. Wybierz pożądaną wielkość populacji  $2K$ .
2. Losowo ustal populację początkową  $P = \{x_m : m=1, 2, \dots, 2K\}$ .
3.  $i := 0$
4. Oceń osobników  $x \in P$  zgodnie z funkcją sprawności  $f(x_m)$ .
5.  $f^* := \min \{ f(x_m) \}$ .
6.  $f^{**} := \max \{ f(x_m) \}$ .
7. 
$$Q(x_m) = \frac{(f^{**} - f(x_m))}{\sum_{m=1}^{2K} (f^{**} - f(x_m))}, \quad m = \overline{1, 2K}$$
8. Formowanie następnej generacji populacji  $NP$ .
  - ◊ Losowy wybór pary przodków  $(x_m, x_k)$  z populacji  $P$  w oparciu o wartości  $Q(x_m)$  i  $Q(x_k)$ .
  - ◊ Wykorzystanie operatora krzyżowania Goldberga do uzyskania dwu potomków  $(d_m, d_k)$ .
  - ◊  $NP := NP \cup \{d_m, d_k\}$ .
  - ◊ Powtarzaj krok 8 aż liczebność potomków w nowej populacji  $NP$  wynosi  $2K$ .
9. Mutacja losowo wybranych osobników z populacji  $NP$  z małym prawdopodobieństwem  $p'$ .
10.  $f^{***} := \min \{ f(d_m) \}$ .
11. Jeżeli  $f^{***} > f^*$ , to  $i := i + 1$ ; w przeciwnym razie  $i := 0$ ;
12. Jeżeli kryterium stopu  $i > I$ , to STOP.

13.  $P:=NP$ .

14. Przejdźcie do kroku 4.

#### 4. Algorytm genetyczny wykorzystujący sieci neuronowe

Algorytmy genetyczne oraz sztuczne sieci neuronowe (ANN - Artificial Neural Networks) są wykorzystywane do rozwiązywania wielu problemów optymalizacyjnych. Tank i Hopfield zaproponowali neuronowe podejście do rozwiązywania problemu komiwojażera (TSP). Sun i Fu [21] rozważali hybrydowy model sieci neuronowej zawierający system wieloprocesorowy w celu wyznaczenia rozwiązań w problemie komiwojażera oraz cykli Hamiltona.

W ostatnim okresie czasu obserwuje się prace np. [4] w których proponuje się wykorzystanie analogowych sieci Hopfielda do rozwiązywania problemów optymalizacji ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień optymalizacji wielokryterialnej. Mankamentem powyższego podejścia jest zbyt duża „odległość” uzyskiwanych rozwiązań w odniesieniu do rozwiązań optymalnych. W celu usunięcia tego mankamentu w niniejszej pracy proponuje się następujący algorytm genetyczny operujący na populacji analogowych sieci Hopfielda.

1.  $i:=1$
2. Ustal maksymalną liczbę iteracji  $I$ .
3. Wybierz pożądaną wielkość populacji analogowych sieci Hopfielda (HANN)  $2K$ .
4. Losowe generowanie stanów początkowych HANN.
5. Przeprowadzenie neuronowej optymalizacji we wszystkich sieciach Hopfielda rozpatrywanej populacji.
6. Ocena wartości funkcji celu dla każdej HANN.
7. Wyznaczenie minimalnej wartości funkcji celu  $f^*$  dla całej populacji.
8. Losowy wybór  $K$  par HANN wraz z wartościami stanów początkowych z populacji sieci zgodnie z wartością funkcji celu.
9. Utworzenie za pomocą operatora krzyżowania Goldberga dwóch potomnych stanów początkowych HANN i dołączenie ich do nowej populacji.
10. Mutacja losowo wybranych stanów początkowych HANN z niskim prawdopodobieństwem  $p$ .
11. Neuronowa optymalizacja populacji HANN.
12. Ocena wartości funkcji celu dla każdej HANN.
13. Wyznaczenie minimalnej wartości funkcji celu  $f^{**}$  dla każdej populacji.
14. Jeżeli  $f^{**} > f^*$  to  $i:=i+1$ , w przeciwnym razie  $i:=0$  (przy maksymalizacji funkcji celu).
15. Jeżeli  $i > I$  to STOP. W przeciwnym razie skok do kroku 8.

Powyższy algorytm genetyczny operuje na populacji analogowych sieci Hopfielda. Warto podkreślić, że każda HANN posiada identyczną liczbę neuronów, identyczną strukturę połączeń synaptycznych oraz jednakową wartość wag synaptycznych, wejść zewnętrznych i współczynników wzmocnienia funkcji aktywacji. Jako podstawę zmian parametrów sieci Hopfielda przyjęto zmianę wartości stanów początkowych ze względu na istotny wpływ stanów początkowych na uzyskiwane przez sieć minimum lokalne funkcji energetycznej.

Wstępne wyniki numeryczne potwierdzają, że powyższy algorytm genetyczno-neuronowy jest bardzo przydatny do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych ze szczególnym uwzględnieniem problemów optymalizacji wielokryterialnej.

## 5. Problem optymalizacji przydziałów modułów programowych

Rozważa się następujący problem optymalizacji zero-jedynkowej związany z rozdziałem  $V$  modułów programowych między dwa komputery [4] jako zadanie optymalizacji wielokryterialnej projektowania przydziałów optymalnych w sensie Pareto w odniesieniu do modułów programowych oraz typów komputerów [ ]. Niech

1)  $X$  - zbiór rozwiązań dopuszczalnych

$$X = \{x \in B^{2V+J} \mid x = (x_{11}, \dots, x_{v1}, \dots, x_{v2}, x_{11}^{\pi}, \dots, x_{ij}^{\pi}, \dots, x_{2j}^{\pi})^T; B = \{0,1\};$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^2 x_{vi} = 1, \quad v = \overline{1, V}; \quad \sum_{j=1}^J x_{ij}^{\pi} = 1 \quad i = \overline{1, 2}; \end{aligned} \right\}$$

2)  $F$  - wektorowe kryterium jakości

(1)

$$F : X \rightarrow R^2$$

$$F(x) = [F_1(x), F_2(x)]^T \quad x \in X$$

$$F_1(x) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^J \delta_j x_{ij}^{\pi}$$

$$F_2(x) = \sum_{j=1}^J \sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^2 t_{vj} x_{vi} x_{ij}^{\pi} + \sum_{v=1}^V \sum_{u=1}^V \sum_{i=1}^2 \tau_{vu} x_{vi} (1 - x_{ui})$$

3)  $L$  - relacja dominowania leksykograficznego [1].

W powyższym problemie optymalizacyjnym wykorzystano następujące oznaczenia:  
 $W = \{w_1, w_2\}$  - zbiór węzłów przetwarzania,

$\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_j, \dots, \pi_J\}$  - zbiór typów komputerów,

$\delta_j$  - koszt komputera typu  $\pi_j$ ,

$t_{vj}$  - czas przetwarzania modułu  $m_v$  na komputerze typu  $\pi_j$ ,

$\tau_{vu}$  - czas komunikacji między modułami  $m_v$  oraz  $m_u$ , które są przetwarzane na różnych komputerach,

$x_{ij}^{\pi} = 1$ , jeżeli komputer typu  $\pi_j$  jest przydzielony do węzła  $w_j$ , a w przeciwnym wypadku jest 0, dla  $v = \overline{1, V}$ ;  $j = \overline{1, J}$ ;

$x_{vi} = 1$ , jeżeli moduł  $m_v$  jest przydzielony do węzła  $w_i$  oraz 0 w przeciwnym wypadku, dla  $v = \overline{1, V}$ ;  $i = \overline{1, 2}$ ;

Szczegółowy opis modelu matematycznego przetwarzania modułów programowych w systemie dwukomputerowym znajduje się w pracy [4], gdzie przedstawiono również zależności do wyznaczania wartości wag synaptycznych oraz wejść zewnętrznych analogowej sieci Hopfielda do wyznaczania leksykograficznych przydziałów operacji do procesorów.

## 6. Wnioski końcowe

W pracy, zaproponowano wykorzystanie algorytmu genetycznego operującego na populacji sztucznych sieci neuronowych w celu rozwiązania zero-jedynkowego zagadnienia optymalizacji leksykograficznej. Rozpatrywany algorytm genetyczno-neuronowy może być zastosowany do rozwiązywania innych zagadnień optymalizacji, dla których znane są optymalizujące sieci neuronowe.

## Literatura

1. Ameljańczyk A.: *Optymalizacja wielokryterialna*. WAT, Warszawa 1986.
2. Arbib M.A.: *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press, Holland JH, 1975.
3. Bac F. Q., Perov V.L.: *New evolutionary genetic algorithms for NP-complete combinatorial optimization problems*, *Biological Cybernetics*, Vol. 69, 1993, pp. 229-234.
4. Balicki J.: *Artificial neural networks for multicriteria optimization problems of program modules allocations*. *Proceedings of the 8th International Symposium*, Vol.3, Technical University of Łódź, Zakopane 1995, pp. 1-6.
5. Boseniuk T., Ebeling W., Engel A.: *Boltzmann and Darwin strategies in optimization*, *Phys Lett* 125A, 1987, pp. 307-310.
6. Brady RM.: *Optimization strategies learned from natural evolution*. *Nature* 317, 1985, pp. 804-806.
7. Domański P.D., Arabas J.: *A genetic approach to the linguistic modelling*, *Proceeding of The 8th International Symposium on „Control-System -Modelling”*, Zakopane 1995, pp. 224-229.
8. Ferreira P.A.V., Borges T.C.D.: *System Modeling and Optimization Under Vector- Valued Criteria*. *Automatica*, Vol. 30, No. 2, 1994, pp. 331-336.
9. Fogel D.B.: *An evolutionary approach to the traveling salesman problem*. *Biol Cybern* 60, 1988, pp. 139-144.
10. Fontana W., Schuster P.: *A computer model of evolutionary optimization*. *Biophys Chem* 26, 1987, pp. 123-147.
11. Goldberg D.E., Lingle R.: *Alleles, loci, and the traveling salesman problem*, *Proceedings of the International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Carnegie Mellon University, Pitsburg 1985, pp. 154-159.
12. Hertz J., Krogh A., Palmer R.: *Wstęp do obliczeń neuronowych*, WNT, Warszawa 1993.



13. Hipel K.H., Radford K.J., Fang L.: *Multiple Participant - Multiple Criteria Decision*. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 23, No.4, July/August 1993, pp. 1184-1189.
14. Holland J.H., *Adaptation in natural and artificial systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
15. Korbicz J., Obuchowicz A., Uciński D.: *Sztuczne sieci neuronowe*, AOW PLJ, Warszawa 1994.
16. Liepins GE., Hilliard MR.: *Genetic algorithms. Foundations and applications*. Ann Oper Res 21, 1989, pp. 31-58.
17. Lillo W.E., Hui S., Żak H.: *Neural Networks for Constrained Optimization Problems*. Int. J. of Circuit Theory and Applications, vol.21, 1991, pp. 385-399.
18. Michalewicz Z.: *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolutionary Programs*, Springer Verlag, 1992.
19. Park D., Kandel A., Langholz G.: *Genetic-Based New Fuzzy Reasoning Models with Application to Fuzzy Control*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 24, No. 1, January 1994, pp. 39-47.
20. Seaman C. M., Desrochers A. A.: *A Multiobjective Optimization Approach to Plastic Injection Molding*. IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, Vol. 23, No. 2, March/April 1993, pp. 414-425.
21. Sun K.T., Fu H.C.: *A Hybrid Neural Model for Solving Optimization Problems*. IEEE Trans. on Computers, vol.42, No.2, February 1993, pp. 219-227.
22. Tadeusiewicz R.: *Sieci neuronowe*. AOW, Warszawa 1993.
23. Wang Q.: *Optimization by simulating molecular evolution*. Biol Cybern 57, (1987), pp. 95-101.

### Streszczenie

W pracy zaproponowano wykorzystanie algorytmów genetycznych do rozwiązywania zagadnień optymalizacji leksykograficznej. Zaprezentowano trzy jakościowo różne podejścia do formułowania algorytmów genetycznych. Rozważania zilustrowano algorytmem genetycznym operującym na populacji sztucznych sieci neuronowych Hopfielda zaprojektowanych do wyznaczania leksykograficznych przydziałów modułów programowych.

## GENETIC-NEURAL ALGORITHM IN HIERARCHICAL OPTIMIZATION FOR FINDING OPERATION ASSIGNMENTS TO PROCESSORS

### Summary

In this paper, analog Hopfield's artificial neural networks HANN which are used by genetic algorithms for solving optimization problems with a hierarchical relationship have been proposed. Three different approaches for genetics algorithms are presented. Especially, algorithm for finding hierarchical assignment of program modules has been considered.

## WIELOKRYTERIALNY MODEL INFLACJI W POLSCE W OKRESIE TRANSFORMACJI GOSPODARKI

### 1. Wprowadzenie

Inflacja ogarnęła w zasadzie cały współczesny świat. W procesy inflacyjne uwikłane są wszystkie gospodarki narodowe. Jednakże trudno jest ująć współczesną inflację światową w ogólne ramy. Fakt ten wynika z tego, że jest to zjawisko zróżnicowane zarówno pod względem złożoności przyczyn, jak i niejednolitego oddziaływania na kształtowanie się wzrostu gospodarczego, zatrudnienia, podziału dochodów i wielu innych procesów gospodarczych i społecznych. Trudno więc dokonać uniwersalnych uogólnień, które pozwoliłyby na sformułowanie skutecznego programu antyinflacyjnego w skali międzynarodowej. Każdy kraj bowiem ma swoją specyfikę, mniej lub bardziej bogatą. Dlatego ważne jest znalezienie odpowiedniego aparatu narzędzi tłumiących inflację, dostosowanego do określonej specyfiki danego kraju.

W dalszej części pracy dokonano próby matematycznej analizy zjawisk zachodzących w ostatnich latach w Polsce i bezpośrednio związanych z inflacją. Przyjęto wykładniczą postać funkcji opisującej inflację oraz funkcji określającej negatywne skutki tłumienia inflacji. Aproksymowane na podstawie danych z lat 1991-1995 funkcje zastosowano w polioptymalnym modelu matematycznym inflacji. Wykorzystując go można symulować pewne zjawiska z najbliższej przyszłości. Wielokryterialna analiza optymalizacyjna prowadzi do sytuacji, w której decydent wspomagany niezbędnymi informacjami o możliwych decyzjach kompromisowych, potrafi na podstawie dodatkowych kryteriów wybrać decyzję preferowaną. Powinna to być decyzja najskuteczniej tłumiąca inflację, przy jednoczesnej minimalizacji jej negatywnych skutków odczuwanych przez społeczeństwo.

### 2. Przyczyny inflacji

Inflacja jest zjawiskiem towarzyszącym procesom gospodarczym, zarówno w krajach uprzemysłowionych, jak i rozwijających się, pojawiających się ze szczególną siłą w związku z zaburzeniami politycznymi i gospodarczymi [1]. Najogólniej inflację można zdefiniować jako proces trwałego wzrostu ogólnego poziomu cen przy uwzględnieniu zmian jakości towarów w pewnym okresie. W wyniku badania rozwijających się obecnie procesów inflacyjnych, ekonomiści podjęli próbę wydzielenia i sklasyfikowania różnego rodzaju typów inflacji w zależności od źródeł ich powstawania oraz próby sprecyzowania mechanizmów rządzących tymi zjawiskami. Rozpatrując inflację od strony jej przyczyn można wyróżnić dwie koncepcje [2]:

- koncepcję tłumaczącą powstanie inflacji nadmiernym popytem (*demand - pull inflation* lub *demand - side induced inflation*) oraz
- koncepcję tłumaczącą wzrost cen przyczynami podażowymi, zwłaszcza zaś nadmiernym wzrostem kosztów (*cost - push* lub *supply - side induced inflation*).

---

\*\* Uniwersytet Szczeciński, Katedra Makroekonomii, 71-101 Szczecin, ul. Mickiewicza 66

\* Politechnika Szczecińska, Instytut Inżynierii Lądowej, 70-311 Szczecin, Al. Piastów 50

Obie koncepcje mogą występować w wielu różnych odmianach, ponadto stale podlegają ewolucji. Na przykład odmianą teorii popytowej jest monetarystyczna teoria inflacji wykazująca, że bezpośrednią przyczyną inflacji jest ilościowy wzrost pieniądza w obiegu. Z kolei teorie kosztowa i dochodowa spokrewnione są z teorią podażową.

Inflacja popytowa, zwana też inflacją nabywców, pojawia się w chwili, gdy popyt globalny przekracza zdolności produkcyjne gospodarki. Równowagę między popytem a podażą przywraca wzrost cen. Jako główni winowajcy inflacji popytowej wskazywani są zazwyczaj budżet państwa oraz bank centralny. Budżet państwa finansując swoje nadmierne wydatki za pomocą deficytu budżetowego, który pokrywany jest najczęściej przez dodatkową emisję pieniądza lub przez emisję papierów wartościowych i ich sprzedaż na rynku kapitałowym, powoduje powstawanie długu publicznego, a także znaczne koszty jego obsługi. Bank centralny zaś utrzymując stopę procentową na niskim poziomie zasila gospodarkę nadmiernymi kredytami w stosunku do potrzeb obiegu, co prowadzi do nadmiernego popytu inwestycyjnego oraz konsumpcyjnego.

Dla koncepcji inflacji podażowej charakterystyczne jest upatrywanie przyczyn inflacji w procesie produkcji. Podażowe przyczyny inflacji nazywa się często kosztowymi, a wywołaną przez nie inflację określa się jako kosztową. Wzrost kosztów produkcji, jako zasadnicza przyczyna procesów inflacyjnych, może wynikać z nie skorelowanego ze wzrostem wydajności pracy wzrostu płac, wzrostu cen narzucanych przez monopole czy z drożenia importowanych surowców i materiałów.

W praktyce rozgraniczanie popytowych i podażowych przyczyn inflacji jest bardzo trudne. Poszczególne czynniki mogą działać równocześnie, zarówno od strony popytu, jak i od strony podaży. Ich ostatecznym rezultatem jest jednak niezmiennie inflacja.

Komisja Wspólnot Europejskich przeprowadzając analizę źródeł inflacji wyodrębniła pięć czynników, które w różnym stopniu wpływają na stopę inflacji. Są to: ceny w imporcie, kurs walutowy, płaca na jednostkę PKB, podatki pośrednie, zyski brutto [3]. Ponadto przyczynę powstawania zjawiska inflacji w zachowaniu społeczeństwa ukazuje tzw. teoria samospelniających się oczekiwań, która wyjaśnia, że ludność spodziewając się w krótkim okresie czasu wzrostu cen, podejmuje zwiększone wydatki na konsumpcję, co w efekcie wywołuje lub przyspiesza uruchomienie mechanizmu inflacyjnego.

Podobnie jak nie ma jednoznacznej definicji pojęcia inflacji, tak również nie ma jednego uniwersalnego miernika inflacji. Najczęściej stosowanym miernikiem inflacji jest wskaźnik cen konsumpcyjnych (Consumer Price Index, CPI). Powstaje on na podstawie „koszyka towarów konsumpcyjnych”, w którym dobra konsumpcyjne są zestawione w taki sposób, w jaki konsumowane były przez prywatne gospodarstwa domowe w roku przyjętym za bazowy. Ponieważ indeks cen towarów konsumpcyjnych obejmuje dobra, które konsumenci nabywają regularnie, jest on określany również mianem indeksu kosztów utrzymania. Indeks ten dla wybranego roku oblicza się dzieląc koszty nabycia „koszyka towarów konsumpcyjnych” w tym roku przez jego koszt w roku przyjętym za bazowy. Wynik następnie mnożony jest przez 100. Indeks ten obejmuje jednak jedynie zmiany cen dóbr konsumpcyjnych. Dlatego też indeksem o charakterze bardziej ogólnym jest deflator cen produktu narodowego brutto (PNB), który obejmuje zmiany cen wszystkich wytworzonych w danym okresie dóbr i usług finalnych, czyli

zarówno dóbr konsumpcyjnych, jak też inwestycji, surowców, produktów przemysłowych, produktów rolnych itp. Deflator cen PNB wyraża koszt nabycia dóbr i usług finalnych uwzględnionych w PNB w wybranym roku w stosunku do kosztu nabycia tych samych pozycji w roku bazowym. Gdy jednak dokona się takich przeliczeń danych dotyczących każdego roku, zmiany PNB w czasie odzwierciedlają zmiany rzeczywistej produkcji, a nie zmiany poziomu cen. Dlatego pomiaru inflacji dokonuje się zazwyczaj za pomocą obu indeksów: indeksu cen towarów konsumpcyjnych oraz deflatora PNB. Służy do tego celu miernik zwany roczną stopą inflacji  $\pi$ . Oblicza się ją następująco:

$$\pi = \frac{CPI_t - CPI_{t-1}}{CPI_{t-1}} \cdot 100\%$$

gdzie:  $CPI_t$  - indeks cen towarów konsumpcyjnych roku badanego

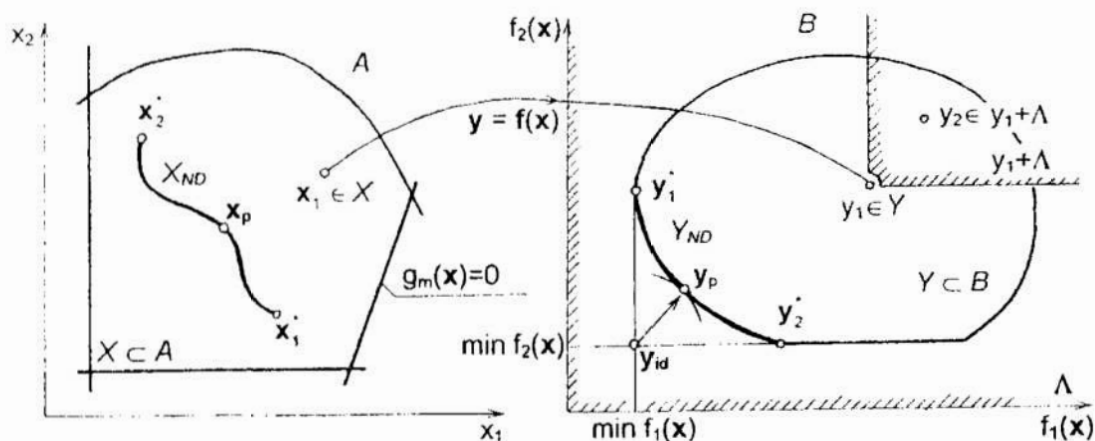
$CPI_{t-1}$  - indeks cen towarów konsumpcyjnych roku bazowego.

Stopa inflacji liczona według tego miernika może być albo w ujęciu średniorocznym, gdzie stosowana jest przeciętna z roku, albo jako tzw. stopa inflacji grudzień do grudnia, gdzie przyjmuje się do wyliczeń indeks cen towarów konsumpcyjnych na dzień 31 grudnia danego roku.

Inflacja jest więc zjawiskiem o złożonym charakterze i walka z nią jest procesem skomplikowanym. Różne warianty polityki antyinflacyjnej łagodzą jej przebieg, wymagają jednak prawidłowej diagnozy pierwotnych przyczyn wywołujących inflację oraz dostosowania do specyfiki społeczno-ekonomicznej poszczególnych krajów.

### 3. Charakterystyka analizy wielokryterialnej

Na podejmowane decyzje wpływ ma zazwyczaj wiele czynników. Decydentowi zależy na tym, aby przyjęta przez niego strategia przyniosła jak największe efekty, bądź też aby jak najbardziej niwelowała niekorzystne skutki podjęcia określonych działań. Przygotowanie odpowiednich danych, ułatwiających podjęcie trafnej decyzji, może być przeprowadzone w wyniku rozwiązania odpowiednio zdefiniowanego zadania optymalizacji wielokryterialnej. Zadanie takie jest sformułowane jeżeli dla danego obiektu (np. poziomu inflacji) określone zostaną, zmienne decyzyjne, ograniczenia i kryteria optymalizacji oraz przyjęta będzie relacja porządkująca oceny rozwiązań [4]. W dalszych rozważaniach zastosowano następujące oznaczenia (rys. 1):



Rys. 1

$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N]^T$  - wektor zmiennych decyzyjnych,  $n \in N = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  
 $X$  - obszar dopuszczalny,  $X \subset A$ ,  $A$  - przestrzeń zmiennych decyzyjnych,  $A \subset R^N$ ,  
 $g_m(\mathbf{x}) \leq 0$  - ograniczenia nałożone na zmienne decyzyjne,  $m \in M = \{1, 2, \dots, M\}$ ,  
 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_j(\mathbf{x}), \dots, f_J(\mathbf{x})]^T$  - wektor funkcji celu,  $j \in J = \{1, 2, \dots, J\}$ ,  
 $Y$  - zbiór ocen rozwiązań,  $Y \subset B$ ,  $B$  - przestrzeń celu,  $B \subset R^J$ ,  
 $\mathcal{R}_\Lambda$  - stożkowa relacja dominowania ze stożkiem  $\Lambda$  określonym w przestrzeni  $R^J$  [4]:

$$\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_J\} \in \{R^J : \lambda_j \geq 0 \text{ albo } \lambda_j \leq 0, \quad j \in J = \overline{1, J}\},$$

$Y_{ND}$  - zbiór ocen niezdominowanych (optymalnych w sensie Pareto):

$$Y_{ND} = f(X_{ND}) = \underset{\mathbf{x} \in X}{\text{Opt}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y}_{ND}^k \in Y : \neg \exists \mathbf{y}_i \in Y \wedge \mathbf{y}_i \neq \mathbf{y}_{ND}^k, \text{ takie że } \mathbf{y}_{ND}^k \in \mathbf{y}_i + \Lambda\},$$

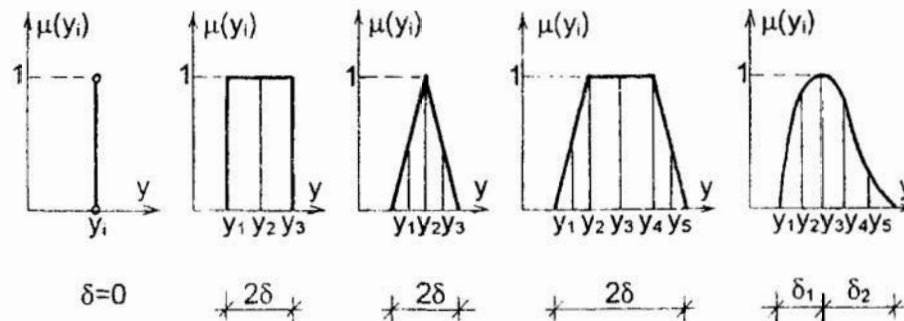
$X_{ND}$  - zbiór rozwiązań niezdominowanych (Pareto-optymalnych):

$$X_{ND} = f^{-1}(Y_{ND}) = \{\mathbf{x}_{ND} \in X : \mathbf{y}_{ND} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{ND}) \in Y_{ND}\},$$

$y_{id}$  - ocena idealna,  $y_{id,j} = \text{Opt} \{f_j(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in X, j \in J\}$ ,  $\text{Opt} \in \{Max, Min\}$ ,

$y_p, \mathbf{x}_p$  - ocena preferowana  $y_p \in Y_{ND}$  i decyzja preferowana  $\mathbf{x}_p \in X_{ND}$ .

W zadaniach ekonomicznych mamy często do czynienia z decyzjami „miękkimi”. Może to być związane z koniecznością podejmowania decyzji w warunkach niepewności lub posługiwania się modelami matematycznymi aproksymującymi w przyszłość pewne zjawiska zidentyfikowane na podstawie danych z przeszłości. W takich przypadkach oceny dokonywane są z pewnym przybliżeniem, tzn. ocenom  $y_i$  znajdującym się w przedziale o szerokości  $2\delta$  przyporządkowana jest wartość funkcji przynależności  $\mu(y_i)$ . W zależności od sposobu interpretacji danej wartości oceny, można w analizie sytuacji decyzyjnej wykorzystać odpowiedni aparat matematyczny, np. analizę zbiorów rozmytych [5]. Na rys. 2 pokazano różne sposoby interpretacji wartości  $w_i$  pewnej zmiennej.

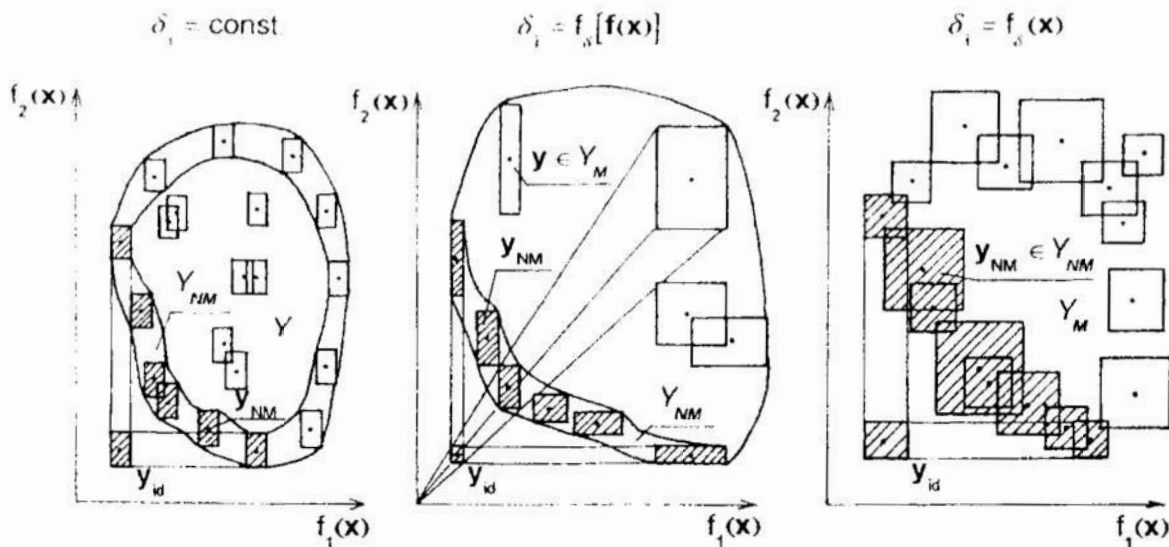


Rys. 2

Rozważając miękkie zadanie polioptymalizacji możemy mieć do czynienia z różnymi sposobami odwzorowania zbioru rozwiązań dopuszczalnych  $X$  w zbiór ocen  $Y$ . Wielkość odchylenia  $\delta$  może być stała dla  $j$ -tej funkcji celu (rys. 3a) lub uzależniona od wartości danej oceny (rys. 3 b), albo od wartości zmiennej decyzyjnej (rys. 3c). Niezależnie od tego miękkie zbiory ocen  $Y_M$  i miękkie zbiory ocen niezdominowanych  $Y_{NM}$  posiadają wiele cech wspólnych. Najistotniejsze z nich to:

- w przypadku zadań ciągłych brzeg zbioru jest nieostry, rozmyty
- oceny poszczególnych rozwiązań reprezentowane są przez  $J$ -wymiarowe rozmyte kostki zawarte w przestrzeni  $B \subset R^J$ ,

- w przypadku zadań dyskretnych zbiory  $Y_M$  i  $Y_{NM}$  składają się ze skończonej liczby  $J$ -wymiarowych rozmytych kostek ocen,
- rozmyte kostki ocen przyporządkowane różnym rozwiązaniom mogą posiadać części wspólne, lub nawet zawierać się.



Rys. 3

#### 4. Aproksymacja funkcji inflacji

Aproksymacja polega na doborze wyrażenia analitycznego  $f(x)$ , które będzie w przybliżeniu opisywać daną funkcję  $f_d(x)$  określoną tablicą wartości albo wykresem [6]. Proces dobierania wzoru empirycznego  $f(x)$  składa się z wyboru postaci funkcji i określenia wartości liczbowych dla występujących w nim parametrów. Parametry funkcji  $f(x)$  powinny być tak wyznaczone, aby funkcja aproksymująca spełniała pewne warunki, np. minimalizowała normę różnicy  $\|f_d(x) - f(x)\|$ . Aproksymacja funkcji  $f_d(x)$  funkcją  $f(x)$  powoduje pojawienie się błędów zwanych błędami aproksymacji. Wielkość uzyskiwanych odchyłek świadczy o jakości określonego wyrażenia. Graniczna wartość błędu powinna być wybrana na takim poziomie, aby zapewnić możliwość praktycznego wykorzystania funkcji aproksymacji  $f(x)$ .

Budując funkcję opisującą inflację  $\pi(x)$  uwzględniono trzy czynniki mające zasadniczy wpływ na jej wielkość:

- przeciętne wynagrodzenia nominalne ( $W$ ),
- emisję pieniądza gotówkowego ( $H$ ),
- stopę procentu kredytu bankowego ( $r$ ).

Wektor zmiennych decyzyjnych  $x$  ma postać  $x = [W, H, r]^T$ .

Po przeprowadzeniu analizy wstępnej, w której rozważono kilka często stosowanych funkcji aproksymacyjnych, przyjęto wykładniczą postać funkcji opisującej inflację

$$\pi(x) = D \cdot W^E \cdot H^F \cdot r^G,$$

gdzie:  $D, E, F, G$  - dobierane parametry funkcji. Funkcja o tej postaci uzyskiwała najniższe odchylenia

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{L} \cdot \sum_{i=1}^L [\pi(x) - \pi_d(i)]^2},$$

gdzie  $\pi_d(i)$  wielkość inflacji w skali roku w analizowanym okresie  $L=5$  lat.

Dane statystyczne, jakimi posłużono się w aproksymacji funkcji inflacji, zestawiono w tabelicy 1. Do analizy przyjęto lata 1991-95. Pierwsze lata transformacji gospodarki polskiej 1989-90 odrzucono z powodu zbyt wielkiego, negatywnego w sensie wielkości odchyień, wpływu na budowany model inflacji. Wyaprosymowana funkcja opisująca wielkość inflacji ma postać

$$\pi(x) = 0.9622 \cdot W^{0.0575} \cdot H^{-0.1394} \cdot r^{1.3364}$$

Maksymalne odchylenie z jakim wyznaczane są wartości inflacji zestawione w tabelicy 1 wynosi

$$\delta_x^a = 0.571 \%$$

Dane statystyczne gospodarki polskiej

Tablica 1

| Lata   | 1989 | 1990 | 1991  | 1992  | 1993  | 1994  | 1995  | 1996* |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Stopa inflacji - $\pi$   | 251  | 586  | 70.3  | 43.0  | 35.3  | 32.2  | 27.8  | 24.0  |
| Dynamika przec. wynagr. nomin. - W (narastająco) (rok poprzedni=100)     | -    | 100  | 170.6 | 236.8 | 310.9 | 413.3 | 567.8 | 766.5 |
| Dyn. emisji pieniądza gotówkowego H (narastająco) (rok poprzedni=100)    | -    | 100  | 141.7 | 197.9 | 254.2 | 308.3 | 447.9 | 582.3 |
| Dyn. stopy proc. kredytu bankowego - r (narastająco) (rok poprzedni=100) | -    | 100  | 51.9  | 37.6  | 34.1  | 32.5  | 30.3  | 28.2  |
| Rozdysponowanie nomin. dochodów do dyspozycji brutto gosp. domow. (w %)  |      |      |       |       |       |       |       |       |
| ➤ Konsumpcja - C   | -    | -    | 83.7  | 85.0  | 87.5  | 84.9  | 84.5  | 84.7  |
| ➤ Oszczędności - S   | -    | -    | 16.3  | 15.0  | 12.5  | 15.1  | 15.5  | 15.3  |
| Stopa bezrobocia - B   | -    | -    | 11.8  | 13.6  | 16.4  | 16.0  | 14.9  | 13.9  |

\* Prognoza własna

Podobną aproksymację przeprowadzono dla funkcji

- konsumpcji  $C(W, H, r) = C(x)$ ,
- oszczędności  $S(W, H, r) = S(x)$ ,
- bezrobocia  $B(W, H, r) = B(x)$ .

Uzyskano następujące postacie funkcji wykładniczych i odpowiadające im wartości odchyień

$$\begin{aligned}
C(\mathbf{x}) &= 85.830 \cdot W^{-0.1380} \cdot H^{0.1463} \cdot r^{-0.0072}, & \delta_C^a &= 2.296, \\
S(\mathbf{x}) &= 0.1359 \cdot W^{0.6181} \cdot H^{-0.3293} \cdot r^{0.8229}, & \delta_S^a &= 1.416, \\
B(\mathbf{x}) &= 102.93 \cdot W^{0.6334} \cdot H^{-0.7356} \cdot r^{-0.4308}, & \delta_B^a &= 1.881.
\end{aligned}$$

Należy zaznaczyć, że aproksymowane funkcje dotyczą określonej sytuacji gospodarczo-społecznej i nie mogą być bezpośrednio odnoszone do innych krajów. W miarę stabilizacji gospodarki polskiej zaproponowane funkcje ulegać będą modyfikacjom.

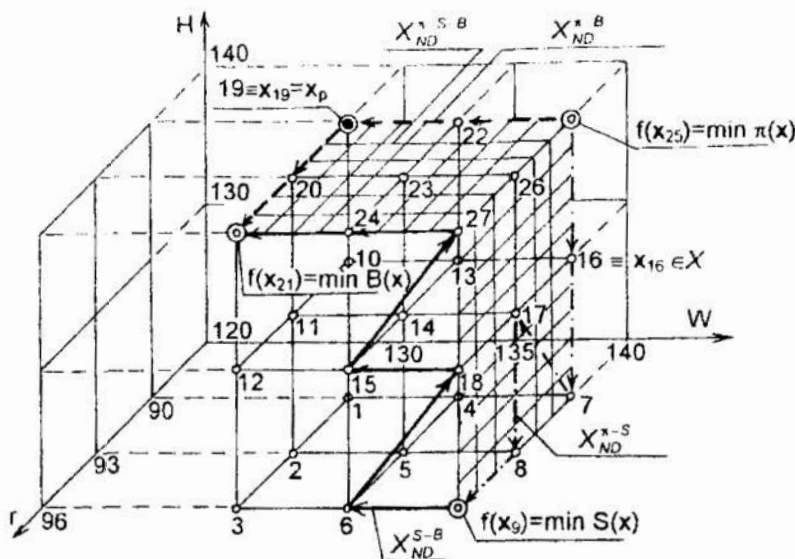
### 5. Wielokryterialna analiza inflacji

Wyaprosymowane funkcje opisujące inflację, konsumpcję, oszczędności i bezrobocie wykorzystane zostały w matematycznym modelu wielokryterialnej analizy inflacji. Przyjęto, że wektor funkcji celu ma następującą postać

$$f(\mathbf{x}) = [\pi(\mathbf{x}), S(\mathbf{x}), B(\mathbf{x})]^T.$$

Poszukuje się takiej decyzji, która minimalizuje funkcje  $\pi(\mathbf{x})$  i  $B(\mathbf{x})$  oraz maksymalizuje  $S(\mathbf{x})$ . Przyjęto, że wektor zmiennych decyzyjnych składa się z trzech elementów i ma identyczną postać jak w zadaniu aproksymacji. W rozważanym zadaniu zarówno przestrzeń decyzji  $A$  jak i przestrzeń celu  $B$  są trójwymiarowe ( $A \subset R^3$  i  $B \subset R^3$ ). Obszar dopuszczalny  $X$  przyjęto wprowadzając ograniczenia dyskretyzacyjne

$$X = \{\mathbf{x} = [W, H, r]^T : W \in \{130, 135, 140\}, H \in \{120, 130, 140\}, r \in \{90, 93, 96\}\}.$$



Rys. 4

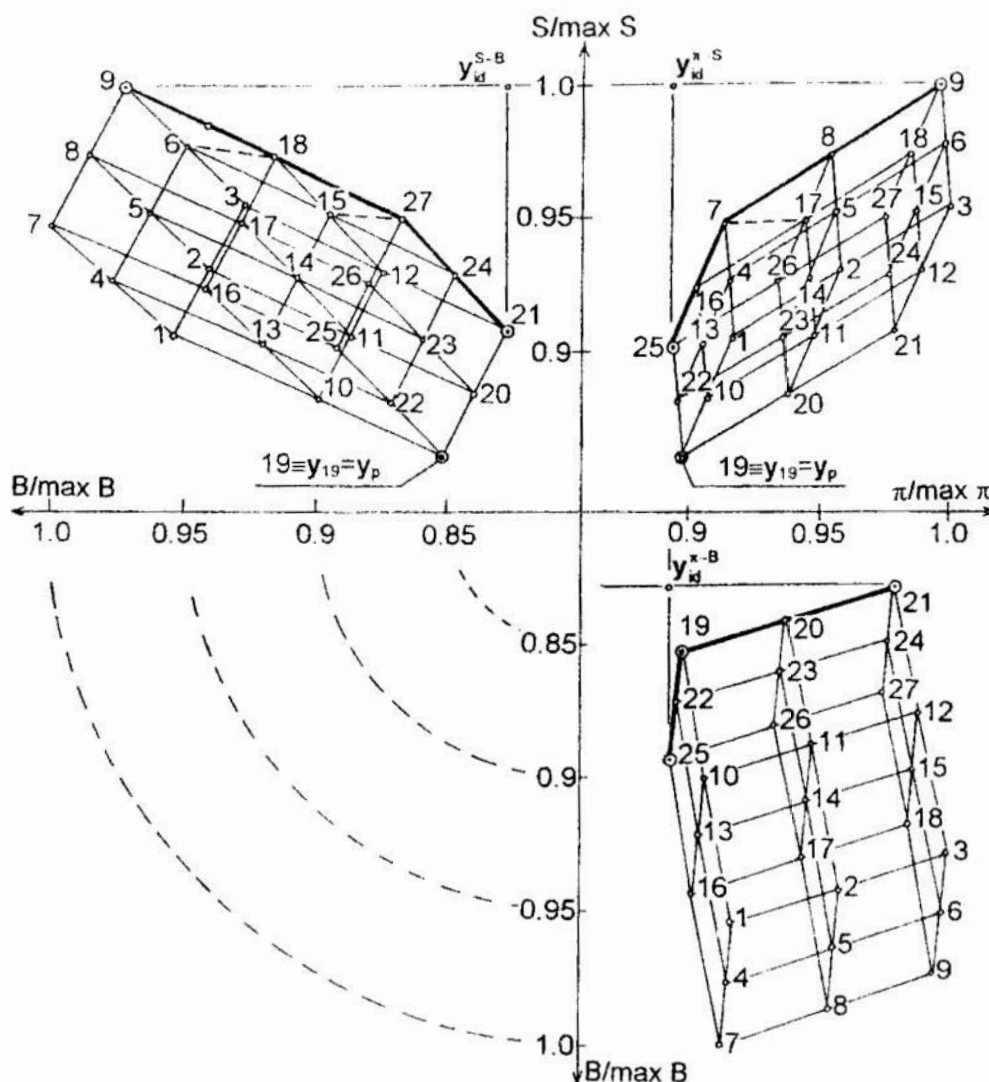
Na rys. 4 pokazano obszar decyzji dopuszczalnych, przypisując poszczególnym decyzjom  $\mathbf{x}_k$  ich numer porządkowy  $k$ . Ponieważ rozpatrywane zmienne decyzyjne mają być traktowane jako instrumenty tłumiące inflację, to ich zakres musi być inny niż wynikający z prognozy krótkoterminowej (porównaj tab. 1). Fakt ten powoduje oczywiście wzrost odchyłek z jakimi określane są wartości poszczególnych funkcji. Przyjmując 10%-owe zwiększenie odchyłek spowodowane przekroczeniem zakresu zmiennych uwzględnianego w aproksymacji, wartości odchyłek w zadaniu polioptymalizacji wyniosą

$$\delta_\pi = 0.63, \quad \delta_C = 2.53, \quad \delta_S = 1.56, \quad \delta_B = 2.07.$$



Sytuację decyzyjną zadania pokazano na rys. 5. Zbiór ocen decyzji  $Y$  przedstawiono w trzech rzutach płaskich  $Y^{\pi-S}$ ,  $Y^{S-B}$  i  $Y^{\pi-B}$  w kartezjańskim układzie współrzędnych. Poszczególnym ocenom  $y_k = f(x_k)$  przypisano numer porządkowy  $k$  odpowiadający decyzji  $x_k$ . Wartości funkcji celu unormowano do przedziału  $\langle 0,1 \rangle$ . W celu przejrzystego pokazania sytuacji decyzyjnej zaznaczono „twarde” (nierozymyte, ostre) wartości ocen poszczególnych decyzji. Oceny 7, 8, 9, 16, 17 i 25 tworzą zbiór ocen niezdominowanych  $Y_{ND}^{\pi-S} = \{y_7, y_8, y_9, y_{16}, y_{17}, y_{25}\}$  zadania dwukryterialnego

$$f(x) = \left[ \min_{x \in X_{ND}} f_1(x), \max_{x \in X_{ND}} f_2(x) \right]^T = \left[ \min_{x \in X_{ND}} \frac{\pi(x)}{\max \pi(x)}, \max_{x \in X_{ND}} \frac{S(x)}{\max S(x)} \right]^T$$



Rys. 5

Przynależność do zbioru ocen niezdominowanych oznacza, że danej oceny nie można jednoznacznie poprawić. Porównując przykładowo oceny 7 i 21 można stwierdzić, że ocena 7 poprawia ocenę 21, gdyż ma mniejszą wartość funkcji minimalizowanej (inflacji) oraz jednocześnie większą wartość funkcji maksymalizowanej (oszczędności). Poddając takiemu samemu porównaniu oceny 7 i 8 stwierdzamy, że

ocena 7 w stosunku do oceny 8 powoduje spadek inflacji przy jednoczesnym spadku oszczędności. Przyjęta relacja porządkująca  $\mathcal{R}_\Lambda$  nie jest więc w stanie wskazać oceny lepszej. Porządkując wg relacji  $\mathcal{R}_\Lambda$  zbiory  $Y^{S-B}$  i  $Y^{\pi-B}$  otrzymujemy odpowiednio zbiory ocen niezdominowanych (rys. 5)

$$Y_{ND}^{S-B} = \{y_{21}, y_{24}, y_{27}, y_{15}, y_{18}, y_6, y_9\} \quad \text{i} \quad Y_{ND}^{\pi-B} = \{y_{19}, y_{20}, y_{21}, y_{22}, y_{25}, y_1, y_4, y_7\}.$$

Korzystając z własności monotoniczności wektora funkcji celu łatwo zauważyć, że dwukryterialne zbiory ocen niezdominowanych zawarte są w zbiorze ocen zadania trójkryterialnego  $Y_{ND}^{\pi-S} \subset Y_{ND}$ ,  $Y_{ND}^{S-B} \subset Y_{ND}$ , i  $Y_{ND}^{\pi-B} \subset Y_{ND}$ . Ostatecznie więc zbiór ocen niezdominowanych zadania trójkryterialnego jest następujący

$$Y_{ND} = Y_{ND}^{\pi-S} \cup Y_{ND}^{S-B} \cup Y_{ND}^{\pi-B} \cup Y_{ND}^{\pi-S-B}.$$

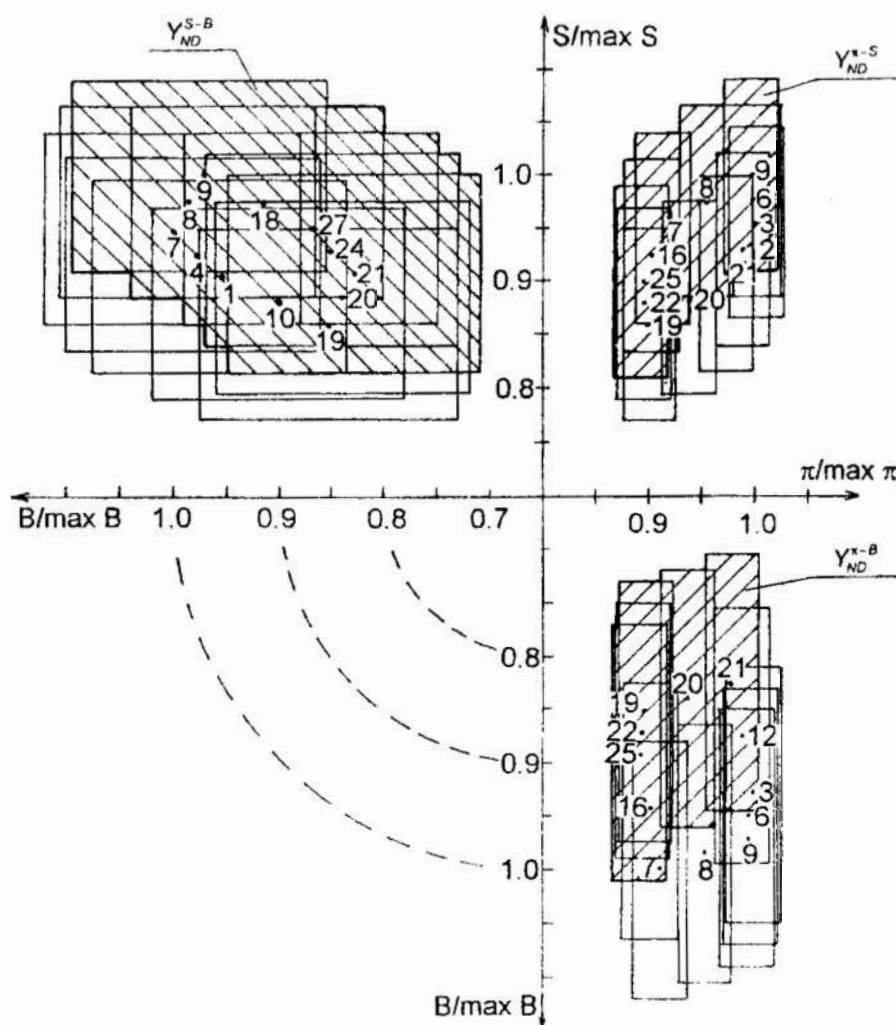
Analizując zbiór ocen decyzji niezdominowanych należy stwierdzić, że:

- decyzje ekstremalizujące badane kryteria oceny, tzw. decyzje narożne zbioru  $X_{ND}$  znajdują się na przeciwległych krańcach analizowanego zbioru decyzji  $X$  -  $f(x_{25}) = \min \pi(x)$ ,  $f(x_9) = \max S(x)$ ,  $f(x_{21}) = \min B(x)$  - rys. 4,
- przedstawione rozwiązanie dotyczy arbitralnie przyjętej dyskretyzacji przestrzeni decyzji; w rzeczywistości zadanie jest ciągle i oceny  $y_6$ ,  $y_{15}$  oraz  $y_{17}$  będą zdominowane, np. ocena  $y_6$  będzie zdominowana przez ocenę pośrednią znajdującą się pomiędzy ocenami  $y_9$  i  $y_{18}$  (rys. 5),
- do trójkryterialnego zbioru ocen niezdominowanych  $Y_{ND}^{\pi-S-B}$  wejdą dodatkowo oceny  $y_{17}$ ,  $y_{23}$  i  $y_{26}$ ,
- trójkryterialny zbiór decyzji niezdominowanych położony jest na dwóch płaszczyznach maksymalizujących przeciętne wynagrodzenia  $W$  oraz przyrost pieniądza gotówkowego  $H$ ,
- w dyskretnym zadaniu przy stosunkowo wąskich zakresach zmienności poszczególnych wielkości ekonomicznych otrzymano 15 decyzji niezdominowanych  $X_{ND}$ , co stanowi 55% liczebności dyskretnego zbioru  $X$ .

Miękkie zbiory ocen pokazano na rys. 6. Przyjęto przedziałową reprezentację ocen (funkcja przynależności  $\mu_A(w) = 1.0$  w przedziale  $2\delta$  - rys 2b), zaznaczając kropkami twarde oceny decyzji oraz prostokątami przedziały odpowiadające podwójnym odchyleniom wartości poszczególnych funkcji celu. Dla przejrzystości rysunku zaznaczono jedynie oceny tworzące miękki brzeg zbioru ocen. Dwukryterialne miękkie zbiory ocen niezdominowanych  $Y_{NM}^{\pi-S}$ ,  $Y_{NM}^{S-B}$  i  $Y_{NM}^{\pi-B}$  zakreskowano. Jak wynika z przeprowadzonej analizy, przy dość znacznych wartościach odchylenia  $\delta_i$ , poszczególne oceny rozmyte zachodzą na siebie. Oznacza to, że ta sama ocena może być wynikiem podjęcia różnych decyzji i to nie z powodu odwzorowania, jakim jest suriekcja, ale z powodu przynależności oceny do zbioru rozmytego  $Y_{NM}$ . Podejmujący decyzje na podstawie zaproponowanego modelu musi liczyć się z odchyleniami od przewidywanych wartości poszczególnych wielkości ekonomicznych. Jest to znamienne w sytuacji gospodarki polskiej, gdzie rządowe prognozy inflacji, nawet krótkoterminowe, mają odchylenia dochodzące 30 % w stosunku do wartości przewidywanych [7].

Zbiory  $Y_{ND}$  i  $X_{ND}$  stanowią obiektywny, niepoprawialny wynik zadania polioptymalizacji. Decydent ma przygotowane niezbędne informacje ułatwiające podjęcie o-

kreślonych działań. Ze zbioru decyzji niezdominowanych  $X_{ND}$  należy wskazać jedną decyzję preferowaną  $x_p$ , która będzie realizowana przez pewien okres, aż zaistnieją nowe okoliczności powodujące jej zmianę.



Rys. 6

Wyboru decyzji preferowanej dokonano metodą globalnej funkcji celu. Funkcja globalna jest zależnością skalarną wiążącą analizowane w zadaniu polioptymalizacji funkcje celu, jak również może zawierać inne nie uwzględniane dotychczas zjawiska ekonomiczne, mające wpływ na obiekt optymalizacji. Przyjęto, że takim zjawiskiem jest wielkość konsumpcji, której zależność od rozpatrywanych zmiennych decyzyjnych zadania wyaproksymowano wyżej. Poszukuje się minimum globalnej funkcji celu na zbiorze decyzji niezdominowanych  $X_{ND}$ , pomijając tym samym decyzje jednoznacznie gorsze - zdominowane przez każdą decyzję  $x_{ND} \in X_{ND}$ . Zadanie poszukiwania rozwiązania preferowanego  $x_p$  można zapisać następująco:

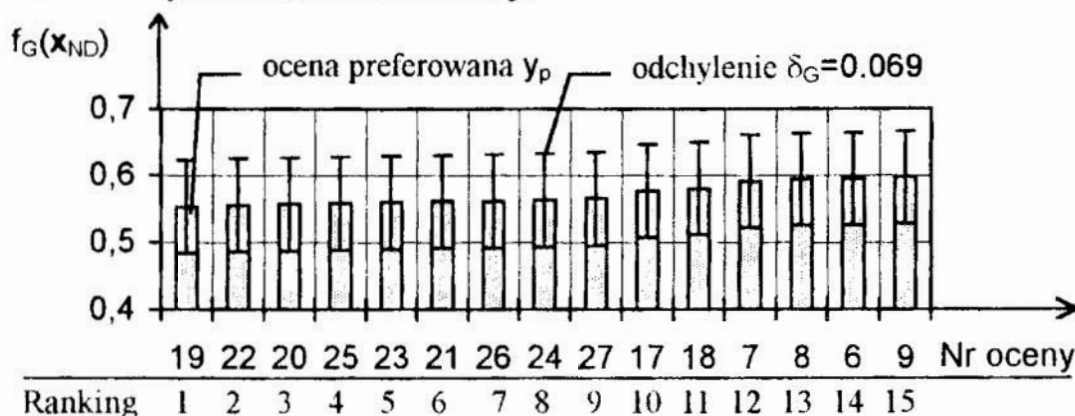
$$f_G(x_p) = \min_{x_{ND} \in X_{ND}} f_G(x_{ND}) = \min_{x_{ND} \in X_{ND}} \left\{ w_1 \cdot \frac{\pi(x_{ND})}{\max \pi(x)} + w_2 \cdot \left[ 1 - \frac{S(x_{ND})}{\max S(x)} \right] + w_3 \cdot \frac{B(x_{ND})}{\max B(x)} + w_4 \cdot \left[ 1 - \frac{C(x_{ND})}{\max C(x)} \right] \right\}$$

$$\text{gdzie: } \mathbf{x} \in X, \quad \mathbf{x}_{ND} \in X_{ND} \subset X, \quad \sum_{i=1}^4 w_i = 1.0 .$$

Współczynniki wag  $w_i$  globalnej funkcji celu powinny być określone przez decydenta reprezentowanego przez zespół ekspertów. W pracy przeanalizowano trzy niezależne wektory współczynników wag  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3, w_4]^T$ :

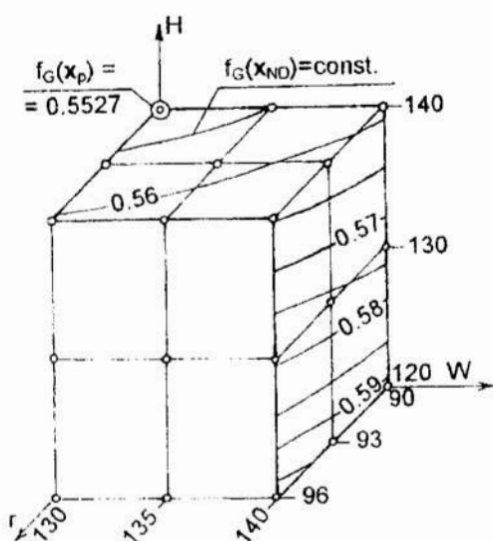
- $\mathbf{w}_I = [0.3, 0.2, 0.3, 0.2]^T$ ,
- $\mathbf{w}_{II} = [0.4, 0.2, 0.3, 0.1]^T$ ,
- $\mathbf{w}_{III} = [0.4, 0.2, 0.2, 0.2]^T$ .

Globalna funkcja celu dla powyższych współczynników wag, osiągnęła swoje minimum przy rozwiązaniu  $\mathbf{x}_{19} = \mathbf{x}_p = [W, H, r]^T = [130, 140, 90]^T$ . Oznacza to, że decyzja preferowana nie jest wrażliwa na przyjęte wartości wag. Wykres funkcji  $f_G(\mathbf{x}_{ND})$  dla wektora wag  $\mathbf{w}_I$  pokazano na rys. 7. Zaznaczono tam odchylenia, jakich mogą doznawać wyznaczone wartości funkcji.



Rys. 7

Rys. 8 przedstawia izoliny funkcji  $f_G(\mathbf{x}_{ND})$  w płaszczyznach tworzących zbiór rozwiązań niezdominowanych. Ocenę preferowaną  $y_p$  i decyzję preferowaną  $\mathbf{x}_p$  wyróżniono na rysunkach 4, 5 i 7.



Rys. 8

## 6. Uwagi końcowe

Przedstawiony aparat matematyczny pozwala na zbudowanie zależności funkcyjnych odzwierciedlających pewne zjawiska ekonomiczne. Na ich podstawie można przewidzieć jak zachowywać się będzie gospodarka, jeżeli podjęta zostanie określona strategia decyzyjna. Choć nie ma jednego decydenta, który bezpośrednio odpowiadałby za emisję pieniądza, stopę procentową i przeciętny poziom wynagrodzeń, to jednak rząd, jako podmiot regulujący procesami gospodarczymi kraju, wykorzystując odpowiednie aparaty narzędzi

może pośrednio oddziaływać mniej lub bardziej znacząco na poszczególne ekonomiczne wielkości. Proces podejmowania decyzji może być w znakomity sposób wspomagany przez sformułowanie i rozwiązanie zadania optymalizacji wielokryterialnej. Zbiór decyzji niezdominowanych powinien być poddany głębokiej analizie przez odpowiedni zespół ekspertów. Zwłaszcza w zagadnieniach ekonomicznych, gdzie mamy do czynienia z decyzjami miękkimi należy przewidzieć wielkości odchylenia od wartości analizowanych celów oraz skutki, jakie mogą one spowodować. W rzeczywistości proces podejmowania decyzji gospodarczych jest ciągły. Należy więc dla określonych decyzji wybrać odpowiednią perspektywę czasową i w zależności od potrzeb, w sposób dynamiczny, modyfikować kryteria optymalizacji.

#### **Literatura**

1. Zajda I.: Inflacja, kryzysy walutowe i gasnący mit złota monetarnego. *Poznańskie Roczniki Ekonomiczne*, tom 25, 1972, s. 183-185.
2. Elementy makro- i mikroekonomii dla inżynierów, red. St. Marciniak. PWN, Warszawa 1994.
3. *Europäische Wirtschaft*, Beheft A, 1991, nr 1.
4. Ameljańczyk A.: Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania. Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wydawnictwo PAN, Wrocław 1984.
5. Zadeh L. A. and others: *Fuzzy Sets and their applications to cognitive and decision processes*. Academic Press, New York 1975.
6. Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J.: *Metody numeryczne*. WNT, Warszawa 1995
7. Gronicki M., Wyżnikiewicz B.: Inflacja nadal groźna. *Życie Gospodarcze* nr 22/95.

#### **Streszczenie**

W większości krajów świata walka z inflacją stała się jednym z wiodących problemów nurtujących zarówno ekonomistów, jak i polityków. W pracy dokonano próby matematycznej analizy zjawisk zachodzących w ostatnich latach w Polsce i bezpośrednio związanych z inflacją. Przyjęto wykładniczą postać funkcji opisującej inflację oraz funkcji określających negatywne skutki tłumienia inflacji. Aproksymowane na podstawie danych z lat 1991-1995 funkcje zastosowano w polioptymalnym modelu matematycznym inflacji. Wykorzystując go można przewidzieć jak zachowywać się będzie gospodarka, jeżeli podjęta zostanie określona strategia decyzyjna.

#### **MULTICRITERIAL INFLATION MODEL DURING ECONOMY TRANSFORMATION IN POLAND**

#### **Summary**

An inflation became one of the most pervade problems for both economists and politicians of the world. This paper concerns the last years Poland's inflation by mathematical analysis tools. The exponential functions for inflation and negative results of inflation being kept down are taken into account. Those functions based on 1991-1995 data form a multicriteria optimization model. Having it as a base there is possible to anticipate the economy after a certain strategy has been chosen.

## ALGORYTMY REGULATORÓW MIKROPROCESOROWYCH

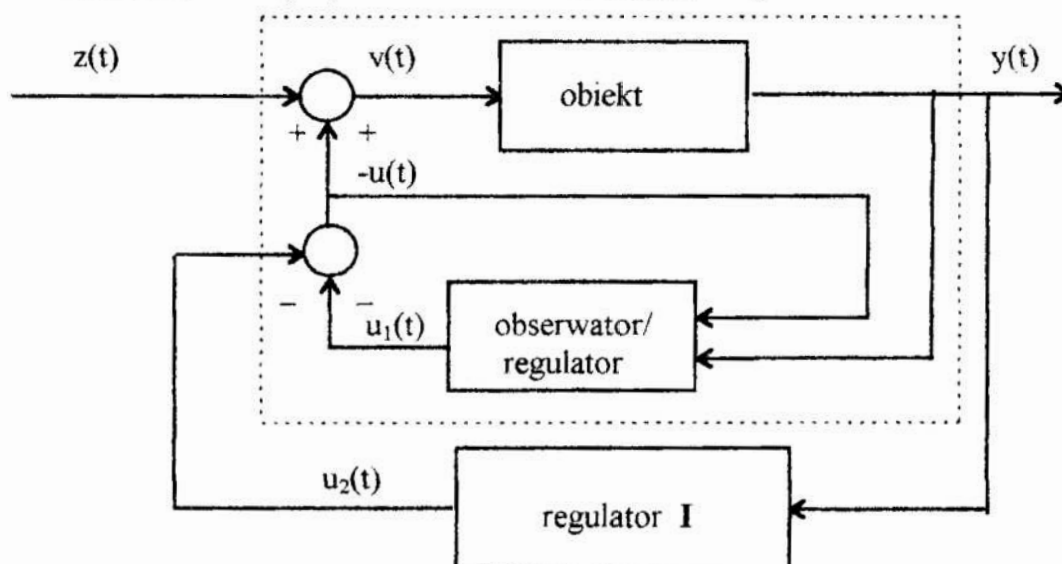
### 1. Wstęp

W ostatnich latach stały się dostępne na rynku różne regulatory mikroprocesorowe, zarówno zagraniczne jak i krajowe, np. firm : SIEMENS (Sipart 24D), LUMEL, Impact i in. Pomimo dużych mocy obliczeniowych implementowano w nich przede wszystkim algorytm PID i przy okazji po kilka dodatkowych funkcji. Wydaje się zatem, że pomimo dobrze rozwiniętej i ugruntowanej teorii [Wołowich 74, Kailath 80, Kaczorek 93], regulatory stanu nie są powszechnie stosowane w praktyce przemysłowej. Powstaje pytanie, czy i jakie byłyby zalety, względnie wady tych regulatorów w porównaniu do klasycznych algorytmów regulacji? Przeprowadzenie badań symulacyjnych i udzielenie odpowiedzi na to pytanie jest zasadniczym celem tego artykułu.

Przedstawiono algorytm syntezy regulatora stanu ze sprzężeniem całkującym. Rozważania przeprowadzono używając opisu ciągłego. Zakłada się, że mikroprocesorowe urządzenie sterujące będzie symulować obiekt dynamiczny w czasie rzeczywistym za pomocą metody Rungego-Kutty. Przeprowadzono badania symulacyjne przy użyciu pakietu Simulink (MATLAB), w których porównywano przebiegi przejściowe układu opartego na regulatorze PID i regulatorze stanu

### 2. Algorytm syntezy układów regulacji

Na rys. 1 przedstawiono proponowaną strukturę układu z regulatorem stanu.



Rys. 1. Struktura układu z regulatorem stanu

Fig. 1. The structure of a system with a state controller

\* Politechnika Wroclawska, Instytut Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów,  
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, tel. + 71 20 20 96  
email : wbolek@pwr.wroc.pl

Układ zaznaczony linią przerywaną realizuje proporcjonalne sprzężenie zwrotne od zmiennych stanu generowanych przez obserwator. W drugim sprzężeniu znajduje się człon, który całkuje sygnał wyjściowy. Obiekt jest opisany za pomocą transmitancji :

$$G(s) = \frac{r_{n-1}s^{n-1} + \dots + r_1s + r_0}{s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \dots + p_1s + p_0} \quad (1)$$

czemu odpowiada opis równaniami stanu w postaci kanonicznej dla obserwowania.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}v(t) \quad (2)$$

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t)$$

gdzie :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -p_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -p_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -p_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -p_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -p_{n-1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_{n-2} \\ r_{n-1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_{n-2} \\ p_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\mathbf{p}$  - wektor współczynników wielomianu charakterystycznego obiektu.

Obserwator / regulator generuje sygnał sterujący  $u_1(t)$  w oparciu o równania :

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}(t) + [\mathbf{b}, \mathbf{k}] \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$u_1(t) = \mathbf{g}^T \hat{\mathbf{x}}(t)$$

$\hat{\mathbf{x}}(t)$  - estymator stanu obiektu

$\hat{\mathbf{A}}$  - macierz obserwatora stanu (w postaci kanonicznej do obserwowania)

$\mathbf{g}$  - wektor sprzężenia zwrotnego od stanu

$\mathbf{k}$  - wektor obserwatora.

Regulator typu I generuje sygnał sterujący w oparciu o zależność  $u_2(t) = k_i \int_0^t y(\tau) d\tau$ .

Taka struktura pozwala na dowolne przesuwanie biegunów układu regulacji oraz na wyeliminowanie odchyłki statycznej [Kailath 80, str. 276].

Algorytm wyznaczania parametrów regulatora stanu.

Dane : Własności obiektu są określone za pomocą współczynników odpowiednich wielomianów :  $\mathbf{p}^T = [p_0, p_1, \dots, p_{n-1}]$  oraz  $\mathbf{r}^T = [r_0, r_1, \dots, r_{n-1}]$ .

Pożądane własności układu regulacji określone są wielomianem stopnia  $n+1$  o współczynnikach :  $\tilde{\mathbf{p}}^T = [\tilde{p}_0, \tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_{n-1}, \tilde{p}_n]$ .

Własności obserwatora zapewniające asymptotyczną zgodność zmiennych stanu i estymat :  $\hat{\mathbf{p}}^T = [\hat{p}_0, \hat{p}_1, \dots, \hat{p}_{n-1}]$ .

Szukane :

Parametry obserwatora :  $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{b}}, \mathbf{k}$

wektor sprzężenia proporcjonalnego :  $\mathbf{g}$

współczynnik całkowania :  $k_i$ .

Algorytm :

1. Mając dane współczynniki  $\tilde{\mathbf{p}}$  oraz  $\mathbf{r}$  wyznaczamy współczynnik całkowania oraz pożądany wielomian charakterystyczny  $\bar{\mathbf{p}} = [\bar{p}_0, \bar{p}_1, \dots, \bar{p}_{n-1}]$ , układu zaznaczonego linią przerywaną na rys. 1.

$$\begin{cases} k_i = \frac{\tilde{p}_0}{r_0} \\ \bar{p}_0 = \tilde{p}_1 - r_1 \frac{\tilde{p}_0}{r_0} \\ \bar{p}_1 = \tilde{p}_2 - r_2 \frac{\tilde{p}_0}{r_0} \\ \dots \\ \bar{p}_{n-2} = \tilde{p}_{n-1} - r_{n-1} \frac{\tilde{p}_0}{r_0} \\ \bar{p}_{n-1} = \tilde{p}_n \end{cases} \quad (5)$$

2. Wektor  $\mathbf{g}$  oblicza się z zależności,

$$\mathbf{g} = \left[ (\mathbf{QW})^T \right]^{-1} (\bar{\mathbf{p}} - \mathbf{p}), \text{ gdzie} \quad (6)$$

$\mathbf{Q} = [\mathbf{b} \quad \mathbf{Ab} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{b}]$  - macierz sterowalności,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & \dots & p_{n-2} & p_{n-1} & 1 \\ p_2 & p_3 & p_4 & \dots & p_{n-1} & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ - macierz współczynników obiektu}$$

3. Parametry obserwatora :

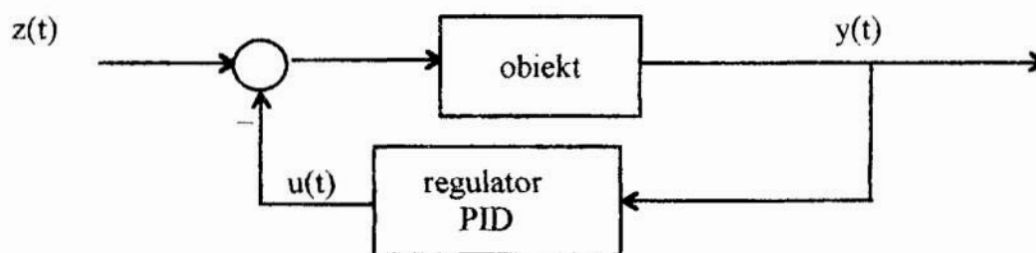
$$\mathbf{k} = \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}, \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\hat{p}_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\hat{p}_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -\hat{p}_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\hat{p}_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -\hat{p}_{n-1} \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{b}} = \mathbf{b} = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_{n-2} \\ r_{n-1} \end{bmatrix}$$

Do realizacji tego algorytmu napisano odpowiednią procedurę w programie „Mathematica”



Drugi z badanych układów jest oparty na klasycznym regulatorze PID.



Rys. 2. Układ z regulatorem PID.  
Fig. 2. System with PID controller.

Transmitancja regulatora ma standardową postać  $G_R(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$ . Dobór nastaw można dokonać np. metodą Zieglera - Nicholasa lub w oparciu o odpowiednie kryterium całkowe. Metody te są opisane m. in. w [Chorowski i Werszko 81].

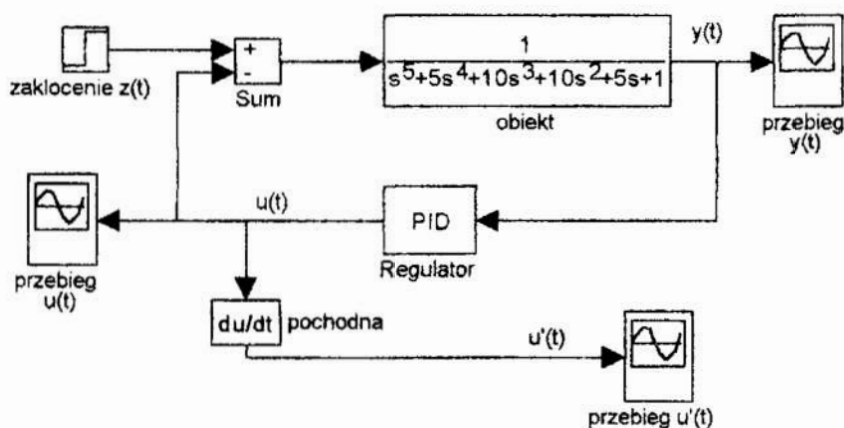
### 3. Badania symulacyjne

Przeprowadzono badania symulacyjne za pomocą pakietu Simulink. Zamodelowano układy regulacji stałowartościowej, z wartością zadaną  $y_z=0$ , i zakłóceniami wchodzącymi od strony sterowania. Przyjęto obiekt o następującej transmitancji :

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^5} \quad \mathbf{p}^T = [1,5,10,10,5].$$

Przeprowadzono cztery eksperymenty symulacyjne, w których rejestrowano przebiegi : sygnały wyjściowego  $y(t)$ , sygnału sterującego  $u(t)$  i jego pochodnej  $u'(t)$ , podczas skokowej zmiany zakłócenia.

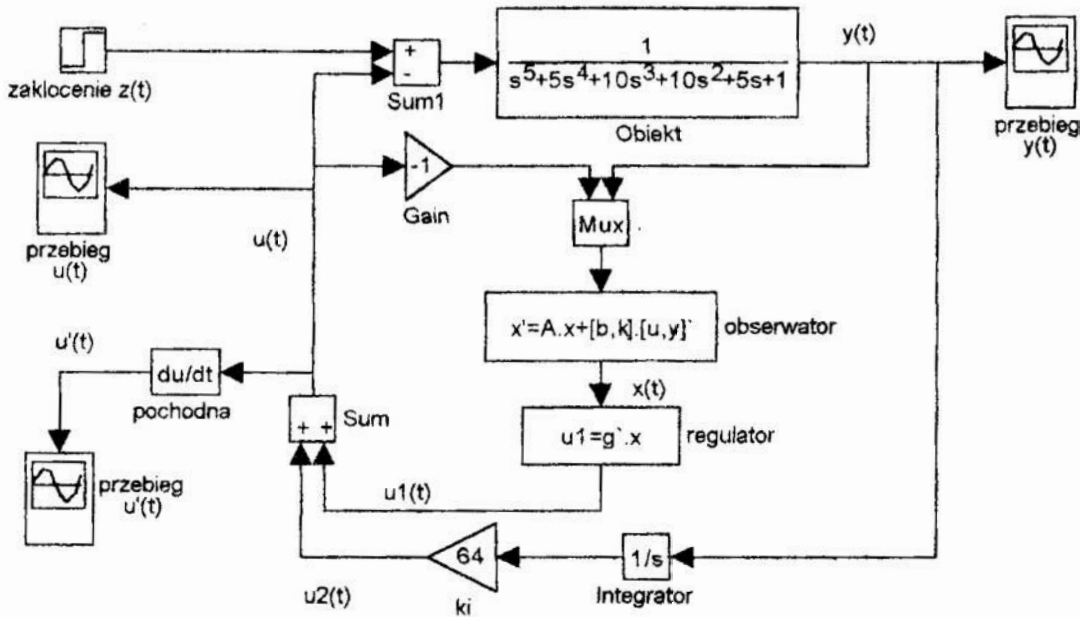
W pierwszych dwu eksperymentach badano układ z regulatorem PID. Schemat zamodelowanego układu przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3 Układu z regulatorem PID zamodelowany w Simulinku.  
Fig. 3 The system with PID controller modelled in Simulink

*Eksperyment 1.* Nastawy regulatora PID dobrano metodą Zieglera-Nicholasa. Parametry krytyczne :  $k_{pkr}=2.9$ ,  $T_{kr}=8.57$  [s]. Nastawy wyniosły :  $k_p=1.74$ ,  $T_i=4.28$ ,  $T_d=1.01$ .

*Eksperyment 2.* Dobrano nastawy optymalne dla przebiegu aperiodycznego (kryterium :  $\int e(t)dt$ ), dla modelu zastępczego Rotacza). Parametry modelu  $T_{ZR}=3.61[s]$ ,  $T_{OR}=2.5[s]$ . Nastawy miały wartości :  $k_p=1.36$ ,  $T_i=6$ ,  $T_d=1$ . Dla modelu zastępczego Kűpfműllera uzyskane nastawy dają o wiele gorsze przebiegi. W dwu kolejnych eksperymentach badano układ z regulatorem stanu, którego schemat przedstawiono na rys. 4. Należy zwrócić uwagę, że zakłócenie  $z(t)$  nie jest mierzalne i obserwator nie może wykorzystać bezpośrednio tej informacji.



Rys. 4 Układ z regulatorem stanu zamodelowany w Simulinku.  
Fig. 4 The system with a state controller modelled in Simulink.

Przyjęto następujący wielomian charakterystyczny obserwatora  $\hat{\psi}(s) = (s + 2)^5$ , dla którego poszczególne współczynniki miały wartości :  $\hat{\mathbf{p}}^T = [32, 80, 80, 40, 10]$ . Na podstawie zależności (7)  $\mathbf{k}^T = [31, 75, 70, 30, 5]$ . Wykonano eksperymenty dla dwu różnych pożądaných wielomianów charakterystycznych układu :

*Eksperyment 3.*  $\tilde{\psi}(s) = (s + 2)^6$ , dla którego  $\tilde{\mathbf{p}}^T = [64, 192, 240, 160, 60, 12]$ . Na podstawie zależności (5) i (6)  $k_i = 64$ ,  $\mathbf{g}^T = [7, 15, 5, -10, 6]$ .

*Eksperyment 4.*  $\tilde{\psi}(s) = (s + 3)^6$ , dla którego  $\tilde{\mathbf{p}}^T = [729, 1458, 1215, 540, 135, 18]$ . Na podstawie zależności (5) i (6)  $k_i = 729$ ,  $\mathbf{g}^T = [13, 60, 100, -20, -108]$ .

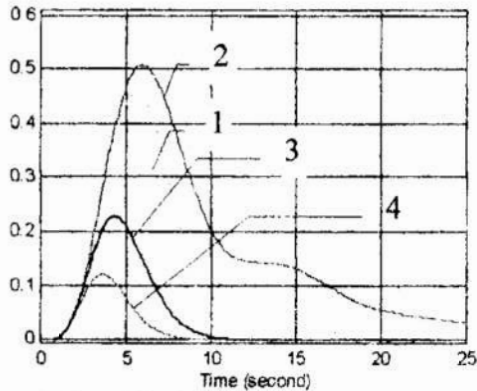
Wyniki tych eksperymentów zestawiono na rysunkach 5, 6, 7.

*Eksperyment 5.* Rozważono przypadek, w którym własności obiektu odbiegały od parametrów, dla których dobierano układ regulacji. Wektor współczynników wielomianu charakterystycznego obiektu w tym eksperymencie miał postać :

$$\mathbf{p}^T = [0, 3, 11, 8, 6].$$

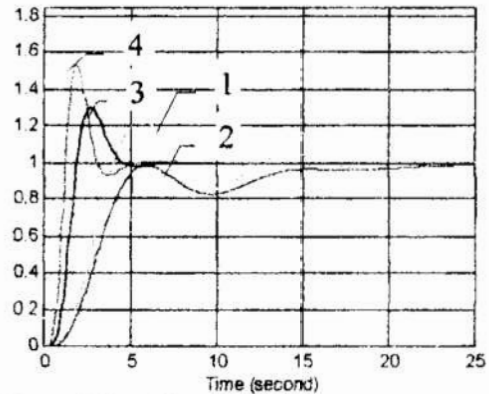
Zmieniało to istotnie własności dynamiczne obiektu. Przebiegi  $y(t)$  dla regulatorów i ich parametrów jak w eksperymentach 1-4 zestawiono na rysunku 8.

$y(t)$



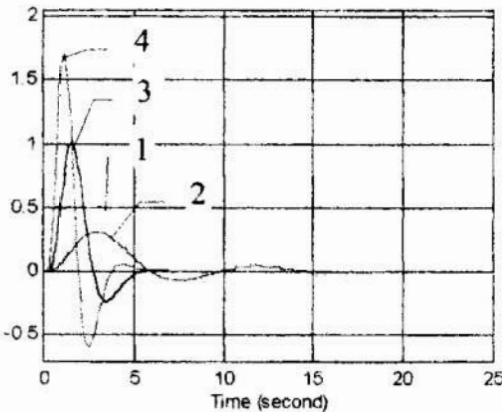
Rys. 5 Przebiegi  $y(t)$   
Fig. 5 Transients of  $y(t)$

$u(t)$



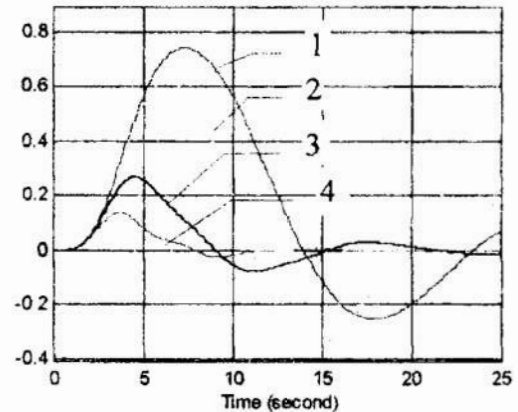
Rys. 6 Przebiegi  $u(t)$   
Fig. 6 Transients of  $u(t)$

$u'(t)$



Rys. 7 Przebiegi  $u'(t)$   
Fig. 7 Transients of  $u'(t)$

$y(t)$



Rys. 8 Przebiegi  $y(t)$  w eksperymencie 5.  
Fig. 8 Transients of  $y(t)$  in experiment 5.

Oznaczenia krzywych na rysunkach 5-8

Numer krzywej odpowiada numerowi eksperymentu, w którym uzyskano dany przebieg.

#### 4. Wnioski

Zastosowanie regulatora stanu daje lepsze parametry przebiegu przejściowego : odchyłka dynamiczna jest mniejsza, czas regulacji jest krótszy, nie ma przeregulowania. Przesuwając bieguny układu dalej na lewo można uzyskać jeszcze mniejszą odchyłkę i krótszy czas. Natomiast przebiegów z regulatorem PID nie da się poprawić, tzn. nie ma już takich nastaw, które można polepszyłyby jeszcze jakość regulacji.

Pozostaje pytanie : jaka jest cena, którą trzeba zapłacić za tak dobra jakość przebiegów przejściowych z regulatorem stanu ? Odpowiedź na to pytanie znajduje się na rysunkach 6 i 7. Regulator stanu wymaga większych wartości sygnału sterującego  $u(t)$ , a zwłaszcza znacznie większej pochodnej  $u'(t)$ . Oznacza to, że należy dostarczyć szybko i dużo energii do obiektu - jeżeli w ten sposób będziemy rozumieli sygnał sterujący. W praktyce może okazać się, że zespół wykonawczy nie będzie w stanie sprostać tym wymaganiom -

i to właśnie stanowi barierę przy przesuwaniu biegunów układu do minus nieskończoności (porównaj [Bolek 96]).

Wymagania stawiane przez regulator PID zespołowi wykonawczemu można w tym kontekście uznać za łagodne.

Z analizy rysunku 8 wynika, że regulator stanu jest bardziej odporny na zmianę parametrów obiektu niż regulator PID. Odchyłka dynamiczna i czas regulacji prawie nie uległy zmianie. Pojawiły się oscylacje, ale nie aż tak duże jak dla regulatora PID.

Z eksperymentów, których nie przytoczono w tym opracowaniu, wynika, że przesuwanie biegunów obserwatora dalej na lewo powoduje zwiększenie oscylacji w przebiegu sygnału sterującego. Im szybsza jest zbieżność estymat stanu do rzeczywistych zmiennych stanu, to tym cięższe są warunki pracy zespołu wykonawczego.

## 5. Posumowanie

W ostatnich latach nastąpił znaczący wzrost możliwości regulatorów mikroprocesorowych. Instaluje się w nich szesnastobitowe jednostki centralne i pamięci liczące kilkaset kb. Główny ciężar obliczeniowy przy realizacji regulatora stanu przypada na symulowanie w czasie rzeczywistym obserwatora, który jest opisany układem równań różniczkowych. Problem ten można rozwiązać za pomocą metody Rungego - Kuty. Przy obecnych możliwościach mikroprocesorów zaimplementowanie odpowiednich procedur nie powinno stanowić problemu. Jakkolwiek oczywistym jest, że regulator stanu ma znacznie bardziej skomplikowaną strukturę od regulatora PID.

Do syntezy regulatora stanu konieczna jest pełna znajomość parametrów obiektu. Zatem niewystarczające są proste modele zastępcze uzyskiwane na bazie charakterystyk skokowych. Niemniej jednak w ostatnich latach rozwinęły się metody identyfikacji obiektów ciągłych oparte na kryterium błędu równania różniczkowego (equation error). Istotą tych metod jest obliczanie pochodnych (bądź ich odpowiedników) za pomocą operacji liniowo dynamicznych (linear dynamic) na podstawie próbkowanych sygnałów [Unbehauen i Rao 87, Sinha i Rao 91], jak również [Bolek 93]. W ten sposób można uzyskać opis obiektu w postaci (1). Pomimo że otrzymane parametry modelu mogą się różnić od rzeczywistych parametrów obiektu, to jednak w świetle Eksperymentu 5 nie prowadzi to do katastrofalnych konsekwencji.

Przeprowadzone eksperymenty symulacyjne pozwalają stwierdzić, że dzięki regulatorom stanu można uzyskać o wiele lepsze własności układu regulacji niż za pomocą regulatora PID. Barię w uzyskiwaniu jeszcze lepszych własności jest dynamika urządzeń wykonawczych. Pożądane własności układu regulacji należy zawsze dostosowywać do możliwości tych urządzeń. W przeciwnym razie można doprowadzić nawet do niestabilności układu [Bolek 96].

Regulatory PID stawiają mniejsze wymagania zespołowi wykonawczemu, ale uzyskiwana jakość regulacji nie zawsze musi być satysfakcjonująca.

Zastosowanie pakietu Simulink w znacznym stopniu ułatwia prowadzenie badań symulacyjnych układów o złożonej strukturze - głównie poprzez zwiększenie czytelności modelowanego układu i możliwość łatwej zmiany struktury.

## Literatura

1. Bolek W. 1996 : *The influence of the Control Signal Derivative on the Desired Pole Location*. Int. Symp. MMAR'96, Międzyzdroje, September, materiał oddany do druku.
2. Bolek W. 1993 : *Zastosowanie funkcji ortogonalnych do identyfikacji obiektów liniowych*. praca doktorska, Polit. Wrocławska, Inst. Tech. Ciepłej i Mech. Płynów.
3. Chorowski B., Werszko M. 1981 : *Automatyzacja procesów przemysłowych - podstawy*. Wyd. Politechniki Wrocławskiej.
4. Kaczorek T. 1993 : *Teoria sterowania i systemów*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa
5. Kailath T. 1980 : *Linear Systems*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs NJ
6. Sinha N.K., Rao G.P. (eds) 1991 : *Identification of Continuous-Time Systems*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht NL.
7. Unbehauen H., Rao G.P. 1987 : *Identification of Continuous Systems*. North Holland, Amsterdam.
8. Wolovich W.A.: 1974 : *Linear Multivariable Systems*. New York, Springer.

## Streszczenie

Przedstawiono algorytm syntezy regulatora stanu ze sprzężeniem całkującym. Zakłada się, że mikroprocesorowe urządzenie sterujące będzie symulować obiekt dynamiczny w czasie rzeczywistym za pomocą metody Rungego-Kutty. Przeprowadzono badania symulacyjne przy użyciu pakietu Simulink (MATLAB), w których porównywano przebiegi przejściowe układu opartego na regulatorze PID i regulatorze stanu. Regulator stanu pozwala uzyskiwać lepszą jakość regulacji, ale ma znacznie większe wymagania co do możliwości zespołu wykonawczego.

## THE ALGORITHMS OF MICROPROCESSOR CONTROLLERS

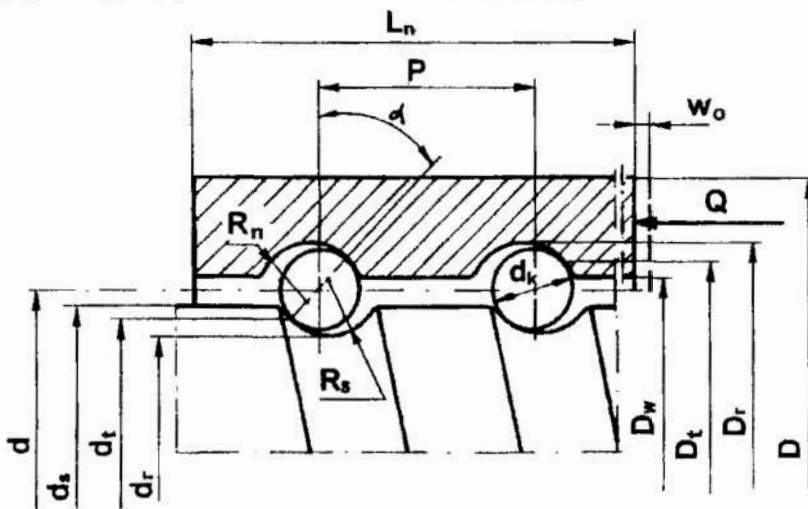
### Summary

The synthesis of a state controller with integral feedback was described. It is assumed, that microprocessor controller would simulate a dynamic system using Runge-Kutta method. Simulation experiments were carried out (in Simulink MATLAB package). Transients of control systems based on PID and state controllers were compared. The state controller gives better control quality, but it is more demanding for actuator unit.

## PROGRAM DO OBLICZANIA I ANALIZY WYBRANYCH PARAMETRÓW PRZEKŁADNI ŚRUBOWYCH TOCZNYCH

### 1. Wstęp

Projektowanie przekładni śrubowych toczone wymaga wykonywania dokładnych i żmudnych obliczeń związanych z wymiarami i ich tolerancjami. Złożoność kształtu elementów przekładni powoduje, że zalecenia konstrukcyjne i wzajemne relacje między głównymi promieniami krzywizny bieżni śruby, nakrętki i kulek (rys. 1, 2), utajniane przez producentów, oraz odchyłki wykonawcze jej elementów mają silny wpływ na parametry eksploatacyjne, takie jak sztywność i nośność oraz współczynnik sprzężenia [1] i decydują o okresie bezawaryjnej pracy.



Rys. 1. Parametry konstrukcyjne przekładni śrubowej kulowej (gwint jednołukowy)  
Fig. 1. Ball screw design parameters (uniarch thread)

Odchyłki wykonawcze powodują, że parametry eksploatacyjne przekładni obliczone z wymiarów nominalnych, różnią się znacznie od wartości teoretycznych. Wynika to z faktu, że w rzeczywistych warunkach pracy przekładni, przy wymiarach innych niż nominalne – obciążenie rozkłada się na mniejszą, niż teoretyczna, liczbę kulek, a pewna liczba kulek może nawet zupełnie nie przenosić obciążenia [1].

W pracy [1] przedstawiono program do symulacji cyfrowej wpływu odchyłek wykonawczych na parametry eksploatacyjne przekładni składającej się z dwóch identycznych (o tych samych wymiarach nominalnych) nakrętek z gwintem jednołukowym, zamontowanych na śrubie z pewnym napięciem wstępnym.

<sup>1</sup> Instytut Podstaw Budowy Maszyn PW, 02-524 Warszawa, ul. Narbutta 84,  
e-mail jbo@syriusz.simr.pw.edu.pl

<sup>2</sup> Instytut Podstaw Budowy Maszyn PW, 02-524 Warszawa, ul. Narbutta 84,  
e-mail jso@syriusz.simr.pw.edu.pl

Ponieważ wymiary zaobserwowane (rzeczywiste) pojedynczych nakrętek różnią się od wymiarów nominalnych stwierdzono konieczność budowy programu służącego do badania pojedynczych nakrętek różnych typów dla zmiennych obciążeń zewnętrznych. Prezentowany program realizuje tę potrzebę następująco:

- 1) dane do programu pobierane są z bazy danych parametrów geometrycznych typoszeręgów przekładni z gwintem kulkowym jedno- i dwułukowym,
- 2) baza danych rozbudowana została o pakiet tolerancji wykonawczych poszczególnych elementów przekładni,
- 3) program rozbudowano o postprocesor wprowadzania nietypowych parametrów,
- 4) program pozwala obserwować zmiany wybranych parametrów w funkcji odkształcenia osiowego spowodowanego zmienną siłą osiową obciążającą przekładnię,
- 5) program znajduje liczbę kulek w zależności od typu obiegu kulek w nakrętce (obieg zewnętrzny lub wewnętrzny) i liczby zwojów roboczych.

## 2. Podstawowe zależności konstrukcyjne

Teoretyczną siłę osiową obciążającą przekładnię można obliczyć w funkcji odkształcenia stykowego [2]:

$$Q_t = n_k \cdot \sin \alpha \cdot \cos \lambda \left( \frac{w}{C_{Ns} + C_{Nn}} \right)^{3/2}, \quad (1)$$

gdzie:  $n_k$  - liczba kulek w obiegu roboczym nakrętki,  
 $\alpha$  - kąt pracy kulki (kąt styku kulki z bieżnią śruby i nakrętki w przekroju normalnym do bieźni gwintu),  
 $\lambda$  - kąt pochylecia linii śrubowej gwintu;

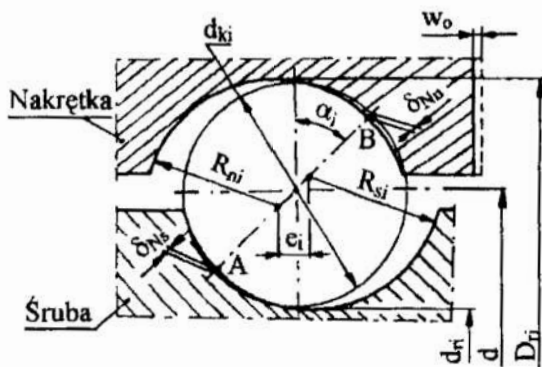
$\operatorname{tg} \lambda = P / \pi \cdot d$ , gdzie:  $P$  - skok gwintu,  $d$  - średnica nominalna (rys. 1),

$C_{Ns}$ ,  $C_{Nn}$  - współczynniki zależne od materiałów i głównych promieni krzywizny [2] na styku kulka-śruba (indeks  $Ns$ ) i kulka-nakrętka (indeks  $Nn$ ).

Występujące w powyższym wzorze odkształcenie stykowe  $w = \delta_{Ns} + \delta_{Nn}$  (rys.2) jest sumą odkształceń hertzowskich kulki i bieźni śruby oraz kulki i bieźni nakrętki w przekroju normalnym. Odkształcenie to dogodniej jest wyrazić w funkcji  $w_0$  odkształcenia osiowego nakrętki względem śruby podczas obciążania:

$$w = w_0 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \lambda. \quad (2)$$

Odchyłki wykonawcze powodują, że poszczególne kulki nie są obciążone równomiernie, a odkształcenie kontaktowe  $w$  na styku kulek z bieżniami jest zmienne. Na rys. 2 pokazano charakterystyczne wymiary gwintu kulkowego w stanie odkształcenia kontaktowego między śrubą, kulką i nakrętką. Łączne odkształcenie kontaktowe  $i$ -tej kulki  $w_i$  jest traktowane jako funkcja rzeczywistych wymiarów konstrukcyjnych, z których każdy ma pewną tolerancję wykonania. Rzeczywista wartość odkształcenia  $w_i$  jest realizacją pewnej zmiennej losowej w wynikowym polu tolerancji [1, 2].



Rys. 2. Charakterystyczne wymiary gwintu kulowego w stanie odkształcenia stykowego podczas obciążenia

Fig. 2. Characteristic dimensions of a ball screw thread in a contact deformation under load

Rzeczywistą siłę osiową można określić w funkcji odkształceń kontaktowych kulek oraz bieżni gwintu śruby i nakrętki. Dla pojedynczej  $i$ -tej kulki elementarna siła będzie, zgodnie z (1) równa:

$$F_i = \sin \alpha_i \cos \lambda \cdot \left( \frac{w_i}{C_{Nsi} + C_{Nni}} \right)^{3/2}, \quad (3)$$

gdzie:

$$\alpha_i = \arctg \frac{2e_i}{2(R_{ni} + R_{si}) - D_{ri} + d_{ri}}$$

Łączną siłę osiową obciążającą przekładnię znajduje się przez sumowanie sił elementarnych:

$$Q = \sum_{i=1}^{n_k} F_i. \quad (4)$$

Znając siłę rzeczywistą można obliczyć sztywność układu śruba-kulki-nakrętka:

$$j = \frac{Q}{w_o}, \quad (5)$$

oraz współczynnik sprzężenia  $s$  służący do określenia tzw. obliczeniowej liczby kulek w obiegu roboczym [1]:

$$s = \frac{Q}{Q_t}. \quad (6)$$

### 3. Krótki opis programu

Program, napisany w języku Fortran, służy do obliczania, w funkcji odkształcenia osiowego, współczynnika sprzężenia, nośności i sztywności pojedynczej nakrętki wypełnionej kulkami i zamontowanej na śrubie. Teoretyczna część programu oparta jest na pracach [1, 2].



Tolerancje wymiarowe modelowano z uwzględnieniem rozkładu prawdopodobieństwa odchyłek tolerowanych wymiarów. Przyjęto, że wszystkie wymiary elementów przekładni mają rozkład normalny o środku rozrzutu w środku pola tolerancji, a odchylenia standardowe wynoszą 1/6 tolerancji wymiaru.

Program pozwala na interakcyjne wprowadzanie danych z klawiatury lub z przygotowanej bazy danych, zgodnie z wymiarami gwintu kulkowego, dla przekładni jedno- lub dwuwałkowej [3].

Przykładowe dane do programu wraz z wynikami dla gwintu jednowałkowego zamieszczono poniżej:

```

+-----+
I          Program oblicza          I
I współczynnik sprzężenia, nośność i sztywność I
I    węzła śruba - kulki - nakrętka    I
I    dla gwintu jedno- i dwuwałkowego  I
I    (obieg zewnętrzny lub wewnętrzny) I
I    jako funkcję odkształcenia osiowego. I
+-----+

```

Dane wejściowe do obliczeń:

Gwint kulkowy jednowałkowy.

Przekładnia z obiegiem wewnętrznym

|  |                |        |      |
|--|----------------|--------|------|
| Średnica nominalna śruby.....                  | d=             | 46.000 | [mm] |
| Skok przekładni.....                           | P=             | 10.000 | [mm] |
| Średnica kulki.....                            | $d_k$ =        | 5.556  | [mm] |
| Promień zarysu wrębu śruby.....                | $R_s$ =        | 2.900  | [mm] |
| Promień zarysu wrębu nakrętki.....             | $R_n$ =        | 2.900  | [mm] |
| Średnica rdzenia śruby.....                    | $d_s$ =        | 40.370 | [mm] |
| Średnica rdzenia nakrętki.....                 | $D_r$ =        | 51.612 | [mm] |
| Promień zaokrąglenia wrębu śruby.....          | $R_{ZS}$ =     | .500   | [mm] |
| Promień zaokrąglenia wrębu nakrętki.....       | $R_{ZN}$ =     | .500   | [mm] |
| Tolerancja rdzenia śruby.....                  | $T_S$ =        | .005   | [mm] |
| Tolerancja rdzenia nakrętki.....               | $T_D$ =        | .007   | [mm] |
| Tolerancja skoku śruby.....                    | $T_{PS}$ =     | .006   | [mm] |
| Tolerancja skoku nakrętki.....                 | $T_{PN}$ =     | .007   | [mm] |
| Tolerancja promienia śruby.....                | $T_{RSR}$ =    | .004   | [mm] |
| Tolerancja promienia nakrętki.....             | $T_{RNA}$ =    | .004   | [mm] |
| Liczba obiegów o.w. lub liczba zwojów o.z..    | $I_Z$ =        | 5      |      |
| Typ obiegu (1-zewnętrzny, 2-wewnętrzny)...     | $T_O$ =        | 2.     |      |
| Przyrost odksz. osiowego w kol. iteracjach     | $\Delta w_o$ = | .0010  | [mm] |
| Wartość siły osiowej (ewent. napięcia wst.)    | $Q_o$ =        | 30.000 | [kN] |
| Liczba symulacji (max 10).....                 | $N_N$ =        | 10     |      |
| Kolejny numer poziomu ufności (od 1 do 5)..... | $N_R$ =        | 3      |      |

**Opis nagłówka tabeli i wyniki obliczeń:**

NU - Numer kolejny iteracji,  
 $w_o$  - Odkształcenie osiowe [ $\mu\text{m}$ ],  
 s - Współczynnik sprzężenia,  
 Q - Siła rzeczywista obciążająca przekładnię [kN],  
 $Q_t$  - Siła teoretyczna [kN],  
 j - Średnia sztywność przekładni [ $\text{kN}/\mu\text{m}$ ],  
 $\alpha_i$  - Kąt pracy kulki [Stopnie],

| NU    | wo                | S   | Q     | Qt    | j                    | $\alpha_i$ |
|-------|-------------------|-----|-------|-------|----------------------|------------|
| -     | [ $\mu\text{m}$ ] | --- | [kN]  | [kN]  | [kN/ $\mu\text{m}$ ] | [stop.]    |
| 1     | 2.0               | .04 | .04   | .84   | .018                 | 42.8       |
| 2     | 3.0               | .08 | .13   | 1.56  | .042                 | 42.5       |
| ..... |                   |     |       |       |                      |            |
| 23    | 24.0              | .71 | 29.05 | 40.77 | 1.210                | 46.5       |
| 24    | 25.0              | .72 | 31.49 | 43.62 | 1.260                | 46.1       |

Liczba kulek w obiegu roboczym  $n_k = 105$

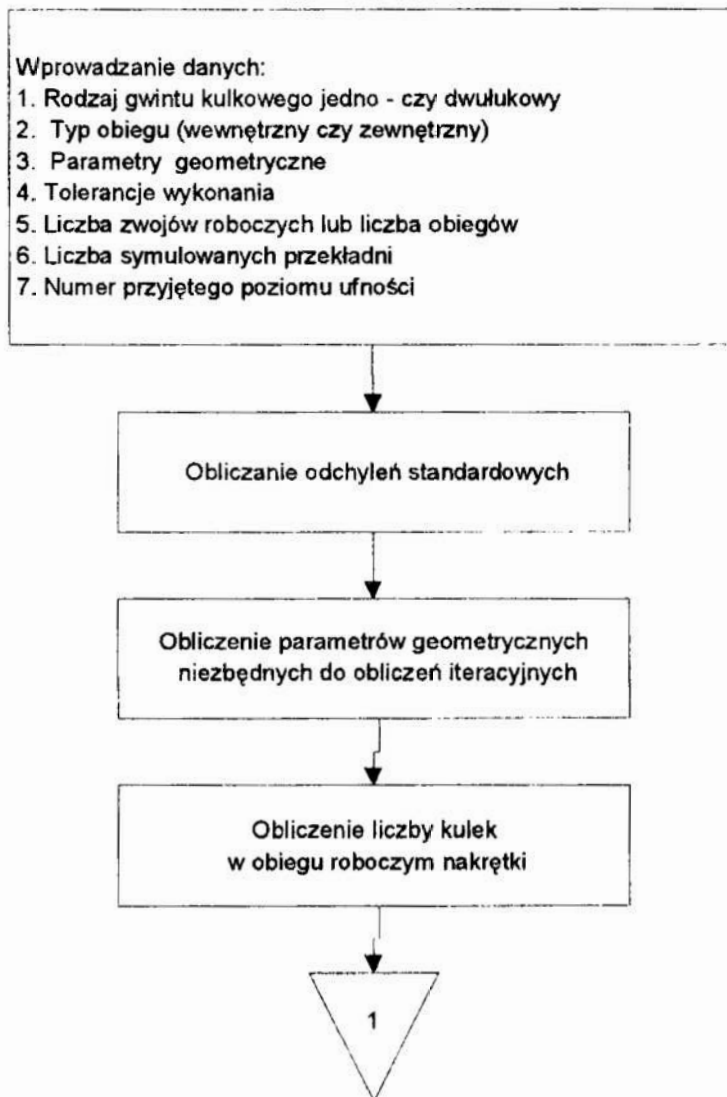
Max. rzeczywista siła osiowa obciążająca nakr.  $Q_{\text{max}} = 31.29$  [kN]

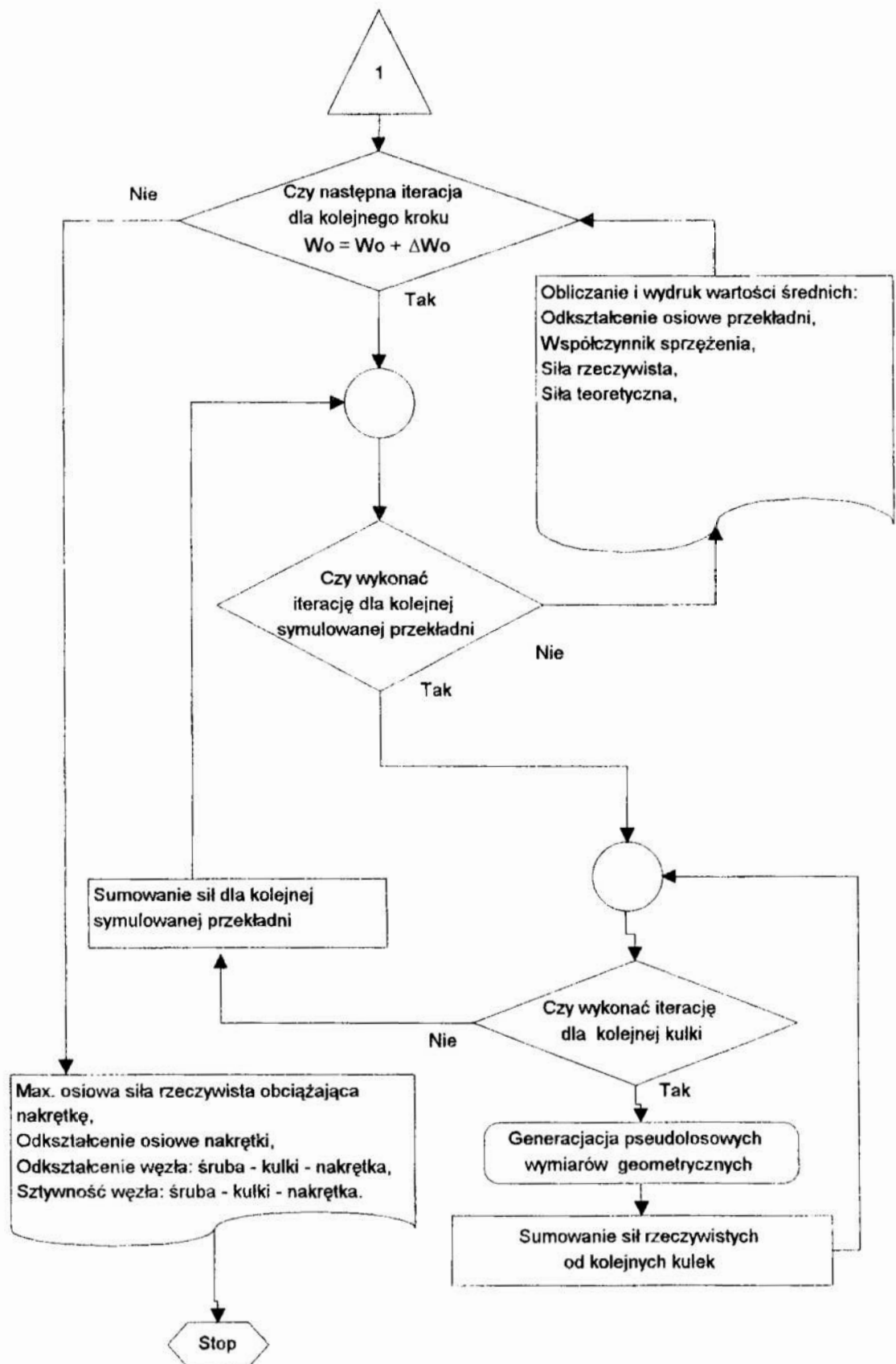
Odszt. osiowe nakrętki wywołane siłą osiową  $Q$   $\Delta L_n = 4.2629$  [ $\mu\text{m}$ ]

Odszt. węzła: śruba-kulki-nakr. od siły  $Q$   $w_o(Q_m) = 24.390$  [ $\mu\text{m}$ ]

Sumaryczna sztywność węzła śruba-kulki-nakrętka (zależna od wymiarów nakrętki) w funkcji siły  $Q$ ,  $j_s = 1.047$  [kN/ $\mu\text{m}$ ].

**Skrócony schemat algorytmu programu:**



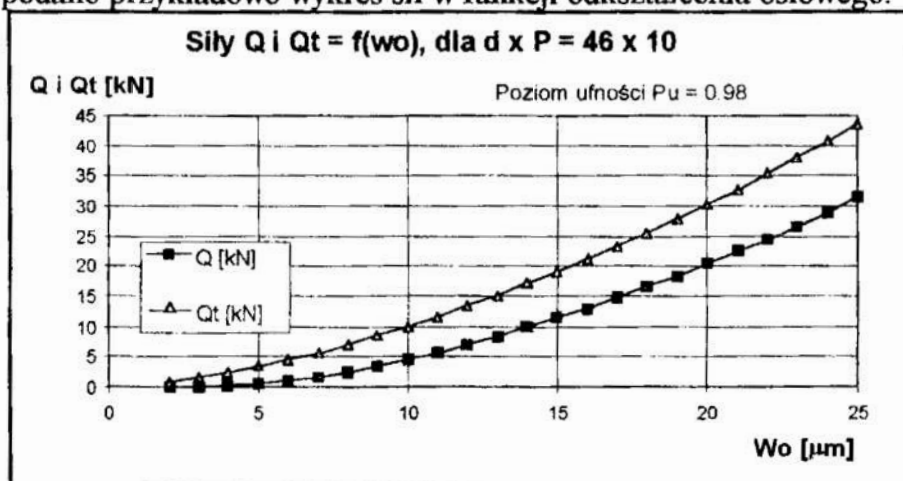


Program pozwala uzyskać wykresy:

- współczynnika sprężenia  $s$ ,
- teoretycznej  $Q_t$  i rzeczywistej  $Q$  siły obciążenia osiowego,
- sztywności  $j$ ,
- zmian kąta  $\alpha$  (kąt pracy kulki).

w funkcji odkształcenia osiowego  $w_o$

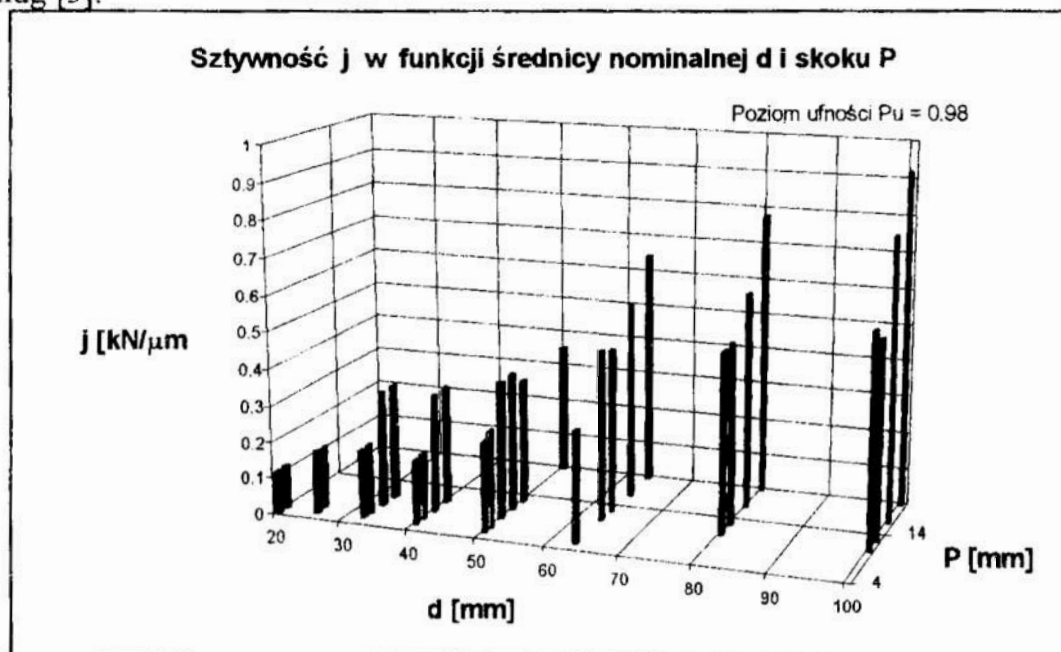
Na rys. 3 podano przykładowo wykres sił w funkcji odkształcenia osiowego.



Rys. 3. Zależność siły teoretycznej ( $Q_t$ ) i rzeczywistej ( $Q$ ) od osiowego odkształcenia kontaktowego

Fig. 3. The relationship between the theoretical ( $Q_t$ ) and real ( $Q$ ) force and the axial contact deformation

Rysunek 4 przedstawia zależność sztywności od średnicy nominalnej i skoku przy poziomie ufności 0.98, dla przebadanych typoszeregów przekładni z obiegami wewnętrznymi (liczba obiegów 3), wykonanych w klasie dokładności wykonania A1 według [3].



Rys. 4. Sztywność przekładni śrubowych toczonej dla różnych skoków  $P$  i średnic  $d$

Fig. 4. Ball screws stiffness for different tread pitches  $P$  and nominal diameters  $d$

#### 4. Wnioski

Przedstawiony program pokazuje sposób wyznaczania wybranych parametrów przekładni śrubowych tocznych (współczynnika sprzężenia, nośności oraz sztywności) w zależności od parametrów konstrukcyjnych i stosowanych tolerancji wykonawczych. Program pozwala oceniać te parametry już na wstępnym etapie projektowania przekładni a następnie umożliwia trafniejszy dobór wykonanych nakrętek w pary o zbliżonej sztywności (po dokonaniu pomiarów geometrycznych) do montażu ze śrubą o znanych wymiarach rzeczywistych i zaobserwowanych odchyłkach wykonania. Program jest wykorzystywany w projektowaniu i ocenie rzeczywistych przekładni i jest jednym z etapów grantu KBN [4].

#### 5. Literatura

1. Białas S., Sobolewski J.Z.: *Badania parametrów eksploatacyjnych przekładni śrubowych kulkowych*. Przegląd Mechaniczny Nr 12, 1982.
2. Sobolewski J.Z.: *Determination of preload in kinematic ball screw pair*, Archiwum Budowy Maszyn, Zeszyt 1-2, 1995.
3. Warunki odbioru technicznego. *Obrabiarki skrawające do metali. Przekładnie śrubowe toczne kulkowe*. Fabryka Obrabiarek Precyzyjnych AVIA, 1991.
4. Projekt badawczy KBN, Nr 7 T07C 02808, *Komputerowo wspomagane projektowanie przekładni śrubowych tocznych*, kierownik projektu dr inż. J. Z. Sobolewski.

#### Streszczenie

W pracy przedstawiono program komputerowy do badania wpływu parametrów geometrycznych i błędów wykonania na nośność, sztywność i współczynnik sprzężenia przekładni śrubowych tocznych. Program posiada bazę danych parametrów geometrycznych i tolerancji wykonania poszczególnych elementów przekładni. Stosując symulację cyfrową metodą Monte Carlo wyznaczono zależności współczynnika sprzężenia, sił osiowych i sztywności od parametrów konstrukcyjnych, tolerancji wykonania i odkształceń kontaktowych.

#### COMPUTER PROGRAM FOR CALCULATION AND ANALYSIS OF SELECTED PARAMETERS OF BALL SCREWS

#### Summary

The paper presents computer program for testing the influence of geometrical parameters and manufacturing errors on capacity, rigidity and coupling coefficient of ball screws. Program is furnished with database of geometrical parameters and manufacturing tolerances for ball screw elements. Using computer simulation (Monte Carlo method) the relations between the coupling coefficient, axial forces, rigidity – and geometrical parameters, manufacturing tolerances, contact deformations were determined.

## **PROGRAM WSPOMAGAJĄCY OBLICZENIA NUMERYCZNE**

### **1. Wstęp**

Użytkowe programy liczące są wielokrotnie sprawdzane i przy umiejętnym korzystaniu dają poprawne wyniki. Mimo to, z dużym prawdopodobieństwem można oczekiwać, że nawet doświadczony użytkownik będzie popełniał błędy niemożliwe do wykrycia przez systemowe procedury diagnostyczne. Procedury diagnostyczne, wbudowane bezpośrednio w system liczący, wskazują błędy formalne, natomiast o błędach w wartościach liczbowych użytkownik dowiaduje się na ogół dopiero na etapie interpretacji fizycznej wyników obliczeń. Przy czym nie ma pewności czy błędne wyniki wynikają z pomyłki w zbiorze danych, czy z niepoprawnie sformułowanego modelu fizycznego. Odrębnym problemem są zdarzenia, w których przy błędnie przygotowanych danych otrzymane wyniki są pozornie poprawne - w takiej sytuacji wykrycie błędu jest tylko dziełem przypadku a same obliczenia pozbawione sensu. Wynika stąd potrzeba używania narzędzia numerycznego, które pozwalałoby na bieżącą kontrolę wprowadzanych danych nie tylko pod względem formalnym ale również ilościowym, a także na bezpośrednią i łatwą interpretację uzyskiwanych wyników.

Z dotychczasowych doświadczeń autorów w użytkowaniu systemów MES i MEB wynika, że program wspomagający obliczenia numeryczne winien umożliwiać:

- wykreślanie wszystkich typów elementów skończonych i brzegowych stosowanych w programach liczących;
- wyświetlanie i numerację węzłów i elementów modelu dyskretnego;
- rozróżnianie orientacji elementu w przestrzeni;
- powiększanie wybranych fragmentów modelu dyskretnego;
- obroty modelu dyskretnego w przestrzeni trójwymiarowej;
- rysowanie modelu dyskretnego "element po elemencie";
- wykrycie i wskazanie elementów zdeplanowanych lub niepoprawnie ponumerowanych;
- wykreślanie obliczonych wielkości w postaci izolinii na powierzchni badanego obiektu;
- transport obrazu do środowiska WINDOWS.

Korzystanie w tym względzie z gotowych narzędzi np. CAD-CAM, jest z wielu względów niewygodne. Pomijając koszty, są to na ogół programy "zamknięte" bez możliwości łatwego sprzęgnięcia ich z programem liczącym. Jednocześnie profesjonalne programy graficzne oferują szereg możliwości, które nie będą wykorzystywane w rozważanym zastosowaniu. W konsekwencji użytkownik musi posiadać odpowiednie przygotowanie numeryczne, co często jest trudne do uzyskania, szczególnie przy korzystaniu z programów MES i MEB przez studentów.


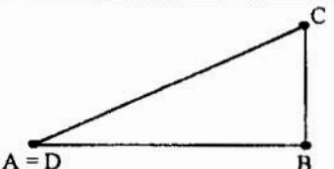
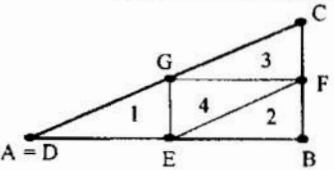
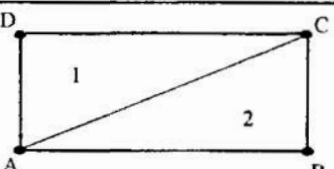
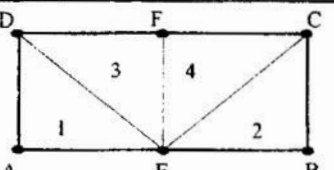
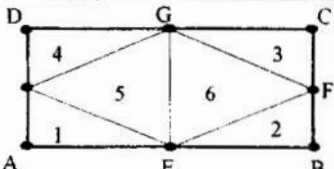
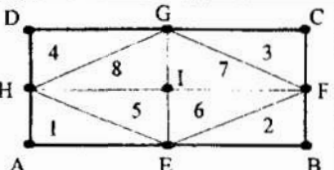
Uwzględniając powyższe wymagania w Instytucie Podstaw Budowy Maszyn Okrętowych Akademii Marynarki Wojennej opracowano użytkową wersję programu wspomagającego obliczenia numeryczne. Zakłada się, że docelowo uzyskany program nie ma

---

\* Akademia Marynarki Wojennej im. Bohaterów Westerplatte  
81-916 Gdynia  
ul. Smidowicza

zastąpić profesjonalnych programów graficznych, ma jednak wypełnić lukę pomiędzy tabelaryczną analizą danych i wyników a złożoną, dla przeciętnego użytkownika, obsługą zaawansowanych systemów graficznych. Stąd główny nacisk położono na możliwie prostą obsługę, tak aby program był rzeczywiście programem wspomagającym, a użytkownik mógł skupić się na problemach modelowania zadania.

Tabela 1. Rodzaje stosowanych elementów

| RODZAJ ELEMENTU   |                               | WIERZCHOŁKI ELEMENTÓW |    |        |        |    |    |    |    |    |    |
|---|-------------------------------|-----------------------|----|--------|--------|----|----|----|----|----|----|
| RYСУNEK ELEMENTU  | NAZWA                         | WA                    | WB | WC     | WD     | WE | WF | WG | WH | WI | NA |
|    | prętowy dwuwęzłowy            | A                     | B  | B<br>C | A<br>D | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  |
|    | trójkątny trójwęzłowy         | A                     | B  | C      | A<br>D | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 3  |
|   | trójkątny sześciowęzłowy      | A                     | B  | C      | A<br>D | E  | F  | G  | 0  | 0  | 6  |
|  | czworokątny czterywęzłowy     | A                     | B  | C      | D      | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 4  |
|  | czworokątny sześciowęzłowy    | A                     | B  | C      | D      | E  | F  | 0  | 0  | 0  | 6  |
|  | czworokątny ośmiowęzłowy      | A                     | B  | C      | D      | E  | F  | G  | H  | 0  | 8  |
|  | czworokątny dziewięciowęzłowy | A                     | B  | C      | D      | E  | F  | G  | H  | I  | 9  |

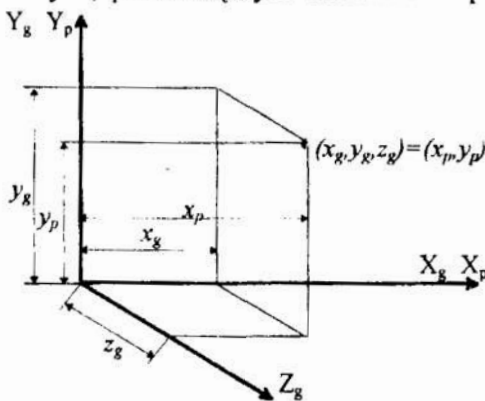
## 2. Rodzaje stosowanych elementów

Model dyskretny jest budowany z elementów skończonych lub brzegowych w zależności od stosowanej metody numerycznej. Wspólną cechą wszystkich elementów stosowanych w obu metodach numerycznych jest to, że większość z nich można budować ze skończonej liczby "prymitywów" nazywanych w dalszej części opracowania elementami

[1]. W programie zastosowano siedem podstawowych elementów (prymitywów). Zbiór ten można w miarę potrzeb rozbudowywać, niemniej wydaje się, że zapewnia on możliwość odwzorowania większości stosowanych w praktycznych obliczeniach modeli dyskretnych. W szczególności pozwala na budowę modelu o dowolnym wymiarze przestrzennym oraz na stosowanie liniowych i kwadratowych funkcji kształtu (funkcje interpolacyjne wyższych stopni są stosowane tylko w specjalnych typach zadań z uwagi na złożoność modelu numerycznego oraz czas obliczeń). Zastosowane elementy zestawiono w Tabeli 1, gdzie obok schematycznego rysunku każdego z typów elementów podano wymaganą kolejność numerowania wierzchołków elementów (WA,...,WI) oraz liczbę węzłów w elemencie (NA).

### Rysowanie obrazów trójwymiarowych

Geometria badanego obiektu określana jest poprzez położenie każdego punktu w globalnym, prostokątnym układzie współrzędnych  $X_g, Y_g, Z_g$ . Układ ten, dowolnie przyjęty



Rys 1. Związek pomiędzy współrzędnymi globalnymi a płaskimi  
Fig 1. Connection between global and flat coordinates

przez użytkownika, pozwala na odwzorowanie kształtu za pomocą trójek uporządkowanych liczb wynikających z przyjętej jednostki miary - współrzędnych punktów  $(x_g, y_g, z_g)$ . Obraz na ekranie monitora jest obrazem dwuwymiarowym. Chcąc uzyskać z płaskiego rysunku pełną informację o geometrii obiektu stosuje się rzutowanie prostokątne lub aksonometryczne. Przy rzutowaniu prostokątnym na rysunku widoczne są dwie współrzędne punktów odpowiadające współrzędnym globalnym, trzecia jest równa zero. W rzucie aksonometrycznym odwzorowane są wszystkie współrzędne punktów, jednakże odwzorowanie trzech współrzędnych na płaszczyźnie  $X_p, Y_p$  wymaga symulowania trzeciej osi Z.

W programie przyjęto rzutowanie prostokątne oraz aksonometryczne ukośne o osi Z skierowanej pod kątem  $45^\circ$  w stosunku do osi  $X_p$  (Rys. 1). Wówczas punkt o współrzędnych globalnych  $(x_g, y_g, z_g)$  będzie odwzorowany w płaskim układzie współrzędnych w położeniu określonym współrzędnymi  $(x_p, y_p)$  wg. zależności (1)

$$\begin{aligned} x_p &= x_g + z_g \cos(Z_g, X_p) \\ y_p &= K(y_g - z_g \sin(Z_g, X_p)) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

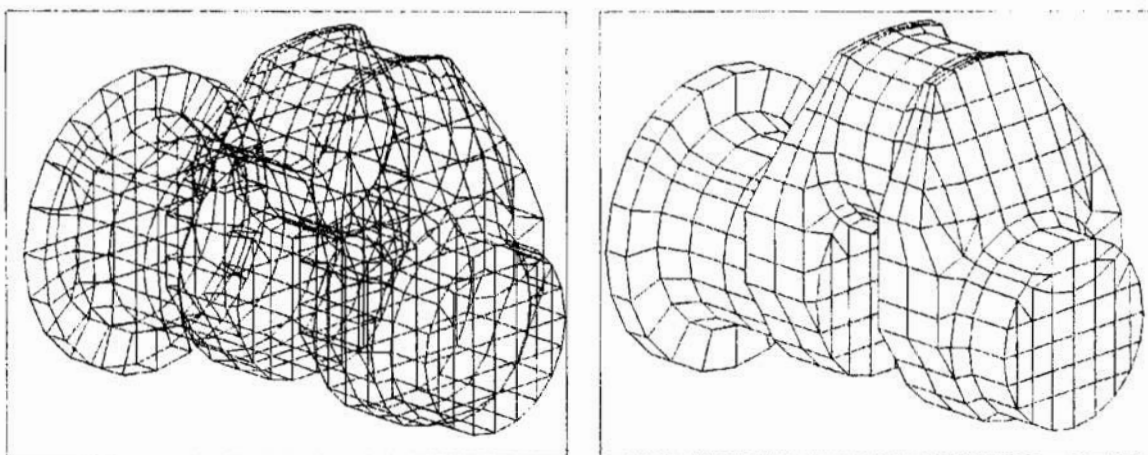
K - współczynnik proporcjonalności wymiarów na ekranie zależny od posiadanej karty graficznej (dla karty VGA  $K=1$ ).

### Ukrywanie linii i powierzchni niewidocznych

Czytelność obrazu trójwymiarowego przedstawionego na powierzchni płaskiej znacznie wzrasta, jeżeli niewidoczne w rzeczywistości elementy zostaną ukryte. Ukrywanie niewidocznych linii i elementów modelu uzyskano poprzez wypełnianie poszczególnych elementów określonym kolorem oraz rysowanie elementów w ściśle określonej kolejności.

Jako kryterium kolejności rysowania poszczególnych elementów przyjęto ich odległość od pozornego punktu położonego w odległości 1000 jednostek długości przed ekranem. Uzyskany efekt ilustruje Rys 2. Na rysunku przedstawiono model dyskretny fragmentu wału korbowego, przy czym na lewym rysunku widoczne są wszystkie elementy, natomiast na prawym zastosowano technikę ukrywania linii i powierzchni [5].

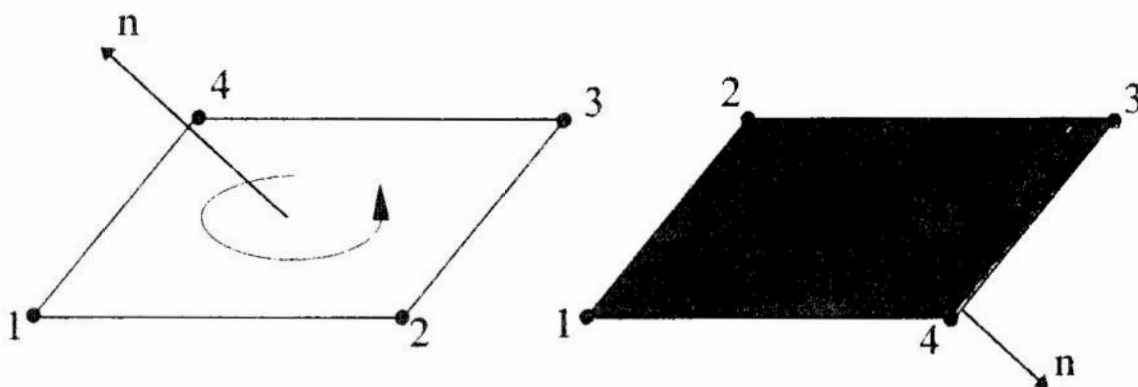




Rys. 2 Fragment modelu dyskretnego wału korbowego  
 Fig. 2 The part of the discrete model of the crankshaft

### Identyfikacja stron elementów

Elementy stosowane w metodzie elementów skończonych i brzegowych budowane są z powierzchni dwustronnych. Model matematyczny w systemie MES i MEB wymaga jednolitego usytuowania powierzchni dwustronnych w stosunku do badanego obszaru. Orientacja elementu w przestrzeni wynika ze zwrotu normalnej do elementu. Określając zwrot normalnej z iloczynu wektorowego dwóch wektorów, zbudowanych na współrzędnych wierzchołków elementów, zmiana kolejności numerowania wierzchołków elementu (Tabela 1) spowoduje zmianę orientacji elementu w przestrzeni mimo, że geometria modelu nie zostanie zakłócona (Rys. 3).



Rys 3. Zmiana orientacji elementu w przestrzeni przy zmianie kolejności numerowania wierzchołków  
 Fig 3. Changing of element orientation in this places when the order of nodes numbering is changed

W celu identyfikacji elementów błędnie ponumerowanych (poprawnie pod względem formalnym) zastosowano wypełnianie elementów różnymi kolorami w zależności od zwrotu normalnej w stosunku do badanego obszaru. W efekcie uzyskuje się różne barwy dla każdej strony powierzchni dwustronnych.

## Transformacje obrazu

Przy złożonym modelu dyskretnym analiza uzyskanego obrazu wymaga wykonywania obrotów, przesunięć równoległych, powiększania wybranych fragmentów, numerowania węzłów i elementów. Sposób realizacji tych funkcji przedstawiono poniżej.

### Skalowanie

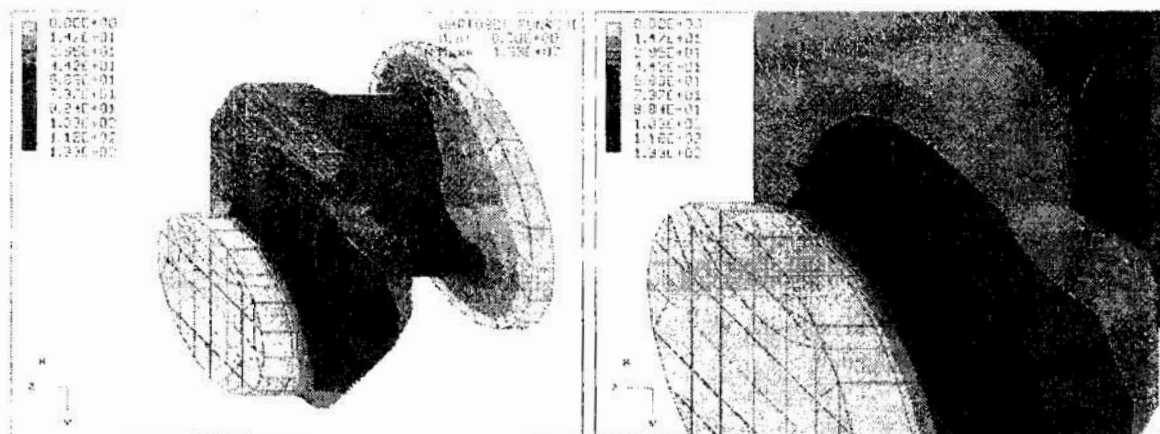
Skalowanie realizowane jest poprzez zmianę współrzędnych punktów modelu dyskretnego wg. zależności (2) [3,4].

$$\begin{aligned}x_e^* &= x_e \lambda + x_o (1-\lambda) \\ y_e^* &= y_e \lambda + y_o (1-\lambda)\end{aligned}\quad (2)$$

gdzie:

- $x_e^*, y_e^*$  - współrzędne ekranowe punktu modelu dyskretnego po skalowaniu,
- $x_e, y_e$  - współrzędne ekranowe modelu,
- $x_o, y_o$  - współrzędne punktu stałego, położenie którego nie zmienia się podczas zmiany skali rysunku (w programie przyjęto środek ekranu),
- $\lambda$  - współczynnik skali; przy  $\lambda > 1$  powiększenie rysunku, przy  $\lambda < 1$  zmniejszenie rysunku.

Uzyskany efekt ilustruje Rys 4.



Rys. 4 Model w skali dostosowanej do ekranu

Fig. 4 The model scaled to the screen

### Przesunięcie równoległe

Przesunięcie równoległe realizowane jest poprzez zmianę współrzędnych ekranowych o stałą wartość, odpowiednio o wartość "a" dla współrzędnej  $x_e$  i "b" dla współrzędnej  $y_e$  wg. zależności (3) [3,4].

$$\begin{aligned}x_e^* &= x_e + a \\ y_e^* &= y_e + b\end{aligned}\quad (3)$$

gdzie:

- $x_e^*, y_e^*$  - nowe współrzędne punktów modelu dyskretnego po przesunięciu obrazu,

Wartości współczynników a i b dobierane są w zależności od aktualnej skali rysunku, w taki sposób, że jednokrotne przesunięcie powoduje przemieszczenie się rysunku o 1/10 szerokości lub długości ekranu. Przy dużym powiększeniu takie przemieszczenia rysunku nie pozwalają na precyzyjne umieszczenie wybranego fragmentu modelu na-

kranie. Stąd przewidziano dodatkową opcję, która pozwala na dziesięciokrotne zmniejszenie współczynników a i b (poprzez naciśnięcie klawisza TAB).

### Obroty

Kierując się czytelnością rysunku na ekranie przyjęto, że przy rzutowaniu prostokątnym wyświetlany jest jednorazowo tylko rzut na płaszczyznę  $X_g, Y_g$ . Pozostałe rzuty uzyskuje się poprzez obroty modelu w przestrzeni. Podobnie przy rzutowaniu aksonometrycznym możliwość obserwacji wybranego fragmentu modelu dyskretnego wymaga spojrzenia z różnych kierunków. Cel ten uzyskano poprzez wprowadzenie obrotów modelu wokół osi równoległych do osi układu współrzędnych. Po każdym obrocie wyznaczone są nowe współrzędne ekranowe punktów obrazu wg. zależności (4), (5) i (6).

- Obrót o kąt  $\alpha$  wokół osi  $X_g$

$$\begin{aligned}x_{g^*} &= x_g \\y_{g^*} &= y_g \cos \alpha + z_g \sin \alpha \\z_{g^*} &= -y_g \sin \alpha + z_g \cos \alpha\end{aligned}\quad (4)$$

- Obrót o kąt  $\beta$  wokół osi  $Y_g$

$$\begin{aligned}x_{g^*} &= x_g \cos \beta - z_g \sin \beta \\y_{g^*} &= y_g \\z_{g^*} &= z_g \cos \beta + x_g \sin \beta\end{aligned}\quad (5)$$

- Obrót o kąt  $\gamma$  wokół osi  $Z_g$

$$\begin{aligned}x_{g^*} &= x_g \cos \gamma + y_g \sin \gamma \\y_{g^*} &= -x_g \sin \gamma + y_g \cos \gamma \\z_{g^*} &= z_g\end{aligned}\quad (6)$$

gdzie:

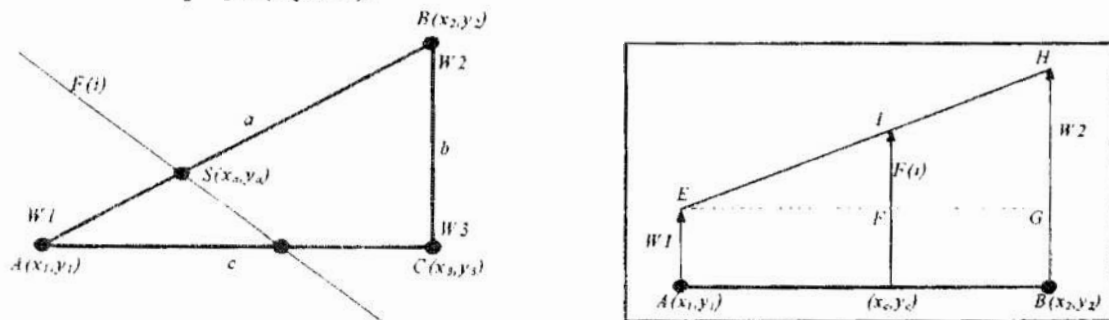
$x_g, y_g, z_g$  - pierwotne współrzędne globalne punktów modelu,  
 $x_{g^*}, y_{g^*}, z_{g^*}$  - współrzędne globalne punktów modelu po obrocie.

W efekcie takiej transformacji obrazu obok obrotu może wystąpić zmiana skali rysunku. Wynika to z przyjętej metody odwzorowywania modelu dyskretnego związanej z dopasowywaniem ekstremalnych wartości wymiarów do współrzędnych ekranowych.

### 3. Izolinie. Plany warstwiczne funkcji

W wyniku rozwiązania zadania inżynierskiego z wykorzystaniem MES lub MEB otrzymuje się wartości węzłowe badanej funkcji. Graficzne zobrazowanie rozkładu obliczonej wielkości uzyskano poprzez naniesienie na obiekt linii stałych wartości funkcji (izolinii) oraz wypełnienie obszaru pomiędzy izoliniami określonym kolorem (plan warstwiczny). Taki sposób prezentacji wyników daje czytelny obraz, pozwala na szybką analizę badanej wielkości oraz umożliwia zlokalizowanie obszarów występowania wartości ekstremalnych. Uzyskanie efektu przedstawionego na Rys. 4 wymaga jednak badania przebiegu izolinii wewnątrz elementów. Zrealizowano to poprzez wykorzystanie faktu, że każdy z występujących w bibliotece elementów można zbudować z podobszarów trójkątnych, trzywęzłowych. Zastosowany sposób podziału przedstawiono w tabeli 1. Tworząc plan warstwiczny porównuje się założoną wartość izoliny z wartościami węzłowymi funkcji w podobszarach trójkątnych. W zależności od położenia podobszaru względem izolinii o założonej wartości trójkąt jest zamalowywany kolorem odpowiadającym danej izolinii. Jeżeli izolina przecina badany podobszar program rozpoznaje, która część trójkąta jest przyporządkowana określonej warstwie i zamalowywuje okre-

slonym kolorem. Realizuje się to poprzez wyznaczenie punktów, w których izolinia przecina boki trójkąta (Rys. 5).



Rys. 5 Punkty przecięcia się izoliny z bokami podobszaru trójkątnego oraz funkcja kształtu dla podobszaru trójkątnego.

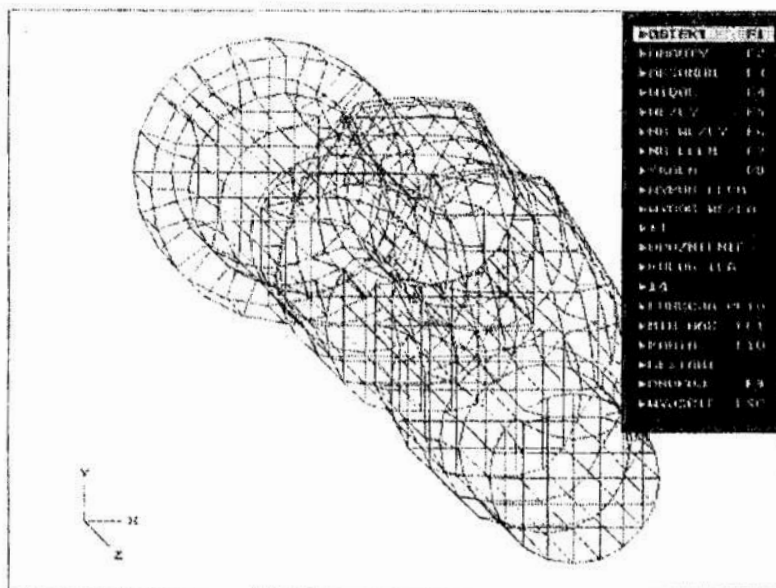
Fig. 5 The points of isolines crossing the sides of triangle area and function shape for triangle subdomain.

Współrzędne punktu  $S(x_a, y_a)$ , w którym izolinia o wartości  $F(i)$  przecina bok trójkąta, dla liniowego rozkładu funkcji w elemencie, znajduje się z podobieństwa trójkątów utworzonych przez naniesienie na wierzchołki  $A(x_1, y_1)$  i  $B(x_2, y_2)$  odpowiadających im wartości węzłowych funkcji  $W_1$  i  $W_2$ . Z trójkątów  $EFI$  i  $EGH$  wynika:

$$x_a = d(x_2 - x_1) + x_1 \quad y_a = d(y_2 - y_1) + y_1 \quad (7)$$

gdzie: 
$$d = \frac{F(i) - W_1}{W_2 - W_1}$$

Liczba warstwic dobierana jest w zależności od palety kolorów posiadanej karty graficznej. Dla 16 kolorów wynosi 9 warstwic, a dla 256 kolorów 17 warstwic.



Rys. 6. Model korbowodu z głównym menu graficznym  
Fig. 6. The crankshaft model with the main graphic menu

#### 4. Zakończenie

Jedną z założonych cech programu wspomagającego obliczenia numeryczne jest jego przystępność dla użytkownika nie posiadającego przygotowania informacyjnego. W tym względzie, podczas realizacji pracy, program był testowany z grupą słuchaczy I roku wydziału mechanicznego. W wyniku uzyskanych tą drogą doświadczeń zdecydowano się na obsługę programu poprzez interfejs graficzny (Rys. 6). Ostatecznie uzyskany efekt pozwala na płynną obsługę programu już po kilkunastominutowym wprowadzeniu.

Wizualizacja wyników obliczeń zadań związanych ze zjawiskami zmiennymi w czasie wiąże się z animacją zmian funkcji. W tym zakresie obok oprogramowania pojawia się również problem sprzętowy. Zrealizowanie animacji wymaga dużej ilości informacji i możliwości jej przechowania. Te potrzeby (dotychczas nie uwzględnione) przewidziano w generalnej koncepcji programu. Wymagały będą dodatkowego oprogramowania niemniej ogólny sposób obsługi nie powinien ulec zmianie, jako że na obecnym etapie już w menu głównym zarezerwowano odpowiednie, na tym etapie nie wykorzystywane, okna.

Obok możliwości wizualizacji wyników badań numerycznych program umożliwia również wizualizację wyników badań eksperymentalnych np. drgania poszycia kadłuba okrętu po wybuchu miny, rozkład temperatury w konstrukcjach spawanych itp. Może być wykorzystany przy prezentacji rozwiązań analitycznych poprzez tablicowanie wyznaczanej funkcji.

Dotychczas program z powodzeniem wykorzystany był przy dyskretyzacji sztywnego skafandra nurkowego, analizie pola temperatur w konstrukcji spawanej, badaniach pola hydromechanicznego okrętu. Szczególnie pomocny jest w zadaniach nietypowych, o skomplikowanej geometrii lub złożonym rozkładzie funkcji np. prezentowane wyniki obliczeń wału korbowego silnika spalinowego.

## Literatura

1. Borkowski W., Dacko M., Dobrociński S., Niezgoda T., Wieczorek M.: *Metoda Elementów Skończonych w Mechanice Konstrukcji*. Arkady Warszawa 1995.
2. Brebbia C. A.: *Boundary element techniques*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984.
3. Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J.: *Metody Numeryczne*. WNT Warszawa 1993.
4. Marciniak A.: *Turbo Pascal 5.5*. Wydawnictwo Nakom Poznań 1993.
5. Trajdos T.: *Matematyka część III*. WNT Warszawa 1993.

## Streszczenie

Wspomaganie systemów obliczeniowych MES i MEB za pomocą profesjonalnych programów graficznych jest z wielu względów nieefektywne. Decydującymi są koszty, nadmiernie rozbudowane w stosunku do potrzeb procedury wykonawcze oraz wynikający stąd pracochłonny proces przygotowania użytkownika. W pracy sformułowano podstawowe wymagania jakie winien spełniać program wspomagający. Podano sposób realizacji poszczególnych funkcji programu. Omówiono użytkową wersję programu graficznego opracowanego w Instytucie Podstaw Budowy Maszyn Okrętowych Akademii Marynarki Wojennej. Program pozwala na jakościową i ilościową kontrolę przygotowywanego zbioru danych do obliczeń numerycznych oraz bezpośrednią i łatwą analizę otrzymanych wyników. Obsługa programu nie wymaga specjalnego przygotowania numerycznego, oraz kosztownych szkoleń co wykazano testując program z grupą studentów.

## THE ASSISTED PROGRAM OF NUMERICAL COMPUTING

### Summary

Article shows main requirements which an assist program should perform. The realisation method of several program functions were given in this article as well. This paper discussed the graphic version, which was made in Institute of Basic Building Ships' Engine Navy Academy.

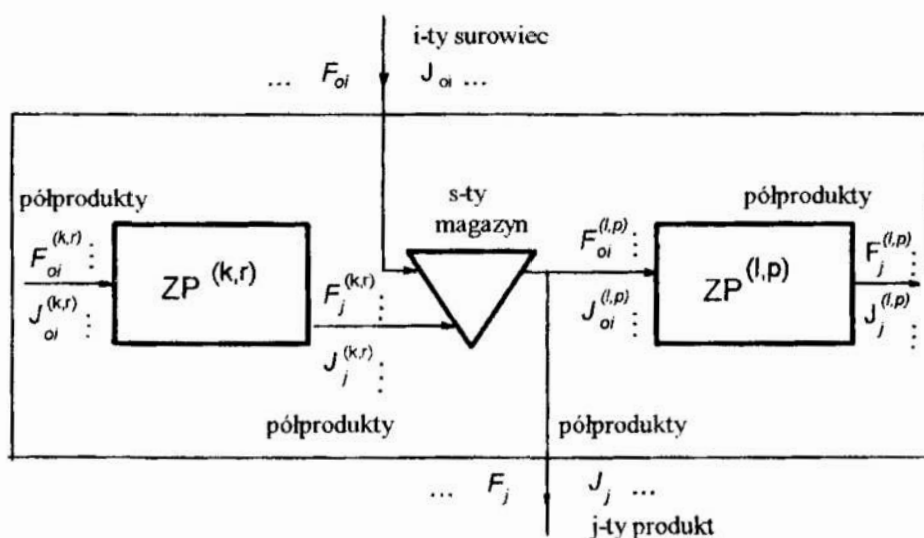
Program allows to control of quality and quantity data files prepared for calculation and direct and easy analysis of getting results. The operating program doesn't require special numerical preparations and expensive studies.

## WIELOKRYTERIALNE PLANOWANIE ZADAŃ DLA SYSTEMU PRODUKCYJNEGO Z ZASTOSOWANIEM ROZMYTEGO PROGRAMOWANIA LINIOWEGO

### 1. Wprowadzenie

W pracy rozważa się klasę systemów produkcyjnych z ciągłymi i okresowo ciągłymi procesami produkcyjnymi. Do klasy tej można zaliczyć zakłady rafineryjne i petrochemiczne oraz zakłady nawozów sztucznych.

Załóżmy, że rozważany system produkcyjny (dalej oznaczany przez SP) (Rys. 1.) przetwarza  $M$  surowców na  $N$  produktów w przedziale czasowym  $[t_0, t_0 + T_p]$ , oraz, że składa się z  $K$  połączonych ze sobą zespołów produkcyjnych (ZP) ( $ZP^{(k)}, k = 1, 2, \dots, K$ ), z których każdy może pracować w  $R_k$  różnych reżimach ( $ZP^{(k,r)}, r_k = 1, 2, \dots, R_k$ ). Na wyjściach ZP otrzymywane są produkty lub półprodukty, które są przesyłane do innych ZP lub sprzedawane. Surowce, półprodukty i produkty mogą być magazynowane.



Rys. 1. Schemat systemu produkcyjnego  
 Fig. 1. The scheme of the production system

\* Politechnika Gdańska, Wydział Elektryczny, G.Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk,  
 E-Mail: KDuzin@sparc10.ely.pg.gda.pl, MKwies@sparc10.ely.pg.gda.pl

Można wyróżnić trzy warstwy sterowania SP, zależne od długości horyzontu czasowego sterowania [1], a mianowicie: warstwę sterowania strategicznego, warstwę sterowania operatywnego oraz warstwę sterowania bieżącego on-line. W niniejszej pracy bierze się pod uwagę wyłącznie warstwę sterowania operatywnego z horyzontem czasowym sterowania.  $T_p$ , od jednego miesiąca do jednego roku.

Rozważane zagadnienie operatywnego sterowania produkcją jest zwykle zagadnieniem nieliniowym, niezdeterminowanym i dynamicznym. Dlatego jest bardzo trudno rozwiązać je bezpośrednio. Proponuje się jego dyskretyzację na osi czasu, za pomocą metody wielohoryzontowej [1,2,8], której zastosowanie pozwala na dekompozycję zagadnienia operatywnego sterowania na ciąg powiązanych ze sobą zagadnień planowania i harmonogramowania. Niniejsza praca ogranicza się do zagadnień planowania zadań, które mają postać jedno- lub wielokryterialnych zagadnień programowania liniowego.

## 2. Sformułowanie problemu

Zagadnienie planowania zadań dla założonego horyzontu czasowego sterowania posiada następującą postać:

$$\begin{aligned} z_1 &= \max(\mathbf{c}_1^T \mathbf{x}) \\ z_2 &= \min(\mathbf{c}_2^T \mathbf{x}) \\ z_3 &= \min(\mathbf{c}_3^T \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x} \in \mathbf{X}, \quad \mathbf{X} = \{\mathbf{x}, \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}. \quad (2)$$

gdzie  $\mathbf{c}_i$  jest wektorem współczynników  $i$ -tej funkcji celu ( $i=1, \dots, 3$ ),  $\mathbf{x}$  jest wektorem zmiennych decyzyjnych, natomiast  $\mathbf{A}$  oraz  $\mathbf{b}$  są odpowiednio macierzą lewych stron i wektorem prawych stron zbioru ograniczeń.

Przykładowy model planowania zadań skonstruowano w oparciu o rzeczywiste dane z rafinerii ropy naftowej dla horyzontu czasowego sterowania trzy miesiące z pięcioma przedziałami dyskretyzacji. Bierze się pod uwagę trzy funkcje celu: zysk osiągany przez system na końcu horyzontu czasowego sterowania, funkcję kar za nie respektowanie zamówień na produkty oraz funkcję kar za nadmierne gromadzenia w systemie. Zbiór rozwiązań dopuszczalnych  $\mathbf{X}$  uwzględnia: równania bilansu materiałowego, zdolności produkcyjne ZP w poszczególnych reżimach pracy, ograniczenia na zdolności magazynowe oraz receptury i wymagania jakościowe w procesach komponowań. Wektor zmiennych decyzyjnych  $\mathbf{x}$  składa się między innymi z wielkości obciążeń każdego ZP we wszystkich podokresach oraz wielkości magazynowania we wszystkich podokresach.

## 3. Rozwiązanie problemu

W celu rozwiązania liniowego zagadnienia wielokryterialnego (1)-(2) proponuje się zastosowanie tzw. zmodyfikowanej metody Zimmermann'a [3,4,5,7] oraz jej postaci wagowej. Obydwa podejścia opierają się na zastosowaniu metody rozmytego programowania liniowego [13].

### Zmodyfikowana metoda Zimmermann'a

Zmodyfikowana metoda Zimmermann'a składa się z dwóch etapów. W pierwszym etapie należy znaleźć rozwiązania: pozytywne rozwiązanie idealne (PIS) oraz negatywne rozwiązanie idealne (NIS), następujących zagadnień jednokryterialnych odpowiadającym funkcjom celu  $z_1, z_2, z_3$  [4,5,7]:

$$z_1^{PIS} = \max_{x \in X} c_1^T x, \quad z_1^{NIS} = \min_{x \in X} c_1^T x, \quad (3)$$

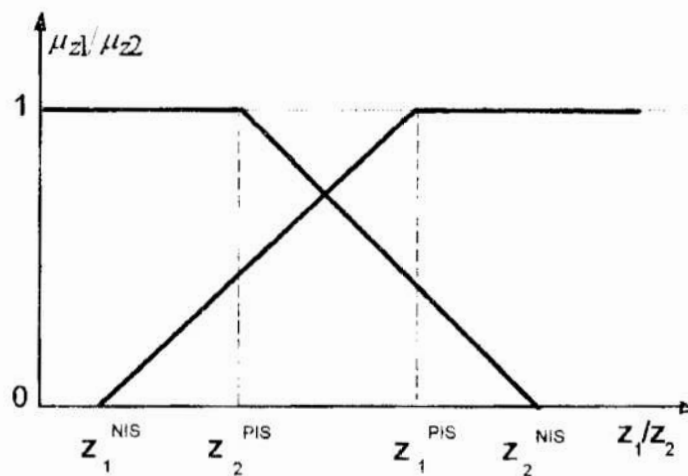
$$z_2^{PIS} = \min_{x \in X} c_2^T x, \quad z_2^{NIS} = \max_{x \in X} c_2^T x, \quad (4)$$

$$z_3^{PIS} = \min_{x \in X} c_3^T x, \quad z_3^{NIS} = \max_{x \in X} c_3^T x. \quad (5)$$

Drugi etap polega na zdefiniowaniu funkcji przynależności dla poszczególnych kryteriów zgodnie z podejściem Zimmermann'a [13] (Rys. 2.):

$$\mu_{z_1} = \begin{cases} 1 & \text{dla } z_1 > z_1^{PIS} \\ \frac{z_1 - z_1^{NIS}}{z_1^{PIS} - z_1^{NIS}} & \text{dla } z_1^{NIS} \leq z_1 \leq z_1^{PIS} \\ 0 & \text{dla } z_1 < z_1^{NIS} \end{cases}, \quad (6)$$

$$\mu_{z_2} = \begin{cases} 1 & \text{dla } z_2 < z_2^{PIS} \\ \frac{z_2^{NIS} - z_2}{z_2^{NIS} - z_2^{PIS}} & \text{dla } z_2^{PIS} \leq z_2 \leq z_2^{NIS} \\ 0 & \text{dla } z_2 > z_2^{NIS} \end{cases}. \quad (7)$$



Rys. 2. Funkcje przynależności odpowiadające kryteriom  $z_1$  oraz  $z_2$ .  
Fig. 2. The membership functions for the goal functions  $z_1$  and  $z_2$ .



Dla trzeciego kryterium funkcja przynależności jest analogicznie skonstruowana jak dla drugiego.

W efekcie otrzymujemy następujące jednokryterialne zagadnienie programowania liniowego odpowiadające zagadnieniu wielokryterialnemu (1)-(2):

$$\begin{aligned} & \max(\alpha) \\ & \text{s.t. } \mu_{z_i}(\mathbf{x}) \geq \alpha, \quad i = 1,2,3, \\ & \mathbf{x} \in \mathbf{X} \end{aligned} \quad (8)$$

### Wagowa postać wielokryterialnego programowania liniowego

W przypadku, gdyż każdemu z kryteriów przyporządkowana jest waga  $w_i, i = 1,2,3$  proponuje się następującą modyfikację zagadnienia (8):

$$\begin{aligned} & \max(\alpha) \\ & \text{s.t. } \mu_{z_i}(\mathbf{x}) \geq w_i \alpha, \quad i = 1,2,3, \\ & \mathbf{x} \in \mathbf{X} \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie: 
$$\max_{i=1,2,3} \{w_i\} = 1, w_i \geq 0, i = 1,2,3. \quad (10)$$

Wagi można obliczyć np. stosując metodę porównywania parami, wprowadzoną przez Saaty'iego [9].

### 4. Wyniki obliczeń

W oparciu o model (8) sformułowano zagadnienia wielokryterialnego planowania zadań odpowiednio dla kryteriów  $z_1$  i  $z_2$  oraz  $z_1, z_2$  i  $z_3$ . Wyniki obliczeń przedstawiono w tablicach 1 i 2.

Rozwiązanie  $\alpha$  może być interpretowane jako stopień osiągnięcia rozwiązania PIS przez każde z kryteriów. Innymi słowy wyraża maksymalny stopień kompromisu pomiędzy kryteriami.

Tablica 1. Rozwiązania idealne dla przyjętych kryteriów

Table 1. Negative Ideal Solutions and Positive Ideal Solutions for the criteria

| Kryterium | NIS         | PIS         |
|-----------|-------------|-------------|
| $z_1$     | -539372.011 | 5745455.793 |
| $z_2$     | 271498.803  | 7575.000    |
| $z_3$     | 325.011     | 15.444      |

Następnie wykonano obliczenia, stosując model (9)-(10) z wagami obliczonymi w oparciu o macierz ocen [9] przedstawioną w tablicy 3.

Tablica 2. Wyniki obliczeń dla dwóch i trzech kryteriów (zmodyfikowana metoda Zimmermann'a)

Table 2. Calculation results for two and three criteria (modified Zimmermann's approach)

|               | $\alpha$ | $z_1$       | $z_2$     | $z_3$  |
|---------------|----------|-------------|-----------|--------|
| Dwa kryteria  | 0.976    | 5591538.270 | 14038.582 |        |
| Trzy kryteria | 0.964    | 5516943.601 | 17171.095 | 26.699 |

Tablica 3. Macierz ocen dla wag (kryteriów)

Table 3. The judgement matrix for the weights (criteria)

|       | $w_1$ | $w_2$ | $w_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $w_1$ | 1     | 9     | 9     |
| $w_2$ | 1/9   | 1     | 5     |
| $w_3$ | 1/9   | 1/5   | 1     |

Elementy tej macierzy przedstawiają liczbę jaką ekspert przyporządkowuje danej parze kryteriów w celu wyrażenia jego subiektywnej oceny dotyczącej stopnia preferencji dla danego elementu z pary. Szczegóły dotyczące zaproponowanej metody można znaleźć w pracach [6,9]. W celu obliczenia wag zastosowano metodę logarytmicznych najmniejszych kwadratów, która w rozważanym przypadku sprowadza się do metody średniej geometrycznej [10].

Wyniki obliczeń przedstawiono w tablicy 4. Obliczenia wykonano w środowisku programu GAMS, stosując solver CPLEX.

Tablica 4. Wyniki obliczeń dla trzech kryteriów (metoda z wagami)

Table 4. Calculation results for three criteria (weighting version)

|             | $\alpha$ | $z_1$       | $z_2$      | $z_3$  |
|-------------|----------|-------------|------------|--------|
| Wagi        |          | 1.00        | 0.19       | 0.08   |
| Rozwiązanie | 1.00     | 5745455.793 | 147599.672 | 87.006 |

## 5. Uwagi dotyczące modyfikacji algorytmu

Przedstawiona w poprzednim rozdziale metoda wymaga sprawdzenia, czy uzyskiwane rozwiązanie jest optymalne w sensie Pareto. Z drugiej strony istnieje możliwość takiej modyfikacji przedstawionego algorytmu aby w efekcie obliczeń otrzymać rozwiązanie optymalne w sensie Pareto [11,13]. Różnica polega na sposobie obliczenia rozwiązań NIS dla każdego kryterium.

Założmy, że mamy do rozwiązania następujące zagadnienie wielokryterialnego programowania liniowego:

$$z_i = \min(c_i^T x) \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (11)$$

$$\text{s.t. } x \in X, \quad X = \{x, Ax = b, x \geq 0\}. \quad (12)$$

Stosując podejście Zimmermann'a, zagadnienie (11)-(12) sprowadza się do odpowiedniego zagadnienia jednokryterialnego:

$$\begin{aligned} & \max(\alpha) \\ & \text{s.t. } \mu_{z_i}(x) \geq \alpha, \quad i = 1, 2, \dots, k, \\ & \quad x \in X \end{aligned} \quad (13)$$

z funkcjami przynależności, zdefiniowanymi zgodnie z zależnością:

$$\mu_{z_i} = \begin{cases} 1 & \text{dla } z_i < z_i^{PIS} \\ \frac{z_i^m - z_i}{z_i^m - z_i^{PIS}} & \text{dla } z_i^{PIS} \leq z_i \leq z_i^m \\ 0 & \text{dla } z_i > z_i^m \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (14)$$

gdzie:

$$z_i^m = \max\{z_i^{NBS}, \dots, z_k^{NBS}\}, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (15)$$

Przy tak zdefiniowanych funkcjach przynależności łatwo wykazać, że jeśli rozwiązanie zagadnienia (13) jest jednokrotne, to jest ono optymalnym rozwiązaniem zagadnienia wielokryterialnego (11)-(12) w sensie Pareto. Własność ta dotyczy tylko zagadnienia bez wag. Uzyskanie odpowiedzi na pytanie: "czy rozwiązanie zagadnienia z wagami, stosując zaproponowaną modyfikację, jest optymalne w sensie Pareto?" wymaga dalszych badań.

## 6. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono zastosowanie metody liniowego programowania rozmytego do rozwiązania wielokryterialnego zagadnienia planowania zadań dla systemu produkcyjnego. Sformułowano trójkryterialne zagadnienie programowania liniowego w oparciu o rzeczywiste dane z rafinerii ropy. Celem zaproponowanego podejścia jest umożliwienie znalezienia takiego rozwiązania rozważanego zagadnienia, aby umożliwić maksymalizację zysku osiąganego przez system, a z drugiej strony w maksymalnym stopniu respektować posiadane zamówienia produktów oraz w minimalnym stopniu gromadzić zapasy. Metoda może być zastosowana w innych systemach produkcyjnych z ciągłymi i okresowo ciągłymi procesami produkcyjnymi.

Zaproponowane podejście zostało rozszerzone o metodę z wagami, które w wielu praktycznych przypadkach określone są w sposób subiektywny. Do obliczenia wag zaproponowano metodę porównywania parami Saaty'iego [9]. Przedstawiona metodyka rozwiązywania zagadnienia planowania zadań dla systemów produkcyjnych wymaga dalszych badań. Należy porównać przedstawione metody z innymi podejściami wielokryterialnymi, oraz sprawdzić optymalność w sensie Pareto otrzymanych rozwiązań.

## Literatura

1. Beker Z., Duzinkiewicz K., Milkiewicz F., Porzeziński M, Stolec L., Tkaczyk D.: Decomposed Computer Aided Operative Production Control for a Class of Production Systems Represented by Petroleum Refinery. *Preprints of 7th IFAC/IFORS/IMACS Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications*, 11-13 July 1995, City University, London, UK, 403-408.
2. Cipkowski W., Kwiesielewicz M., Stolec L.: Multilevel-Multihorizon Control of Production System in Uncertain Conditions. *Systems Science* . 17 (2) 1991, 79-92.
3. Duzinkiewicz K., Kwiesielewicz M.: Multicriteria Production Planning with Possibilistic Programming. *Proc. of 12<sup>th</sup> International Conference on Systems Science*, Vol. II 12-15 September 1995, 296-300.
4. Hwang C.L., Yoon K.: *Multiple attribute Decision making - Methods and Applications*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 1981.
5. Karkowski I.: Architectural Synthesis with Possibilistic Programming. *Computer Architecture Track of 28th Hawaii International Conference on Systems Science* 1994.
6. Kwiesielewicz M.: Grupowe wielokryterialne podejmowanie decyzji w oparciu o metodę porównywania parami. *Materiały XII Ogólnopolskiej Konferencji 'Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania*, Mieleno 1994, 91-98.
7. Lai Y.J., Hwang C.L.: A New Approach to Some Possibilistic Linear Programming Problems. *Fuzzy Sets and Systems*. 49 1992, 121-132.
8. Milkiewicz F.: Control of Production Systems. *Large Scale Systems* 3, North-Holland 1982, 215-226.
9. Saaty T.L.: *The Analytic Hierarchy Process*. Mc-Graw Hill, New York 1980.
10. Saaty T.L.: Comparison of Eigenvalue, Logarithmic Least Squares and Least Squares Methods in Estimating Ratios. *Mathematical Modelling* 5 1984, 309-324.
11. Sakawa M.: *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimisation*, Plenum Press, New York and London 1993.
12. Seo F., Sakawa M.: *Multiple Criteria Decision Analysis in Regional Planning - Concepts, Methods and Applications*. Reidel, Dordrecht 1988.
13. Zimmermann H.-J.: Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1 1978, 45-55.
14. Zimmermann H.-J.: *Fuzzy Set Theory and Its Application*. Kluwer Academic Press 1985.

## **Streszczenie**

W pracy rozważa się zagadnienie planowania zadań dla wybranej klasy systemów produkcyjnych. Stosując metodę wielohoryzontową zagadnienie planowania zadań dla danego horyzontu czasowego sterowania można sprowadzić do zagadnienia wielokryterialnego programowania liniowego. W celu jego rozwiązania stosuje się tzw. zmodyfikowaną metodę Zimmermann'a. Przedstawia się przykładowe wyniki obliczeń dla modelu otrzymanego w oparciu o rzeczywiste dane z rafinerii ropy.

## **MULTICRITERIA TASKS PLANING FOR PRODUCTION SYSTEM USING FUZZY LINEAR PROGRAMMING METHOD**

### **Summary**

We consider the production control problem for a chosen class of production systems. Using multihorizon method a planning problem for a given control time horizon leads to multicriteria linear programming problem. In order to solve it we apply the modified Zimmermann's approach. We include exemplary calculation results for a model obtained basing on practical data from an oil refinery.

## **ANALIZA METODĄ ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH NOŚNOŚCI WIEŃCOWYCH ŁOŻYSK WAŁECZKOWYCH KRZYŻOWYCH Z PODATNYMI PIERŚCIENIAMI**

### **1. Wstęp**

Łożyska wieńcowe, stosowane w mechanizmach obrotu maszyn roboczych ciężkich takich, jak żurawie i koparki, są jednym z podzespołów decydujących o nośnościach całych maszyn. Przenoszą obciążenie, które wyrazić można za pomocą trzech składowych uogólnionych: siły osiowej  $Q$ , siły promieniowej  $H$  i momentu wywrotnego  $M$ . Nośność łożyska, tj. pole dopuszczalnych obciążeń zewnętrznych, przedstawiane jest zwykle w postaci wykresu  $M=f(Q)$  dla określonej wartości siły promieniowej  $H$ , traktowanej jako parametr. Odpowiednie obliczenia wykonywane były dotychczas przy podstawowym założeniu upraszczającym o nieskończonej sztywności na zginanie i na skręcanie pierścieni łożyskowych. Przyjmowanie powyższego założenia uzasadniane jest tym, że pierścienie osadzone są w siedziskach ustrojów nośnych o dużej sztywności i przykręcane śrubami. Jednakże dokładniejsza analiza pracy łożyska pozwala wykazać, że pierścienie w rzeczywistości mogą podlegać znacznym odkształceniom właśnie w wyniku ich zginania i skręcania, co w zasadniczy sposób ograniczy nośność łożyska.

W pracy [3] przedstawiono wyniki obliczeń nośności trzyczęściowego wałeczkowego łożyska wieńcowego, analizowanego metodą elementów skończonych, pozwalającą na dokładne odwzorowanie kształtów przekrojów pierścieni oraz uwzględniającą wszystkie możliwe odkształcenia pierścieni, które w innych modelach musiały być pomijane. Wyniki potwierdziły, że odkształcenia pierścieni łożyskowych, spowodowane ich ograniczoną sztywnością mają zasadniczy wpływ na wysokość obciążeń, jakie mogą być przeniesione przez łożysko, i że przy określaniu nośności konieczne jest uwzględnianie podatności pierścieni, a także ich mocowania. Obydwa pierścienie łożyskowe traktowano jako jednolite. W rzeczywistości pierścień wewnętrzny tego łożyska jest dzielony. Uwzględnienie w budowie modelu podziału pierścienia oraz wyznaczenie nośności łożyska stanowiło podstawowy cel pracy [4]. Stwierdzono, że obniżenie nośności w stosunku do nośności łożyska traktowanego jako sztywne może sięgać nawet 60%.

Trzyczęściowe wałeczkowe łożysko wieńcowe w porównaniu z innymi typami łożysk stanowi najprostszą i najłatwiejszą konstrukcję do prowadzenia badań zależności pomiędzy podatnością pierścieni a nośnością. Można bowiem tu pominąć promieniową składową obciążenia zewnętrznego  $H$  przejmowaną w całości przez rząd wałeczków o osiach pionowych, nie biorący udziału w przenoszeniu pozostałych składowych obciążenia. Jednakże już w wałeczkowym łożysku krzyżowym składowej promieniowej pominąć się nie da. Dlatego w pracy podjęto próbę budowy modelu łożyska krzyżowego i przeprowadzenia obliczeń, prowadzących do wyznaczenia nośności i graficznego zilustrowania zachodzących odkształceń pierścieni.

### **2. Założenia modelu wałeczkowego krzyżowego łożyska wieńcowego**

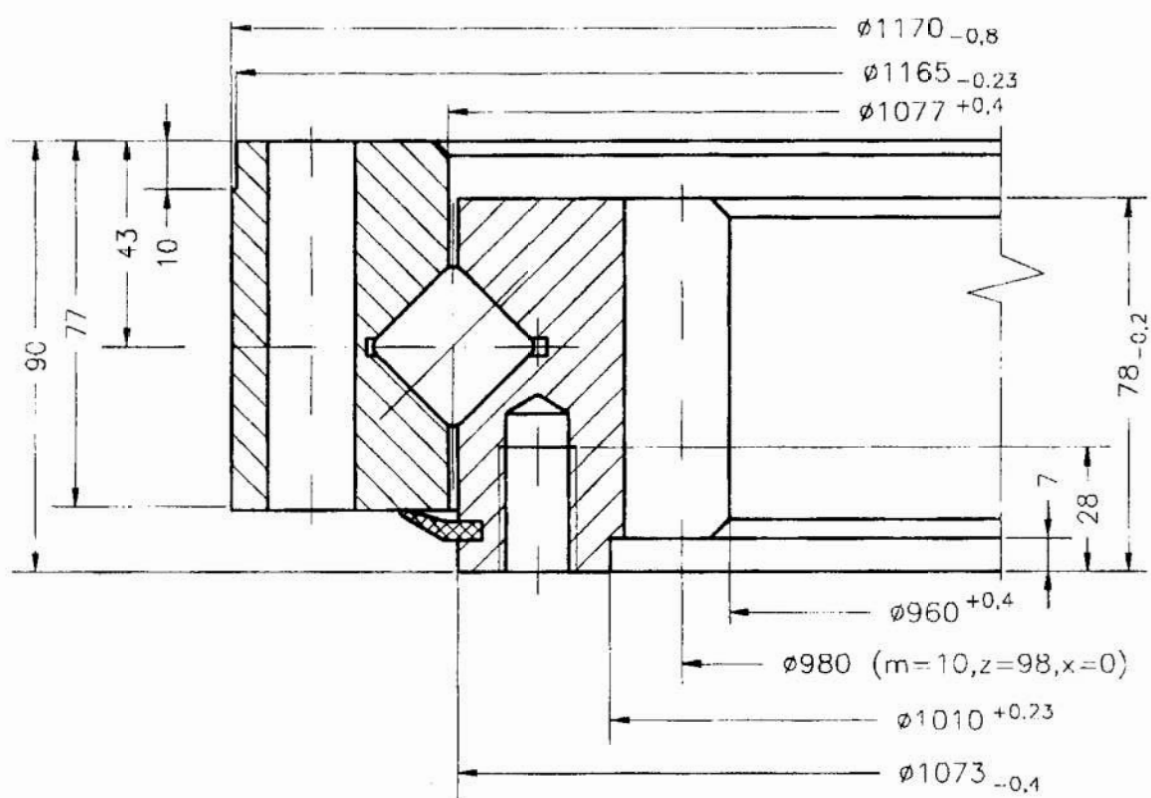
Podstawowym założeniem jakie uczyniono jest przyjęcie ustrojów nośnych maszyny roboczej, do których przykręcane są pierścienie łożyskowe, jako nieskończone sztywne. Wówczas górna część maszyny roboczej przemieszcza się względem dolnej jako

---

*\*Politechnika Częstochowska, Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn,  
ul. Dąbrowskiego 73, 42-200 CZĘSTOCHOWA*

ciało sztywne, zaś linia wzajemnych przemieszczeń rzutowana na płaszczyznę działania momentu wywrotnego jest linią prostą. Na wzajemne przemieszczenia składają się ugięcia pierścieni w wyniku ich zginania, skręcania oraz ściskania i odkształcenia walczków biorących udział w przeniesieniu obciążenia łożyska. Rząd walczków, w którym obciążenie walczków jest wynikiem sumy oddziaływań siły osiowej  $Q$  oraz momentu  $M$  nazwano rzędem nośnym i oznaczono indeksem "1", a rząd drugi, gdzie obciążenie jest różnicą oddziaływań siły i momentu - rzędem podtrzymującym.

Rozpatrywane łożysko przedstawiono na rys.1. Wynikowe przemieszczenia poszczególnych przekrojów pokazuje rys.2; przemieszczenia są proporcjonalne do odległości od osi przemieszczeń zerowych.



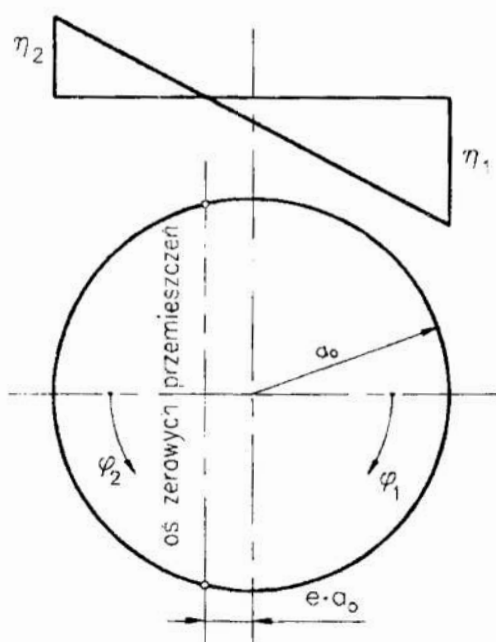
Rys.1. *Walczkowe krzyżowe łożysko wieńcowe*

Fig.1. *Roller angular bearing*

W modelu rozpatrywanym w niniejszej pracy, zginaniu i skręcaniu podlegają te fragmenty obwodu pierścieni wewnętrznego i zewnętrznego, które wskutek przenoszonych obciążeń są "odrywane" od siedzisk.

Ponadto założono, że:

- promienie toczne, po których przetaczają się części toczne w rzędach nośnym i podtrzymującym są takie same,
- powierzchnie bieżni i części tocznych mają idealne kształty, a wszystkie części toczne mają tę samą średnicę,
- w łożysku nie występuje ani luz, ani zacisk wstępny,
- materiały pierścieni i części tocznych są jednorodne i izotropowe,
- maksymalne obciążenia występują w tzw. węzłach łożyska, tj. najbardziej obciążonych przekrojach poszczególnych rzędów, leżących w płaszczyźnie działania momentu  $M$ ; są to  $P_{A1}$  w rzędzie nośnym i  $P_{B2}$  w rzędzie podtrzymującym,



- odkształcenia stykowe układu bieżnia - waleczek - bieżnia w rzędzie podtrzymującym, jak i w rzędzie nośnym z wystarczającą dokładnością wyrazić można jako liniową funkcję obciążenia.

Rys.2. Rozkład przemieszczeń górnej części maszyny roboczej względem dolnej  
Fig.2. Distribution of axial displacement of the upper part of a machine towards the lower one

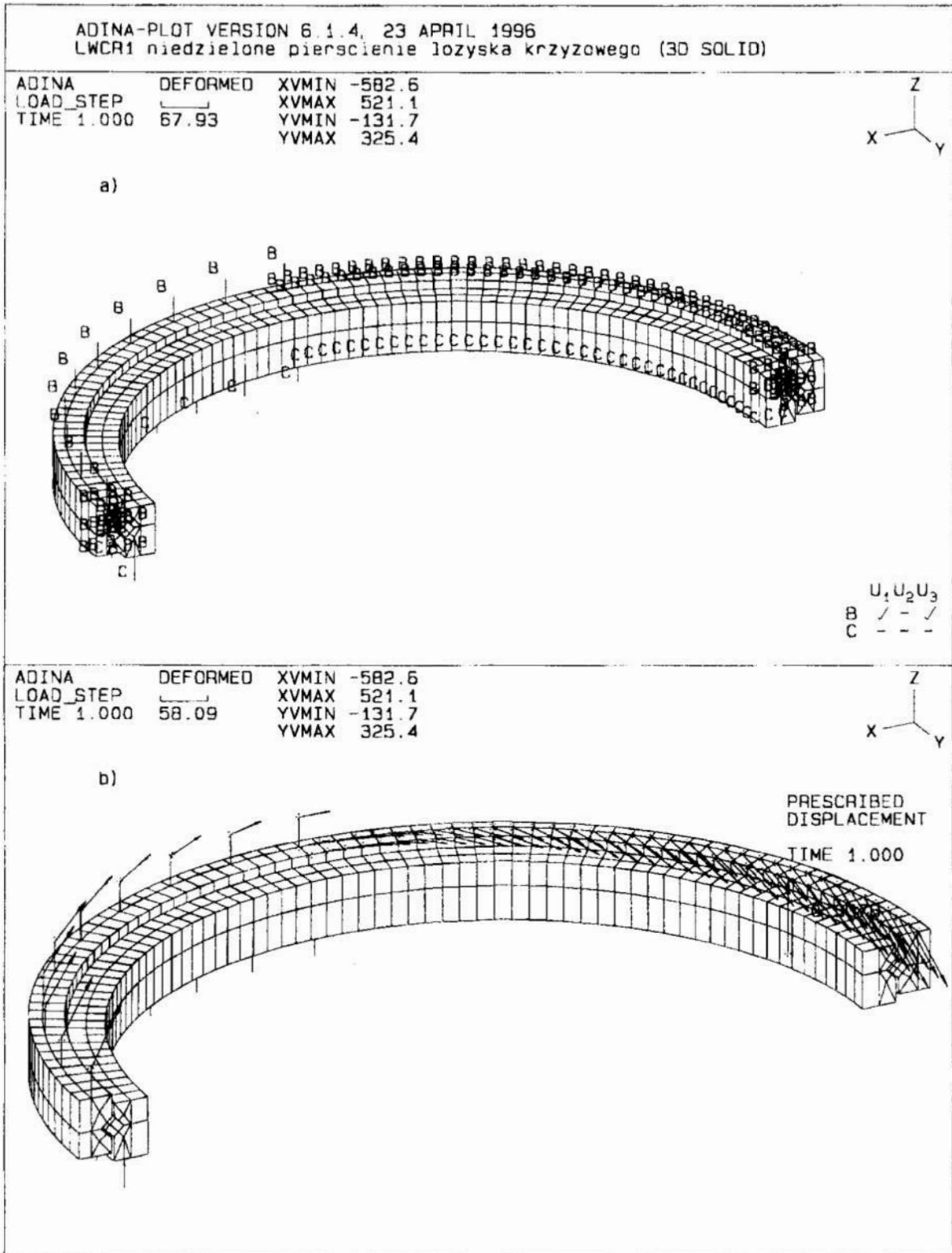
### 3. Podstawowe założenia i budowa modelu krzyżowego łożyska wieńcowego

Założenia przyjmowane w pracach [3,4] do budowy modelu łożyska trzyrzędowego pozostają aktualne również dla łożyska krzyżowego. Zasadniczą różnicą jest konieczność uwzględnienia wzajemnych przemieszczeń promieniowych pierścieni, tym samym model musi być zdolny do przenoszenia składowej promieniowej obciążenia zewnętrznego. Ponadto nie ma tu wyraźnego rozdziału waleczków na waleczki rzędu nośnego i na waleczki rzędu podtrzymującego, bowiem są one ułożone w jednym rzędzie. Ponieważ jednak waleczki są ułożone naprzemiennie, tzn. osie sąsiednich waleczków są wzajemnie prostopadłe, to współpracują one z dwoma różnymi parami bieżni, tworząc dwa odrębne rzędy obliczeniowe. Ich wymiary i liczby w rzędach nośnym i podtrzymującym są takie same.

Do modelowania wybrano rzeczywistą konstrukcję łożyska krzyżowego z niedzielnymi pierścieniami. W łożysku w sumie są 144 waleczki o średnicy 21 mm i długości prostopadłej części tworzącej 19 mm. Waleczki przetaczają się na średnicy średniej równej 1075 mm. Przekrój pierścienia zewnętrznego przybliżyć można prostokątem 43,5x79 mm, a wewnętrznego - 46x78 mm. Luz promieniowy pomiędzy pierścieniami wynosi 3 mm. W pierścieniach wykonane są wybrania na bieżnie, po których przetaczają się waleczki. Kąt działania łożyska jest równy 45 stopni. Każdy z pierścieni mocowany jest 36 śrubami M16 do ustrojów maszyny roboczej na średnicach odpowiednio: 1132 mm - zewnętrzny i 1045 mm - wewnętrzny.

Z uwagi na symetrię zagadnienia, gdzie płaszczyzną symetrii jest płaszczyzna działania momentu wywrotnego, zamodelowano tylko połowy obwodów pierścieni. Pierścienie łożyskowe zbudowano z elementów przestrzennych 8 - węzłowych i zdegenerowanych 6 - węzłowych. Sposób podziału wynikał z kształtu modelowanych przekrojów. Ograniczona do 10 liczba elementów przekroju podyktowana została możliwościami obliczeniowymi posiadanego sprzętu. Podział obwodu przyjęto na podstawie liczby części toczonej oraz liczby śrub mocujących. Ustalono podział półobwodu pierścienia na 72 elementy. Podziałka rozmieszczenia śrub wyniosła więc 4 elementy. Ostatecznie każdy z półpierścieni podzielony został na 720 elementów. Śruby mocujące zastąpiono elementami prętowymi z napięciem wstępnym, identycznie jak w łożysku trzyrzędowym. Przyłożone do prętów napięcie wstępne wynosiło 55 kN, co odpowiadało napięciu montażowemu rzeczywistych śrub, zapobiegającemu odrywaniu pierścieni od ustrojów





Rys.3. Model łożyska zbudowany z elementów skończonych: a) warunki brzegowe, b) obciążenie modelu

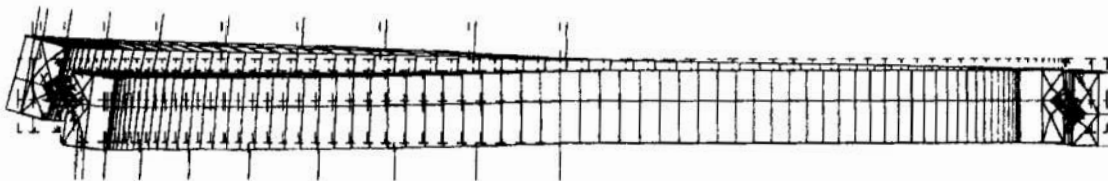
Fig.3. Finite element bearing model: a) boundaries of the model, b) loading of the model

ADINA-PLOT VERSION 6.1.4, 23 APRIL 1996  
 LWCR1 niedzielone pierścienie łożyska krzyżowego (3D SOLID)

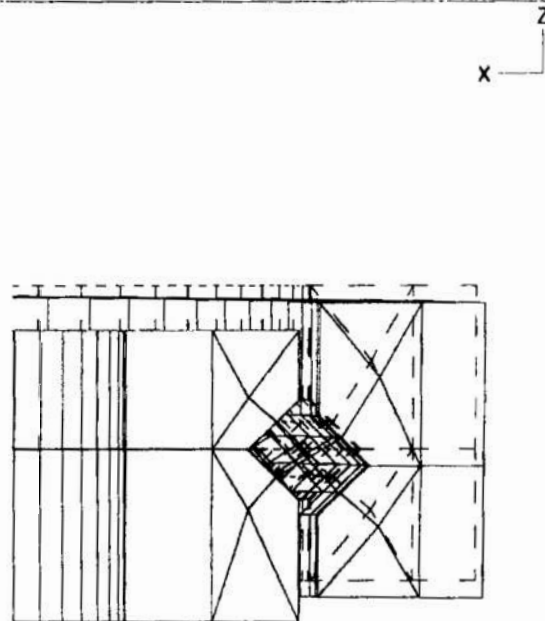
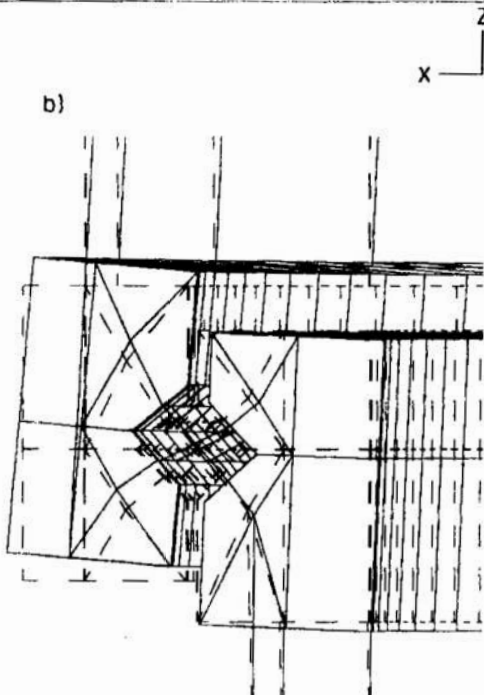
| ADINA      | ORIGINAL | DEFORMED | XVMIN | -595.7 |
|------------|----------|----------|-------|--------|
| LOAD_STEP  |          |          | XVMAX | 594.5  |
| TIME 1.000 | 62.64    | 1.265    | YVMIN | -54.97 |
|            |          |          | YVMAX | 155.1  |



a)



b)



Rys. 4. Odkształcenia wieńcowego łożyska krzyżowego wywołane obciążeniem granicznym: a) całego łożyska, b) przekrojów węzłowych

Fig. 4. Deformations of the roller angular bearing under the limiting value of loading: a) the whole bearing, b) bond cross sections of the bearing

nośnych maszyny roboczej. Wałeczki również zastąpiono elementami prętowymi, tym razem z lukami, które mogą przenosić tylko siły ściskające. Ich zastępczy przekrój ustalono na  $45,768484 \text{ mm}^2$ .

Węzły płaszczyzny symetrii związane są warunkami brzegowymi, nie dopuszczającymi do przemieszczeń w kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny. Na węzły dolnej powierzchni pierścienia wewnętrznego, znajdujące się pod obciążoną partią wałeczków nośnych, czyli  $t_c$ , które dociskane są do podwozia maszyny roboczej nakłada się więzy sztywne, nie zezwalające na przemieszczanie węzłów. Natomiast węzłom górnej powierzchni pierścienia zewnętrznego odebrano możliwość przemieszczania się względem powierzchni siedziska w nadwoziu na tej części, przez którą przenoszone jest obciążenie.

Obciążenie łożyska w postaci zadanych przemieszczeń osiowych oraz promieniowych przykładane jest do końców elementów prętowych, modelujących śruby mocujące pierścień zewnętrzny do nadwozia maszyny lub do górnej powierzchni pierścienia zewnętrznego w zależności od usytuowania rozpatrywanego przekroju względem osi przemieszczeń zerowych.

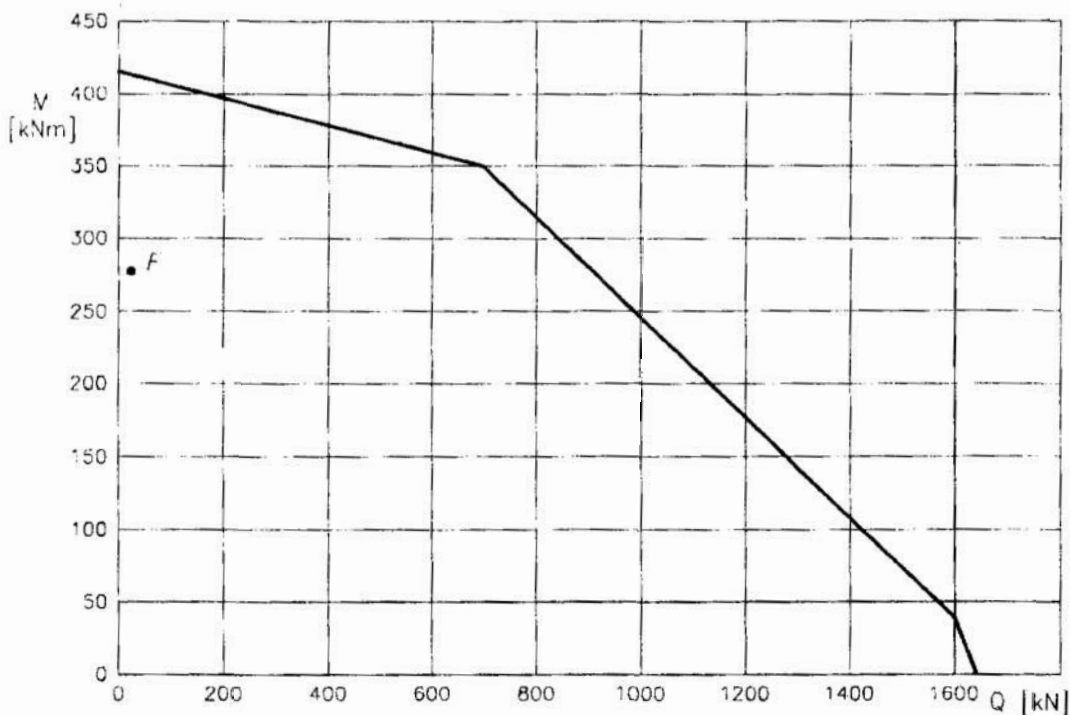
Model łożyska krzyżowego zbudowany z elementów skończonych wraz z nałożonymi więzami pokazano na rys. 3.a), a z przyłożonym obciążeniem zewnętrznym na rys. 3.b).

#### 4. Wyniki przeprowadzonych obliczeń łożyska krzyżowego

Obliczenia przeprowadzono dla maksymalnego przemieszczenia pierścienia zewnętrznego wynoszącego  $0,33 \text{ mm}$ , co odpowiada największemu obciążeniu wałeczka rzędu nośnego równemu  $35100 \text{ N}$ . W wyniku obliczeń za pomocą programu ADINA [5] otrzymano odkształcenia poszczególnych przekrojów pierścieni łożyskowych oraz siły przenoszone przez poszczególne wałeczki. Jeden z rozpatrzonych przypadków przedstawiono na rysunkach 4; odpowiadające temu przypadkowi obciążenie zewnętrzne określone jest składowymi:  $H = 77,4 \text{ kN}$ ,  $Q = 25,5 \text{ kN}$ ,  $M = 275,0 \text{ kNm}$ , a największe obciążenia wałeczków wynoszą:  $P_{A1} = 35,1 \text{ kN}$ ,  $P_{B2} = 14,6 \text{ kN}$ .

W przeniesieniu obciążenia bierze udział 35 wałeczków rzędu nośnego oraz 36 wałeczków rzędu podtrzymującego. Zamieszczone rysunki pokazują, że pierścienie łożyska krzyżowego posiadają dużą sztywność, znacznie wyższą niż pierścienie łożyska trzyczęściowego, pomimo mniejszej liczby śrub mocujących, jak również mniejszej średnicy śrub.

Nośność łożyska z podatnymi pierścieniami w rozpatrywanym przypadku jest mniejsza od nośności łożyska wyznaczonej przy założeniu idealnej sztywności pierścieni (wg [2]) - różnica wynosi ok. 40%; obszar dopuszczalnej pracy łożyska ze sztywnymi pierścieniami dla siły promieniowej  $H = 25,5 \text{ kN}$  wraz z zaznaczonym punktem nośności łożyska z pierścieniami podatnymi pokazano na rys. 5. Tak duże różnice mają miejsce w zakresie małych obciążeń osiowych łożyska. Dla wyższych obciążeń osiowych różnice maleją do zera wraz ze zmniejszaniem się udziału rzędu podtrzymującego w przeniesieniu obciążenia. Powstające deformacje mają charakter lokalny, występują tylko w pobliżu bieżni rzędu nośnego obu pierścieni. Natomiast w zakresie mniejszych obciążeń osiowych  $Q$ , t.j. w przypadku przedstawionym na rys. 4, praca rzędu podtrzymującego wałeczków powoduje duże deformacje całych przekrojów pierścieni. Szczególnie duże są deformacje powstające wskutek skręcania, podczas gdy zginanie pierścieni na łukach pomiędzy śrubami mocującymi odgrywa niewielką rolę. Udział odkształceń pierścieni w wynikowym wzajemnym przemieszczeniu pierścieni jest znaczny, bowiem odkształcenia te są 4,4 razy większe od największych deformacji części tocznych.



Rys. 5. Wykres nośności wieńcowego łożyska krzyżowego: krzywa - nośność dla łożyska sztywnego, punkt  $F$  - wynik otrzymany dla łożyska z podatnymi pierścieniami

Fig. 5 Load carrying capacity of the bearing: the curve - diagram for the rigid bearing, the point  $F$  - the result obtained for the bearing with flexible rings

## 5. Podsumowanie

Przedstawione rezultaty pozwalają stwierdzić, że odkształcenia pierścieni łożyskowych spowodowane ich ograniczoną sztywnością są bardzo duże, podobnie jak w przypadku łożysk trzyczęściowych. Udział tych odkształceń w wynikowym przemieszczeniu pierścieni jest wielokrotnie większy od udziału odkształceń samych części tocznych. Dlatego mają one zasadniczy wpływ na wartość obciążeń, jakie mogą być przeniesione przez łożysko. Przy określaniu nośności konieczne jest więc uwzględnianie podatności pierścieni, a także ich mocowania. Opracowany model może być wykorzystany do analizy wpływu różnych wskaźników sztywnościowych na nośności łożysk wieńcowych. Ponadto na jego bazie można zbudować modele innych typów łożysk wieńcowych. Przewiduje się także dalsze wykorzystanie metody elementów skończonych do analizy podatności siedzisk ustrojów nośnych maszyny roboczej, z uwzględnieniem lokalnych usztywnień, w aspekcie nośności łożysk wieńcowych.

## Literatura

1. Dziurski A., Kania L., Mazanek E.: *Wpływ luzów łożyskowych i zacisków wstępnych na cechy eksploatacyjne łożysk wieńcowych wałeczkowych trzyczęściowych*. *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn*, 1990, **25**, (4), 393-406.
2. Dziurski A., Kania L., Mazanek E.: *Komputerowy system obliczania nośności i doboru łożysk tocznych wieńcowych*. XIV Sympozjon PKM, Poznań, 1989.

3. Dziurski A., Kania L., Mazanek E.: *Model łożyska tocznego wieńcowego trzyczędowego z podatnymi pierścieniami*. XVII Sympozjon PKM. Materiały konferencyjne, Nałęczów 1995.
4. Dziurski A., Kania L., Mazanek E.: *Modelowanie łożysk wieńcowych trzyczędowych z dzielonymi pierścieniami*. X Jubileuszowa Konferencja "Metody i Środki Projektowania Wspomagane Komputernie". Materiały konferencyjne, Warszawa, 1995.
5. *ADINA. Theory and Modelling Guide*. ADINA R&D Inc., Watertown 1992.

### **Streszczenie**

W pracy rozpatrywano nośność waleczkowego krzyżowego łożyska wieńcowego z pierścieniami o ograniczonej sztywności, mocowanych do ustrojów nośnych maszyny podatnymi śrubami. Do budowy modelu użyto elementów skończonych. Przedstawiono wyniki przeprowadzonych obliczeń dla modelu oraz dla łożyska, w którym pierścienie traktowane są jako idealnie sztywne. Pokazano także deformacje, jakich doznają pierścienie przy granicznych wartościach przenoszonego obciążenia.

## **FINITE ELEMENT ANALYSIS OF LOAD CARRYING CAPACITY OF THE ANGULAR ROLLER BEARING WITH FLEXIBLE RINGS**

### **Summary**

In the paper a load carrying capacity of an angular roller bearing with rings of limited rigidity, which are fastened with flexible bolts, was discussed. Finite elements were used for building the bearing model. Results of calculations for the model as well as for the bearing, of which rings were treated as ideally rigid ones, are presented. Also, deformations of the rings under the limiting values of loading are shown.

## NEURONOWY REGULATOR TEMPERATURY<sup>2</sup>

### 1. Wprowadzenie

Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych (ang. artificial neural networks) w automatyce jest aktualnie zagadnieniem badanym w wielu ośrodkach naukowych na świecie. Większość prowadzonych prac ma charakter teoretyczny lub ma postać symulacji komputerowych.

Niniejsza praca prezentuje syntezę regulatora neuronowego do sterowania obiektem nieliniowym, w przypadku którego to obiektu nie powiodły się próby zastosowania klasycznego układu regulacji.

### 2. Obiekt regulacji

Obiektem regulacji jest chłodnica oleju stanowiska badawczego o nazwie SON1 (od nazwisk twórców), a wielkością regulowaną jest temperatura oleju zasilającego głowicę badawczą tego stanowiska.

Stanowisko SON1 jest światowej klasy stanowiskiem badawczym do badania wzdłużnych łożysk ślizgowych i znajduje się w Laboratorium Badawczym Katedry Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Wydziału Mechanicznego Politechniki Gdańskiej. Na stanowisku tym prowadzone są zaawansowane badania termodynamiczne i hydrodynamiczne filmu smarnego oraz badania eksploatacyjne nowych konstrukcji wzdłużnych łożysk ślizgowych. Stanowisko jest nowoczesne; w większości zautomatyzowane i skomputeryzowane.

Do chłodzenia oleju zasilającego głowicę badawczą wykorzystywana jest chłodnica współprądowa płaszczowo-rurowa. Czynnikiem chłodzącym jest zimna woda bieżąca.

Obecnie sterowanie temperaturą oleju zasilającego polega na:

1. ręcznym sterowaniu zaworem w celu ustabilizowania temperatury,
2. ręcznym korygowaniu wpływu zakłóceń podczas badań.

Takie podejście ma kilka niedogodności:

1. konieczności zaangażowania doświadczonego pracownika do ręcznego wysterowania temperatury,
2. konieczność ciągłej obserwacji temperatury w celu wykrycia i kompensacji wpływu zakłóceń,
3. występowanie dużych przesterowań powodujących wydłużenie okresu stabilizacji temperatury, co wydłuża okres badań i podnosi ich koszty,
4. występowanie dużych przesterowań, podczas kompensacji zakłóceń, powodujących utrudnienia w interpretacji danych pomiarowych z badań łożysk.

Wykonanie klasycznego układu sterowania temperaturą oleju, w celu wyeliminowania sterowania ręcznego, jest niezwykle trudne ze względu na silnie nieliniowy charakter

---

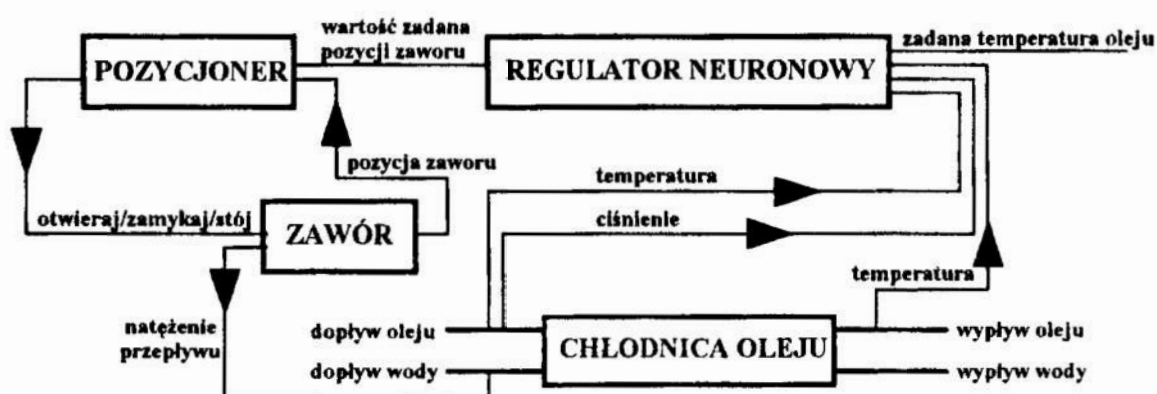
<sup>1</sup> Politechnika Gdańska Wydział Mechaniczny  
80-952 Gdańsk G.Narutowicza 11/12  
e-mail: sgrzymek@sunrise.pg.gda.pl

<sup>2</sup> Praca finansowana przez Komitet Badań Naukowych, projekt nr 8T11A02410

obiektu, często zmieniane parametry punktu pracy, kłopoty z matematycznym modelowaniem obiektu.

### 3. Koncepcja układu sterowania i akwizycja danych

Po przeanalizowaniu układu chłodzącego i całego stanowiska zaproponowano koncepcję układu sterującego (rys. 1). Jest to układ o strukturze odpowiadającej układowi kaskadowemu. Układ pomocniczy (pętla pomocnicza) jest trójwartościowym układem pozycjonującym położenie wrzeciona zaworu sterującego. W układzie głównym (określającym wartość zadaną dla układu pomocniczego) znajduje się neuronowy regulator predykcyjny z dodatkową kompensacją zakłóceń. Jako kompensowane zakłócenia wytypowano główne zakłócenia procesu: temperaturę oleju na wlocie do chłodnicy oraz natężenie przepływu oleju przez chłodnicę.



Rys. 1. Schemat blokowy układu sterowania

Fig. 1. Block scheme of a control system

Jako dane pomiarowe wytypowano:

1. temperaturę oleju na wlocie do chłodnicy,
2. ciśnienie oleju na wlocie do chłodnicy,
3. temperaturę oleju na wylocie z chłodnicy,
4. położenie wrzeciona zaworu sterującego.

Jeden cykl pomiarowy polegał na skokowej (co 20%) zmianie nastawy zaworu od 0% do 100% i z powrotem do 0% i oczekiwaniu po każdej zmianie na stabilizację temperatury. Dla każdego cyklu zmieniano obciążenie cieplne poprzez zmianę obrotów (100-1000 obr/min) i obciążenia (2-20 kPa) łożyska badanego oraz natężenia przepływu oleju (otwarcie zaworu 100%, 66%, 33%). Po analizie dynamiki obiektu czas próbkowania określono na 1 sekundę.

Przed przystąpieniem do pomiarów wykonano i zamontowano czujnik położenia wrzeciona zaworu sterującego oraz program komputerowy akwizycji danych.

W wyniku akwizycji uzyskano bazę danych zawierającą 4800 punktów pomiarowych.

### 4. Synteza neuronowego modelu chłodnicy

Po przeanalizowaniu danych pomiarowych określono czas predykcji modelu na 5 sekund i dokonano syntezy zbioru uczącego zawierającego 1650 zestawów uczących.

Na podstawie znanej metodyki [3,10] określono parametry sieci neuronowej jednokierunkowej mającej pełnić rolę modelu predykcyjnego chłodnicy.

|                                     |                       |
|-------------------------------------|-----------------------|
| Liczba wejść                        | 3                     |
| Liczba warstw ukrytych              | 1                     |
| Liczba neuronów w warstwie ukrytej  | 6                     |
| Liczba wyjść                        | 1                     |
| Funkcja aktywacji neuronów ukrytych | tangens hiperboliczny |
| Współczynnik uczenia                | 0.5                   |
| Współczynnik bezwładności           | 0.35                  |
| Długość epoki uczącej               | 110                   |

*Tab. 2. Parametry sieci neuronowej do modelowania*

*Tab. 2. Parameters of a neural network for modelling*

Na wejścia sieci wprowadzono:

1. temperaturę oleju dopływającego w chwili  $k$ ,
2. ciśnienie oleju dopływającego w chwili  $k$ ,
3. pozycję wrzeciona zaworu w chwili  $k$ .

Na wyjściu sieci oczekiwano wartości spadku temperatury oleju wypływającego w chwili  $k+5$ .

Wszystkie wartości były znormalizowane do zakresu  $\langle 0..1 \rangle$ .

Na podstawie zbioru uczącego przeprowadzono, wykorzystując algorytm wstecznej propagacji błędów, uczenie zaprojektowanej sieci (modelowanie). Uczenie zakończono po 50000 epok uczących. Błędy odpowiedzi modelu po tym czasie były porównywalne z błędami pomiarowymi, więc dalsze uczenie nie miało sensu.

## 5. Synteza regulatora

Na podstawie zaproponowanej metodyki [3] wykorzystując uzyskany model predykcyjny chłodnicy określono parametry sieci neuronowej jednokierunkowej mającej pełnić rolę głównego regulatora predykcyjnego.

|                                     |                       |
|-------------------------------------|-----------------------|
| Liczba wejść                        | 4                     |
| Liczba warstw ukrytych              | 1                     |
| Liczba neuronów w warstwie ukrytej  | 7                     |
| Liczba wyjść                        | 1                     |
| Funkcja aktywacji neuronów ukrytych | tangens hiperboliczny |
| Współczynnik uczenia                | 0.5                   |
| Współczynnik bezwładności           | 0.35                  |
| Długość epoki uczącej               | 110                   |

*Tab. 3. Parametry sieci neuronowej do sterowania*

*Tab. 3. Parameters of a neural network for control*



Na wejścia sieci wprowadzano:

1. temperaturę oleju dopływającego w chwili  $k$  (umożliwia eliminację tego zakłócenia i określa punkt pracy chłodnicy,
2. ciśnienie oleju dopływającego w chwili  $k$  (wspólnie z temperaturą oleju dopływającego umożliwia identyfikację natężenia przepływu i eliminację tego zakłócenia),
3. wymagany spadek temperatury na wylocie z chłodnicy w chwili  $k+5$ ,
4. wartość temperatury na wylocie z chłodnicy w chwili  $k$  (umożliwia identyfikację nie mierzonych zakłóceń i reakcję na te zakłócenia, np. na zmianę temperatury wody chłodzącej).

Na wyjściu sieci oczekiwano wartości pozycji wrzeciona zaworu w chwili  $k+5$ .

Wszystkie wartości były znormalizowane do zakresu  $\langle 0..1 \rangle$ .

Wykorzystując algorytm wstecznej propagacji błędów, przeprowadzono uczenie zaprojektowanej sieci (syntezę regulatora). Uczenie zakończono po 70000 ze względu na praktyczne ustabilizowanie się błędu uczenia.

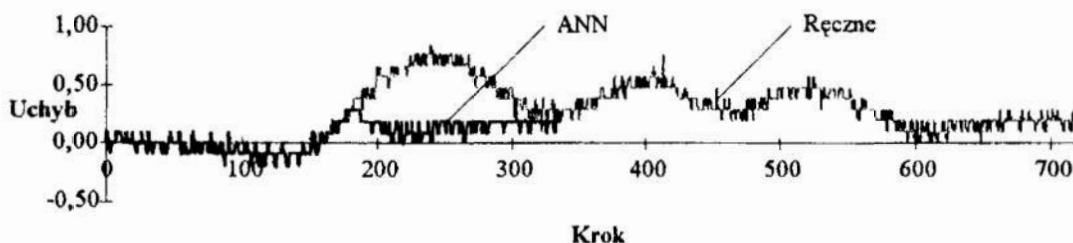
Na podstawie uzyskanych parametrów sieci wykonano nowy symulator sieci neuronowej (regulator) charakteryzujący się bardzo szybką ewaluacją.

## 6. Uzyskane wyniki

Dla uzyskanego regulatora przeprowadzono testy mające określić poprawność jego działania i jakość regulacji.

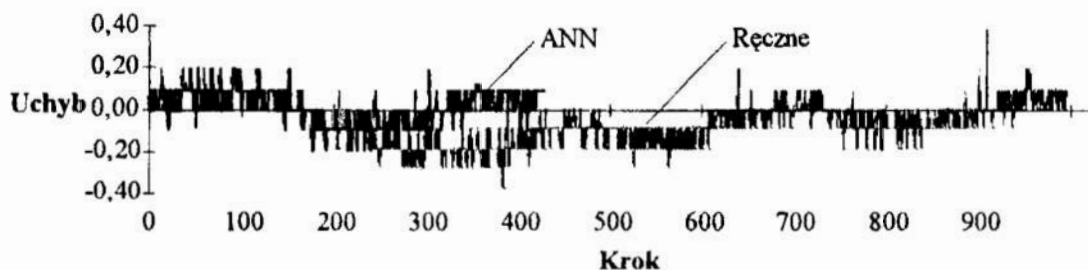
Testy polegały na stabilizacji temperatury po wystąpieniu zakłócenia w postaci skokowej zmiany prędkości obrotowej wału głowicy badawczej. Pracę regulatora porównano z regulacją ręczną wykonaną przez doświadczonego pracownika. Parametry punktu pracy dla testów dobrano tak, aby regulacja ręczna była jak najłatwiejsza.

Wyniki dwóch testów w formie graficznej przedstawiono na rysunkach 4 i 5.



Rys. 4. Test numer 1

Fig. 4. Test number 1



Rys. 5. Test numer 2

Fig. 5. Test number 2

Analiza wyników przeprowadzonych testów pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków:

1. możliwe jest zastąpienie sterowania ręcznego sterowaniem neuronowym;
2. dokładność sterowania neuronowego i ręcznego jest zbliżona;
3. sterowanie neuronowe daje mniejsze przesterowanie i krótszy czas regulacji (z reguły przy klasycznym sterowaniu jest inaczej - skrócenie czasu regulacji powoduje wzrost przesterowania i vice versa).

## 7. Zakończenie

W wyniku prowadzonych prac uzyskano możliwość automatycznego sterowania temperaturą oleju zasilającego głowicę badawczą stanowiska SON1. To sterowanie cechuje się mniejszym przesterowaniem i krótszym czasem regulacji niż sterowanie ręczne.

Dodatkowo pozytywnie zweryfikowano metodykę projektowania regulatorów neuronowych proponowaną w pracy [3].

## Literatura

1. Amborski K.: Teoria sterowania, PWN Warszawa 1987
2. Brown M., Harris C.: Adaptive neurofuzzy systems for difficult modelling and control problems, Advances in neural networks for control and systems System Technology Research Centre Daimler-Benz AG Germany 1994
3. Grymek Sz.: Metodyka projektowania sztucznych sieci neuronowych do sterowania nieliniowymi procesami mechanicznymi Praca Doktorska (w przygotowaniu)
4. Grymek Sz.: Sterowanie obiektami nieliniowymi. Podejście neuronowe., Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego WSI Koszalin nr 18 Koszalin 1995
5. Grymek Sz.: Neuronowa regulacja wielowymiarowego obiektu nieliniowego, V Krajowa Konferencja "Automatyzacja i eksploatacja systemów sterowania" Gdynia 1995
6. Grymek Sz.: Neuronowe modele obiektów dynamicznych, Zeszyt Naukowy Wydziału Mechanicznego WSI Koszalin nr 18 Koszalin 1994
7. Hertz J., Krogh A., Palmer R.: Wstęp do obliczeń neuronowych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne Warszawa 1993
8. Hunt K.: Classification by induction: application to modelling and control of non-linear dynamical systems, Intelligent Systems Engineering Winter 1993
9. Kober R., Strobel M.: Comparison of artificial neural networks with classical methods in control, Research Institute for Applied Knowledge Processing Ulm Germany 1994
10. Korbicz J., Obuchowski A., Uciński D.: Sztuczne sieci neuronowe. Podstawy i zastosowania, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ Warszawa 1994
11. Kosko B.: Neural networks and fuzzy systems, Prentice-Hall International Editions Englewood Cliffs USA 1992

## Streszczenie

W referacie przedstawiono syntezę regulatora neuronowego do sterowania temperaturą oleju zasilającego głowicę badawczą stanowiska SON1 (stanowisko do badania łożysk

ślizgowych). Uzyskano możliwość zastąpienia sterowania ręcznego sterowaniem automatycznym. Pozytywnie zweryfikowano metodykę projektowania regulatorów neuronowych proponowaną w pracy [3].

## **NEURAL CONTROLLER OF TEMPERATURE**

### **Summary**

A synthesis of artificial neural network as a controller of temperature for a real non-linear plant is presented. The results are very encouraging. A methodology presented in [3] is verified.

## OPTYMALIZACYJNY CHARAKTER PRAW DYNAMIKI UKŁADÓW FIZYCZNYCH

*„Wszak celem nauk teoretycznych jest prawda,  
a celem nauk praktycznych działanie.”*

*Arystoteles*

### 1. Wprowadzenie

W artykule przedstawiono zasady formułowania zadań statyki i dynamiki fizycznego układu akumulującego energię. Pokazano, iż struktura matematycznego opisu procesów energetycznych powstających w rozpatrywanym układzie nie zależy od formy energii. Podstawowymi pojęciami, za pomocą których opisano te procesy są: przestrzeń konfiguracji układu oraz funkcjonal energii określony na tej przestrzeni. Natomiast jako podstawę do sformułowania rozpatrywanych tu opisów przyjęto zasadę zachowania energii. Według tych przesłanek sformułowano zasadnicze zadania statyki i dynamiki. Szczególną uwagę poświęcono sformułowaniom w postaci problemów wariacyjnych (optymalizacyjnych). Pokazano, iż znane w mechanice wariacyjne zasady np. całkowita zasada Hamiltona, zasada Gaussa, wynikają z przedstawionych tu fundamentalnych zasad procesów energetycznych. Ze względu na brak miejsca nie rozważano opisu wielu innych istotnych procesów takich jak np. dyssypacja energii. Jednakże przedstawione tu zasady stanowią również podstawę do formułowania ich opisu, co pokazano w pracy [4].

### 2. Opis układu fizycznego

Analizujemy procesy energetyczne w układzie, którego stan określa wektor współrzędnych  $X \in \mathcal{X}$ . W rozważanym układzie elementy wektora  $X_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) reprezentują sobą wielkości fizyczne, za pomocą których opisuje się zdolność do akumulowania energii, natomiast  $\mathcal{X}$  jest zbiorem wszystkich możliwych wartości tych wielkości fizycznych. W większości przypadków przyjmuje się, że zbiór  $\mathcal{X}$  jest izomorficzny z przestrzenią  $R^N$  tzn.  $\mathcal{X} \sim R^N$ . Z rozważanymi wyżej wielkościami fizycznymi  $X_i$ , które będziemy nazywali współrzędnymi kanonicznymi, są sprzężone energetycznie wielkości fizyczne  $S_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) charakteryzujące również właściwości energetyczne układu; zbiór tych wielkości fizycznych będziemy oznaczali  $\mathcal{X}^* \sim R^N$  i nazywali go przestrzenią sprzężoną, a jego elementy  $S \in \mathcal{X}^*$  – współrzędnymi dualnymi. Cechą znamioną opisanych wyżej par wielkości fizycznych  $(X_i, S_i)$ ,  $i=1, \dots, N$  jest to, iż iloczyn ich jednostek miar jest równy jednostce miary energii, tzn.

\* Instytut Pojazdów Politechniki Warszawskiej, 02-524 Warszawa, Narbutta 84

$$[X_i] \cdot [S_i] = [E],$$

gdzie  $[\cdot]$  jest funkcją określającą jednostkę miary wielkości fizycznej, natomiast  $E$  oznacza energię. W tabelicy 1 zestawiono przykładowe pary wielkości fizycznych sprzężonych energetycznie. Czasami współrzędne kanoniczne są nazywane fizycznymi wielkościami ekstensywnymi a współrzędne dualne – intensywnymi.

Tablica 1. Pary wielkości fizycznych sprzężonych energetycznie

| Lp. | stosowane oznaczenie i nazwa wielkości kanonicznej |                      | stosowane oznaczenie i nazwa wielkości sprzężonej |                  |
|-----|--|----------------------|---|------------------|
|     | $X_i$  | jednostka miary      | $S_i$   | jednostka miary  |
| 1   | x – przemieszczenie                                | m                    | f – siła  | N                |
| 2   | p – pęd  | kgm/s                | v – prędkość                                      | m/s              |
| 3   | $\varphi$ – kąt obrotu                             | rad                  | M – moment sił                                    | Nm               |
| 4   | k – kręt   | kg m <sup>2</sup> /s | $\omega$ – prędkość kątowa                        | rad/s            |
| 5   | q – ładunek elektryczny                            | C                    | U – napięcie                                      | V                |
| 6   | $\Psi$ – strumień magnetyczny                      | Wb                   | I – natężenie prądu                               | A                |
| 7   | V – objętość                                       | m <sup>3</sup>       | p – ciśnienie                                     | N/m <sup>2</sup> |
| 8   | s – entropia                                       | J/°K                 | T – temperatura                                   | °K               |
| 9   | n – ilość materii                                  | mol                  | $\mu$ – potencjał chemiczny                       | J/mol            |
| 10  | $\Sigma$ – powierzchnia                            | m <sup>2</sup>       | $\sigma$ – napięcie powierzchniowe                | J/m <sup>2</sup> |

Energetycznym stanem układu będziemy nazywali parę rozważanych wielkości fizycznych  $(X, S)$ ,  $X \in \mathcal{X}$ ,  $S \in \mathcal{X}^*$ , a zbiór tych par czyli iloczyn kartezjański przestrzeni  $\mathcal{X} \times \mathcal{X}^*$  – przestrzenią energetycznych stanów układu.

Podstawową energetyczną właściwością układu jest jego zdolność akumulowania energii. Właściwość tę opisuje się funkcjonalem energii  $E: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^1$ , który wyznacza zmiany energii zakumulowanej w układzie w zależności od zmian współrzędnych kanonicznych  $X \in \mathcal{X}$ . Będziemy się zajmować układami, dla których funkcjonal  $E$  jest wypukły. Wtedy rozważane właściwości układu można również opisać w przestrzeni sprzężonej funkcjonalem  $E^*: \mathcal{X}^* \rightarrow \mathbb{R}^1$ , którego postać jest związana z funkcjonalem energii  $E$  następującym przekształceniem

$$E^*(S) := \sup_{\xi \in \mathcal{X}} (S^T \xi - E(\xi)); \quad (1)$$

funkcjonal  $E^*$  jest nazywany sprzężonym lub komplementarnym funkcjonalem energii. Rozpatrywane energetyczne właściwości układu można również określić w przestrzeni energetycznych stanów podzbiorem

$$\chi \subset \mathcal{X} \times \mathcal{X}^*,$$

który wyznacza stany  $(X, S) \in \mathcal{X} \times \mathcal{X}^*$  właściwe rozważanemu układowi. Ten konstytutywny zbiór  $\chi$  będziemy nazywali energetyczną charakterystyką układu. Jego postać jest następująco określona przedstawionymi wyżej funkcjonalami

$$\chi := \left\{ (X, S) \in \mathcal{X} \times \mathcal{X}^* : E(X) + E^*(S) = S^T X \right\}. \quad (2)$$

Ponieważ trzy wymienione niżej związki

$$E(X) + E^*(S) = S^T X, \quad (3a)$$

$$S = \text{grad } E(X), \quad (3b)$$

$$X = \text{grad } E^*(S) \quad (3c)$$

są równoważne sobie, to charakterystykę  $\chi$  można opisać jednym z nich [1].

### 3. Statyka układów fizycznych

Zadania statyki układu fizycznego sprowadzają się do wyznaczenia stanu, w którym się znajduje układ. Najczęściej są rozważane dwa typy tych zadań. W zadaniu pierwszego typu jest dana współrzędna dualna  $s_0 \in \mathcal{X}^*$  a poszukuje się współrzędnej kanonicznej  $\hat{x} \in X$  takiej, że  $(\hat{x}, s_0) \in \chi$ . W zadaniach drugiego typu, do danej współrzędnej kanonicznej  $x_0 \in \mathcal{X}$ , poszukuje się współrzędnej dualnej  $\hat{s} \in \mathcal{X}^*$  takiej, że  $(x_0, \hat{s}) \in \chi$ . Przedstawione zadania można sformułować na podstawie związków (3) określających charakterystykę układu.

ZADANIE 1. Dane  $s_0 \in \mathbb{R}^N$ , wyznaczyć  $\hat{x} \in \mathbb{R}^N$  spełniające równanie

$$\text{grad } E(\hat{x}) = s_0; \quad (4a)$$

rozwiązanie tego zadania można również wyznaczyć ze wzoru

$$\hat{x} = \text{grad } E^*(s_0). \quad (4b)$$

ZADANIE 2. Dane  $x_0 \in \mathbb{R}^N$ ; wyznaczyć  $\hat{s} \in \mathbb{R}^N$  spełniające równanie

$$\text{grad } E^*(\hat{s}) = x_0; \quad (5a)$$

rozwiązanie zadania można również obliczyć według wzoru

$$\hat{s} = \text{grad } E(x_0). \quad (5b)$$

Zauważmy, biorąc pod uwagę założenie wypukłości funkcjonału  $E$ , że rozwiązania zadań (4a) i (5a) są równoważne rozwiązaniom następujących zadań optymalizacyjnych

$$\hat{x} = \arg \min_{\xi \in \mathbb{R}^N} \left\{ E(\xi) - s_0^T \xi \right\}, \quad (6)$$

$$\hat{s} = \arg \min_{\xi \in \mathbb{R}^N} \left\{ E^*(\xi) - \xi^T x_0 \right\}. \quad (7)$$

Wobec tego, dla rozważanych tu układów akumulujących energię można sformułować następującą zasadę:

**Układ osiąga stany, w których energetyczne funkcjonały przyjmują minimalną wartość.**

Jeżeli jest dane działanie  $s_0 \in \mathcal{X}^*$ , a poszukuje się współrzędnej kanonicznej  $x \in \mathcal{X}$ , to wtedy wyznaczamy stan minimalizujący funkcjonal

$$\mathcal{G}(x) := E(x) - s_0^T x, \quad (8)$$

który przedstawia sobą całkowitą energię układu, to znaczy sumę energii układu  $E(x)$  oraz potencjału danego działania  $-s_0^T x$ . Bardzo często rozważa się układy swobodne, dla których  $s_0 = 0$ . W takich przypadkach jest minimalizowany funkcjonal energii  $E$ .

Gdy jest dana konfiguracja układu  $x_0 \in \mathcal{X}$ , a poszukuje się zmiennej dualnej  $s \in \mathcal{X}^*$ , to wtedy jest minimalizowany funkcjonal

$$\mathcal{F}(s) := E^*(s) - s^T x_0, \quad (9)$$

w którym pierwszy składnik wyznacza komplementarny funkcjonal energii  $E^*(s)$ , a drugi komplementarny potencjał danej konfiguracji  $-s^T x_0$ . Gdy rozważa się układy

w położeniu początkowym, tzn. takim że  $x_0 = 0$ , to wtedy jest minimalizowany komplementarny funkcjonal energii  $E^*$ .

W ten sposób pokazano, iż na podstawie opisu energetycznej charakterystyki układu można sformułować zadania statyki w postaci wariacyjnej (optymalizacyjnej) oraz przyporządkować im zasady głoszące, że

- układ zajmuje konfigurację  $\hat{x} \in \mathcal{X}$ , w której energia układu  $\mathcal{E}$  osiąga minimum;
- zmienne dualne  $\hat{s} \in \mathcal{X}^*$  przyjmują wartości, dla których funkcjonal  $\mathcal{F}$  osiąga minimum.

#### 4. Dynamika układów zachowawczych

W tym punkcie rozważymy dynamikę klasycznego stacjonarnego układu Hamiltona. Znamienną cechą takiego układu jest to, iż jego konfigurację określa para współrzędnych  $X_1 \in \mathcal{X}_1, X_2 \in \mathcal{X}_2$ , przy czym przestrzenie  $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2$  są izomorficzne z  $\mathbb{R}^N$ .

Energię tego układu opisuje funkcjonal  $\mathcal{H}: \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2^* \rightarrow \mathbb{R}^1$ .

Problematyka dynamiki jest związana z funkcjami czasu opisującymi zmiany konfiguracji układu. Wraz ze zmianą konfiguracji następują również przemiany energii układu, jednakże w rozważanym układzie Hamiltona ilość energii nie ulega zmianie. Powyższą właściwość układu Hamiltona można zapisać następująco

$$\frac{d}{dt} \mathcal{H}(X_1(t), X_2(t)) = 0, \quad (10)$$

a stąd mamy równanie bilansu mocy

$$S_1 \dot{X}_1 + S_2 \dot{X}_2 = 0, \quad (11)$$

gdzie oznaczono

$$S_i := \text{grad}_{X_i} \mathcal{H}(X_1, X_2), \quad (12a)$$

$$\dot{X}_i := \frac{d}{dt} X_i. \quad (12b)$$

Drugą znamienną cechą układu Hamiltona jest postać zależności między współrzędnymi. W klasycznych układach Hamiltona opis tej zależności jest następujący

$$\dot{X}_1 = S_2. \quad (13)$$

Z równania bilansu mocy (11) oraz podanego wyżej opisu (13) i wzorów (12a) otrzymujemy następujące związki różniczkowe między współrzędnymi

$$\dot{X}_1 = \text{grad}_{X_2} \mathcal{H}(X_1, X_2), \quad (14a)$$

$$\dot{X}_2 + \text{grad}_{X_1} \mathcal{H}(X_1, X_2) = 0. \quad (14b)$$

które przedstawiają sobą równania dynamiki układu w klasycznej postaci Hamiltona.



Z równań (14) wyceliminujemy zmienną  $X_2$ . W tym celu określamy funkcjonal  $\mathcal{L}: \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2^* \rightarrow \mathbb{R}^1$  częściowo sprzężony do  $\mathcal{H}$

$$\mathcal{L}(X_1, S_2) := \sup_{\xi \in \mathcal{X}_2} \{S_2^T \xi - \mathcal{H}(X_1, \xi)\}. \quad (15)$$

Stąd otrzymujemy związki charakteryzujące stany energetyczne układu

$$\mathcal{H}(X_1, X_2) + \mathcal{L}(X_1, S_2) = S_2^T X_2, \quad (16a)$$

$$X_2 = \text{grad}_{S_2} \mathcal{L}(X_1, S_2). \quad (16b)$$

Gdy w równaniu (14b) uwzględnimy wzory (16) oraz (13), to otrzymamy opis ruchu w postaci równań Lagrange'a

$$\frac{d}{dt} \text{grad}_{\dot{X}} \mathcal{L}(X, \dot{X}) - \text{grad}_X \mathcal{L}(X, \dot{X}) = 0. \quad (17)$$

gdzie oznaczono  $X \equiv X_1$ .

Rozwikłana postać tego równania jest następująca

$$M(X, \dot{X}) \ddot{X} = F(X, \dot{X}), \quad (18)$$

jeżeli  $M \in \mathbb{R}^{N \times N}$  jest macierzą drugiej pochodnej funkcjonalu  $L$ , tzn.

$$M(X, V) := \left( \frac{\partial^2 \mathcal{L}(X, V)}{\partial V_i \partial V_j} \right), \quad (19a)$$

a wektor  $F \in \mathbb{R}^N$  ma postać

$$F(X, V) := \text{grad}_X \mathcal{L}(X, V) - \text{Grad}_X^T \left( \text{grad}_V \mathcal{L}(X, V) \right) \cdot V. \quad (19b)$$

Zauważmy że równanie (18) określa przyspieszenie  $\ddot{X} \in \mathbb{R}^N$ , które – analogicznie do zadań statyki (patrz (4),(5) i (6),(7)) – można wyznaczyć rozwiązując następujące zadanie optymalizacyjne

$$\ddot{X} = \arg \min_{\xi \in \mathbb{R}^N} \left\{ \frac{1}{2} \xi^T M \xi - F^T \xi \right\}, \quad (20)$$

z którym jest związana zasada, głosząca iż zmiany konfiguracji układu odbywają się z przyspieszeniami, dla których funkcjonal przyspieszeń  $G: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^1$

$$G(\mathbf{a}; X, \dot{X}) := \frac{1}{2} \mathbf{a}^T M(X, \dot{X}) \mathbf{a} - \mathbf{a}^T F(X, \dot{X}) \quad (21)$$

osiąga minimum. Sformułowana zasada jest nazywana w mechanice – zasadą Gaussa.

Na zakończenie zwrócimy uwagę, że równania (17) – nazywane też równaniami Lagrange’a–Eulera – określają warunek konieczny dla funkcji  $X$  minimalizującej następujący całkowity funkcjonal Hamiltona, zwany działaniem

$$\mathfrak{S}(X) := \int_{t_1}^{t_2} \mathfrak{L}(X(t), \dot{X}(t)) dt. \quad (22)$$

Zatem, zmiany konfiguracji układu opisuje funkcja  $X$ , dla której działanie według Hamiltona  $\mathfrak{S}$  osiąga minimum.

Analogiczną zasadę można związać z równaniami (14), które określają warunki konieczne dla funkcji  $X_1, X_2$  minimalizujących funkcjonal Livensa

$$\mathfrak{L}(X_1, X_2) := \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \dot{X}_1^T X_2 - \mathfrak{K}(X_1, X_2) \right\} dt. \quad (23)$$

W tym rozdziale sformulowaliśmy kanoniczne zadanie dynamiki, w postaci równań Hamiltona (14), na podstawie zasady zachowania energii przedstawionej tu jako równanie bilansu mocy (10). Następnie pokazaliśmy iż przekształcając równanie Hamiltona można uzyskać inne równoważne formy opisu zadania dynamiki, a wśród nich sformułowania wariacyjne. Zwróćmy uwagę na zadanie (20), które jest analogiczne do zadań statyki. Zadanie to można przedstawić jako równanie różniczkowe w postaci normalnej

$$\ddot{x} = A(X, \dot{X}), \quad (24a)$$

jeśli  $A: \mathbb{R}^{2N} \rightarrow \mathbb{R}^N$

$$A(X, \dot{X}) := \arg \min_{\xi \in \mathbb{R}^N} G(\xi; X, \dot{X}). \quad (24b)$$

Zaproponowana forma opisu zadania jest szczególnie wygodna do analizy układów nieswobodnych, których w niniejszej pracy, ze względu na brak miejsca, nie rozważamy. Zastosowanie tej zasady do analizy takich układów mechanicznych podano w pracach [2], [3]. Z zamieszczonych tam rozważań wynika, że zadanie dynamiki układów nieswobodnych sprowadza się do dwóch problemów: wyznaczenia odwzorowania opisującego zbiór dopuszczalnych przyspieszeń  $\Omega(t, x, \dot{x}) \subset \mathbb{R}^N$  oraz wyznaczenia przyspieszeń. Ten drugi problem, przy założeniu doskonałej realizacji ograniczeń, przybiera postać analogiczną do zadania (24b), w którym należy teraz uwzględnić ograniczenia opisane zbiorem  $\Omega$ . Zatem przyspieszenia wyznaczamy następująco

$$A(X, \dot{X}) := \arg \min_{\xi \in \Omega} G(\xi; X, \dot{X}). \quad (25)$$

## 5. Zakończenie

Celem artykułu jest przedstawienie optymalizacyjnych zasad formułowania zadań statyki i dynamiki dowolnego układu fizycznego akumulującego energię. Pokazano, iż te wariacyjne zasady wynikają z zasady zachowania energii i w wielu przypadkach określają wygodne i jednolite metody formułowania zadań statyki i dynamiki. W artykule nie rozważano wielu problemów przemiany energii takich jak, uderzenia, dyssypacja czy żyroskopowość; nie analizowano energetycznych funkcjonalów związanych z ograniczeniami (więzami). W pracy [4] pokazano że energetyczny opis tych zagadnień jest analogiczny do przedstawionych tu fundamentalnych zasad formułowania opisów procesów energetycznych.

## Literatura

1. Aubin J.P., Ekeland I.: *Applied nonlinear analysis*. (wydanie rosyjskie) Mir, Moskwa 1988.
2. Grzesikiewicz W., Wakulicz A.: *Równoważność zasad statyki konstrukcji skrępowanych różnorodnymi więzami*. WPW, Warszawa 1986.
3. Grzesikiewicz W.: *Dynamika układów mechanicznych z więzami*. WPW, Warszawa 1990.
4. Grzesikiewicz W.: *Teoria układów fizycznych z ograniczeniami*. Grant KBN 1994.

## Streszczenie

Przedstawiono wariacyjne (optymalizacyjne) zasady formułowania zadań statyki i dynamiki fizycznych układów akumulujących energię. Pokazano, iż te zasady wynikają z fundamentalnej zasady zachowania energii. Zwrócono uwagę na dualność wielkości fizycznych określających procesy energetyczne. Sformułowano w niekonwencjonalnej postaci szereg klasycznych zasad mechaniki i ukazano ich energetyczny charakter.

## THE OPTIMIZATION CHARACTER OF DYNAMIC LAWS FOR PHYSICAL SYSTEMS

### Summary

In the paper variational (optimization) principles to formulate problems of statics and dynamics of physical system accumulating energy have been presented. It has been shown that these principles originate from the fundamental principle of energy conservation. The attention has been drawn to duality of physical quantities determining energetic processes. A number of classical principles of mechanics have been formulated in non-classical forms and due to this their energetic character has been revealed.

**Marek GRZYWACZEWSKI\***  
**Aleksander I. JASTRIEBOW**  
**Vadim V. SADOWSKI&**  
**Anatolij B. VIFLEJEMSKI&**

## **ALGORYTM OPTYMALNEGO WYODRĘBNIENIA UOGÓLNIONYCH PARAMETRÓW W PROBLEMACH DIAGNOSTYKI MEDYCZNEJ**

### **1. Wstęp**

Jednym z podstawowych problemów w immunologii jest badanie odchylenia od normy lub stanu początkowego pod wpływem szkodliwych dla zdrowia warunków w miejscu pracy i skażonym środowisku. Tak w badaniach klinicznych jak i badaniach eksperymentalnych związanych z testowaniem stanu podstawowych układów istnieje dostatecznie duży zbiór wskaźników posiadających różną wagę diagnostyczną. Wobec powyższego można postawić zadanie wydzielenia z całej posiadanej informacji danych pozwalających ocenić stan zdrowotności pewnej części populacji poprzez zakwalifikowanie do następujących grup: zdrowych, chorych i grupy podwyższonego ryzyka zachorowania.

Istnieje kilka metod rozwiązania tak postawionego zadania [1-3]. Jedną z metod opiera się na wykorzystaniu analizy czynnikowej - działu wielowymiarowej analizy statystycznej obejmującego metody obniżenia wymiarowości badanej cechy. Dostatecznie ogólne uzasadnienie teoretyczne metody istnieje tylko dla liniowych modeli analizy czynnikowej [2]. Jednak w zastosowaniach praktycznych wykorzystuje się również tę metodę dla nieliniowych modeli. Zazwyczaj trudność sprawia w tym wypadku przeprowadzenie ścisłego dowodu matematycznego, a metoda opiera się na pewnej analogii do modelu liniowego i posiada heurystyczny charakter.

W pracy rozwiązanie postawionego zadania podzielono na następujące etapy:

- wprowadzenie pojęcia uogólnionego parametru (UP);
- zdefiniowanie kryterium optymalizacji na podstawie uogólnionych parametrów;
- wyznaczenie najbardziej istotnych parametrów próbki w oparciu o maksymalizację przyjętego kryterium jakości z pomocą dyskretnego algorytmu opartego o kolejne zmniejszanie liczby najistotniejszych parametrów.

Przedstawiono wyniki zastosowania algorytmu w praktyce diagnostyki badań kliniczno - immunologicznych przedsiębiorstwa mikrobiologicznej syntezy białka [4]. Wyniki zaprezentowane w formie histogramu potwierdzają efektywność zaproponowanego algorytmu.

---

\* Politechnika Rzeszowska, 35 959 Rzeszów, ul. W.Pola 2, Wydz. Elektryczny

& Instytut Problemów Edukacji, 603 600 N. Nowgorod, ul. Vanicyeva, 203, Rosja

## 2. Model matematyczny rozwiązywanego zadania i algorytm optymalnego wyodrębnienia uogólnionych parametrów

Posiadany zbiór danych należy rozdzielić na kilka grup charakteryzujących się określonymi cechami. Badane grupy charakteryzuje  $n$  parametrów  $y_u$  ( $u=1,2,\dots,n$ ) przybierających określone wartości w każdym z  $N$  doświadczeń. Każdy z parametrów posiada określone fizyczne znaczenie i najczęściej charakteryzuje się różną wymiarowością. Oznaczmy przez  $y_{ui}$  - wartość  $u$ -tego parametru w  $i$ -tym doświadczeniu ( $i=1,2,\dots,N$ ), przez  $y_{u0}$  - wartość standardową (idealną) tego parametru. Pozwala to zdefiniować pewien uogólniony parametr pozwalający wyznaczyć miarę odległości  $Y_i$  bieżącego stanu obiektu od stanu standardowego (idealnego) dla  $i$ -tego doświadczenia:

$$Y_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{u=1}^n \left( \frac{y_{ui} - y_{u0}}{y_{u0}} \right)^2 \quad (1)$$

W celu oceny stanu grupy wszystkich  $n$  parametrów poddanych wszystkim  $N$  doświadczeniom wprowadźmy analogiczną miarę:

$$Y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{u=1}^n \frac{1}{n} \cdot \left( \frac{y_{ui} - y_{u0}}{y_{u0}} \right)^2 \quad (2)$$

W praktyce często istnieje trudność poddania wszystkich  $n$  parametrów  $N$  doświadczeniom. W rezultacie nie można otrzymać poszczególnych  $Y_i$ ,  $i = \overline{1, N}$  i co za tym idzie otrzymać miary  $Y$  stanu całej grupy. W związku z tym zaproponowano zmianę kolejności sumowania (2). Najpierw wyznaczono miarę stanu każdego parametru  $u$  poddanego  $N_u$  doświadczeniom [4]:

$$Y_u = \frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^{N_u} \left( \frac{y_{ui} - y_{u0}}{y_{u0}} \right)^2, \quad (3)$$

Miara stanu  $Y$  całej grupy składającej się z  $n$  elementów, z których każdy poddany został  $N_u$  doświadczeniom będzie obliczana następująco:

$$Y = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n Y_u = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n \frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^{N_u} \left( \frac{y_{ui} - y_{u0}}{y_{u0}} \right)^2 \quad (4)$$

Zauważmy, że w przypadku jeśli  $N_u \equiv N$  wzory (4) i (2) dają identyczne rezultaty.

Wykorzystując przedstawioną metodę rozważmy zadanie badania miary wpływu poszczególnych parametrów  $Y_u$  (3) na miarę stanu uogólnionego parametru  $Y$  (4) i wyznaczmy najbardziej istotne parametry charakteryzujące stan grupy.

Zaproponowano następujący algorytm rozwiązania powyższego zadania. Wyznamy, z uwzględnieniem (3), dla każdej  $j$ -tej grupy  $j = \overline{1, M}$  miarę  $Y_u^j$  stanu poszczególnych parametrów  $u$ ,  $u = \overline{1, n}$  odchylenia od stanu standardowego w  $N_u^j$  doświadczeniach:

$$Y_u^j = \frac{1}{N_u^j} \sum_{i=1}^{N_u^j} \left( \frac{y_{ui}^j - y_{u0}^j}{y_{u0}^j} \right)^2, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (5)$$

Z (4) wyznaczamy miarę stanu uogólnionego parametru dla  $j$ -tej grupy  $j = \overline{1, M}$ :

$$Y^j = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n Y_u^j, \quad j = \overline{1, M}. \quad (6)$$

Niech  $U = \{1, 2, \dots, n\}$  będzie zbiorem numerów wszystkich parametrów. W zbiorze  $U$  utwórzmy podzbiory  $K(l) = \{k_1, k_2, \dots, k_l\}$  składające się z  $l$  elementów, gdzie  $k_1, k_2, \dots, k_l \in U$  numery odrzuconych parametrów.

Dla  $j$ -tej grupy uogólniony parametr można wyznaczyć na podstawie pewnego podzbioru  $U \setminus K(l)$  parametrów:

$$Y_{K(l)}^j = \frac{1}{n} \sum_{u \in U \setminus K(l)} Y_u^j, \quad (7)$$

gdzie:  $U \setminus K(0) \equiv U$  oraz  $Y_{K(0)}^j \equiv Y^j$ .

W celu wyznaczenia najbardziej istotnego uogólnionego parametru dla wszystkich  $M$  grup wprowadzona funkcjonal (kryterium jakości)  $\mathfrak{R}_{K(l)}$  [4]:

$$\mathfrak{R}_{K(l)} = \sum_{j=1}^{M-1} \left| Y_{K(l)}^j - Y_{K(l)}^{j+1} \right| \quad (8)$$

Wtedy zadanie wyznaczenia najistotniejszego parametru sprowadza się do następującego problemu optymalizacji:

$$\mathfrak{R}_{K(l)} \rightarrow \max_{K(l)}, \quad l = 1, 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

Zadanie optymalizacji (9) rozwiązano z pomocą algorytmu będącego pewnym analogiem metody liniowego programowania. Algorytm ten ma następujące etapy:

-  $l = 1$  - ze zbioru  $U$  odrzucamy jeden parametr, a z pozostałych tworzymy  $(n-1)$  kombinacji i wybieramy kombinację maksymalizującą (9), a numer

odrzuconego parametru (bez którego zostało spełnione (9)) oznaczamy jako  $k_1$ , przy czym zbiór  $K(1) = \{k_1\}$  zawiera tylko jeden element;

-  $\ell = 2$  -ze zbioru  $U \setminus K(1)$  odrzucamy jeden parametr, z pozostałych tworzymy  $(n - 2)$  kombinacje i wybieramy kombinację maksymalizującą (9), a numer odrzuconego parametru (bez którego zostało spełnione (9)) oznaczamy jako  $k_2$ , gdzie zbiór  $K(2) = \{k_1, k_2\}$  zawiera dwa elementy;

...

-  $\ell = m$  ze zbioru  $U \setminus K(m - 1)$  odrzucamy jeden parametr, z pozostałych tworzymy  $(n - m)$  kombinacji i wybieramy kombinację maksymalizującą (9), a numer odrzuconego parametru (bez którego zostało spełnione (9)) oznaczamy jako  $k_m$ , gdzie zbiór  $K(m) = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$  zawiera  $m$  elementów;

...

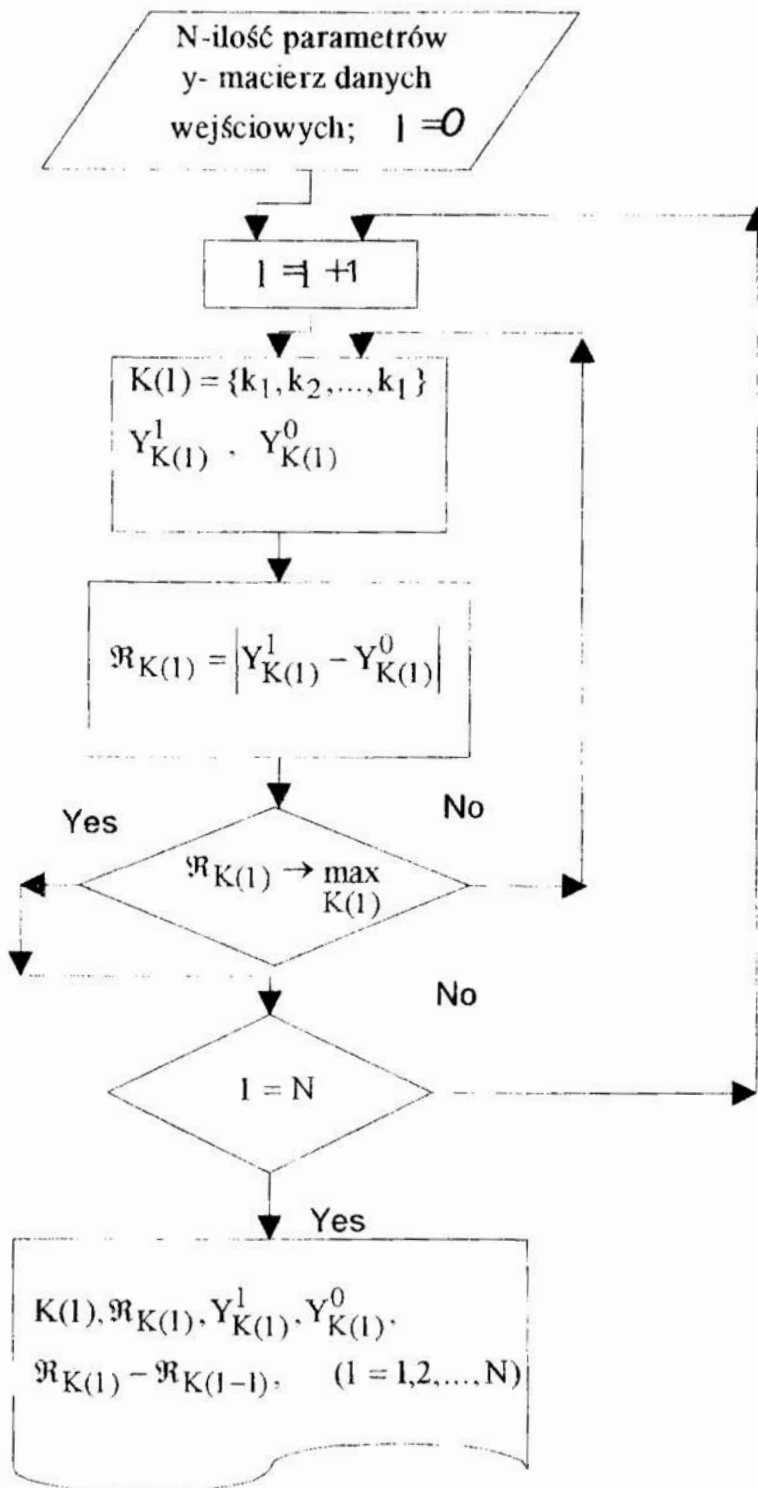
-  $\ell = n - 1$  następuje zakończenie algorytmu.

Po wyznaczeniu kilku najistotniejszych dla diagnostyki parametrów można przeprowadzić bardziej ograniczone badania większej populacji, rejestrując w trakcie badań tylko wartości tych wybranych parametrów. Następnie na podstawie miary stanu obiektów (uogólnionego parametru) dokonuje się podziału na grupy, co w zastosowaniu do diagnostyki medycznej pozwala na ustalenie czy ma miejsce podejrzewana patologia. Metoda pozwala również na uszeregowanie kryteriów według wartości diagnostycznej tzn. w kolejności zmniejszania różnicy pomiędzy wartościami uogólnionego parametru porównywanych grup.

### **Przykład.**

Schemat blokowy algorytmu dla  $M=2$ :

Schemat blokowy opisanego algorytmu, w zastosowaniu do problemu diagnostyki medycznej dla dwóch badanych grup: kontrolnej (obojętnej) i badanej (z podejrzeniami odchylenia) przedstawiono na rys.1. Po wyznaczeniu zbiorów  $K(1), K(2), \dots, K(m)$  odrzucamy te rozwiązania dla których  $\mathfrak{R}_{K(m-1)} < \mathfrak{R}_{K(m)}$  tzn. wartość funkcjonału wzrasta przy zmniejszeniu liczby parametrów a odrzucone  $m$  parametrów wprowadzają zakłócenia w ocenie. W końcu znajdziemy  $(n - m)$  uogólnionych parametrów, których wartości są mniejsze niż w grupie kontrolnej. W tej grupie parametrów  $\mathfrak{R}_{K(m+1)} > \mathfrak{R}_{K(m)}$  a więc wartość funkcjonału będzie się zmniejszać.



Rys. 1 Schemat blokowy algorytmu dyskretnej parametrycznej optymalizacji dla dwóch grup danych.

Fig. 1 Block-scheme of algorithm of discrete parametrical optimization for two groups of data.



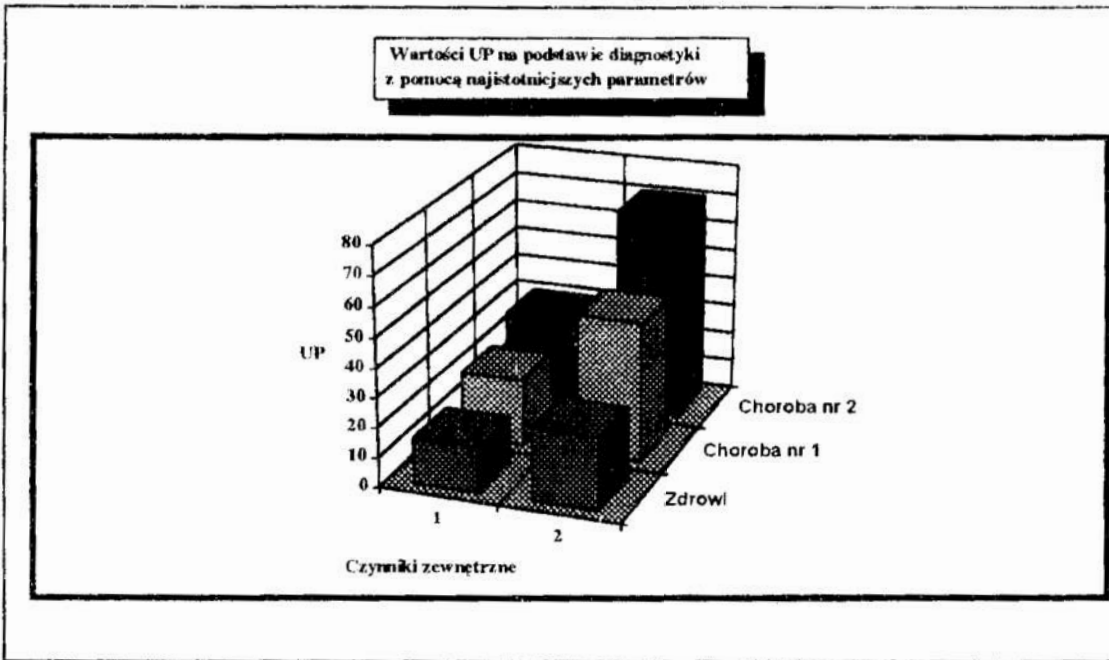
Na podstawie badania różnicy  $\mathfrak{R}_{K(m+t)} - \mathfrak{R}_{K(m+t-1)}$  można określić parametry najbardziej wpływające na wartość miary stanu uogólnionego parametru, ponieważ w końcowych krokach algorytmu pozostaną parametry dające największe odchylenia funkcjonału od normy. Pozwala to na otrzymanie kilku najważniejszych parametrów pozwalających za pomocą uogólnionego parametru wiarygodnie rozdzielić badanych na grupy. Oprócz tego można uszeregować parametry według ważności diagnostycznej tj. w porządku zmniejszania się różnic pomiędzy wartościami miar uogólnionego parametru w porównywanych grupach.

### **3. Przykład zastosowania algorytmu dla diagnostyki kliniczno-immunologicznej**

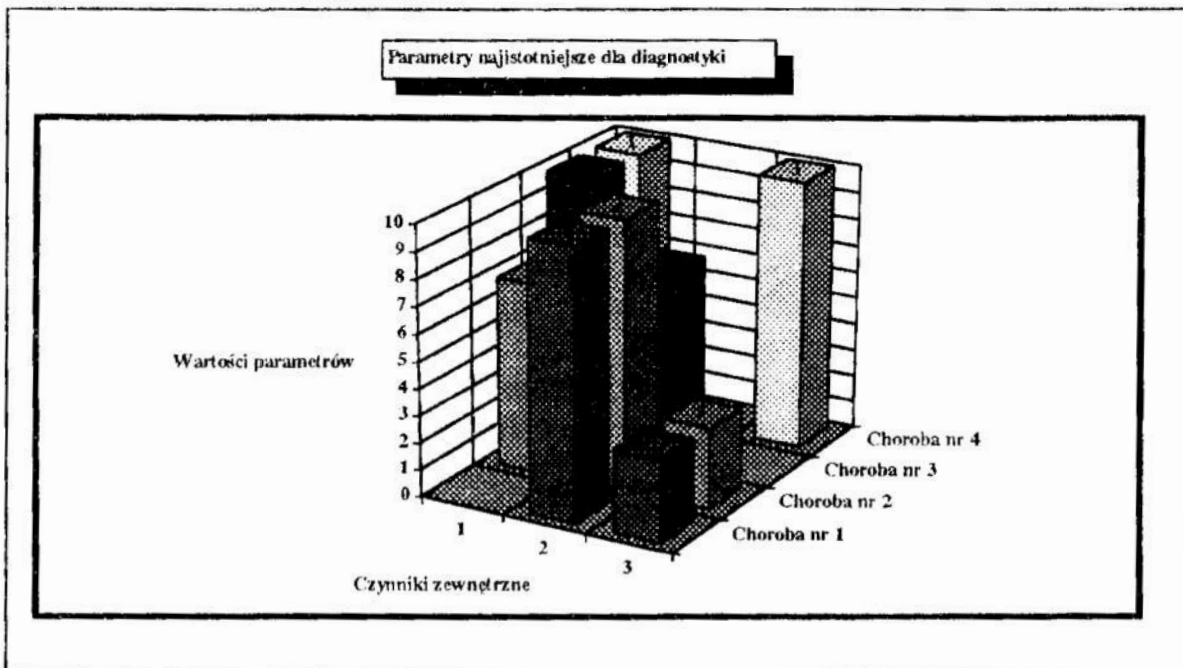
Rozważono wyniki kliniczno-immunologicznych badań 1174 pracowników zakładu syntezującego białkowo witaminowe preparaty i hydrolityczne drożdże i 543 pracowników zakładów chemicznych mających kontakt z gazami drażniącymi drogi oddechowe (chlor, fosgen, amoniak, dioksyny siarki) oraz związki akrylowe [4]. Stosowano kompleks badań immunologicznych: wyznaczenie ogólnej liczby leukocytów, ilości limfocytów we krwi, podstawowych populacji limfocytów, koncentracji przeciwciał w surowicy krwi itp. Stan lokalnej odporności oceniano według poziomu podstawowych grup przeciwciał. Reakcja alergiczna była badana ogólnie przyjętymi metodami a ilość ogólnego IgE w surowicy badano metodą izotopową. Badania czynników alergicznych (histamina i serotonina) prowadzono zunifikowanymi metodami. Stan procesów adaptacyjnych był badany według poziomu kortyzonu we krwi.

Przy czym:

- grupę kontrolną stanowiło 70 zdrowych osób nie mających kontaktu z przemysłem farmaceutycznym i chemicznym;
- stosowano badania immunologiczne dające 73 parametry.



Rys. 2 Przykład obliczenia wartości UP na podstawie diagnostyki z pomocą najistotniejszych parametrów.  
 Fig. 2 Values of generalized parameters on the basis diagnostic on critical parameters.



Rys. 3 Wartości uogólnionego parametru uszeregowane według wartości diagnostycznej  
 Fig. 3 Values of generalized parameters were ranged in accordance with diagnostic helpfulness.

Wszystkie dane opracowano z pomocą opisanego w pracy algorytmu. Wyznaczono wartości UP dla poszczególnych chorób przy kontakcie z konkretnymi czynnikami szkodliwymi.

Wybrane rezultaty przedstawiono na rys.2 i rys.3, przy czym konkretne choroby oznaczono jako 1,2,3 i 4, a grupę kontrolną stanowili zdrowi ludzie. Poszczególne konkretne parametry środowiska oddziałujące na badanych oznaczono jako 1,2 i 3.

Na rys.2 przedstawiono wartości UP na podstawie otrzymanych diagnostycznych wskaźników, z których część uszeregowanych według wartości diagnostycznej przedstawiono na rys.3.

## Literatura

1. Kramer G.: Metody statystyki matematycznej. Mir Moskwa 1975 (w języku rosyjskim).
2. Słownik Statystyczny. Finanse i Statystyka Moskwa 1986 ( w języku rosyjskim).
3. Adler Ju.P., Markova E.V., Granovskij Ju.V.: Planowanie eksperymentu dla poszukiwania optymalnych warunków. Nauka Moskwa 1976 (w języku rosyjskim).
4. Litovskaja A.V., Sadowskij V.V., Viflejenskij A.B.: Wydzielenie istotnych dla diagnostyki wskaźników w zadaniach badania wpływu biologicznych i chemicznych warunków przemysłowych. Medycyna Pracy i Ekologia Przemysłowa Nr. 9 1995.

## Streszczenie

W pracy przedstawiono algorytm optymalnego wyodrębnienia uogólnionych parametrów diagnostyki medycznej. Zaproponowano opis obiektów wieloparametrowych z pomocą miary (uogólnionego parametru). Opisano ogólny algorytm wydzielenia istotnych parametrów badań kliniczno-immunologicznych. Przedstawiono schemat blokowy dla  $M=2$  parametrów. Przedstawiono wyniki zastosowania algorytmu w praktyce diagnostyki badań kliniczno - immunologicznych przedsiębiorstwa mikrobiologicznej syntezy białka. Wyniki zaprezentowane w formie histogram potwierdzają efektywność zaproponowanego algorytmu.

## ALGORITHM OF THE OPTIMAL CHOICE OF GENERALIZED PARAMETERS FOR PROBLEMS OF THE MEDICAL DIAGNOSTIC

In this paper is presented one of the simple methods of recognition of objects are which characterized by many parameters (properties) on the basis of research of its behavior in the successive tests. Description of multiparametrical objects by measurement (generalized parameter) is proposed. Parameters of objects were ranged in accordance with their diagnostic helpfulness connected with classification of the object to the group. Diagnostic was made on the basis of only several critical parameters (properties) of object. The example of prophylactical diagnostic medicine of work is shown.

## MODEL OBSZARU BEZPIECZNEGO UŻYTKOWANIA UCHWYTÓW TOKARSKICH

### 1. Wstęp

Obserwowany w świecie wzrost prędkości skrawania związany jest z występowaniem coraz wyższych prędkości obrotowych wrzecion nowoczesnych tokarek, co stanowić może istotne zagrożenie dla bezpiecznego użytkowania uchwytów do mocowania przedmiotów obrabianych. Wzrost prędkości obrotowej powoduje z jednej strony zwiększenie obciążeń uchwytu od sił masowych, z drugiej zmniejszenie pewności zamocowania przedmiotu wskutek występowania spadku siły zacisku związanego z działaniem sił odśrodkowych na szczęki uchwytu.

Obszar bezpiecznego użytkowania uchwytu (*OBUU*) wyznaczony jest przez zespół zmiennych czynników do których zaliczyć można zasadniczy parametr użytkowy uchwytu, którym jest siła zamocowania przedmiotu  $P$  oraz istotne parametry toczenia jakimi są prędkość obrotowa  $n$  i główna siła skrawania  $F_c$ .

Określenie *OBUU* jest istotne zarówno dla technologa projektującego procesy technologiczne z wykorzystaniem uchwytów, jak również konstruktora analizującego wpływ parametrów konstrukcyjnych uchwytów na możliwości ich obciążania przy projektowaniu lub modernizacji istniejących rozwiązań. Zagadnienie to jest szczególnie ważne w przypadku stosowania uchwytów samocentrujących z mocowaniem mechanicznym (z dużymi siłami zacisku), przewidzianych do pracy z wysokimi prędkościami obrotowymi, w tym uchwytów z kompensacją spadku siły zacisku oraz odciążonym zespołem szczęk.

W Instytucie Obróbki Skrawaniem od szeregu lat prowadzone były obszerne prace teoretyczne pozwalające na sformułowanie modeli obliczeniowych uchwytów wykorzystywanych do określenia *OBUU* [1, 2]. Podkreślić należy, że modele te zostały zweryfikowane prowadzonymi równocześnie pracami badawczymi różnych odmian uchwytów zarówno z mocowaniem ręcznym jak i mechanicznym.

### 2. Warunki wyznaczające obszar bezpiecznego użytkowania uchwytów

Zagrożenia występujące podczas użytkowania uchwytu związane są z :

- możliwością utraty pewności zamocowania przedmiotu przez poślizg (obrót) przedmiotu w szczękach lub wrywanie przedmiotu z uchwytu,
- ograniczoną wytrzymałością uchwytu (zwłaszcza korpusu uchwytu).

Sformułowanie warunków określających obszar bezpiecznego użytkowania uchwytów wymaga analizy sił i momentów działających na przedmiot i uchwyt w czasie obróbki (rys. 1). Na przedmiot o masie  $m_p$  działają: składowe siły skrawania ( $F_c$ ,  $F_p$ ,  $F_f$ ) wywołujące moment skrawania  $M_s$  i wrywania  $M_w$ , siła odśrodkowa  $F_o$ , siła ciężkości  $G_p$  siła zacisku  $P$  (pomniejszona o spadek  $\Delta P$  związany z działaniem sił odśrodkowych  $F_s$  na szczęki), reakcje  $R$ , od sił skrawania.

Warunek poślizgu (wylimitowanie możliwości obrotu przedmiotu w szczękach) sformułować można następująco: moment zamocowania  $M_z$  (wywołany siłami tarcia w kierunku obwodowym) musi być większy od momentu skrawania  $M_s$ .

Warunek wrywania (wylimitowanie możliwości wrywania przedmiotu z uchwytu w położeniu kątowym największego zagrożenia) spełniony będzie gdy moment utwierdzenia przedmiotu w uchwycie  $M_u$  będzie większy od momentu wrywającego.

Warunek wytrzymałości uchwytu wynika ze spełnienia nierówności: sumaryczne naprężenia rozrywające w przekroju niebezpiecznym, (którym jest płaszczyzna symetrii rowków prowadzących szczęk), wynikające z oddziaływania na korpus uchwytu:

- momentu  $M_{g1}$  poprzez szczęki (wskutek oddziaływania mechanizmu mocującego, przedmiotu oraz sił odśrodkowych działających na szczęki),
- sił masowych  $F_n$  i momentów gnących  $M_{g2}$  działających na segmenty korpusu, muszą być mniejsze od naprężeń dopuszczalnych.

### 3. Kryteria ograniczające maksymalną prędkość obrotową

W oparciu o podane warunki ograniczające sformułowano kryteria, które zostaną podane niżej w ogólnej uproszczonej postaci (w rzeczywistości zależności są o wiele bardziej skomplikowane).

Najczęściej występujący przypadek dotyczy obróbki przedmiotów sztywnych zamocowanych maksymalną siłą zacisku. Istotnym staje się wtedy określenie dopuszczalnej prędkości obrotowej.

#### Mocowanie zewnętrzne

- kryterium poślizgu

$$n_{1dop} = a_1 (P - b_1 F_c)^{1/2} \quad (1)$$

- kryterium wrywania

$$n_{2dop} = a_2 (P - b_2 F_c)^{1/2} \quad (2)$$

- kryterium wytrzymałości

$$n_{3dop} = a_3 (c_3 - P - b_3 F_c)^{1/2} \quad (3)$$

gdzie:

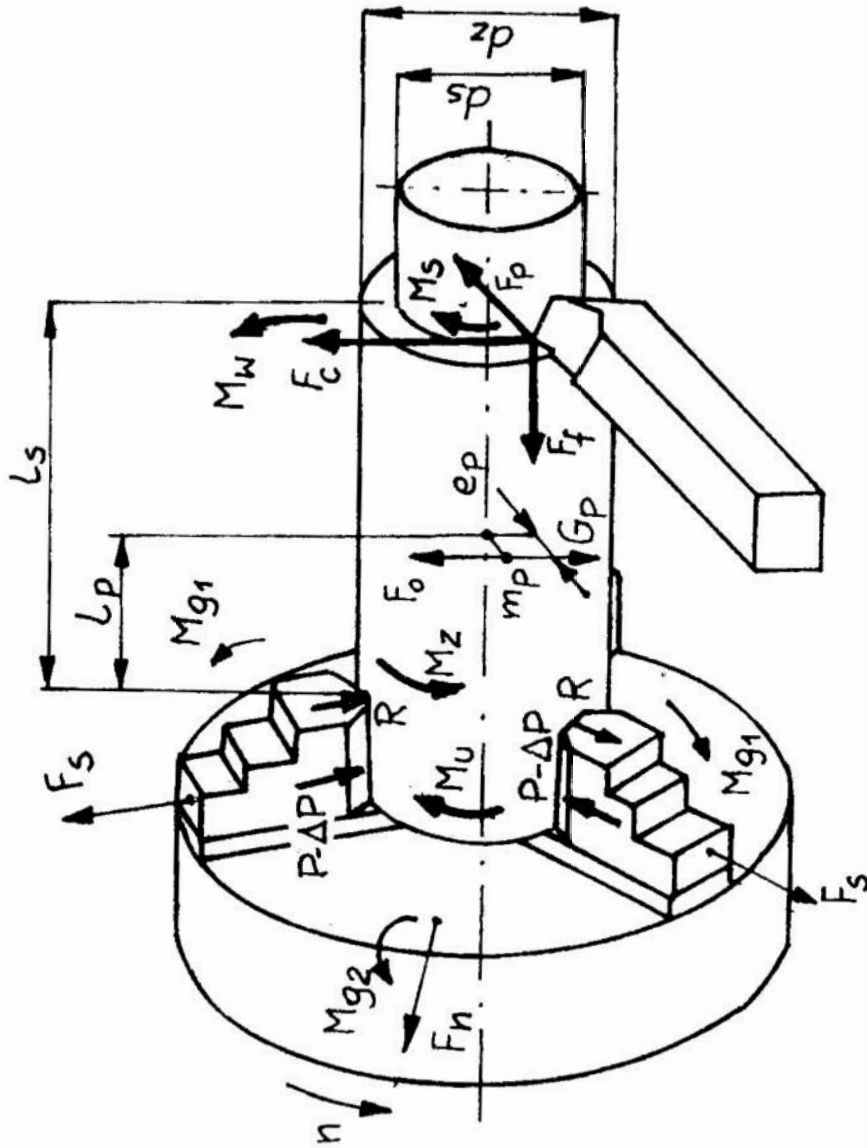
$a_i, b_i, i = 1, 2, 3$  - współczynniki zależne od parametrów konstrukcyjnych uchwytu (głównie parametrów szczęk i mechanizmu kompensacyjnego) oraz wymiarów przedmiotu (średnice zamocowania i skrawania oraz wymiary długościowe),

$c_3$  - współczynnik charakteryzujący wytrzymałość korpusu (pole przekroju niebezpiecznego, wskaźnik wytrzymałości na zginanie, rozkład mas elementów korpusu, wytrzymałość materiału korpusu itp.).

#### Mocowanie wewnętrzne

Pominięcie w modelu wzrostu siły zacisku wskutek występowania siły odśrodkowej (błąd na korzyść zwiększenia pewności) powoduje uniezależnienie kryteriów pewności mocowania od prędkości obrotowej.

W związku z powyższym kryteria przyjmują postać:



Rys.1. Siły i momenty występujące przy toczeniu przedmiotu w uchwycie.  
 Fig.1. The forces and torques occurring in turning operation of workpiece fixed in the chuck.

- kryterium poślizgu

$$F_{c1dop} = h_1 P \quad (4)$$

- kryterium wrywania

$$F_{c2dop} = h_2 P \quad (5)$$

- kryterium wytrzymałości określa zależność (3)

gdzie:

$F_{c1dop}$ ,  $F_{c2dop}$  - dopuszczalne wartości głównej siły skrawania (określane z warunków równowagi przedmiotu przy  $n = 0$ ),

$h_1$ ,  $h_2$  - stałe zależne od wymiarów przedmiotu oraz współczynników tarcia.

#### 4. Kryteria wymaganej siły zacisku

Przy obróbce przedmiotów podatnych istotne staje się określenie wymaganej siły zacisku. Kryteria wymaganej siły zacisku mają wtedy następującą postać:

##### Mocowanie zewnętrzne

- kryterium poślizgu

$$P_{1min} = e_1 F_c + f_1 n^2 \quad (6)$$

- kryterium wrywania

$$P_{2min} = e_2 F_c + f_2 n^2 \quad (7)$$

- kryterium wytrzymałości

$$P_{3max} = g_3 - e_3 F_c - f_3 n^2 \quad (8)$$

gdzie:

$e_i$  - stałe zależne od wymiarów przedmiotu oraz współczynników tarcia,

$f_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  - współczynniki zależne od parametrów konstrukcyjnych uchwytu,

$g_3$  - współczynnik charakteryzujący wytrzymałość korpusu.

##### Mocowanie wewnętrzne

W przypadku mocowania wewnętrznego  $f_1$ ,  $f_2$  przyjmują wartość równą zero. Zatem:

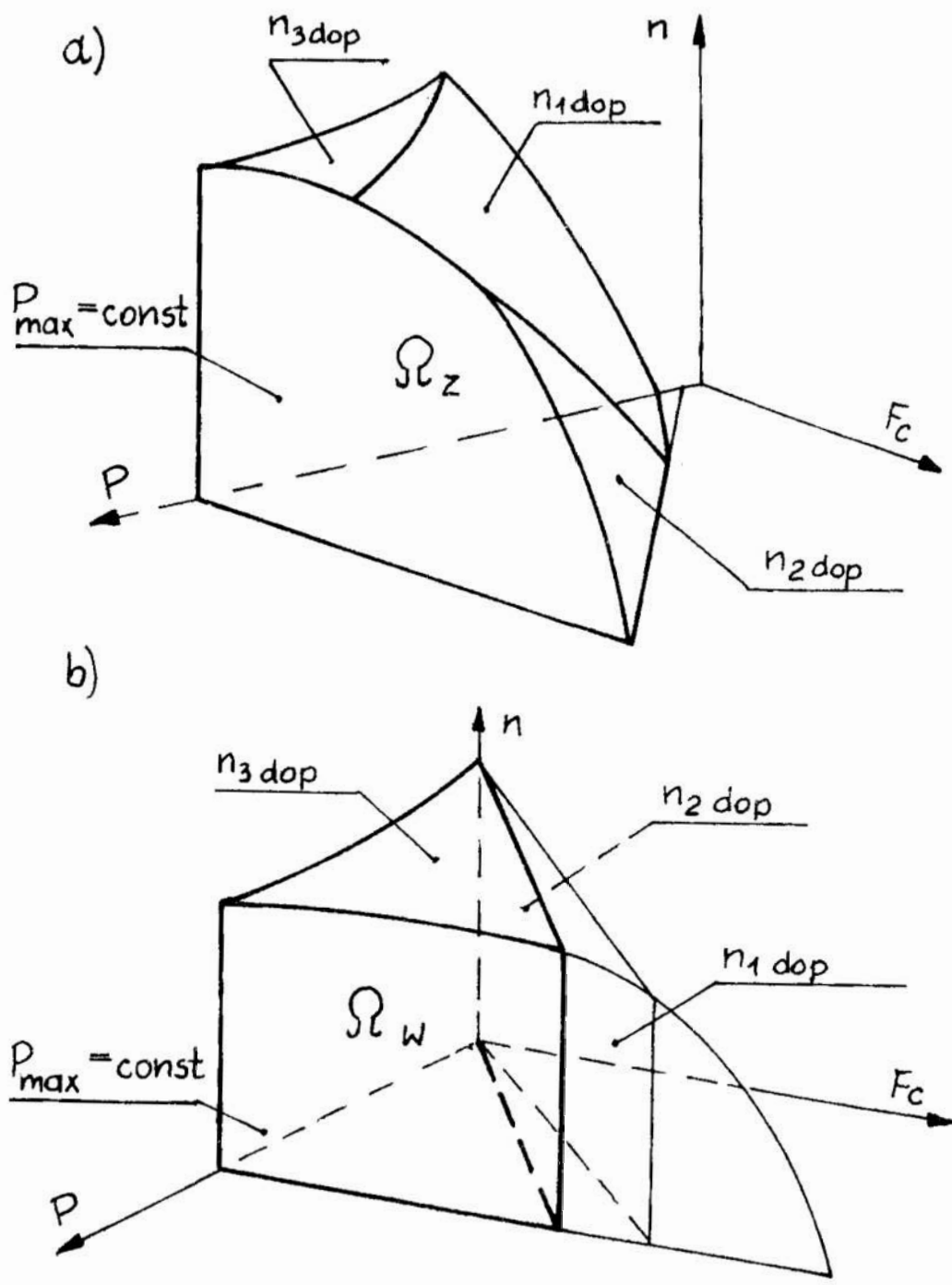
- kryterium poślizgu

$$P_{1min} = e_1 F_c \quad (9)$$

- kryterium wrywania

$$P_{2min} = e_2 F_c \quad (10)$$

- kryterium wytrzymałości określone jest zależnością (8)



Rys.2. Obszar bezpiecznego użytkowania uchwytu  
 a. przy zamocowaniu zewnętrznym  
 b. przy zamocowaniu wewnętrznym

Fig.2. The safe utilization area of a chuck  
 a. for outer fixing  
 b. for inner fixing



## 5. Określenie dopuszczalnej prędkości obrotowej

Dopuszczalna prędkość obrotowa jest określana z warunku:

$$n_{dop} = \min \{ n_{idop} \} \quad F_c = const, P = const \quad (11)$$
$$i = 1, 2, 3$$

## 6. Określenie wymaganej siły zacisku

Wymagana siła zacisku jest określana z warunku:

$$P_w = \max \{ P_{1min}, P_{2min} \} \quad n = const, F_c = const \quad (12)$$

## 7. Obszar bezpiecznego użytkowania uchwytu

Odpowiednio do sformułowanych poprzednio kryteriów można formalnie zdefiniować *OBUU*. Niech  $\Omega_z$ ,  $\Omega_w$  oznaczają *OBUU* odpowiednio dla mocowania zewnętrznego i wewnętrznego. Przy czym  $\Omega_z, \Omega_w \subset R^3$ , gdzie  $R^3$  jest trójwymiarową przestrzenią kartezjańską.

Obszary  $\Omega_z, \Omega_w$  definiowane są następująco:

$$\Omega_z = \{ (P, F_c, n): P \geq 0, F_c \geq 0, n \geq 0, n_{1dop} \geq n, n_{2dop} \geq n, n_{3dop} \geq n \} \quad (13)$$

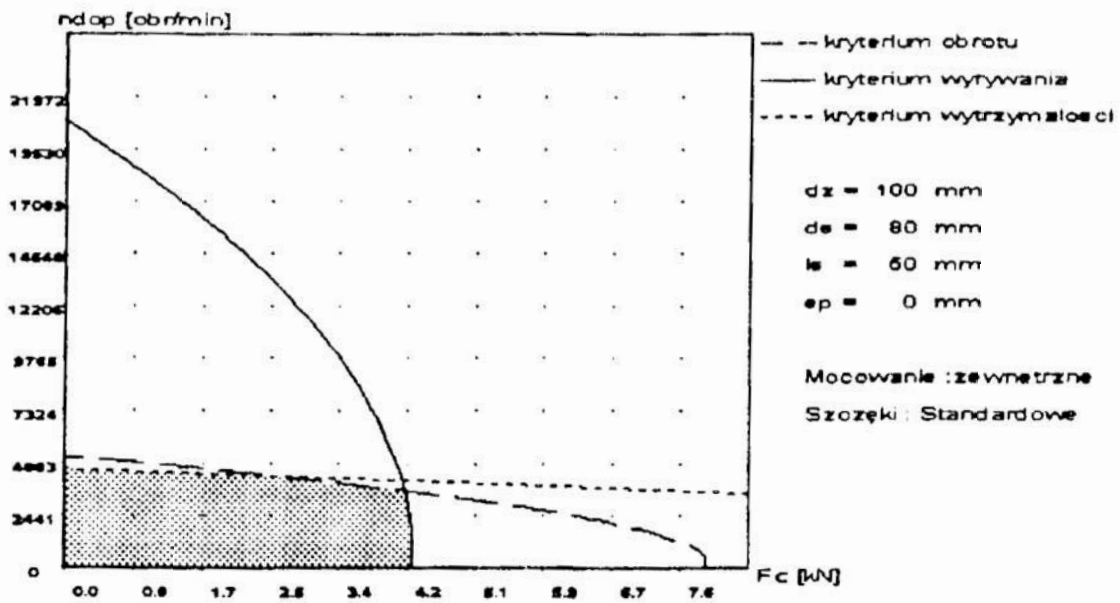
$$\Omega_w = \{ (P, F_c, n): P \geq 0, F_c \geq 0, n \geq 0, F_{c1dop} \geq F_c, F_{c2dop} \geq F_c, n_{3dop} \geq n \} \quad (14)$$

Na rysunku 2 pokazano graficzną interpretację obszarów  $\Omega_z$  i  $\Omega_w$ . Oczywiście jest, że z praktycznego punktu widzenia obszar przestrzenny jest mało przydatny. Znacznie wygodniej jest posługiwać się jego przekrojami płaszczyznami  $n = const$  lub  $P = const$ . W oparciu o sformułowane kryteria opracowano program komputerowy *UCHWYT II* [3, 4], który wyznacza wymienione wyżej przekroje dla kilkudziesięciu parametrów uchwytów trzyszczękowych (geometrycznych, mechanicznych i użytkowych) oraz oblicza dopuszczalne prędkości obrotowe i wymagane siły zacisku w zależności od głównej siły skrawania, po zadaniu parametrów opisujących przedmiot (rys. 1) t.j. średnicy zamocowania  $d_z$ , średnicy skrawania  $d_s$ , wysięgu  $l_s$  oraz parametrów opisujących położenie środka masy przedmiotów mimośrodowych ( $m_p, l_p, e_p$ ).

Przykłady przekrojów *OBUU* uchwytu, wyznaczonych za pomocą programu *UCHWYT II* przedstawiono na rys. 3 i 4.

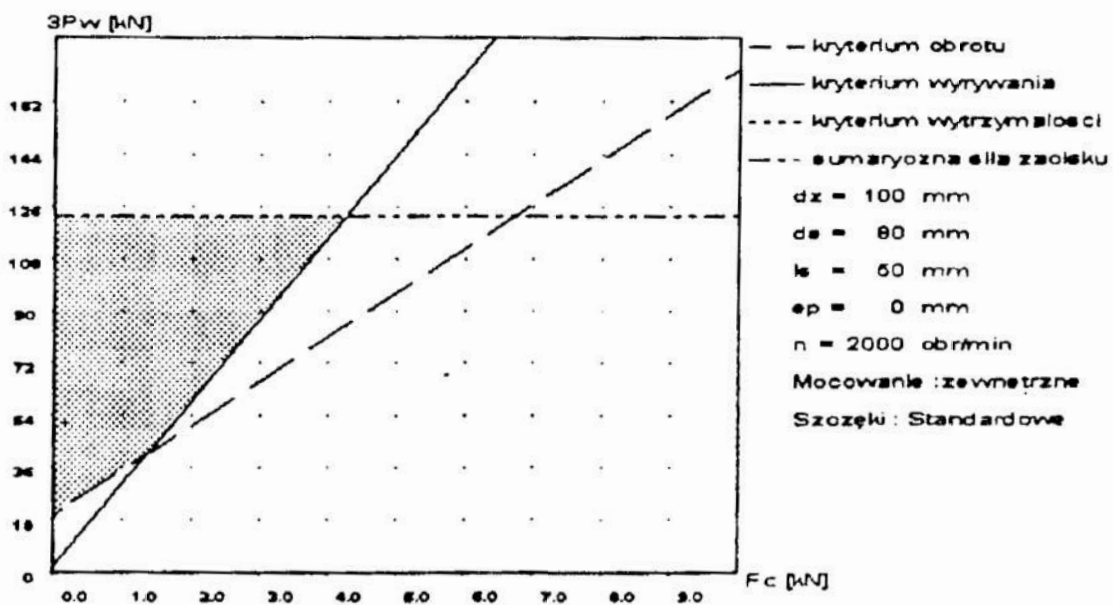
## 8. Wnioski

Przedstawiony model ma charakter ogólny w tym znaczeniu, że opisuje *OBUU* dla wszystkich rodzajów uchwytów tokarskich samocentrujących. Szczegółowa postać zależności wyznaczających *OBUU* będzie inna dla uchwytów dwu-, trzy-, cztero-, czy sześciuszczękowych. Opracowany w oparciu o przedstawiony model program *UCHWYT II* dla uchwytów trzyszczękowych stanowi wygodne narzędzie dla technologa przy projektowaniu operacji tokarskich oraz konstruktora przy projektowaniu lub modernizacji uchwytów



Rys. 3. Obszar dopuszczalnej prędkości obrotowej uchwytu typu 2416-250

Fig. 3. The area of admissible rotation speed for the chuck type 2416-250



Rys. 4. Obszar wymaganej sumarycznej siły zacisku uchwytu typu 2416-250

Fig. 4. The area of required total gripping force for the chuck type 2416-250

## Literatura

1. Stós J.: Dopuszczalne prędkości obrotowe samocentrujących uchwytów tokarskich, *Mechanik*, 1984, nr 12, s. 627-631.
2. Stós J.: Teoretyczne podstawy konstrukcji i użytkowania samocentrujących uchwytów tokarskich, *Prace IOS, ser. Zeszyty Naukowe*, 1986, nr 74.
3. Hyży J., Stós J., Kasprzak A.: Okreslenie obszaru bezpiecznego użytkowania samocentrujących uchwytów tokarskich, *Referaty Sekcji Podstaw Technologii KBN PAN*, 1995, nr 53, s. 77-86.
4. Hyży J., Stós J., Kasprzak A.: Program komputerowy określania bezpiecznego zakresu użytkowania uchwytów tokarskich, *Referaty na Konferencję SOP' 95*, s. 177-184.

## Streszczenie

Zaprezentowano model obszaru bezpiecznego użytkowania uchwytów tokarskich w oparciu o kryteria poślizgu, wrywania przedmiotu z uchwytu i wytrzymałości uchwytu, z uwzględnieniem odmiany mocowania zewnętrznego i wewnętrznego. Podano graficzną interpretację *OBUU*. Model stanowi podstawę komputerowego programu *UCHWYT II* do wyznaczania *OBUU* samocentrujących uchwytów tokarskich trzyszczkowych.

## MODEL OF THE SAFE UTILIZATION AREA OF A LATHE CHUCKS

### Summary

The paper presents the mathematical model of the safe utilization area of chucks (*OBUU*) on a base following criteria: slipping of a workpiece in jaws, pulling the workpiece out of the chuck, with outer and inner fixing. The graphical interpretation of *OBUU* has been presented. The model makes a basis for *UCHWYT II* computer program for determination of *OBUU* for the three jaw self-centring lathe chucks.

## **KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE PROJEKTOWANIA KONCEPCJI WYTWORU TECHNICZNEGO**

### **1. Uwagi wstępne**

Projektowanie wytworów technicznych - systemów i podsystemów maszynowych jest procesem trudnym, złożonym i wieloetapowym. Jednym z początkowych etapów jest poszukiwanie koncepcji rozwiązania zadania projektowego w postaci wielu wariantów struktury wytworu. Jest to najbardziej pracochłonny etap wymagający dużo inwencji, intuicji i wiedzy projektanta. Nie ma dotychczas sprawnych metod i sposobów szerszego zastosowania wspomaganie komputerowego w procesie projektowania koncepcji wytworu. Skuteczność rozwiązywania zadania projektowego wynika z metodycznego sposobu postępowania.

Metodyczne projektowanie polegające na wykorzystaniu znanych i rozwiązanych metod, prowadzi do uniwersalnego podejścia w każdej działalności projektowej, pobudza zmysł poznawczy i wynalazczy, umożliwia łatwe przenoszenie rozwiązań na zadania pokrewne i odpowiada aktualnemu poziomowi wiedzy w nauce o pracy.

W strukturze podstawowych działań w procesie projektowania koncepcji systemów i podsystemów maszynowych można wyróżnić czynności: formułowanie zadania projektowego; analizę i precyzowanie zadania; poszukiwanie rozwiązań; ocenę wariantów i wybór rozwiązania; konkretyzację koncepcji; projekt koncepcji wytworu technicznego.

W projektowaniu metodycznym wytworów o różnej złożoności coraz większy wpływ na ułatwienie pracy, oszczędność czasu i zapobieganie błędnym decyzjom ma komputerowe wspomaganie procesu projektowego.

### **2. Możliwości wspomaganie komputerowego projektowania**

W ostatnich latach powstało wiele programów komputerowych wspomagających proces projektowania określonych wspólnym mianem CAD. Obejmują one w zasadzie takie etapy projektowania, jak obliczenia konstrukcyjne, opracowanie dokumentacji technicznej, symulacja zjawisk fizycznych, itp., które ułatwiają pracę projektanta. Początkowe fazy i etapy projektowania, zwłaszcza opracowanie koncepcji i projektu wstępnego, odbywa się na ogół metodami tradycyjnymi. W celu wspomaganie komputerowego procesu projektowania na wszystkich etapach opracowano największe i najbardziej zaawansowane programy CAD (np. w systemach CAD DS i CAD IA). Producenci oprogramowania tworzą również „zubożone” wersje dużych systemów przeznaczone dla komputerów PC, jak Personal Designer i Mikrostation.

---

\* *Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Mechaniki, Teorii Maszyn i Podstaw Automatyki. Kraków al. Mickiewicza 30 30-059 E-Mail kmtmipa@uci.agh.edu.pl*

Na rynku komputerowym można zaopatrzyć się w programy różnej klasy przeznaczone dla różnych grup użytkowników. Są wśród nich takie, które kosztują kilkadziesiąt dolarów, i takie które kosztują kilka tysięcy dolarów, a także i takie których koszt przekracza nawet sto tysięcy dolarów.

Projektanci pracujący na komputerach PC mają do wyboru szereg programów prostych, które mogą wykorzystać do komputerowego wspomaganie projektowania. W niniejszej pracy wykorzystano programy proste, a wśród nich program Design View, który charakteryzuje się minimalnymi wymaganiami systemowymi - komputer klasy IBM PC AT wyposażony w twarde dyski, stację dysków elastycznych, IBM RAM oraz MS Windows.

### **3. Projekt koncepcyjny wytworu technicznego**

Projektant lub zespół projektowy otrzymuje od zleceniodawcy problem do rozwiązania w postaci zadania projektowego, które przedstawia ideę i zawiera uproszczoną listę wymagań planowanego wytworu. Tak sformułowane zadanie uzupełnia projektant rozszerzając i uściślając listę wymagań. Nie ma dotychczas jednolitej procedury rozwiązywania zadania projektowego, jakkolwiek ogólne zasady projektowania zostały opracowane. Pewne działania inżynierskie pokrywają się.

Przebieg rozwiązywania zadania projektowego do fazy przygotowania projektu koncepcyjnego przy zastosowaniu w odpowiednich etapach wspomaganie komputerowego przedstawiamy na przykładzie projektowania chwytaka dla manipulatora robota przemysłowego.

#### **3.1. Zadanie projektowe**

Należy zaprojektować chwytak do manipulatora robota przemysłowego obsługującego tokarki, który spełnia następujące wymagania:

1. Obiekty manipulacji: wałki i tuleje, średnica  $\phi$  100 - 120 mm, długość 50 - 150 mm, materiał stal, mosiądz, masa 0.5 - 2.5 kg,
2. Istniejący robot: nośność 60 N, zasilanie energią sprężonego powietrza 0.6 MPa.

#### **3.2. Precyzowanie zadania - lista wymagań**

Przedstawione w zadaniu projektowym wymagania projektowe nie uwzględniają jeszcze innych żądań i życzeń, które wpływają zasadniczo na jakość projektowanego chwytaka. Listę wymagań rozszerzamy i uściślamy: obiekty manipulacji - wałki, tuleje  $\phi$  100 - 120 mm, długość 50 - 150 mm, nośność robota 60 N, przyspieszenie chwytaka  $0.9\text{m/s}^2$ ; Strefa chwytania - gabaryty 350x350x500mm, położenie wałka (tulei) w pozycji poziomej, sposób bazowania wałka (tulei) w pryzmach; Strefa przenoszenia: w pozycji dowolnej, siła zacisku palców nie odkształcająca wałka (tulei); Chwytak: gabaryt  $\leq 250 \times 250 \times 250$  mm, ciężar  $\leq 35$  N, zasilanie energią sprężonego powietrza 0.6 MPa. Termin wykonania - trzy miesiące od daty przyjęcia zlecenia przez komórkę projektową. Po uzgodnieniu uściślonej listy wymagań ze zleceniodawcą następuje przygotowanie projektu koncepcyjnego chwytaka.

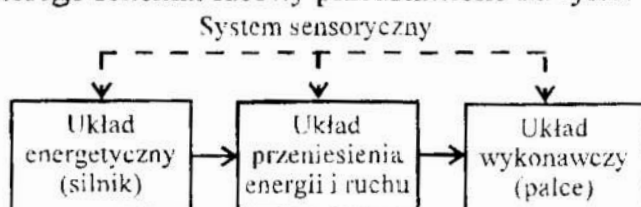
#### **3.3. Projektowanie koncepcji chwytaka**

Stosując podejście metodyczne do rozwiązywania zadania projektowego oraz korzystając z ogólnych zasad projektowania [3] wykorzystujemy informacje zawarte w p. 3 i przystępujemy do abstrakcyjnego określenia istoty zadania, które otwiera drogę

do szeregu możliwych rozwiązań. Po tym następuje właściwa faza twórcza - kreacja, w której idee rozwiązania zadań cząstkowych są rozwijane, kombinowane i wariantowanie.

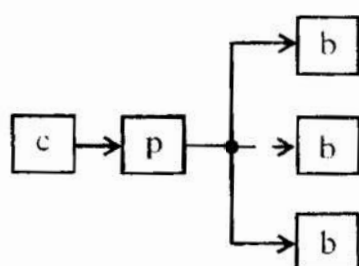
### 3.4. Zidentyfikowanie istotnych problemów zadania

Chwytek, stanowiący jeden z podsystemów manipulatora robota przemysłowego, jest powszechnie znanym i stosowanym w postaci różnych rozwiązań strukturalnych i konstrukcyjnych, którego schemat ideowy przedstawiono na rys.1.



Rys. 1 Schemat ideowy chwytaka

Dokonując dekompozycji schematu blokowego (rys.1) możemy tworzyć różne struktury składowe funkcji ogólnej na podstawie schematu blokowego chwytaka (rys.2)



Rys. 2 Schemat blokowy chwytaka

*c* - człon czynny (wał silnika lub trzczeń siłownika),  
*p* - łańcuch pośredniczący (mechanizm lub zespół mechanizmów),  
*b* - człony bierne (palec chwytaka dwu lub trójpalcowego)

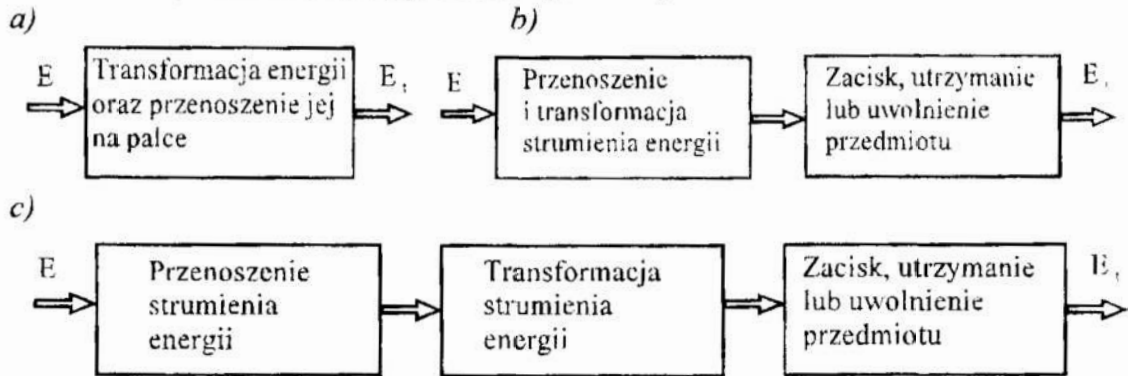
W procesie projektowania chwytaka (ogólnie środka technicznego) problemem zasadniczym jest określenie relacji zachodzących między jego członami i między ich własnościami (struktura wymiany, sztywność, odporność na zużycie, wytrzymałość itd.). Relacjami są stosunki wiążące poszczególne człony z całością chwytaka. Dzięki relacjom chwytak posiada właściwości (moc, prędkość, nośność, niezawodność, koszty eksploatacji, wygląd itd.).

Jeżeli założymy, że człon *c* może wykonywać ruch obrotowy  $c_o$  lub postępowy  $c_p$ , człon bierny *b* może wykonywać w wyniku odpowiedniej struktury łańcucha pośredniczącego ruch obrotowy  $b_o$  lub postępowy  $b_p$ , to przy uwzględnieniu określonej liczby par postępowych i obrotowych otrzymamy szereg różnych struktur składowych funkcji ogólnej chwytaka.

### 3.5. Tworzenie struktur funkcji składowych

Przy rozwiązywaniu zadania projektowego posługujemy się funkcją ogólną, która charakteryzuje zależność między wielkościami wejściowymi i wyjściowymi wytworu. Dekompozycja funkcji ogólnej umożliwia tworzenie struktur funkcji składowych, które ułatwiają znalezienie rozwiązań cząstkowych i całości zadania projektowego całości w wielu wariantach. Dekompozycję można przeprowadzić na podstawie schematów blokowych chwytaka. Na rys.2 pominięto silnik lub siłownik (podzespół typowy, znany nie wymagający poszukiwania rozwiązania projektowego).

Struktura funkcji składowych ułożona na podstawie schematu blokowego (rys.2) nie uwzględnia przetwarzania energii niemechanicznej na mechaniczną. Może ona być jeszcze bardziej uproszczona, jeżeli ze schematu blokowego (rys.2) wyeliminujemy łańcuch pośredniczący  $p$ , a człony  $c$  i  $b$  połączymy za pomocą pary kl. IV bezpośrednio. Korzystając z rys.1 i 2 możemy przedstawić na rys.3 funkcję ogólną i dwa warianty struktury funkcji składowych chwytaka:



Rys. 3 Funkcja ogólna i warianty struktur funkcji składowych chwytaka:

a) funkcja ogólna chwytaka,

b) struktura funkcji składowych chwytaka bez łańcucha pośredniczącego  $p$ ,

c) struktura funkcji składowych chwytaka z łańcuchem pośredniczącym  $p$ ,

Oznaczenia:  $E$  - strumień energii doprowadzonej;  $E_t$  - strumień energii traconej

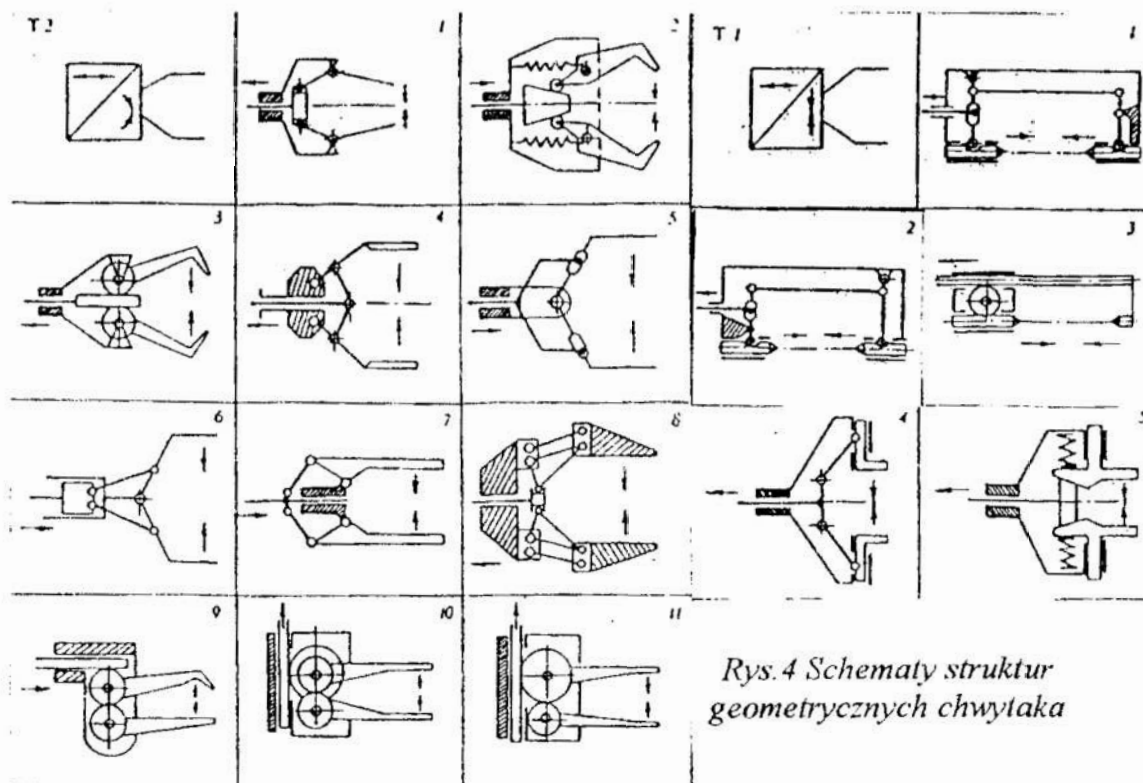
### 3.6. Poszukiwanie zasady rozwiązania technicznego

Warianty struktur funkcji składowych b) i c) (rys.3) stanowią podstawę do poszukiwania zasad rozwiązań cząstkowych i całości chwytaka. Do zrealizowania funkcji składowych konieczny jest efekt fizyczny, który występuje podczas wzajemnego oddziaływania członów połączonych ze sobą ruchowo.

Wyobrażenie o postaci strukturalnej chwytaka projektant tworzy w swoim umyśle na podstawie wiedzy z TMM, literatury fachowej, znanych rozwiązań i doświadczenia. W szczególności dane z literatury fachowej oraz wyróżniki strukturalne (postacie członów znane z TMM) są pomocne przy tworzeniu rozwiązań struktur geometrycznych.

Na rys.4 przedstawiono podstawowe schematy struktur geometrycznych [1],[2],[3] chwytaka. Warianty tych struktur różnią się liczbą członów ruchomych, liczbą par kinematycznych i ich klasą. Nie obejmują one jednak wielu możliwych rozwiązań technicznych, które wymieniono w tabelicy 1.

Zestawione w tabelicy 1 parametry strukturalne zamieszczonych na rys.4 wariantów oraz możliwych innych rozwiązań rozszerzają zbiór wariantów do 29. Scharakteryzowano w niej warianty struktur chwytaka za pomocą liczby par  $p_4$  i  $p_5$  z wyróżnieniem  $p_{4z}$  - pary członów zazębionych,  $p_{4t}$  - pary członów toczyń,  $p_{4s}$  - pary członów połączonych ślizgowo,  $p_{5o}$  - pary obrotowe i  $p_{5p}$  - pary postępowe oraz liczbę członów  $n$  z wyróżnieniem  $n_k$  -człony (koła, krążki),  $n_j$  - jarzmo,  $n_d$  - dźwignie (pręty, suwaki).



Rys. 4 Schematy struktur geometrycznych chwytaka

|   |  |    |  |    |  |
|---|--|----|--|----|--|
| 1 |  | 6  |  | 11 |  |
| 2 |  | 7  |  | 12 |  |
| 3 |  | 8  |  | 13 |  |
| 4 |  | 9  |  | 14 |  |
| 5 |  | 10 |  | 15 |  |

Rys. 5 Wyróżniki strukturalne wariantów chwytaka

1 - dźwignia, wałek; 2 - półpara przegubowa; 3 - krążek; 4 - suwak z półparą obrotową; 5 - półpara obrotowa dźwigni; 6 - podstawa pary przesuwnej; 7,8,9,10 - rodzaje prowadnic; 11 - koło zębate, toczne; 12 - szczeka palca chwytaka; 13 - podstawa pary obrotowej; 14 - podstawa pary przesuwnej; 15 - kulista półpara palca chwytaka.

### 3.7. Tworzenie wariantów struktury chwytaka

Korzystając z wyróżników strukturalnych chwytaka (rys.5) utworzono kombinacje zasad połączeń członów stanowiących pole rozwiązań strukturalnych chwytaka. Można je łatwo przedstawić za pomocą schematów kinematycznych stosując komputerowe wspomaganie z programem „Design View”.

Wybór wariantów do dalszej konkretyzacji został dokonany na podstawie wyżej wymienionych kryteriów oraz analizy zalet i wad poszczególnych wariantów. W celu



wyboru najlepszego wariantu trzeba szukać wyższego poziomu danych informacyjnych, które można otrzymać metodami np.: obliczeń orientacyjnych, wykonania prób modelowych, analizowania analogii.

### 3.8. Wartościowanie i wybór wariantów.

Ocenę punktową wariantów przedstawiono w tab.1 za pomocą kryteriów sformułowanych na podstawie listy wymagań obejmujących: dopuszczalne gabaryty G chwytaka, jego masę M, niezawodność N, sprawność S, złożoność budowy B i koszt całkowity K. Najwyższą ocenę po 6 punktów uzyskało 6 wariantów, po 5 punktów otrzymało 10 wariantów, a pozostałe od 1 do 4 punktów.

Tab.1 Parametry strukturalne wariantów.

| Lp. | Wariant Nr         | p <sub>4</sub> , p <sub>5</sub> /n | p <sub>4z</sub> | p <sub>41</sub> | p <sub>4s</sub> | p <sub>5o</sub> | p <sub>5p</sub> | n <sub>t</sub> | n <sub>z</sub> | n <sub>d</sub> | n <sub>s</sub> | n <sub>i</sub> | n | n <sub>c</sub> | n <sub>b</sub> | Lp | Wartościowanie wariantów |   |   |   |   |   |
|-----|--------------------|------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|----------------|----------------|----|--------------------------|---|---|---|---|---|
|     |                    |                                    |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |                |                |                |   |                |                |    | G                        | M | N | S | B | K |
| 1   | T <sub>1</sub> -1  | 3,7/6                              | -               | -               | 3               | 4               | 3               | -              | -              | 2              | 3              | 1              | 6 | ↔              | ↔              |    |                          |   |   | + | 1 |   |
| 2   | T <sub>1</sub> -1  | 3,10/9                             | -               | 3               | -               | 7               | 3               | 3              | -              | 2              | 3              | 1              | 9 | ↔              | ↔              |    |                          |   |   | + | 1 |   |
| 3   | T <sub>1</sub> -1  | 0,13/9                             | -               | -               | -               | 7               | 6               | -              | -              | 2              | 6              | 1              | 9 | ↔              | ↔              |    |                          |   |   | + | 1 |   |
| 4   | T <sub>1</sub> -2  | 3,7/6                              | -               | -               | 3               | 4               | 3               | -              | -              | 2              | 3              | 1              | 6 | ↔              | ↔              |    |                          |   |   | + | 1 |   |
| 5   | T <sub>1</sub> -2  | 3,10/9                             | -               | 3               | -               | 7               | 3               | 3              | -              | 2              | 3              | 1              | 9 | ↔              | ↔              |    |                          |   |   | + | 1 |   |
| 6   | T <sub>1</sub> -2  | 0,13/9                             | -               | -               | -               | 7               | 6               | -              | -              | 2              | 6              | 1              | 9 | ↔              | ↔              |    |                          |   |   | + | 1 |   |
| 7   | T <sub>1</sub> -3  | 2,3/3                              | 2               | -               | -               | 1               | 2               | -              | 1              | -              | 2              | -              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 4 |
| 8   | T <sub>1</sub> -3  | 2,3/3                              | 2               | -               | -               | 1               | 2               | -              | 1              | -              | 2              | -              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 4 |
| 9   | T <sub>1</sub> -4  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 4               | 3               | -              | -              | 2              | 3              | -              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 3 |
| 10  | T <sub>1</sub> -5  | 2,3/3                              | -               | -               | 2               | -               | 3               | -              | -              | -              | 3              | -              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 11  | T <sub>1</sub> -5  | 2,5/5                              | -               | 2               | -               | 2               | 3               | 2              | -              | -              | 3              | -              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 12  | T <sub>1</sub> -5  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 2               | 5               | -              | -              | -              | 5              | -              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 3 |
| 13  | T <sub>2</sub> -1  | 2,3/3                              | -               | -               | 2               | 2               | 1               | -              | -              | 2              | 1              | -              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 14  | T <sub>2</sub> -1  | 2,5/5                              | -               | 2               | -               | 4               | 1               | 2              | -              | 2              | 1              | -              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 15  | T <sub>2</sub> -1  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 4               | 3               | -              | -              | 2              | 3              | -              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 4 |
| 16  | T <sub>2</sub> -2  | 2,5/5                              | -               | 2               | -               | 4               | 1               | 2              | -              | 2              | 1              | -              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 6 |
| 17  | T <sub>2</sub> -2  | 2,3/3                              | -               | -               | 2               | 2               | 1               | -              | -              | 2              | 1              | -              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 18  | T <sub>2</sub> -2  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 4               | 3               | -              | -              | 2              | 3              | -              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 19  | T <sub>2</sub> -3  | 2,3/3                              | 2               | -               | -               | 2               | 1               | -              | -              | 2              | 1              | -              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 6 |
| 20  | T <sub>2</sub> -4  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 6               | 1               | -              | -              | 4              | 1              | -              | 5 | ↔              | ↔              | 24 |                          |   | + | + | + | 5 |
| 21  | T <sub>2</sub> -5  | 2,3/3                              | -               | -               | 2               | 2               | 1               | -              | -              | -              | 1              | 2              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 22  | T <sub>2</sub> -5  | 2,5/5                              | -               | 2               | -               | 4               | 1               | 2              | -              | -              | 1              | 2              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 23  | T <sub>2</sub> -5  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 4               | 3               | -              | -              | -              | 3              | 2              | 5 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 5 |
| 24  | T <sub>2</sub> -6  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 6               | 1               | -              | -              | 4              | 1              | -              | 5 | ↔              | ↔              | 18 |                          |   | + | + | + | 4 |
| 25  | T <sub>2</sub> -7  | 0,7/5                              | -               | -               | -               | 6               | 1               | -              | -              | 4              | 1              | -              | 5 | ↔              | ↔              | 18 |                          |   | + | + | + | 6 |
| 26  | T <sub>2</sub> -8  | 2,9/7                              | -               | -               | 2               | 8               | 1               | -              | -              | 6              | 1              | -              | 7 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 4 |
| 27  | T <sub>2</sub> -9  | 2,3/2                              | 2               | -               | -               | 2               | 1               | 2              | -              | 2              | 1              | -              | 3 | ↔              | ↔              | 29 |                          |   | + | + | + | 6 |
| 28  | T <sub>2</sub> -10 | 2,3/3                              | 2               | -               | -               | 2               | 1               | -              | -              | 2              | 1              | -              | 3 | ↔              | ↔              |    |                          |   | + | + | + | 6 |
| 29  | T <sub>2</sub> -11 | 2,3/3                              | 2               | -               | -               | 2               | 1               | -              | -              | 2              | 1              | -              | 3 | ↔              | ↔              | 27 |                          |   | + | + | + | 6 |

### 3.9. Konkretyzowanie wariantów.

Aby dokonać wystarczająco pewnej oceny i wyboru korzystnego wariantu koncepcji chwytaka konieczna jest uściślona ocena i konkretyzacja wstępnie wybranych sześciu wariantów. (Lp.16, 19, 25, 27, 28, 29).

Zestawienie kryteriów oceny w postaci wyróżników głównych i przyporządkowanie im odpowiednich parametrów i charakterystycznych cech pozwala dokonać oceny wariantów (tab.2) w formie odczucia wartości, przydzielając wyróżnikom punkty (np. 1-4 zgodnie z wytyczną VDI 2225).

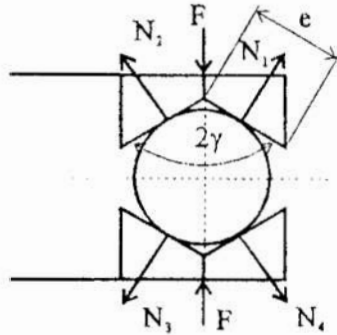
Tab.2 Uściślone kryteria oceny

| Nr   | Wyróżniki główne               | Uściślone kryteria oceny                                      | Warianty |      |      |      |      |      |
|--|--------------------------------|---|----------|------|------|------|------|------|
|  |                                |   | 16       | 19   | 25   | 27   | 28   | 29   |
| 1  | Funkcja                        | Niezawodność chwytania i uwalniania                           | 4        | 3    | 4    | 2    | 2    | 2    |
| 2  | Zasada działania               | Niewrażliwość na dokładność przygotowanie chwytaka            | 3        | 3    | 3    | 3    | 3    | 2    |
| 3  | Postać struktury geometrycznej | Mala przestrzeń zajmowana, mała liczba członów, prosta budowa | 3        | 3    | 4    | 3    | 2    | 2    |
| 4  | Bezpieczeństwo eksploatacji    | Pewność utrzymywania przedmiotu podczas manipulacji           | 4        | 3    | 4    | 3    | 2    | 2    |
| 5  | Wytwarzanie                    | Łatwość wykonania członów i par kinematycznych                | 3        | 3    | 4    | 3    | 2    | 2    |
| 6  | Montaż                         | Łatwy montaż i wymiana nakładek (szczęk)                      | 3        | 3    | 3    | 3    | 3    | 3    |
| 7  | Użytkowanie                    | Możliwość chwytania i uwalniania w różnych pozycjach          | 3        | 4    | 4    | 2    | 2    | 2    |
| 8  | Serwis                         | Łatwa obsługa i konserwacja                                   | 4        | 4    | 4    | 3    | 3    | 3    |
| Punktacja<br>$P_i = 1 - 4$<br>$W_i = \frac{\sum P_i}{8 \cdot 4}$ | Suma punktów                   | $\sum P_i$  | 27       | 26   | 30   | 22   | 19   | 18   |
|  | Cenność techniczna             | $W_i$   | 0.84     | 0.81 | 0.94 | 0.69 | 0.59 | 0.56 |
|  | Kolejność wg. ważności         |   | 2        | 3    | 1    | 4    | 5    | 6    |

Oceny wariantów przedstawione w tablicy 2 pozwalają wybrać najlepszy z trzech (Lp. 16, 19, 25), które jednak nie spełniają równoważnie wszystkich żądań zawartych w liście wymagań. Niezbędna jest zatem konkretyzacja najwyżej ocenionego wariantu (Lp. 25) poprzez wyznaczenie określonych jego parametrów spełniających wyżej wymienione żądania. Można tego dokonać w sposób efektywny za pomocą wspomaganie komputerowego. W tym celu sporządzamy schemat obliczeniowy wariantu Lp. 25 oraz opisujemy matematycznie związki kinematyczne i siłowe do obliczeń orientacyjnych.

### 3.10. Konkretyzacja parametrów

Dalszą konkretyzację wybranego wariantu Lp. 25 wykonujemy przy pomocy wspomaganie komputerowego, korzystając ze schematów obliczeniowych. Zakładamy siłowo - kształtowy sposób chwytania obiektu manipulacji (rys.6).



Rys. 6  
Schemat obliczeniowy końcówek chwytaka

Do obliczenia siły nacisku  $F$  przyjmujemy oznaczenia:

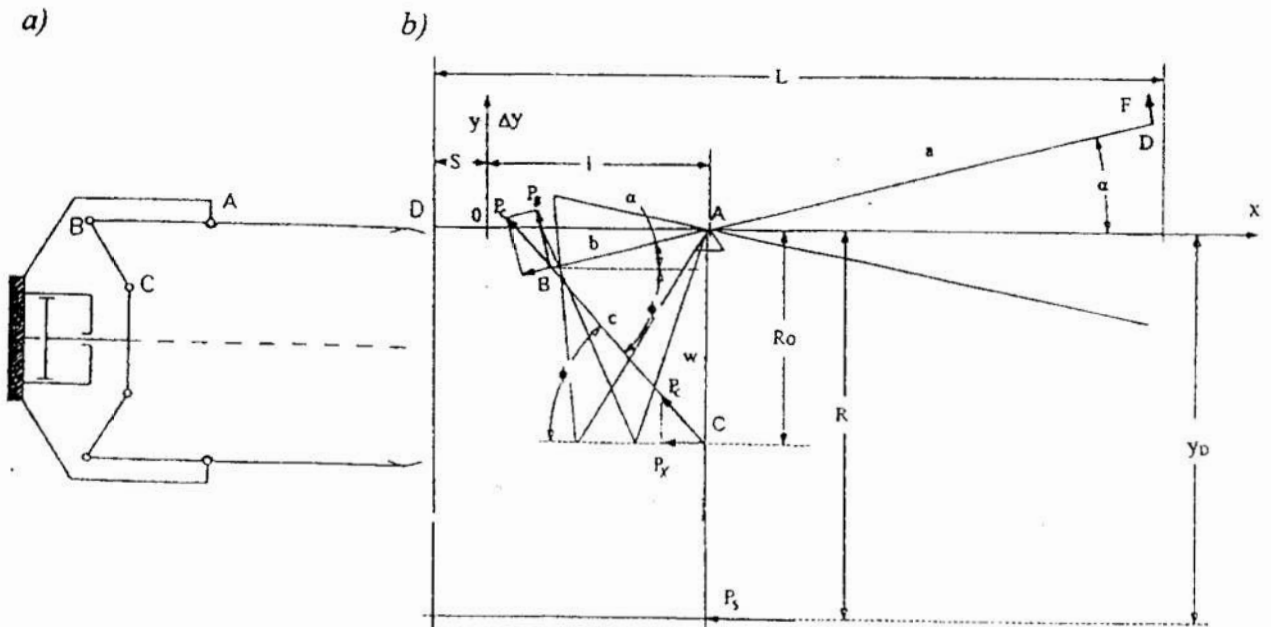
- $Q$  - ciężar obiektu manipulacji,  $N_i$
- $T_i$  - siła tarcia między obiektem manipulacji i szczękami;
- $N_i$  - siła normalna oddziaływania szczęk i obiektu manipulacji;
- $n$  - współczynnik przeciążenia chwytaka;
- $\mu$  - współczynnik tarcia między szczękami i obiektem manipulacji;
- $i = 1,2,3,4$ .

Równania równowagi sił:

$$Q \cdot n = 4 \cdot T_i = 4 \cdot N_i \mu = \frac{2F\mu}{\sin\gamma} \quad \text{stad } F = \frac{Q \cdot n}{2\mu} \sin\gamma \quad (1)$$

Przy styku obiektu manipulacji ze szczęką w dwóch punktach parametry  $d$ ,  $\gamma$ ,  $e$  powinny spełniać nierówność

$$e > \frac{d}{2 \operatorname{tg}\gamma} \quad (2)$$



Rys. 7 Schemat kinematyczny i obliczeniowy chwytaka: a) kinematyczny; b) obliczeniowy

W celu obliczenia wartości parametrów  $e$  i  $F$  przyjmujemy  $Q = 25 \text{ N}$ ;  $n = 2$ ;  $\mu = 0.2$ ;  $d = 120 \text{ mm}$ ;  $\gamma = 70^\circ$ .

$$F = \frac{25 \cdot 2}{2 \cdot 0.2} \cdot \sin 70^\circ = 117.5 \text{ N};$$

$$e > \frac{120}{2 \operatorname{tg} \gamma} = 21.8 \text{ mm}$$

przyjmujemy:  $F = 120 \text{ N}$ ;  $e = 25 \text{ mm}$ .

Schemat kinematyczny (rys.7a) przedstawia postać geometryczną koncepcji chwytaka. Do obliczeń wykorzystamy schemat pokazany na rys.7b.

Zależności kinematyczne:

$$y_D = R + \Delta y_D \quad (3)$$

$$\Delta y_D = a \sin \alpha \quad (4)$$

$$i_{DB} = \frac{a}{b} \quad (5)$$

$$R_o - b \sin \alpha = c \sin \varphi \quad (6)$$

$$(1 - x)^2 + R_o^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha + \varphi); \quad (7)$$

$$L = s + l + a \quad (8)$$

Dane do obliczeń kinematycznych:

$L \leq 250 \text{ mm}$ ;  $2y_{D\max} \leq 200 \text{ mm}$ ;  $2y_{D\min} \geq 100 \text{ mm}$ ;  $l \leq 50 \text{ mm}$ ;  $s = 40 \text{ mm}$ ;  $a = 135 \text{ mm}$ ;  $i_{DB} = 3, 4, 5$ ,  $R = 60 \text{ mm}$ ;  $R_o = 30$ ;  $c > R_o + \Delta y_{D\max}$ ;  $\alpha > 0$  dla  $y_D > R$ ,  $\alpha < 0$  dla  $y_D < R$

Zależności siłowe bez uwzględnienia sił tarcia:

$$F \cdot a = P_B \cdot b; \quad P_B = F \cdot i_{DB}$$

$$P_c = \frac{F \cdot i_{DB}}{\sin(\alpha + \varphi)} \quad (9)$$

$$P_x = P_c \cdot \cos \varphi \quad (10)$$

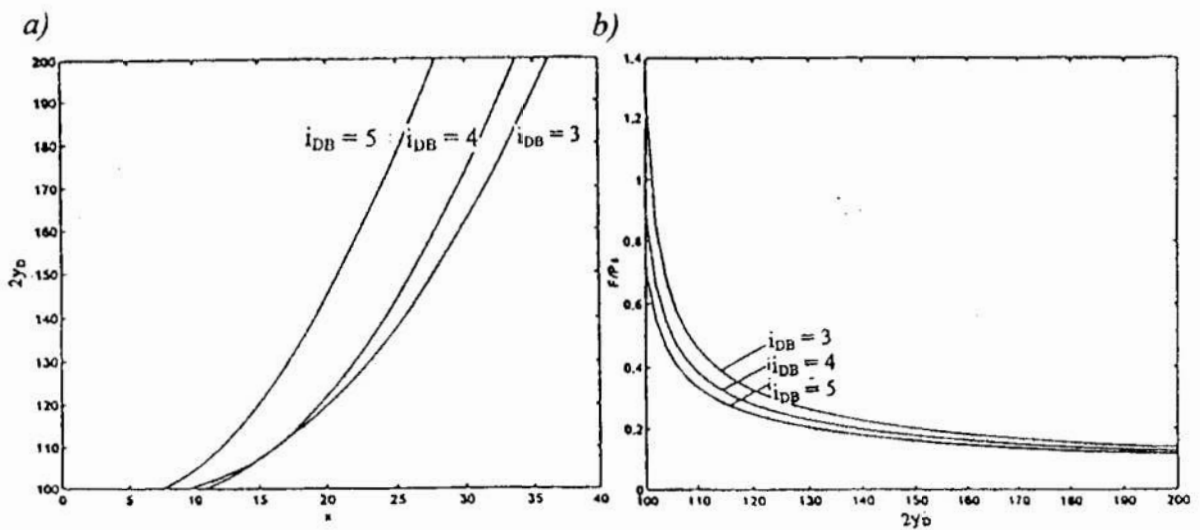
Dane do obliczeń sił:  $F = 120 \text{ N}$ ;

Na podstawie związków (3) - (10) programujemy komputer i przeprowadzamy obliczenia parametrów trzech wariantów koncepcji chwytaka Lp.25, które zostały zestawione w tabelicy 3.

Tab.3 Obliczone parametry chwytaka

|            | $i_{DB} = 3$ |       |      | $i_{DB} = 4$ |       |       | $i_{DB} = 5$ |       |       |
|------------|--------------|-------|------|--------------|-------|-------|--------------|-------|-------|
| $b$        | 45           | 45    | 45   | 33.75        | 33.75 | 33.75 | 27           | 27    | 27    |
| $c$        | 33.6         | 33.6  | 33.6 | 32.8         | 32.8  | 32.8  | 32.3         | 32.3  | 32.3  |
| $\Delta y$ | 40           | 0     | -10  | 40           | 0     | -10   | 40           | 0     | -10   |
| $x$        | 36.2         | 20.13 | 9.35 | 33.76        | 19.5  | 10.8  | 27.86        | 15.0  | 7.5   |
| $P_x$      | 427.6        | 181.6 | 46.2 | 465.5        | 212.2 | 66.2  | 506.4        | 239.4 | 83.4  |
| $P_c$      | 855.2        | 363.2 | 92.4 | 931.0        | 424.4 | 132.4 | 1012.8       | 478.8 | 166.8 |

Korzystając z obliczonych parametrów sporządzamy charakterystyki przesunięciowe i siłowe trzech wariantów (rys.8).



Rys. 8 Charakterystyki chwytaka:

a) charakterystyka przesunięciowa;

b) charakterystyka siłowa

$x$  - przesunięcie tłoka,  $2y_D$  - rozwartość (szczęk) palców,  $P_s$  - siła czynna tłoka,  $F$  - siła nacisku na przedmiot chwytny

Na podstawie tablicy 3 i charakterystyk (rys.8) można dokonać wyboru jednego z trzech wariantów koncepcji chwytaka. Pod względem gabarytów najkorzystniejszy jest wariant charakteryzujący się parametrami  $i_{DB} = 5$  oraz  $L = 205$  mm. Pod względem wielkości siłownika każdy z trzech wariantów wymaga przyjęcia średnicy tłoka  $\phi = 50$  mm, co wynika z danych katalogowych dla  $P_s = 2 P_x$  i ciśnienia zasilającego 0.6 Mpa, przy czym najmniejszy skok tłoka jest wymagany dla wariantu  $i_{DB} = 5$ . Zatem do opracowania projektu wstępnego chwytaka przyjmujemy wariant o przełożeniu  $i_{DB} = 5$  i długości  $L = 205$  mm.

### Literatura

1. Barczyk J.: *Robotyka 1*. WNT Warszawa 1986.
2. Matička R. Talacko J.: *Mechanizmy manipulatoru a przemysłowych robotu*. SNTL - Nakladatelstvi Technicke Literatury, Praha 1980.
3. Tomaszewski K.: *Roboty przemysłowe - Projektowanie układów mechanicznych*. WNT Warszawa 1993.

### Streszczenie

W pracy przedstawiono metodykę projektowania koncepcji wytworu technicznego. Scharakteryzowano podstawowe działania projektowe i zastosowano wspomaganie komputerowe. Metodykę zilustrowano na przykładzie projektowania koncepcji chwytaka robota przemysłowego.

## COMPUTER AIDED DESIGN OF TECHNICAL PRODUCT CONCEPTION

### Summary

In this paper was presented the algorithm of the technical product design. The basic design procedures were described. There were presented computer aided design on example of industried robot gripper conception.

## **ZASTOSOWANIE SYSTEMU DORADCZEGO DO OPTYMALNEGO HARMONOGRAMOWANIA PRODUKCJI W GNIEZDZIE WYTWÓRCZYM**

### **1. Wstęp**

Zagadnienie harmonogramowania (zwane też szeregowaniem zadań) występuje w wielu dziedzinach nauki i techniki. W praktyce przemysłowej polega ono na cyklicznym ustalaniu kolejności wykonania zadań produkcyjnych na określonych stanowiskach i w zadanym okresie planowania. Rozwiązanie tego zadania za pomocą metod analitycznych jest praktycznie niemożliwe, ze względu na dużą złożoność obliczeniową. Złożoność problemu wynika z dużej liczby wszystkich możliwych wariantów kolejności przebiegu wytwarzanych elementów przez stanowiska pracy, która rośnie wykładniczo wraz ze wzrostem liczby stanowisk i elementów. W przypadku nowoczesnych i drogich elastycznych gniazd produkcyjnych optymalne wykorzystanie czasu pracy jest szczególnie istotne.

### **2. Założenia**

Przyjęto, że gniazdo wytwórcze, elastyczne lub konwencjonalne, składa się ze skończonej liczby stanowisk, na których produkowane są partie elementów tego samego typu różniące się nieznacznie kształtem i wymiarami. Obrabiarki mogą pracować sekwencyjnie, tzn. pierwsza obrabiarka wykonuje obróbkę zgrubną w pierwszej operacji, druga obróbkę kształtującą w drugiej operacji itd., lub w sposób dowolny, tzn. każda obrabiarka może wykonać dowolną operację. Wszystkie zadania produkcyjne są dane na początku okresu planowania. Harmonogramowanie można przeprowadzić dla okresów od jednej zmiany do jednego tygodnia. Operacje nie mogą być przerwane przed zakończeniem. Czasy wykonania operacji mogą być losowe w określonych granicach. Do opracowania systemu doradczego wykorzystano szkieletowy system doradczy MAS działający w środowisku Windows [1,2]. System ten bazuje na ramach, które są zapisywane w postaci list. Rama jest szczególnym rodzajem struktury informatycznej, pozwalającej na jednoczesny zapis danych i procedur przekształcających lub generujących te dane. MAS pozwala na wykorzystanie typowych funkcji matematycznych (wewnętrzny język programowania FDL) oraz posiada rozwiązania pozwalające na łatwe korzystanie z tablic decyzyjnych i relacyjnych baz danych.

### **3. Budowa i działanie systemu doradczego**

Zadaniem systemu doradczego jest wspomaganie pracy dyspozytora gniazda produkcyjnego w zakresie krótko-terminowego harmonogramowania produkcji zwanego też sterowaniem dyspozytorskim. Podstawową funkcją sterowania w gnieździe jest ustalenie kolejności wykonywania zadań produkcyjnych. Elastyczne gniazdo jest układem na tyle złożonym, że istnieje duże prawdopodobieństwo

---

\* Politechnika Śląska

Katedra Technologii Maszyn i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania  
ul. Konarskiego 18a, 44-100 Gliwice

E-mail: knosala@zeus.polsl.gliwice.pl, adik@zeus.polsl.gliwice.pl

wystąpienia zakłócenia, które może powodować konieczność zmiany planu produkcji lub harmonogramu pracy gniazda. Do ustalenia kolejności wykonywania zadań produkcyjnych wykorzystujemy algorytmy heurystyczne oparte na regułach priorytetu. Ponieważ w literaturze znanych jest już ponad 100 reguł priorytetu i działają one z różną skutecznością, dlatego istotną sprawą jest kwestia doboru odpowiedniej reguły, która najlepiej spełniałaby wymagane kryterium.

Opracowany system doradczy składa się z trzech części. Zadaniem pierwszego modułu systemu doradczego jest pomoc w ustaleniu sytuacji występującej w gnieździe i wybór na tej podstawie najbardziej odpowiedniego kryterium celu oraz reguły priorytetu, która umożliwi w tym wypadku uzyskanie najlepszych rezultatów.

Do zapisu reguł wnioskowania w systemie doradczym wykorzystano tablice decyzyjne. W tabeli 1 przedstawiono przykład tablicy decyzyjnej, która służy do wstępnego wyboru jednego kryterium oceniającego uporządkowanie zadań, a także do wyboru reguły priorytetu, która daje uporządkowanie dobrze spełniające wybrane kryterium. W systemie zastosowano algorytmy porządkowania bazujące na najsukutekniejszych regułach priorytetu przedstawionych w [5,6].

Tablica decyzyjna zawiera skrócony opis warunków i wniosków, których dokładna treść znajduje się w pliku źródłowym w odpowiednich slotach Cn i Dn. Reguły są sprawdzane kolejno od lewej do prawej. Stosowana jest pierwsza reguła, dla której spełnione są wszystkie warunki. Warunek C może być prawdziwy "Y", fałszywy "N" lub rozmyty "a b" [2]. Symbole "a b" oznaczają liczby z przedziału od 0.0 do 1.0 oddzielone spacją.

Tabela 1. Przykład tablicy decyzyjnej  
Table 1. An example of decision table

| ID  | PARAM  | R1   | R2  | R3  | R4   | R5 | R6  | R7 | R8   | R9  | R10 | R11  |
|-----|--|------|-----|-----|------|----|-----|----|------|-----|-----|------|
| C1  | Czy system jest sekwencyjny?                 | Y    | Y   | Y   | Y    | Y  | N   | N  | N    | N   | N   |      |
| C2  | Czy terminy realizacji są określone?         | N    | N   | Y   | Y    | N  | Y   | Y  | N    | N   | N   |      |
| C3  | Czy występują zadania opóźnione?             |      |     | Y   | N    |    | Y   | N  |      |     |     |      |
| C4  | Czy koszt opóźnienia jest znaczący?          |      |     | 0.4 | 0.04 |    | 0.4 | 1  | 0.04 |     |     |      |
| C5  | Czy kolejki przed stanowiskami są za długie? |      |     |     |      | Y  |     |    | Y    |     |     |      |
| C6  | Czy cykle produkcyjne są za długie?          |      |     |     |      |    |     |    |      | 0.5 | 1   | 0.05 |
| C7  | Czy przestoje obrabiarek są za długie?       | 0.04 | 0.4 | 1   |      |    |     |    |      | 0.5 | 1   | 0.05 |
| C8  |  |      |     |     |      |    |     |    |      |     |     |      |
| D1  | Zastosować kryterium min SDCP                | Y    |     |     |      |    |     |    |      |     |     |      |
| D2  | Zastosować kryterium min NDCP                |      |     |     |      |    |     |    |      | Y   |     |      |
| D3  | Zastosować kryterium min OTD                 |      |     | Y   | Y    |    | Y   | Y  |      |     |     |      |
| D4  | Zastosować kryterium min PO                  |      | Y   |     |      |    |     |    |      |     |     | Y    |
| D5  | Zastosować kryterium min KPS                 |      |     |     |      | Y  |     |    | Y    |     |     |      |
| D6  | Zastosować regułę NCO                        | Y    |     |     |      |    |     |    |      | Y   |     |      |
| D7  | Zastosować regułę NWCO                       |      | Y   |     |      |    |     |    |      |     |     |      |
| D8  | Zastosować regułę PPPO                       |      |     |     | Y    | Y  |     | Y  | Y    |     |     |      |
| D9  | Zastosować regułę NPSZ                       |      |     |     |      |    |     |    |      |     |     | Y    |
| D10 | Zastosować regułę NTZ                        |      |     | Y   |      |    | Y   |    |      |     |     |      |
| D11 | Nie znaleziono żadnej reguły!                |      |     |     |      |    |     |    |      |     |     | Y    |

Skróty zamieszczone w tablicy oznaczają:

- SDCP - średnia długość cyklu produkcji,
- NDCP - najdłuższy cykl produkcji,
- OTD - opóźnienie terminów dyrektywnych,

- PO - przestoje obrabiarek,
- KPS - kolejki przed stanowiskami,
- NCO - najkrótszy czas operacji,
- NWCO - najdłuższy czas operacji,
- PPPO - pierwszy przybył pierwszy obsłużony (FIFO),
- NPSZ - najkrótsza pozostała stanowiskochłonność zadania,
- NTZ - najkrótszy termin zakończenia.

Aby uznać dany warunek za spełniony musi być spełniona następująca zależność:

$$a \leq N \leq P \leq b \quad (1)$$

gdzie  $N$  i  $P$  są odpowiednio stopniem konieczności i stopniem możliwości, stanowiącymi wynik badania warunku.

Opis oznaczeń zastosowanych dla warunków  $C$  jest następujący:

"Y"- jest równoważne zapisowi "1.0 1.0",

"N"- jest równoważne zapisowi "0.0 0.0",

"" - puste pole oznacza, że warunek jest pomijany,

zapis "0.4 1" można interpretować jako "raczej tak",

"0 0.3" można interpretować jako "raczej nie".

Symbole dla działań  $D$  oznaczają:

"Y"-działanie ma być wykonane jeżeli spełnione są wszystkie warunki reguły,

"N"-działanie ma być wykonane jeżeli nie są spełnione warunki reguły,

"X"-działanie ma być wykonane po zbadaniu warunków (bez względu na wynik badania),

""- puste pole oznacza działanie pomijane.

Drugi moduł systemu doradczego służy do wyznaczenia harmonogramów pracy gniazda produkcyjnego [3]. Niezbędne dane są zapisane w relacyjnej bazie danych, na którą składają się baza danych produkcyjnych, zawierających informacje o zadaniach produkcyjnych i baza danych technologicznych, zawierająca informacje o operacjach i stanowiskach.

Dane produkcyjne to:

- numer zadania,
- identyfikator elementu obrabianego,
- wielkość serii,
- wymagany termin zakończenia,
- termin wypłynięcia zadania,
- wstępny priorytet zadania.

Dane technologiczne obejmują:

- identyfikator elementu obrabianego,
- numer kolejnej operacji,
- $t_j$  - czas jednostkowy lub czas wykonywania programu obrabiarki,
- $t_r$  - czas wykonywania programu robota,
- $t_{p21}$  - czas przygotowawczo-zakończeniowy (bez przezbrajania),
- $t_{p22}$  - czas uzbrojenia obrabiarki,
- $t_{p23}$  - czas rozbrojenia obrabiarki.

Do obliczenia harmonogramu stosowane są algorytmy bazujące na kombinowanych regułach priorytetu [5,6]. Reguła priorytetu jest funkcją, która każdemu zadaniu oczekującemu na wykonanie w kolejce przed rozpatrywanym stanowiskiem przyporządkowuje wielkość zwaną wskaźnikiem priorytetu. W ogólnym przypadku



wskaźnik ten jest funkcją parametru lub kilku parametrów opisujących zadania oraz ich stan w trakcie realizacji procesu produkcyjnego. Zadanie o wyższym priorytecie realizowane jest w pierwszej kolejności. Jeżeli dwa zadania mają taki sam priorytet, to ich kolejność ustalana jest losowo lub przy wykorzystaniu innej reguły.

Czas realizacji operacji  $T$  obliczany jest na podstawie czasów normatywnych zawartych w bazie danych technologicznych:

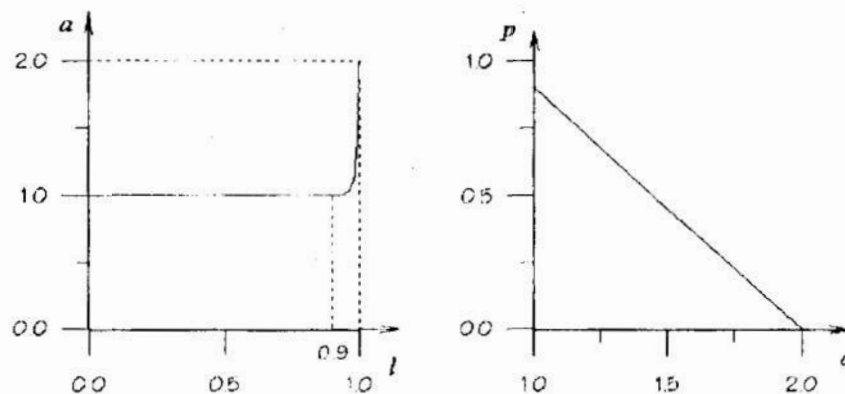
$$T = a \cdot (t_j + t_r) \cdot n + t_{p21} + t_{p22} + t_{p23}$$

gdzie:

$a$  - jest zmienną losową pozwalającą na symulację zakłóceń,

$n$  - liczba sztuk w partii.

Zmienna losowa  $a$ , której przykładowy rozkład pokazano na rys. 1, została wprowadzona w celu symulacji zakłóceń. Jest ona wyznaczana za pomocą przekształcenia zmiennej  $l$  o rozkładzie równomiernym w przedziale  $[0,1]$ , którą można otrzymać z generatora liczb losowych. W przykładzie pokazanym na rys. 1 zmienna  $a$  z prawdopodobieństwem 0,9 będzie miała wartość 1. Prawdopodobieństwo, że zmienna  $a$  osiągnie większe wartości jest malejące.



Rys. 1. Przykładowy rozkład zmiennej losowej  $a$

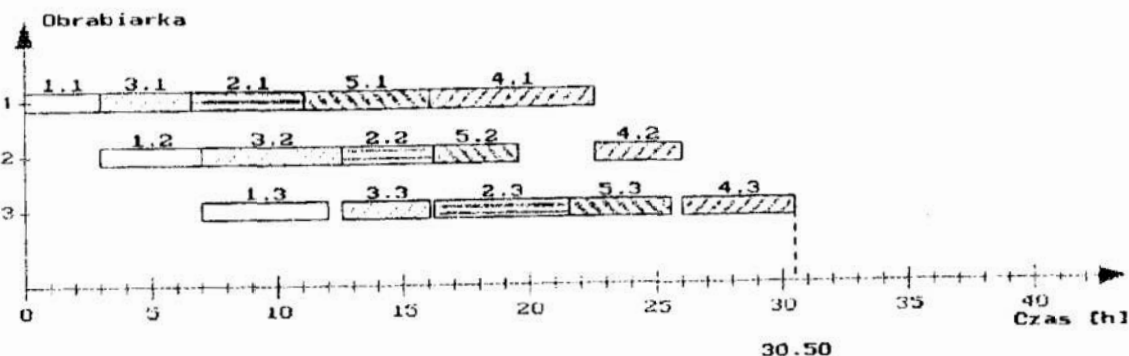
Fig. 1. An example of distribution random variable  $a$

W rezultacie działania systemu otrzymujemy:

- harmonogram pracy elastycznego gniazda produkcyjnego w postaci graficznej (rys. 2);
- listę zawierającą kolejność wykonywanych zadań i operacji na poszczególnych stanowiskach (tabela 2);
- wskaźniki oceny skuteczności działania reguł priorytetu takie, jak (por. [5,6]):
  - średnie odchylenie terminów zakończenia zadań od terminów dyrektywnych,
  - udział procentowy zadań opóźnionych,
  - maksymalne opóźnienie terminu wykonania zadania,
  - długość cyklu produkcyjnego zadania,
  - średnie wydłużenie cyklu produkcyjnego zadania,
  - średni czas oczekiwania zadania,
  - suma czasów przestoju stanowiska,
  - obciążenie stanowisk,
  - ostrzeżenia o przekroczeniu terminów.

Na rys.2 przedstawiono przykładowy harmonogram pracy gniazda w postaci wykresu Gantta. Został on wyznaczony dla gniazda trzech obrabiarek pracujących w systemie

sekwencyjnym, na których wytwarzanych jest pięć przedmiotów. Obróbka każdego przedmiotu wykonywana jest w trzech operacjach. Zastosowano kryterium minimum średniej długości cyklu produkcji (SDCP) oraz algorytm bazujący na regule najkrótszego czasu operacji(NCO).



Rys. 2. Przykładowy harmonogram pracy gniazda złożonego z trzech obrabiarek pracującego w systemie sekwencyjnym  
 Fig. 2. An example of work schedule in production cell

Oznaczenia zastosowane na rys. 2 są typu  $x.y$ ; gdzie  $x$  oznacza numer przedmiotu obrabianego, a  $y$  numer operacji.  
 W tabeli 2 pokazano odpowiedni wykaz operacji dla pierwszej obrabiarki (patrz rys. 2).

Tabela 2. Wykaz operacji dla obrabiarki 1  
 Table 2. An list of operation for machine 1

| OBRABIARKA 1 |           |          |               |   |   |
|--------------|-----------|----------|---------------|---|---|
| Lp           | Przedmiot | Operacja | Czas operacji | Czas rozpoczęcia operacji na obrabiarce | Czas zakończenia operacji na obrabiarce |
| 1            | 1         | 1        | 3.00          | 0.00                                    | 3.00                                    |
| 2            | 3         | 1        | 3.60          | 3.00                                    | 6.60                                    |
| 3            | 2         | 1        | 4.50          | 6.60                                    | 11.10                                   |
| 4            | 5         | 1        | 5.00          | 11.10                                   | 16.10                                   |
| 5            | 4         | 1        | 6.50          | 16.10                                   | 22.60                                   |

Otrzymany za pomocą drugiego modułu harmonogram jest oceniany tylko według jednego kryterium.

Trzeci moduł umożliwia polioptymalną ocenę otrzymanych harmonogramów według kilku wybranych kryteriów, którymi w przedstawionym przykładzie są:

- 1) minimum średniego cyklu produkcji wszystkich zadań,
- 2) minimum najdłuższego cyklu produkcji,
- 3) minimum przestoju obrabiarek,
- 4) minimalne opóźnienie wykonania zadania,
- 5) minimum kolejek przed stanowiskami.

Są to kryteria deterministyczne. Można dla nich ściśle wyznaczyć wskaźniki kryterialne. Niektóre z kryteriów są współzależne, np. 1 i 2, a niektóre są

przeciwstawne, jak 3 i 4. Dlatego niemożliwe jest jednoznaczne wyznaczenie harmonogramu, który spełniałby jednocześnie wszystkie kryteria. Po wyznaczeniu przez drugi moduł systemu kilku harmonogramów, za pomocą różnych algorytmów harmono-gramowania, można przeprowadzić ich analizę wielokryterialną. W tym celu zastosowano program „Ekspert” przedstawiony w [4]. Umożliwia on określenie wag poszczególnych kryteriów i wielokryterialną ocenę wariantów. Ważność kryterium jest m.in. zależna od warunków wejściowych panujących w gnieździe i od oceny operatora, który jest w tym wypadku jedynym ekspertem. Moduł ten znajduje się obecnie w fazie testów.

#### **4. Podsumowanie**

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że zastosowanie reguł priorytetu umożliwia niewielkim nakładem środków uzyskanie uporządkowania kolejnościowego operacji zbliżonego do optymalnego. Jednakże problem stanowi określenie odległości otrzymanego rozwiązania od optimum, oraz dobranie odpowiednich funkcji oceny w przypadku analizy wielokryterialnej.

#### **LITERATURA**

1. Cholewa W.: Szkieletowy system doradczy MAS. Dokumentacja użytkownika. Politechnika Śląska, Gliwice, 1993.
2. Cholewa, W. : Stwierdzenia przybliżone w systemach doradczych. Proceedings of AMME'94, Gliwice, 1994, ss. 49-62.
3. Kampa A., Knosala, R.: Wykorzystanie systemu doradczego w sterowaniu produkcją. Proceedings of AMME'94, Gliwice, 1994, ss. 173-182.
4. Knosala R.: Methoden zur Bewertung von Bauelementen als Voraussetzung für die Entwicklung von Baukastensystemen. Diss B, TU Dresden 1989.
5. Witkowski T.: Metoda optymalizacji harmonogramów pracy maszyn. Mechanik nr 8-9/93, ss. 305-308.
6. Wróblewski K.J.: Reguły priorytetu w sterowaniu przepływem produkcji. WNT, Warszawa, 1984.

#### **Streszczenie**

W pracy omówiono możliwości zastosowania systemu doradczego do wspomagania harmonogramowania produkcji w gnieździe wytwórczym i oceny otrzymanych harmonogramów. System ten jest zbudowany na bazie szkieletowego systemu doradczego MAS. Do zapisu wiedzy wykorzystano tablice decyzyjne z regułami przybliżonymi i relacyjne bazy danych. W pracy przedstawiono przykład tablicy decyzyjnej, a także opisano sposób sterowania produkcją za pomocą reguł priorytetu.

### **Application of the expert system for production scheduling in a manufacturing cell**

#### **Summary**

This paper presents possibilities of application of an expert system for aiding of production scheduling in a manufacturing cell and evaluating of received schedules. This system bases on a MAS expert system shell. Decision tables with rules and relation data bases have been used for knowledge representation. An example of a decision table has been described in the work. Finally, the method of a production control using the priority rules is presented.

## MIKROKOMPUTEROWY SYSTEM STEROWANIA WIELOOSIOWEGO

### 1. Wprowadzenie

W dobie rozwijających się systemów CAD/CAM rośnie zainteresowanie małych prywatnych zakładów produkcyjnych tanimi, łatwymi w obsłudze obrabiarkami specjalistycznymi. Znajdujące się na rynku systemy obróbki z użyciem obrabiarek wieloosiowych swoją ceną przekraczają możliwości finansowe drobnych przedsiębiorstw produkcyjnych. Prezentowany w niniejszym artykule system mikrokomputerowy jest pierwszym etapem realizacji jednego z elementów obrabiarki wieloosiowej.

System umożliwia generowanie sygnałów sterujących zespołem trzech silników skokowych, tworzących w przestrzeni trójwymiarowej obraz bryły geometrycznej zadanej w postaci rysunku.

Oprogramowanie składa się z kilku modułów funkcyjnych. Pierwszy umożliwia rysowanie prostych brył geometrycznych ( w pierwszym etapie - bez łuków). Drugi umożliwia wykonywanie operacji na dysku. Trzeci zapewnia współpracę z mikroprocesorowym sterownikiem silników skokowych.

W przyszłości możliwe będzie dołączenie do programu biblioteki łuków i tworzenie brył geometrycznych o bardziej zróżnicowanych kształtach. Dodatkowo do programu dołączyć można moduł sterownika generującego sygnały w oparciu o pliki z rozszerzeniem .DXF zawierające informacje o rysunkach wykonywanych w programie AutoCAD.

### 2. Konstrukcja i zadania

W systemie wyróżnić możemy trzy zasadnicze człony:

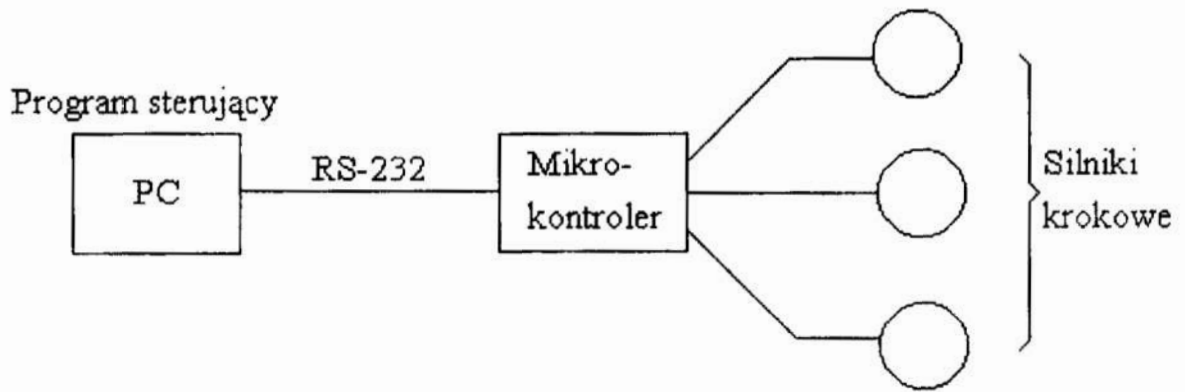
- komputer nadrzędny klasy PC,
- sterownik mikroprocesorowy elementów wykonawczych,
- trzy silniki skokowe z oprzyrządowaniem.

Oprogramowanie komputera nadrzędnego napisane jest w postaci kilku modułów spełniających następujące zadania:

- tworzenie rysunków trójwymiarowych brył geometrycznych poprzez podawanie współrzędnych punktów początkowych i końcowych ich krawędzi,
- zapisywanie i odczytywanie z pamięci dyskowej wcześniej stworzonych plików zawierających informacje o rysunku,
- przetwarzanie tworzonych rysunków na ciąg sygnałów sterujących przekazywanych następnie w postaci znormalizowanych ramek danych poprzez łącze RS-232 do mikrokontrolera.

---

\* Instytut Informatyki, Politechnika Poznańska, 60-965 Poznań ul. Piotrowo 3a  
tel. 782-574, fax 771-525, E-mail: rafal\_k@syriusz.cs.put.poznan.pl

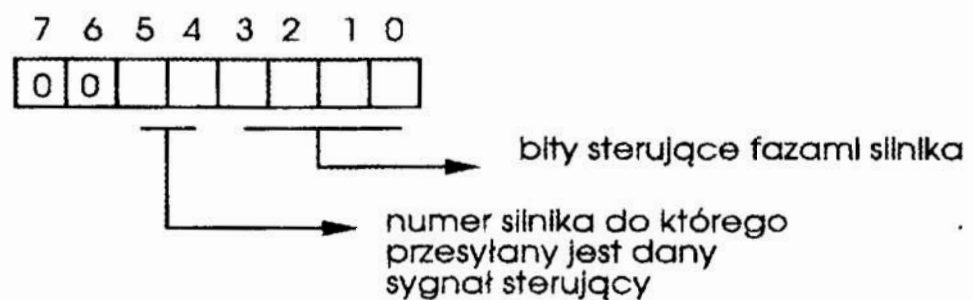


Rys.1. Schemat blokowy  
Fig.1. Block diagram

Sterownik mikroprocesorowy wykonany został z zastosowaniem mikrokontrolera 80C535. Głównym zadaniem oprogramowania sterownika jest przyjmowanie ramek danych, przesyłanych przez zarządzający systemem komputer PC, poprzez łącze RS-232. Na podstawie odebranych informacji odpowiednie sterowanie silnikami skokowymi.

Silniki skokowe mogą zostać wyposażone w komutator sprzętowy lub programowy. W przypadku zastosowania komutatora sprzętowego sterowanie fazami silnika realizowane jest sprzętowo, natomiast mikrokontroler generuje tylko sygnały kierunku obrotu oraz liczbę kroków. W przypadku komutatora programowego sterowanie fazami silnika realizowane jest przez system mikrokontrolera. Ten rodzaj sterowania polega na przesyłaniu na cztery fazy danego silnika odpowiedniej kombinacji binarnej.

Na rysunku 2 przedstawiono przykładową strukturę ramki informacji przesyłanej z systemu nadrzędnego do systemu sterującego.

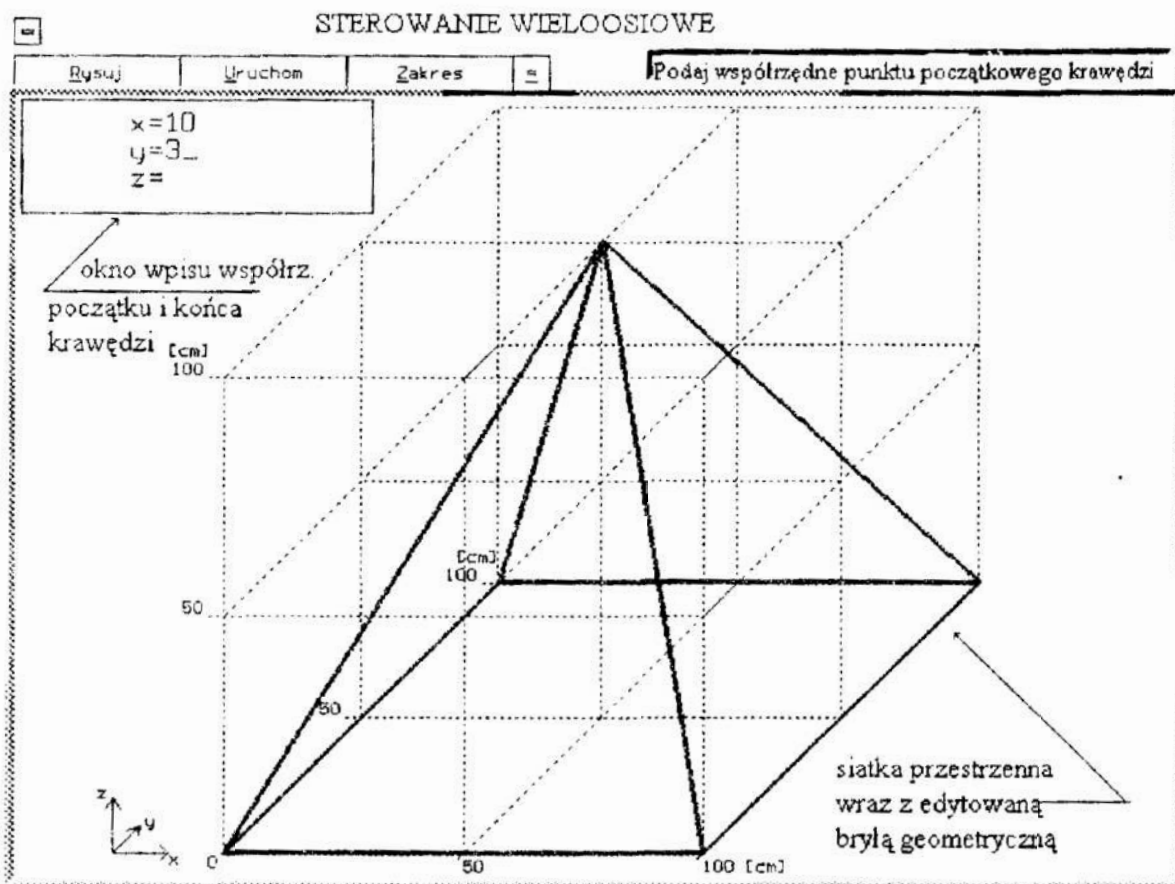


Rys.2. Ramka informacyjna  
Fig.2. Information frame

### 3. Oprogramowanie

Oprogramowanie systemu nadrzędnego wykonane jest w języku Turbo Pascal przy użyciu techniki programowania proceduralnego. Natomiast oprogramowanie sterownika mikroprocesorowego wykonano w asemblerze układu 80C535.

Rysowanie kształtu bryły, która ma zostać obrobiona w maszynie odbywa się automatycznie. Użytkownik po wybraniu skali wprowadza wartości początkowe i końcowe poszczególnych krawędzi bryły w osiach xyz. Na obecnym etapie istnieje możliwość rysowania tylko brył bez luków. Przykładowy ekran został zaprezentowany na rysunku 3.



Rys.3. Przykładowy ekran

Fig.3. Screen example

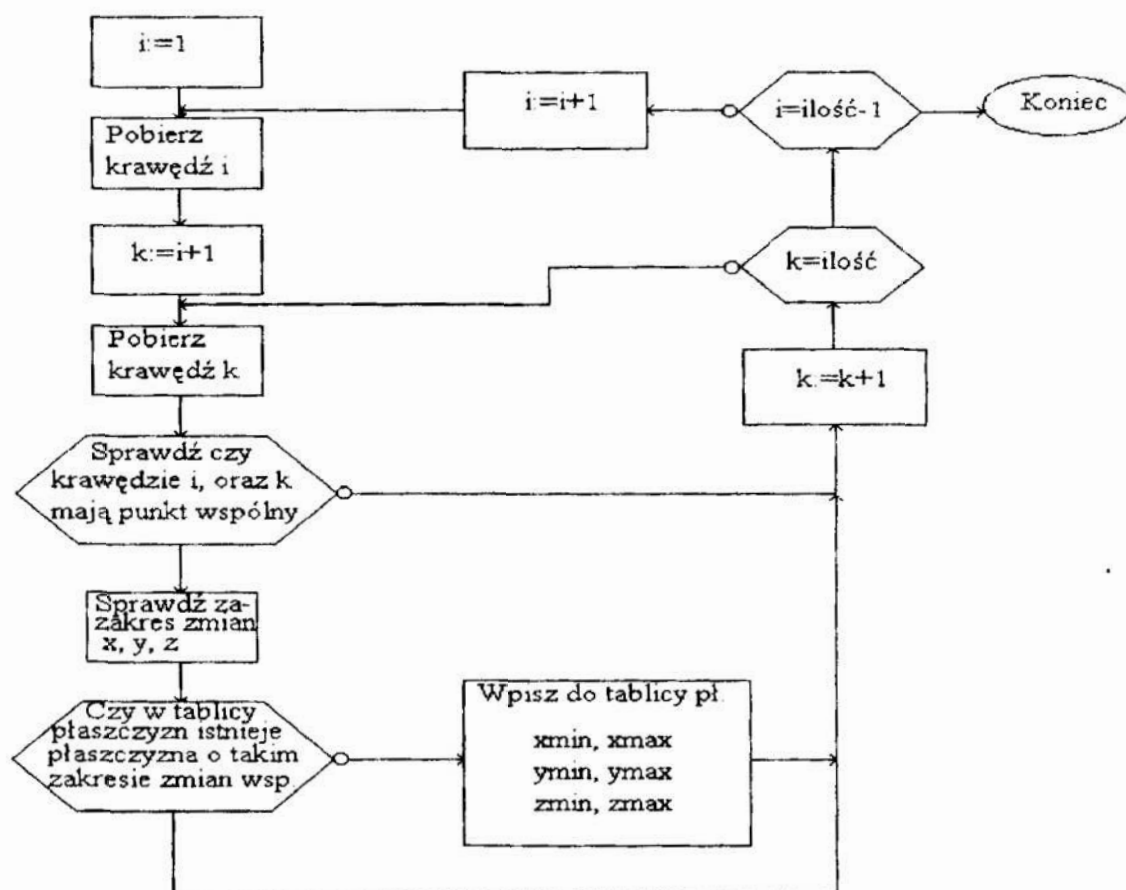
Po narysowaniu rysunku utworzony zostaje plik o formacie .RYS. Zbiór w tym formacie składa się z trzech rekordów w których przechowywana jest informacja o skali w jakiej wykonany został rysunek, liczba krawędzi bryły, oraz współrzędne punktów początkowych i końcowych wszystkich jej krawędzi. Informacje o współrzędnych punktów umieszczone są w tablicy 20\*6, możliwe jest więc zachowanie danych opisujących bryłę o maksymalnie 20 krawędziach.

Wybór własnego formatu plików przechowujących informacje o rysunku podyktowany był względami praktycznymi. Wykorzystywany w AutoCADzie format .DXF co prawda umożliwia zapis informacji o niezwykle skomplikowanych bryłach jednak charakte-

ryzuje się dużym stopniem skomplikowania kodu danych. W sytuacji, gdy projektowany system wykonywać ma modele prostych brył duża zawartość informacyjna plików .DXF zamiast być ułatwieniem staje się przyczyną poważnych komplikacji. Stąd znacznie łatwiejsze wydaje się przyjęcie prostszego, ale zarazem, w tej konkretnej sytuacji, o wiele efektywniejszego formatu plików określającego jedynie współrzędne wszystkich wierzchołków bryły, a także skali w jakiej została wykonana.

Kolejną istotną częścią oprogramowania są procedury zajmujące się przetwarzaniem danych o płaszczyznach zawartych w plikach formatu .RYS na ciąg sygnałów sterujących.

Jedną z takich procedur jest procedura "znajdź\_płaszczyzny". Tworzy ona na podstawie danych o krawędziach zawartych w tablicy "wierzchołki.krawędzie" dane o poszczególnych płaszczyznach bryły.



Rys.4. Algorytm poszukiwania płaszczyzn

Fig.4. Algorithm search of planes

Informacje o krawędziach bryły zawiera zmienna rekordowa wierzchołki, pierwszy rekord tej zmiennej to tablica 20\*6 zawierająca w kolejnych kolumnach danego wiersza współrzędne x, y i z punktów początkowego, oraz końcowego krawędzi. Dwa kolejne rekordy zawierają informacje o skali rysunku i ilości wszystkich krawędzi bryły.

Struktura omawianej zmiennej odpowiada więc przyjętemu formatowi plików .RYS. Na podstawie tych danych procedura "znajdź\_płaszczyzny" określa zakres zmienności poszczególnych współrzędnych dla danej płaszczyzny, a także numery dwóch krawędzi które daną płaszczyznę tworzą.

Związane to jest z obserwacją, iż dla wyznaczenia dowolnej płaszczyzny prostej bryły geometrycznej, wystarcza podać dwie różne krawędzie o wspólnym jednym wierzchołku.

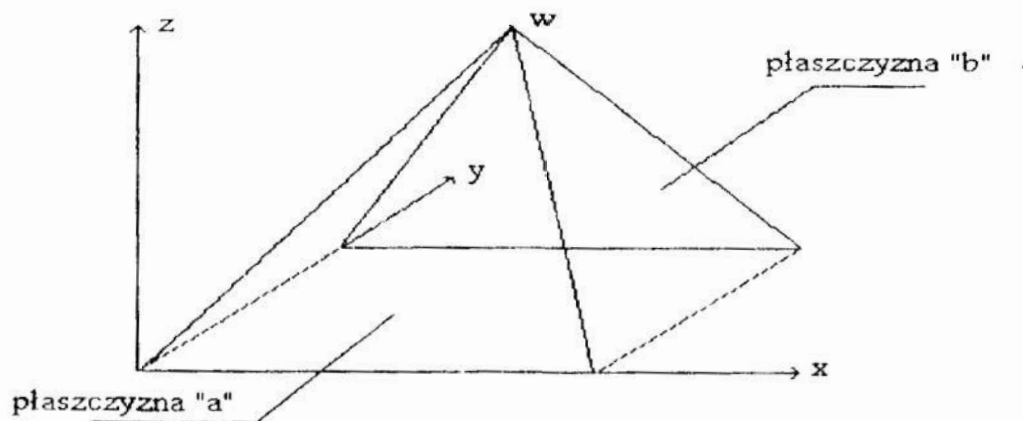
Dane określające minimalne i maksymalne granice zmian współrzędnych dla danej płaszczyzny umieszczane są w tablicy "płaszczyzny" (w kolejnych kolumnach są to minimalne i maksymalne wartości współrzędnych.: odpowiednio  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ,  $y_{min}$ ,  $y_{max}$ ,  $z_{min}$ ,  $z_{max}$ ). Numery krawędzi tworzących płaszczyznę umieszczane są natomiast w osobnej tablicy "płaszczyzny\_nr".

Szczegółowy algorytm danej procedury przedstawia rysunek 4.

Kolejny istotny algorytm zawarty jest w procedurze "twórz\_dane". Procedura ta tworzy na podstawie danych zawartych w tablicach "płaszczyzny" i "płaszczyzny\_nr" szczegółowe dane o każdej płaszczyźnie, a także wywołuje procedurę "transfer" odpowiedzialną za transmisję danych do mikrokontrolera.

Sposób poruszania się ramienia z nożem tnącym nie będzie dla każdej płaszczyzny taki sam. Poniżej przedstawiono przykład obrazujący daną prawidłowość.

Załóżmy, że z jednolitej bryły chcemy wyciąć ostrosłup o krawędziach podstawy równych 100 cm i o wysokości 50 cm, oraz że minimalne przesunięcie noża wynosi 1cm.



Rys.5. Przykład

Fig.5. Example

Algorytm ruchu ramienia z nożem dla płaszczyzny "a" powinien wyglądać następująco:

- przesun ramię do początku układu współrzędnych,
- przesuwać ramię wzdłuż osi x od punktu 0 do punktu 100 (100 minimalnych przesunięć),
- przesun ramię jeden raz wzdłuż osi z w górę, a później y,
- przesuwać ramię wzdłuż osi x od punktu 100 do punktu 0 itd.

Algorytm ruchu ramienia z nożem dla płaszczyzny "b" powinien wyglądać natomiast inaczej:



- przesunąć ramię do wierzchołka "w",
- przesuwać ramię wzdłuż osi y od punktu 0 do punktu 100 (100 minimalnych przesunięć),
- przesunąć ramię jeden raz wzdłuż osi z w dół, a później x,
- przesuwać ramię wzdłuż osi y od punktu 100 do punktu 0 itd.

Jak można zauważyć ilość i kolejność przesunięć ramienia wzdłuż poszczególnych krawędzi jest dla obydwu płaszczyzn różna. Zależy ona od sposobu nachylenia płaszczyzny, a także od tego która ze współrzędnych płaszczyzny lub jednej z jej krawędzi jest stała. Dlatego też w celu poprawnego wygenerowania sygnałów sterujących należy wyznaczyć pewne charakterystyczne atrybuty każdej płaszczyzny determinujące zastosowany algorytm przetwarzania. Funkcją tą spełnia procedura "twórz\_dane". Procedura ta nadaje wartości trzem zmiennym określającym położenie płaszczyzny względem płaszczyzn układu współrzędnych. Pierwsza z nich: zmienna "stała" informuje która ze współrzędnych danej płaszczyzny, lub jednej z jej krawędzi nie zmienia się. Zmienna "kierunek" określana jest tylko dla tych płaszczyzn, które nie są prostopadłe do XY, XZ lub YZ i informuje o położeniu danej płaszczyzny względem początku układu współrzędnych (kierunek rosnący lub malejący). Trzecia zmienna "algorytm" decyduje o sposobie transmisji danych do mikrokontrolera i przyjmować może dwie wartości 1 (dla płaszczyzn prostopadłych do XY, XZ, lub YZ), oraz 2 (dla innych płaszczyzn).

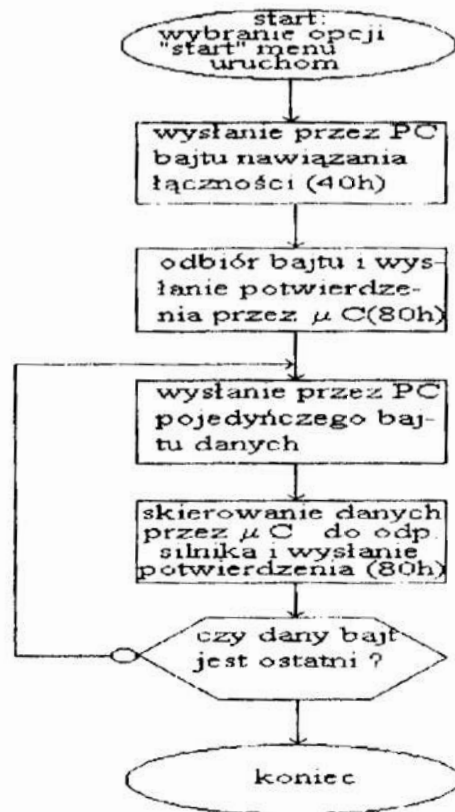
Ostatnim z prezentowanych algorytmów jest algorytm nawiązania łączności przez komputer nadrzędny z mikrokontrolerem, oraz realizacji transferu sygnałów sterujących.

Transmisja rozpoczyna się od wysłania przez komputer nadrzędny bajtu nawiązania łączności (40h). Mikrokontroler rozpoznaje ten sygnał i wysyła do systemu nadrzędnego potwierdzenie (bajt 80h). Następnie rozpoczyna się transmisja właściwych sygnałów sterujących. Komputer nadrzędny generuje odpowiednie dane i przesyła je pojedynczo do mikrokontrolera. Po odbiorze jednego bajtu mikrokontroler dekoduje odpowiednio otrzymany sygnał i przesyła go na fazy odpowiedniego silnika, a następnie wysyła do systemu nadrzędnego bajt potwierdzenia odbioru (80h). W czasie gdy mikrokontroler dekoduje otrzymany sygnał, program sterujący systemem nadrzędnym sprawdza w pętli czy nadszedł sygnał potwierdzenia, jeżeli tak wysyła kolejny bajt danych.

#### 4. Wnioski

Zaprezentowany system wraz z oprogramowaniem stanowi pierwszy etap prac nad tanim zestawem CAD/CAM, który będzie mógł w przeszłości znaleźć zastosowanie w małych przedsiębiorstwach produkcyjnych. Dalsze prace będą prowadzone nad poprawieniem interfejsu z użytkownikiem poprzez wprowadzenie większej interaktywności. Kolejne projekty umożliwią sterowanie grubością zdejmowanych warstw w poszczególnych płaszczyznach przez odpowiednie sterowanie silnikami. Zostaną wprowadzone biblioteki luków i tworzonych brył geometrycznych, oraz umożliwiona zostanie współpraca z plikami formatu .DXF wykonywanymi w programie AutoCAD.

Istotnym problemem jest testowanie systemu. Bez drogich układów uruchomieniowych typu emulatorów testowanie zarówno sprzętu jak i oprogramowania jest kłopotliwe.



Rys.6. Uproszczony algorytm transmisji  
Fig.6. Transmission algorithm

## Literatura

1. N. Kilen.: *Z Turbo Pascalem w głąb systemu*, Lynx-SFT 1994
2. R. Klaus: *Stanowisko pomiarowe do identyfikacji dynamiki silnika wysokoprężnego z doбором regulatpra PID*, Konferencja EXPLO-SIL'92, Gdynia 1992
3. R. Klaus: *Zintegrowany system informatyczny do badań dynamicznych silnika wysokoprężnego SW 400*, II Symposium AUTOMA-SIL'94, Poznań 1994
4. R. Klaus, A. Urbaniak: *Wybrane zagadnienia komputerowych systemów wspomagania badań CAD/CAE silnika wysokoprężnego SW400.*, Konferencja "Poliptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania", Kołobrzeg, 1995
5. R. Klaus: *Problemy bezpieczeństwa w systemach czasu rzeczywistego*, Polskie Towarzystwo Informatyczne Kolo w Poznaniu, Instytut Informatyki Politechnika Poznańska, Poznań 9.11.1995
6. A. Pikoń.: *AutoCAD wersja 10&11 - modelowanie przestrzenne*, Helion 1992

## **MIKROKOMPUTEROWY SYSTEM STEROWANIA WIELOOSIOWEGO**

### **Streszczenie**

W artykule zamieszczono poglądowy opis systemu mikrokomputerowego stanowiącego jeden z elementów sterowania CAD/CAM obrabiarek wieloosiowych. Zaprezentowano konstrukcję systemu oraz jego oprogramowanie.

## **MICROCOMPUTER SYSTEM OF MULTIPLANE CONTROL**

### **Summary**

In the publication we present a microcomputer system that is an element of CAD/CAM control for multiplane machine tools. This paper shows the hardware construction and the software.

## **KOMPUTEROWY SYSTEM WSPOMAGAJĄCY PRACĘ DYSPOZYTORA SIECI TRAKCYJNEJ**

Praca dyspozytora sieci trakcyjnej polega na „przetwarzaniu” napływających informacji i na ich podstawie na podejmowaniu odpowiednich decyzji. Napływające informacje to: meldunki dotyczące stanu technicznego odłączników i izolacji oraz sytuacji ruchowej na danym fragmencie sieci, jak również meldunki o uprzednio wykonanych odłączeniach i załączeniach fragmentów sieci. Na tej podstawie oraz po przeprowadzeniu analizy połączeń sieci trakcyjnej dyspozytor podejmuje decyzje dotyczące zabezpieczenia miejsca pracy ekipy monterów.

Energia elektryczna prądu przemiennego przesyłana jest do rejonowej stacji elektroenergetycznej a z niej do podstacji trakcyjnej znajdującej się przy zelektryfikowanej linii kolejowej. W podstacji następuje przekształcenie prądu przemiennego na prąd stały, który doprowadzony do przewodów tworzących sieć jezdnią umożliwia zasilanie silników pojazdów trakcyjnych.

Sieć jezdna nie tworzy jednak elektrycznie całości, ponieważ jest podzielona na tzw. sekcje. Podział ten jest nazywany sekcjonowaniem. Jego celem jest umożliwienie odłączania od napięcia poszczególnych odcinków sieci (sekcji) i prowadzenia ruchu pociągów po odcinkach pozostałych pod napięciem. Odłączenia takie wykonywane są najczęściej w przypadku przeprowadzania konserwacji lub ewentualnych napraw elementów sieci trakcyjnej. Izolatory sekcyjne, przerwy powietrzne lub izolowane przęsła naprężenia służą do odizolowania od siebie poszczególnych sekcji. Połączenia pomiędzy sekcjami wykonywane są natomiast za pomocą odłączników sekcyjnych. W obrębie stacji zapewniana jest możliwość oddzielenia od siebie sieci torów o różnym przeznaczeniu funkcjonalnym. Na rysunku 1 przedstawiono wygląd ekranu zawierającego fragment schematu sieci trakcyjnej. Odłączenie od napięcia wybranego odcinka sieci wymaga:

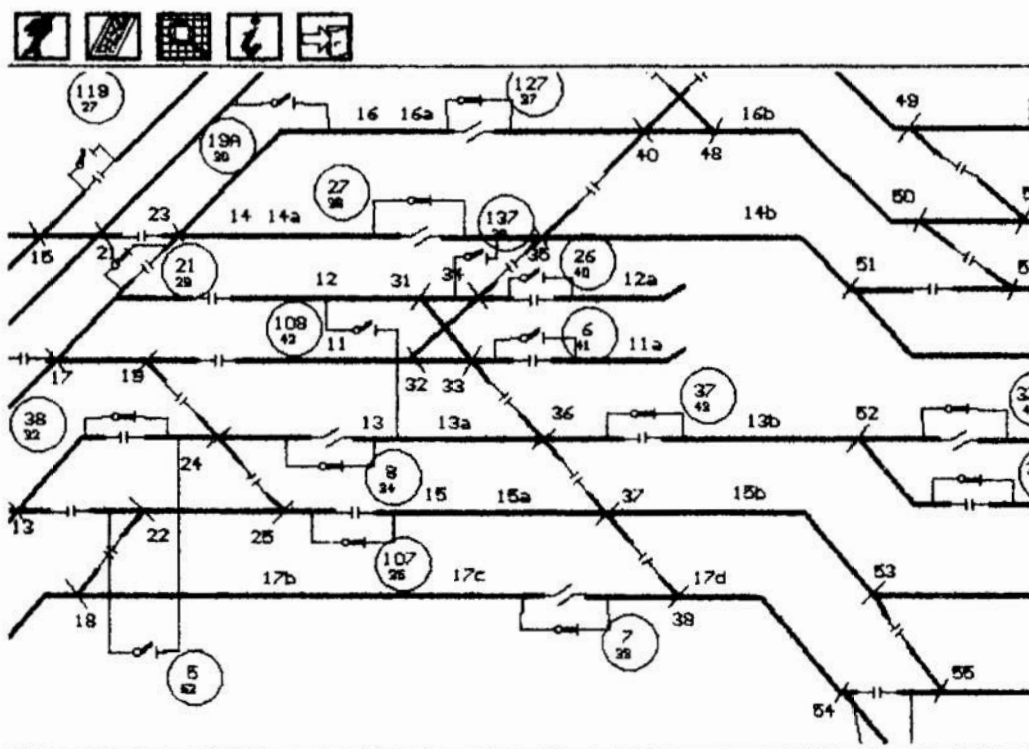
- załączenia tych odłączników, dzięki którym odcinki mogące utracić zasilanie w wyniku odłączania wybranego odcinka, nie utracą go,
- odłączenia zasilaczy zasilających wybrany odcinek,
- odłączenia wszystkich odłączników sekcyjnych, poprzez które wybrany odcinek łączy się z siecią,
- oznaczenia tych odłączników, które są w stanie otwartym i powinny nadal w nim pozostać,
- oznaczenia tzw. jazd zabronionych czyli kierunków, z których wjazdy na odłączony odcinek spowodowałyby przeniesienie pantografem napięcia.

Wymienione warunki odłączania ustala dyspozytor. Musi brać on pod uwagę bieżący stan techniczny i elektryczny sekcji położonych w pobliżu fragmentu wybranego do odłączania lub załączania. Nie jest to zadanie proste, gdyż w przypadku gęstych i rozległych sieci trakcyjnych w ciągu jednego dnia może odbywać się kilka odłączeń jednocześnie. Bardzo duża złożoność połączeń sieci oraz częste wykonywanie odłączeń powoduje, że analiza rozbudowanego schematu sieci jest uciążliwa i męcząca, a co za tym idzie rośnie prawdopodobieństwo wystąpienia pomyłek. Pomyłki te mogą być tragiczne w skutkach zważywszy fakt iż napięcie stałe panujące pomiędzy przewodem jezdnią a torem kolejowym i przyłączonymi do niego elektrycznie

---

\* INSTYTUT TRANSPORTU POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ, ZESPÓŁ AUTOMATYKI W TRANSPORCIE,  
tel./fax 155 21 79, ul. Krasińskiego 8, 40-019 KATOWICE, e-mail: jmik@labeto.keto.polsl.katowice.pl

(uszynionymi) konstrukcjami wsporczymi wynosi 3,3 kV. Dodatkowo schemat połączeń musi być uaktualniany przy każdej przebudowie sieci trakcyjnej.



Rys. 1. Fragment schematu sieci trakcyjnej na ekranie monitora komputerowego  
 Fig. 1. Fragment of the connection diagram of contact line from the screen

Głównym zadaniem komputerowego systemu wspomagania jest wyeliminowanie niedogodności związanych z pracą dyspozytora oraz zminimalizowanie możliwości wystąpienia pomyłek. Praca systemu oparta jest na takim sposobie zakodowania połączeń sieci, który umożliwia przeprowadzanie symulacji załączania i odłączania wybranych fragmentów sieci wraz ze wszystkimi ich konsekwencjami, czyli utratą i uzyskaniem zasilania w pozostałej części sieci. Wyniki symulacji przedstawiane są na ekranie monitora komputerowego w formie schematu połączeń, na którym symbole odłączników oraz kolory poszczególnych fragmentów sieci odpowiadają ich symulowanym stanom elektrycznym.

Sieć trakcyjna przedstawiona została w postaci modelu matematycznego połączeń, którym jest graf. W grafie tym można wyróżnić wierzchołki i krawędzie: wierzchołkami są rejon, czyli najmniejsze, elektrycznie niepodzielne fragmenty sieci, natomiast krawędziami są odłączniki sekcyjne. Symulacja polega na analizie wpływu wyłączenia lub załączenia określonego rejonu, na pozostałą część modelu sieci trakcyjnej. Rejon i odłącznik są reprezentowane w systemie przez zbiór określonych cech. Ponadto każdy rejon i każdy odłącznik mają przyporządkowane tzw. numery programowe, za pomocą których system może je jednoznacznie identyfikować. Numerami tymi są wskaźniki określające pozycję rejonu lub odłącznika w odpowiednich macierzach: macierzy rejonów i macierzy odłączników.

Wyznaczenie fragmentu sieci do odłączenia odbywa się w ten sposób, że dyspozytor wyświetla interesujący go fragment mapy na ekranie i w odpowiednie miejsce wpisuje nazwę posterunku oraz numer jednego z elementów tworzących rejon,

czyli numer toru lub numer rozjazdu. Możliwe jest wybranie większej ilości rejonów do równoczesnego odłączenia. Następnie system „znajduje” w macierzy odłączników odłączniki łączące wybrany rejon (rejony) z siecią i „otwiera” te, które są w stanie zamkniętym. Opisany powyżej proces jest pierwszą częścią symulacji odłączania. Po nim następuje analiza elektryczna sieci. Polega ona na tym, że system „łączy” rejony sąsiadujące z rejonami wyznaczonymi do odłączenia w tzw. serie czyli grupy rejonów połączonych między sobą odłącznikami zamkniętymi, sprawdza w macierzy odłączników, czy serie znajdują się pod napięciem, czy też pozostają bez napięcia, a następnie dla serii bez napięcia „znajduje” zasilanie tymczasowe (o ile takie istnieje) oraz uaktualnia stany elektryczne rejonów w macierzy rejonów.

Wybranie rejonów do załączenia odbywa się w identyczny sposób jak wybranie rejonów do odłączenia. Podczas całego procesu symulacji odłączania i załączania rejonów brane są pod uwagę odłączniki uszkodzone.

Mapa sieci trakcyjnej została zaprojektowana w ten sposób, aby przedstawiała symulowany stan elektryczny elementów sieci.

Dzięki zastosowanej strukturze danych możliwe jest podanie następujących informacji na ekranie monitora lub w formie wydruku na drukarce:

- wyników symulacji załączania lub odłączania rejonów,
- wykazów rejonów: pod napięciem, bez napięcia, odłączonych,
- wykazów odłączników: zamkniętych, otwartych, w stanie niezgodnym z zasadniczym, uszkodzonych w pozycji otwartej, uszkodzonych w pozycji zamkniętej,
- wykaz odłączników z napędem elektrycznym,
- szczegółowej informacji o wybranym rejonie (skład, stan napięciowy, połączenia, rejony sąsiednie),

Aby do systemu mogły być w prosty sposób wprowadzane nowe dane lub modyfikowane dane już wprowadzone, wykonany został edytor mapy oraz edytor bazy danych. Istnieje również możliwość rozbudowy funkcji systemu na etapie pisania podprogramów.

Poniżej przedstawiono wybrane algorytmy systemu wraz z wykazem zastosowanych oznaczeń.

MP - macierz pomocnicza, w której przechowywane są rejony wyznaczone do odłączenia,

MT - macierz pomocnicza, zawierająca rejony wyznaczone do zasilania tymczasowego,

ST - zmienna określająca ilość serii rejonów wyznaczonych do zasilania tymczasowego,

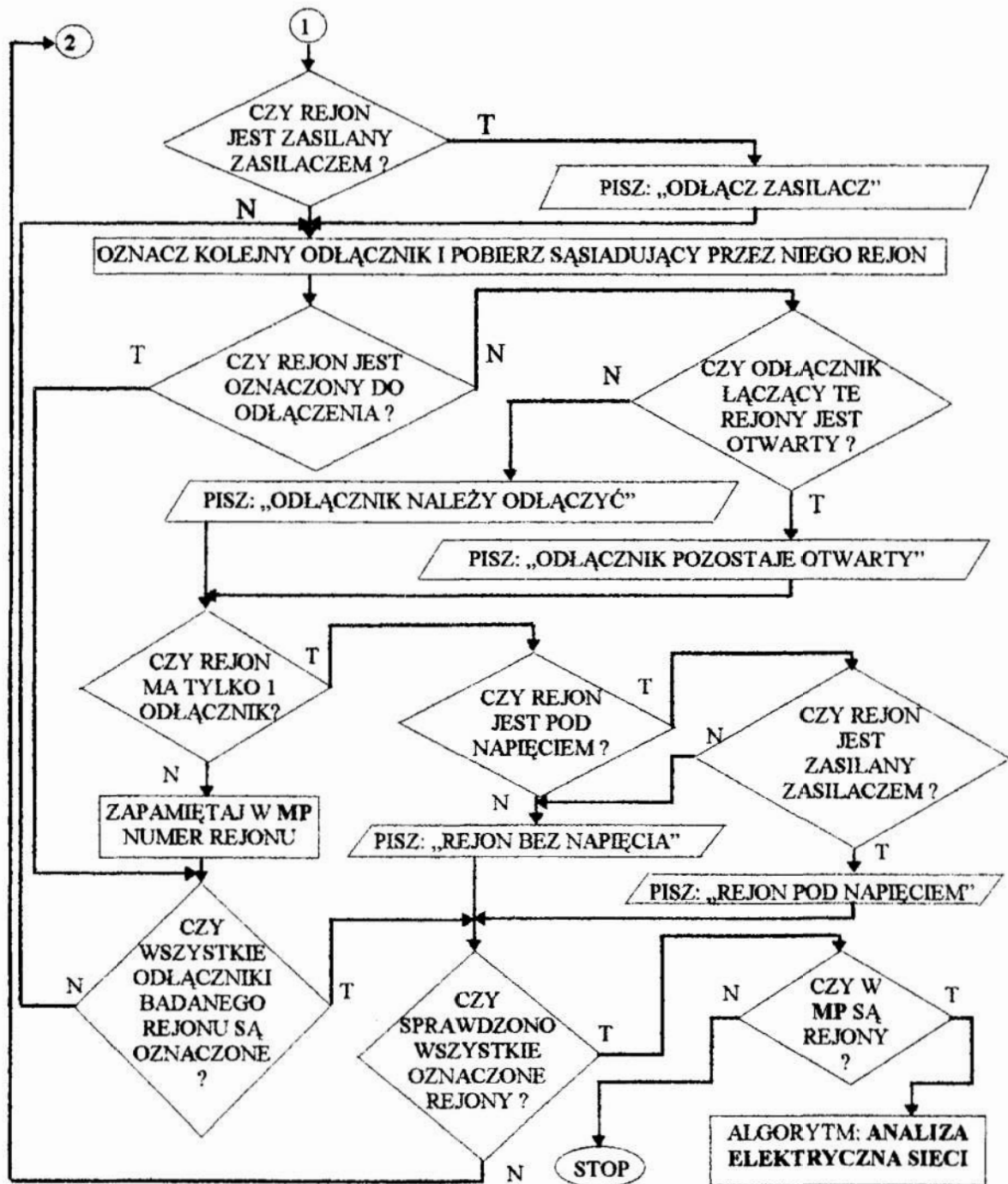
AT - zmienna określająca aktualną ilość serii rejonów wyznaczonych do zasilania tymczasowego,

NR - zmienna pomocnicza, służąca do przechowywania numeru rejonu podczas analizy elektrycznej sieci,

S - zmienna pomocnicza przyjmująca wartości logiczne: „TAK” lub „NIE”

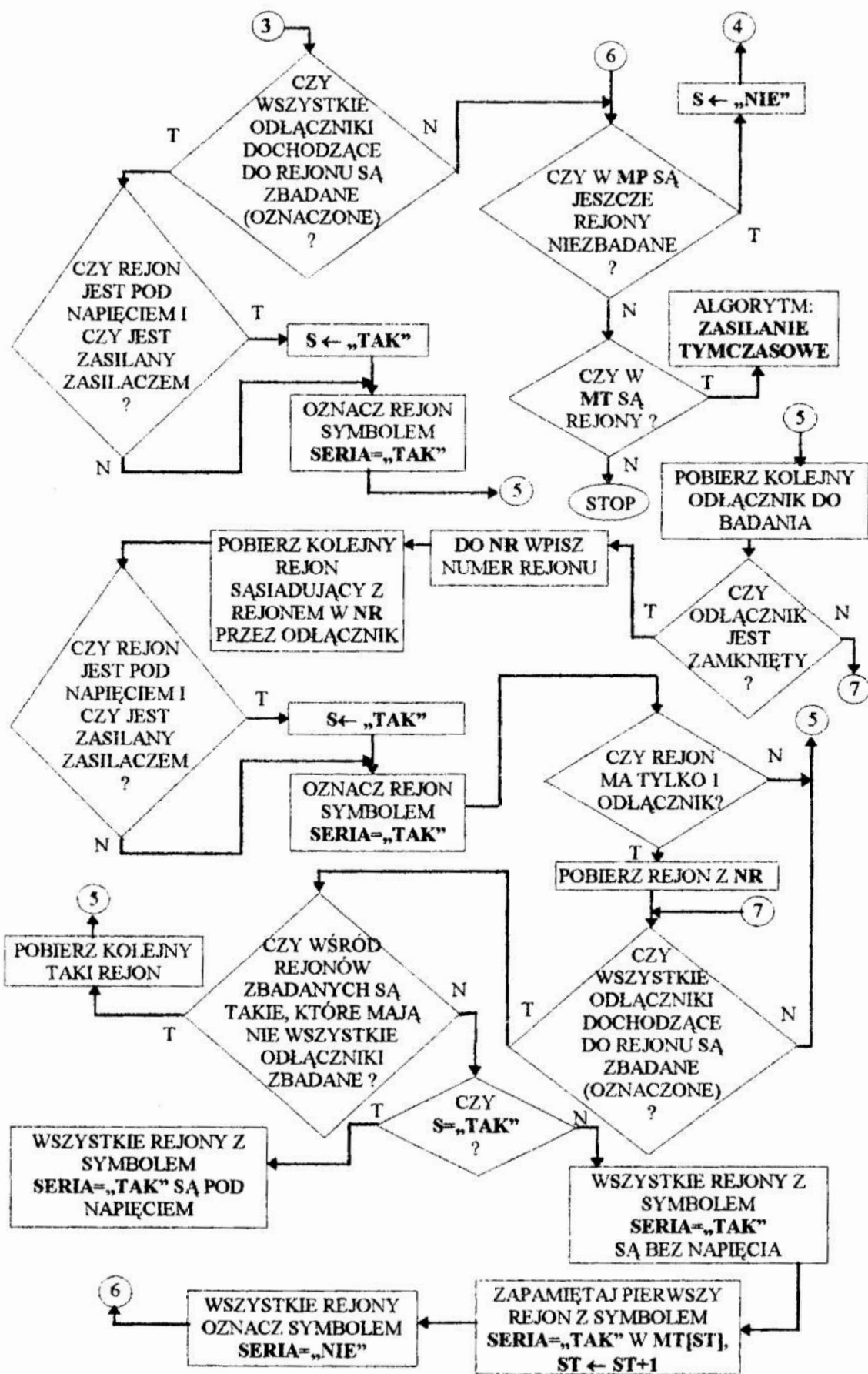
### ALGORYTM: ODŁĄCZANIE REJONÓW





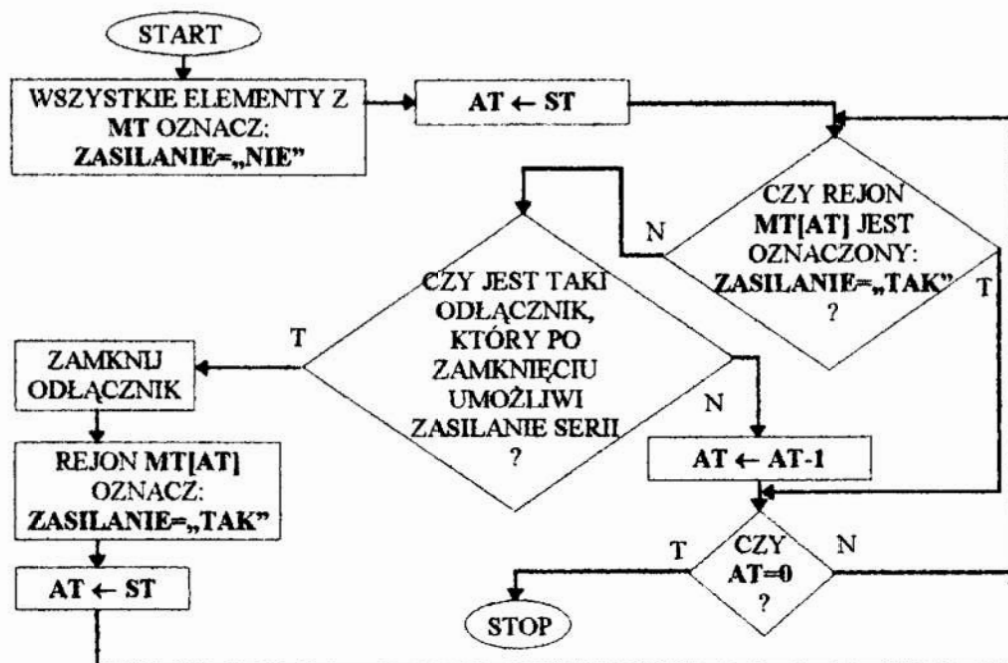
### ALGORYTM : ANALIZA ELEKTRYCZNA SIECI







## ALGORYTM: ZASILANIE TYMCZASOWE



### Streszczenie

Tematem opracowania jest komputerowy system wspomagający pracę dyspozytora sieci trakcyjnej. Jest on odpowiedzią na zapotrzebowanie na tego typu system ze strony oddziałów zasilania elektroenergetycznego PKP. Duży nacisk położono na zachowanie dotychczasowego wyglądu schematu połączeń sieci trakcyjnej i stosowanych na nim oznaczeń, co ułatwia analizę elektryczną sieci. Uwzględniono również możliwość zaprogramowania systemu dla dowolnego obszaru sieci trakcyjnej, co czyni go uniwersalnym w przypadku zmiany połączeń sieci.

### THE COMPUTER SYSTEM WHICH SUPPORTS THE WORK OF DISPATCHER OF CONTACT LINE

#### Summary

The subject of this paper is the computer system which supports the work of dispatcher of contact line. It was designed to fulfil the necessity of such a system in Polish railway. The great pressure was put on the preservation of the actual shape of the connection diagram of contact line and actual symbols, which makes the electrical analysis of contact line easier. The possibilities of programming the system for all regions of contact line were also taken into consideration. This system is universal in case of any changes in connection diagram of contact line.

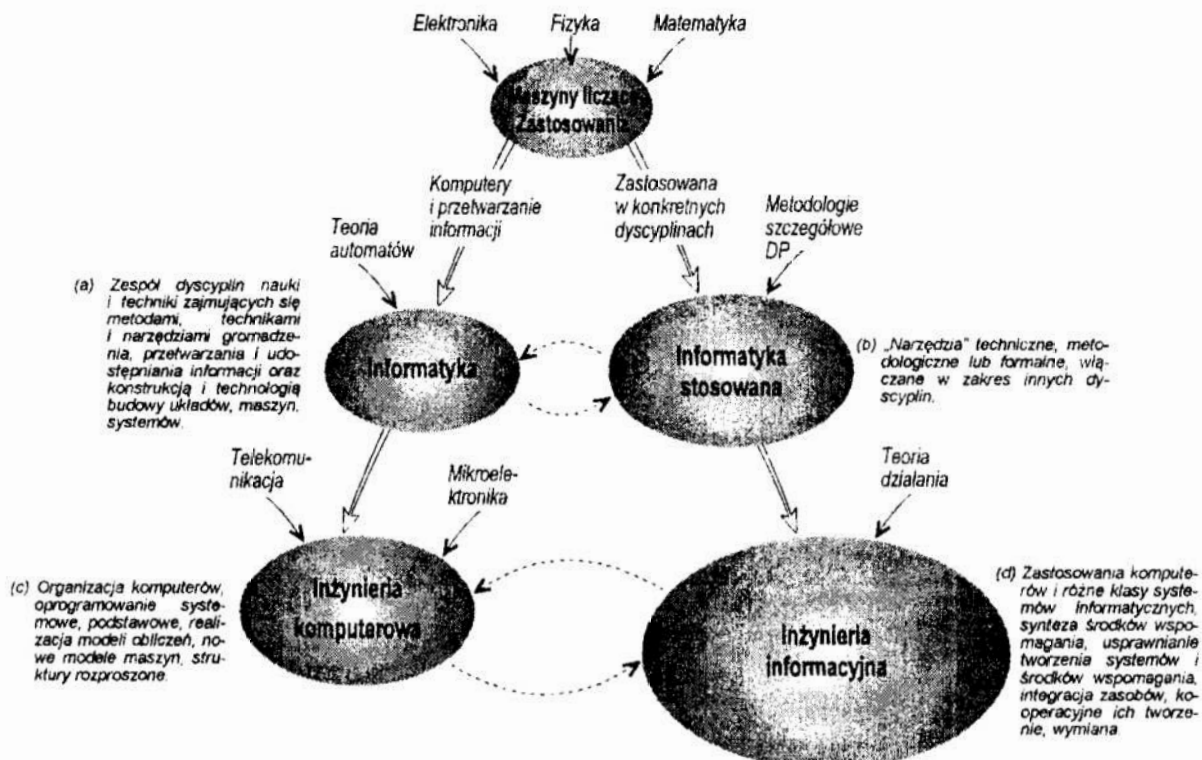
## INŻYNIERIA INFORMACYJNA CZYLI KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE, INTEGRACJA I WIRTUALIZACJA ORGANIZACJI DZIAŁAŃ

### 1. Informatyka i informatyka stosowana w przełomie rozwoju informatyzacji

Koniec lat 80-tych i początek 90-tych to okres przełomu w rozwoju informatyzacji. Przełom wynika z możliwości komputerowo integrowanej organizacji działań (KIOD) i polega na nowym podejściu do wspomaganie, integracji i wirtualizacji organizacji w rozwoju zastosowań komputerów. Coraz większą rolę odgrywają:

- powszechne stosowanie komputerów i formułowanie komputerowo zorientowanych metodologii szczegółowych dziedzin przedmiotowych (DP),
- rozszerzanie zakresu wspomaganie komputerowego i komputerowo zorientowana synteza procesów działań, a także integracja komputerowa różnorodnych działań, w odrębnych systemach, jak i wzajemnie powiązanych odrębnych podmiotach systemów socjotechnicznych i gospodarczych,
- rozwój usług komputerowych wzbogacanych o nowe usługi tzw. powiązań komunikacyjnych (networking) i tworzenie środowiska informacyjnego integracji działań.

Widoczne są również zmiany jakościowe w obrębie obszarów problemowych informatyki. Pojawiają się również nowe obszary problemowe, badawcze i praktyczne, w obrębie zastosowań komputerów (rys. 1).



Rys. 1. Przekształcanie obszarów problemowych informatyki i informatyki stosowanej w przełomie rozwoju informatyzacji

\* Politechnika Poznańska, Katedra Automatyki, Robotyki i Informatyki: Zespół Problemowy oraz Laboratoria Inżynierii Informatycznej i Wirtualnej Organizacji Działania, Pl. Skłodowskiej-Curie 5, 60-965 Poznań, tel. 313-232, fax + 48(61)330-217, e-mail: kierzkowski@amber.kari.poz.edu.pl



Informatyka, początkowo traktowana jako nauka o komputerach i przetwarzaniu informacji, znajduje obecnie swoją pełną samodzielność w obszarach problemowych inżynierii komputerowej. Zastosowania komputerów, początkowo traktowane jako elementy informatyki stosowanej, składowej nauk informatycznych, kształtują inżynierię informacyjną i nowe obszary problemowe w obrębie metodologii szczegółowych DP i ogólnej metodologii działania.

W obrębie konkretnych zastosowań komputerów, obejmujących m. in.: badania naukowe, techniczne, ekonomiczne, projektowanie, zarządzanie, wytwarzanie, planowanie rozwoju i eksploatację złożonych systemów gospodarczych, administrowanie itd., najpełniej uwidaczniają się kwestie inżynierii informacyjnej.

Obserwuje się ciągły postęp w zastosowaniach komputerów, a głównymi czynnikami postępu jest rozwój usług komputerowych (tabl. 1).

W warunkach powszechnego stosowania komputerów ważną rolę odgrywa wspieranie tworzenia oprogramowania i syntezy systemów. Zwiększa się bowiem znaczenie metodologii tworzenia oprogramowania, łączonej z metodami budowy/rozwoju systemów informatycznych.

W rozszerzaniu zakresu wspomaganie komputerowego ważną rolę zaczyna odgrywać formułowanie na nowo metodologii szczegółowych DP. Podejmowane są również coraz szerzej nowatorskie przedsięwzięcia praktyczne nad komputerowym usprawnianiem działań grupowych w złożonych systemach.

Tradycyjne usługi komputerowe, takie jak: obliczenia, symulacja, gromadzenie danych, interakcja, wzbogacane o nowe usługi powiązań komunikacyjnych, umożliwiają wspomaganie działań integrowanych. Rozwijane są również architektury powiązań komunikacyjnych („networking”) i tryby realizacji usług komputerowej wymiany informacji w ramach wielostanowiskowych sieciowych struktur komputerowych – WSSK.

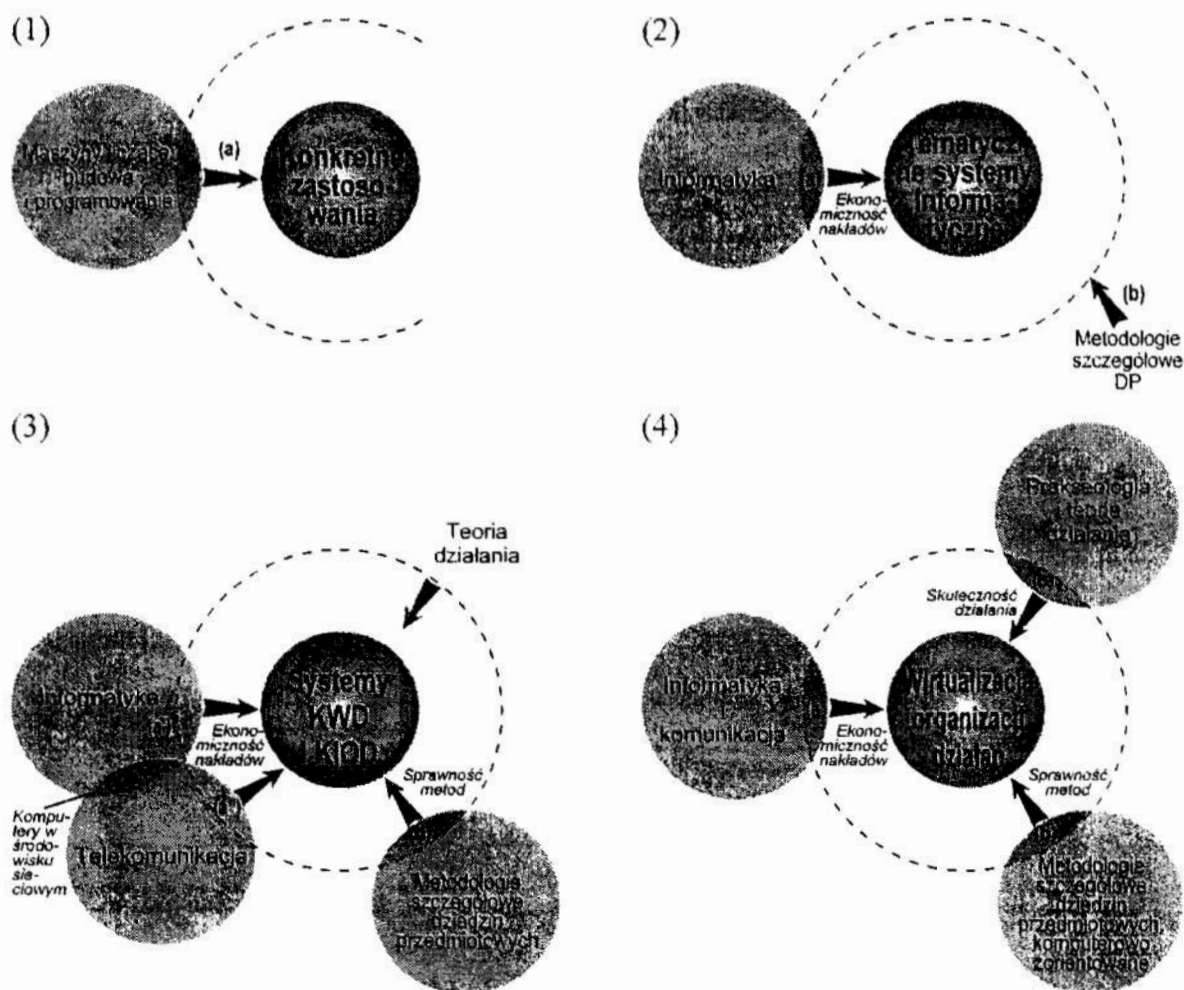
## **2. Efektywność metodologiczna systemów komputerowego wspomaganie działań, integracji i wirtualizacji organizacji działań**

Przełomowi w rozwoju informatyzacji towarzyszy potrzeba budowy nowych systemów informatycznych, tworzenie środowiska informacyjnego kooperacji ludzi, instytucji (organizacji integracji ich działań), komputerów. Obecny stan zastosowań komputerów jest wynikiem łączenia metodologii ogólnej działania, metodologii szczegółowych DP, metodyki informatyki, komunikacji.

Wspomaganie, integracja i wirtualizacja działań jest bowiem przedmiotem zainteresowań (rys. 2):

- informatyki (a od pewnego czasu i telekomunikacji) co do metod programowania, inżynierii oprogramowania, realizacji wspomaganie działań w ramach systemów informatycznych ich rozwoju i integracji poprzednich rozwiązań ze składowymi modeli (funkcji) nowych systemów,
- metodologii szczegółowych DP co do modelowania działań, ich syntezy w ramach systemów i rozwoju inżynierii systemów,
- prakseologii, tj. teorii działania co do oceny użyteczności rozwiązań na podstawie wartościowania działań.

Zauważmy zatem, że na efektywność procesów wspomaganie, integracji i wirtualizacji działań składają się: *skuteczność* działań (stopień osiągania celów wspomaganie lub inaczej stopień osiągania wyniku podstawowego – np. realizacji misji wyodrębnianych w systemach), *sprawność* metod (stopień złożoności procesów wspomaganie działań w ramach konkretnych dziedzin przedmiotowych), *ekonomiczność* organizacji wspomaganie, integracji, wirtualizacji działań (nakłady na usprawnianie działań w procesach wspomaganie, integracji i wirtualizacji).



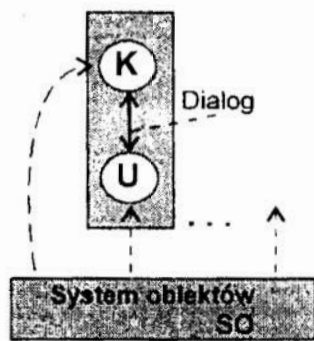
Rys. 2. Integracja różnych dziedzin wiedzy w rozwoju zastosowań komputerów:

(1) zastosowania oparte na algorytmizacji możliwości (a) realizacji złożonych procedur i procesów przetwarzania danych, (2) programy i systemy obliczeniowe z uwzględnieniem ekonomiczności (a) opartej na bilansie nakładów, kosztów funkcjonowania porównywalnych z uzyskiwanymi efektami wymiernymi i niewymiernymi, możliwości usprawniania (b) rozwiązywania różnorodnych działań w obrębie dziedzin zastosowań, (3) wspomaganie i integracja działań z oceną ekonomiczności opartej na usprawnianiu tworzenia oprogramowania (a') i korzystaniu z powiązań komunikacyjnych (a''), z oceną sprawności (b) procesów wspomaganie i integracji działań składających się na modele systemów i możliwością (c) usprawniania działań, (4) wspomaganie, integracja i wirtualizacja działań oparte na ekonomizacji (a) metod i narzędzi usprawniania tworzenia zasobów, tworzeniu środowiska komputerów i powiązań komunikacyjnych; sprawności (b) modeli systemów informatycznych oraz warsztatów budowy systemów informatycznych; skuteczności (c) praktyki wspomaganie i organizacji działań grupowych.

### 3. Baza pojęciowa KIOD w rozwoju zastosowań komputerów

Postęp w tworzeniu różnorodnych systemów informatycznych (zastosowaniach komputerów) opiera się na koncepcjach komputerowego wspomaganie działań (KWD). Projektowanie dalszego rozwoju informatyzacji w warunkach powszechnego stosowania komputerów, na komputerowej integracji działań (KID), a także na koordynacji działań grupowych w środowisku informacyjnym, kooperacji ludzi, komputerów i instytucji, czyli na wirtualizacji działań (WOD).

Koncepcja KWD (rys. 3) bazuje na tworzeniu i gromadzeniu środków wspomaganie, tj. na odwzorowaniu komputerowym danych i wiedzy o dziedzinie przedmiotowej (DP) oraz na realizacji dialogowej, w interakcji człowiek-komputer, procesu wspomaganie działań, funkcji, składających się na rozwiązywanie zadań w różnorodnych systemach socjotechnicznych, gospodarczych.



K – komputer  
U – użytkownik

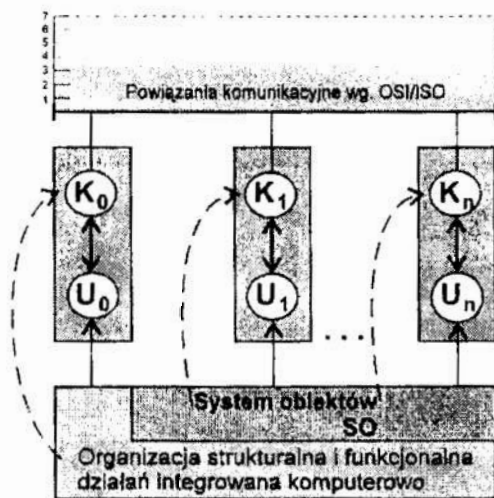
Rys. 3. Ogólna struktura systemów bazująca na koncepcjach komputerowego wspomaganie działań (KWD)

Mozna wyróżnić różne klasy systemów KWD, a w ich obrębie rozwój i integrację działań, funkcji i środków wspomaganie. Wśród klas systemów KWD wyodrębnia się: komputerowe wspomaganie projektowania, komputerowe wspomaganie zarządzania, komputerowe wspomaganie wytwarzania, komputerowe wspomaganie badań.

Rozwiązania praktyczne KWD bazują na korzystaniu z tradycyjnych usług komputerowych (obliczenia, gromadzenie, interakcja). Podstawy KWD wynikają z wyodrębniania funkcji głównych konkretnych rozwiązań wzbogacane następnie o realizację dalszych składowych modeli KWD w kolejnych rozwiązaniach, towarzyszących rozwojowi systemów informatycznych.

Do podstaw KWD zaliczamy: łączenie programów jako zasobów wspomaganie działań (np. obliczeniowych), tworzenie i korzystanie ze struktur programowych i baz danych dla wspomaganie działań rutynowych, odwzorowywanie pewnego zakresu wiedzy o DP oraz wspieranie przez człowieka procesów wspomaganie, wspomaganie rutynowych integrowanych działań i informacyjnie wybranych działań nierutynowych.

Rys. 4. Ogólna struktura systemów bazująca na koncepcjach komputerowej integracji działań (KID)



Koncepcja KID (rys. 4) obejmuje: (a) konfigurowanie wielostanowiskowych sieciowych struktur komputerowych (WSSK) i powszechne stosowanie komputerów na stanowiskach ( $K_0, K_1, \dots, K_n$ ), pracujących w środowisku sieciowym, z usługami powiązań międzysieciowych (wg OSI/ISO), (b) wyodrębnianie środowiska użytkowników (użytkownicy:  $U_0, U_1, \dots, U_n$ , odpowiednich stanowisk komputerowych WSSK) i problemów grupowo rozwiązywanych, ukierunkowanych na wypełnienie „misji” złożonych systemów

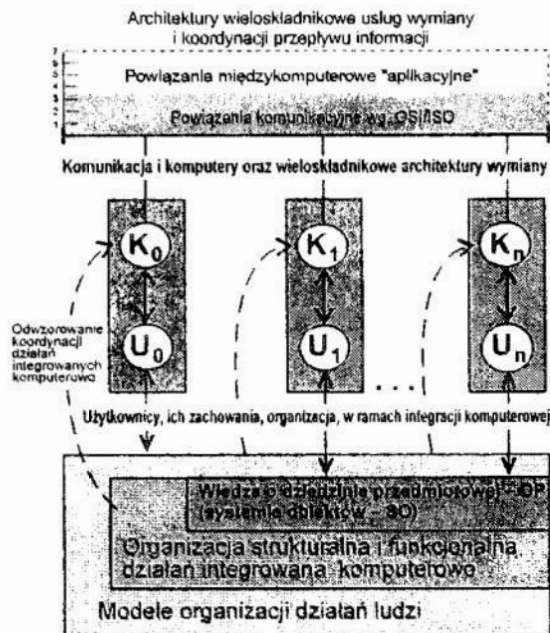
(socjotechnicznych, gospodarczych), (c) syntezę zasobów oraz wymianę informacji dla wspomaganie działań grupowych.

Wśród przypadków KID i związanych z nimi klas modeli systemów informatycznych wyodrębnia się: komputerowe integrowanie wymiany informacji (KIWI), stanowiące równocześnie składową dalszych rozwiązań różnych wariantów systemów KID; rozwiązania KIWI odgrywają rolę w integracji i wspomaganie badań; komputerowo integrowane wytwarzanie, łączące projektowanie i zarządzanie, komputerowo integrowane zarządzanie techniczne i ekonomiczne w organizacjach złożonych z wzajemnie powiązanych/konkurujących samodzielnych podmiotów gospodarczych, komputerowo integrowane administrowanie (nowe modele biurowych systemów informacyjnych z integracją funkcji i zadań, administracji samorządowej, państwowej, regionalnej).

W rozwiązaniach praktycznych KID korzysta się nie tylko z informacyjnych usług komputerowych, ale także dodatkowo z komputerowej wymiany informacji. Funkcje

główne oraz składowe modeli KID, na których bazuje budowa nowych systemów informatycznych oraz rozwój wspomaganie komputerowego i integracji działań obejmują: koordynację wymiany informacji, koordynację wspomaganie informacyjnego integrowanych komputerowo działań.

Koncepcja WOD (rys. 5) obejmuje jawne uwzględnianie udziału uczestników organizacji, powiązań między nimi, zadań, a więc logistyki rzeczywistych procesów informacyjnych w grupowym rozwiązywaniu problemów oraz koordynacji wspomaganie informacyjnego komputerowo integrowanych działań.



Rys. 5. Ogólna struktura środowiska informacyjnego wspomaganie, integracji, wirtualizacji działań oraz systemów WOD

Głównym czynnikiem wirtualizacji organizacji jest z jednej strony koordynacja wspomaganie informacyjnego działań grupowych, z drugiej zaś strony synteza zasobów informacyjnych i strukturalizacja wymiany grupowych działań.

Koncepcje WOD to przełom w rozwoju informatyzacji. Towarzyszy temu potrzeba budowy nowych systemów informatycznych, bazujących na modelach kooperacji działania ludzi, organizacji i komputerów w środowisku, rozwiązywania problemów,

skupiających się na wymianie informacji prowadzących do wspólnego celu, a więc wirtualizacji organizacji działań.

Tworzenie systemów WOD warunkują:

- analiza konkretnych systemów informacyjnych i wpływu metod informatyki a rozwój rozwiązań praktycznych,
- możliwości opisu działań (procesów działań) i tworzenia środków wspomaganie komputerowego,
- nowa organizacja strukturalna i funkcjonalna realizacji działań integrowanych komputerowo.

Wyodrębnianie kooperujących uczestników (agentów) widoczne jest m. in. w wirtualizacji organizacji badań, w ramach wirtualizacji organizacji prac badawczo-rozwojowych (usprawnianie badań z wykorzystaniem różnorodnych zasobów informacyjnych), a także w ramach wirtualizacji wytwarzania, czy wirtualizacji organizacji działań wzajemnie powiązanych podmiotów gospodarczych.

Ogólnie każdy z uczestników systemu WOD może być osobą lub złożonym systemem informacyjnym. Zarówno w ramach informatyki, a ściślej metodyki informatyki, jak i metodologii szczegółowych DP, a także ogólnej teorii działania (prakseologii) ważnym nowym zadaniem badawczym jest proponowanie takich modeli, metod i rozwiązań, które umożliwią niezawodną, inteligentną i kooperacyjną pracę niejednorodnego środowiska, złożonego z autonomicznych systemów. Przez inteligencję rozumie się przy tym to, że system działa efektywnie, a jego rozproszeność i niejednorodność nie jest widoczna dla użytkowników. Przez kooperacyjność rozumie się wzajemne wspieranie się uczestników realizujących wspólny, wspólnie akceptowany cel (misje).

Traktujemy systemy wirtualnej organizacji działań (WOD) jako nową klasę inteligentnych i kooperujących systemów informacyjnych – organizujących działania

w wieloagentowych systemach rozproszonych. Wirtualność polega na tym, że organizacja działań odbywa się w świecie bytów informacyjnych, a nie podmiotów materialnych, a ponadto, że architektura systemu jest otwarta, przezroczysta dla użytkowników i elastyczna (rekonfigurowalna).

Organizacja systemów WOD wymaga angażowania wszystkich dotychczasowych środków informatyki (systemy operacyjne, systemy baz danych i wiedzy, baz zobrazowań obiektów graficznych), a także komunikacji (technik powiązań międzysieciowych wraz z usługami wynikającymi z wymiany informacji, rozpowszechniania zasobów informacyjnych, realizacji złożonych procesów wyszukiwania informacji w rozproszonych zasobach), środków tworzenia modeli wspomaganie i integracji działań (synteza środków wspomaganie komputerowego w obrębie rozwoju metodologii szczegółowych DP), działań w warunkach rozproszonych zasobów i procesów wyboru.

#### 4. Tematy główne i szczegółowe podstaw informatyki i inżynierii informatycznej

Nielatwo jest zdecydować o tym, co wchodzi w zakres podstaw, a co należy do rozwińnięć interesującej nas dziedziny zastosowań komputerów i inżynierii informatycznej. Kwestie te, podobnie jak w przypadku innych dziedzin, pozostawiamy jako do końca nie rozstrzygnięte, godząc się co do tego, że podstawy powinny zawierać pierwsze (pierwotne) pojęcia i twierdzenia o charakterze założeń ogólnych, potrzebnych do sensownego opisu (także teorii) rzeczywistości zastosowań komputerów. Wynikają one z systematyzacji bazy pojęciowej informatyki, komunikacji, inżynierii informacyjnej w obrębie obszarów problemowych towarzyszących rozwojowi zastosowań komputerów (tabl. 2).

Tabl. 2. Obszary problemowe (1÷6) i baza pojęciowa informatyki, komunikacji i inżynierii informacyjnej (1'÷6') towarzyszące rozwojowi zastosowań komputerów

|  |   |
|--|---|
| (1) Komputery – Modele obliczeń – Języki – Programowanie   | <i>Lata 50-te i dalsze</i>              |
| (1') Gramatyki – Translacja – Konstrukcje programotwórcze (dane, czynności) – Modelowanie obliczeń, procesów informacyjnych  |   |
| (2) Rozwój środków informatyki   | <i>Lata 60-te i dalsze</i>              |
| (2') Organizacja – Architektury komputerów – Alternatywne modele obliczeń i maszyn   |   |
| (3) Komputery w środowisku sieciowym   | <i>Lata 70-te i dalsze</i>              |
| (3') Wielostanowiskowe sieciowe struktury komputerowe (WSSK) – Architektury powiązań sieciowych – Usługi komputerowej wymiany informacji                                     |   |
| (4) Komputerowe wspomaganie działań (KWD)  | <i>Lata 80-te i dalsze</i>              |
| (4') Odwzorowywanie modelu dziedziny przedmiotowej (DP) – Strukturalizacja danych i wiedzy – Narzędzia budowy/rozwoju i oprogramowania systemów informatycznych. Systemy KWD |   |
| (5) Komputerowa integracja działań (KID)   | <i>Lata 90-te i dalsze</i>              |
| (5') Powszechne użytkowanie komputerów – Projektowanie rozwoju informatyzacji – Warsztaty rozwoju systemów – Systemy KID   |   |
| (6) Wirtualizacja organizacji działań (WOD)  | <i>Przełom w rozwoju informatyzacji</i> |
| (6') Środowisko informacyjne kooperacji ludzi, instytucji i komputerów – Systemy WOD   |   |



Można wyodrębnić tematy główne i szczegółowe podstaw inżynierii informacyjnej, jak następuje:

#### I. Komunikacja i komputery

1. *Stanowiska komputerowe autonomiczne: DOS, UNIX, OS, Solaris, Windows 95,...*
2. *Stanowiska komputerowe z połączeniami lokalnymi: sieci równoważne (peer-to-peer), sieci jedno- i wieloserwerowe*
3. *Stanowiska komputerowe z połączeniami lokalnymi i rozległymi*
4. *Modele i konfigurowanie sieciowych struktur komputerowych*
5. *Architektury wieloskładnikowe usług wymiany i koordynacji „trasowanie przepływu informacji”*

#### II. Komputerowa wymiana zasobów i informacji

1. *Korzystanie ze światowych zasobów informacyjnych i rozpowszechnianie LZI*
2. *Hiperteksty i hipermedia oraz serwery rozpowszechniania*
3. *Bazy i banki danych jako media informacyjne*
4. *Systemy wieloagentowe i integracja wymiany w rozproszonych zasobach komputerowych*
5. *Organizacja pracy grupowej i koordynacji wspomagania działań współbieżnych*

#### III. Gromadzenie i integracja zasobów

1. *Operowanie plikami tworzonymi w środowisku systemów programowania, systemów zarządzania bazami danych*
2. *Integrowanie zasobów z wykorzystaniem usług komputerowej wymiany*
3. *Kooperacyjne tworzenie zasobów*
4. *Gromadzenie w środowisku wieloserwerowym: zasobów, procesów aplikacji*
5. *Wirtualizacja gromadzenia*

#### IV. Inżynieria systemów

1. *Modelowanie i specyfikowanie zasobów i systemów*
2. *Metodologia wspierania budowy oprogramowania systemów – CASE (Computer Aided Software/System Engineering)*
3. *Komputerowo zorientowane metodologie szczegółowe DP i modele szkieletowe systemów – ISDW (Information Systems Developer Workbench) oraz inżynieria zarządzania (Business Engineering)*
4. *Metodologia integracji działań i modele szkieletowe środowiska informacyjnego*
5. *Wartościowanie działań i ewaluacja efektywności metodologicznej wirtualizacji działań*

#### V. Inżynieria oprogramowania. Zasoby

1. *Modelowanie danych i obliczeń oraz języki programowania*
2. *Metodologia programowania i budowa/rozwój oprogramowania*
3. *Odwzorowywanie modeli DP oraz strukturalizacja programów i zasobów*
4. *Pakiety zorientowane problemowo i standaryzacja obliczeń naukowych, technicznych, ekonomicznych*
5. *Integracja zasobów i programowania*

#### VI. Algorytmy, struktury danych oraz architektury i modele maszyn

1. *Sekwencyjna struktura algorytmów – Klasyczna architektura SISD i możliwości potokowego przetwarzania*
2. *Grupowo-sekwencyjna struktura algorytmów – architektury SIMD oraz komputery wektorowe i macierzowe*
3. *Algorytmy luźno powiązanych strumieni – systemy wieloprocesorowe MIMD*
4. *Algorytmy ogólnie współbieżne i komputery sterowane przepływem danych*
5. *Programowanie równoległe – sieci neuronowe, ...*

W obrębie tematów szczegółowych formułować można różnorodne zadania i rekomendowane rozwiązania prezentujące *cele* (wynikające z systematyzacji pojęć składających się na wiedzę), *metody* (umiejętności stosowania pojęć) i *narzędzia* (wynikające z analizy praktyki) dalszego rozwoju powszechnego stosowania komputerów.

Punktem wyjścia formułowania konkretnych zadań jest opis bazy pojęciowej, a także opis, analiza i ewentualnie konfigurowanie środowiska komputerowego, komunikacyjnego i informacyjnego (sprzęt, systemy programowania, narzędzia, zasoby danych, wiedzy itp.) ich realizacji.

Realizacja zadań opiera się m. in. na opisie użytkownika składowych środowiska komputerowego i informacyjnego, planowaniu działań towarzyszących formułowaniu założeń i realizacji programów, oprogramowania, modułów systemów, itp.

Zadania wynikają z analizy tematów głównych i szczegółowych, towarzyszących procesowi stopniowego przechodzenia od wspomagania komputerowego do integracji i wirtualizacji organizacji działań w różnorodnych systemach. Nowe zadania, pojawiające się w przełomie rozwoju informatyzacji, obejmują głównie:

- (a) wspomaganie działań i komputerowe odwzorowywanie zasobów,
- (b) komputerową wymianę zasobów i integrację działań,
- (c) integrację zasobów (i kooperacyjne ich tworzenie) oraz grupowe rozwiązywanie wielozadaniowych problemów (inżynieria współbieżna) w środowisku informacyjnym, w którym ludzie, komputery, instytucje współpracują przy wspólnym wykonywaniu działań (wirtualizacja działań).

Metody i techniki rozwiązywania nowych zadań składają się na podstawy inżynierii informacyjnej. Inżynieria informacyjna odgrywa już obecnie ważną rolę w rozwiązywaniu grupowym m. in. wielozadaniowych problemów wspomagania działań badawczo-rozwojowych, projektowania, zarządzania, wytwarzania, administrowania itd.

## Literatura

1. *Decentralized Intelligent Multi Agent Systems. Proceedings of the First International Workshop*. 22-24 November 1995, Institute of Computer Science, University of Mining and Metallurgy/AGH, Kraków, Poland (International Committee – Chairmans: Demezeau Y. – France, Nawarecki E. – Poland); pp. I-49+ II-481.
2. Dubois J. E., Gershon N.(eds): *Data and Knowledge in a Changing World- Modeling Complex Data for Creating Information: Real and Virtual Objects*. Springer-Verlag (in printing).
3. Gasparski W. (red.): *Projektoznawstwo*, WNT, Warszawa 1988.
4. Gasparski W.: *Wartościowanie działań*, *Prakseologia*, Nr. 1-2 (126-127) 1995; s. 15-28
5. Goldman, Negel R. N., Preiss K.: *Angile competitors and virtual organizations*, Van Nostrand Reinhold 1994.
6. Harel D.: *Rzecz o istocie informatyki – Algorytmika (Algotyhmics – The spirit of Computing)*, WNT, Warszawa 1992.
7. Janik W.: *Wstęp do „Mathematica”*, Wyd. PLJ, Warszawa 1994.
8. Kierzkowski Z.: *Elementy informatyki*, PWN, Warszawa 1978.
9. Kierzkowski Z.: *Komputerowa wymiana informacji*, Wyd. SORUS, Poznań 1995.
10. Kierzkowski Z.: *Analiza procesów decyzyjnych i synteza kooperacyjnego komputerowo integrowanego rozwiązywania problemów zarządzania w elektroenergetyce*, *Mat. Konf. OPE'95*, Warszawa-Jachranka 1995, s. 129-138.
11. Kierzkowski Z.: *Computer Information Exchange and Virtual Activities Organization*, In [1], pp. II/241-250.
12. Kierzkowski Z.: *Powszechnie użytkowanie komputerów i problemy wspomagania komputerowego w formułowaniu podstaw informatyki*, *Dydaktyka Szkoły Wyższej*, Nr 4 (96), PWN, Warszawa 1992, s.155-169.
13. Kierzkowski Z. (red.): *Rozwój metod i zastosowań informatyki*, V Kraj. Konf. Informat., Poznań 1987, Notatki z V KKI, Poznań 1888-89.
14. Kierzkowski Z.: *Wprowadzenie do komputerowego wspomagania projektowania*, w [27], t. II, s. 65-136.

15. Kierzkowski Z.: *The evolution and integration of computer aided design*, ICED 91, Heurista, vol. II; pp.861-966.
16. Kierzkowski Z.: *Design-ware Synthesis*, w [22], z. 108, pp. 189-196.
17. Kierzkowski Z.: *Manufacturing Group-ware Synthesis or Computer Integrated Information Aiding Design and Management Activities*, w [22], z. 117, pp. 321-330.
18. Kierzkowski Z.: *Computer integrated and information aided investigation activities*, In [2].
19. Kierzkowski Z.: *Rozwój zastosowań komputerów i podstawy inżynierii informacyjnej*, Konf. Zastosowania komputerów w elektrotechnice, Poznań/Kiekrz 1996; s. 203-206.
20. Kierzkowski Z., Płonka-Szydłak Z.: *The evolution and integration of management support computer systems*, Computer in Industry, Elsevier, 16, North-Holland 1991; pp. 69-79.
21. Kierzkowski Z., Rohatyński R.: *The Conceptual Structure for Computer Aided Education*, International Conference on Computer Aided Engineering Education CAEE '93, Bucharest, pp. 41-46 (ref. plenarny).
22. Knosala R. (ed.): *International Conference on CIM*, Mechanika, Pol. Sl.: Nr 108, Gliwice 1992, Nr 117-118, Gliwice 1994.
23. Koch J. i inni: *Współczesne systemy zarządzania produkcją*. Wrocław. Centrum Transform. Technologii, Pol. Wrocław, Wrocław 1995.
24. Martin J.: *Information Engineering*, Book I-III, Prentice Hall, Englewood Cliff, New Jersey 1989, 1990.
25. Osiński Z., Wróbel J.: *Teoria konstrukcji maszyn*, PWN Warszawa 1982.
26. Patterson D.A., Hannessy J.L.: *Computer Architecture a Quantitative Approach*. Morgan Kaufmann Publishers. Inc. San Mateo, California 1990.
27. Rohatyński R., Miller D. (red.): *Problemy metodologii i komputerowego wspomaganie projektowania technicznego*, t. I, II, Pol. Wrocław, Wrocław 1994.
28. Sielicki A., Jeleniewski T.: *Elementy metodologii projektowania technicznego* WNT, Warszawa 1980.
29. Wróbel J.: *Technika komputerowa dla mechaników*, Wyd. Nauk. PWN, Warszawa 1994.
30. Tarnowski W.: *Podstawy projektowania technicznego*, WSI Koszalin 1989.

### **Streszczenie**

Przedstawia się nowe elementy podstaw inżynierii informacyjnej, wynikające z analizy obszarów problemowych towarzyszących rozwojowi zastosowań komputerów w procesie przechodzenia od wspomaganie do integracji i wirtualizacji organizacji działań. Są one wynikiem łączenia: metodologii ogólnej działania, metodologii szczegółowych dziedzin przedmiotowych, metodyki informatyki i komunikacji.

### **INFORMATION ENGINEERING OR COMPUTER AIDING, INTEGRATION AND VIRTUAL ACTIVITIES ORGANIZATION**

#### **Summary**

The elements of information engineering foundations resulted from analysis of computer application evolution, in the turn of designing of information systems development, based on passing from activities aiding to integration and virtual human activities organization, are presented. They are the result of connection: praxieological methodology of activities, detailed methodology of problem domain, information and communication engineering methods.

## **MOŻLIWOŚĆ ADAPTACJI CHARAKTERYSTYK OBIEKTOWYCH BAZ DANYCH DLA SYSTEMÓW CAD/CAM**

### **1. Wstęp**

W ostatnim czasie, licząc od połowy lat 80-ch, znajduje coraz szersze zastosowanie praktyczny model danych oparty na podejściu obiektowym. Odpowiada on potrzebom nowych zastosowań w takich dziedzinach jak CAD, CAM, inżynieria oprogramowania, przetwarzanie dokumentów, bazy wiedzy. Ten obiektowy model danych stał się podstawą budowy eksperymentalnych oraz komercyjnych systemów baz danych, na przykład ObjectStore, O2, Itasca, UniSQL, Poet, NeoAccess i itp [Zand95].

Obiektowe bazy danych wydają się szczególnie predysponowane do zastosowań w obszarze CAD/CAM dzięki swoim cechom charakterystycznym, takim jak: unikalna identyfikacja obiektów, dziedziczenie i hermetyzacja, obiekty złożone, wersje obiektów, dynamiczna ewolucja schematu.

Ważnym zagadnieniem praktycznym i badawczym w dziedzinie obiektowych baz danych jest realizacja procesu zmiany definicji klas i ich hierarchii. Ten proces, zwany modyfikacją lub ewolucją schematu, ma charakter dynamiczny, ponieważ przebiega w czasie działania systemu zawierającego bazę danych.

Dynamiczna ewolucja schematu obiektowej bazy danych przynosi następujące korzyści:

- ułatwia projektowanie przez szybkie utworzenie prototypu i jego przetestowanie,
- zmniejsza koszty utrzymania, ponieważ nie ma potrzeby rekompilacji kodu źródłowego, zachowywaniu lub ładowaniu danych podczas zmiany ich definicji,
- ułatwia użytkownikom szybkie wprowadzenie własnych typów danych do systemu.

Niżej proponuje się zarys koncepcji wbudowania do bazy danych mechanizmów adaptacji, mających na celu zwiększenia jej efektywności działania.

### **2. Pojęcie adaptacji charakterystyk obiektowych baz danych**

Dokonując modyfikacji w schemacie bazy danych użytkownik kieruje się w większości sytuacji potrzebą rozbudowania istniejącej struktury, dodania nowych typów danych lub właściwości dynamicznych, modyfikacji istniejących cech oraz właściwości itp. Wszystkie te zmiany mają wpływ na funkcjonalność i stan bazy danych i nie zawsze mają na celu doskonalenie struktury wewnętrznej oraz optymalizację działania systemu bazy danych. Mogą one zwiększyć złożoność systemu i zmniejszyć jego efektywność. Użytkownik nie zawsze potrafi kontrolować ten proces, a w rozbudowanych bazach danych jest to trudne do wykonania. Nie zawsze można przeprowadzić poprawną analizę rezultatów zaplanowanych modyfikacji schematu, konieczną by zapewnić odpowiednią strategię przeprowadzenia zmian oraz zmniejszyć koszty kolejnych modyfikacji bazy danych.

Proponuje się dalej opracowanie takich mechanizmów, które pozwolą samej bazie

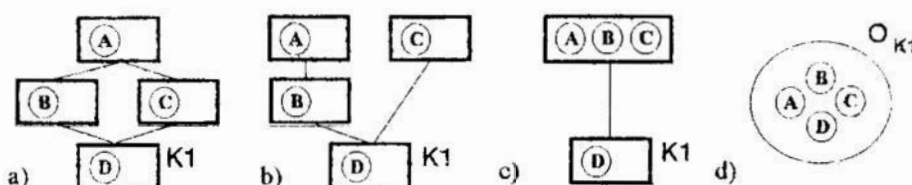
---

\* Instytut Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, aklosow@ict.pwr.wroc.pl

\*\* Instytut Informatyki i Elektroniki WS Inz. w Zielonej Górze

danych sterować procesem modyfikacji schematu wewnętrznego w taki sposób, aby zwiększyć jej efektywność działania. Takie zachowanie się bazy danych nazwiemy adaptacją jej charakterystyk, a środki sprzętowe i programowe wykorzystane w realizacji adaptacji - mechanizmami adaptacji.

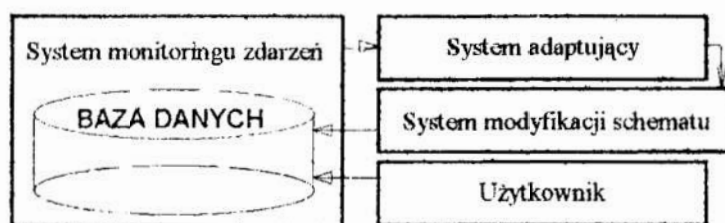
Opierając się na fakcie, że ten sam konceptualny schemat danych może mieć kilka reprezentacji wewnętrznych w bazie danych, można próbować modyfikować schemat wewnętrzny bazy danych, nie zmieniając przy tym schematu konceptualnego. Takie cechy obiektowych baz danych jak dziedziczenie oraz klasy abstrakcyjne mogą znacznie ułatwić realizację procesu modyfikacji schematu bazy danych. Dla przykładu na rys.1 pokazano, jak tylko za pomocą modyfikacji hierarchii oraz pojedynczych klas można otrzymywać różne schematy wewnętrzne (a,b,c), przy czym obiekty klasy K1 zawsze będą mieć tą samą strukturę (d).



Rys.1. Modyfikacje schematu wewnętrznego  
Fig.1. Internal schema modification

W dalszym ciągu pracy pod pojęciem „modyfikacja schematu bazy danych” będziemy rozumieć modyfikację schematu wewnętrznego.

Ogólny przebieg procesu adaptacji pokazano na rys.2. System monitoringu zdarzeń obserwuje wszystkie zdarzenia zachodzące w bazie danych, wyznaczając wartość jej charakterystyk, takich jak średni czas dostępu do danych oraz wielkość pamięci potrzebnej do przechowywania obiektów.



Rys.2. Proces adaptacji w bazie danych  
Fig.2. Process of adaptation in database

System adaptujący steruje automatycznym wykonaniem modyfikacji schematu, opierając się na wynikach pomiarów efektywności działania bazy danych. Na rozpoczęcie procesu modyfikacji schematu między innymi mają wpływ takie czynniki, jak znaczne pogorszenie efektywności działania bazy danych oraz modyfikacje schematu, realizowane przez użytkownika.

Bardziej szczegółowy opis procesu adaptacji znajduje się w punkcie 4.

### 3. Model obiektowej bazy danych z adaptacją

Opiszemy cechy modelu danych oraz realizację procesu modyfikacji schematu w adaptującej się bazie danych.

#### a) Cechy modelu danych

Model danych opiera się na pojęciu klasy. Klasa pełni podwójną rolę, po pierwsze - definiuje wewnętrzną strukturę wszystkich obiektów, posiadających te same atrybuty i metody; po drugie - klasa reprezentuje zbiór obiektów, które do niej należą. Obiekt nazywamy wystąpieniem klasy. Klasę specyfikujemy poprzez podanie jej nazwy, zbioru atrybutów, metod i listy klas nadrzędnych. Zakłada się istnienie najwyższej klasy (ang. root-class), która jest korzeniem w hierarchii wszystkich klas w bazie danych. Atrybut definiujemy przez podanie jego nazwy i domeny wartości. Atrybuty mogą być proste lub złożone. W pierwszym wypadku domeną atrybutu jest klasa pierwotna. Atrybuty tej samej klasy muszą mieć różne nazwy.

Następujące definicje określają semantykę modelu danych.

Definicja 1:

Jeżeli  $a_i$  jest nazwą atrybutu i  $C_i$  określa nazwę klasy, a  $C(C_i)$  - zbiór nazw klas, wtedy:

1.  $A_i = a_i : C_i$  definiuje atrybut jednowartościowy,
2.  $A_i = a_i : C(C_i)$  definiuje atrybut wielowartościowy.

$C_i$  oraz  $C(C_i)$  określają zbiór dopuszczalnych wartości atrybutu  $A_i$ .

Definicja metody zawiera nagłówek i ciało. Nagłówek określa nazwę metody, zwaną też sygnaturą, oraz klasy obiektów będących wejściowymi i wyjściowymi parametrami metody. Ciało zawiera implementację metody wykonaną w pewnym języku programowania.

Definicja 2:

Jeżeli  $M$  jest nazwą metody,  $In_i$  ( $1 \leq i \leq L$ ) określa parametry wejściowe, a  $Out$  określa parametr wyjściowy, to nagłówek metody ma postać:  $M(In_1, In_2, \dots, In_L) \rightarrow Out$ . Parametry wejściowe oraz wyjściowe składają się z nazwy i domeny. Domeną jest nazwa klasy lub zbiór wystąpień klasy.

Definicja 3:

Klasy są definiowane następująco:

- 1) *Integer*, *float*, *string* i *boolean* są klasami (klasy pierwotne).
- 2) Istnieje specjalna klasa 'root-class', która nie posiada żadnej nadklasy; klasa ta zawsze staje się nadklasą dla tych klas, dla których nie została zdefiniowana żadna inna nadklasa.

- 3) Jeżeli  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ( $n \geq 1$ ) definiują atrybuty o różnych nazwach,

$M_1, M_2, \dots, M_k$  ( $k > 0$ ) definiują metody o różnych nazwach, i

$C_1, C_2, \dots, C_h$  ( $h \geq 0$ ) to różne nazwy klas, wtedy

**Klasa C**

**Atrybuty** ( $A_1, A_2, \dots, A_n$ )

**Metody** ( $M_1, M_2, \dots, M_k$ )

**Nadklasy** ( $C_1, C_2, \dots, C_h$ )

jest klasą.

Zbiór wszystkich klas określa się jako **dom(C)**

Definicja 4:

Schematem bazy danych nazywamy piątkę  $S=(C, \sigma, <, M, G)$ , gdzie  $(C, \sigma, <)$  - reprezentuje hierarchię klas, w której  $C$  - oznacza skończony zbiór nazw klas;  $\sigma$  - odwzorowanie ze zbioru  $C$  na zbiór  $\text{dom}(C)$ ;  $<$  - uporządkowanie klas;  $M$  - skończony zbiór nagłówków metod;  $G$  - skończony zbiór nazw nie wchodzących w  $C$  [Abit95].

b) Aktywne obiekty i obiekty adaptujące

Realizacja adaptacji wymaga posiadania przez bazę danych cechy aktywności. Aktywność bazy danych wyraża się przez jej zdolność do automatycznego uruchamiania określonych akcji w odpowiedzi na wystąpienie określonych zdarzeń. W naszym modelu zachowanie takie zapewniają obiekty, które posiadają następującą strukturę:

**ObiektAktywny Oid**

**Atrybuty** (stan,  $A_1, A_2, \dots, A_n$ )

**Akcje** ( $T_1, T_2, \dots, T_m$ )

**Metody** ( $M_1, M_2, \dots, M_k$ )

Obiekty te opierają się na ideach wyzwalaczy [Daya89] i obiektów aktywnych [Beer91]. Posiadają one część pasywną i aktywną. Pasywną część wyrażają atrybuty, wśród których istnieje jeden obowiązkowy atrybut 'stan', wskazujący na czynność danego obiektu:  $\text{stan} \in \{\text{aktywny/nieaktywny}\}$ . Część aktywna mieści informacje o akcjach uruchomionych na danym obiekcie i posiada następującą strukturę:

|                     |   |
|---------------------|---|
| Akcja $T_i$         | zawiera unikalny identyfikator akcji                    |
| nazwa akcji         | określa nazwę akcji oraz jej przynależność do metody    |
| metoda docelowa     | określa obiekt oraz parametry metody uruchamianej       |
| czas wykonania      | wskazuje czas uruchomienia metody docelowej przez akcję |
| priorytet wykonania | wskazuje kolejność wykonania akcji                      |
| powodzenie akcji    | określa powodzenie wykonania akcji                      |

Ostatni parametr pozwala odtworzyć stan bazy danych w wypadku niepowodzenia wykonania akcji.

Zadaniem metod jest detekcja określonych zdarzeń i wstawianie odpowiednich akcji do części aktywnej. Przy tym są sprawdzane określone warunki, decydujące o uruchomieniu akcji. Wobec tego metody posiadają następującą strukturę:

|                   |   |
|-------------------|---|
| Metoda $M_i$      | zawiera unikalny identyfikator metody w bazie danych      |
| nazwa metody      | określa nazwę metody oraz jej przynależność do klasy      |
| typ zdarzenia     | określa zbiór zdarzeń uaktywniających metodę              |
| miejsce zdarzenia | wskazuje dopuszczalne miejsca pochodzenia zdarzeń         |
| warunki           | definiuje zbiór warunków określających uruchomienie akcji |
| akcje             | określa zbiór akcji uruchamianych przez metodę            |

Wszystkie aktywne obiekty biorące udział w realizacji procesu adaptacji będziemy nazywać obiektami adaptującymi. Koncepcja zastosowania tych obiektów będzie opisana w następujących rozdziałach.

### c) Klasyfikacja modyfikacji schematu

Wszystkie modyfikacje schematu można sprowadzić do wykonania określonych modyfikacji elementarnych, których zbiór jest skończony. Każda z tych modyfikacji jest realizowana poprzez odpowiednią metodę. Wszystkie elementarne modyfikacje schematu dzielimy na trzy grupy: dotyczące atrybutów, metod oraz klas. Tablica 1 pokazuje dopuszczalne dla każdej grupy (✓) modyfikacje elementarne:

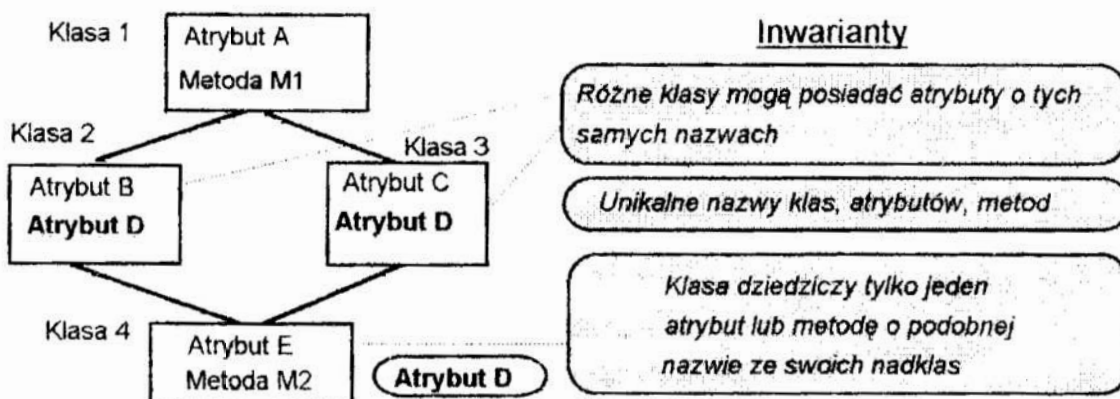
Tab.1. Elementarne modyfikacje schematu w obiektowych bazach danych  
Tab.1. Schema modification operations in object databases

|   |   | Atrybut | Metoda | Klasa |
|---|---|---------|--------|-------|
| 1 | Dodanie                                   | ✓       | ✓      | ✓     |
| 2 | Usunięcie                                 | ✓       | ✓      | ✓     |
| 3 | Zmiana nazwy                              | ✓       | ✓      | ✓     |
| 4 | Zmiana wartości początkowej               | ✓       |        |       |
| 5 | Zmiana dziedziny wartości                 | ✓       |        |       |
| 6 | Zmiana implementacji                      |         | ✓      |       |
| 7 | Naznaczenie klasy A nadklasą klasy B      |         |        | ✓     |
| 8 | Usunięcie klasy A z listy nadklas klasy B |         |        | ✓     |
| 9 | Zmiana uporządkowania nadklas klasy B     |         |        | ✓     |

### d) Kryteria spójności

Przy realizacji modyfikacji schematu ważnym jest zachowanie spójnego stanu bazy danych. Gwarantem takiej spójności są t.zw. inwarianty (ang. *invariants*) [UniS95]. Opisują one te cechy schematu, które muszą być zachowane cały czas, niezależnie od dokonanych modyfikacji. Inwarianty są na stałe zaimplementowane w bazie danych i nie mogą być modyfikowane. Wszystkie inwarianty dzielimy na trzy grupy: hierarchii klas, nazewnictwa oraz dziedziczenia.

Dla zilustrowania problemu pokazemy działanie niektórych z inwariantów (rys.3).



Rys.3. Zastosowanie inwariantów w modyfikacji schematu bazy danych  
Fig.3. Using invariants in database schema modification





System monitoringu zdarzeń dokonuje obserwacji działania bazy danych i pomiaru wartości jej charakterystyk, takich jak czas dostępu do danych oraz obszar w pamięci komputera zajmowanej przez obiekty. System ten opiera się na aktywnych obiektach analizujących. Na podstawie wyników pomiarów wyznacza się wartość efektywności działania bazy danych  $\Psi$ , która przekazywana jest do systemu adaptującego. System adaptujący rozpoczyna modyfikację schematu bazy danych, a na podstawie analizy wartości  $\Psi$  dla różnych schematów lub dla różnych momentów czasu decyduje o rozpoczęciu następnej modyfikacji. Realizuje modyfikację schematu system modyfikacji schematu. Generuje on strategię modyfikacji w postaci zbioru elementarnych modyfikacji schematu, które należy wykonać. Modyfikacji dokonują aktywne obiekty modyfikujące, uwzględniając określone inwarianty schematu oraz reguły modyfikujące (p.3). W przypadku niepowodzenia modyfikacji schematu obiekty aktywne przekazują odpowiedni komunikat do systemu adaptującego. Cały proces adaptacji można wyrazić następującym algorytmem:

```

In:  $S_0$ 
Repeat
  Evaluate:  $\Psi_0(S_0)$ 
  Do schema_modification( $S_0$ )  $\rightarrow S_1$ 
  Evaluate:  $\Psi_1(S_1)$ 
  If  $\Psi_0 < \Psi_1$  then  $S_0 = S_1$ 
Until przerwij_adaptacje
  
```

Działanie algorytmu można opisać następująco. Zakładamy, że w chwili początkowej  $t_0$ , baza danych ma schemat  $S_0$ . Na podstawie pomiarów systemu monitoringu zdarzeń wylicza się wartość efektywności  $\Psi_0(S_0)$ . System adaptujący pobudza proces generowania nowego schematu, a system modyfikacji schematu generuje nowy schemat  $S_1$ . Dla nowego schematu  $S_1$  wylicza się nowa wartość  $\Psi$ . Na podstawie pomiarów efektywności działania bazy danych przy różnych schematach system adaptujący decyduje o wykonaniu następnej modyfikacji schematu, przy czym, pogorszenie efektywności działania ( $\Psi_0 > \Psi_1$ ) powoduje powrót do poprzedniej implementacji schematu z lepszą wartością  $\Psi$ . Dzieje się tak dzięki temu, że system adaptujący przechowuje informacje o poprzednim schemacie oraz o schematach z najlepszym wynikiem  $\Psi$ .

Moment rozpoczęcia modyfikacji schematu ustala system adaptujący, biorąc pod uwagę zmianę efektywności działania bazy danych, częstość odwoływania się do poszczególnych fragmentów bazy danych, modyfikacje schematu dokonywane przez użytkownika.

## 5. Wnioski

Zaprezentowana koncepcja adaptacji charakterystyk obiektowych baz danych jest próbą wbudowania do systemu obiektowej bazy danych mechanizmów, które pozwalałyby do poprawy jej charakterystyk eksploatacyjnych bez angażowania się użytkownika. Opisane w pracy mechanizmy adaptacji dotyczą dynamicznej modyfikacji schematu.

Celem dalszych prac jest praktyczna realizacja adaptacji w obiektowych bazach danych. W szczególności niezbędne jest opracowanie miar efektywności schematu, mechanizmów migracji obiektów oraz analiza możliwości zastosowania w mechanizmach adaptacji procesów uczenia się. Zamierza się również pokazać możliwość realizacji przedstawionej adaptacji w istniejących systemach obiektowych baz danych.

### **Bibliografia**

- [Abit95] **Abiteboul S., Hull R., Vianu V.:** *Foundations of Databases*. Addison-Wesley, 1995, 542-562.
- [Beer91] **Beer C., Milo T.:** *A Model for Active Object Oriented Database*. Proc. of 17th Int. Conf. VLDB, Barcelona, 1991.
- [Daya89] **Dayal U.:** *Active Database Management Systems*. SIGMOD Rec., 1989 18(3).
- [ObSt95] *ObjectStore*. API User Guide, Release 4.0.
- [UniS95] *UniSQL/X Database Management System*. User's Manual, Release 3.2.1. Texas, aug. 1995.
- [Zand95] **Zand M., Collins V., Caviness D.:** *A Survey of Current Object-Oriented Databases*. Data Base Advances. 1995, 26(1), 14-30.

### **Streszczenie**

Opisano ogólnie proces adaptacji oraz cechy modelu obiektowej bazy danych i specyfikę procesu modyfikacji schematu, towarzyszące procesowi adaptacji. Wyniki pracy mogą ułatwić użytkownikom baz danych wprowadzenie dynamicznych modyfikacji schematu oraz zwiększyć efektywność działania bazy danych w warunkach częstych modyfikacji, co ma szczególne znaczenie dla baz danych w systemach CAD/CAM.

## **ADAPTIBILITY OF OBJECT DATABASE CHARACTERISTICS FOR CAD/CAM SYSTEMS**

### **Summary**

One of the most important issues in object-oriented databases field is the problem of dynamic schema modification, called also schema evolution. In the paper the process of object database characteristics adaptation concerning schema evolution is presented. The process is based on adaptation mechanisms, which allow the database to change the schema actively, without any user's participations, in order to obtain the most efficient state.

The research should provide more effective methods for continuous schema modification in CAD/CAM database systems.

## **DWUETAPOWA METODA WYGŁADZANIA SYGNAŁU CYFROWEGO**

Zarejestrowany za pomocą cyfrowych urządzeń rejestrujących, np. oscyloskopu cyfrowego, sygnał jest zbiorem zdyskretyzowanych wartości wielkości mierzonej, odnoszących się do określonych chwil czasu. Jest on obarczony błędami wynikającymi z właściwości układu pomiarowego, rejestrującego, głównie przetwornika a/c, oraz zakłóceniami. Przykładowo na rys.1 pokazano przebieg prędkości tłoka silownika pneumatycznego w postaci przetworzonej na sygnał napięciowy, zarejestrowany za pomocą oscyloskopu cyfrowego TEKTRONIX TDS 420.

Na ogół takiego sygnału nie można bezpośrednio wykorzystać do analizy badanego procesu, ze względu na jego nieciągły charakter oraz błędy związane z procesem próbkowania i kwantyzacji.

Istotnym zadaniem jest wyznaczenie na podstawie takiego sygnału funkcji (w postaci ciągu wartości), od której wymaga się uśrednienia błędów, zacierania zakłóceń, zachowania kształtu oddającego charakter zarejestrowanego procesu. Do wyznaczania takich funkcji (funkcji wygładzonych) wykorzystuje się różne metody aproksymacji. Praktyczną formą tych metod są tzw. wzory wygładzające, umożliwiające wyznaczenie wartości funkcji wygładzonej odnoszących się do chwil próbkowania na podstawie szeregu sąsiednich wartości przebiegu wygładzanego. Istotną przeszkodą w praktycznym wykorzystaniu tych wzorów jest to, że każdy z nich daje najlepsze rezultaty przy wygładzaniu określonej klasy funkcji.

W badaniach układów mechanicznych często zachodzi potrzeba wygładzania przebiegów zawierających kilka faz o odmiennym charakterze, co utrudnia dobór metody aproksymacji. W każdym przypadku przydatność przebiegu wygładzonego do wnioskowania o przebiegu analizowanego zjawiska musi intuicyjnie ocenić badacz na podstawie wcześniej zdobytej wiedzy.

Jednym z istotnych celów wygładzania jest uzyskanie przebiegu przydatnego do różniczkowania.

Celem przedstawionej pracy było uzyskanie łatwej do oprogramowania metody wygładzania, umożliwiającej prosty dobór stopnia wygładzania, oraz wyznaczenie wartości funkcji wygładzonej poza chwilami próbkowania. Przedstawiona metoda nawiązuje do filtracji filtrem dolnoprzepustowym. Ponadto pokazano celowość stosowania wstępnej filtracji sygnału pierwotnego, odpowiadającej algorytmowi działania członu bezinercyjnego z histerezą.

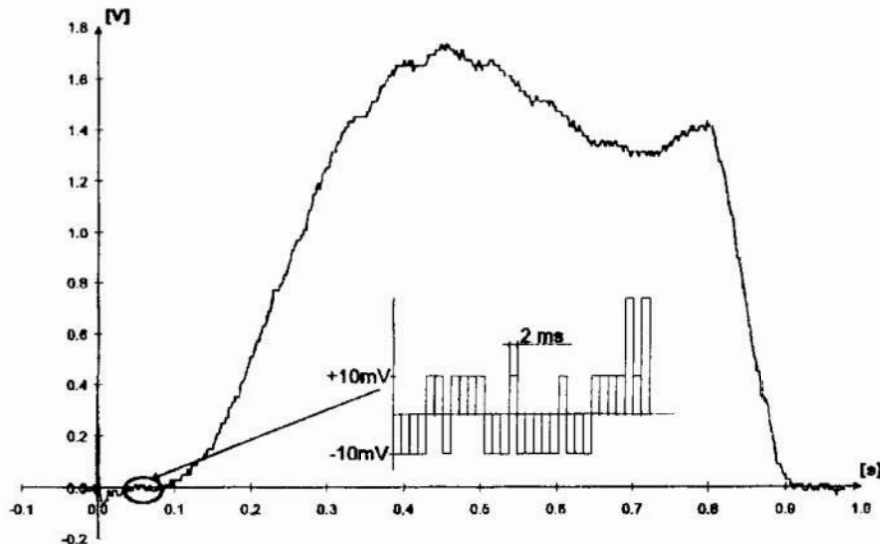
Pokazany na rys.1 sygnał jest skwantowanym przebiegiem napięcia z przedziałem kwantowania 20 mV, zdyskretyzowanym w czasie z okresem próbkowania 2 ms. Zerowemu napięciu sygnału analogowego odpowiadają wartości  $\pm 10$  mV sygnału skwantowanego.

Taki rozkład wartości sygnału wielowartościowego jest charakterystyczny dla przetworników a/c o niejednoznacznej charakterystyce przetwarzania. Podczas wzrostu sygnału wejściowego (analogowego) przekroczenie kolejnej wartości progowej powo-

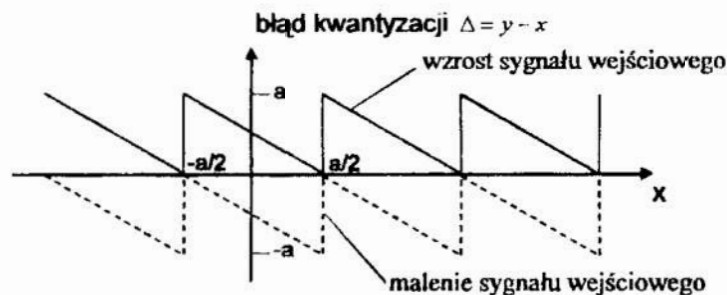
---

\* Instytut Automatyki i Robotyki Politechniki Warszawskiej, 02-525 Warszawa, ul. Chodkiewicza 8  
wjk@mp.pw.edu.pl, wozniak@mp.pw.edu.pl

duje przeskok wartości cyfrowego sygnału wyjściowego o jeden kwant (przedział kwantowania)  $a$  - rys.2. Przy maleniu sygnału wejściowego, przekroczenie tej samej wartości progowej powoduje zmniejszenie wartości sygnału wyjściowego o jeden kwant. Zależność błędu kwantowania  $\Delta = y - x$  od wartości sygnału wejściowego odpowiadającą opisanej metodzie kwantyzacji, pokazano na rys.2 ( $x$  - sygnał wejściowy analogowy,  $y$  - sygnał wyjściowy cyfrowy)



Rys.1. Przykład sygnału cyfrowego  
Fig.1. Example of a digital signal



Rys.2. Wykres błędów kwantyzacji  
Fig.2. Diagram of the quantization error

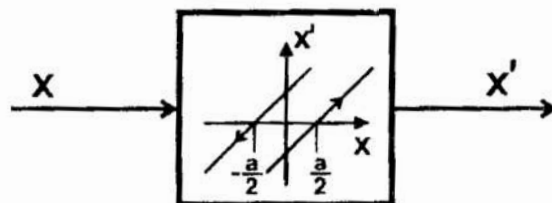
Niejednoznaczność charakterystyki przetwarzania przetwornika a/c powoduje występowanie błędów kwantyzacji równych dwukrotnej wartości przedziału kwantowania  $a$  - rys.2.

Sygnał pokazany na rys.1 obarczony jest także innymi błędami związanymi z cechami przetwornika oraz spowodowanymi oddziaływaniem zakłóceń. Wymienione czynniki wpływają na niemonotoniczny przebieg pokazanego sygnału cyfrowego.

Celem przedstawionych niżej rozważań było opracowanie metodyki wyznaczania, na podstawie przedstawionego sygnału cyfrowego, sygnału quasiciągłego z występującą jawnie wartością zerową (która odpowiadałaby stanowi spoczynku tłoka), pozbawionego wysokich harmonicznych.

Zaprezentowano dwuetapową procedurę wyznaczania takiego sygnału.

W etapie pierwszym sygnał pierwotny jest przetwarzany wg. algorytmu odpowiadającego oddziaływaniu członu proporcjonalnego z histerezą, którego szerokość strefy histerezy jest równa przedziałowi kwantowania  $a$  - rys.3.



Rys.3. Człon z histerezą

Fig.3. Element with a hysteresis

Algorytm przetwarzania jest następujący:

$$x'_0 = x_0$$

$$x'_i = x_i - \frac{a}{2} \quad \text{dla} \quad x_i > x_{i-1},$$

$$x'_i = x_i + \frac{a}{2} \quad \text{dla} \quad x_i < x_{i-1},$$

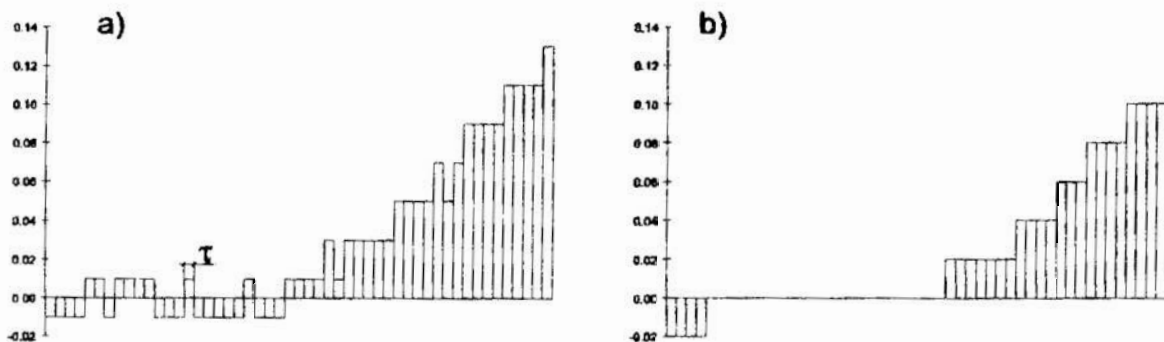
$$x'_i = x'_{i-1} \quad \text{dla} \quad x_i = x_{i-1},$$

(1)

gdzie:  $x_i$  - kolejna wartość pierwotnego sygnału cyfrowego,

$x'_i$  - wartość sygnału po uwzględnieniu algorytmu (1).

Efekt tego przekształcania pokazano na rys.4.

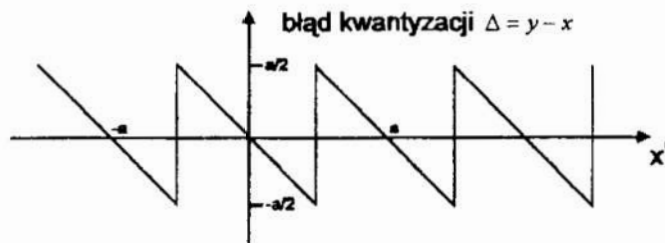


Rys.4. Początkowy fragment sygnału wg. rys.1: a) pierwotny, b) przekształcony wg. algorytmu (1)

Fig.4. Initial part of the signal acc. to Fig.1: a) primary signal, b) signal after correction acc. to algorithm (1)

Spowodowało ono:

- zmianę wartości sygnału o połowę przedziału kwantowania  $a$ ,
- pojawienie się zerowej wartości sygnału,
- eliminację oscylacji wartości sygnału w stanach odpowiadających ustalonej wartości wielkości mierzonej,
- dwukrotne zmniejszenie błędu kwantyzacji (rys.5).



Rys.5. Wykres błędu kwantyzacji sygnału przetworzonego  
 Fig.5. Diagram of the corrected signal quantization error

W drugim etapie obróbki sygnału, w którym sygnał poddawany jest wygładzaniu, w celu uzyskania ciągłości pochodnej sygnału wygładzonego, do filtrowania wykorzystano algorytm działania członu inercyjnego szóstego rzędu o transmitancji

$$G(s) = \frac{1}{(T \cdot s + 1)^6} \quad (2)$$

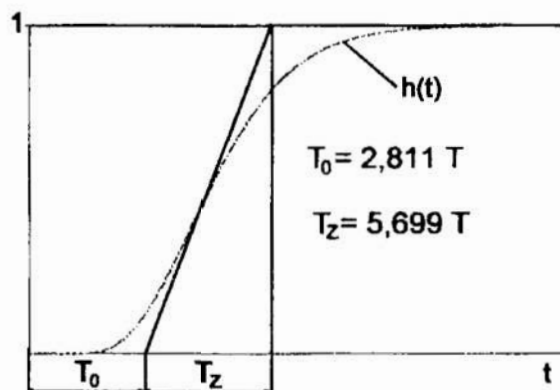
gdzie:  $T$  - stała czasowa członu inercyjnego.

Sposób działania takiego członu charakteryzuje jego odpowiedź  $h(t)$  na skok jednostkowy

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s (T \cdot s + 1)^6} \right] =$$

$$= 1 - e^{-\frac{t}{T}} \cdot \left( 1 + \frac{t}{T} + \frac{t^2}{2 \cdot T^2} + \frac{t^3}{6 \cdot T^3} + \frac{t^4}{24 \cdot T^4} + \frac{t^5}{120 \cdot T^5} \right) \quad (3)$$

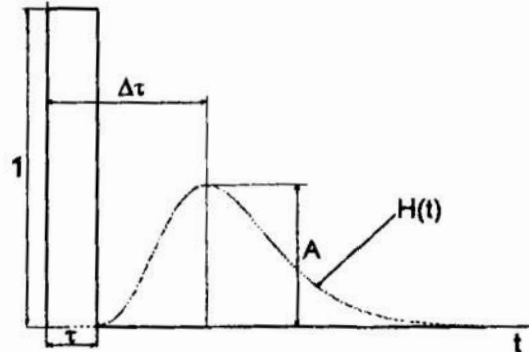
Charakterystyczne parametry odpowiedzi na skok jednostkowy członu ( $T_0$  - czas opóźnienia,  $T_z$  - zastępcza stała czasowa) pokazano na rys.6.



Rys.6. Odpowiedź członu inercyjnego szóstego rzędu na skok jednostkowy  
 Fig.6. Response of a sixth-order inertial element to the unitary step

Przedstawiony na rys.1. sygnał cyfrowy jest w istocie ciągiem impulsów prostokątnych o szerokości równej okresowi próbkowania  $\tau$  i o zdyskretyzowanej amplitudzie. Odpowiedź członu inercyjnego na taki sygnał cyfrowy jest sumą odpowiedzi na poszczególne impulsy. Istotne znaczenie ma więc przebieg odpowiedzi  $H(t)$  na poje-

dynczy impuls prostokątny o czasie trwania równym okresowi próbkowania  $\tau$ , pokazany na rys.7.



Rys.7. Odpowiedź członu inercyjnego szóstego rzędu na impuls prostokątny  
Fig.7. Response of a sixth-order inertial element to the square pulse

Odpowiedź tę wyrazić można w postaci:

$$\begin{aligned}
 H(t) &= h(t) - h(t - \tau) = \\
 &= e^{-\frac{t-\tau}{T}} \cdot \left[ 1 + \frac{t-\tau}{T} + \frac{(t-\tau)^2}{2 \cdot T^2} + \frac{(t-\tau)^3}{6 \cdot T^3} + \frac{(t-\tau)^4}{24 \cdot T^4} + \frac{(t-\tau)^5}{120 \cdot T^5} \right] + \\
 &- e^{-\frac{t}{T}} \cdot \left[ 1 + \frac{t}{T} + \frac{t^2}{2 \cdot T^2} + \frac{t^3}{6 \cdot T^3} + \frac{t^4}{24 \cdot T^4} + \frac{t^5}{120 \cdot T^5} \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

Odpowiedź na impuls o amplitudzie będącej wielokrotnością amplitudy jednostkowej jest wielokrotnością odpowiedzi  $H(t)$ . Funkcja  $H(t)$  jest odpowiednikiem impulsu prostokątnego posiadającym tę właściwość, że pole pod krzywą  $H(t)$  jest równe polu pod impulsem prostokątnym; jest to więc „wygładzony” impuls.

Funkcja  $H(t)$  ma maksimum przesunięte względem początku impulsu prostokątnego o  $\Delta\tau$ . Przesunięcie to zależy jedynie od stosunku  $T/\tau$ .

Ponieważ poszczególne wartości sygnału wielowartościowego odnoszą się do chwil próbkowania, aby można traktować przebieg  $H(t)$  jako „wygładzony” odpowiednik fragmentu sygnału cyfrowego w postaci jednostkowego impulsu prostokątnego, należy przebieg  $H(t)$  przesunąć w czasie o  $\Delta\tau$  tak, żeby jego maksimum  $A$  znalazło się na miejscu przedniego zbocza impulsu prostokątnego. Wartości wymaganego przesunięcia czasowego  $\Delta\tau$ , wyrażone w postaci stosunku  $\Delta\tau/\tau$ , dla wybranych wartości stosunku  $T/\tau$ , zestawiono w tabl.1.

Tabl.1

|                   |       |       |       |       |       |        |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $T/\tau$          | 0,1   | 0,2   | 0,5   | 0,75  | 1     | 2      |
| $\Delta\tau/\tau$ | 1,157 | 1,582 | 3,033 | 4,272 | 5,517 | 10,508 |

Metoda wygładzania polegająca na sumowaniu odpowiedzi członu inercyjnego na pojedyncze impulsy prostokątne jest mało efektywna, ze względu na zwiększającą się, wraz z przechodzeniem do kolejnych chwil próbkowania liczbą odpowiedzi na impuls.



Na podstawie wartości funkcji  $H(t)$  w chwilach czasu odległych od maksimum tej funkcji o krotność okresu próbkowania można ustalić wzory wygładzające dla poszczególnych wartości stosunku  $T/\tau$ . Na przykład:

- dla  $T/\tau = 0,2$  otrzymuje się wzór wygładzający

$$y_i = 0,003 \cdot x_{i-3} + 0,0104 \cdot x_{i-2} + 0,1805 \cdot x_{i-1} + 0,7249 \cdot x_i + 0,0838 \cdot x_{i+1} \quad (5)$$

- dla  $T/\tau = 0,5$  otrzymuje się wzór wygładzający

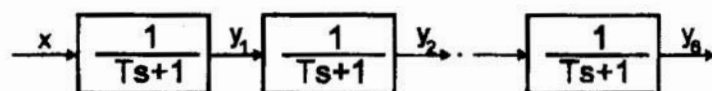
$$y_i = 0,0003 \cdot x_{i-7} + 0,0011 \cdot x_{i-6} + 0,0042 \cdot x_{i-5} + 0,0148 \cdot x_{i-4} + 0,0467 \cdot x_{i-3} + 0,1242 \cdot x_{i-2} + 0,2544 \cdot x_{i-1} + 0,3395 \cdot x_i + 0,1983 \cdot x_{i+1} + 0,0165 \cdot x_{i+2} \quad (6)$$

- dla  $T/\tau = 1$  otrzymuje się wzór wygładzający

$$y_i = 0,0003 \cdot x_{i-8} + 0,004 \cdot x_{i-7} + 0,0092 \cdot x_{i-6} + 0,0203 \cdot x_{i-5} + 0,0418 \cdot x_{i-4} + 0,0794 \cdot x_{i-3} + 0,1350 \cdot x_{i-2} + 0,1971 \cdot x_{i-1} + 0,2305 \cdot x_i + 0,1893 \cdot x_{i+1} + 0,0820 \cdot x_{i+2} + 0,0087 \cdot x_{i+3} \quad (7)$$

gdzie:  $y_i$  - wartość sygnału wygładzonego odpowiadająca wartości  $x_i$  sygnału nie wygładzonego,  $x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-8}$  - wartości sygnału nie wygładzonego, odpowiadające kolejnym poprzednim chwilom próbkowania,  $x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}$  - wartości sygnału nie wygładzonego, odpowiadające kolejnym następnym chwilom próbkowania.

Za pomocą wzorów (5), (6), (7) można wyznaczać jedynie wartości funkcji wygładzanej, odnoszące się do chwil próbkowania. Aby umożliwić wyznaczanie wartości funkcji wygładzonej również poza chwilami próbkowania zaproponowano wyznaczanie przebiegu wygładzonego metodą symulacji członu inercyjnego szóstego rzędu. Człon taki można traktować jako szeregowe połączenie członów inercyjnych pierwszego rzędu o stałej czasowej  $T$  - rys.8.



Rys.8. Człon inercyjny szóstego rzędu

Fig.8. Sixth-order inertial element

Rozwiązując równanie dynamiki członu inercyjnego pierwszego rzędu  $T \cdot \frac{dy}{dt} + y = x$ ,

gdzie  $x, y$  - sygnał wejściowy i wyjściowy członu, dla znanej wartości początkowej sygnału wejściowego  $y(0_+)$  i sygnału wejściowego  $x = x_i \cdot l(t)$ , gdzie  $l(t)$  jest skokiem jednostkowym (funkcja Heviside'a),  $x_i$  - wartość sygnału wejściowego, otrzymuje się:

$$y(t) = x_i \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) + y(0_+) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (8)$$

Wykorzystując ten wzór w odniesieniu do poszczególnych ogniw członu szóstego rzędu (rys.8) można wyznaczyć zmiany sygnałów  $y_1 \dots y_6$  zachodzące w niewielkich odstępach

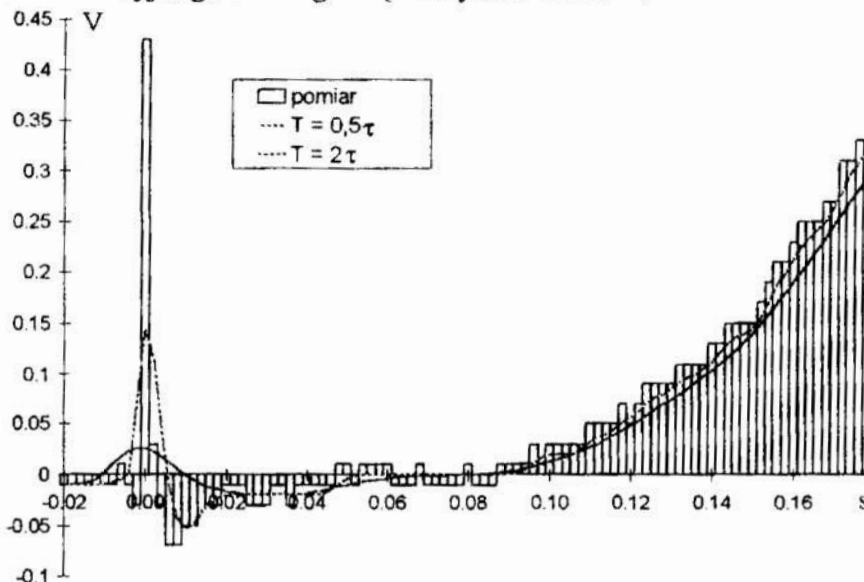
pach czasu  $\Delta t$  (w idealnym modelu członu inercyjnego szóstego rzędu winno być  $\Delta t \rightarrow 0$ ). Założono więc następującą procedurę wyznaczania sygnałów:

$$\begin{aligned}
 y_{1,j} &= x_{i,j-1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T}}\right) + y_{1,j-1} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{T}} \\
 y_{2,j} &= y_{1,j-1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T}}\right) + y_{2,j-1} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{T}} \\
 y_{3,j} &= y_{2,j-1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T}}\right) + y_{3,j-1} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{T}} \\
 &\dots\dots\dots \\
 y_{6,j} &= y_{5,j-1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T}}\right) + y_{6,j-1} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{T}}
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

gdzie: indeksy  $j, j-1$  odnoszą się do sąsiednich chwil czasu odległych o  $\Delta t$ ,  $x_i$  - wartość sygnału wejściowego członu inercyjnego szóstego rzędu.

Aby uzyskać poszukiwany sygnał wygładzony należy wyznaczony wg. algorytmu (9) przebieg  $y_6$  przesunąć w czasie (przyspieszyć) o wartość  $\Delta\tau$ , zgodnie z tabl. 1.

Na rys.9 pokazano przebiegi sygnału wygładzonego na tle sygnału pierwotnego dla dwóch wartości stałych czasowych użytych do filtracji członów inercyjnych. Obliczenia przeprowadzono przyjmując  $\Delta t = 0,01\tau$ . Przy takim zagęszczeniu punktów obliczeniowych błąd wyznaczania sygnału wyjściowego za pomocą algorytmu (9) w stosunku do sygnału członu inercyjnego szóstego rzędu wynosi około 0,1%.

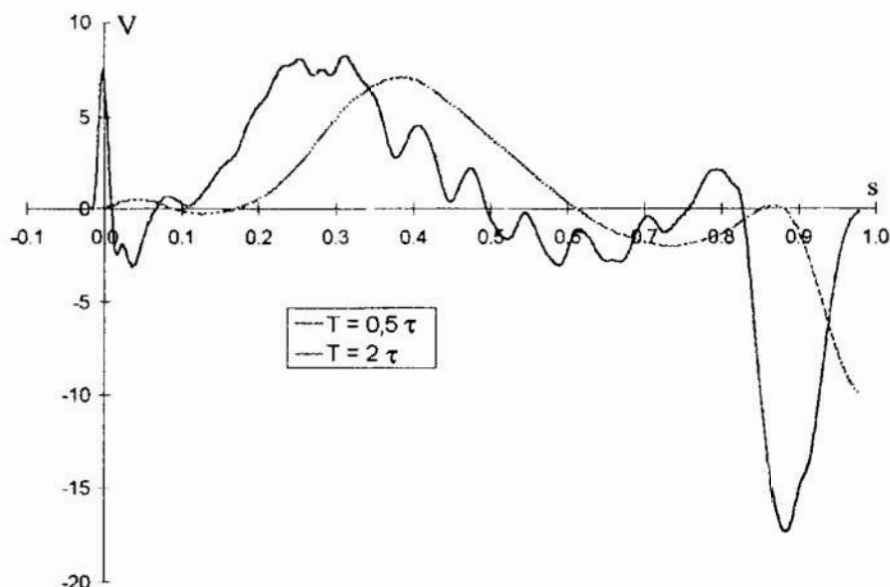


Rys.9. Przykłady sygnałów „wygładzonych”

Fig.9. Examples of „smoothed” signals

Wykorzystując przedstawiony algorytm można dobierać stopień wygładzenia sygnału, zmieniając tylko wartość stałej czasowej członu inercyjnego, w zależności od rodzaju

informacji jakie chcemy uzyskać. Przykładowo, przytoczony na rys.1 sygnał pierwotny miał posłużyć do wyznaczenia przebiegu przyspieszenia w procesie przestawiania tłoka silownika. Na rys.10. pokazano wyniki różniczkowania sygnałów wygładzonych (przed dokonaniem odpowiedniego przesunięcia czasowego), reprezentujące właśnie przebiegi przyspieszenia w funkcji czasu.



Rys.10. Przykłady przebiegów pochodnych sygnałów „wygładzonych”

Fig.10. Examples of derived courses of the „smoothed” signals

## Streszczenie

Przedstawiono metodę wygładzania sygnałów cyfrowych umożliwiającą prosty sposób doboru stopnia wygładzania, umożliwiającą wyznaczenie wartości funkcji wygładzonej także poza chwilami próbkowania. Metoda ta nawiązuje do filtracji filtrem dolnoprzepustowym. Pokazano także celowość stosowania wstępnej filtracji pierwotnego sygnału cyfrowego, odpowiadającej algorytmowi działania członu bezinercyjnego z histerezą.

## Literatura

Ralston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN 1983

## TWO-STAGE METHOD OF DIGITAL SIGNALS SMOOTHING

The paper suggests a method of calculation of quasi-analogue signals on the grounds of measuring digital signals which relies on application of algorithms for an element with a hysteresis and a sixth-order inertial element. Exemplary results of the method utilisation have been presented.

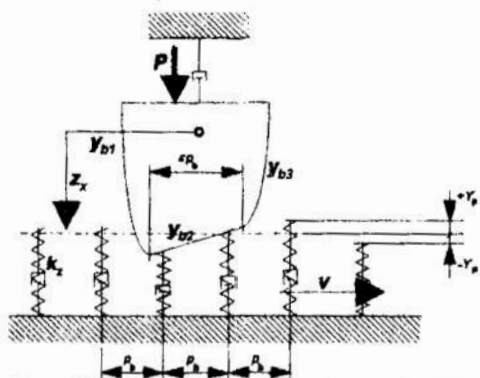
## SYMULACYJNE BADANIE DYNAMIKI PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

### 1. Wstęp

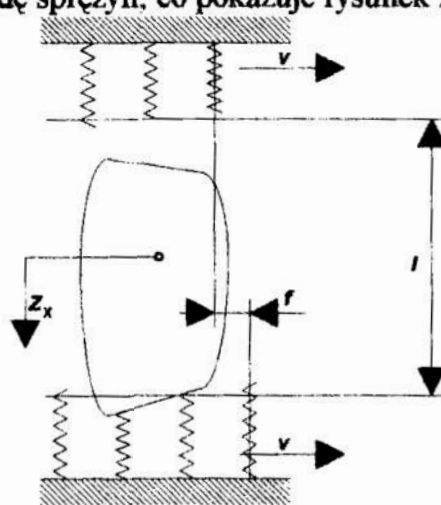
Podczas pracy układów napędowych z przekładniami zębatymi występuje wiele zjawisk dynamicznych. Do ich badania użyte być mogą techniki symulacyjne. W pracy zaprezentowano pewien sposób rozwiązania tego zagadnienia, który umożliwia analizę występujących przy współpracy kół: przeciążeń dynamicznych, zjawiska grzechotania, propagacji hałasu. Problemy te są bardzo ważne w związku z powszechnym zastosowaniem napędów zębatych począwszy od małych urządzeń pomiarowych, poprzez maszyny robocze i pojazdy do wielkich napędów przemysłowych i okrętowych.

### 2. Model dynamiczny przekładni zębatej

Analizę zagadnienia przeprowadzono wykorzystując model zazębienia zaproponowany przez L. Müllera w pracy [3], w którym ruch obrotowy zastąpiono ruchem prostoliniowym wzdłuż palisady sprężyn (rys. 1). Model ten posiada szereg zalet, jak np. możliwość bezpośredniego wprowadzania odchyłek wykonawczych (zmiana wysokości sprężyny). Ponadto model ten może zostać użyty do badania zjawiska grzechotania po wprowadzeniu modyfikacji polegającej na dodaniu elementów umożliwiających współpracę po drugiej stronie zarysu. Model zazębienia wg Müllera, uzupełniony jest wtedy o drugą palisadę sprężyn, co pokazuje rysunek 2.



Rys. 1. Model zazębienia wg L. Müllera  
Fig. 1. Müller model



Rys. 2. Zmodyfikowany model zazębienia  
Fig. 2. Modified Müller model

### 3. Budowa modelu układu z przekładnią zębatą z uwzględnieniem drgań giętnych i skrętnych

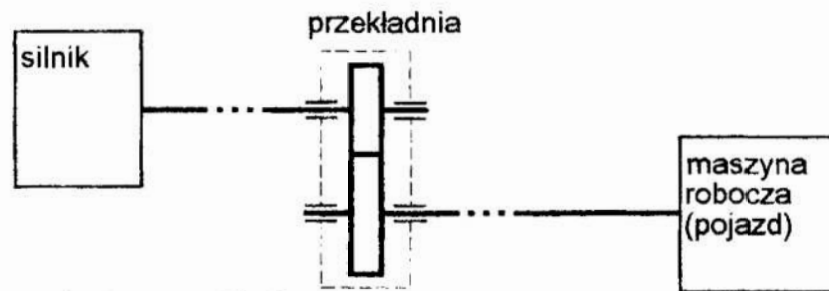
Rozważono układ napędowy złożony z silnika, przekładni zębatej i maszyny roboczej (pojazdu, innego odbiornika mocy), którego schemat przedstawiono na rysunku 3. Konieczne jest zastosowanie różnych modeli, w zależności od rodzaju elementów łączących silnik i maszynę roboczą z przekładnią.

\* Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Narbutta 84, 02-524 Warszawa

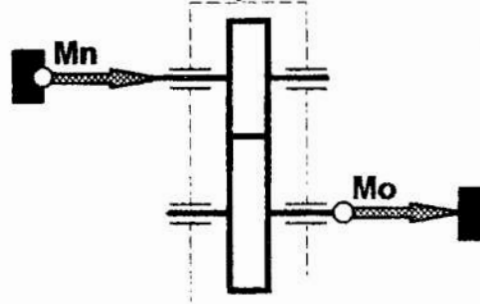
Jeśli w układzie występują elementy podatne (przekładnia pasowa, sprzęgło podatne) to można założyć, że przekładnia jest odizolowana od wymuszeń pochodzących od reszty układu, i przyjąć model przedstawiony na rysunku 4.

Jeśli takich elementów nie ma to konieczne jest rozwiązanie układu, w którym dokonano redukcji pozostałych elementów (np. przekładni zębatych) na wały wejściowy i wyjściowy przekładni. Obliczanie takich układów może być trudne ze względu na dużą różnicę częstości drgań własnych podukładów — konieczny jest długi czas obliczeń.

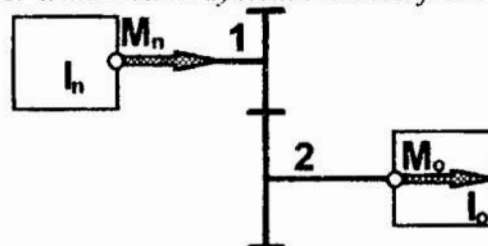
Schemat obliczeniowy użytego do obliczeń modelu przedstawiony został na rysunku 5.



Rys. 3. Schemat badanego układu napędowego  
Fig. 3. The examined power transmission system



Rys. 4. Model układu napędowego odizolowanego od wymuszeń zewnętrznych  
Fig. 4. The model of power transmission system isolated from external excitation



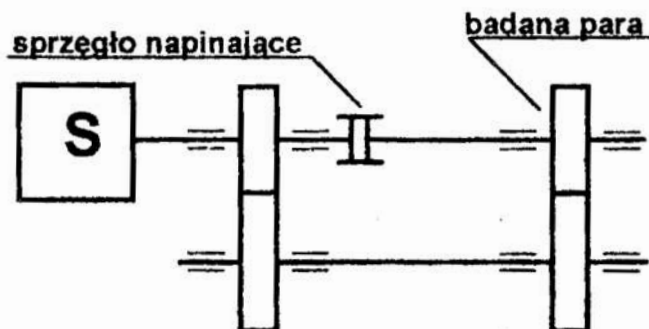
Rys. 5. Model układu używany w obliczeniach  
Fig. 5. Model used in computations

#### 4. Modelowanie układów dyskretno-ciągłych

Przyjęto, że układ jest złożony z liniowych części ciągłych i części dyskretnych. Części ciągłe mogą być dyskretyzowane przy użyciu dowolnej metody dyskretyzacji. W pracy zastosowano Metodę Elementów Skończonych ze względu na jej uniwersalność. Części dyskretnie są modelowane za pomocą równań Lagrange'a II rodzaju — mogą zawierać elementy o dowolnych, nieliniowych i zmiennych w czasie charakterystykach. Sposób budowania równań ruchu dla takich układów przedstawiony jest m. in. w pracach [2], [4].

## 5. Porównanie z wynikami badań doświadczalnych

Wykorzystano wyniki badań doświadczalnych wykonanych w OBRMiR REDOR w Bielsku-Białej, przedstawione w artykule pracowników tego ośrodka [1]. W artykule tym autorzy zajmowali się analizą diagnostyczną pittingu. W pracy tej zbadano dwie pary kół zębatych, wykonanych z różnych materiałów, pracujących w układzie zamkniętym (mocy krążącej). Na rysunku 6 przedstawiono schemat stanowiska badawczego.



Rys. 6. Schemat stanowiska badawczego stosowanego w [1]

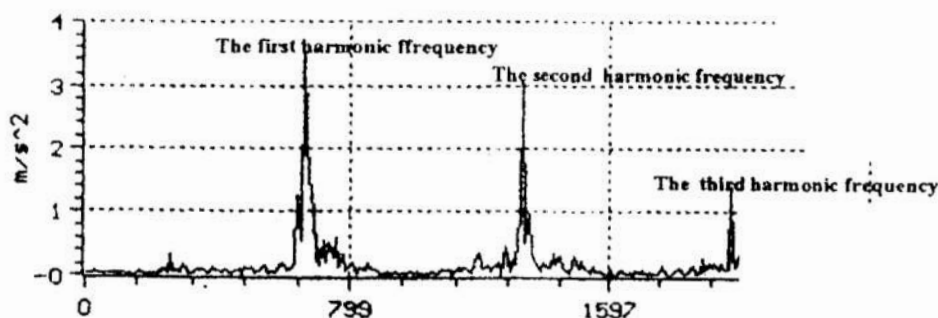
Fig. 6. The test stand ([1])

Na stanowisku były mierzone wartości przyspieszeń. Pomiaru promieniowych drgań łożyska dokonywano na obudowie przekładni, nad jednym z łożysk. Następnie wykonano analizę harmoniczną — policzono dyskretną transformatę Fouriera (dalej określaną DFT).

Należy spodziewać się dużych różnic ilościowych pomiędzy wynikami dla układu badanego w pracy [1] a uzyskanymi przez autorów. Wynikają one głównie z tego, że w układzie rzeczywistym mierzone były przyspieszenia na obudowie przekładni, w okolicy łożyska. Natomiast model (program komputerowy) pozwala na obliczanie przyspieszeń czopa wału osadzonego w łożysku. Możliwe było więc jedynie przeprowadzenie porównania jakościowego.

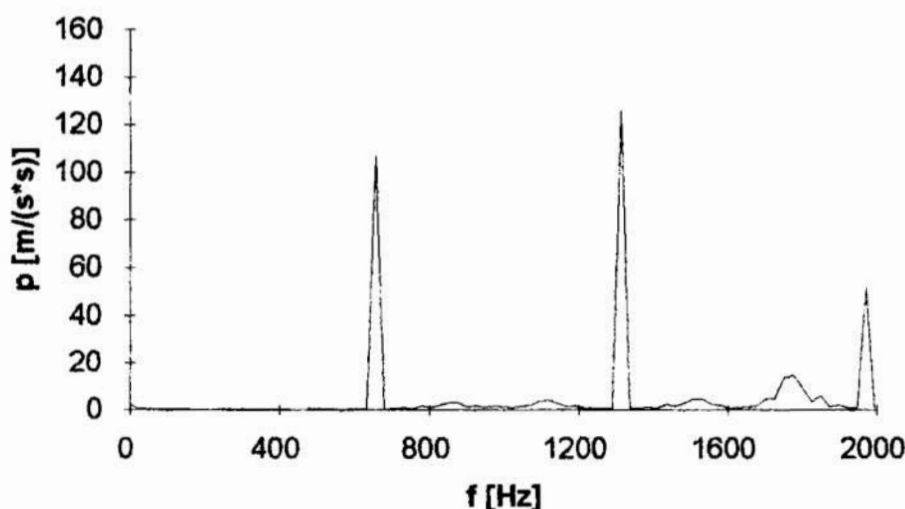
Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono wyniki uzyskane w pracy [1] i obliczone przez autorów.

Zgodność jakościową wyników należy uznać za zadowalającą. Analiza wykresów pozwala na postawienie tezy, że zastosowany model dynamiczny w znacznym stopniu odzwierciedla zachowanie się rzeczywistego układu.



Rys. 7. DFT przyspieszeń dla 1. pary kół (za [1])

Fig. 7. Accelerations over the bearing — DFT



Rys. 8. Obliczona DFT przyspieszeń promieniowych czopa wału A dla 1 pary kół.  
Fig. 8. Calculated accelerations DFT.

### 6. Ocena przeciążeń dynamicznych w układzie z przekładnią zębatą z uwzględnieniem drgań giętnych i skrętnych

Opracowany system obliczeniowy użyty być może do oceny przeciążeń dynamicznych w układach z przekładnią zębatą. Pozwala on na testowanie szerokiego zakresu rozwiązań konstrukcyjnych oraz obciążeń zewnętrznych przekładni. Wielkościami (zmiennymi decyzyjnymi), które mogą być zmieniane w procesie konstruowania są, między innymi:

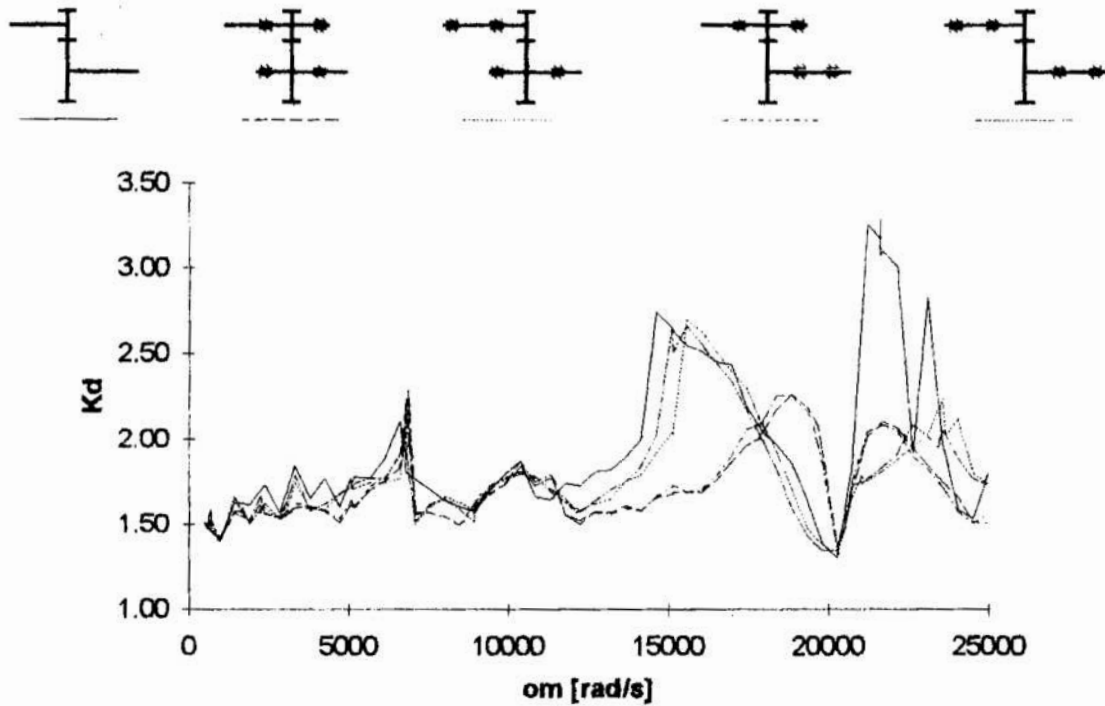
- rozmiary wałów,
- rozmiary przekładni zębatych,
- sposób łożyskowania wałów przekładni (podparcie dwustronne lub jednostronne),
- opis podparcia (łożysko o sztywności liniowej bądź nieliniowej),
- wielkość obciążenia przekładni, prędkość obwodowa.

Na rysunku 9 przedstawiono obliczoną charakterystykę częstotliwościową współczynnika nadwyżki dynamicznej  $K_d$ . Została ona uzyskana z uwzględnieniem jedynie drgań skrętnych i z uwzględnieniem drgań giętnych i skrętnych w przypadku różnych rozwiązań konstrukcyjnych.

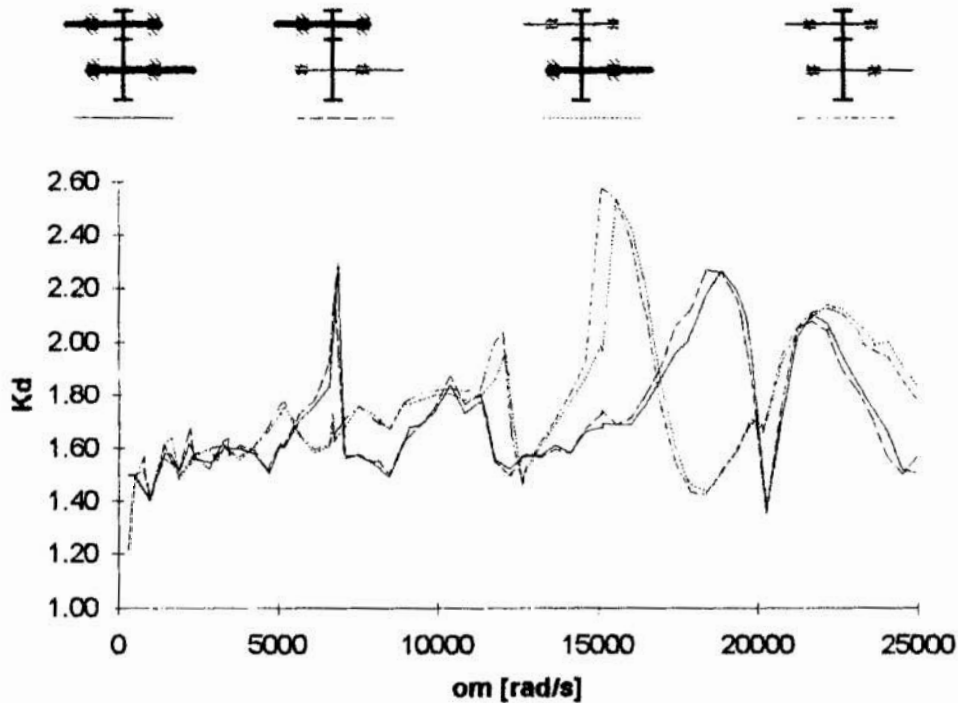
Widoczne jest znaczne obniżenie poziomu  $K_d$  w stosunku do wyników obliczeń z uwzględnieniem wyłącznie drgań skrętnych. Uwzględnienie drgań giętnych powoduje obniżenie poziomu maksymalnego  $K_d$  w stosunku do wartości obliczonej jedynie przy drganiach skrętnych. Wynika to z amortyzującej roli podatności giętej. Uwzględnienie drgań giętnych wpływa też na nieznaczne przesunięcie stref rezonansowych.

Z kolei wykonano obliczenia, mające na celu określenie wpływu zmiany sztywności wału na przebieg charakterystyk. Zmieniana była średnica wałów. W obliczeniach „składano” konstrukcje z wałów o różnych średnicach. Odpowiednie schematy zamieszczono nad wykresami przedstawiającymi wyniki obliczeń.

Na wykresie  $K_d$  przedstawionym na rysunku 10 pary linii dla rozwiązań z jednakową średnicą wału 1 przebiegają blisko siebie. Obniżenie sztywności giętej wałów prowadzi do obniżenia częstości rezonansowych (jest to niekorzystne ze względu na zakres pracy przekładni), ale nie powoduje wzrostu współczynnika przeciążeń dynamicznych.



Rys. 9. Współczynnik  $K_d$  obliczony z uwzględnieniem i bez uwzględnienia drgań giętnych, charakterystyka częstotliwościowa  
 Fig. 9. Coefficient  $K_d$  calculated with and without taking transverse vibrations into account



Rys. 10. Współczynnik  $K_d$  obliczony z uwzględnieniem drgań giętnych, charakterystyka częstotliwościowa.  
 Fig. 10. Coefficient  $K_d$  calculated with and without taking transverse vibrations into account



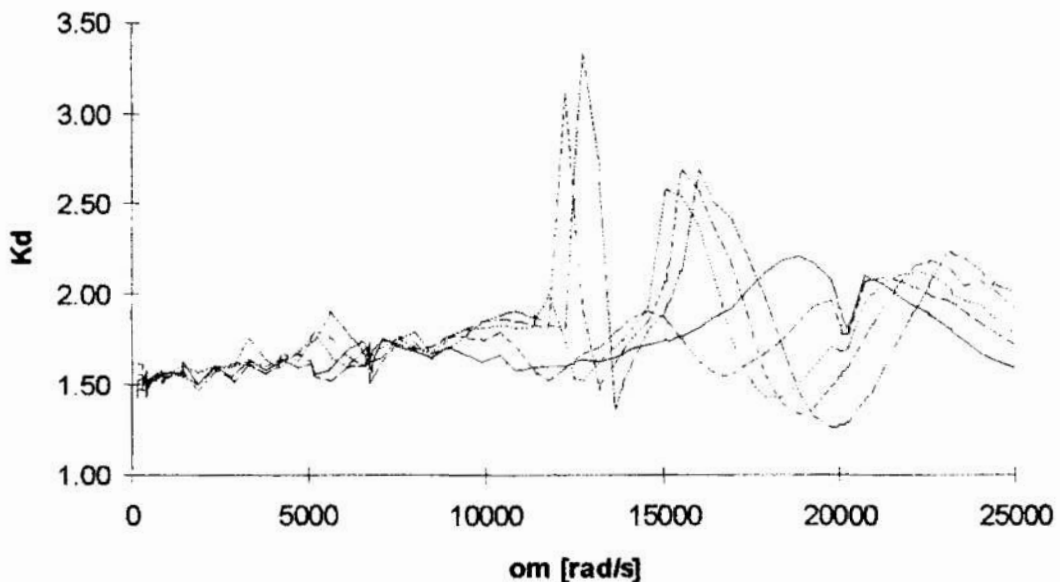
Zmiana łożyska w węźle konstrukcyjnym powoduje zmianę sztywności podparcia wału maszynowego. Wartości sztywności mogą zmieniać się nawet dosyć znacznie przy zmianie rodzaju łożyskowania (np. z łożyska kulkowego na walcowe).

Wykonano obliczenia, w których zmieniano sztywność łożysk podpierających wały. Przeprowadzono je dla szerokiego przedziału wartości sztywności poprzecznych łożysk: od  $1 \cdot 10^7$  N/m (odpowiada przekładce tłumiącej drgania między łożyskiem a korpusem) do  $2,5 \cdot 10^8$  N/m (łożysko walcowe dużych rozmiarów). Badana przekładnia nominalnie pracuje przy łożyskach o sztywności około  $9 \cdot 10^7$  N/m. Przyjęto liniową charakterystykę sztywności.

Na rysunku 11 przedstawiono uzyskane charakterystyki częstotliwościowe dla współczynnika  $K_d$ .

Wzrost sztywności podpór prowadzi do znacznego wzrostu przeciążeń dynamicznych. W przypadku bardzo sztywnych podpór krzywe rezonansowe będą odpowiadały modelowi uwzględniającemu jedynie drgania skrętne.

Na charakterystyce współczynnika  $K_d$  można dostrzec, że odpowiedni dobór sztywności podparcia może spowodować znaczne obniżenie poziomu wartości tego współczynnika dla częstości mniejszych od częstości drgań własnych przekładni izolowanej — odpowiednia krzywa nie posiada tak wyraźnie zaznaczonych maksimów jak inne charakterystyki (dla większych sztywności podparcia).



Rys. 11. Współczynnik  $K_d$  obliczony z uwzględnieniem drgań giętnych dla różnych sztywności podpór, charakterystyka częstotliwościowa.

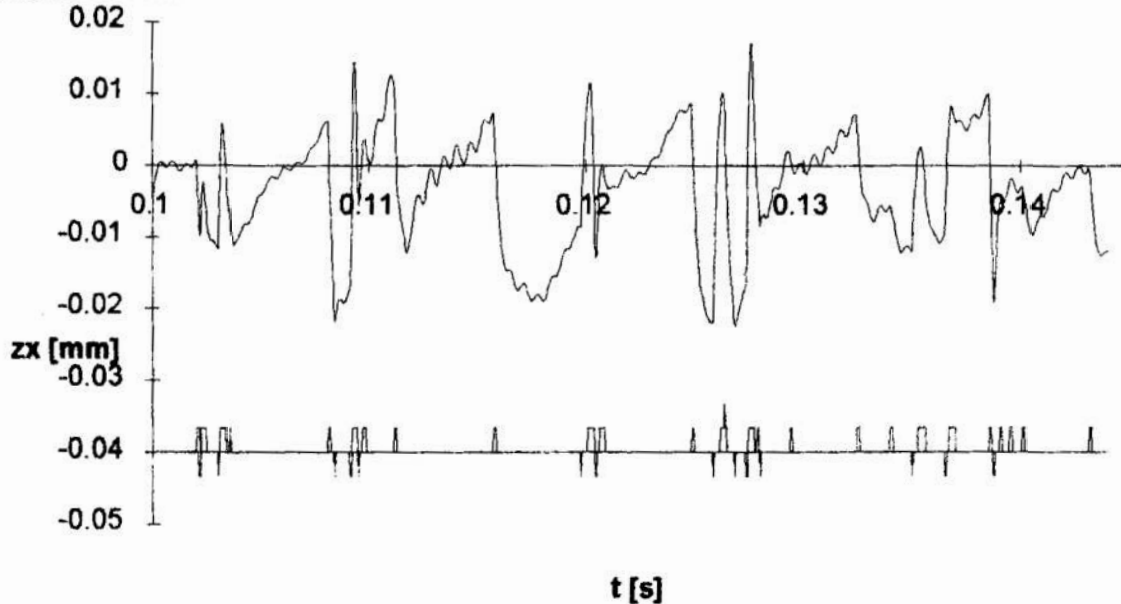
Fig. 11. Coefficient  $K_d$  calculated with and without taking transverse vibrations into account, various bearing stiffness

## 7. Analiza zjawiska grzechotania

Podczas pracy przekładni zębatej pod małym obciążeniem dojdzie może do kontaktu powierzchni zębów po drugiej stronie zarysu. Powierzchnie te nie współpracują ze sobą pod obciążeniem eksploatacyjnym. Zjawisku temu towarzyszy zwiększona głośność pracy przekładni, dlatego też nosi ono nazwę grzechotania (rattling, klekotanie). Numeryczne badanie zjawiska utrudnia znacznie fakt, że układ równań różniczkowych opisujących model zjawiska jest źle uwarunkowany. Wynika to głównie z nieciągłości współpracy zębów. Dla tego typu zjawisk istotną trudnością jest dobranie odpowiedniej procedury całkującej.

Używane przez autorów modele zazębienia umożliwiają badanie tego zjawiska. W tym celu wprowadza się w modelu elementy umożliwiające współpracę po drugiej stronie zarysu (rys. 2).

Uwzględnienie zjawiska grzechotania w obliczeniach prowadzi do różnic, które zaobserwować można np. na przebiegach czasowych. Do analizy wybrano wykres współrzędnej  $z_x$  (względne przemieszczenie wzdłuż linii przyporu) — rysunek 12. Przebieg został wykonany dla czasu odpowiadającego jednemu obrotowi koła. W dolnej części wykresu dodano linie wskazujące liczbę współpracujących zębów. Uwagę zwraca, wynikająca z uwzględnienia rattlingu, różna liczba współpracujących zębów podczas obrotu koła.



Rys. 12. Przebieg czasowy zmienności współrzędnej  $z_x$  dla obliczeń z uwzględnieniem rattlingu

Fig. 12. Time run for  $z_x$  coordinate, rattling taken into account

## 8. Wnioski

W pracy przedstawiono sposób analizy układu z przekładnią zębatą z wykorzystaniem techniki symulacji. Opracowany system komputerowy umożliwia badanie szerokiego zakresu zagadnień występujących w takich układach.

Weryfikację opracowanego systemu wykonano przez porównanie wyników z pomiarami wykonanymi w OBRMiR „REDOR” w Bielsku-Białej — uzyskano zadowalającą zgodność wyników zmierzonych i obliczonych.

Wykonanie prawidłowej oceny przeciążeń w przekładni wymaga zastosowania modelu uwzględniającego podatności giętne i skrętne wałów maszynowych i podatności podpór. Przyjęcie modeli uproszczonych (tylko drgania skrętne lub model przekładni izolowanej) może prowadzić do otrzymania znacznie zawyżonej wartości współczynnika przeciążeń dynamicznych.

Analiza wykonana z uwzględnieniem zmodyfikowanego opisu zazębienia wg. L. Müllera (z palisadą po drugiej stronie zęba) potwierdziła fakt występowania wzrostu drgań i poziomu hałasu w przekładni pracującej pod bardzo małym obciążeniem (zjawisko grzechotania).

## Literatura

1. Drewniak J., Tomaszewski J: *Diagnostic analysis of pitting phenomena*. Machine Dynamics Problems, Vol. 14, 1995.

2. Krupa A.: *Współzależność drgań parametrycznych i wymuszonych w układzie z przekładnią zębatą*. Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 1995.
3. Müller L.: *Przekładnie zębate. Dynamika*. WN-T, Warszawa, 1986.
4. Osiński J.: *Drgania parametryczne tłumionych układów dyskretno-ciągłych*. Rozprawa habilitacyjna, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, seria Mechanika z. 129, Warszawa 1989.

### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono wyniki obliczeń przekładni zębatych uzyskane przy wykorzystaniu oryginalnego systemu napisanego przez autorów. Przyjęty model umożliwia uwzględnienie drgań skrętnych i giętnych włów maszynowych oraz sztywności podpór. System może być użyty zarówno na etapie projektowania przekładni zębatych jak i w procesie analizy zjawisk zachodzących w przekładni.

### **EXAMINATION OF DYNAMICS OF A GEARBOX BY MEANS OF SIMULATION TECHNIQUES**

#### **Summary**

In the present paper the results of calculations performed with the use of a system prepared by the authors are presented. The model developed can be used for the analysis of vibrations in system with gears. Torsional and transvesial shafts stiffness as well as bearing stiffness are taken into account. The system can be used on any stage of the design process and during the normal gear work.

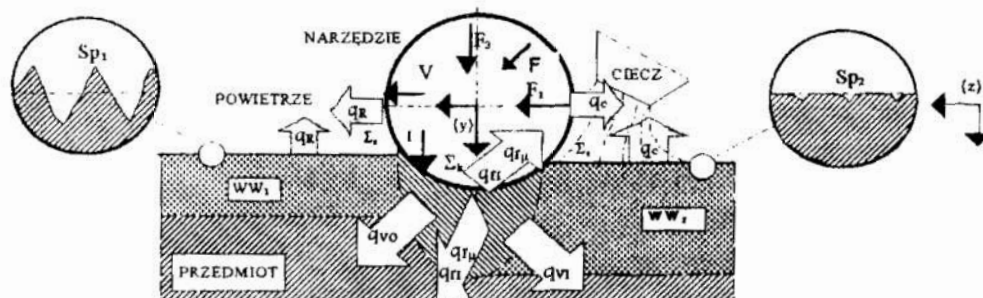
## POLIOPTYMALIZACJA PROCESU POWIERZCHNIOWEGO NAGNIATANIA TOCZNEGO Z ELEKTROKONTAKTOWYM NAGRZEWANIEM

### 1. Wstęp

Projektując proces technologiczny, w którym występuje nagniatanie z elektrokontaktowym nagrzewaniem, często zachodzi konieczność określenia jego stanu polioptymalnego. Typowy przypadek polioptymalizacji polega na wyznaczeniu wartości parametrów technologicznych nagniatania (zmiennie sterowalne) ze względu na określone kryteria polioptymalizacji, przy zadanych warunkach ograniczających. Wówczas niezbędna jest między innymi znajomość modelu matematycznego procesu. W pewnych sytuacjach, podanych dalej, wygodnie jest wykorzystać model empiryczny. Wyznaczenie optymalnych parametrów takiego modelu oraz określenie stanu polioptymalnego procesu nagniatania, w oparciu o utworzone modele regresji jest celem niniejszej pracy.

### 2. Model fizyczny i charakterystyka procesu nagniatania

Powierzchniowa obróbka nagniataniem z elektrokontaktowym nagrzewaniem jest metodą obróbki wykańczającej, polegającą na wykorzystaniu miejscowego odkształcenia plastycznego i przepływu ciepła, zachodzące w warstwie wierzchniej przedmiotu, w wyniku określonego, stykowego, termodynamicznego współdziałania narzędzia z przedmiotem obrabianym [5]. Nagniatanie traktuje się jako proces toczenia się z poślizgiem sztywnego narzędzia po ciele odkształcalnym (przedmiot) (rys. 1).



Rys. 1. Schemat nagniatania tocznego z prądem i układ strumieni cieplnych  $q$  powstających w obiekcie podczas obróbki:  $F_1$  - składowe siły nagniatania,  $p$  - posuw nagniatania,  $v$  - prędkość nagniatania,  $I$  - natężenie prądu elektrycznego,  $WW_1$  - warstwa wierzchnia po obróbce poprzedzającej,  $WW_2$  - warstwa wierzchnia po nagniataniu

Fig. 1. Diagram of the system of heat fluxes  $q$  arising in the objet during roller burnishing with current:  $F_1$  - component forces,  $p$  - burnishing feed,  $v$  - burnishing velocity,  $I$  - intensity of electrical current,  $WW_1$  - surface layer after previous treatment,  $WW_2$  - surface layer after burnishing

\* Katedra Podstaw Budowy Maszyn Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Koszalinie

W celu otrzymania wyrobu o wymaganej jakości technologicznej należy dobrać odpowiedni stan przedmiotu po obróbce poprzedzającej i warunki realizacji procesu nagniatania. Kształtowanie nagniataniem wyrobu o określonej jakości technologicznej jest bardzo złożone. Wynika to między innymi z następujących przesłanek:

- Czynniki bezpośrednio wpływającymi na jakość wyrobu są procesy fizyczne występujące w obszarach kontaktu elementu nagniatanego z przedmiotem i w strefach odkształceń plastycznych. To dopiero przebieg tych procesów uzależniony jest od stanu przedmiotu po obróbce poprzedzającej i od warunków realizacji procesu nagniatania.
- Wielkości charakteryzujące poszczególne procesy takie jak współczynnik tarcia, współczynnik przewodności cieplnej, ciepło właściwe, elektryczna oporność właściwa, elektryczna oporność kontaktowa, naprężenia uplastyczniające, itp., są zależne od temperatury.
- Zjawiska zachodzące w strefach odkształceń materiału oddziałują na zjawiska w obszarach kontaktu. Te z kolei - na niektóre warunki procesu nagniatania (tzw. sprzężenia I rodzaju - wtórne oddziaływania skutków na przyczyny).
- Jednocześnie występuje kilka współdziałających ze sobą procesów - sprzężenia II rodzaju, np. pól temperatur i naprężeń.
- Pomiar parametrów procesów decydujących o jakości technologicznej wyrobu takich jak: pole temperatury, pole naprężeń, dyfuzja, przemiany strukturalne, itp., w trakcie nagniatania jest przy obecnym poziomie techniki pomiarowej niemożliwy. O ich przebiegu można jedynie wnioskować na podstawie właściwości wyrobu po procesie nagniatania.

Efektem nagniatania jest zmniejszenie chropowatości i zwiększenie nośności powierzchni, przy jednoczesnym utwardzeniu warstwy wierzchniej obrabianego przedmiotu oraz konstytuowanie w niej naprężeń ściskających.

Proces powierzchniowego nagniatania toczonego z prądem, z punktu widzenia termodynamiki ciała stałego, jest fizycznie, geometrycznie i cieplnie nieliniowym problemem brzegowo-początkowym.

#### **4. Model matematyczny procesu nagniatania**

Dla celów polioptymalizacji (optymalizacji) nagniatania powierzchniowego z prądem niezbędna jest znajomość modelu matematycznego tego procesu.

W zależności od sposobu uzyskania modelu rozróżnia się modele **teoretyczne**, **empiryczne** i **półempiryczne**.

**Modele teoretyczne** są najbardziej skomplikowane, a wyprowadza się je w oparciu o analizę ilościową wszystkich zjawisk fizycznych towarzyszących procesowi nagniatania. Pomimo ponad czterdziestoletnich badań nad tym procesem obróbki, dotychczas nie udało się opracować dokładnego modelu teoretycznego tego procesu. Trwają natomiast próby opracowania modeli przybliżonych, którymi są sformułowane w przyrostach, dyskretne modele materiałowy i kontaktu, dynamiczne równanie ruchu (uwzględniające wpływ ciepła) i równanie przepływu ciepła (uwzględniające dynamikę procesu). Wykorzystuje się przy tym między innymi rachunek wariacyjny, nieliniową mechanikę ośrodków ciągłych, mechanikę kontaktu, termodynamiczną teorię materia-

łów i metodę elementów skończonych. Modelom teoretycznym procesu nagniatania poświęcone są prace własne autora [3], [4].

W wielu przypadkach praktycznych zastosowań nagniatania nie interesuje nas przebieg zjawisk fizycznych podczas obróbki, lecz stan polioptymalny procesu, dla określonych warunków jego realizacji. Wówczas wygodnie jest proces nagniatania opisać **modelem empirycznym**. Model empiryczny procesu nagniatania stanowi wtedy układ równań określających dokładność wymiarowo-kształtową wyrobu oraz stan powierzchni i stan stref jego warstwy wierzchniej, najczęściej w funkcji parametrów technologicznych obróbki.

Proces nagniatania powierzchniowego traktuje się jako stacjonarny, wieloparametrowy obiekt sterowania. Ogólną postacią matematyczną tego obiektu jest następująca zależność funkcyjna [1]:

$$F(\mathbf{b}, \mathbf{x}, \mathbf{c}, \mathbf{h}, \mathbf{z}) = 0, \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{b} = \{b_0, \dots, b_K\}$  jest zbiorem nieznanymi współczynników (stałe) w modelu matematycznym,  $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_S\}$  jest zbiorem czynników badanych (zmiennych sterowalnych),  $\mathbf{c} = \{c_1, \dots, c_C\}$  jest zbiorem czynników stałych,  $\mathbf{h} = \{h_1, \dots, h_H\}$  jest zbiorem czynników zakłócających,  $\mathbf{z} = \{z_1, \dots, z_Z\}$  jest zbiorem czynników wynikowych.

Zbiór  $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_S\}$  zawiera czynniki badane (zmienne sterowalne), które są od siebie niezależne. Czynniki te w istotny sposób wpływają na czynniki wyjściowe  $\mathbf{z}$ , zaś ich regulacja w trakcie procesu technologicznego nie stanowi problemu. Zbiór tych czynników zależy od odmiany procesu nagniatania (z prądem -  $S=4$  lub bez prądu  $S=3$ ) oraz od sposobu wywierania docisku elementu nagniatanego do przedmiotu. W przypadku nagniatania tocznego z prądem, z elastycznym dociskiem elementu nagniatanego, zbiór  $\mathbf{x}$  stanowią następujące parametry technologiczne:  $x_1 = F_3$  - główna siła nagniatania, [N];  $x_2 = p$  - posuw nagniatania, [mm/obr];  $x_3 = v$  - prędkość nagniatania, [m/s];  $x_4 = I$  - natężenie prądu elektrycznego, [A]; natomiast w przypadku, gdy docisk elementów nagniatających jest sztywny, wówczas główna siła nagniatania nie jest parametrem technologicznym, lecz wielkością wynikową. Parametrem sterowalnym jest głębokość (wcisk) nagniatania ( $g$ ). Zatem  $x_1 = g$ , mm. Pozostałe parametry zbioru  $\mathbf{x}$  nie ulegają zmianie. W przypadku nagniatania bez prądu ( $x_4 = I = 0$ ) zbiór  $\mathbf{x}$  składa się z trzech parametrów.

Zbiór  $\mathbf{c} = \{c_1, \dots, c_C\}$  czynników stałych, stanowiących tzw. niezmiennie warunki badań, ustala się na pewnych wybranych poziomach. W zbiorze tym wyróżnia się następujące podzbiory:

- a) podzbiór parametrów związanych z warunkami obróbki: parametry związane z elementem nagniatającym, parametry związane ze stanowiskiem obróbkowym, początkowe ustawienie elementu nagniatanego, rodzaj czynnika chłodzącego i jego parametry, liczba elementów nagniatających, napięcie prądu roboczego,
- b) podzbiór parametrów związanych z przedmiotem obrabianym,
- c) podzbiór parametrów towarzyszących procesowi obróbki.

Zbiór  $\mathbf{h} = \{h_1, \dots, h_H\}$  czynników zakłócających, które mogą być mierzalne, lecz niesterowalne lub niemierzalne i niesterowalne, stanowią: niejednorodność materiału

przedmiotu, losowe fluktuacje nastawionych parametrów obróbki, losowy charakter chropowatości powierzchni, niekontrolowane zużycie narzędzia, itp.

Zbiorem  $z = \{z_1, \dots, z_L\}$  czynników wynikowych może być zbiór wielkości określających jakość technologiczną lub jakość użytkową wyrobu. Na jakość technologiczną wyrobu składa się podzbiór parametrów związanych ze stanem warstwy wierzchniej i podzbiór parametrów związanych z dokładnością wymiarowo-kształtową.

Zbiór parametrów określających właściwości użytkowe warstwy wierzchniej obejmuje te parametry, które charakteryzują odporność WW na działanie określonych czynników wymuszających i może obejmować: wytrzymałość zmęczeniową objętościową i powierzchniową, odporność na zużycie ściernie, korozyjne, na zacieranie i współczynnik tarcia.

Przy założeniu, że wpływ czynników zakłócających na proces jest nieistotny ( $h \equiv \text{const.}$ ), wobec  $c = \text{const.}$ , model (1) można uprościć do postaci:

$$F(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = 0, \quad \text{przy } c = \text{const.} \quad \text{i} \quad h \equiv \text{const.}, \quad (2)$$

która jest zależnością statystyczną (korelacyjną). W celu określenia jawnej postaci funkcji (2) należy [1,6]:

- Przyjąć klasę modelu matematycznego.
- Wykonać eksperyment zgodnie z opracowanym planem.
- Przeprowadzić analizę statystyczną wyników eksperymentu (eliminacja błędów grubych, analiza jednorodności wariancji w poszczególnych punktach badań).
- Dokonać identyfikacji i analizy modelu (obliczenie współczynników  $\mathbf{b}$ , badanie ich istotności, badanie stopnia dopasowania funkcji do obiektu - istotność współczynnika korelacji wielowymiarowej, badanie adekwatności modelu).

Jawną postacią modelu matematycznego (2) może być wielomian, funkcja wykładnicza lub potęgowa lub też odpowiednia suma tych modeli. Zarówno funkcję wykładniczą jak i potęgową poprzez logarytmowanie oraz po uzupełnieniu interakcji, można sprowadzić do wielomianu o postaci:

$$z = b_0 + \sum b_s x_s + \sum b_{ss} (x_s)^2 + \sum b_{ij} x_i x_j, \quad i, j, s = 1, \dots, S, \text{ lecz } i < j, \quad (3)$$

lub w zapisie macierzowym:

$$z = \mathbf{b}\mathbf{x}. \quad (4)$$

Po unormowaniu zmiennych wejściowych, zgodnie ze wzorem:

$$t_s = (x_s - x_{s0}) / \Delta x_s, \quad s = 1, \dots, S, \quad (5)$$

gdzie  $t_s$  - zakodowana wartość czynnika badanego,  $x_s$  - wartość czynnika w jego naturalnych jednostkach,  $x_{s0}$  - wartość czynnika odpowiadająca podstawowemu centralnemu poziomowi w jednostkach naturalnych,  $\Delta x_s$  - wartość bezwzględna kroku wzdłuż osi  $x_s$  w skali naturalnej,

równanie (3) przyjmuje wówczas postać:

$$z = k_0 + \sum k_s t_s + \sum k_{ss} (t_s)^2 + \sum k_{ij} t_i t_j, \quad i, j, s = 1, \dots, S, \text{ lecz } i < j, \quad (6)$$

lub w zapisie macierzowym:

$$z = kt. \quad (7)$$

Optymalny zbiór współczynników  $k$  tych modeli wyznacza się minimalizując funkcję  $S_R$ :

$$S_R \rightarrow \min!, \quad (8)$$

która w ogólnym przypadku ma postać:

$$S_R = \sum_n W_i [\check{z}_i - z_i(t_{n1}, \dots, t_{nS}; k_0, \dots, k_K)]^m = S_R(k_0, \dots, k_K), \quad n=1, \dots, N, \quad (9)$$

gdzie  $W_i$  jest funkcją wagi,  $\check{z}_i$  są wartościami wyjść obiektu (wartości otrzymane z badań eksperymentalnych, zrealizowanych zgodnie z odpowiednim planem),  $z_i(k, t)$  są wartościami wyjść modelu matematycznego. Dla większości przypadków nagniatania postuluje się, że  $W_i=1$ ,  $m=2$ . Wówczas problem optymalizacji sprowadza się do minimalizacji sumy kwadratów błędów, zaś wektor nieznanych współczynników  $k$  określa równanie:

$$k = (T^T T)^{-1} T^T z, \quad (10)$$

gdzie  $T$  jest macierzą planu eksperymentu,  $(T^T T)^{-1}$  jest macierzą kowariancji,  $z$  jest wektorem średnich wyników pomiarów w poszczególnych punktach planu  $T$  [1].

#### 4. Polioptymalizacja procesu nagniatania

W projektowaniu procesu nagniatania typową jest sytuacja, kiedy należy minimalizować (bądź maksymalizować) jednocześnie wiele kryteriów. Najczęściej rezygnuje się wtedy z prób utworzenia zastępczego kryterium optymalizacji. Mamy zatem zbiór kryteriów  $K_i$  ( $i=1, \dots, I$ ) i dla każdego z nich informację o tym, czy ma być ono jak najmniejsze, czy jak największe. Dane są również warunki ograniczające. Polioptymalizacja procesu sprowadza się wówczas do wyznaczenia zbioru rozwiązań polioptymalnych. Wybór odpowiedniego wariantu wymaga decyzji technologa. Zostanie to przedstawione na przykładzie pięciu kryteriów i sześciu warunków ograniczających.

#### 5. Przykład numeryczny

Obiektem badań polioptymalizacyjnych jest nagniatanie toczne z elektrokontakowym nagrzewaniem z elastycznym dociskiem krążka. Efektem obróbki ma być uzyskanie wymiaru  $\phi 22h7$  oraz ukształtowanie warstwy wierzchniej, której udział nośny liniowy według parametru  $G_{20}$ , bezwzględny przyrost mezotwardości  $\Delta mHV_{0,5}$  i maksymalne naprężenia ściskające  $\sigma_{max}$  będą maksymalne. Przy tym wysokość chropowatości powierzchni powinna wynosić  $R_z \in [0,3; 1,367] \mu m$ . Ze względu na koszty obróbki należy dążyć do maksymalizacji wydajności  $W$  oraz do minimalizacji zużycia energii, czyli do minimalizacji natężenia prądu elektrycznego  $I$ . Zadanie polioptymalizacji sformułowano następująco:

$$\begin{aligned} K_1 &= G_{20} \rightarrow \max! \\ K_2 &= \Delta mHV_{0,5} \rightarrow \max! \\ K_3 &= \sigma_{max} \rightarrow \max! \end{aligned} \quad (11)$$



$$K_4 = I \rightarrow \min!$$

$$K_5 = W \rightarrow \max!$$

przy następujących warunkach ograniczających:

$$\begin{aligned} -21 \leq \Delta d \leq 0, & \quad \mu\text{m} \\ 0,3 \leq R_z \leq 1,367, & \quad \mu\text{m} \\ -2 \leq t_s \leq +2, & \quad s = 1, \dots, 4 \end{aligned} \quad (12)$$

gdzie  $t_s$  jest zakodowaną wartością zmiennej sterowalnej  $x_s$  ( $t_1=(F_3-1541)/674$  - wartość kodowa głównej siły nagniatania,  $t_2=(p-0,3)/0,13$  - wartość kodowa posuwu nagniatania,  $t_3=(v-0,95)/0,3$  - wartość kodowa prędkości nagniatania,  $t_4=(I-450)/75$  - wartość kodowa natężenia prądu elektrycznego).

Wykorzystując program PLANEKS-STAT [2] otrzymano następujące postacie funkcji regresji  $\Delta d$ ,  $G_{20}$ ,  $\Delta mHV_{0,5}$ ,  $\sigma_{\max}$  i  $R_z$ :

$$\begin{aligned} \Delta d &= 27,96 + 1,37t_1 - 2,14t_2 + 0,79t_3 - 1,46t_1t_2 - 1,76t_1^2 - 1,22(t_2)^2 - 1,77(t_4)^2, \\ G_{20} &= 1,924 - 0,269t_1 - 0,251t_3 - 0,278t_4 - 0,252t_2t_4 - 0,285(t_2)^2 - 0,41(t_4)^2, \\ \Delta mHV_{0,5} &= 54,77 + 2,19t_3 + 11,23t_4 + 2,25t_1t_2 - 1,94t_1t_3 + 1,95t_1t_4 - 3,35t_2t_4 + 5,41t_3t_4 + \\ &\quad - 3,94(t_1)^2 - 3,26(t_2)^2 - 3,34(t_3)^2 + 1,02(t_4)^2, \\ \sigma_{\max} &= -415,6 - 55,6t_1 - 23,7t_2 - 53,7t_3 + 26,5t_4 - 46,9t_1t_2 + 26,2t_1t_3 - 24,9t_2t_3 + \\ &\quad - 25,5t_2t_4 + 17,81t_3t_4, \\ W &= 60(0,1235t_2 + 0,09t_3 + 0,039t_2t_3 + 0,285)/(pd), \\ R_z &= 1,607 - 0,367t_1 + 0,166t_3 - 0,154t_4 - 0,069t_1t_2 - 0,052t_1t_3 + 0,196t_1t_4 + \\ &\quad - 0,076t_2t_4 + 0,007t_3t_4 - 0,026(t_1)^2 + 0,038(t_2)^2 - 0,181(t_3)^2 - 0,152(t_4)^2. \end{aligned} \quad (13)$$

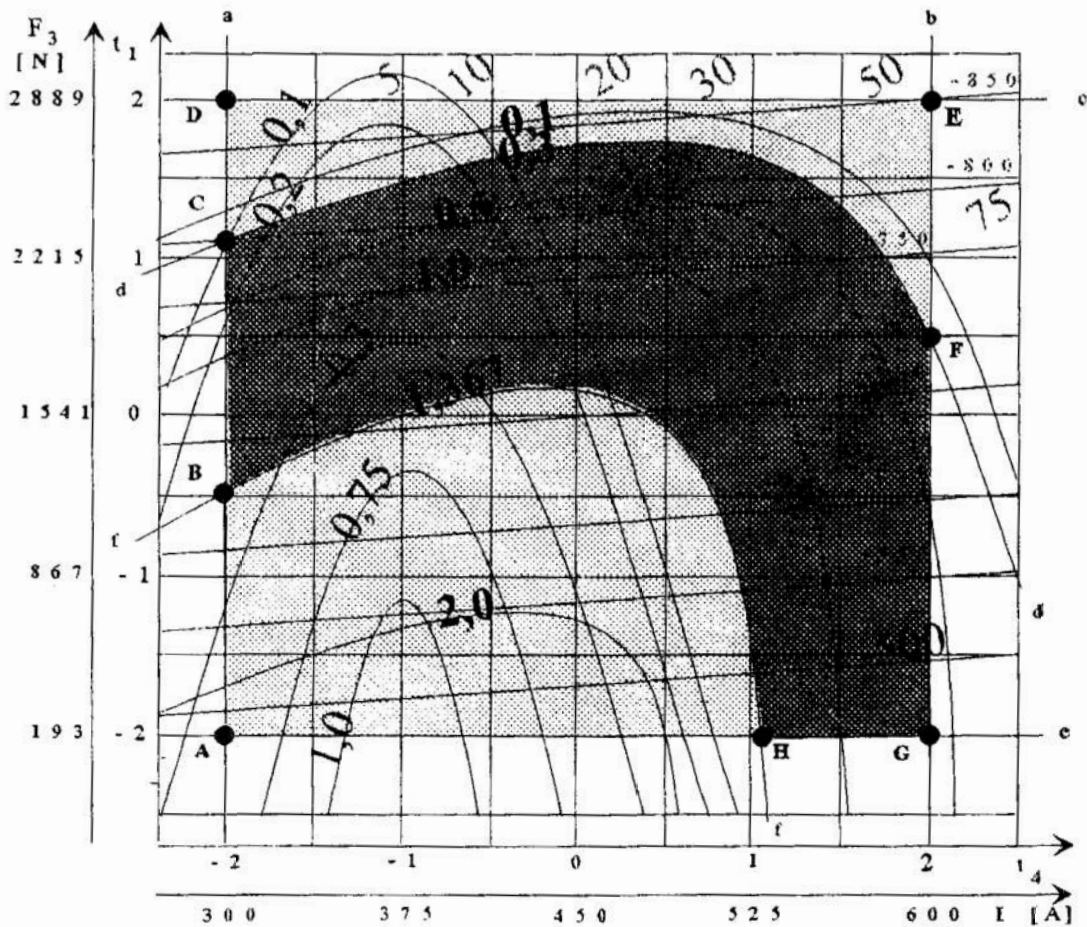
Maksymalną wydajność nagniatania, uzyskuje się wówczas, gdy zarówno posuw nagniatania, jak i prędkość nagniatania będą maksymalne. Przy ograniczeniach (12)<sub>3</sub> mamy:  $t_2=t_3=+2$ , czyli  $p=0,56$  mm/obr i  $v=1,55$  m/s. Zatem maksymalna wydajność wynosi  $W_{\max}=0,829$  m/min. Uwzględniając te wartości w równaniach (13) rozważany problem sprowadza się do następującej optymalizacji czterokryterialnej:

$$\begin{aligned} K_1 = G_{20} &= 0,282 - 0,269t_1 - 0,41t_4 - 0,782(t_4)^2 & \rightarrow \max! \\ K_2 = \Delta mHV_{0,5} &= 32,75 + 0,62t_1 + 15,35t_4 + 1,95t_1t_4 - 3,94(t_1)^2 - 1,02(t_4)^2 & \rightarrow \max! \\ K_3 = \sigma_{\max} &= -670 - 96,2t_1 + 11,1t_4 & \rightarrow \max! \\ K_4 = t_4 & & \rightarrow \min! \end{aligned} \quad (14)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} 0,3 \leq R_z &= 1,367 - 0,609t_1 - 0,292t_4 + 0,169t_1t_4 - 0,026(t_1)^2 - 0,152(t_4)^2 \leq 1,367, \\ -21 \leq \Delta d &= 27,36 - 1,55t_1 + 0,792t_4 - 1,76(t_1)^2 - 1,77(t_4)^2 \leq 0, \\ -2 \leq t_1 &\leq +2, \\ -2 \leq t_4 &\leq +2. \end{aligned} \quad (15)$$

Dla tego przykładu, zbiór wariantów dopuszczalnych w obszarze zmiennych sterowalnych  $t_1$  i  $t_4$ , wyznaczają linie a,b,c,d,e,f, które są graficzną reprezentacją ograniczeń nierównościowych (15). Natomiast zbiór rozwiązań polioptymalnych wyznacza obszar B-C-F-G-H (rys. 2).



- ..... Linie stałego, maksymalnego naprężenia ściskającego  $\sigma_{max}$  [MPa]
- Linie stałego udziału nośnego  $G_{20}$
- Linie stałej chropowatości powierzchni  $R_z$  [ $\mu m$ ]
- ..... Linie stałego przyrostu twardości  $\Delta mHV_{0,5}$

Rys. 2. Zbiór wariantów na płaszczyźnie zmiennych sterowalnych  $I$  i  $F_3$ , dla  $p=0,56$  mm/obr i  $v=1,55$  m/s; a,b,d,e,f - ograniczenia, B-C-F-G-H - zbiór wariantów polioptymalnych

Fig. 2. Set of variants on the plane of controllable variables  $I$  and  $F_3$ , for  $p=0,56$  mm/obr and  $v=1,55$  m/s; a,b,d,e,f - limitations, B-C-F-G-H - set of polyoptimal variants

## 6. Podsumowanie

Projektując proces technologiczny obróbki, w którym występuje nagniatanie z elektrokontaktowym nagrzewaniem, często zachodzi konieczność wyznaczenia stanu polioptymalnego.

W wielu przypadkach praktycznych zastosowań procesu nagniatania wygodnie jest opisać go układem równań regresji, otrzymanych w wyniku identyfikacji obiektu przy zastosowaniu metody analizy czynnikowej. Pomocnym w tym celu może być opracowany program komputerowy PLANEKS-STAT.

Korzystnie jest również przedstawić graficznie zbiór wariantów dopuszczalnych w obszarze zmiennych sterowalnych oraz zbiór rozwiązań polioptymalnych. Ułatwia się wtedy wybór najlepszego rozwiązania dla technologa.

Podany tutaj przykład polioptymalizacji może być z powodzeniem wykorzystany do określenia stanu polioptymalnego lub optymalnego dla innych warunków nagniatania i kryteriów optymalizacji.

### Literatura

1. KUKIEŁKA L.: *Optymalizacja procesu nagniatania powierzchniowego*. Zeszyt naukowy WM nr 13. Wyższa Szkoła Inżynierska, Koszalin, 1988 r., s. 119-146.
2. KUKIEŁKA L., KUSIAK K.: *PLANEKS-STAT - planowanie eksperymentu, statystyczne opracowanie wyników oraz identyfikacja i analiza modelu matematycznego obiektu badań*. Program komputerowy. ETO, WSIInż. Koszalin, 1990.
3. KUKIEŁKA L.: *Wariacyjne sformułowanie modelu procesu powierzchniowego, tocznego nagniatania elektromechanicznego*. Mat. V Konferencji nt: "Technologia obróbki przez nagniatanie". PAN-ART Bydgoszcz, 1992, s. 105÷118.
4. KUKIEŁKA L.: *Przyrostowa analiza procesu nagniatania z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Prace Katedr Wydziału Mechanicznego WSIInż. w Koszalinie w zakresie technologii maszyn. Zeszyt nr 51 z posiedzenia Sekcji Podstaw Technologii KBM PAN, Koszalin, 7.9.1993 r., s. 62÷75.
5. KUKIEŁKA L.: *Teoretyczne i doświadczalne podstawy powierzchniowego nagniatania tocznego z elektrokontaktowym nagrzewaniem*. Monografia Wydziału Mechanicznego Nr 47. Wyższa Szkoła Inżynierska, Koszalin, 1994 r., s. 348.
6. PAJĄK E., WIECZOROWSKI K.: *Podstawy optymalizacji operacji technologicznych*, Warszawa-Poznań, PWN, 1982.

### Streszczenie

W pracy przedstawiono metodykę tworzenia modeli empirycznych procesu nagniatania z elektrokontaktowym nagrzewaniem. Podano sposób wyznaczania optymalnych parametrów tych modeli. Podano sposób polioptymalizacji procesu nagniatania w oparciu o utworzone modele regresji.

## POLYOPTIMIZATION OF THE PROCESS OF SURFACE BURNISHING ROLLING WITH ELECTRIC CURRENT

### Summary

A method for working out the mathematical model of the burnishing rolling with electric current is given based on the experimental studies planned. A method for determination the optymale parameters in this model is detailed. A method polyoptimization of the process of burnishing based on the models is also showed.

**Wojciech MARKS**

## **OPTYMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA KSZTAŁTÓW BUDYNKÓW**

### **1. Wprowadzenie**

Uwzględnienie w procesie projektowania architektonicznego budynków kosztów energii potrzebnej do ich eksploatacji znajduje odbicie w sposobie ich projektowania. Powstaje konieczność znalezienia kompromisu między klasycznymi elementami projektowania, tj. formą, konstrukcją i funkcją, a wymaganiami wynikającymi z wprowadzenia dodatkowego kryterium [6].

Zagadnienia optymalizacji bryły budynków z uwagi na zużycie energii były przedmiotem wielu publikacji. Przykłady zastosowania metod optymalizacji wielokryterialnej do rozwiązywania zagadnień architektonicznych znajdujemy w pracach [4, 7, 8, 11, 12, 13].

Zagadnienie optymalizacji budynków energooszczędnych przedstawił obszernie Owczarek w pracy [10]. Zaprezentował on model zysków energii cieplnej promieniowania słonecznego uzyskiwanych przez okna. W pracy tej optymalizowano opór cieplny przegród zewnętrznych, procent oszklenia ścian przy założeniu stałej geometrii bryły budynku, wymiary liniowe obudowy budynku o podstawie sześcioboku przy zadanych jego kątach oraz azymuty ścian. Rozwiązano także zagadnienie optymalizacji dwukryterialnej kształtu budynku o podstawie sześcioboku na podstawie kryteriów: minimum kosztów materiałów oraz minimum rocznych kosztów energii potrzebnej na jego ogrzewanie.

W pracach [1] i [5] przedstawiono zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej budynków o zadanej objętości i podstawie w kształcie ośmiokąta. Jako kryteria optymalizacji przyjęto minimum kosztów budowy i minimum kosztów rocznej eksploatacji budynku. Zmiennymi decyzyjnymi są długości ścian, wysokość budynku, azymuty ścian, wielkości okien oraz opory cieplne poszczególnych przegród zewnętrznych. W pracy [5] zbadano także wpływ liczby lat użytkowania budynku i parametru określającego kształt jego podstawy na wielkość funkcji użyteczności.

Adamski w pracy [2] sformułował i rozwiązał szczególny przypadek optymalizacji budynku o pionowych ścianach i podstawie opisanej przez dwie dowolne krzywe przyjmując te same kryteria co w pracy [1].

Istnieje ponadto wiele prac przeglądowych, w których zwracana jest uwaga na potrzebę rozwiązania zagadnień wyznaczania kształtów budynków energooszczędnych, np. [3].

W tej pracy przedstawiono sformułowanie zagadnienia optymalizacji bryły budynku na podstawie kryteriów:

- minimum kosztów budowy, obejmujących koszty materiałów i wzniesienia budynku,

- minimum sezonowego zapotrzebowania energii do ogrzewania oraz uzyskane wyniki.

Aby wyznaczone w ten sposób kształty budynków mogły stanowić podstawę dalszych prac projektowych konieczne jest uwzględnienie w postaci ograniczeń wymagań wynikających z funkcji i konstrukcji tych budynków, albo poszukiwanie rozwiązań optymalnych zależnych od pewnych parametrów, które później zostaną określone tak, aby te wymagania były spełnione.

Przedstawiono dwa warianty rozwiązania. W pierwszym przyjęto, że kształt podstawy budynku opisany jest dwiema dowolnymi krzywymi opisującymi stronę południową i północną oraz, że okna od strony południowej opisane są funkcją ciągłą jako procent powierzchni ściany. Zadanie to rozwiązano metodami rachunku wariacyjnego. W drugim wariantcie założono, że budynek ma kształt graniastostupa o podstawie wielokąta i wyznaczono metodami programowania nieliniowego proporcje długości poszczególnych ścian i wysokości budynku oraz azymuty ścian.

## 2. Straty i zyski ciepła przez obudowę budynku

Środowisko fizyczne, w którym znajduje się budynek określone jest przez następujące wielkości:

SD - liczba stopniodni w roku, dzień\*K,

$\theta_1, \theta_2$  - przeciętne sumy całkowitego promieniowania słonecznego padającego w ciągu sezonu grzewczego na płaszczyznę pionową południową, wschodnią lub zachodnią, kWh/m<sup>2</sup>,

$\alpha_1$  - współczynnik wnikania ciepła do przegrody od strony wewnętrznej, W/(m<sup>2</sup>K),

$\alpha_2$  - współczynnik wnikania ciepła do przegrody od strony zewnętrznej, W/(m<sup>2</sup>K).

Budynek traci ciepło przez przegrody zewnętrzne i na skutek wentylacji oraz pozyskuje ciepło promieniowania słonecznego przez przegrody przezroczyste. Różnice strat i zysków ciepła stanowią tę część energii, która musi być dostarczona z zainstalowanego systemu ciepłowniczego. W rozpatrywanym zadaniu uwzględniono tylko te składniki strat i zysków ciepła, które mają istotny wpływ na rozwiązanie, a więc straty ciepła przez ściany, stropy, podłogi i przegrody przezroczyste oraz zyski ciepła z promieniowania słonecznego przez przegrody przezroczyste.

Straty roczne przez ściany, stropy i podłogi wyznaczono na podstawie następującego wzoru

$$E_t = E_s + E_d + E_p = \left[ \left( \frac{A_s}{R_s} + \frac{A_o}{R_o} \right) + \frac{A_d}{R_d} \varphi_d + \frac{A_p}{R_p} \varphi_p \right] 24SD,$$

w którym oznaczono przez:

$A_o, A_s, A_d, A_p$  - powierzchnię ścian, okien, dachu, podłogi,

$R_o, R_s, R_d, R_p$  - opory cieplne ścian, okien, dachu, podłogi,

$$\varphi_d = \frac{t_{dz} - t_{dw}}{t_{sz} - t_{sw}}, \quad \varphi_p = \frac{t_{pz} - t_{pw}}{t_{sz} - t_{sw}},$$

$t_{dz}, t_{sz}, t_{pz}$  - średnia temperatura zewnętrznej strony: dachu, ściany, podłogi,

$t_{dw}, t_{sw}, t_{pw}$  - średnia temperatura wewnętrznej strony: dachu, ściany, podłogi.

Dobowe zyski słoneczne uzyskane przez pionowe okno o azymucie  $\alpha_w$  i powierzchni  $A$  z promieniowania słonecznego o natężeniu  $J$  i azymucie  $\alpha_s$  są równe

$$E_s = A J \cos(\alpha_s - \alpha_w).$$

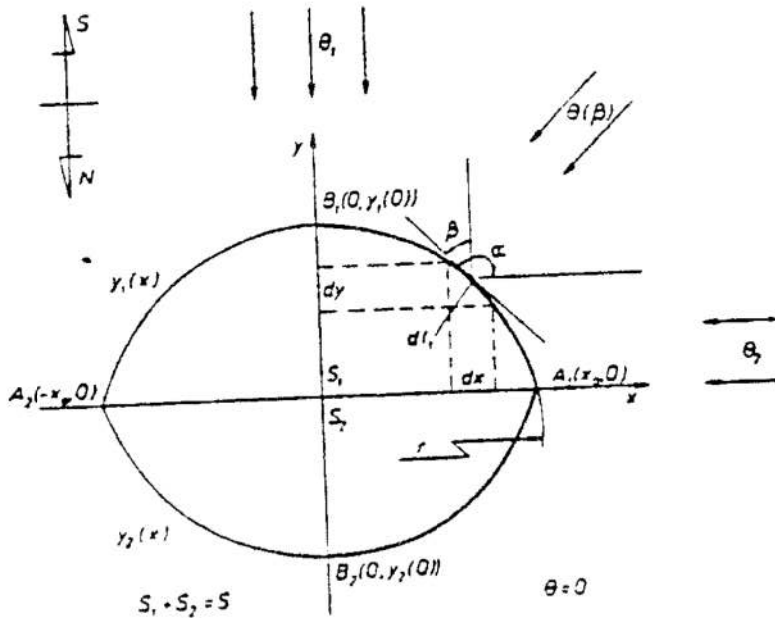
Zyski słoneczne jakie mogą być uzyskane w okresie grzewczym przez  $1 \text{ m}^2$  okna pionowego przyjęto w postaci

$$E_z = f(\theta_1, \theta_2, \beta),$$

przy czym  $\beta$  jest kątem orientującym element długości ściany względem stron świata (rys. 1).

### 3. Optymalizacja budynków o kształtach dowolnych

Do rozważań przyjęto budynek o pionowych ścianach, stałej objętości  $V$  i wysokości  $h$ . Podstawa budynku opisana jest dwiema dowolnymi krzywymi  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$  (rys. 1). Pominięto zyski ciepła przez okna od północnej strony budynku i założono symetrię wzdłuż osi północno-południowej.



Rys. 1. Kształt budynku

Fig. 1. The form of the building

Celem rozważań jest wyznaczenie kształtu krzywych  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$  na podstawie dwóch kryteriów:

- minimum kosztu budowy,
- minimum sezonowego zapotrzebowania energii do ogrzewania budynku.

Funkcję kosztów budowy opisano następującą zależnością [1]:

$$F_1 = 2 \int_{B_1}^{A_1} [(1 - p(x))c_s + p(x)c_o] h dl_1 + 2 \int_{B_1}^{A_1} hc_0 dl_2 + D_1, \quad (1)$$

w której oznaczono przez:

$c_s, c_o$  - koszty  $1 \text{ m}^2$  ściany, okna,

$p(x)$  - stosunek powierzchni okien do powierzchni ściany,

$dl_1, dl_2$  - długości elementów linii  $y_1, y_2$ ,

$D_1$  - inne koszty niezależne od przyjętych zmiennych decyzyjnych.

Funkcję sezonowego zapotrzebowania energii do ogrzewania budynku przyjęto w postaci [1]:

$$F_2 = 24SDc_e \frac{h}{V} 2 \left\{ \int_{B_1}^{A_1} \left[ \frac{1}{R_s} (1-p(x)) + \frac{1}{R_o} p(x) \right] hdl_1 + \int_{B_1}^{A_1} \frac{1}{R_o} hdl_2 \right\} -$$

$$2c \frac{h}{V} \int_{B_1}^{A_1} \theta(\beta) p(x) hdl_1 + D_2,$$
(2)

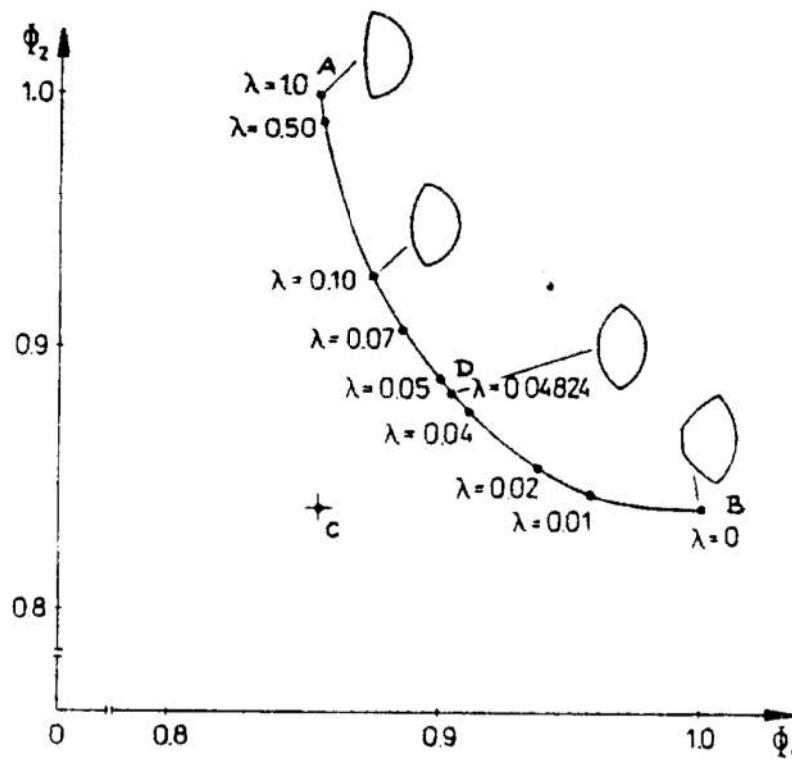
gdzie:

$c_e$  - koszt jednostkowy energii,

$D_2$  - inne koszty niezależne od przyjętych zmiennych decyzyjnych.

Założono, że sumę całkowitego promieniowania słonecznego w ciągu sezonu ogrzewczego można przyjąć w postaci zależności:

$$\theta(\beta) = \theta_1 - \frac{4}{\pi^2} (\theta_1 - \theta_2) \arctg_2 y',$$
(3)



Rys. 2. Zbiór kompromisów, punkt idealny, rozwiązanie preferowane oraz kształty budynków odpowiadające różnym punktom zbioru kompromisów

Fig. 2. The compromise set, the ideal point, the preferable point and the corresponding shapes of the plans of buildings

Zmiennymi decyzyjnymi zadania są funkcje  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$ .

Przyjęto założenia:

1. Funkcje  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$  są ciągle klasy C w przedziale  $\langle 0, x_a \rangle$ .
2. Bryła budynku jest symetryczna względem osi OY:

$$y_1'(0) = 0, \quad y_2'(0) = 0.$$

3. Funkcje  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$  ograniczają obszar o powierzchni  $V/h$ , tzn.:

$$2 \int_0^{x_a} [y_1(x) - y_2(x)] dx = \frac{V}{h}. \quad (4)$$

4. W punkcie o odciętej  $x_a$  funkcje  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$  mają zerowe wartości:

$$y_1(x_a) = y_2(x_a) = 0.$$

5. Procent oszkleńcia ściany południowej  $p(l_1) = \text{const}$ .

Zbiór kompromisów wyznaczono metodą współczynników wagowych, poszukując minimum zastępczej funkcji celu

$$F = \lambda F_1 + (1 - \lambda) F_2, \quad (5)$$

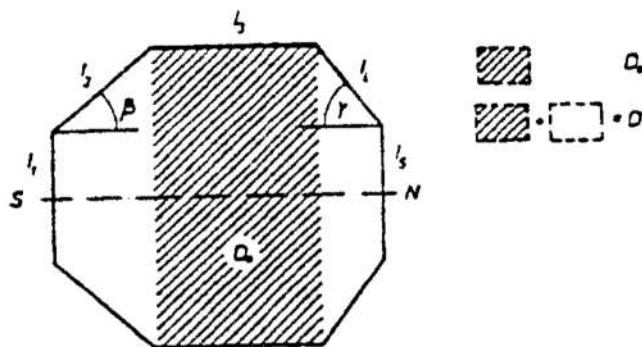
gdzie  $\lambda \in <0,1>$ , przy zachowaniu warunku (4).

Przyjmując następujące dane:  $c_s = 40$  zł.,  $c_o = 400$  zł.,  $c_e = 0,135$  zł/kWh,  $SD = 4000$ ,  $k_s = 1/R_s = 0,72$  W/(m<sup>2</sup>K),  $k_o = 1,6$  W/(m<sup>2</sup>K),  $p = 0,3$ ,  $\theta_1 = 250$  kWh/m<sup>2</sup>,  $\theta_2 = 100$  kWh/m<sup>2</sup>,  $V = 1$  m,  $h = 1$  m, uzyskano rozwiązanie przedstawione na rys. 2. Pokazano na nim zbiór kompromisów, punkt idealny oraz kilka kształtów rzutów budynków odpowiadających różnym wartościom współczynnika  $\lambda$ . Widać zmianę kształtu budynku w zależności od współczynnika  $\lambda$ , który może być interpretowany jako czas użytkowania budynku.

#### 4. Optymalizacja budynków o podstawie wieloboku

Podobnie jak w rozdziale 3 rozpatrzono budynek o pionowych ścianach, objętości  $V$  i wysokości  $h$ . Podstawa budynku ma kształt ośmiokąta (rys. 3). Założono, że budynek jest symetryczny względem kierunku północ-południe. Uwzględniono zyski ciepła od promieniowania słonecznego przez okna usytuowane na ścianach: południowej, południowo-wschodniej, wschodniej, południowo-zachodniej i zachodniej.

Celem opracowania jest wyznaczenie proporcji długości poszczególnych ścian oraz ich azymutów. Ponieważ kształty budynków uzyskane na podstawie rozwiązań podobnych zadań [1, 10] w wielu przypadkach nie mogą spełnić wymagań wynikających z funkcji jakie budynki te mają spełniać wprowadzono dodatkowe ograniczenie dotyczące wielkości pola prostokąta wyodrębnionego z ośmiokąta w sposób pokazany na rys. 3.



Rys. 3. Kształt budynku i oznaczenia

Fig. 3. Shape of the building and notation adopted

Sumę całkowitego promieniowania w ciągu sezonu grzewczego przyjęto w postaci zależności

$$\theta = \theta_1 \cos \beta + \theta_2 \sin \beta.$$



Przyjęto następujące kryteria optymalizacji:

- minimum kosztu budowy

$$F_1 = \sum_{i=1}^5 \ell_i h(1-p_i) c_{si} + \sum_{i=1}^5 p_i \ell_i c_{oi} + B_1, \quad (6)$$

- minimum sezonowego zapotrzebowania energii do ogrzewania

$$F_2 = \left[ \sum_{i=1}^5 \frac{1}{R_{si}} \ell_i h(1-p_i) + \sum_{i=1}^5 \frac{1}{R_{oi}} p_i \ell_i h \right] 24SD \frac{h}{V} c_o - \\ - \left[ p_1 \ell_1 h \theta_1 + 2 p_2 \ell_2 h (\theta_1 \cos \beta + \theta_2 \sin \beta) + 2 p_3 \ell_3 h \theta_2 \right] \frac{h}{V} c_o + B_2. \quad (7)$$

We wzorach tych oznaczono przez:

- $c_o$  - koszt jednostkowy energii,
- $c_s, c_o$  - koszty 1 m<sup>2</sup> ściany, okna,
- $B_1$  i  $B_2$  - inne koszty niezależne od przyjętych zmiennych decyzyjnych.

Zmiennymi decyzyjnymi zadania są:

- długości ścian  $\ell_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,
- stosunki powierzchni ścian do powierzchni okna  $p_i$ ,
- kąty pochylenia ścian południowo-wschodniej i północno-wschodniej do kierunku północ-południe  $\beta$  i  $\gamma$  (rys. 3).

Muszą one spełniać następujące warunki ograniczające:

- warunek zamkniętości wieloboku

$$\ell_1 + 2 \ell_2 \sin \beta - \ell_5 - 2 \ell_4 \sin \gamma = 0.$$

- warunek stałej objętości budynku

$$h \left[ (\ell_1 + \ell_2 \sin \beta) \ell_2 \cos \beta + (\ell_1 + 2 \ell_2 \sin \beta) \ell_3 + (\ell_5 + \ell_4 \sin \gamma) \ell_4 \cos \gamma \right] - V = 0,$$

- warunek dotyczący wielkości pola prostokąta wyodrębnionego z ośmiokąta

$$(\ell_1 + 2 \ell_2 \sin \beta) \ell_3 = D,$$

- ograniczenia dotyczące wymiarów liniowych i kątowych

$$\ell_i \geq 0, \quad 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2},$$

- ograniczenia dotyczące wielkości okien

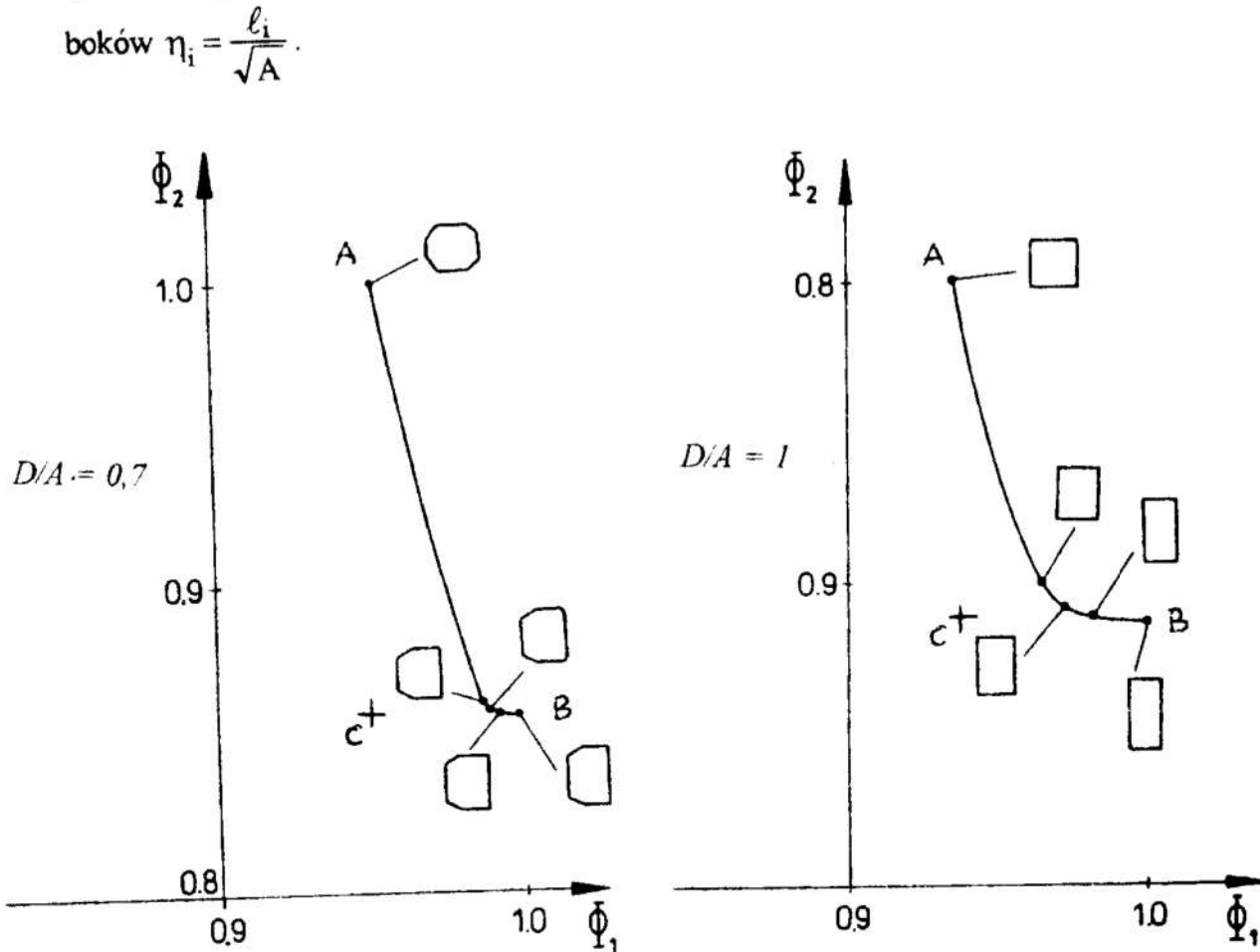
$$p_i \leq p_i \leq p_i, \quad i = 1, \dots, 5.$$

Zagadnienie rozwiązano numerycznie za pomocą systemu CAMOS [9]. Jest to system interaktywny służący do rozwiązywania zagadnień optymalizacji jedno i wielokryterialnej. Pozwala on na rozwiązywanie zadań programowania nieliniowego w przypadku zmiennych decyzyjnych ciągłych i całkowitoliczbowych. Zadania mogą mieć do 10 funkcji celu, 20 zmiennych decyzyjnych, 100 ograniczeń nierównościowych i 15 ograniczeń równościowych.

W przykładzie liczbowym przyjęto następujące dane:  $c_{si} = 27$  zł.,  $c_{oi} = 20$  zł.,  $c_o = 0,025$  zł./kWh,  $SD = 4000$ ,  $k_{si} = 1/R_{si} = 0,75$  W/m<sup>2</sup>K,  $k_{oi} = 2,6$  W/m<sup>2</sup>K,  $p_j = 0,1$ ,  $p_i = 0,4$ ,  $\theta_1 = 350$  kWh/m<sup>2</sup>,  $\theta_2 = 120$  kWh/m<sup>2</sup>,  $V = 1$  m<sup>3</sup>,  $h = 1$  m.

Zadanie to rozwiązano przyjmując kolejno:  $N = 0$  (tylko koszt budowy),  $N = 10, 25, 50$  lat oraz  $N \rightarrow \infty$  (tylko koszt ogrzewania). Przy każdym  $N$  rozpatrywano dwa przypadki

stosunku pola prostokąta D do pola podstawy A (rys. 3), a mianowicie:  $D/A = 0,7$  i  $1,0$ . W obydwu przypadkach wyznaczono zbiór kompromisów i punkt idealny (rys. 4). Na rysunkach tych pokazano także kształty rzutów budynków. Bezwymiarowe długości w boków  $\eta_i = \frac{\ell_i}{\sqrt{A}}$ .



Rys. 4. Zbiór kompromisów, punkt idealny oraz kształty budynków odpowiadające różnym punktom zbioru kompromisów przy  $D/A = 0,7$  i  $D/A = 1$   
 Fig. 4. The compromise set, the ideal point and the corresponding shapes of building plane for  $D/A = 0.7$  and  $D/A = 1$ .

#### Literatura

1. Adamski M., Marks W.: Multicriteria optimization of shapes and structures of external walls of energy conservation buildings, Archives of Civil Engineering, 39, 1, 1993.
2. Adamski M.: Optimization of the form a building with an arbitrary base, Engin. Trans., 42, 4, 1994.
3. Enstrom L.: Energy in the built environment, Swedish Council for Building Research, Stockholm, 1988.
4. Gero J.S., Radford A.D.: The Place of Multi-Criteria Optimization in Design, Design Policy, Royal College of Arts, London 1983.

5. Jędrzejuk H., Marks W., Analysis of the influence of the period of service and shape of buildings on the cost their construction and maintenance, Arch. Inż. Ładow., 40, 3-4, 1994
6. Kłosak D., Kłosak A.: Architektoniczne problemy projektowania budynków energooszczędnych, /w/ Problemy projektowania, realizacji i eksploatacji budynków o niskim zapotrzebowaniu na energię, Kraków-Mogilany 1993.
7. Marks W.: Zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej w projektowaniu budynków energooszczędnych, Zeszyty Naukowe WSI w Zielonej Górze, 88, 1989.
8. Markus T.A.: Cost-Benefit Analysis in Building Design. Problems and Solutions, Journal of Architectural Research, 5 (3), 1976
9. Osyczka A.: Computer Aided Multicriterion Optimization System (CAMOS), International Software Publishers, Kraków 1992.
10. Owczarek, S., Optymalizacja kształtu budynków energooszczędnych o podstawie wieloboku, Studia z Zakresu Inżynierii, Nr. 32, Warszawa 1993.
11. Radford A.D., Gero J.S.: Tradeoff Diagrams for the Integrated Design of the Physical Environment in Buildings, Buildings and Environment, 18, 1980.
12. Radford A.D., Gero J.S., Murthy N.S.: Designing Optimal Multifunctional Surface Materials, ACMSBM, The University of Newcastle, 1982.
13. Radford, A.D., Gero J.S., Cruz N.D., Energy conservative in context the use of multi-criteria decision methods, in: M.J. Coven (ed), Energy Conservation in the Design of Multi-Storey Buildings, Pergamon Press, Sydney, Oxford.

### **Streszczenie**

Wyznaczono optymalne wymiary budynków o podstawie opisanej dwiema dowolnymi krzywymi oraz o podstawie ośmiokąta na podstawie dwóch kryteriów:

- minimum kosztów budowy, obejmujących koszty materiałów i wzniesienia budynku,
- minimum sezonowego zapotrzebowania energii do ogrzewania.

### **MULTICRITERIA OPTIMISATION OF SHAPE OF A BUILDINGS**

#### **Summary**

Determined the optimum dimensions of a buildings. It was assumed that the shape of the plan of buildings was defined by two arbitrary curves or by polygonal. Two following optimizationcriteria have been adapted:

- minimum building costs including materials and construction costs,
- minimum yearly heating energy.

*Powyższa praca została wykonana w ramach projektu badawczego Nr. 7 T07E 01410 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych realizowanego w IPPT PAN.*

## ZASTOSOWANIE TEORII EKSPERYMENTU DO STEROWANIA OPTIMALNEGO SILNIKIEM PRZEKSZTAŁTNIKOWYM

### 1. Wprowadzenie

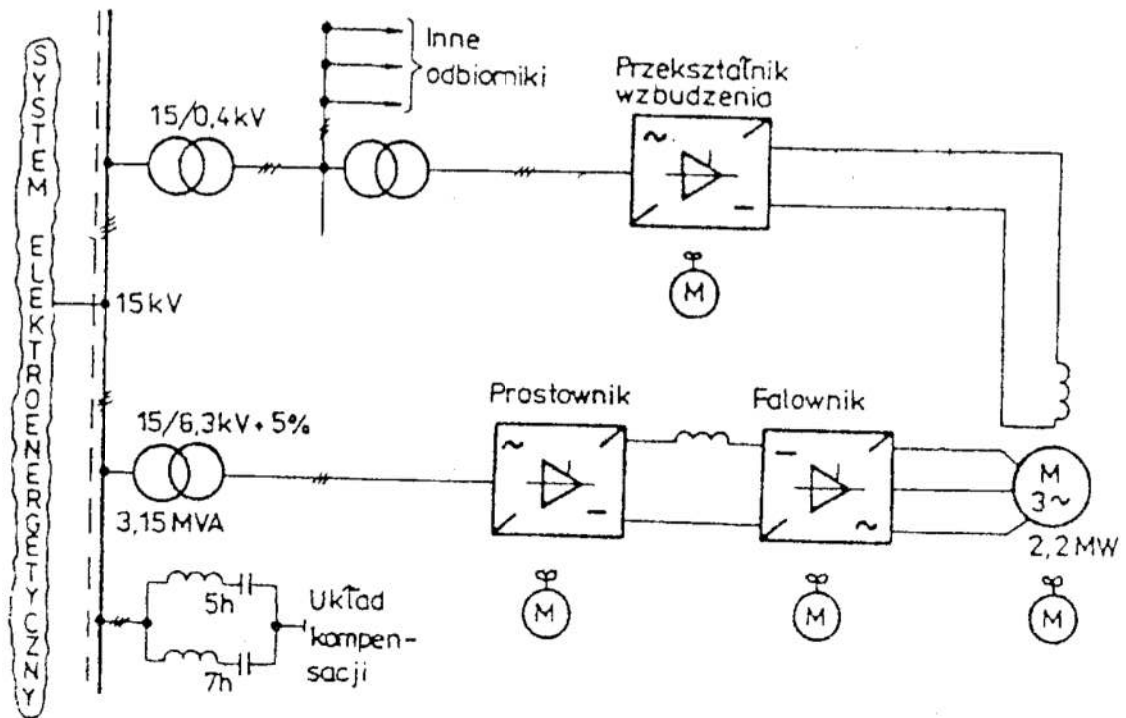
Sterowanie optymalne złożonych układów jest często wynikiem rozwiązania nieliniowych, uwikłanych zależności. Jest problem sterowania optymalnego on-line w warunkach zmieniających się parametrów, zwłaszcza w przypadkach gdy tych parametrów jest wiele. Stosuje się wtedy uproszczenia, które pozwalają linearyzować i rozwikłać równania, a przez to uzyskać analityczne zależności optymalnych sterowań od parametrów [1]. Dokładność takiej optymalizacji w związku z uproszczeniami jest mała. Innym rozwiązaniem jest korzystanie z modelu, przy pomocy którego na bieżąco wylicza się parametry sterowania i wprowadza je do obiektu [1]. Sposób ten angażuje przez cały czas znaczną moc obliczeniową, a jego dokładność zależy od dokładności modelu. Znane są też sterowniki testujące [1], które obserwując zmiany wskaźnika jakości zachodzące pod wpływem permanentnie wprowadzanych do obiektu małych przyrostów sterowania wybierają kierunek na optimum. W tym sposobie powstają jednak trudności związane z czułością w przypadku płaskich optimum. Dobrym rozwiązaniem stosowanym często w ostatnich latach zwłaszcza przy regulatorach rozmytych [2] są wyliczone wcześniej wartości sterowań optymalnych dla różnych zestawów parametrów umieszczone w tablicach przeglądowych (look-up table). Problemem w przypadku wielu czynników uwzględnianych przy sterowaniu jest duża ilość elementów tablicy i konieczność przeprowadzenia wielu eksperymentów (rzeczywistych lub obliczeniowych) dla wypełnienia tablicy. Jawi się potrzeba takiego zorganizowania eksperymentu, aby wymaganą informację o sterowaniu optymalnym przy wystarczającej jej dokładności uzyskać w trakcie badań ograniczających się do kilkunastu, a najwyżej kilkudziesięciu eksperymentów optymalizacyjnych. Jest to możliwe przy wykorzystaniu teorii eksperymentu [3,8], która dzięki odpowiedniemu zaplanowaniu badań i opracowaniu wyników optymalizuje sam proces badania i daje możliwość uogólnionego zapisu analitycznego parametrów sterowania w funkcji parametrów układu oraz określenia adekwatności tego zapisu w odniesieniu do danych doświadczalnych. Mając funkcję analityczną można zrezygnować z tablicy przeglądowej.

Celem artykułu jest znalezienie dobrej aproksymacji optymalnych parametrów sterowania silnika przekształtnikowego w funkcji parametrów układu, takiej aby oddawała ona dostatecznie dokładnie płaskie optima i jednocześnie dawała możliwość łatwej realizacji sterowania w czasie rzeczywistym.

### 2. Sterowanie optymalne w układzie z silnikiem przekształtnikowym

Układ silnika przekształtnikowego (rys.1) zawiera maszynę synchroniczną wraz z komutowanym jej napięciami falownikiem, a także prostownik zasilający obwód pośredniczący. Po stronie zasilania w torze głównym znajduje się transformator i równoległy układ kompensacji oddziaływania na sieć, a w torze wzbudzenia transformator niskiego napięcia i przekształtnik. Ze względu na dużą moc układu optymalizacja statyczna ma na celu minimalizację łącznych strat przy ograniczeniach wynikających z pewności pracy napędu i dobrych jego właściwości dynamicznych.

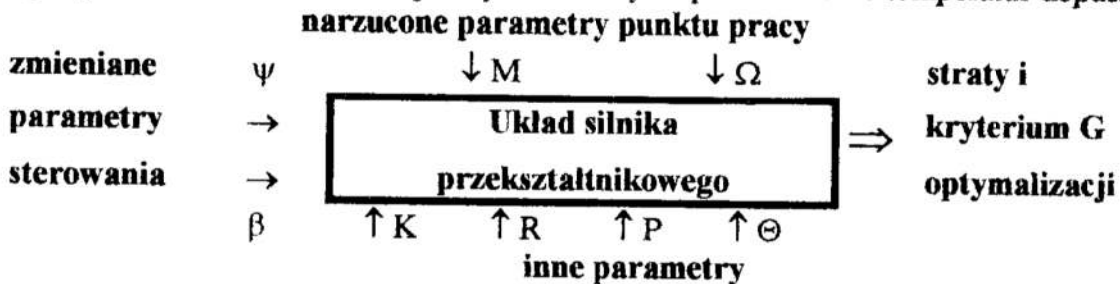
\*Instytut Elektrotechniki Przemysłowej Politechniki Poznańskiej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań,  
E-Mail Muszynski@POZNIV.TUP.EDU.PL



Rys.1. Układ silnika przekształtnikowego dużej mocy z uwzględnieniem zasilania  
 Fig.1. The large power self-commutated synchronous motor drive including supply system

Z punktu widzenia stanu ustalonego (rys.2.) układ ma narzucone współrzędne mechaniczne: moment  $M$ , prędkość  $\Omega$ . Oddziaływanie na układ w celu minimalizacji strat odbywa się za pomocą dwóch parametrów sterowania: strumienia szczelinowego  $\psi$  silnika i kąta  $\beta$  wyprzedzenia falownika [4]. Na obszar dopuszczalnych obciążeń i sterowań, a przez to poziom strat mają wpływ dalsze cztery wielkości. Dwie z nich: minimalny zapas komutacyjny  $K$  i minimalny zapas regulacyjny  $R$  [4] odpowiadają nadrzędnym wymaganiom niezawodnej komutacji falownika i dobrej dynamiki w przypadku przechodzenia do nowego punktu pracy. Pozostałe dwie wielkości to: poziom  $P$  napięcia w sieci zasilającej, w stosunku do znamionowej wartości i temperatura otoczenia  $\Theta$ . Algorytm sterowania dla każdej pary narzuconych parametrów punktu pracy  $M, \Omega$  powinien wybrać, spośród nieskończonej liczby możliwych zestawów takie sterowanie, aby przy narzuconych parametrach  $K, R, P, \Theta$  łączne straty w układzie były minimalne.

Zagadnienie sformułowania odpowiedniego kryterium optymalizacji statycznej dla analizowanego układu rozpatrzono w [5]. Uogólnione kryterium  $G$  ma postać iloczynu łącznych strat w układzie i współczynnika kary za przekroczenie temperatur dopuszczalnych



Rys.2. Schemat układu jako obiektu sterowania w stanie ustalonym  
 Fig.2. The self-commutated synchronous motor as a controlled system

stojana lub wirnika. Współczynnik kary powiązany jest z temperaturami obu części maszyny za pomocą funkcji dwuwykładniczych stanowiących pewną postać krzywej wzrostu Gomperta. Przyjęte kryterium działa selektywnie, tj. minimalizuje straty łączne w układzie, a przy zagrożeniu cieplnym silnika, minimalizuje straty w zagrożonej jego części.

Synteza sterownika wymaga znalezienia takiej zależności między  $\psi$  i  $\beta$  a pozostałymi parametrami  $M, \Omega, K, R, P$  i  $\Theta$  aby wskaźnik  $G$  miał minimalną wartość.

Rys.3 przedstawia przebieg sterowania optymalnego w funkcji pojedynczych parametrów, przy stałych wartościach pozostałych 5 parametrów, wyznaczonego metodą simpleksową optymalizacji [6], przy użyciu modelu cyfrowego układu [7]. Wielkości  $\psi, M, \Omega, P$  odnoszone są do wartości znamionowych, a wielkości  $\beta, K, R$  i  $\Theta$  wyrażone są w jednostkach podanych na rys.3.

### 3. Aparat matematyczny teorii eksperymentu

W matematycznej teorii planowania eksperymentu [3] zmienne niezależne  $V$  przyjęto nazywać czynnikami, a funkcje otrzymane przy ich wariowaniu - powierzchniami odpowiedzi. Najbardziej prawdopodobny przebieg powierzchni odpowiedzi opisuje się równaniem regresji

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n, w_1, w_3, \dots, w_k) \quad (1)$$

którego współczynniki  $w_1, w_2, \dots, w_k$  oblicza się na podstawie danych doświadczalnych stosując metodę najmniejszych kwadratów. Zmienne  $x$  w (1) są unormowanymi wg (10) wartościami czynników  $V$ .

Kryterium bliskości powierzchni aproksymującej  $y$  i aproksymowanej  $Y$  jest minimum sumy kwadratów odchyłeń pomiędzy wartościami  $Y$  z doświadczenia a wartościami  $y$  wyliczonymi dla tych samych punktów wg (1)

$$S_R = \sum_{u=1}^N (Y_u - y_u)^2 = \min \quad (2)$$

gdzie:  $N$  - liczba punktów wg których aproksymowano powierzchnię,  $u$  - numer punktu.

Analiza statystyczna funkcji (1) pozwala ocenić istotność współczynników  $w$  i sprawdzić adekwatność przedstawienia powierzchni  $Y$  tą funkcją. W szczególności pozwala ustalić przedziały ufności dla współczynników  $w$  i dla wielkości  $y$ . Punktem wyjścia do analizy statystycznej jest wariancja  $s_Y^2$  charakteryzująca błąd doświadczenia. Na jej podstawie, za pomocą wzorów zastosowanego planowania, oblicza się wariancje  $s_w^2$  z jakimi wyznaczono współczynniki regresji oraz ich przedziały ufności

$$\Delta w_{\max} = t s_w \quad (3)$$

i ocenia istotność współczynników. Przy tym za istotne uznaje się te współczynniki, dla których zachodzi

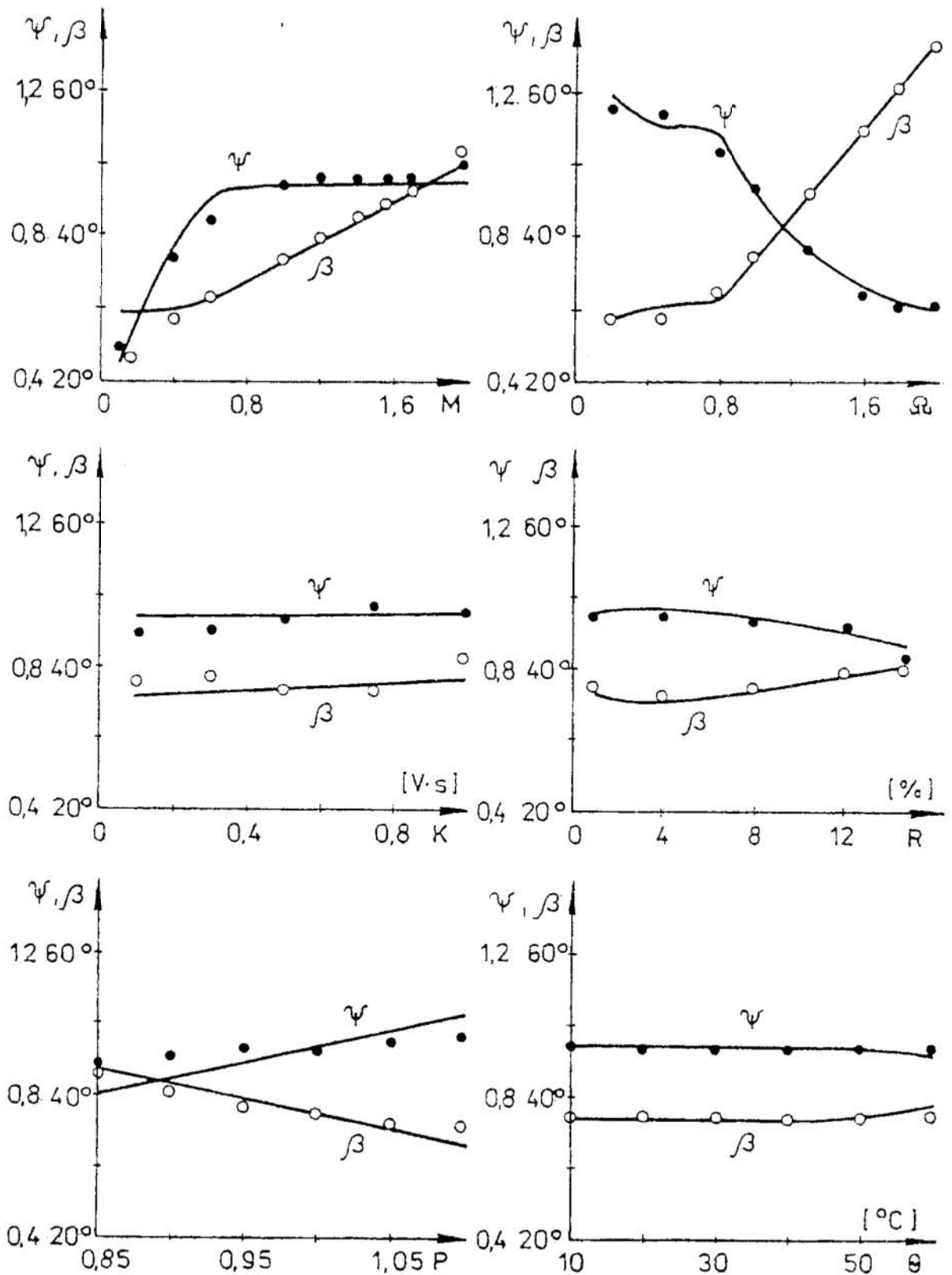
$$|w| \geq \Delta w_{\max} \quad (4)$$

Adekwatność modelu (1) sprawdza się porównując wariancję reszkową  $s_R^2$  i wariancję doświadczenia  $s_Y^2$  przy pomocy kryterium Fishera. Wariancja reszkowa

$$s_R^2 = \frac{S_R}{f_R} \quad (5)$$

jest ilorazem sumy kwadratów dla reszty  $S_R$  (2) i związanej z nią liczby stopni swobody

$$f_R = N - k \quad (6)$$



Rys.3. Sterowanie optymalne  $\psi, \beta$  w funkcji pojedynczych parametrów przy wartościach niezmiennych parametrów wynoszących  $M=1$ ,  $\Omega=1$ ,  $K=0,5$  Vs,  $R=8\%$ ,  $P=1$ ,  $\Theta=40^{\circ}C$  (punktami i kółkami zaznaczono wartości wyliczone z wzorów aproksymujących)

Fig.3. The optimum control  $\psi, \beta$  as a function of the separate parameters at constant values of residual parameters  $M=1$ ,  $\Omega=1$ ,  $K=0,5$  Vs,  $R=8\%$ ,  $P=1$ ,  $\Theta=40^{\circ}C$  (points and circles sign the values from the approximating formulas)

która jest różnicą liczby punktów doświadczenia  $N$  i liczby istotnych współczynników  $k$  w równaniu regresji (1). Równanie (1) adekwatnie opisuje powierzchnię odpowiedzi, gdy wartość obliczeniowa kryterium Fishera jest nie większa od tablicowej

$$F = \frac{s_R^2}{s_Y^2} \leq F_{tabl} \quad (7)$$

Dla adekwatnego opisu zachodzi więc (z prawdopodobieństwem jakie przyjęto przy stosowaniu kryterium Fishera) zależność

$$|y - Y| \leq \Delta Y_{\max} \quad (8)$$

$$\Delta Y_{\max} = t s_Y \quad (9)$$

gdzie

a  $t$  jest wartością zmiennej losowej rozkładu Studenta dla przyjętego prawdopodobieństwa.

Dla uproszczenia obliczeń i interpretacji wyników czynniki w równaniu (1) sprowadza się do wielkości bezwymiarowych za pomocą normowania

$$x = \frac{V - V_{sr}}{\Delta V} \quad (10)$$

gdzie

$$V_{sr} = \frac{V_{\min} + V_{\max}}{2} \quad (11)$$

jest poziomem podstawowym czynnika, a

$$\Delta V = V_{\max} - V_{sr} = V_{sr} - V_{\min} \quad (12)$$

jest przedziałem wariowania.

Przedstawiony aparat matematyczny może być stosowany także w przypadku eksperymentów obliczeniowych, w których jest całkowita powtarzalność wyników. Wariancję  $s_Y^2$  należy wtedy ustalić na podstawie błędów jakie by wystąpiły przy pomiarach w układzie fizycznym. Wyniki obliczeń traktuje się jako jedne z wielu możliwych wartości losowych. W tym przypadku jednak funkcję (1) należy nazywać raczej funkcją aproksymującą.

Tablica 1 Zakresy parametrów i relacje normowania

| Parametr | Zakres zmian                | Relacja normowania          |
|----------|-----------------------------|-----------------------------|
| M        | (0,1÷2) [M <sub>N</sub> ]   | $x_1 = 1,053M - 1,105$      |
| Ω        | (0,2÷2) [Ω <sub>N</sub> ]   | $x_2 = 1,111\Omega - 1,222$ |
| K        | (0,1÷1) [V <sub>s</sub> ]   | $x_3 = 2,222K - 1,222$      |
| R        | (1÷15) [%]                  | $x_4 = 0,1429R - 1,143$     |
| P        | (0,85÷11) [U <sub>N</sub> ] | $x_5 = 8P - 7,8$            |
| Θ        | (101÷60) [°C]               | $x_6 = 0,04\Theta - 1,4$    |

Funkcja (1) nawet przy dużej liczbie czynników może być uzyskana na podstawie stosunkowo niedużej liczby doświadczeń przeprowadzonych wg optymalnych planów eksperymentu czynnego, np. ortogonalnych lub/rotalnych [8].

#### 4. Zapis analityczny sterowania optymalnego

Poszukiwano zależności analitycznych opisujących optymalne parametry sterowania  $\psi$ ,  $\beta$  w funkcji 6 parametrów w obszarze przestrzeni czynnikowej określonej zakresem zmian parametrów, jak w Tablicy 1. Parametry unormowano w przedziale  $\langle -1, +1 \rangle$  przy zastosowaniu relacji z Tablicy 1. Obliczenia prowadzono przy wykorzystaniu programu CADEX:ESDET 2.2 [9] służącego do planowania i analizy statystycznej badań doświadczalnych. Z obawy przed nierealizowalnymi układami planu doświadczeń, które mogą wystąpić przy eksperymentach



czynnych z użyciem standardowych planów, posłużono się indywidualnym planem pokazanym w Tablicy 2. Plan ten nie jest ortogonalny, ani rotalny, badanie miało charakter eksperymentu biernego, w którym bierze się pod uwagę istniejące wyniki. Plan zawiera 70 układów, z których w Tablicy 2 pokazano tylko 8 pierwszych i 8 ostatnich. 36 pierwszych układów wybrano metodą losową w ten sposób, że dla każdego parametru w układzie planu losowano kostką do gry jedną z sześciu dyskretnych wartości równomiernie rozłożonych w przedziale zmian parametru. Przy tym odrzucano układy, dla których nie można było przeprowadzić eksperymentu i losowano zamiast nich nowe. Dla pozostałych 34 układów przyjęto wartości parametrów z już przeprowadzonych badań przekrojowych, na podstawie których wyznaczone były charakterystyki z Rys.3.

Tablica 2 Plan i wyniki eksperymentów oraz niedokładności aproksymacji wyników za pomocą funkcji aproksymujących

| Nr | Układ planu            |                            |           |          |                        |                           | $\psi$ [ $\psi_N$ ] |                |                  | $\beta$ [ $^\circ$ ] |                |                  |
|----|------------------------|----------------------------|-----------|----------|------------------------|---------------------------|---------------------|----------------|------------------|----------------------|----------------|------------------|
|    | M<br>[M <sub>N</sub> ] | $\Omega$<br>[ $\Omega_N$ ] | K<br>[Vs] | R<br>[%] | P<br>[U <sub>N</sub> ] | $\Theta$<br>[ $^\circ$ C] | Ekspe<br>rym.       | Apro-<br>ksym. | Niedo-<br>kładn. | Ekspe<br>rym.        | Apro-<br>ksym. | Niedo-<br>kładn. |
| 1  | 2                      | 3                          | 4         | 5        | 6                      | 7                         | 8                   | 9              | 10               | 11                   | 12             | 13               |
| 1  | 0,1                    | 0,92                       | 0,28      | 15       | 0,95                   | 30                        | 0,451               | 0,441          | -0,010           | 27,4                 | 26,6           | -0,8             |
| 2  | 2                      | 1,28                       | 0,46      | 12,2     | 1                      | 20                        | 0,841               | 0,789          | -0,052           | 68,4                 | 66,4           | -2,0             |
| 3  | 1,24                   | 1,28                       | 0,1       | 1        | 0,85                   | 60                        | 0,747               | 0,742          | -0,005           | 56,1                 | 56,0           | -0,1             |
| 4  | 0,86                   | 1,64                       | 0,64      | 3,8      | 1                      | 20                        | 0,662               | 0,683          | 0,021            | 51,5                 | 50,9           | -0,6             |
| 5  | 0,86                   | 0,56                       | 0,1       | 1        | 1,1                    | 50                        | 0,952               | 1,030          | 0,078            | 32,7                 | 30,6           | -2,1             |
| 6  | 0,1                    | 1,28                       | 0,82      | 15       | 1,05                   | 50                        | 0,440               | 0,461          | 0,021            | 33,2                 | 30,9           | -2,3             |
| 7  | 1,24                   | 1,28                       | 1         | 15       | 0,85                   | 10                        | 0,671               | 0,661          | -0,010           | 67,2                 | 65,7           | -1,5             |
| 8  | 1,62                   | 0,56                       | 0,64      | 15       | 0,95                   | 50                        | 1,244               | 1,192          | -0,052           | 35,1                 | 36,6           | 1,5              |
| 63 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 0,95                   | 30                        | 0,905               | 0,923          | 0,018            | 39,7                 | 38,7           | -1,0             |
| 64 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 1,05                   | 30                        | 0,987               | 0,956          | -0,031           | 35,4                 | 36,7           | 1,3              |
| 65 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 1,1                    | 30                        | 1,034               | 0,965          | -0,069           | 33,8                 | 36,4           | 2,6              |
| 66 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 1                      | 20                        | 0,943               | 0,952          | 0,009            | 37,1                 | 37,5           | 0,4              |
| 67 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 1                      | 20                        | 0,940               | 0,942          | -0,001           | -0,001               | -0,001         | -0,001           |
| 68 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 1                      | 40                        | 0,924               | 0,941          | -0,002           | -0,002               | -0,002         | -0,002           |
| 69 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 1                      | 50                        | 0,940               | 0,940          | 0,940            | 37,2                 | 37,2           | 37,2             |
| 70 | 1                      | 1                          | 0,5       | 8        | 1                      | 60                        | 0,924               | 0,930          | 0,930            | 37,9                 | 37,9           | 37,9             |

Eksperyment obliczeniowy daje całkowicie powtarzalne wyniki. Aby pomimo tego mieć możliwość oceny adekwatności funkcji aproksymujących i istotności ich współczynników, wprowadzono wariancje  $s_\psi^2=0,001296$  [ $\psi_N^2$ ] i  $s_\beta^2=4$  [ $^\circ^2$ ], które odpowiadają realnym błędom średniokwadratowym określenia strumienia  $\psi$  i kąta  $\beta$  wynoszącym odpowiednio 0,036 [ $\psi_N$ ] i 2 [ $^\circ$ ].

Poszukiwano funkcji aproksymujących w postaci wielomianów algebraicznych ze współdziałaniami. W Tablicy 3 zestawiono cztery pierwsze i cztery ostatnie człony wielomianów i wartości współczynników uzyskane po odrzuceniu najmniej istotnych członów. Zestawienie obejmuje obie wielkości sterujące ( $\psi$  oraz  $\beta$ ) zarówno dla wartości unormowanych jak i fizycznych.

Uzyskane wielomiany, składające się z ponad 20 członów, poddano analizie statystycznej, której wyniki zestawiono w Tablicy 4. Wielomiany adekwatnie aproksymują zależność sterowania optymalnego od parametrów, co oznacza, że błąd maksymalny sterowania zgodnie z wzorami (8) i (9) nie przekracza wartości

$$\Delta\psi_{\max} \leq 0,072 \quad [\psi_N] \quad \Delta\beta_{\max} \leq 4 \quad [^\circ]$$

z prawdopodobieństwem wynoszącym 0,95.

Tablica 3 Wielomiany aproksymujące sterowanie optymalne  $\psi, \beta$  w funkcji parametrów układu  $M, \Omega, K, R, P, \Theta$

| Wielomian dla wartości |                  |         |                                      |                  |           |
|------------------------|------------------|---------|--------------------------------------|------------------|-----------|
| unormowanych           |                  |         | fizycznych                           |                  |           |
| Człon                  | współczynnik dla |         | Człon                                | współczynnik dla |           |
|                        | $\psi$           | $\beta$ |                                      | $\psi$           | $\beta$   |
| stały                  | 0,88945          | 41,2601 | stały                                | 7,7151           | 54,594    |
| x1                     | 0,06544          | 13,9383 | M                                    | 0,7958           | 37,694    |
| x2                     | -0,51918         | 26,8861 | $\Omega$                             | -2,313E-2        | 10,065    |
| x3                     | 0,08920          | -2,4699 | K                                    | -0,5021          | 38,369    |
| (x3)(x3)(x3)           | -0,06045         | 4,0009  | (K)(K)(K)                            | -0,6632          | 43,892    |
| (x4)(x4)(x4)           | 0,03160          | -3,3890 | (R)(R)(R)                            | 9,221E-5         | -9,889E-3 |
| (x5)(x5)(x5)           | -0,01204         | -       | (P)(P)(P)                            | -6,1645          | -         |
| (x6)(x6)(x6)           | -0,01357         | -       | ( $\Theta$ )( $\Theta$ )( $\Theta$ ) | -8,685E-7        | -         |

Błąd średniokwadratowy aproksymacji dla całej Tablicy 2 wynosi dla strumienia 0.034 [ $\psi_N$ ] i dla kąta 1,65 [ $^\circ$ ], a błąd przeciętny odpowiednio 0,027 [ $\psi_N$ ] i 1,24 [ $^\circ$ ]. Wartości obliczone wzorami aproksymującymi dla punktów planu 37+70 umieszczono na charakterystykach z rys.3, gdzie widoczna jest duża zbieżność tych wartości z odpowiednimi charakterystykami.

Uzyskane zależności mogą być użyte do bezpośredniego wyliczania parametrów sterowania optymalnego silnikiem przekształtnikowym w funkcji parametrów  $M, \Omega, K, R, P$  i  $\Theta$  w czasie rzeczywistym. Mogą też posłużyć do stworzenia tablic przeglądowych zapisanych w pamięci sterownika dla dowolnie wybranej liczby poziomów każdego parametru.

Tablica 4 Weryfikacja adekwatności funkcji aproksymujących

## 5. Wnioski

Teoria eksperymentu pozwala tak zorganizować badania, aby informację o sterowaniu optymalnym układu uzyskać na podstawie nie-dużej liczby eksperymentów, nawet w przypadku, gdy parametry sterowania optymalnego są funkcjami wielu parametrów układu. Jest możliwość uogólnionego zapisu analitycznego tych funkcji, określenia ich adekwatności i gwarantowanej dokładności. Funkcje aproksymujące mogą być użyte bezpośrednio do wyliczania w czasie rzeczywistym parametrów sterowania optymalnego w funkcji mierzonych i zadawanych parametrów układu lub do przygotowania tablic sterowania w pamięci EPROM sterownika.

| Wielkość statystyczna | Wielomian |           |
|-----------------------|-----------|-----------|
|                       | $\psi$    | $\beta$   |
| $s_Y^2$               | 0,001296  | 4         |
| $f_Y$                 | 100       | 100       |
| $s_R^2$               | 0,001829  | 4,304     |
| $f_R$                 | 45        | 44        |
| $F = s_R^2/s_Y^2$     | 1,41      | 1,08      |
| $F_{obl}(0,05)$       | 1,49      | 1,50      |
| Wynik weryfikacji     | adekwatny | adekwatny |

## Literatura

- [1] Kusko A., Galler D.: Control means for minimization of losses in AC and DC motor drives, IEEE Transactions on Industry Appl., Vol. IA-19, No. 4, July/August 1983, pp.561-570
- [2] Yager R.R., Filev D.P.: Podstawy modelowania i sterowania roznytego, WNT, Warszawa 1995
- [3] Ivobotenko B.A., Ilinskij N.F., Kopylov I.P.: Planirovanije eksperimenta v elektromechanike. Energia, Moskva 1975
- [4] Muszyński R., Kaczmarek T.:Effect of control parameters on the losses in system with self- controlled synchronous motor in steady-state operation, Conference on Modern Control for Power Electronics and Electrical Drives, Łódź - Dobieszów, October 1993, Vol. II, pp. 324 -331
- [5] Muszyński R.: Kryterium uogólnione optymalizacji statycznej silnika przekształtnikowego, XII Ogólnopolska Konferencja "Poliptymalizacja i komputerowe wspomaganie projektowania", Mielno- Koszalin, 1994, str. 107-113
- [6] Muszyński R.: Optymalizacja metodą simpleksów pod kierunkiem mikrokomputerowego programu konwersacyjnego, II Ogólnopolskie Sympozjum "Mikrokomputery w edukacji", Polana Chochołowska, czerwiec 1989r, str. 235-242.
- [7] Dubiński R., Muszyński R.: Program do wyznaczania strat w układzie silnika przekształtnikowego i optymalizacji statycznej sterowania, Sympozjum "Poliptymalizacja i komputerowo wspomaganie projektowanie", Mielno, wrzesień 1993
- [8] Nalimow W.W., Czernowa N.A.: Statystyczne metody planowani doświadczeń ekstremalnych, WNT, Warszawa 1967
- [9] Polański Z., Górecka-Polańska R.: Program CADEX: ESDET2.2, CERMET, Kraków 1992.

### Streszczenie

W artykule przedstawiono zastosowanie teorii eksperymentu do sterowania optymalnego układu z silnikiem przekształtnikowym w stanach ustalonych. Tradycyjna realizacja tego sterowania jest trudna ze względu na dużą złożoność i nieliniowość układu, a przede wszystkim na zależność optymalnych wartości zmiennych sterowania od wielu zmieniających się parametrów. Proponowane podejście polega na wyznaczeniu aproksymacji analitycznej tej zależności na podstawie wyników niedużej liczby eksperymentów opracowanych przy użyciu aparatu matematycznego teorii eksperymentu.

## OPTIMAL CONTROL OF SELF COMMUTATED SYNCHRONOUS MOTOR USING EXPERIMENT THEORY

### Summary

In the paper the application of experiment theory to the optimal control of the system with the self- commutated synchronous motor is presented. The traditional realization of this control is difficult, due to the great complexity and non-linearity of the system and, first of all, due to the dependence of optimal values of control variables on many parameters. The proposed approach relies on obtaining the analytical approximation of this dependence on the base of small number of experiment results elaborated by means of the mathematical apparatus of experiment theory.

## KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE STEROWANIA I POMIARÓW W STANOWISKU DO BADANIA FRETTINGU

### 1. Wstęp

Fretting jest procesem zużywania i uszkodzania warstwy wierzchniej w węzłach, których elementy będące w styku nominalnie nie przemieszczają się względem siebie, doświadczają zaś względnych mikroprzemieszczeń stycznych. Fretting powoduje powstawanie powierzchniowych i podpowierzchniowych pęknięć zmęczeniowych oraz wżerów wypełniających się produktami zużycia (głównie twardymi cząstkami tlenkowymi). Długotrwały, pozorny brak objawów procesu, często skutkuje nagłą utratą zdolności, przy znacznym zaawansowaniu zużywania. Do rozwiniętego zużycia frettingowego często dołączają się inne procesy zużywania. Obserwowany łączny skutek jest w wielu przypadkach utożsamiany z innymi procesami zużywania, z pominięciem frettingu, stąd m. in. słabsza znajomość problematyki frettingu niż innych procesów zużywania trybologicznego. Złożony mechanizm frettingu jest także przyczyną niewystarczającego dotychczas poznania i opisu tego procesu. Złożoność mechanizmu frettingu polega na występowaniu w charakterystycznej sekwencji zasadniczych rodzajów zużywania. Składowe procesy zużywania frettingowego to:

- zużywanie adhezyjne,
- zużywanie utleniające,
- zużywanie ściernie wierzchołkami nierówności,
- gromadzenie się produktów zużycia, które stopniowo oddzielają współpracujące powierzchnie, w obszarze styku, złożem o rosnącej grubości,
- zużywanie ściernie tzw. ziarnem luźnym (produkty zużycia),
- wydostawanie się produktów zużycia z obszarów styku, łączenie się mniejszych obszarów w większe.

Podstawowym źródłem informacji o frettingu są badania stanowiskowe.

### 2. Badania frettingowe

Problemy związane z frettingiem, pojawiające się wielokrotnie w praktyce inżynierskiej, powodują konieczność podejmowania badań doświadczalnych przeprowadzanych na stanowiskach laboratoryjnych, szczególnie nad wpływem czynników powodujących ograniczenie zużywania warstwy wierzchniej.

Każde stanowisko do badań frettingowych składa się z trzech podstawowych zespołów:

- zespołu próbek badawczych (będących w styku),
- zespołu wymuszającego ruch względny próbek,
- zespołu wywierającego obciążenie na badane próbki,

\* Politechnika Gdańska, Wydział Mechaniczny, Katedra Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn  
ul. G. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk, Polska  
tel. (0-58) 47-19-37 lub (0-58) 47-28-08, fax. (0-58) 41-58-21, E-Mail lubn@awas.pg.gda.pl

W zespole próbek badawczych najczęściej jedna z próbek jest nieruchoma i związana z podstawą, natomiast druga jest poruszana przez zespół wymuszający ruch względny. Stosuje się dwa rodzaje geometrii styku próbek :

- styk skoncentrowany
- styk przystający.

Do obciążania próbek o styku skoncentrowanym stosuje się najczęściej układ dźwigniowy z ciężarkiem jako obciążnikiem lub też sam obciążnik ciężarkowy zawieszony lub osadzony na uchwycie próbki. W przypadku styku przystającego (wymagającego dużych obciążeń dla wywołania mierzalnego zużycia) do obciążania próbek stosuje się siłownik hydrauliczny.

Poza wymienionymi zespołami, stanowiska do badań frettingowych są wyposażone w układy pomiarowe oraz oprzyrządowanie specjalne.

### **3. Stanowisko badawcze FRET 3**

#### **Budowa stanowiska FRET 3 (rys.1)**

W Katedrze Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Gdańskiej skonstruowano stanowisko badawcze FRET 3 będące trzecią wersją stanowiska FRET o znacznie zmienionej konstrukcji.

W stanowisku tym zastosowano styk skoncentrowany, w którym walcowa powierzchnia próbki ruchomej styka się z płaską powierzchnią próbki nieruchomej. Do wymuszania oscylacyjnego ruchu względnego próbek zastosowano wibrator elektromagnetyczny. Do wywierania obciążeń użyto obciążnika ciężarkowego zamocowanego do uchwytu próbki ruchomej.

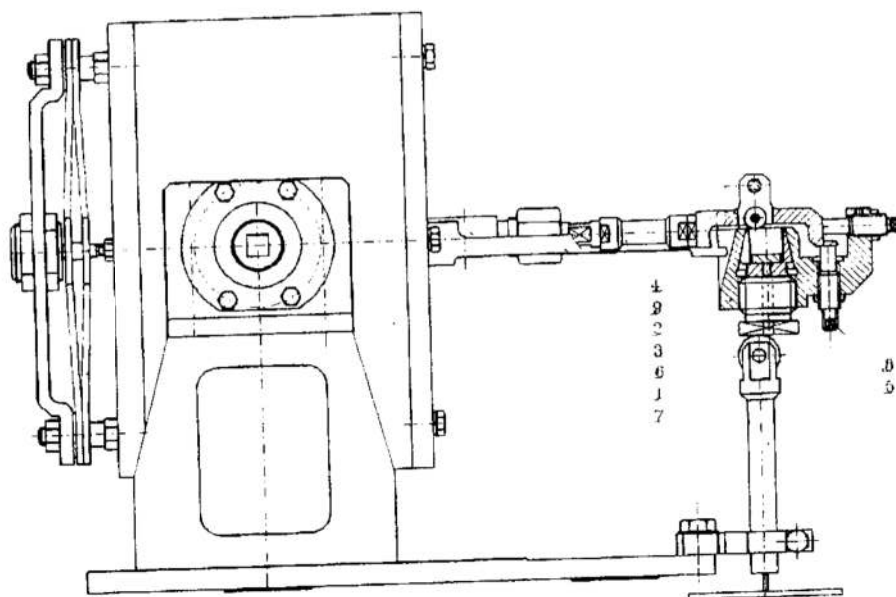
W stanowisku tym ruchoma cylindryczna próbka, styka się z płaską powierzchnią próbki nieruchomej. Przemieszczenia poziome oraz przemieszczenia pionowe próbki ruchomej (górnej) mierzone są przez czujniki indukcyjne. Przemieszczenia pionowe próbki ruchomej względem nieruchomej są miarą liniowego zużycia sumarycznego obu próbek. Wartość amplitudy przemieszczeń próbki górnej jest stabilizowana przez układ ze sprzężeniem zwrotnym, regulujący sygnał generatora drgań..

#### **Układy pomiarowe**

W stanowisku FRET-III mierzone są następujące wielkości fizyczne:

- amplituda przemieszczeń poziomych, która przy pomocy czujnika wiroprowadowego z przetwornikiem zamieniana jest na napięcie elektryczne 4 do 20V ,
- siła tarcia próbek, przy pomocy "zginanego" dynamometru tensometrycznego, z którego sygnał różnicowy podawany jest na wzmacniacz wykonany w oparciu o układ scalony firmy Analog Devices. Siła działająca na przetwornik zamieniana jest na sygnał napięciowy 1 do 5V.
- pionowe przemieszczenie próbki ruchomej mierzone w sposób podobny jak przemieszczenie poziome.

Droga tarcia określana jest pośrednio, poprzez pomiar rzeczywistego czasu pracy stanowiska.



- |  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| 1. Wzbudnica drgań ESE 211                   | 2. Belka 1                           |
| 3. Korpus (uchwyt próbki nieruchomej)        | 4. Uchwyt próbki ruchomej            |
| 5. Podpora                                   | 6. Belka 2                           |
| 7. Stabilizator położenia membrany wzbudnicy | 8. Czujniki indukcyjne przemieszczeń |
|  | 9. Dynamometr                        |

Rys. 1. Stanowiska do badania zużycia frettingowego FRET 3.  
 Fig. 1. Fretting stand FRET 3.

#### 4. Problemy ze sterowaniem i pomiarami w badaniach frettingu

W badaniach frettingowych podstawową wielkością mierzoną jest zużycie badanych próbek wyznaczane najczęściej poprzez profilografowanie ubytków na próbkach. Do wyznaczania zużycia stosuje się obecnie sterowane komputerowo profilografometry, które umożliwiają wyznaczanie zużycia metodą skanowania. Mierzone w stanowisku FRET3 przemieszczenie pionowe próbki górnej względem dolnej jest tylko orientacyjnym wskaźnikiem sumarycznego zużycia obu próbek, nie daje możliwości oceny charakteru zużycia i procesów w nim zachodzących. Zasadniczym sposobem oceny zużycia jest analiza i pomiary ubytków objętościowych na próbkach po ich badaniu.

Podstawowym problemem badawczym jest uzyskanie dużej powtarzalności wyników zużycia frettingowego. W warunkach frettingu powstają ubytki na próbkach wypełniające się stopniowo produktami zużycia co sprzyja losowym zmianom warunków tarcia. Wymagana jest więc dokładna stabilizacja wymuszeń.

Energia tarcia próbek w trakcie badań powoduje wzrost temperatury elementów stanowiska i w konsekwencji przemieszczanie próbki górnej względem dolnej. Ponieważ amplituda przemieszczeń stycznych próbek jest bardzo mała (od kilku do kilkudziesięciu  $\mu\text{m}$ ) niewielkie zmiany położenia próbki górnej wywołane zmianami temperatury znacząco wpływają na dokładność badań. Próby chłodzenia stanowiska nie dały zadowalających rezultatów, dlatego też zastosowano pracę stanowiska w rezonansie co umożliwiło zdecydowane zmniejszenie dostarczanej energii i uniknięcie

kłopotów ze zmianami temperatury. Występujące podczas badań zmiany wartości oporów ruchu wymagają regulacji wartości dostarczanej mocy dla zachowania stałej wartości amplitudy przemieszczeń oraz zachowania rezonansu. Sterowanie mocą stanowiska jak też zachowanie stałej amplitudy są znacznie trudniejsze przy pracy w rezonansie, który okazał się jednak niezbędny dla zapewnienia powtarzalności warunków badań.

Przebieg procesu zużywania we frettingu jest w decydujący sposób uzależniony od wartości amplitudy przemieszczeń względnych stykających się elementów. Utrzymanie stałej wartości amplitudy przemieszczeń jest więc zasadniczym warunkiem zapewnienia dużej dokładności badań zużycia. Utrzymanie stałej wartości amplitudy przemieszczeń wymaga ciągłego pomiaru tej wartości i jej regulacji. Przed wprowadzeniem komputerowego wspomaganie do sterowania stanowiskiem i do rejestracji wyników badań nie udawało się uzyskać zadawalającej dokładności badań.

Wprowadzenie wspomaganie komputerowego do rejestracji wyników badań poza oczywistym znacznym ułatwieniem obróbki, prezentacji i przechowywania danych pozwoliło na zaobserwowanie i analizę zjawisk, których poprzednio nie zauważano. Zapis komputerowy umożliwił zaobserwowanie np. występowania dodatkowych drgań o kierunku prostopadłym do kierunku ruchu próbki górnej. Zapis komputerowy pozwolił także na rejestrację i analizę zmian energii tarcia w pojedynczych cyklach przemieszczeń.

## **5. Cel komputeryzacji**

Podstawowym celem komputeryzacji stanowiska była możliwość sterowanej komputerem stabilizacji wartości przemieszczeń dla zadanej wartości częstotliwości oscylacji.

Drugim celem komputeryzacji było uzyskanie akwizycji danych pomiarowych, czyli siły tarcia i przemieszczeń :

- poziomego (amplituda)
- pionowego (zużycie próbki).

## **6. Komputeryzacja sterowania i pomiarów**

Całość prac związanych z komputeryzacją sterowania i pomiarów dla stanowiska FRET 3 podzielono na etapy :

### **Etap I - automatyzacja akwizycji danych pomiarowych**

Do gromadzenia oraz przetwarzania danych użyto komputera PC. Do komunikacji ze stanowiskiem zastosowano kartę PCL-812 firmy Advantech Co.[2]

Do obsługi rejestracji danych pomiarowych napisany został program XYSCAN.

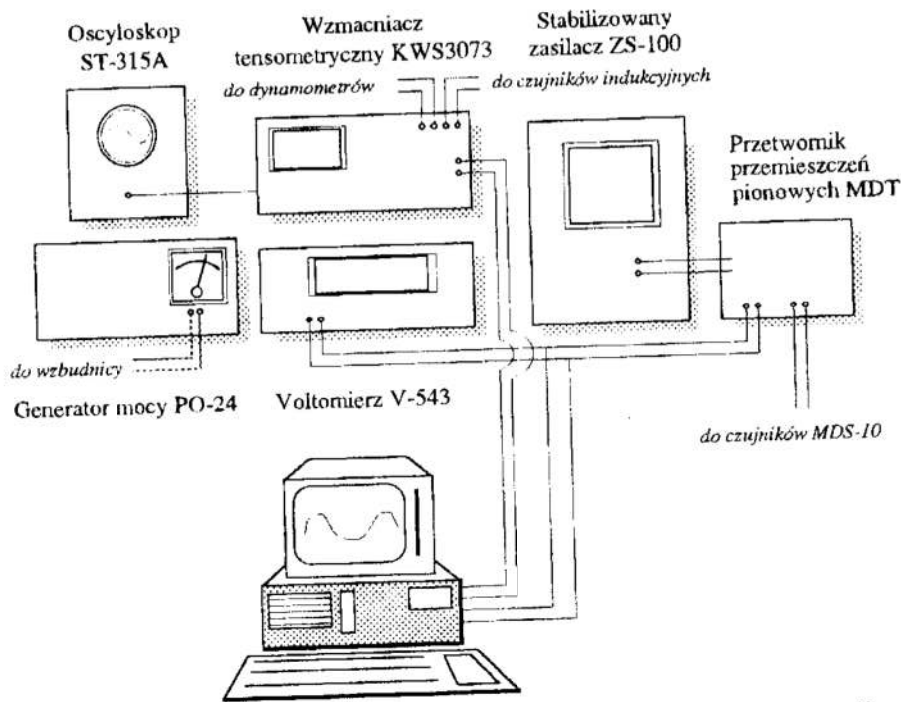
### **Opis programu XYSCAN.EXE.**

Jest to uniwersalny program, przeznaczony do jednoczesnej rejestracji do czterech szybkozmiennych wielkości (częstotliwość próbkowania do 2.5 kHz/4 kanały). W trakcie pracy programu możliwy jest graficzny podgląd mierzonych wartości na monitorze komputera.

Akwizycja przeprowadzana jest z maksymalną szybkością karty, w krótkich paczkach. Użytkownik może dokonać wyboru ilości próbek w paczce, częstotliwości próbkowania oraz odstępu między paczkami. W trakcie pomiaru dane przeliczane są na

jednostki rzeczywiste, zgodnie z funkcjami linearyzującymi, określanymi przez użytkownika i na bieżąco zapisywane na dysku.

Dane z pomiarów można zapisać w kilku popularnych formatach (ASCII, Matlab'a) oraz wewnętrznym formacie programu.



Rys. 2 Układy pomiarowe stanowiska FRET 3 po I etapie komputeryzacji.

Fig. 2 Measuring systems of fretting stand FRET 3 after 1st stage of computerisation.

## Etap II - sterowanie i akwizycja

W II etapie zrealizowano akwizycję wraz ze sterowaniem zapewniającym stabilizację amplitudy drgań próbki ruchomej.

Sterowanie i pomiary wielkości fizycznych zrealizowano w oparciu o szybszą kartę PCL-818H [3].

Do sterowania i akwizycji danych pomiarowych napisany został program XXX

### Opis programu XXX

Zadaniem programu jest sterowanie amplitudą wymuszeń z jednoczesną akwizycją mierzonych wielkości. Przyjęto jako maksymalną wartość realizowanych częstotliwości wymuszeń 200 Hz. Akwizycja dokonywana jest okresowo co 5s. Rejestrowana jest wartość wychylenia oraz dwa dodatkowe parametry (siła tarcia i przemieszczenie pionowe). Dodatkowo, na żądanie użytkownika, w dowolnej chwili może zostać zarejestrowana seria 48 wartości z każdego z czterech obsługiwanych kanałów z maksymalną częstotliwością próbkowania. Wszystkie dane rejestrowane przez program zapisywane są na dysku twardym w formacie Matlab'a.

Program współpracuje ze stopniem mocy sterującym wzbudnicą pracującą w rezonansie mechanicznym o częstotliwości drgań własnych 200 Hz. Praca w rezonansie miała znaczący wpływ na strukturę programu. Zadaniem programu jest kontrola amplitudy wymuszeń bez konieczności ingerowania w częstotliwość drgań.



Jednak specyfika pracy w rezonansie wymusiła sztywne ustalenie częstotliwości pracy wzbudnicy stanowiska FRET 3.

Program rozpoczyna pracę od wykonania procedury zerującej poziomy odniesienia dla kanałów pomiarowych. Następnie program włącza napęd stanowiska i rozpoczyna akwizycję danych pomiarowych i sterowanie stanowiskiem. Głównym zadaniem procedur sterujących jest stabilizacja wartości amplitudy przemieszczeń poziomych próbki ruchomej poprzez sterowanie mocą dostarczaną do wzbudnicy. Stopień mocy sterowany jest impulsami cyfrowymi. W zależności od postaci impulsu steruje próbką do przodu, do tyłu albo nie wykonuje ruchu. Decyzja o tym czy impuls ma być dodatni czy ujemny jest uzależniona od tego czy próbka znajduje się w rosnącej czy malejącej ćwiartce sinusoidy. Ilość impulsów pobudzających (do przodu lub do tyłu) zależy od aktualnego poziomu mocy wypracowanego przez program. Zmiana poziomu mocy może odbyć się każdorazowo po przeanalizowaniu odebranej wartości wychylenia. Poziom mocy zostaje zmniejszony o jeden, gdy przekroczona zostanie graniczna wartość amplitudy. Wzrost poziomu mocy następuje gdy próbka przez ostatnie ćwierć okresu nie osiągnęła założonej amplitudy.

Wadą przyjętego rozwiązania jest zbyt częste zmienianie poziomu mocy dostarczanej do wzbudnicy. Przez to system zachowuje się w sposób mało stabilny. Amplituda uzyskanych drgań ma tendencję do cyklicznych zmian w górę i w dół. Dodatkowe problemy wynikają z trudności w dopasowaniu systemu do częstotliwości rezonansowej układu wzbudnica-próbka. W miarę zużycia próbki i wzrostu temperatury urządzenia część mechaniczna ma tendencję do zmian częstotliwości rezonansowej.

### Etap III - modyfikacja (w realizacji)

Po przeprowadzeniu badań weryfikacyjnych przystąpiono do modyfikacji programu sterującego pracą stanowiska. Zdecydowano się na niezależne opracowanie programów do sterowania i akwizycji (sterowanie - programy FRET 2.0 do FRET 2.22, akwizycja - zmodyfikowany program XYSCAN).

Wstępne badania weryfikacyjne umożliwiały ocenę kolejnych wersji programu sterującego stanowiskiem badawczym.

Efektom tych prac jest program FRET30 realizujący sterowanie i akwizycję danych na stanowisku badawczym FRET 3.

### Opis programu FRET30

FRET30 jest kolejną wersją programu do sterowania i akwizycji danych pomiarowych ze stanowiska FRET 3. Jego głównym zadaniem jest utrzymywanie amplitudy drgań próbki ruchomej na zadanym wcześniej poziomie. Jednocześnie może być prowadzona archiwizacja danych pochodzących z dodatkowych kanałów pomiarowych. Pobieranie danych następuje w równych odstępach czasu ustalonych przez użytkownika przed rozpoczęciem badania, bądź też na jego żądanie w dowolnej chwili. Wyniki zapisywane są na dysk komputera w formacie popularnego programu MATLAB. W trakcie badania dostępne są podstawowe informacje o procesie np. przybliżona częstotliwość pracy napędu, odchyłka amplitudy oscylacji od wartości nominalnej, bieżące wartości odczytane z innych kanałów pomiarowych. Dodatkowo program wyposażony jest w funkcję nadzorującą poprawność pracy napędu, dzięki której może informować użytkownika o nieprawidłowościach, lub w skrajnym przypadku przerwać pracę stanowiska.

Niezbędnym wyposażeniem do uruchomienia programu jest komputer klasy PC-AT386 z kartą przetworników pomiarowych PCL818H oraz zmodyfikowany generator mocy PO-24. Zmiana konstrukcji generatora polega na wprowadzeniu możliwości sterowania mocą wyjściową za pomocą napięcia stałego. Do tego celu wykorzystano transpator sterowany z wyjścia przetwornika cyfrowo-analogowego karty.

Sterowanie mocą napędu zrealizowano w przerwaniu sprzętowym zgłaszanym przez kartę pomiarową. Rozwiązanie takie zmniejszyło znacznie obciążenie programu głównego, co przyczyniło się do poprawy jego efektywności. Głównym problemem, który należało rozwiązać, była skuteczna regulacja wartości amplitudy drgań próbki. Zastosowano w tym celu porównywanie bieżącej wartości amplitudy z zadaniem wzorcem. Znajdowano wartość minimalną oraz maksymalną przemieszczenia w jednym okresie drgań, i obliczano ich różnicę. Dalsze działania programu uzależniono od wielkości różnicy między amplitudą wyznaczoną w bieżącym okresie a wzorcem. Może ona być zakwalifikowana do jednego z czterech przedziałów tolerancji. Jeśli mieści się ona w najwęższym, to przyjmuje się, że odchyłka nie przekracza dopuszczalnych wartości i nie następuje korekcja mocy. Każdy następny przedział umożliwia zmianę mocy wzbudnicy z indywidualnie programowanym krokiem. Ze względu na brak synchronizacji między przerwaniem generowanymi przez kartę a drganiami napędu do określenia, czy jest to maksimum, czy minimum wykorzystywana jest informacja o kierunku zmian wartości chwilowej amplitudy. Zastosowanie tej metody nie wymaga dodatkowego oprzyrządowania w postaci detektora przejścia przez zero i jest skuteczne dla odpowiednio dużych amplitud drgań. W celu zapobieżenia niestabilnościom pracy po każdej modyfikacji mocy wprowadzane jest niewielkie opóźnienie wyłączające na zadany czas regulację w bieżącym przedziale. Wszystkie parametry procedury stabilizacyjnej ładowane są przy starcie programu z pliku tekstowego, co umożliwia łatwe ich modyfikowanie pozwalające na znalezienie optymalnych wartości dla danych warunków pracy.

## 7. Wyniki badań - obróbka i interpretacja

### Obróbka zarejestrowanych danych

Do dalszej obróbki zarejestrowanych danych pomiarowych użyty został program MATLAB, do którego napisano szereg procedur ułatwiających opracowywanie wyników badań.

Obróbka danych sprowadza się do obliczenia (dla każdej paczki /100 pkt. pomiarowych/:

- maksimum (górną obwiednią)
- minimum (dolną obwiednią)
- wartość średnia

Po połączeniu obróbianych wyników dla wszystkich paczek składających się na jeden cykl badań możliwe jest wyznaczenie przebiegu :

- amplitudy oscylacji próbki ruchomej
- rzeczywistej siły tarcia (po uwzględnieniu sił bezwładności)
- przemieszczenia pionowego próbki ruchomej.

Uzyskane wykresy wartości mierzonych umożliwiają analizę porównawczą przebiegu zużycia frettingowego i jego parametrów (siła tarcia, amplituda ruchu,

zużycie liniowe) dla poszczególnych prób.

Dla wybranych paczek danych pomiarowych można wykonywać wykresy zależności siły tarcia od przemieszczenia poziomego próbki ruchomej. Powstała na wykresie pętla histerezy jest obrazem strat tarcia w badanym węźle. Analizowana jest też zmiana strat tarcia w czasie całego cyklu badawczego (wykresy i obliczenia dokonywane w założonych odstępach czasu).

## **8. Podsumowanie**

Na podstawie wstępnych badań weryfikacyjnych można stwierdzić, że rozwiązany został problem sterowania i akwizycji danych na stanowisku badawczym FRET 3. Uzyskano stabilizację amplitudy oscylacji próbki ruchomej w granicach 1%, co jest wartością satysfakcjonującą. W obecnej chwili przeprowadzane są szczegółowe badania weryfikacyjne dla różnych częstotliwości drgań próbki ruchomej.

## **9. Literatura**

- [1] Neyman A. (1993): Studia nad frettingiem. Wpływ struktury węzła styku na zużycie. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Mechanika Nr 69.
- [2] PCL-812 ENHANCED MULTI-LAB CARD "USERS MANUAL" Advantech Corp.
- [3] PCL-818H ENHANCED MULTI-LAB CARD "USERS MANUAL" Advantech Corp.

### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono problemy badawcze związane ze zjawiskiem frettingu oraz potrzebę wprowadzenia wspomaganie komputerowego do sterowania i akwizycji danych pomiarowych. Omówiono budowę i modernizację stanowiska badawczego FRET 3 : konstrukcję, układy pomiarowe, programy do akwizycji danych pomiarowych, programy sterujące pracą stanowiska.

## **COMPUTER AIDED CONTROL AND MEASUREMENT IN TESTING STAND FRET 3**

### **Summary**

Investigation problems connected with fretting wear testing are described in this work. Design of test stand FRET 3 is presented. Computer aided control and measurement of the stand is presented as well. Details of measuring systems and programs for stand control and measure data are described in the paper.

## ZASTOSOWANIE ALGORYTMU GENETYCZNEGO DO OPTIMALIZACJI PRZEKROJÓW POPRZECZNYCH KRATOWNICY

### 1. Wprowadzenie

Algorytmy genetyczne (AG) zaproponowane zostały przez Johna Hollanda w 1975 r. [12]. Od tego czasu używane są one z sukcesem w genetyce i ostatnio także do rozwiązywania różnych problemów optymalizacyjnych związanych między innymi z projektowaniem konstrukcji inżynierskich. Zaliczane one są do metod losowego przeszukiwania zbioru rozwiązań, które prowadzone są nie z pojedynczego punktu, lecz z pewnej jej populacji [2].

Pierwsze zastosowanie metody genetycznej do projektowania kratownic zostało przedstawione przez Goldberga i Samtaniego w 1986 r. [8]. Rozpatrywali oni 10-cio prętową kratownicę dla której optymalizowano przekroje elementów przy założonych ograniczeniach na naprężenia. Przeprowadzone trzy niezależne rozwiązania z losowymi populacjami początkowymi dały 2% różnice w stosunku do rozwiązania uzyskanego metodami gradientowymi. Optymalne projektowanie konstrukcji kratowego przekrycia z zastosowaniem AG przedstawia praca Jenkinsa [13]; większych kratownic - praca Lin i Hajela [15], którzy użyli dyskretnych zmiennych decyzyjnych dla znalezienia minimum ciężaru z ograniczeniami na przemieszczenia i naprężenia. Podobnie zastosowano AG w pracy Rajeeva i Krishnamoorthy [18].

Sakamoto i Oda [20] rozpatrując analizę topologiczną kratownicy wprowadzili hybrydową technikę polegającą na połączeniu algorytmu genetycznego użytego do planowania kratownicy i prostej metody gradientowej dla wymiarowania samych przekrojów elementów. Użyty przez nich genetyczny łańcuch dla optymalizacji topologii zawiera pojedyncze bity dające informacje o prętach w układzie. W wielu pracach użyto podobnego podejścia w analizie optymalizacyjnej konstrukcji z zastosowaniem rozwiązań genetycznych [6,7,17].

Gage, Kroo i Sobieski [6] przedstawiają rozwiązania dla kształtowania kratownicy na siatce węzłów  $3 \times 3$  przy danym obciążeniu dwóch węzłów stosując populację o długości 100 bitów i obliczeniach wykonanych dla 30 generacji. Drugim przykładem jest kratownica Michella dla której przyjęto siatkę węzłów  $7 \times 5$ , co dało ciąg kodowy o długości 595 bitów, a populację rzędu kilkuset tysięcy. Kratownice odpowiadające chromosomowi początkowemu miały średnio po 297 prętów. Uzyskano rozwiązanie (ciężar konstrukcji) różniące się o 15% od rozwiązania ścisłego, a optymalna kratownica składa się z 18 prętów. Zastosowali oni algorytm genetyczny ze zmiennymi złożonymi. Poprzez pokazane rozwiązania wskazują na algorytmy genetyczne jako ważne nowe narzędzie dla projektowania topologii kratownic. Rajan [17] przedstawia analizę 6 i 14 węzłowych kratownic w zakresie optymalizacji wymiarowej, kształtu i topologii. Autor rozważa także wpływ na rozwiązania zmian poszczególnych elementów projektowania.

Można wyróżnić trzy podstawowe typy projektowania kratownic. Najprostrzy polegający na wymiarowaniu przekrojów poprzecznych elementów dla ustalonego typu kratownicy. Kształtowanie, które wymaga już dodania zmiennych związanych z lokalizacją węzłów i projektowanie z uwzględnieniem topologii wymagające analizy różnego układu prętów kratownicy. Typ zmiennych decyzyjnych określa typ problemu optymalnego projektowania.

W przypadku wymiarowania prętów zmiennymi decyzyjnymi są pola przekrojów poprzecznych elementów kratownicy, które mogą być zmiennymi ciągłymi lub dyskretnymi. Rozwiązanie tego problemu z zastosowaniem AG przedstawiło wielu autorów, np. Arora i Thanedar [1], Fluery i Schmit [5], Rajeev i Krishnamoorthy [18].

W problemach optymalnego kształtowania konstrukcji zmienne decyzyjne związane są ze zmianą położenia węzłów.

Dla konstrukcji dyskretnych jakimi są kratownice problem optymalizacji topologii sprowadza się do rozważań jak węzły są połączone ze sobą, jak wiele węzłów przyjąć oraz jak one będą podparte. Zmienne boolowskie przyjmuje się tu dla określenia obecności czy nieobecności pręta w konstrukcji. Wartość zerowa bitu oznacza, że dany pręt nie będzie rozpatrywany podczas analizy konstrukcji czy wyznaczania wartości funkcji celu.

Tradycyjne optymalne projektowanie konstrukcji można określić jako znalezienie  $X \in R^k$ , minimalizującego  $f(X)$ , spełniającego ograniczenia  $g_i(X) \leq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$

$$x_j^D \leq x_j \leq x_j^G, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

gdzie:  $X$  - wektor zmiennych decyzyjnych;  $f(X)$  - funkcja celu;  $g_i(X)$  - wymagane ograniczenia;  $x_j^D$  i  $x_j^G$  - przyjęte dolne i górne wartości zmiennych decyzyjnych.

Funkcją celu może być ciężar, objętość czy odpowiedź konstrukcji taka jak np. minimalne przemieszczenie.

Funkcja celu w przypadku analizy ciężaru konstrukcji ma postać

$$f(X) = \sum x_j L_j c_j \quad (2)$$

gdzie:  $x_j$  - powierzchnia przekroju elementu  $j$ ;  $L_j$  - długość elementu. Dla obliczenia funkcji celu którą jest objętość przyjmujemy  $c_j = 1$ ; dla ciężaru zaś równe  $\rho_j g$ , gdzie:  $\rho_j$  - masa właściwa materiału z którego wykonany jest element,  $g$  - przyspieszenie ziemskie.

Wymagane ograniczenia związane są z naprężeniami normalnymi, przemieszczeniami węzłów, statecznością prętów, częstotliwością drgań. Ograniczenie związane z nieprzekroczeniem naprężeń osiowych w elementach ma postać

$$g_i = |\sigma_x|/\sigma_a - 1 \leq 0 \quad (3)$$

gdzie:  $\sigma_x$  - naprężenia normalne w elementach kratownicy; a  $\sigma_a$  - naprężenia dopuszczalne w elemencie.

Ograniczenie na przemieszczenia ma postać

$$g_i = |w_j|/w_a - 1 \leq 0 \quad (4)$$

gdzie:  $w_j$  - przemieszczenie węzła, a  $w_a$  - dopuszczalne przemieszczenie węzła.

Ograniczenie związane z eulerowskimi naprężeniami krytycznymi dla

sprężystego wyboczenia pręta kratownicy

$$g_i = \sigma_x / (\pi^2 E \beta A / L^2) - 1 \leq 0 \quad (5)$$

gdzie:  $I = \beta A^2$  przedstawia zależność pomiędzy momentem bezwładności a powierzchnią przekroju poprzecznego przy stałej wartości  $\beta$ .

## 2. Zastosowanie algorytmu genetycznego

Istotnym elementem charakteryzującym algorytm genetyczny jest kodowanie zmiennych określających problem. Polega ono na transformacji zmiennych na binarne łańcuchy o określonej długości. Długość binarnego ciągu  $m_j$  reprezentującego zmienną  $x_j$  i zapewniającego żadaną liczbę miejsc znaczących rozwiązania  $p_j$  wyznaczamy z następującej nierówności

$$2^{m_j-1} - 1 \leq (x_j^G - x_j^D) \cdot 10^{p_j} \leq 2^{m_j} - 1 \quad (6)$$

Zmienne decyzyjne można podzielić na trzy typy: boolowskie, całkowite oraz ciągłe. Zmienna boolowska wymaga tylko łańcucha o długości jeden, związana jest to z przyjmowaną przez nią wartością równą 0 lub 1. Zmienne rzeczywiste będą reprezentowane przez łańcuch  $m$  bitowy, gdzie ilość bitów oblicza się rozwiązując równanie (6). Liczbę bitów potrzebną do przedstawienia zmiennej całkowitej oblicza się z równania (6) przyjmując  $p = 1$ .

Dla zadań zależnych od wielu zmiennych powstają w wyniku kodowania łańcuchy o różnych długościach zależnych od typu zmiennych. Łańcuchy genów łączymy w *chromosomy* ( $x$ ).

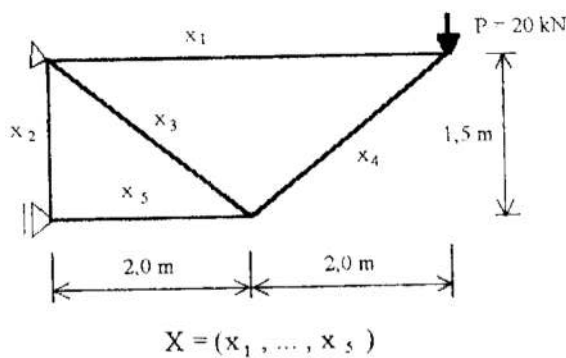
Rozpatrzmy optymalizację kratownicy przedstawionej na rys.1 obciążonej siłą skupioną  $P=20$  kN. Jako zmienne decyzyjne przyjęto pola przekrojów poprzecznych prętów, które zmieniają się w granicach od  $x_j^D = 2,00$  cm<sup>2</sup> do  $x_j^G = 26,00$  cm<sup>2</sup>.

Zakładamy dokładność rozwiązania w postaci dwóch miejsc znaczących dla każdej zmiennej  $x_j$ . Obliczając wg wzoru (6) otrzymujemy, że zmienne będą reprezentowane przez łańcuch binarny o długości równej  $m=8$ . Konstrukcja składa się z 5 prętów, a więc chromosom (ciąg kodowy)  $X^k$ , kodujący rozwiązanie będzie łańcuchem binarnym o długości  $5 \times 8 = 40$  bitów.

Jako ograniczenia rozwiązania przyjęto funkcje na naprężenia (3) przy przyjętej wartości  $f_d = 215$  MPa, a

funkcje celu w postaci (2) obliczającą sumaryczną objętość elementów.

Zbiór chromosomów o określonej liczności nazywamy *populacją*. W zależności od wielkości zadania przyjmuje się wymiar populacji. W ramach populacji przyjmuje się, że chromosomy są o tej samej długości. W etapie początkowym algorytmu tworzy się mechanizm generacji populacji początkowej, który oparto na losowym obliczaniu wartości genów chromosomów, tab.1, kol.2.



Rys. 1. Przykład optymalizowanej kratownicy

Fig. 1. Example of optimization truss

Tablica 1

| Nr | GENERACJA k = 0                            |                  |         | GENERACJA k = 1 |  |                  |
|----|--|------------------|---------|-----------------|--|------------------|
|    | Chromosom $X_i^0$                          | Funk. $f(X_i^0)$ | Rodzice | Pkt k/          | Chromosom $X_i^1$                          | Funk. $f(X_i^1)$ |
| 1  | 2  | 3                | 4       | 5               | 6  | 7                |
| 1  | (1000101010111110000101111100110000111100) | 16 848           | 9,6     | 6/0             | (0001011011010101010111110101000010101001) | 13 639           |
| 2  | (001010111010100001011111010100010101001)  | 15 859           | 9,6     | 6/0             | (1110100101010101010111010101001000001111) | 16 875           |
| 3  | (1010100101101010100010111110101010000111) | 21 672           | 2,8     | 6/0             | (0010100111100000110101000010111101010100) | 14 887           |
| 4  | (1110100101010001010101101001011001110000) | 20 075           | 2,8     | 6/3             | (111000111010100001011111010100010101001)  | 22 799           |
| 5  | (0001010010110110101010101010011110101001) | 16 931           | 3,6     | 4/0             | (1010101011010101010111110101000010101001) | 19 211           |
| 6  | (11101010101010101011110101000010101001)   | 21 613           | 3,6     | 4/8             | (111010111101010101011110101000010101001)  | 21 633           |
| 7  | (000010001110101010111010101010000011100)  | 13 051           | 2,3     | 2/0             | (0010100101101010100010111110101010000111) | 16 865           |
| 8  | (1111000111100000110101000010111101010100) | 22 406           | 2,3     | 2/0             | (101010111010100001011111010100010101001)  | 20 687           |
| 9  | (00010101010101010111010101001000001111)   | 8 891            | 8,9     | 5/0             | (1111010101010101010111010101001000001111) | 17 330           |
| 10 | (111011101001011100010101000011101011111)  | 16 229           | 8,9     | 5/0             | (0001000111100000110101000010111101010100) | 13 983           |

W celu uzyskania szybszej zbieżności algorytmu można w populacji początkowej pewnym chromosomom nadać wartości znanych już rozwiązań dla podobnych zadań.

Reprezentacją postaci rozwiązań w teorii AG są binarnie kodowane chromosomy, które w etapie końcowym ulegają rozkodowaniu według następującego wzoru:

$$x_j = x_j^D + decimal(ciąg\_binarny_2) * (x_j^G - x_j^D) / (2^m - 1) \quad (7)$$

Miara w jakim stopniu chromosom rozwiązuje dany problem są tzw. funkcje przystosowania  $F(X)$ , które przyjmują zawsze wartości nieujemne. W AG zakłada się, że rozwiązywanym zadaniem jest problem znalezienia maksimum tej funkcji. Dlatego też w zadaniach optymalizacyjnych znalezienie minimum funkcji  $f(X)$  transformujemy w sposób następujący :

$$\begin{aligned} \min f(X) &= \max \{-f(X)\} = \max \{F(X)\}, \text{ lub} \\ \max F(X) &= \max \{C-f(X)\}, \end{aligned} \quad (8)$$

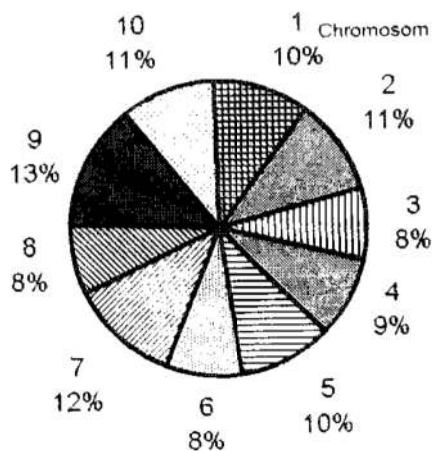
gdzie: C - maksymalna wartość funkcji celu. W pracy zastosowano postać drugą.

Obliczone wartości funkcji celu po rozkodowaniu wg wzoru (7) pokazano w tab.1 w kol.3. Jak widać w populacji początkowej najlepszym chromosomem jest  $X_6^0$ .

Kolejnym istotnym etapem jest selekcja chromosomów, które staną się "rodzicami" nowo tworzonej populacji "potomków", rys.2. Zastosowano metodę selekcji za pomocą ważonego koła ruletki. Dla każdego chromosomu przydzielono kolejno wycinek koła  $A_i$ , rys.3, obliczony zgodnie ze wzorem

$$A_i(X_i^k) = \frac{F(X_i^k)}{\sum F(X_i^k)} * 100\% \quad (9)$$

Wycinek ten jest więc miarą prawdopodobieństwa wylosowania danego chromosomu. Następnie losuje się liczby z przedziału [0,100], tab.2,kol.2. które wskazują konkretne chromosomy przeznaczone do reprodukcji, kol.3. Utworzony zbiór chromosomów w drodze losowej ma tą samą licznosc co populacja początkowa. W celu wyznaczenia rodziców, które poddane zostaną operacji krzyżowania, losujemy 10 liczb z przedziału [0,1], tab.2, kol.4.



Rys.2. Koło ruletki dla generacji początkowej  
Fig.2. The weighted-roulette-wheel for the initial generation

Tablica 2

| Lp | Liczby losowane | Popul. rodziców | Liczby losowane | Chrom. do krzyż. |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 1  | 2               | 3               | 4               | 5                |
| 1  | 87,7            | 9               | <b>0,057</b>    | <b>tak</b>       |
| 2  | 61,8            | 6               | <b>0,098</b>    | <b>tak</b>       |
| 3  | 25,0            | 3               | <b>0,176</b>    | <b>tak</b>       |
| 4  | 12,0            | 2               | 0,802           | nie              |
| 5  | 28,8            | 3               | 0,971           | nie              |
| 6  | 13,8            | 2               | 0,617           | nie              |
| 7  | 18,3            | 2               | <b>0,419</b>    | <b>tak</b>       |
| 8  | 26,2            | 3               | <b>0,239</b>    | <b>tak</b>       |
| 9  | 7,6             | 1               | 0,959           | nie              |
| 10 | 78,1            | 8               | <b>0,168</b>    | <b>tak</b>       |

Przyporządkujemy liczby kolejnym chromosomom i w przypadku gdy jest ona mniejsza od założonego prawdopodobieństwa krzyżowania  $p_k = 0.6$ , dany chromosom przeznaczony jest do krzyżowania. Wybrane do krzyżowania chromosomy losowo łączymy w pary, tab.1, kol.4. Dla każdej pary losujemy punkt krzyżowania, kol.5. Krzyżowanie jest zasadniczym mechanizmem wprowadzającym nowe elementy projektowe do populacji. Najprostrzym krzyżowaniem jest krzyżowanie jednopunktowe, zastosowane w pracy, w którym dla wylosowanego punktu krzyżowania następuje wymiana genów między rodzicami dla uzyskania dwóch potomków. Można także stosować krzyżowanie wielopunktowe poprawiające w wielu przypadkach efektywność algorytmu.

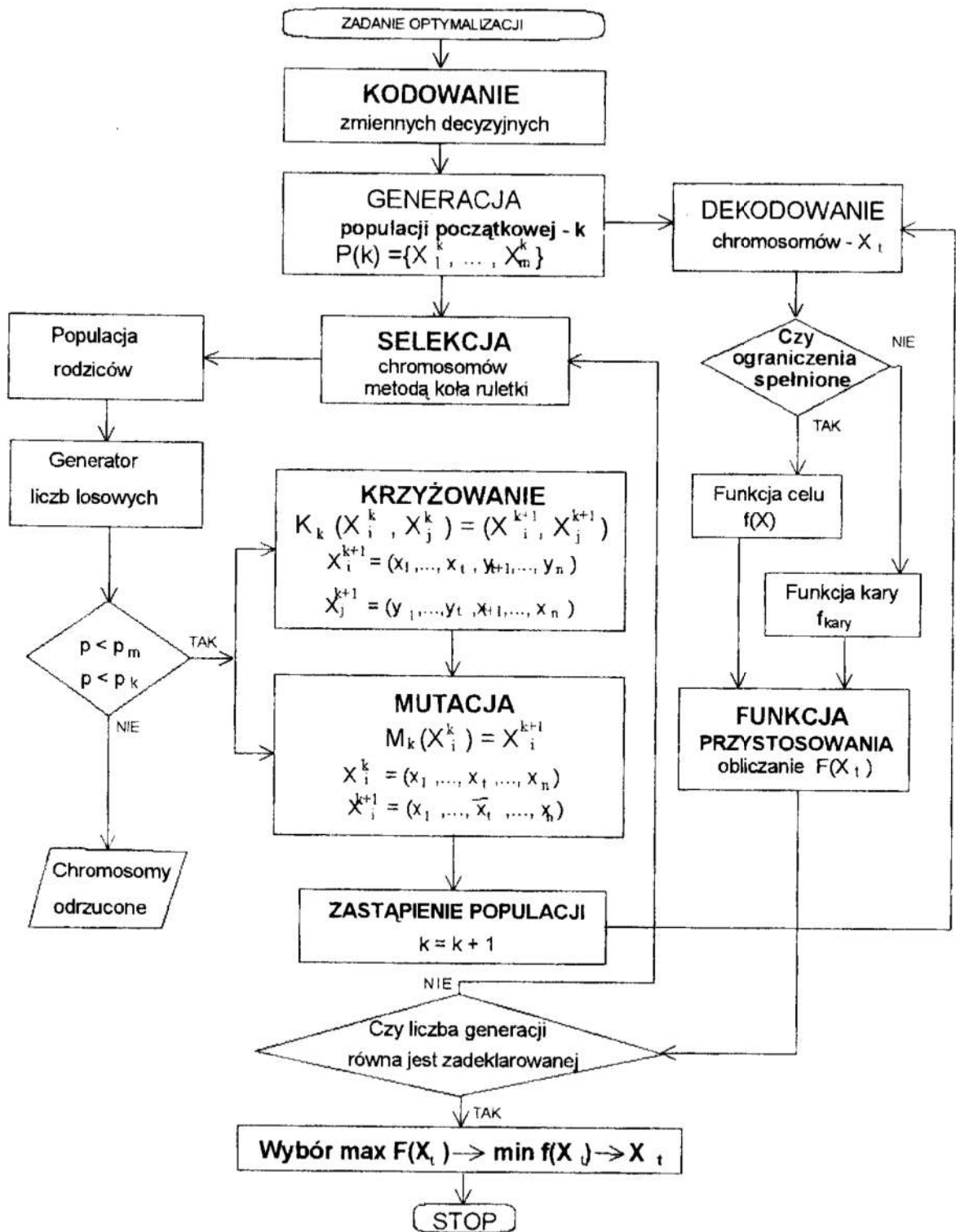
Operacja mutacji, która może oddziaływać na rodziców przed procesem krzyżowania lub na potomków utworzonych w wyniku krzyżowania jest ostatnim procesem któremu poddawana jest populacja w danej iteracji, rys.2. Polega ona na losowaniu liczby z przedziału  $[0,1]$  dla każdego genu chromosomów i jeżeli jest ona mniejsza od prawdopodobieństwa mutacji przyjętego na poziomie  $p_m=0.01$ , to podlega on mutacji, tab.1, kol.5. Zakłada się, że ta operacja ma małe prawdopodobieństwo  $p_m$  zaistnienia, a polega na zmianie wartości wylosowanego genu z 0 na 1 lub odpowiednio z 1 na 0.

Po wykonaniu tych działań otrzymujemy chromosomy generacji następnej, tab.1, kol.6, po rozkodowaniu których obliczamy wartości funkcji celu pokazane w kol.7. Jest to zarazem zakończenie pierwszego kroku iteracyjnego. Najlepszy chromosom z bieżącej populacji dla którego wartość funkcji celu jest najmniejsza jest rozwiązaniem danego problemu.

Mechanizm krzyżowania często prowadzi do utraty chromosomów dla których funkcje przystosowania mają wartości ekstremalne, dlatego też można je ochronić i dołączyć do populacji następnej jako kolejny element. Metoda ta nosi nazwę metody elitarniej [3,9].

W każdej iteracji dla każdego chromosomu danej populacji po dekodowaniu obliczane są funkcje przystosowania. Obliczone funkcje celu pokazują skalę poprawy projektowania dla danej generacji. Rozwiązanie za pomocą algorytmu genetycznego





Rys.3. Schemat algorytmu genetycznego

Fig.3. The flow diagram of genetic algorithm

jest kończone w momencie osiągnięcia przez algorytm ilości iteracji równej zadeklarowanej liczbie generacji.

Problemem jest często przedwczesna zbieżność algorytmu do lokalnego minimum wynikająca z reprodukcji dominujących chromosomów. Można zastosować wtedy metody skalujące funkcje przystosowania [4,9,11].

W przypadku optymalizacji kratownic mamy do czynienia z rozwiązaniami z nałożonymi ograniczeniami, czyli mamy ściśle określony zbiór rozwiązań dopuszczalnych. W toku rozwiązywania tego problemu na skutek działania operatorów genetycznych możemy otrzymać taką postać wektora  $X^k$ , która nie spełnia narzuconych ograniczeń. Dlatego też z użyciem algorytmu genetycznego szukamy funkcji przystosowania będącą sumą funkcji celu i kary. Obciążenie karą następuje dla tych chromosomów które nie spełniają narzuconych ograniczeń, które są sprawdzane dla każdego ciągu kodowego w danej generacji, rys.3.

Dlatego też, szukamy

$$X \Rightarrow \{x_1, x_2, \dots, x_s\} \text{ maksymalizującego } F(X) = C - f(X) - f_{kary}, \quad (10)$$

gdzie  $\{x_1, x_2, \dots, x_s\}$  oznacza reprezentacje zmiennych decyzyjnych  $X$  jako pojedynczy chromosom czy łańcuch  $x_1, x_2, \dots, x_s$  o długości  $s$  składający się z genów  $g_i$ .

Postać funkcji kary ma różne postacie i jest ściśle związana z charakterem problemu [15-20], np.

$$f_{kary} = r \sum \max [0, f_i(X)], \quad (11)$$

gdzie  $r=2$  stały współczynnik kary.

Dla założonej całkowitej liczby generacji równej 30 otrzymano ciąg kodowy

$$X_{30}^4 = (0000100100000101000001010001111000111100), \quad (12)$$

który po rozkodowaniu wg wzoru (6) daje następujące wartości zmiennych decyzyjnych (poła przekrojów poprzecznych elementów w  $\text{cm}^2$ )

$$X_{30}^4 = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (2.84, 2.47, 2.47, 4.80, 7.65), \quad (13)$$

a wartość funkcji celu równą  $f(X_{30}^4) = 4325 \text{ cm}^3$ , różną o 8% od objętości optymalnej.

### 3. Uwagi ogólne

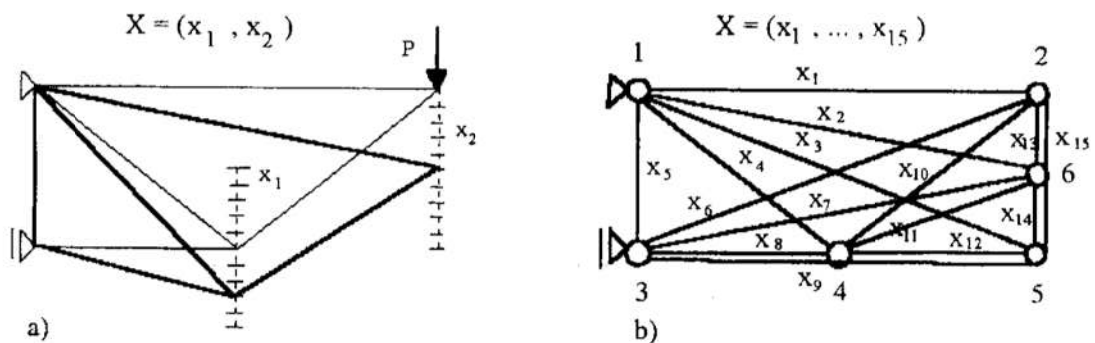
W przypadku optymalizacji kształtu zmienne decyzyjne związane są ze zmianą położenia węzłów, rys.4a, w określonym przedziale z danym krokiem:

$$\begin{aligned} 100 \leq x_1 \leq 200 \text{ cm} & \text{ co } 10 \text{ cm}, \\ 0 \leq x_2 \leq 200 \text{ cm} & \text{ co } 20 \text{ cm}. \end{aligned} \quad (14)$$

Otrzymujemy wtedy siedmiobitowy łańcuch dla każdej zmiennej.

Optymalizacja topologii dla przyjętego położenia pięciu węzłów, rys.4b, prowadzi do analizy układów składających się z 15 prętów, gdyż możliwa ilość elementów dla  $n$  węzłów jest równa  $n(n-1)/2$ . Chromosom populacji będzie miał długość równą ilości prętów, czyli 15.

W przypadku jednoczesnego uwzględnienia wszystkich powyższych zmiennych optymalizacji pojedynczy chromosom będzie miał długość  $40+14+15=69$  bitów. Rośnie liczność populacji a z tym konieczna liczba generacji dla otrzymania rozwiązania optymalnego. Elementy takiej analizy zawarte są w pracach [10,14,17].



Rys. 4. Wektory zmiennych decyzyjnych dla optymalizacji  
 a) kształtu, b) topologii  
 Fig. 4. The design variables vector for optimization of  
 a) shape, b) topology

Dla zmniejszenia ilości bitów można połączyć elementy w grupy o tym samym przekroju. W opisie topologii zaś można założyć występowanie pewnych stałych prętów jak w przykładzie pręt nr 1, co wpływa na zmniejszenie ilości zmiennych boolowskich.

W przypadku jednoczesnego rozpatrywania zmian kształtu i topologii kratownic przy pomocy AG pojawiają się zagrożenia związane ze zmiennością geometryczną układu prętów. Wynika to z kodowania obecności lub nie prętów w konstrukcji. Dla przykładu z rys.1, kratownica będzie niestabilna jeżeli gen odpowiadające prętowi 3 będzie miał wartość równą 0, a gen związany z prętem 4 i 5 będzie bitem jednostkowym.

Problem ten jest także do wychwycenia podczas analizy konstrukcji, gdyż wtedy funkcja przystosowania będzie miała dużą wartość związaną z wyrażeniem kary.

Innym rozwiązaniem może być porównywanie każdego chromosomu danej populacji otrzymanej w czasie iteracji ze schematem  $S$  w którym określone geny mają określone pozycje związane z niestabilnością konstrukcji i do dalszej analizy przyjmowany jest chromosom niedopasowany do danego schematu  $S$ . Dla przykładu z rys.4b będzie to np.  $S_i(100010010100000)$ . Wprowadzić można także schematy związane z węzłami, i tak dla węzła nr 4 w przypadku połączenia w nim tylko dwóch prętów leżących na jednej prostej otrzymujemy  $S(**0**1*001**)$ , gdzie (\*) oznacza dowolny bit.

#### 4. Uwagi końcowe

Otrzymana wartość funkcji celu jest rozwiązaniem uzyskanym dla jednokrotnie przeprowadzonej analizy. Ponieważ algorytmy genetyczne należą do metod losowych to w przypadku ponownej analizy wynik może mieć inną wartość. Choć zbieżność do rozwiązania optymalnego będzie podobna [14].

Optymalizacja kratownic w większości przypadków prowadzi do powstania chromosomów o dużych długościach dla których są potrzebne liczniejsze populacje w generacji. Duża liczność populacji prowadzi do konieczności analizy większej liczby generacji dla otrzymania efektywnego rozwiązania [14].

Mniejsza liczba populacji wymaga większego prawdopodobieństwa krzyżowania i mutacji dla uzyskania dobrego rozwiązania. Dla większości zadań prawdopodobieństwo krzyżowania  $p_k$  waha się w granicach 0.6-0,8, a prawdopodobieństwo mutacji  $p_m$  jest mniejsze od 0.01.

Dla zwiększenia efektywności algorytmu można przyjmować taką postać chromosomów która zawiera w sobie informacje specyficzne dla danego problemu, oraz wprowadzać wiedzę o problemie do postaci operatorów.

Dla większych zadań stosuje się łączenie optymalizatora opartego na metodzie gradientowej z algorytmem genetycznym [6]. Koumoussis i Georgiou [14] stosują algorytmy genetyczne do planowania zadania, a programów logicznych napisanych w języku Prolog do rozwiązywania samych elementów optymalizacyjnych, co prowadzi do ograniczenia długości chromosomów.

Dobre rozwiązania uzyskuje się także poprzez mieszanie metody algorytmu genetycznego z już istniejącymi rozwiązaniami dla danego problemu [3,6].

Algorytmy genetyczne są pewnym alternatywnym narzędziem w stosunku do tradycyjnego optymalnego projektowania które można zastosować w optymalizacji konstrukcji. Są one efektywne zwłaszcza dla niewypukłych i nieciągłych przestrzeni zmiennych projektowych, a także dla określenia rozwiązań blisko optymalnych. AG są atrakcyjnymi rozwiązaniami jako pewna nowa metodologia projektowania w której można rozważać różne elementy jak: przekroje, kształt, topologia konstrukcji.

## 5. Literatura

1. Arora J.S., Thanedar P.B.: *Computational methods for optimum design of large complex systems*. Computational Mech., 1(2), 1986, pp.221-242.
2. Booker L.: *Improving search in genetic algorithms*. Genetic algorithms and simulated annealing, L.Davies, ed., Morgan Kaufmann Publishers, Inc., Los Altos, Calif., 1987, pp.61-73.
3. Davis L.: *Handbook of genetic algorithms*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
4. De Jong K.A.: *An analysis of the behaviour of a class of genetic adaptive systems*. Univ. of Michigan, 1975.
5. Fluery C., Schmit L.A.: *Dual methods and approximation concepts in structural synthesis*. NASA cr-3226, NASA, 1980, Washington, D.C.
6. Gage P.J., Kroo I.M., Sobieski I.P.: *Variable-complexity genetic algorithm for topological design*. AIAA Journal, Vol.33, No.11, 1995, pp.2212-2217.
7. Gierson D., Pak W.: *Discrete optimal design using a genetic algorithm*. Topology Design of Structures, ed. by M.P.Bendsoe and C.A.Soares, Kluwer Academic, Norwell, MA, 1993, pp.89-102.
8. Goldberg D.E., Samtani M.P.: *Engineering optimization via genetic algorithms*. Proc. of the 9th Conf. Electronic Computation, ASCE, New York, 1986, pp.471-482.
9. Goldberg D.E.: *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley, 1989.
10. Grierson D.E., Pak W.H.: *Optimal sizing, geometrical and topological design using genetic algorithm*. Struct. Optimization, Vol.6, 1993, pp.151-159.

11. Gwiazda T.D.: *Algorytmy genetyczne, wstęp do teorii*. Biblioteka Sztucznej Inteligencji, TDG, Warszawa 1995.
12. Holland J.H.: *Adaptation in natural and artificial systems*, Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
13. Jenkins W.M.: *Towards structural optimization via the genetic algorithm*. Computer and Structures, Vol.40, 1991, str.1321-1327.
14. Koumousis V.K., Georgiou P.G.: *Genetic algorithms in discrete optimization of steel truss roofs*. J. of Comput. in Civil Engineering, Vol.8, No.3, 1994, pp.309-325.
15. Lin C.Y., Hajela P.: *Genetic algorithms in optimization problems with discrete and integer design variables*. Engrg. Optimization, Vol.19, 1992, pp.309-327.
16. Lin C.Y., Hajela P.: *Genetic search strategies in large scale optimization*. Proc. 34th AIAA/ASCE/ASME/AHS SDM Conf., ASCE, New York, 1993, pp.2437-2447.
17. Rajan S.D.: *Sizing, shape, and topology design optimization of trusses using genetic algorithm*. J. of Struct. Engrg., Vol.121, 1995, pp.1480-1487.
18. Rajeev S.D., Krishnamoorthy C.S.: *Discrete optimization of structures using genetic algorithms*. J. Struct. Engrg., Vol.118, 1992, pp.1233-1250.
19. Richardson J.T., Palmer M.R., Liepins G., Hilliard M.: *Some guidelines for genetic algorithms with penalty functions*. Proc. ICGA, 1989, pp.191-197.
20. Sakamoto J., Oda J.: *A technique of optimal layout design for truss structures using genetic algorithm*. Proc. 34th AIAA/ASCE/ASME/AHS SDM Conf., ASCE, New York, 1993, pp.2402-2408.

## **ZASTOSOWANIE ALGORYTMU GENETYCZNEGO DO OPTYMALIZACJI PRZEKROJÓW POPRZECZNYCH KRATOWNICY**

### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono ogólne założenia optymalizacji wymiarowej, kształtu i topologii kratownicy z wykorzystaniem algorytmu genetycznego. Sposób przyjęcia zmiennych decyzyjnych oraz kodowanie ich do postaci binarnej przedstawiono na przykładzie pięcio-prętowej kratownicy, której optymalizację przeprowadzono w zakresie pola przekrojów poprzecznych elementów.

## **OPTIMIZATION OF CROSS-SECTIONAL AREAS OF THE TRUSS USING A GENETIC ALGORITHM**

### **Summary**

The paper presents the sizing design optimization of trusses using genetic algorithm. Discrete values are used to define the design variables. The coding and decoding of the variables to a binary string represents the chromosome of the problem is shown. Numerical examples are solved to illustrate the proposed algorithm.

## KOMPUTEROWO WSPOMAGANE PROJEKTOWANIE ELEMENTÓW MASZYN Z KONCENTRATORAMI NAPRĘŻEŃ

### 1. Wprowadzenie

Wiele elementów konstrukcji zawiera geometryczne nieciągłości, które mogą być przyczyną koncentracji naprężeń. Rozpatrując zjawisko koncentracji naprężeń należy wprowadzić współczynnik kształtu. Istnieją dwie definicje określające go. Jedna z nich mówi, że współczynnik kształtu równy jest ilorazowi wartości największego naprężenia normalnego (lub stycznego) występującego w bezpośrednim sąsiedztwie karbu lub innego koncentratora naprężeń, do wartości równoimiennego naprężenia nominalnego obliczonego metodami wytrzymałości materiałów dla elementu o stałym przekroju równym przekrojowi pomniejszonemu o karb (lub odpowiednią powierzchnię zastępującą inny koncentrator naprężeń). Druga definicja różni się tym, że w mianowniku ilorazu znajduje się wartość równoimiennego naprężenia nominalnego obliczonego metodami wytrzymałości materiałów dla elementu o stałym przekroju pomniejszonym o przekrój karbu [1,2].

Pierwsze prace na temat rozkładu naprężeń w przypadku ich koncentracji powstały jeszcze w XIX wieku. W ramach klasycznej teorii sprężystości A. Kirsch dokonał próby wyznaczenia rozkładu naprężeń i odkształceń wokół otworu kołowego w przypadku rozciągania, czystego zginania i ścinania. W następnych latach wiele monografii różnych autorów poświęconych zostało zagadnieniom koncentracji naprężeń. Do najważniejszych rozwiązań należą m. in. praca C. E. Inglisa dotycząca stanu naprężenia i odkształcenia wokół otworu eliptycznego w tarczy nieograniczonej (1913), rozwiązanie G. W. Gołosowa proponujące metodę zmiennej zespolonej i związanej z nią metodę przekształceń wiernokątnych (konforemnych). Obok nich są dzieła Muscheliszwilego, G. N. Sawina, D. W. Wajnberga. Fundamentalne znaczenie zyskała praca H. Neuber'a, której pierwsze wydanie ukazało się w roku 1937. Dobierając odpowiedni układ współrzędnych krzywoliniowych autor znajduje rozwiązania zagadnień teorii sprężystości dla różnych elementów z karami (w przypadkach rozciągania, zginania, skręcania i ściskania).

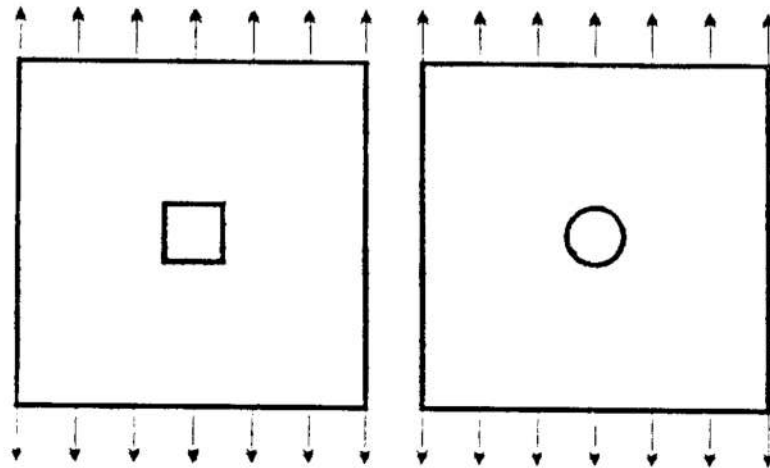
### 2. Opis problemu

Obliczenia teoretyczne oparto na wynikach prac E. Z. Stowell'a, Hardratha, Ohmana oraz H. Neuber'a. W celu zbadania wpływu działania karbów na spiętrzenia naprężeń zaprojektowano dwie tarcze, które miały wykonane w środku otwory: kołowy lub prostokątny. Tarcze obciążono symetrycznie ciśnieniem, którego maksymalna wartość wynosiła 400 [MPa]. Jako wstępny materiał przyjęto stal 45 o następujących parametrach:  $E=2.0E11$  [Pa],  $E_s=2.0E10$  [Pa],  $\nu=0.3$   $R_e=4.0E8$  [Pa]. Warunki

---

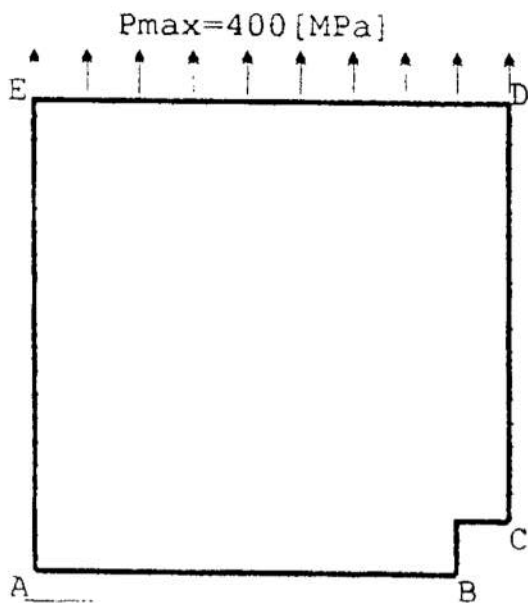
\*Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Budowy Maszyn, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa.

obciążenia oraz kształt tarcz zilustrowano na rysunku 1. Boki tarcz mają po  $l=200$  mm, natomiast wykonane karby są dziesięciokrotnie mniejsze (średnica otworu kołowego -  $2r=20$  mm, bok kwadratu -  $2a=20$  mm, itd.). Wielkość karbów jest na tyle mała, że można z dala od nich przyjąć jednorodny stan naprężenia. Ze względu na sposób obciążenia, próbki znajdują się w płaskim stanie naprężeń (yz). Oś y będzie ustawiona horyzontalnie, a oś z - wertykalnie. Grubość tarcz (ze względu na płaski stan naprężeń) ma charakter jedynie parametryczny a nie jakościowy. Przyjęto grubość równą 0.6 mm.



Maksymalne obciążenie wynosi 400 [MPa]

Rys. 1. Tarcze kwadratowe z koncentratorami naprężeń.  
Fig. 1. Quadratic plates with stress concentration.



A-B przemieszczenia OZ zablokowane  
C-D przemieszczenia OY zablokowane

Rys. 2. Fragment tarczy.  
Fig. 2. Part of the plate.

Ponieważ układ jest symetryczny do obliczeń wystarczyło zaprojektować górną lewą ćwiartkę tarczy oraz odpowiednio utwierdzić jej brzegi. Zostało to przedstawione na rysunku 2.

Współczynnik spiętrzenia naprężeń  $\alpha_\sigma$  lub odkształceń  $\alpha_\varepsilon$  w stanie sprężystym można zapisać wzorem:  $\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_n}$ .  $\sigma_{\max}$  i  $\varepsilon_{\max}$  to maksymalne wartości naprężeń i odkształceń lokalnych, a  $\sigma_n$   $\varepsilon_n$  to naprężenia i odkształcenia nominalne.

W przypadku materiału sprężystego współczynnik kształtu  $\alpha_k = \alpha_\sigma = \alpha_\varepsilon$ . Jednak gdy mamy do czynienia z materiałem o właściwościach sprężysto-plastycznych, to przy dużych obciążeniach przekraczana jest granica plastyczności w miejscu spiętrzenia naprężeń. Powyższy warunek przestaje być zachowany. Plastyczne płynięcie materiału ogranicza wartość współczynnika spiętrzenia naprężeń  $\alpha_\sigma$ , natomiast odkształcenie lokalne może znacznie się zwiększyć, co w konsekwencji spowoduje także zwiększenie  $\alpha_\varepsilon$ . W ten sposób nasuwa się ważny wniosek, że w warunkach, w których występują makroskopowe odkształcenia plastyczne, wartość  $\alpha_\varepsilon$  może być znacznie ważniejsza niż wartość  $\alpha_\sigma$ . Z. Stowell (1950) podał następujące zależności dla obciążonej tarczy z otworem kołowym:

$$\alpha_k = 1 + \frac{2Es}{E} \quad (1)$$

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\sigma_{\max} E}{E_s \sigma_n} = \frac{\alpha_\sigma E}{E_s} \quad (2)$$

Jak widać z powyższych wzorów główny wpływ na współczynniki  $\alpha_\sigma$  i  $\alpha_\varepsilon$  ma stosunek modułu Young'a ( E ) do modułu stycznego (  $E_s$  ).

Czym ten stosunek jest większy tym większy jest również współczynnik spiętrzenia odkształceń, natomiast współczynnik spiętrzenia naprężeń maleje. I tak dla  $\frac{E}{E_s} = 10$  ;

$\alpha_\sigma = 1.2$   $\alpha_\varepsilon = 12$ , natomiast dla  $\frac{E}{E_s} = 1.3$ ;  $\alpha_\sigma = 2.5$   $\alpha_\varepsilon = 3.3$ . Powyższe równania mogą

być stosowane jedynie do nieskończonej szerokiej tarczy.

Handtrh i Ohman (1953) zaproponowali następującą zależność:

$$\alpha_\sigma = 1 + (\alpha_k - 1) \frac{E_s}{E} \quad (3)$$

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\sigma_{\max} E}{E_s \sigma_n} = \frac{\alpha_\sigma E}{E_s} \quad (4)$$



Wzory te są o tyle lepsze od równań Stowell'a, że dzięki zastosowaniu współczynnika kształtu  $\alpha_k$  nie mają one ograniczeń geometrycznych.

Inną koncepcję określenia współczynnika odkształceń podał H. Neuber. Wg. niego współczynnik kształtu  $\alpha_k$  jest średnią geometryczną ze współczynników  $\alpha_\sigma$  i  $\alpha_\varepsilon$ :

$$\alpha_k^2 = \alpha_\sigma \cdot \alpha_\varepsilon \quad (5)$$

Korzystając z powyższej zależności równanie Handtrh'a i Ohman'a (3) można przedstawić jako:

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_\varepsilon} = \frac{E_s}{E} + \frac{1}{\alpha_k} \left( 1 - \frac{E_s}{E} \right) \quad (6)$$

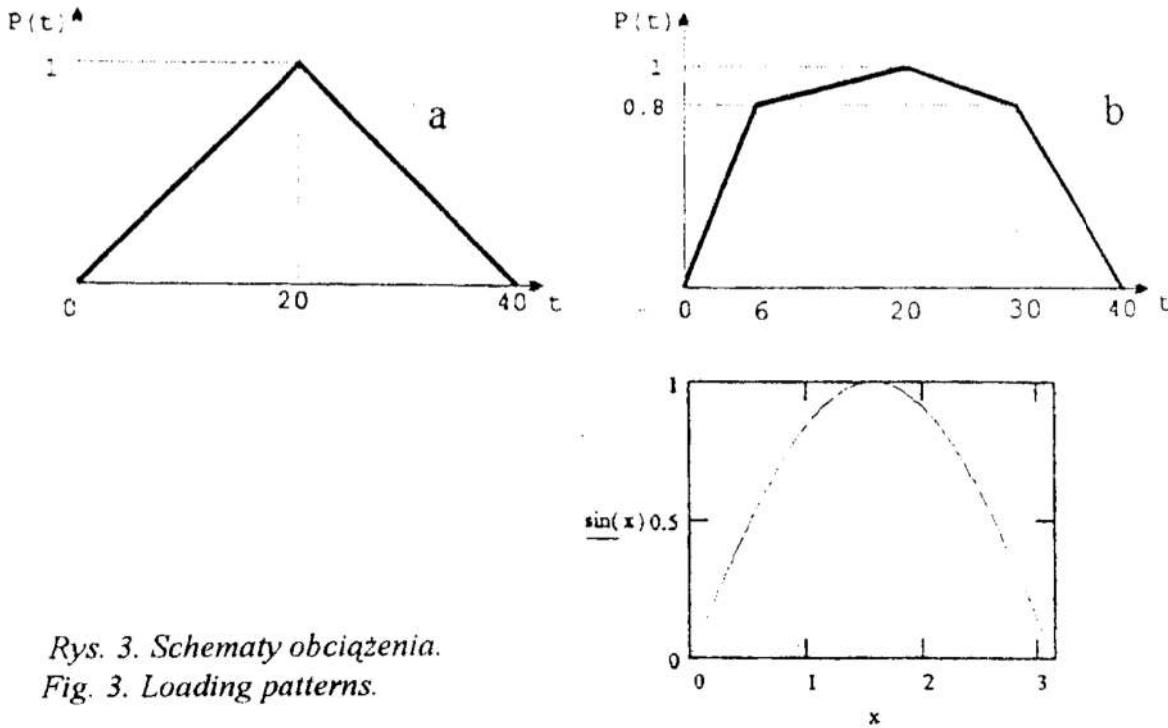
Równanie Neuber'a zależy jedynie od krzywej wzmocnienia materiału ( lub modelu jego zachowania się ). I tak w przypadku materiału o własnościach liniowo sprężystych, tzn.  $\frac{E}{E_s} = 1$ , równania opisują prostą zależność, upraszczając się do postaci  $\alpha_\sigma = \alpha_k$ . Wraz

z pojawieniem się odkształceń plastycznych uzyskiwane przy pomocy tych równań wyniki różnią się coraz bardziej, jednakże są one na tyle dokładne, że z powodzeniem można je stosować do odzwierciedlenia zachowania się materiału na dnie karbu nawet w przypadku obciążeń zmiennych.

### 3. Obliczenia

W analizie numerycznej wykorzystano system ADINA [3]. Program ADINA pozwala na wybór różnych przybliżeń właściwości materiału rzeczywistego. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch modeli materiału: sprężysto - idealnie plastycznego i sprężysto-plastycznego. Również sposób obciążania próbki jest nie bez znaczenia. Program komputerowy ADINA dokonuje obliczeń w czasie. Można więc dowolnie kształtować zarówno ilość chwil czasowych jak i wielkość obciążenia odpowiadającego poszczególnym chwilom. Jeśli zadamy zbyt mało kroków czasowych, to może się zdarzyć, że w miejscu w którym następuje duży gradient naprężeń (dla odpowiednich obciążeń) program może nie znaleźć rozwiązania. W związku z tym obciążenia tarcz realizowano dla trzech różnych sposobów przykładania ciśnienia (rys. 3), tak aby obliczane wartości naprężeń obarczone zostały jak najmniejszym błędem [4].

Po analizie wyników okazało się, że zadowalający jest najprostszy sposób 3a ( zarówno pod względem ilości kroków czasowych, jak i obciążenia).

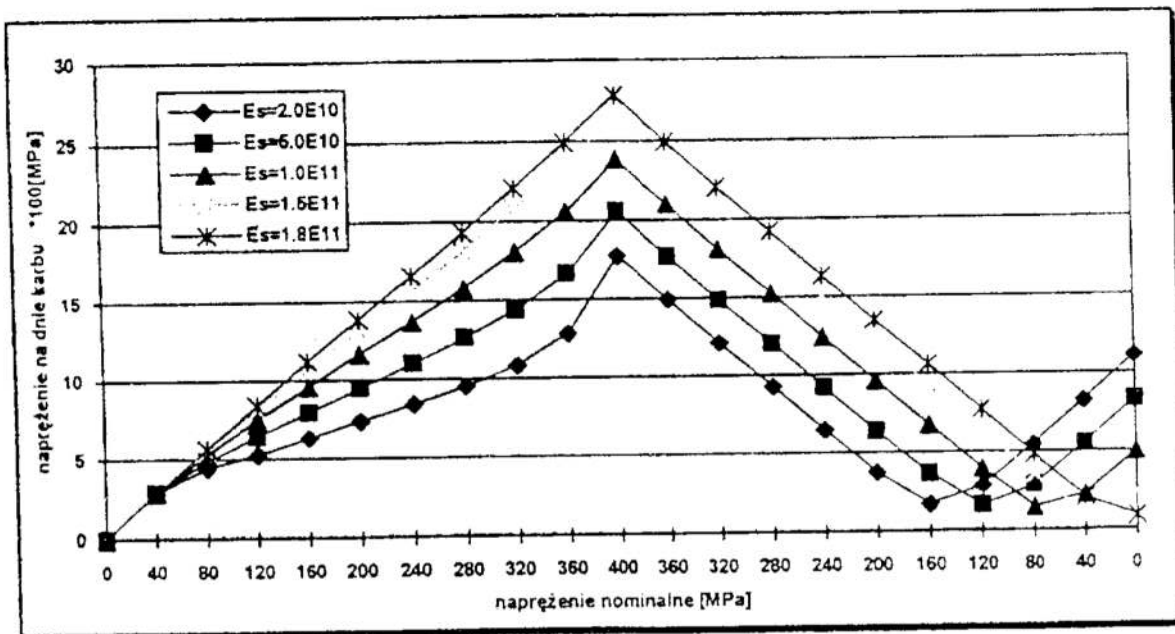


Rys. 3. Schematy obciążenia.  
 Fig. 3. Loading patterns.

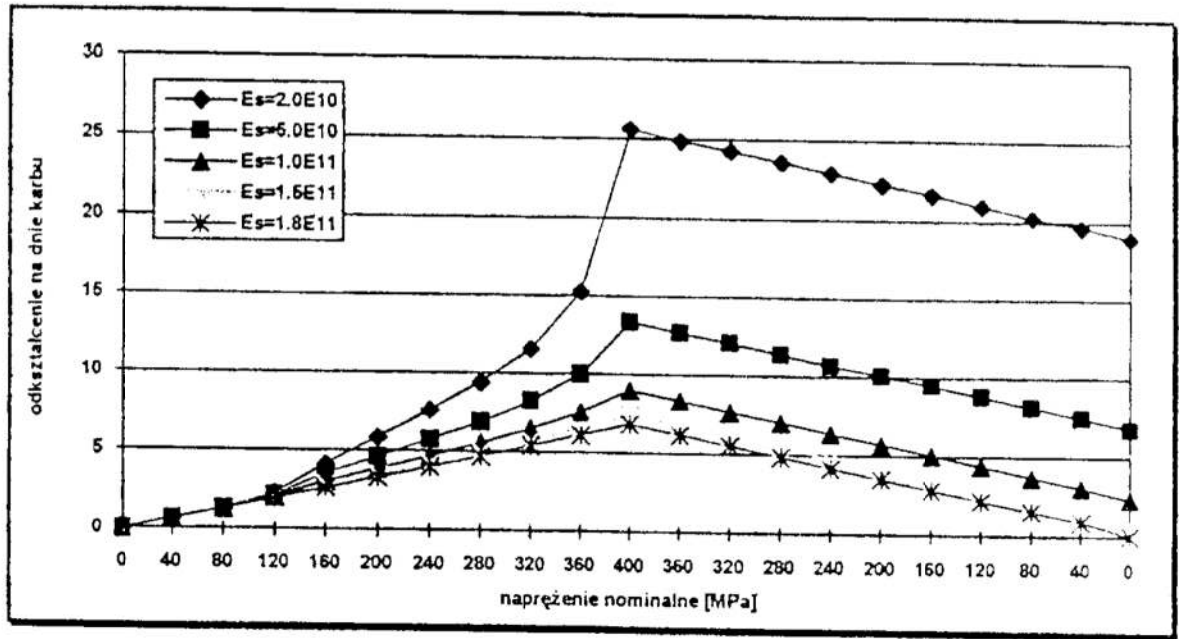
Na rysunku 4 i 5 pokazano jak zmieniają się naprężenia na dnie karbu w odniesieniu do odpowiadających im obciążen próbki z otworem okrągłym, dla różnych właściwości materiału sprężysto - plastycznego.

Cechy materiał pozostają identyczne z wyjątkiem modułu stycznego:

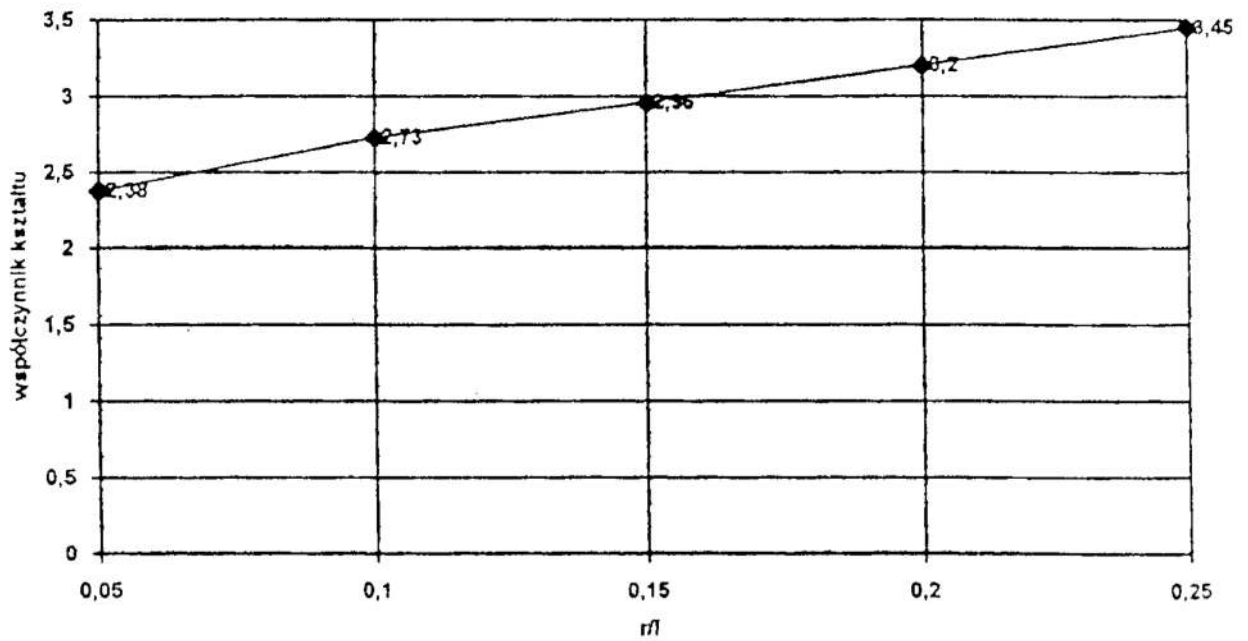
$E=2.0E11$ , ( $E_s=2.0E10$  -  $E_s=1.8E11$ ),  $\nu=0.3$ ,  $Re=4.0E8$ .



Rys. 4. Naprężenia na dnie karbu w funkcji naprężenia nominalnego.  
 Fig. 4. Notch tip stress vs nominal stress.



Rys. 5. Odkształcenia na dnie karbu w funkcji naprężenia nominalnego.  
 Fig. 5. Notch tip strain vs nominal stress.



Rys. 6. Zależność  $\alpha_k = f(r/l)$  dla otworu kołowego.  
 Fig. 6. Relation  $\alpha_k = f(r/l)$  for circular notch.

Zgodnie z oczekiwaniami współczynnik spiętrzenia naprężeń zaczyna gwałtownie maleć w momencie gdy przyłożone ciśnienie spowoduje, przekroczenie granicy plastyczności materiału i plastyczne płynięcie materiału.

Duży wpływ na rozkład naprężeń i odkształceń może mieć cykliczne osłabienie lub wzmocnienie materiału. W większości elementów konstrukcyjnych zaobserwowana strefa lokalnych odkształceń plastycznych jest bardzo mała, tzn. stosunek objętości materiału odkształconego plastycznie do objętości materiału odkształconego sprężysto jest bardzo mały. Jest to przyczyną obciążania materiału w miejscach spiętrzenia naprężeń i odkształceń w zasadzie amplitudą cyklicznego odkształcenia a nie naprężenia.

Dla badanych próbek z otworami kołowymi obliczono współczynniki kształtu  $\alpha_k$  odpowiadające różnym promieniom otworów. Przykładowe wyniki dla próbek z otworami kołowymi zamieszczone zostały na rysunku 6.

### Literatura

1. Kocańda S., Szala J.: *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*. PWN Warszawa 1988.
2. Goloś K.: *An average similarity measure of total strain energy density at notches*. Proc. ILSSCRSS-I, 106-110, Miskolc, Hungary, 1995.
3. ADINA - Theory and Modelling Guide, ARD 92-8.
4. Rymuszka J.: *Komputerowe wspomaganie projektowania elementów*. Politechnika Warszawska 1995.

### Streszczenie

W pracy przedstawiono analizę numeryczną rozkładu naprężeń i odkształceń w tarczach kwadratowych z wyciętymi otworami kołowym i kwadratowym. Wyznaczono wielkości współczynnika kształtu karbu .

### COMPUTER AID DESIGN OF MACHINE ELEMENTS WITH STRESS CONCENTRATOR

#### Summary

In the paper a numerical analysis of stress and strain distribution at the notch tip for quadratic plates with hole and quadrat has been made. The notch concentration coefficients have been determined.



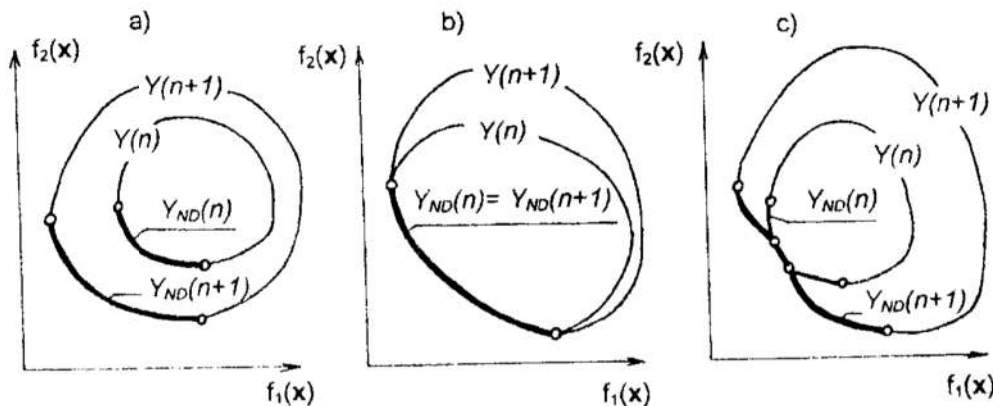
## DEKOMPOZYCJA ZADANIA POLIOPTYMALIZACJI DYSKRETNEJ

### 1. Wprowadzenie

W licznych pracach postuluje się, aby zadanie optymalizacji konstrukcji budowlanych formułowane było jako dyskretne i wielokryterialne [3, 5, 6]. W przypadku analizy obiektu liczba istotnych zmiennych decyzyjnych powoduje, że w obszarze dopuszczalnym znajduje się od kilku tysięcy do kilku milionów rozwiązań. Przegląd i ocena wszystkich jest najczęściej niemożliwa przy dzisiejszym stanie techniki obliczeniowej. Jednym ze sposobów rozwiązania problemu jest dekompozycja zadania, analiza kilku mniejszych zadań lokalnych, i w końcu ich koordynacja w taki sposób, aby uzyskane rozwiązania były poprawnym wynikiem zadania globalnego. Powstałe w ostatnich latach metody dekompozycji dotyczą głównie optymalizacji jednokryterialnej. W zagadnieniach wielokryterialnych problem dekompozycji jest bardziej złożony, ponieważ obiektywnym wynikiem rozwiązania zadań lokalnych jest zbiór rozwiązań niezdominowanych, który należałoby uwzględnić przy optymalizacji globalnej [2, 7]. Ponadto zmienne decyzyjne i funkcje celu zadań lokalnych nie muszą się pokrywać ze zmiennymi decyzyjnymi i funkcjami celu zadania globalnego. Dekompozycji podlegać mogą wszystkie elementy procesu optymalizacji: wektor zmiennych decyzyjnych, wektor funkcji celu, obszar dopuszczalny, metoda optymalizacji oraz obiekt optymalizacji. W praktyce wykorzystuje się często kilka form dekompozycji w jednym zadaniu, nie rozgraniczając ich [3, 6]. Prowadzi to niekiedy do opracowania oryginalnych algorytmów, przeznaczonych do rozwiązania wąskiej klasy zagadnień.

### 2. Dekompozycja wektora zmiennych decyzyjnych

W dekompozycji wektora zmiennych decyzyjnych wykorzystuje się właściwość monotoniczności zmiennych [9]. Załóżmy (rys. 1), że mamy zadanie polioptymalizacji z  $N > 1$



Rys. 1. Dołączenie kolejnej zmiennej może jedynie poprawić zbiór rozwiązań  
Fig. 1. Adding consecutive design variable can only improve the set of evaluations

\* Politechnika Szczecińska, Instytut Inżynierii Lądowej, 70-311 Szczecin, Al. Piastów 50

\*\* Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, 00-049 Warszawa, ul. Świętokrzyska 21

zmiennymi decyzyjnymi. Przez  $Y_{ND}(n)$  oznaczmy zbiór ocen niezdominowanych, a przez  $X_{ND}(n)$  zbiór rozwiązań niezdominowanych dla  $n \leq N$  zmiennych decyzyjnych. Przestrzeń zmiennych decyzyjnych  $A$  ograniczymy w ten sposób, że spośród  $N$  składowych wektora  $x$  ustalimy dowolną, np.  $(N-1)$ -ą składową. Ograniczenie to powoduje, że  $N$  wymiarowy obszar dopuszczalny  $X(N)$  jest rzutowany na przestrzeń  $(N-1)$ -wymiarową, czyli powstaje nowy obszar dopuszczalny  $X(N-1)$ . Rozwiązujemy teraz zadanie polioptymalizacji dla  $N-1$  zmiennych decyzyjnych, tzn. określamy zbiory  $Y_{ND}(N-1)$  i  $X_{ND}(N-1)$ . Z uwagi na warunek porządku liniowego wprowadzony przez stożkową relację  $\prec_{\Lambda}$ , z ograniczonego obszaru dopuszczalnego  $X(N-1)$  w żaden sposób nie można poprawić całego zbioru  $Y_{ND}(N)$ . Najczęściej sytuacja pogarsza się lub dla niektórych ocen niezdominowanych pozostaje bez zmian.

Rozwiązując zadanie optymalizacji postępujemy odwrotnie, zaczynając od jednej lub dwóch zmiennych decyzyjnych, a następnie dodając kolejne. Dołączenie kolejnej  $(n+1)$ -ej zmiennej decyzyjnej, gdzie  $(n+1) \leq N$ , może jedynie poprawić (tzn. zmniejszyć przy minimalizacji, a zwiększyć przy maksymalizacji) wartości funkcji celu. W przypadku zadań wielokryterialnych dołączenie kolejnej zmiennej decyzyjnej poprawia zbiór ocen niezdominowanych (rys. 1a, c). Jeżeli nowa zmienna decyzyjna jest nieaktywna, tzn. nie generuje lepszych wartości funkcji celu, to zbiór  $Y_{ND}(n)$  nie ulega zmianie (rys. 1b).

### 3. Dekompozycja wektora funkcji celu

Właściwość monotoniczności wektora funkcji celu polega na przynależności do zbioru ocen niezdominowanych  $Y_{ND}$  poszczególnych niezdominowanych zbiorów cząstkowych  $Y_{ND}(j)$ ,  $j < J$ , gdzie  $J$  jest liczbą kryteriów zadania [9]. Symbolicznie właściwość monotoniczności celów można zapisać następująco:

$$\forall j < J, Y_{ND}(j) \subset Y_{ND}(j+1) \subset Y_{ND}.$$

Zależność pomiędzy zbiorami ocen niezdominowanych o różnej liczbie kryteriów polega na tym, że przy rzutowaniu zbioru  $Y_{ND}(j+1)$ , na przestrzeń  $R^j$  zbiór  $Y_{ND}(j)$ , jest zbiorem ocen niezdominowanych rzutowanego zbioru o większej wymiarowości. Na rys. 2 pokazano zbiór ocen niezdominowanych w przestrzeni  $R^3$  oraz niezdominowane zbiory ocen cząstkowych  $Y_{ND}(2)$ ,  $Y_{ND}(1)$ . Indeksami górnymi oznaczono numery kryteriów cząstkowych

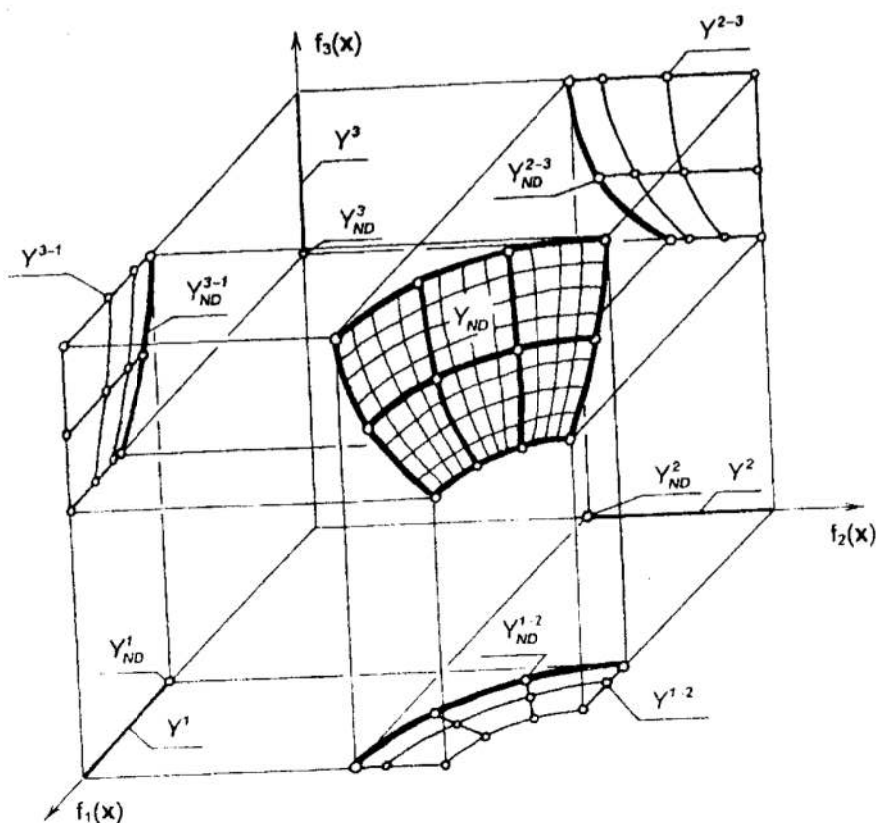
$$Y_{ND}(2) = \{Y_{ND}^{1-2}, Y_{ND}^{2-3}, Y_{ND}^{3-1}\}.$$

W przypadku granicznym  $j=1$ , elementy zbioru  $Y_{ND}(1)$  stanowią indywidualne wartości ekstremalizujące wybrane funkcje celu

$$Y_{ND}(1) = \{Y_{ND}^1, Y_{ND}^2, Y_{ND}^3\} = \{y_1^*, y_2^*, y_3^*\}.$$

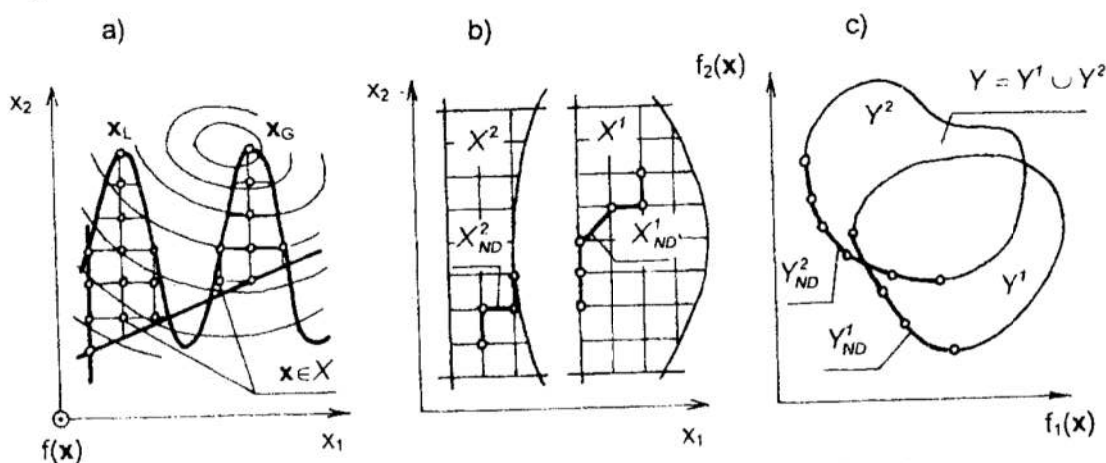
### 4. Dekompozycja obszaru dopuszczalnego

Dekompozycja obszaru dopuszczalnego wykorzystywana jest w sposób naturalny w przypadkach, gdy jest on wielospójny, to znaczy złożony z kilku rozłącznych części. Poszukiwania prowadzi się wtedy niezależnie w poszczególnych podobszarach obszaru dopuszczalnego, a w końcowej fazie wybierają się rozwiązanie globalne  $x_G$  (rys 3a).



Rys. 2. Zbiór ocen niezdominowanych w przestrzeni  $R^3$   
 Fig. 2. The set of nondominated evaluations in space  $R^3$

Jeżeli rozwiązujemy zadanie polioptymalizacji, to w wyniku otrzymujemy podzbiory ocen odpowiadające poszczególnym podobszynom dopuszczalnym. Ostatecznie wybierany jest taki zbiór rozwiązań niezdominowanych, którego oceny tworzą brzeg Pareto zbioru  $Y$  (rys. 3c). Mogą to być oceny odpowiadające rozwiązaniom położonym w jednym lub kilku podobszarach dopuszczalnych.

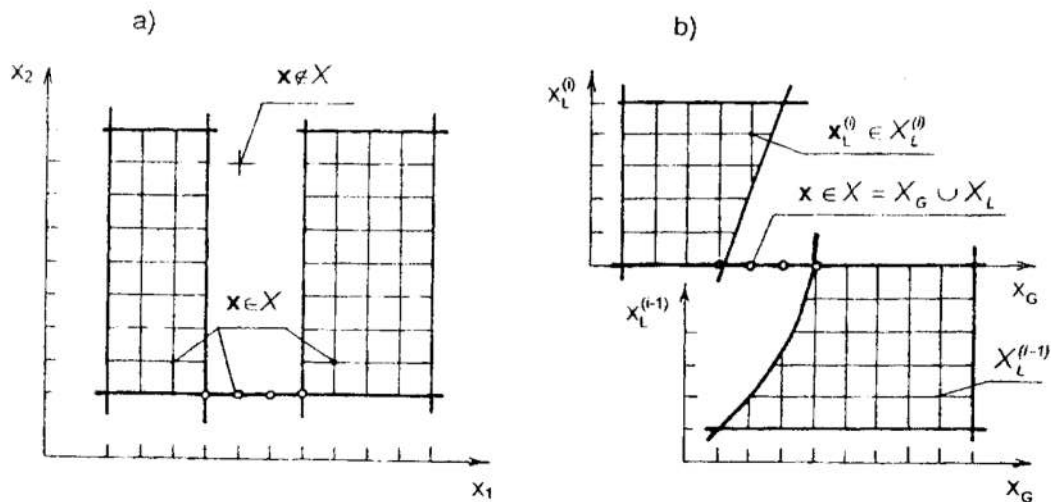


Rys. 3. Dekompozycja obszaru dopuszczalnego wielospójnego  
 Fig. 3. Decomposition of multiply connected feasible domain

Dekompozycję obszaru dopuszczalnego należy przeprowadzić w przypadkach, gdy posiadamy informacje mogące świadczyć o przewężeniach (rys. 4). Są one efektem



zastosowania pewnych ograniczeń, np. technologicznych. Przewężenia powstają również w zadaniach wielopoziomowych, w których poszczególne elementy konstrukcji opisane są różnymi zmiennymi decyzyjnymi lokalnymi. Rozczłonkowany obszar dopuszczalny połączony jest dzięki zmiennym decyzyjnym globalnym. Dekompozycję przeprowadza się w przewężeniach między zadaniami lokalnymi a zadaniem globalnym.



Rys. 4. Dekompozycja w przewężeniach między zadaniami lokalnymi i globalnymi  
 Fig. 4. Decomposition at narrownesses between local and global problems

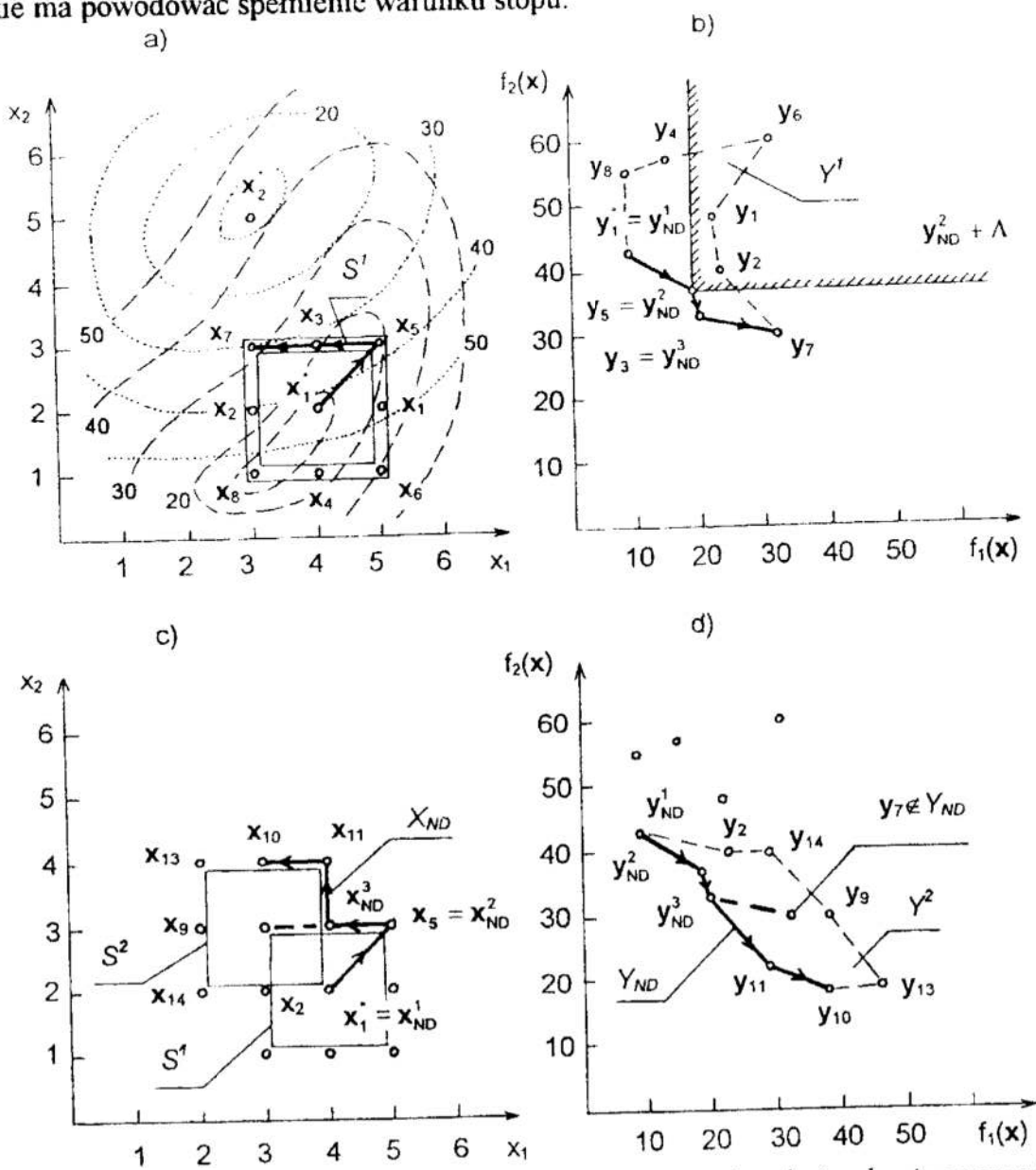
Inną koncepcję dekompozycji obszaru dopuszczalnego wykorzystują niektóre metody optymalizacji, np. modyfikowana metoda Monte Carlo. W obszar dopuszczalny wpisana zostaje regularna siatka dzieląca cały zbiór  $X$  na  $M$   $N$ -wymiarowych kostek (rys. 5). W każdej kostce  $K_m$ ,  $m \in M = \{1, 2, \dots, m, \dots, M\}$ , przeprowadza się losowanie. Do następnego etapu optymalizacji wybrana zostaje kostka, w której funkcja celu osiągnęła najmniejszą wartość (rys. 5a). W przypadku polioptymalizacji wybierane zostają te kostki, w której rozwiązania uzyskały oceny niezdominowane (rys. 5b). W drugim etapie losowanie przeprowadza się w obszarze ograniczonym do jednej lub kilku kostek, w zależności od liczby kryteriów optymalizacji. Kolejne etapy polegają na zmniejszaniu wymiarów kostek i przesuwaniu ich w kierunku rozwiązania zadania. W przypadku problemu dyskretnego warunkiem stopu jest osiągnięcie wymiarów kostki odpowiadających otoczeniu danego punktu.

### 5. Dekompozycja metody optymalizacji

Dekompozycja metody optymalizacji polega na współdziałaniu kilku strategii przeszukiwania obszaru dopuszczalnego połączonych w jednym algorytmie optymalizacyjnym. Przykładowo zastosowanie metody Monte Carlo do wyznaczenia dobrego punktu startowego, metody Gaussa-Seidela do wyznaczenia rozwiązania znajdującego się w pobliżu optimum oraz metody siatki przeszukującej otoczenie danego punktu w celu uściślenia wyniku, może stanowić efektywne narzędzie optymalizacyjne [5].

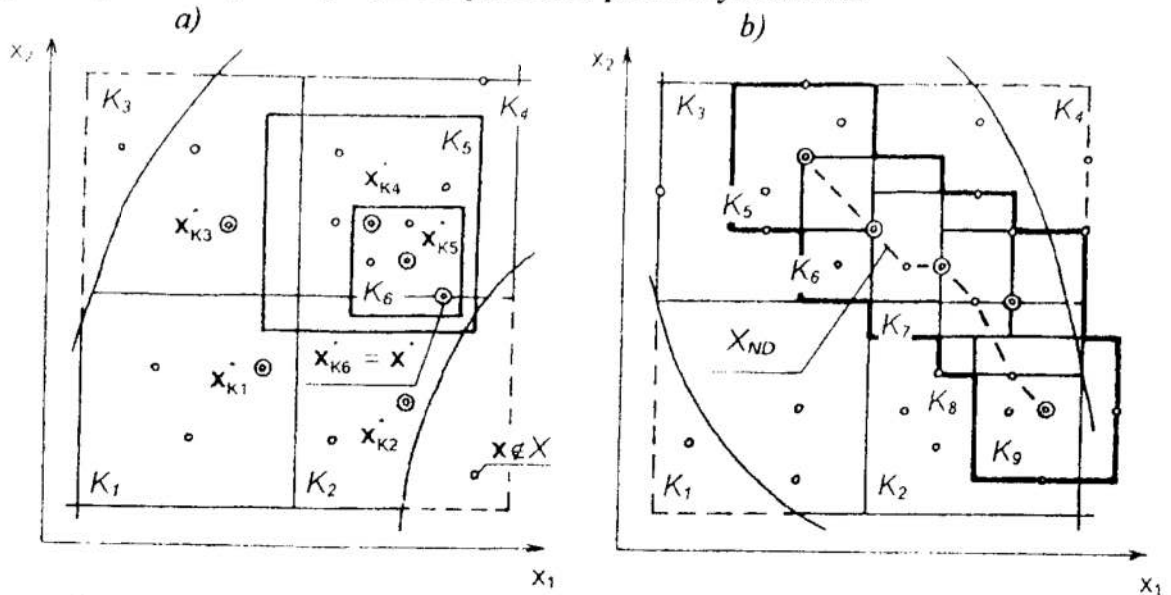
Tworzone w ostatnich latach metody optymalizacji, jak np. metoda ortogonalno-diagonalna [8], mają szeroko rozbudowane sterowanie, umożliwiające uruchamianie mniej lub bardziej zaawansowanych sposobów przeszukiwania obszaru dopuszczalnego, w celu wyznaczenia kierunku poprawy funkcji celu. Sterowaniem tym nadzoruje

naróżnego ekstremalizującego funkcję  $f_1(\mathbf{x})$ . Bada się które z rozwiązań należących do otoczenia analizowanego punktu daje oceny niezdominowane. Następnie wybiera się z danego otoczenia rozwiązanie posiadające najlepszą wartość funkcji  $f_2(\mathbf{x})$  i tworzy się wokół niego nowe otoczenie, itd. Wystarczy założyć, że kolejne otoczenie  $S^k$  wektora  $\mathbf{x}_{ND}^k$  nie musi być z góry zdeterminowane jako najliczniejsze otoczenie  $S_0$ . Jeżeli analiza otoczenia  $S_i^k$  dałaby w wyniku ocenę i rozwiązanie niezdominowane, to nie byłoby konieczności przeszukiwania otoczeń  $S_2^k, S_3^k, \dots, S_N^k$ . Zastosowanie takiej procedury znacznie przyspiesza proces wyznaczenia rozwiązań niezdominowanych. Zdekomponowana metoda polioptymalizacji może być przy tym kontrolowana przez użytkownika lub przez system ekspertowy, który wskaże otoczenie graniczne  $S_n, n \leq N$ , jakie ma powodować spełnienie warunku stopu.



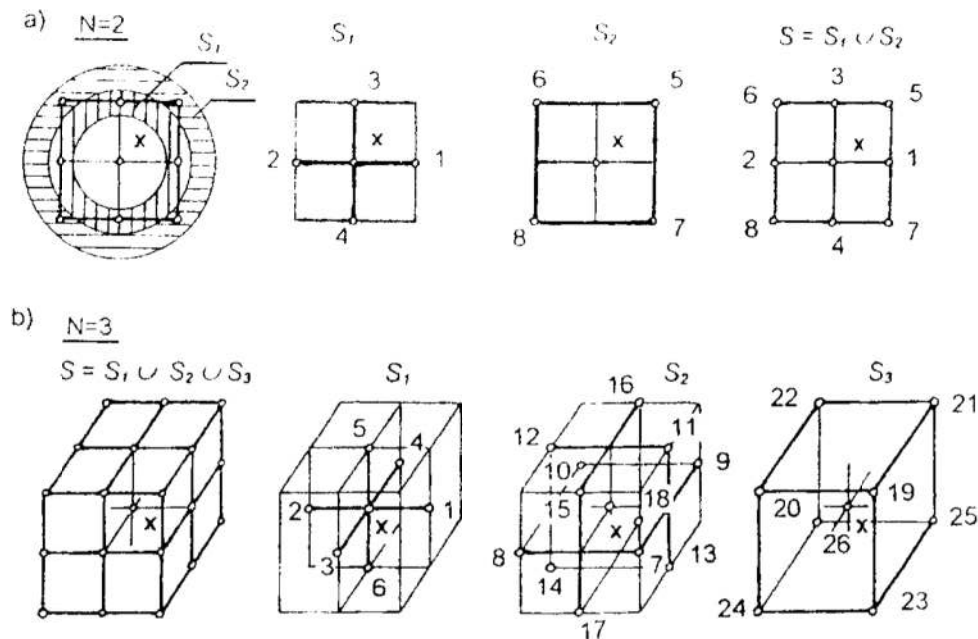
Rys. 7. Wyznaczanie dyskretnych zbiorów ocen i rozwiązań niezdominowanych  
 Fig. 7. Finding the sets of nondominated discrete evaluations and solutions

system ekspertowy wspomagający użytkownika w wyborze parametrów początkowych oraz kontrolujący przebieg zadania. W zależności od potrzeb uruchamiany jest jeden z kilku sposobów wyznaczania kierunku poprawy, a następnie jedna z kilku metod minimalizacji w kierunku. Punkt startowy zadania może być losowany lub wskazywany przez system ekspertowy bądź bezpośrednio przez użytkownika.



Rys. 5. Regularna siatka dzieląca cały zbiór  $X$  na  $M$   $N$ -wymiarowych kostek  
 Fig. 5. Regular net divides a whole set  $X$  into the  $M$  of  $N$ -dimensional boxes

Podobną formę dekompozycji można zastosować w stosunku do metody polioptymalizacji. Na rys. 6 zdefiniowano otoczenia  $S_i$  punktu  $x$  w przypadku przestrzeni  $N=2$  i  $N=3$ . Algorytm wyznaczający oceny niezdominowane (rys. 7) startuje z rozwiązania



Rys. 6. Dyskretne otoczenia punktu  $x$  dla  $N=2$  i  $N=3$   
 Fig. 6. Discrete surroundings of the point  $x$  for  $N=2$  and  $N=3$

## 6. Dekompozycja obiektu optymalizacji

Podział konstrukcji na współpracujące ze sobą elementy, jako najbliższy tradycyjnemu sposobowi projektowania, jest najczęściej stosowany. W konstrukcji w naturalny sposób wydzielić można elementy różniące się materiałem, charakterem przenoszonych obciążeń, sposobem projektowania lub technologią wykonania. Każdy z elementów konstrukcji może mieć własne kryteria optymalizacji  $f_L^{(i)}(\mathbf{x})$  zależne od lokalnych zmiennych decyzyjnych  $\mathbf{x}_L^{(i)}$ . Wektor zmiennych decyzyjnych obiektu  $\mathbf{x}$  składa się ze zmiennych decyzyjnych globalnych  $\mathbf{x}_G$  i lokalnych  $\mathbf{x}_L$

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_G, \mathbf{x}_L]^T, \text{ gdzie } \mathbf{x}_L = \bigcup_{i=1}^l \mathbf{x}_L^{(i)}.$$

Wektory zmiennych decyzyjnych lokalnych  $\mathbf{x}_L^{(i)}$  opisują indywidualne właściwości poszczególnych elementów konstrukcji, np. rodzaje materiałów, typy i katalogi przekrojów, sposoby połączeń, itd. Zmienne decyzyjne globalne  $\mathbf{x}_G$  muszą być wspólne dla co najmniej dwóch elementów, np. sposób podparcia konstrukcji dachowej ma bezpośredni wpływ na projektowanie przekrycia dachowego, słupów i fundamentów hali sportowej [3]. Obszar dopuszczalny zadania optymalizacji obiektu może być quasi-wielospójny lub łatwo go do takiego przekształcić (rys. 4). Cechę tę wykorzystać można w algorytmie optymalizacyjnym, pozwalającym na szybsze znalezienie rozwiązania

$$X = X_G \cup X_L, \quad \mathbf{x}_L = \bigcup_{i=1}^l \mathbf{x}_L^{(i)}, \quad \mathbf{x}_G \in X_G, \quad \mathbf{x}_L^{(i)} \in X_L^{(i)}.$$

Poszczególne podzbiory dopuszczalne są najczęściej różnej wymiarowości. W zależności od określenia kryteriów optymalizacji dla poszczególnych zadań, możemy mieć do czynienia z następującymi typami problemów zestawionymi symbolicznie w tabelicy 1:

- zadanie globalne i zadania lokalne są jednokryterialne (typ 1),
- zadanie globalne i zadania lokalne są wielokryterialne (typ 2),
- zadanie globalne i zadania lokalne są jedno- lub wielokryterialne (typ 3 i 4),
- zadanie globalne jest jednokryterialne, a zadania lokalne są jedno- i wielokryterialne (typ 5),
- zadanie globalne jest wielokryterialne, a zadania lokalne są jedno- i wielokryterialne (typ 6).

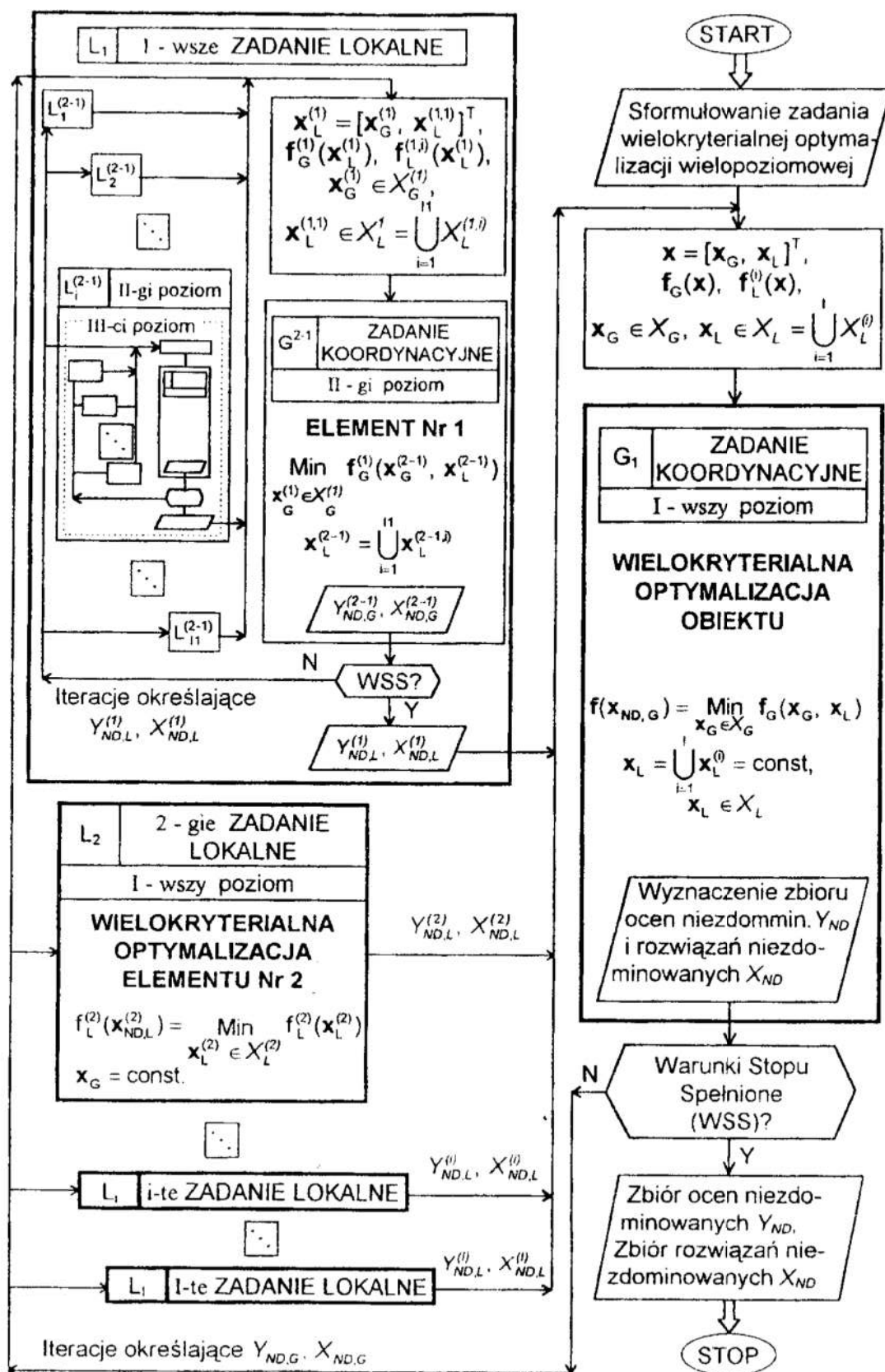
Zadania optymalizacji wykorzystujące dekompozycję obiektu formułowane są w literaturze głównie jako jednokryterialne [4, 10]. W pracy [7] podano inny, czteropoziomowy algorytm dekompozycji w przypadku optymalizacji wielokryterialnej.

Typy problemów optymalizacji wielopoziomowej

Tablica 1

| Zadanie optymalizacji | Kryteria optymalizacji  |                         |                         |                         |  |  |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--|--|
|                       | 1                       | 2                       | 3                       | 4                       | 5  | 6  |
| Globalne              | $f_G(\mathbf{x})$       | $f_G(\mathbf{x})$       | $f_G(\mathbf{x})$       | $f_G(\mathbf{x})$       | $f_G(\mathbf{x})$                              | $f_G(\mathbf{x})$                              |
| Lokalne               | $f_L^{(i)}(\mathbf{x})$ | $f_L^{(i)}(\mathbf{x})$ | $f_L^{(i)}(\mathbf{x})$ | $f_L^{(i)}(\mathbf{x})$ | $f_L^{(i)}(\mathbf{x}), f_L^{(i)}(\mathbf{x})$ | $f_L^{(i)}(\mathbf{x}), f_L^{(i)}(\mathbf{x})$ |

Globalne kryteria optymalizacji formułowane są najczęściej jako minimum, ze względu na zmienne decyzyjne globalne, sumy minimów funkcji celu zadań lokalnych,



Rys. 8. Schemat procesu optymalizacji przy zastosowaniu dekompozycji obiektu (typ2)  
 Fig. 8. Scheme of optimization process using the object decomposition (type 2)

określonych dla własnych zmiennych decyzyjnych lokalnych  $\mathbf{x}_L^{(i)}$  oraz odpowiednich zmiennych decyzyjnych globalnych  $\mathbf{x}_G$

$$f(\mathbf{x}_{ND}) = \underset{\substack{\mathbf{x}_G \in X_G \\ \mathbf{x}_L^{(i)} \in X_L^{(i)}}}{\text{Min}} f(\mathbf{x}_G, \mathbf{x}_L) = \underset{\mathbf{x}_G \in X_G}{\text{Min}} \sum_{i=1}^l \underset{\mathbf{x}_L^{(i)} \in X_L^{(i)}}{\text{Min}} f(\mathbf{x}_G, \mathbf{x}_L^{(i)})$$

Jako globalne kryteria optymalizacji konstrukcji przyjmuje się najczęściej minimum masy, objętości lub kosztu materiału, minimum kosztu wykonania obiektu, minimum nagromadzonej energii sprężystej, minimum energochłonności itd. Nie można natomiast potraktować, że niezawodność lub sztywność całej konstrukcji jest sumą niezawodności lub sztywności jej elementów. Są to typowe funkcje celu zadań lokalnych, a jeżeli mają być przyjęte jako globalne, to muszą mieć inną postać niż sumacyjna pokazana wyżej.

Poszczególne zadania lokalne rozwiązywane są niezależnie, przy czym czynnikami koordynacyjnymi są zmienne decyzyjne globalne oraz nadrzędne kryteria optymalizacji. Schemat procesu optymalizacji, wykorzystujący dekompozycję obiektu opisanego funkcjami celu typu 2 (tablica 1), pokazano na rys. 8. Podział dotyczyć może zarówno całego obiektu jak i poszczególnych elementów konstrukcji. W tym drugim przypadku powstają zadania lokalne (L) i globalne (G) niższego poziomu. Pomiędzy zadaniami lokalnymi, a globalnym mogą być przekazywane następujące informacje:

- pełne zbiory ocen i rozwiązań niezdominowanych,
- ocena i rozwiązanie preferowane,
- oceny i rozwiązania reprezentatywne [1, 7] - w przypadku licznych rozwiązań niezdominowanych nieznacznie różniących się ocenami.

Pierwsze podejście aczkolwiek najwłaściwsze z punktu widzenia poprawności założeń optymalizacji wielokryterialnej, może powodować generowanie zbyt wielkiej liczby globalnych zadań cząstkowych. Dla każdego lokalnego rozwiązania niezdominowanego musi być bowiem wyznaczony zbiór rozwiązań niezdominowanych zadania globalnego. W przypadku przekazywania wyłącznie rozwiązań preferowanych najszybciej osiągnany jest wynik końcowy, ale kosztem utraty wielu rozwiązań niezdominowanych. Pewien kompromis w tym zakresie stanowi koncepcja określania i przekazywania zbioru ocen i rozwiązań reprezentatywnych złożonych z 2-5 elementów.

W zadaniach polioptymalnego kształtowania złożonych obiektów mogą być wykorzystywane wszystkie formy dekompozycji. Poszczególne zadania lokalne i globalne mogą mieć zdekomponowane wektory zmiennych decyzyjnych i funkcji celu. Do poszukiwania rozwiązań niezdominowanych można zastosować efektywne algorytmy oparte na dekompozycji metody optymalizacji.

## 7. Uwagi końcowe

Dekompozycja zastosowana w dyskretnym zadaniu polioptymalizacji konstrukcji stanowi najczęściej jedyną efektywną drogę do uzyskania rozwiązania. W trakcie analizy zarówno czas obliczeń jak i jakość rozwiązania mogą podlegać kontroli, choć na ogół bez specjalnych procedur nie ma pewności czy wyznaczone rozwiązanie jest globalnie optymalne. Zastosowanie w jednym zadaniu różnych form dekompozycji znacznie przyspiesza uzyskanie rozwiązania.

## Literatura

1. Eschenauer H., Koski J., Osyczka A. (eds.): *Multicriterion Design Optimization: Procedures and Applications*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1990.
2. Haimes Y.Y., Li D.: Hierarchical multiobjective analysis for large-scale systems: review and current status, *Automatica*, Vol. 24, No. 1, 1988, pp. 53-69.
3. Jendo S., Paczkowski W. M.: Multicriteria discrete optimization of large scale truss systems. *Structural Optimization*, 6, 1993, pp. 238-294.
4. Jendo S., Stachowicz A.: Optimum structural design by multilevel optimization, *ZAMM* 66, 1986, pp. T347-T349.
5. Karczewski J. A., Łubiński M., Paczkowski W.M.: Nonlinear discrete model of optimization of space trusses. "Proc. of the Third Int. Conf. on Space Structures", University of Surrey, Guildford, UK, 1984, Elsevier, London and New York, pp. 677-682.
6. Karczewski J. A., Paczkowski W. M.: Discrete multicriterion optimization of a space truss. *Int. J. of Space Structures*, Vol. 9, No. 1, 1994, pp. 27-38.
7. Osyczka A., Montusiewicz J.: A decomposition strategy for multicriteria optimization. Proc. of Int. Conf. on Multiple Criteria Decision Making: Applications in Industry and Service, 6-8 Dec. 1989, Bangkok, pp. 1007-1021.
8. Paczkowski W. M.: Discrete optimization program based on the ortho-diagonal method. Proc. of Int. Conf. ICOTA'92, 3-5 June 1992, Singapore, World Scientific, Singapore - New Jersey - London - Hong Kong, Vol. 1, pp. 248-255.
9. Peschel M. Riedel C.: *Polioptimierung eine Entscheidungshilfe für ingenieurtechnische Kompromisslösungen*. VEB Verlag Technik, Berlin 1976.
10. Sobieszczański-Sobieski J.: Linear decomposition method for large optimization problems - blueprint for development, NASA TM 83248, Feb. 1982.

## Streszczenie

W pracy przedstawiono zagadnienie dekompozycji problemu polioptymalizacji dyskretnej. Dekompozycji mogą podlegać następujące elementy procesu optymalizacji: wektor zmiennych decyzyjnych, wektor funkcji celu, obszar rozwiązań dopuszczalnych, metoda optymalizacji oraz obiekt optymalizacji. Zastosowanie w jednym zadaniu różnych form dekompozycji znacznie przyspiesza uzyskanie rozwiązania.

## DECOMPOSITION OF DISCRETE POLYOPTIMIZATION PROBLEM

### Summary

The paper deals with discussion of decomposition of discrete polyoptimization problem. The following elements of optimization process can be decomposed: decision variable vector, objective function vector, feasible solution domain, optimization method and optimization object. Application of different forms of decomposition to a certain problem can considerably accelerate a problem solution.

## PROGRAM OPTYMALIZACYJNY OPARTY NA ALGORYTMACH GENETYCZNYCH

### 1. Wstęp

Algorytmy genetyczne od kilkunastu lat wzbudzają niesłabnące zainteresowanie, z którym związane jest oczekiwanie uzyskania przejrzystej definicji tej metody. Występujące w jej nazwie słowo „algorytmy” z jednej strony zapowiada jednoznacznie sprecyzowany sposób postępowania, z drugiej zaś, ze względu na użytą liczbę mnogą, sugeruje możliwość istnienia różnych sekwencji działań. Prekursor algorytmów genetycznych, John Holland, twierdzi [2], że istotę metody stanowi analogia do procesów doboru naturalnego, obserwowanych w przyrodzie, wyrażająca się stosowaniem takich procedur jak krzyżowanie (genów), mutacje i pojedynki między osobnikami, których stopień przystosowania można ocenić według wybranej miary.

We wprowadzeniu do artykułu [4] znajduje się opis algorytmu genetycznego podany w formie sekwencji działań (przytacza się w skrócie):

1. Wyraż parametry badanego obiektu przy pomocy wybranego kodu.
2. Wygeneruj kilka obiektów z przypadkowymi parametrami.
3. Porównaj obiekty i wybierz najlepsze.
4. Generuj nowe obiekty przez wymianę ich parametrów z obiektami wybranymi w punkcie 3., wprowadzając przypadkowe modyfikacje
5. Powtarzaj 3 i 4.

Z tego opisu wynika, że metoda polega na śledzeniu skutków przypadkowych zestawień cech charakteryzujących badany obiekt, natomiast wbrew spotykanym opiniom, sposób generowania obiektów, kodowania i wymiany parametrów czy też warunki zakończenia algorytmu nie są określone. Jednak sposób realizacji tych procedur ma istotny wpływ na przebieg i wyniki algorytmu genetycznego. Poniżej wykazano, że działanie algorytmu genetycznego jest uzależnione od sposobu i porządku, w jakim zestawione są parametry opisujące badany obiekt oraz od sposobu wymiany tych parametrów między obiektami.

Opisany niżej program powstał w wyniku prowadzonych przez autora badań przydatności algorytmów genetycznych do syntezy optymalnej mechanizmów. Stosowana metoda polega na iteracyjnym przekształcaniu reprezentacji zbioru rozwiązań dopuszczalnych, przedstawionych w postaci łańcuchów zerojedynkowych. Badania przestrzeni rozwiązań dopuszczalnych dokonuje się przez „crossing-over” (dalej używa się terminu: krzyżowanie). Przedstawiono poglądowe wyjaśnienie właściwości procedury krzyżowania, polegającej na tworzeniu nowych, bliższych optimum, reprezentacji zmiennych.

Zbudowany algorytm w pierwszej wersji badany był za pomocą programu OPTGENJP.PAS, ostatecznie zaś opracowano hybrydowy program OPTGBJP1.PAS wykorzystujący algorytmy genetyczne i zmodyfikowaną metodę losowego gradientu. Programy napisano w języku TURBO PASCAL 7.0.

---

\* Politechnika Warszawska, IKPPiO, 02-525 Warszawa, ul Chodkiewicza 8



## 2. Opis metody

### Oznaczenia i pojęcia:

- $n$  : liczba zmiennych decyzyjnych
- $x$  : wektor zmiennych decyzyjnych:  $x[i], i=1...n$
- $Q(x)$  : funkcja celu
- $G(x)$  : funkcja ograniczeń
- $xz[i,1], xz[i,2], i=1...n$  : odpowiednio dolne i górne granice wartości zmiennych decyzyjnych. W programie wartości te są zmieniane tak, że w kolejnych iteracjach  $k, k+1$ :

$$|xz[i,2] - xz[i,1]|^{k-1} < |xz[i,2] - xz[i,1]|^k$$

- **Kodowanie zmiennych**: przypisanie wartościom  $x[i]$  słów bitowych  $b_{1i} b_{2i}... b_{mi}$ , których wartości  $wx[i]$  oblicza się z zależności:

$$wx[i] = \text{ROUND}(zk (x[i] - xz[i,1]) / (xz[i,2] - xz[i,1]))$$

Funkcja *ROUND* przyjmuje wartość argumentu zaokrągloną do liczby całkowitej.

$$zk = \sum_{j=1}^{m-1} 2^j \quad \text{gdzie } m - \text{liczba bitów}$$

W programie przyjęto  $m = 8$  (nie ogranicza to dokładności wyznaczania zmiennych ponieważ w kolejnych iteracjach programu genetycznego zakres ich zmienności  $|xz[i,2] - xz[i,1]|$  jest mniejszy).

- **Dekodowanie**: zabieg odwrotny do kodowania; zamiana dwójkowej reprezentacji zmiennych  $b_{1i} b_{2i}... b_{mi}$ , na dziesiętną  $x[i]$ .

- **Element**: zespół wskaźników związany z badanym punktem w przestrzeni rozwiązań. W programie element przedstawiony jest jako rekord o następujących polach:

- wartości zmiennych decyzyjnych:  $x[i], i=1...n$
- łańcuch  $B$  zawierający  $nm$  bitów, tworzony ze słów bitowych  $b_{11} b_{21}... b_{m1}$ , przez ułożenie bitów w następującej kolejności:

$$B = b_{11} b_{12}... b_{1n} b_{21} b_{22}... b_{2n}... b_{m1} b_{m2}... b_{mn}$$

- **Populacja**: zbiór elementów.

- **nel**: liczba elementów w populacji.

- **Krzyżowanie**: wymiana grup bitów między losowo wybranymi z populacji łańcuchami  $B_1$  i  $B_2$ :

$$B_1 = a_1 a_2... a_j... a_{nm}$$

$$B_2 = b_1 b_2... b_j... b_{nm}$$

gdzie  $a_j = 1$  lub  $0$ ,  $b_j = 1$  lub  $0$ ,

Losowo wybierana jest liczba naturalna  $r$  z przedziału  $(1...m)$  i tworzy się nowe łańcuchy  $B'_1$  i  $B'_2$  wymieniając grupy bitów z indeksami większymi od  $q = rn$ :

$$B'_1 = a_1 a_2... a_q b_{q+1}... b_{nm}$$

$$B'_2 = b_1 b_2... b_q a_{q+1}... a_{nm}$$

- **cross**: współczynnik określający jaka część populacji podlega krzyżowaniu.

- **lp**: liczba badanych populacji

- **lmax**: maksymalna liczba iteracji

- **Mutacja**: zmiana bitu na przeciwny ( $0$  na  $1$  lub  $1$  na  $0$ ) w losowo wybranym łańcuchu, na losowo wybranym miejscu.

- *mut*: współczynnik określający jaka część populacji podlega mutacjom.
- *Zbiór wynikowy*: podzbiór populacji o liczebności  $k > prog$ , gdzie  $prog \leq nel$  ( $prog$  – liczba przyjmowana a priori), w którym łańcuchy:

$$B_j = b_{j1} b_{j2} \dots b_{jnm} \quad \text{gdzie } j = 1 \dots k$$

mają jednakowe bity na miejscu pierwszym, lub pierwszym i drugim, lub pierwszym, drugim, trzecim itd. Liczbę miejsc, na których w zbiorze wynikowym występują jednakowe bity oznacza się przez *mkol*. Zatem *mkol* jest liczbą jednakowych, kolejnych (licząc od najbardziej znaczących) bitów w zbiorze wynikowym, złożonym z nie mniej niż *prog* elementów.

- *eps[i]*,  $i = 1 \dots n$ : dopuszczalna niedokładność wyznaczenia rozwiązania.

### Opis algorytmu

**A.** Wprowadzane dane:  $n, nel, lp, lmax, cross, prog, xz[i,1], xz[i,2], Qx(x), G(x), eps[i], i = 1 \dots n$ .

**B.** Generacja populacji: Losuje się zmienne decyzyjne w zakresie od  $xz[i,1]$  do  $xz[i,2]$ ,  $i = 1 \dots n$ , tak długo, aż uzyska się *nel* wektorów zmiennych decyzyjnych spełniających ograniczenia.

**C.** Obliczenie funkcji celu: Dla wylosowanych wartości zmiennych  $(x[i])_i, i = 1 \dots n, j = 1 \dots nel$  oblicza się wartości funkcji celu  $Qx(x)$ .

**D.** Sortowanie: Szereguje się wylosowane zmienne według rosnącej wartości funkcji celu i zapamiętuje się zmienne odpowiadające minimalnej wartości:  $minQ = min(Qx(x))$ .

**E.** Kodowanie zmiennych i utworzenie łańcuchów bitów: Wartości zmiennych przedstawia się jako liczby dwójkowe, złożone z ośmiu bitów. Osiem zer odpowiada dolnym granicom zmiennych (czyli  $xz[i,1]$ ), zaś osiem jedynek – górnym (czyli  $xz[i,2]$ ). Sposób tworzenia łańcucha bitów ilustruje następujący przykład (dla  $n = 2$ ): jeśli zmiennej  $x[1]$  odpowiada w zapisie dwójkowym wartość 00000000, zaś zmiennej  $x[2]$ : 11111111, to łańcuch będzie miał postać: 01010101010101.

Gdy  $n = 3$ , a po kodowaniu otrzymano:

$$\begin{array}{l} x[1] - 01110110 \\ x[2] - 10001001 \\ x[3] - 11001100 \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array}$$

to utworzony zostanie łańcuch: 011101100100011101100010. Liczba bitów w łańcuchu wynosi  $8n$ . Na pierwszym miejscu łańcucha znajduje się najbardziej znaczący bit pierwszej zmiennej (pierwszy od lewej strony), na drugim – najbardziej znaczący bit drugiej zmiennej, itd. Po utworzeniu łańcuchów bitów powstaje populacja, złożona z *nel* elementów, dla których określono wszystkie wskaźniki czyli:  $x[i], B, Qx(x)$ .

**F.** Krzyżowanie: Wybiera się losowo  $0.5 * nel * cross$  par elementów, a dla każdej pary losuje się miejsce, w którym łańcuchy zostaną rozłączone. Rozdzielone w tym miejscu dwa łańcuchy wymieniają się grupami bitów leżącymi na prawo od miejsca ich rozłączenia.

**G.** Mutacje: Z zakresu  $(1 \dots q)$  wybiera się losowo liczbę całkowitą  $q$  zaś z zakresu  $(1 \dots nel)$  liczbę całkowitą  $p$ . W łańcuchu  $B_p$  bit stojący na miejscu  $q$  zmienia się na przeciwny. Postępowanie to powtarza się *mut nel* razy.

**H.** Eliminacja elementów najgorszych: Uzyskane łańcuchy dekoduje się a następnie, gdy ograniczenia są spełnione, oblicza się odpowiadające im wartości funkcji celu. Otrzymane elementy wpisuje się do populacji na ostatnie miejsca, a więc zastępuje się nimi elementy „najgorsze” (mające największe wartości funkcji celu).

**I.** Sortowanie: jak w **D**. Najmniejszą wartość  $Q(x)$  porównuje się z  $\min Q$  i wybiera się mniejszą z nich jako „najlepszą”.

**J.** Wybór obszaru: Porównuje się ze sobą kolejno bity (poczynając od najbardziej znaczących) w elementach uszeregowanych według rosnącej wartości  $Q(x)$ . Wyznacza się liczbę elementów  $lpop$ , w których łańcuchach występują te same bity oraz liczbę jednokowych bitów  $mkol$  (licząc od lewej strony) w tych łańcuchach. Na przykład  $lpop = 50$  oraz  $mkol = 10$  oznacza, że w pięćdziesięciu kolejnych elementach na pierwszych dziesięciu miejscach występują te same bity.

**K.** Generacja częściowa: Jeżeli liczba  $lpop$  przekracza wartość  $prog$  to uważa się, że wybrano zbiór wynikowy, opisujący obszar, w którym znajduje się poszukiwane minimum funkcji celu. W elementach od  $lpop+1$  do  $nel$  wprowadza się na początkowych miejscach (czyli od  $l$  do  $mkol$ ) te bity, które powtarzały się w zbiorze wynikowym, zaś na miejscach od  $mkol+1$  do  $8n$  bity wybiera się losowo. Powraca się do krzyżowania tak długo, aż liczba utworzonych populacji wyniesie  $lp$  (lub gdy  $lpop = nel$  i  $mkol = 8n$ ).

**L.** Sortowanie: jak w **D**.

**M.** Nowe granice zmiennych: Jeżeli wybrano zbiór wynikowy to bada się czy obejmuje on wszystkie bity tzn. czy  $mkol=8n$ . Jeżeli tak nie jest, to wprowadza się pomocnicze łańcuchy  $el1.B$  i  $el2.B$  w następujący sposób:

w łańcuchach  $el1.B$  i  $el2.B$  na miejscach od pierwszego do  $mkol$  wprowadza się bity ze zbioru wynikowego. W łańcuchu  $el1.B$  na miejscach od  $mkol+1$  do  $8n$  wstawia się zera, a w  $el2.B$  na tych miejscach wstawia się jedynki.

Po zdekodowaniu łańcuchów  $el1.B$  i  $el2.B$  otrzymuje się wartości  $el1.x[1]$  i  $el2.x[2]$ , które określają granice zbioru wynikowego, a następnie znajduje się odległości  $z1[i]$  i  $z2[i]$  między tymi granicami a najlepszym uzyskanym dotychczas rozwiązaniem:

$$z1[i] = x[i] - el1[i], \quad z2[i] = el2[i] - x[i], \quad i = 1 \dots n.$$

Jeżeli odległości te są mniejsze od niedokładności wyznaczenia  $x[i]$ , która wynosi:  $\delta[i] = (x[i,2] - x[i,1]) / 255$ , to przyjmuje się, iż  $z1[i] = \delta[i]$  i  $z2[i] = \delta[i]$ . Następnie sprawdza się czy w punktach odległych od  $x[i]$  o  $z1[i]$  i  $z2[i]$  spełnione są ograniczenia, a jeśli tak to czy wartości funkcji celu są mniejsze od dotychczas najmniejszej. Jeżeli oba te warunki są spełnione to od  $x[i]$  odejmuje się (lub dodaje) podwojoną odległość  $z1[i]$  (lub  $z2[i]$ ), postępując w ten sposób tak długo, aż któryś z tych warunków nie będzie spełniony. Wówczas znalezione punkty przyjmuje się jako nowe granice zakresu losowania zmiennych i powraca się do generacji populacji.

Jeżeli  $mkol=8n$  to  $z[i] = \delta[i]$ .

Jeżeli nie został wyznaczony zbiór wynikowy to użytkownik na podstawie dotychczas uzyskanych rezultatów podejmuje decyzję czy zmienić granice losowania, czy zakończyć program.

Postępowanie od **B** do **M** powtarza się tak długo, aż :

- zakres losowania wszystkich zmiennych stanie się mniejszy od założonej na wstępie dopuszczalnej niedokładności obliczeń  $eps[i]$ ,
- przekroczona zostanie założona, maksymalna liczba iteracji  $lmax$ .

### 3. Właściwości algorytmu

Przypuśćmy, że w szesnastoelementowym łańcuchu (taki łańcuch powstanie gdy  $n = 2$ ) szczególną uwagę zwrócimy na dwa pierwsze bity, pisząc: 11\*\*\*\*\*. Bez względu na to jakie bity i w jakich zestawieniach znajdują się na miejscach gwiazdek, minimalne, umowne wartości obu zmiennych będą równe 128, zaś maksymalne 255.

Można uznać, że w układzie współrzędnych prostokątnych badany obszar zmiennych wyznaczony będzie przez współrzędne (0,0) i (255,255) zaś rozpatrywany łańcuch opisuje ćwiartkę kwadratu ograniczonego współrzędnymi: (128,128) i (255,255). Są to współrzędne dolnego, lewego i górnego, prawego narożnika kwadratu.

Łańcuch: 1111\*\*\*\*\* opisuje kolejną ćwiartkę określoną przez: (192,192) i (255,255) itd. 11...11\*\* odpowiada zakresowi: (254,254),(255,255), zaś łańcuch złożony z jedynek odpowiada punktowi: (255,255).

Podczas krzyżowania, dla dwóch łańcuchów wybranych losowo z populacji, losuje się miejsce (liczba całkowita od 1 do 8), od którego wymienia się one grupami bitów. Gdy wylosuje się 1, to wylosowane elementy wymieniają całe łańcuchy, gdy 2 to zostaną wymienione bity od  $2n$  do  $8n$ , gdy 3 – to od  $3n$  do  $8n$  itd. Zakłada się, że każde z miejsc (pierwsze, drugie aż do ósmego) jest jednakowo prawdopodobne.

Krzyżowanie jest podstawową procedurą algorytmów genetycznych. Poniższy wywód ma na celu wyjaśnienie właściwości tej procedury, która w połączeniu z wyborem elementów „najlepszych” i eliminacją „najgorszych” prowadzi do skupiania wartości zmiennych wokół globalnego (lub lokalnego) ekstremum.

Przyjmijmy, że łańcuch  $B_1 = b_1 b_2 \dots b_8$  podlega krzyżowaniu z łańcuchem  $B_2 = \text{*****}$ , w którym na każdym miejscu wystąpienie 0 lub 1 jest jednakowo prawdopodobne. Oblicza się prawdopodobieństwo zmiany wartości umownej (w przedstawionym algorytmie wyraża się ona liczbą całkowitą z zakresu 0...255) łańcucha  $B_1$ , o wartość w granicach  $[2^k, 2^{k+1})$ , ( $k=0 \dots 7$ , przedział lewostronnie zamknięty).

W pierwszym kroku wyznacza się prawdopodobieństwo  $p_{>=k}$ , że wartość łańcucha  $B_1$  zmieni się o  $2^k$  lub więcej. Zmiana taka jest możliwa tylko wtedy, gdy miejsce podziału łańcuchów  $m$  ( $m=1,2 \dots$  licząc od bitów najbardziej znaczących) spełnia zależność:

$$m \leq 8 - k$$

przy czym wylosowanie miejsc 1,2... $8-k$  jest jednakowo prawdopodobne (prawdopodobieństwo równe jest 1/8). Jednym ze zdarzeń wykluczających się jest wylosowanie miejsca:  $1 < m \leq 8-k$ . Prawdopodobieństwo, że po wylosowaniu  $m$  łańcuch się nie zmieni będzie:  $0.5^m$ , zatem prawdopodobieństwo, że zmieni się jeden lub więcej bitów (na miejscach od 1 do  $m$ ) będzie równe:  $1 - 0.5^m$ . Wynika stąd, że prawdopodobieństwo zmiany wartości łańcucha  $B_1$  o  $2^k$  lub więcej, będzie wynikało z zależności:

$$p_{>=k} = \frac{1}{8} \cdot \sum_{i=1}^{8-k} (1 - 0.5^i)$$

Nawiązując do przytoczonego na początku p.3 przykładu i wykorzystując powyższą zależność można obliczyć, że prawdopodobieństwo iż w łańcuchu 11\*\*\*\*\* jedna z jedynek, lub obie, zmieniają się na 0 jest równe 0.0625, tak więc w wyniku wielokrotnego krzyżowania tego łańcucha z przypadkowo dobranymi łańcuchami tylko 6.25% zmiennych przyjmie wartości odpowiadające tym z zakresu 0...127, podczas gdy 93.75% zmiennych pozostanie w obszarze odpowiadającym zakresowi 128...255.

W następnym kroku wyznacza się prawdopodobieństwo tego, że wartość łańcucha zmieni się o mniej niż  $2^k$ . Podobnie jak powyżej wyraża się ono jako suma iloczynów prawdopodobieństw zdarzeń wykluczających się (wylosowanie miejsca  $m$ ) i zdarzeń warunkowych, że na żadnym z miejsc od 1 do  $8-k$ , włącznie, bit się nie zmieni (praw-

dopodobieństwo równe  $0.5^{(8-k)}$ , zaś, że od miejsca  $8-k+1$  do 8 zmiana taka zajdzie lub nie (prawdopodobieństwo równe  $1^{(k-1)} = 1$ )

$$p_{<k} = \frac{1}{8} \cdot \sum_{i=1}^{8-k} 0.5^i + \frac{1}{8} \cdot k$$

Dla  $k = 7$  otrzymano się  $p_{<k} = 0.9375$ , co potwierdza poprzednio uzyskaną wartość (93.75%). Wstawiając  $k = 0$  można obliczyć, że aż około 12.5% łańcuchów nie zmieni swojej postaci.

Na podstawie obu wyprowadzonych powyżej zależności można szukane prawdopodobieństwo zmiany łańcucha o wartość w granicach  $[2^k, 2^{k+1})$  wyrazić jako:

$$p_{k,k+1} = 1 - p_{>=k+1} - p_{<k} = \frac{1}{8} (1 - 0.5^{(8-k)})$$

Dla porównania przytacza się prawdopodobieństwo wylosowania wartości w podanych wyżej granicach, przy stałym (prostokątnym) rozkładzie prawdopodobieństwa:

$$p_{-} = 2^{(k-8)}$$

Aby zobrazować różnice między rozkładem prostokątnym a wynikającym z krzyżowania w Tabelicy 1 pokazano ile łańcuchów mieszczących się w danych granicach uzyska się w losowaniu przy prostokątnym rozkładzie prawdopodobieństwa, a ile przez krzyżowanie łańcucha 00000000 z losowo wybieranymi łańcuchami, gdy liczba losowań i krzyżowań wynosi 1000.

**Tabelica 1**

| <i>Liczba łańcuchów losowanych przy <math>p = \text{const}</math></i> | <i>Liczba łańcuchów uzyskanych przez krzyżowanie</i> | <i>Umowna wartość uzyskanego łańcucha</i> |
|---|--|---|
| 4   | 125  | 0   |
| 4   | 125  | 1   |
| 8   | 124  | 2,3                                       |
| 16  | 123  | 4,5,6,7                                   |
| 31  | 121  | 8 do 15                                   |
| 62  | 117  | 16 do 31                                  |
| 125   | 109  | 32 do 63                                  |
| 250   | 94   | 64 do 127                                 |
| 500   | 63   | 128 do 255                                |

Podane wartości uzyskano przy założeniu, że zmiana bitu na przeciwny, na każdym miejscu, jest jednakowo prawdopodobna. W wyniku sortowania, jednak, w kolejnych populacjach, pojawiają się te same bity tym częściej, im są one bardziej znaczące. Powoduje to jeszcze większe zmniejszenie prawdopodobieństwa wyboru odległej od początkowej wartości zmiennej w stosunku do prawdopodobieństwa wybrania wartości pobliskich. W rezultacie, w kolejnych populacjach generowanych przez krzyżowanie bitów wartości zmiennych skupiają się wokół tych, dla których funkcja celu osiąga wartość najmniejszą.

Z powyższego wyводу można wywnioskować, że:

- krzyżowanie łańcuchów powoduje, iż nowo generowane zmienne skupiają się wokół aktualnie „najlepszych” wartości
- jeżeli „najlepszy” z losowanych punktów położony jest w znacznej odległości od minimum, to prawdopodobieństwo wyznaczenia tego minimum przez krzyżowanie bitów jest mniejsze niż np. przez losowanie zmiennych ze stałym rozkładem prawdopodobieństwa.

Odwzorowanie zakresu zmienności każdej zmiennej przez ośmiobitowy łańcuch ogranicza dokładność wyznaczenia zmiennej do 1/255 części zakresu. W procedurze opisanej w M następuje zawężenie zakresu zmienności, przy czym zakres ten, w jednej iteracji, może się zmniejszyć maksymalnie 255 razy. Wynika stąd, że wartości  $eps/i$ ,  $lmax$  oraz  $xz[i,j]$  gdzie  $i = 1...n$ ,  $j = 1,2$  powinny być wstępnie uzgodnione.

Na rysunku 1 a, b, c pokazano działanie programu podczas wyznaczania minimum funkcji:

$$Qx = (x[1]) + (x[1]/x[2]) + (p/(x[1] x[2])),$$

gdzie  $p=288$  opisującej zredukowany moment bezwładności trzystopniowej przekładni zębatej o przelozeniu całkowitym  $p$  i o przelozeniach w pierwszych dwóch stopniach:  $x[1]$ ,  $x[2]$ . Zmienne te podlegają ograniczeniom, wynikającym z warunku, iż przelozenie w każdym stopniu może wynosić co najwyżej 10.

W kolejnych populacjach wartości zmiennych koncentrują się wokół minimum, położonego na granicy obszaru rozwiązań dopuszczalnych.

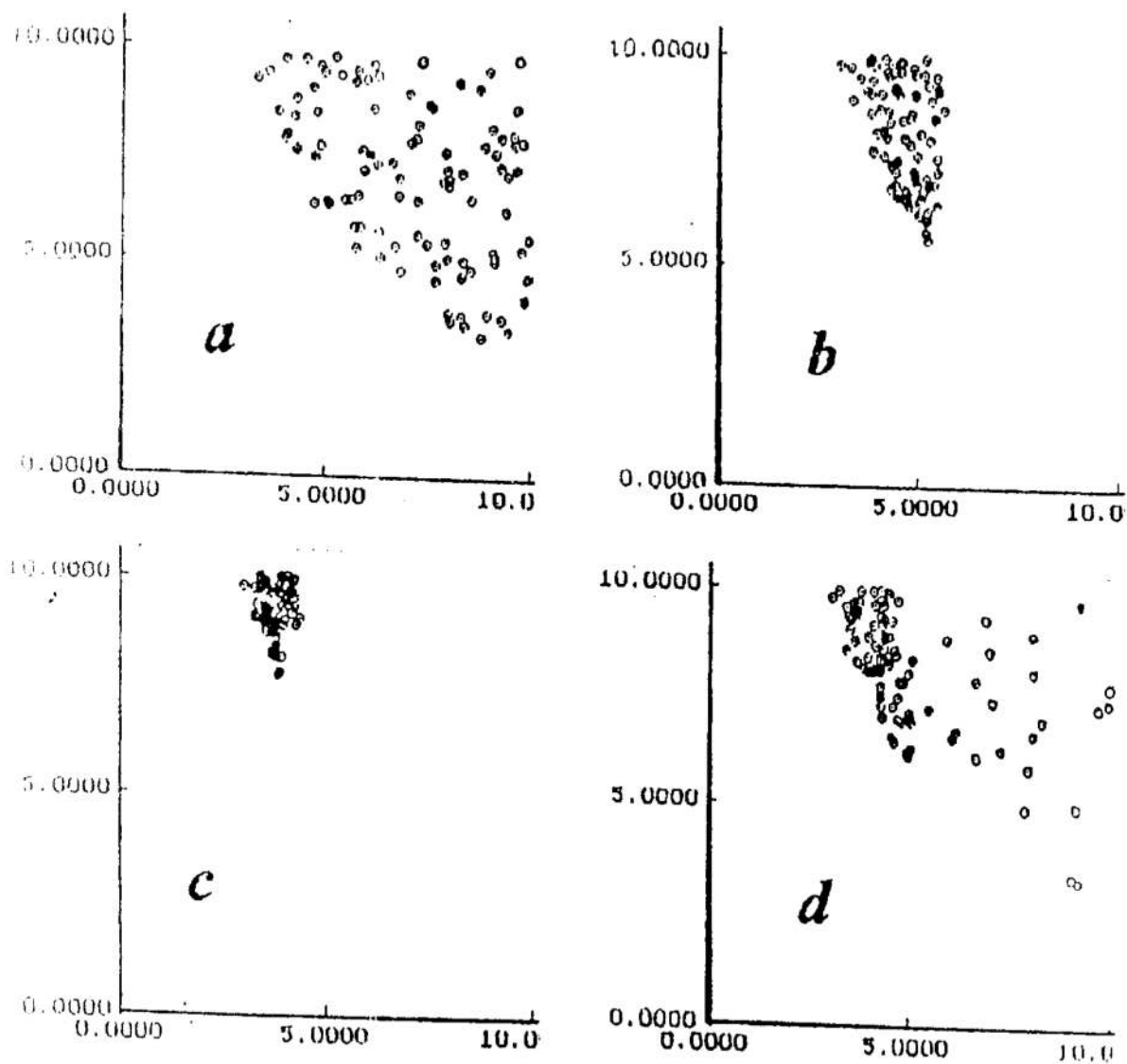
Na rys 1d przedstawiono rozkład punktów po dwudziestu populacjach uzyskany w programie, w którym procedurę krzyżowania zastąpiono generacją zmiennych przy stałym prawdopodobieństwie (korzystano z funkcji *random*). Uruchamiając wielokrotnie obie wersje programu stwierdzono, iż we wszystkich przypadkach krzyżowanie daje rezultaty znacznie bliższe minimum aniżeli generacja ze stałym prawdopodobieństwem.

Tworzenie populacji przez krzyżowanie umożliwia badanie obszaru zmiennych w sposób naturalny, podobny do działania człowieka, który najpierw pobieżnie ocenia cały zbiór a potem uważnie przeszukuje fragment najbardziej obiecujący.

Działanie programu badano dla większej liczby stopni przekładni (do sześciu), dla funkcji Goldsteina-Price'a, dla funkcji Rosenbrocka oraz przy rozwiązywaniu zadań z projektowania, rozwiązywanych uprzednio innymi metodami. Napotkano na trudność takiego dobrania danych (*nel*, *prog*, *cross*), dla których populacja nie degeneruje się do jednego elementu (wówczas wszystkie łańcuchy bitów stają się jednakowe) przed osiągnięciem obszaru zawierającego minimum funkcji celu. Sytuacji takiej można wprawdzie uniknąć po przeprowadzeniu doboru danych metodą kolejnych przybliżeń, jednak jest to postępowanie długotrwałe i uciążliwe. Negatywne skutki zbyt szybkiej koncentracji zmiennych są szczególnie wyraźnie widoczne w przypadku funkcji Rosenbrocka, której obrazem jest wąska, zakrzywiona dolina o stromych zboczach i łagodnie opadającym, w stronę minimum, dnem. Powoduje to trudność „trafienia” w punkt leżący jednocześnie na dnie doliny i w pobliżu minimum, podczas gdy nawet odległym od niego punktom położonym na dnie doliny odpowiadają niewiele większe od minimum wartości funkcji celu. W rezultacie, zmienne często koncentrują się wokół punktu odległego od minimum i algorytm staje się nieefektywny.

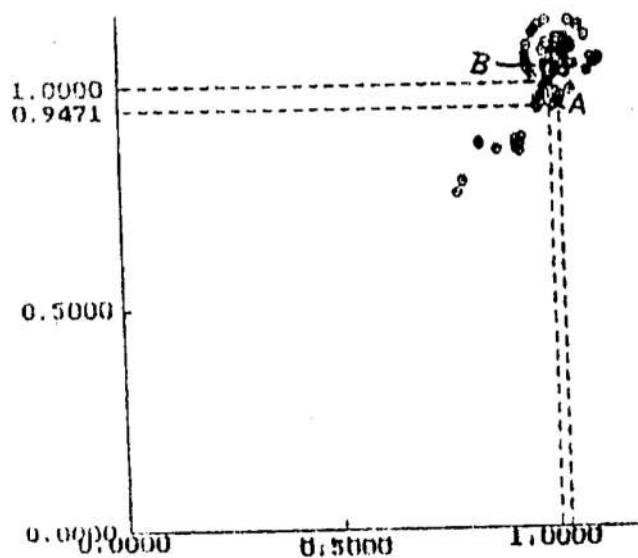
W programach genetycznych wprowadza się procedury „psujące” poprzednio uzyskane rezultaty (*mutacje*, *pojedyunki*). Postępowanie to jednak (podobnie jak to wspomniano w odniesieniu do *nel*, *prog*, *cross*), w zastosowaniu do procedury optymaliza-

cyjnej, związane jest z koniecznością ustalenia a priori właściwych wartości współczynników, co w świetle dotychczas poczynionych spostrzeżeń nie wydaje się możliwe. Za właściwe wartości uważa się takie, które z jednej strony nie spowalniają nadmiernie procesu zbieżności, z drugiej zaś zapewniają zadawalająco duże prawdopodobieństwo wyznaczenia obszaru zawierającego w sobie szukane minimum.



Rys. 1. Kolejne populacje generowane przez: a. funkcję random (pierwsza populacja), b. krzyżowanie (druga populacja), c. krzyżowanie (szósta populacja), d. funkcję random (dwudziesta populacja)

Fig. 1. Consecutive populations generated by: a. random function (first population), b. crossing-over (second population), c. crossing-over (sixth population), d. random function (twentieth population)



Rys. 2. Wyznaczanie minimum funkcji Rosenbrocka. Punkt A: minimum znalezione przez program genetyczny, punkt B: minimum globalne.  
 Fig. 2. Investigation of minimum of Rosenbrock function. Point A: minimum found by genetic algorithm, point B: global minimum.

Jak wspomniano wyżej, aby ten warunek spełnić należałoby uwzględnić właściwości funkcji celu które przed rozwiązaniem zadania optymalizacji (a często i potem) nie są użytkownikowi programu znane.

Wynika stąd wniosek, iż algorytm oparty na krzyżowaniu łańcuchów bitów stwarza problemy takie, jak inne metody oparte na losowym wyborze zmiennych.

#### 4. Podsumowanie

Obserwując efektywność działania algorytmu w przypadkach mniej skomplikowanych funkcji celu, koncepcja wykorzystania procedury krzyżowania w optymalizacji wydaje się bardzo zachęcająca.

Przeprowadzone badania, których celem było wybranie warunków w jakich procedura krzyżowania mogłaby niezawodnie działać jako samodzielna metoda optymalizacji, nie doprowadziły do zadawalającego wyniku.

Rezultatem podjętych prac jest program optymalizacyjny (OPTGBJPI.PAS) wykorzystujący w pierwszym etapie opisany wyżej algorytm, zaś w drugim zmodyfikowaną procedurę optymalizacyjną losowego gradientu. Procedura ta działa efektywnie w pobliżu minimum, natomiast na podstawie wykonanych badań przyjęto założenie, iż metoda krzyżowania łańcuchów umożliwia szybkie (tzn. przy stosunkowo niewielkiej liczbie obliczeń funkcji celu a zwłaszcza niewielkiej liczbie obliczeń funkcji ograniczeń) wyznaczenie obszaru zawierającego minimum lub leżącego w jego bliskim sąsiedztwie. Wstępne badania tak zaimplementowanego programu dały zachęcające wyniki. W stosunku do opisanego w punkcie 2 algorytmu wprowadzono następującą zmianę: po działaniach podanych w **M** następuje przejście do zmodyfikowanej metody losowego gradientu, a więc w pierwszym cyklu dokonuje się wyboru „najlepszego” rozwiązania z dokładnością nie większą niż  $1/255$  część zakresu zmiennych.



Działanie programu gdy funkcją celu jest zakrzywiona dolina Rosenbrocka ilustruje rysunek 2. Rozwiązaniu w pierwszym cyklu odpowiada punkt A, w drugim cyklu znajdujący był punkt B. Dla pozostałych, wymienionych wyżej, funkcji odcinek AB był niezauważalny.

### Literatura

1. Praca zbiorowa, redakcja: Davis L. Van Nostrand Reinhold. *Handbook of genetic algorithms*. New York, 1991.
2. Holland J.H. *Algorytmy genetyczne*. Świat Nauki. IX. 1992
3. Riolo R.L. *Dobór naturalny w świecie bitów*. Świat Nauki. IX. 1992
4. Kenneth V. Price. *Wygaszanie genetyczne*. Software 4/95.

### Streszczenie

Istotą algorytmów genetycznych jest sposób tworzenia następujących po sobie zbiorów zmiennych w procedurze krzyżowania. Artykuł zawiera próbę wyjaśnienia pewnych właściwości krzyżowania, które powodują koncentrację zmiennych w pobliżu rozwiązań chwilowo najlepszych. Proces ten często prowadzi do tzw. konwergencji [2] tzn. do degeneracji zbioru zmiennych do jednego punktu. Dalsze postępowanie wówczas staje się niecelowe, gdyż krzyżowanie identycznych zmiennych nie zmienia ich wartości. Punkt ten jednak, w pewnych przypadkach, może być odległy od optymalnego. Do algorytmu genetycznego dołączono program optymalizacyjny oparty na metodzie losowego gradientu. Umożliwia to znalezienie minimum funkcji celu również w przypadku, gdy utworzona, kolejna populacja zdegeneruje się do jednego punktu, nie pokrywającego się z szukanym minimum.

## OPTIMIZATION PROGRAM BASED ON GENETIC ALGORITHMS

### Summary

The creation of consecutive sets of variables by the crossing-over is the essence of genetic algorithms. The paper contains the description of an attempt to explain some features of the crossing-over that cause a concentration of variables in the vicinity of a temporarily best result. Crossing-over often results in convergence, that is the degeneration of the whole set of variables to one point and then the further proceeding is pointless as the crossing-over between two identical chains does not change neither of them. However this point, in some cases, may not coincide with the optimum. Supplementing the genetic algorithms with the random gradient method ensures a solution of an optimization problem also in case when a successive population, generated by crossing-over, degenerates to a point that not coincide with the optimum.

## PROGRAMOWANIE ROBOTA PRZEMYSŁOWEGO MOVEMASTER-EX Z WYKORZYSTANIEM SYSTEMU ANALIZY OBRAZU I SYMULATORA

### 1. Wprowadzenie

Programowanie robotów przemysłowych metodami „off-line” (poza robotem), jakkolwiek bardzo korzystne z punktu widzenia wykorzystania czasu pracy robota, napotyka na szereg trudności. Wynikają one z faktu, że programowanie nie zachodzi w „naturalnym środowisku” robota, a to się wiąże m.in. z koniecznością obliczania pozycji chwytaka, rozwiązywania odwrotnego zadania kinematyki w celu stwierdzenia osiągalności pozycji, a wreszcie - z koniecznością obliczeniowej kontroli możliwych kolizji robota z obiektami występującymi w jego otoczeniu.

Różne języki i systemy programowania off-line robotów przemysłowych ([2],[3]) wspomagają programistę w tych zadaniach. W każdym jednak okolicznościach znaczną pomocą są programy symulacyjne ([4],[5]). Program symulacyjny (symulator) w pewnym stopniu łagodzi negatywne skutki wynikające z faktu, że programista nie ma w czasie programowania bezpośredniego kontaktu z robotem. Dzięki procedurom rozwiązywania odwrotnego zadania kinematyki oraz dzięki wizualizacji i animacji graficznej dotyczącej zachowania robota i manipulowanych przezeń obiektów, możliwe staje się automatyczne sprawdzenie osiągalności zadanych pozycji, obserwacja zachowania poszczególnych członów kinematycznych robota i poszczególnych obiektów przemieszczanych, wreszcie wizualna, bądź obliczeniowa kontrola kolizji mogących wystąpić podczas realizacji poszczególnych instrukcji pozycjonowania. W ten sposób wygenerowanie poprawnego programu dla robota staje się łatwiejsze i szybsze.

Innym czynnikiem ułatwiającym programowanie robota jest zastosowanie systemu wizyjnego. Na podstawie analizy obrazu z kamery wideo obserwującej przestrzeń roboczą robota przemysłowego, automatycznie generowane są odpowiednie wartości współrzędnych liniowych i kątowych, opisujących pozycje chwytaka odpowiadające chwytaniu rozpoznanych obiektów. Szczególnie korzystne jest zastosowanie systemu wizyjnego w sytuacjach, gdy wyjściowe położenie manipulowanych obiektów nie jest stałe (są one dostarczane w sposób nieuporządkowany). Innym - i jak się wydaje - na razie nie wykorzystanym obszarem zastosowań systemów wizyjnych jest ułatwienie programowania robotów metodą off-line także przy stałym (znanym) położeniu obiektów manipulowanych. Wyeliminowana wtedy zostaje konieczność manualnego tworzenia komputerowego modelu otoczenia robota (może on być wygenerowany automatycznie), oraz konieczność obliczania (niektórych przynajmniej) pozycji chwytaka.

---

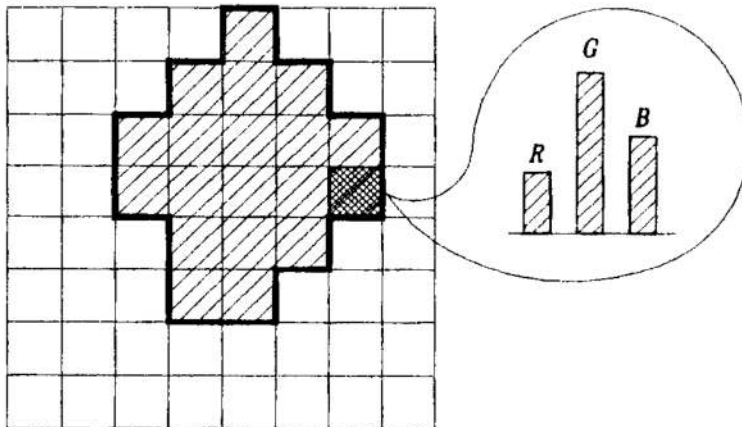
\* Instytut Technologii Maszyn, Politechnika Warszawska, ul. Narbutta 86, 02-524 Warszawa

W literaturze podawane są różne metody identyfikacji obiektów. W powszechnym zastosowaniu są metody opierające się na obliczeniu powierzchni, środka ciężkości, czy momentów statycznych rozpoznanych figur. W pracy badawczej omówionej w tym artykule oparto się na analizie zarysów figur geometrycznych będących obrazami sfilmowanych obiektów. Uzasadnienie tego podejścia omówione zostanie w rozdz. 4. W Instytucie Technologii Maszyn Politechniki Warszawskiej opracowano komputerowy system programowania robotów, oparty o analizę obrazu video i program symulacyjny. W artykule niniejszym omówiono działanie tego systemu.

## 2. Digitalizacja obrazu z kamery wideo.

Realizowana jest ona za pomocą karty MOVIE VISION, której oprogramowanie umożliwia zapis cyfrowy obrazu w postaci zbioru dyskowego przy zastosowaniu 24-bitowego zapisu kolorów i rozdzielczości do 640x480 pikseli.

Pojedynczy piksel (punkt świetlny na ekranie) opisany jest przez trzy wartości liczbowe: R (red), G (green) i B (blue), określające stopień nasycenia danego piksela odpowiednio kolorami składowymi: czerwonym, zielonym i niebieskim (rys. 1).



Rys. 1. Zdigitalizowany obraz video.

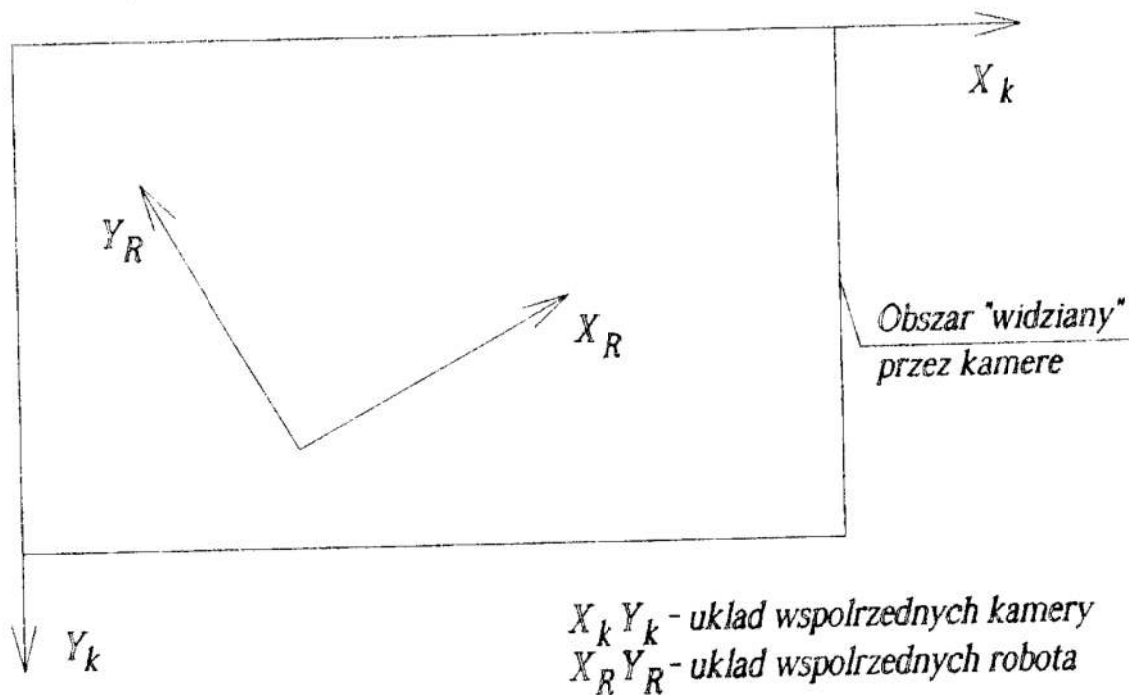
Fig. 1. Video picture converted to digital.

## 3. Skalowanie systemu wizyjnego, identyfikacja obiektów i generowanie pozycji chwytaka robota.

W pracy niniejszej przy identyfikacji obiektów oparto się na analizie zarysów (krawędzi) powstałych figur geometrycznych będących obrazami sfilmowanych obiektów. Nie wynikało to jednak z konieczności (przy generowaniu programu dla robota ograniczamy się do stosunkowo prostych przedmiotów manipulowanych o nieskomplikowanych kształtach), lecz z chęci praktycznego rozpoznania przydatności tej metody. Będzie ona bowiem chyba niezastąpiona przy planowanej rozbudowie systemu, polegającej na 3-wymiarowej analizie sceny z użyciem matematycznych modeli przedmiotów identyfikowanych, opartych na technice CSG (Constructive Solid Geometry). Aby prawidłowo określić wymiary oraz położenie identyfikowanych obiektów, system wizyjny musi być przed użyciem wyskalowany.

Pierwszym krokiem tego skalowania jest wykonanie zdjęcia tła (stołu) z położonym na nim rysunkiem układu współrzędnych odniesienia. Wskazaniem jest, aby ten układ

pokrywał się, lub przynajmniej miał osie równoległe do osi układu współrzędnych, w którym programujemy robota (dla osi równoległych należy podać przesunięcie w osi X oraz Y, aby z danych tych mógł skorzystać program generujący pozycje chwytaka robota). Następnie zdigitalizowane zdjęcie pokazywane jest na ekranie monitora, a użytkownik systemu musi wskazać punkty odpowiadające trzem niewspółliniowym punktom o danych współrzędnych w układzie, w którym programujemy robota. W ten sposób system wizyjny otrzymuje informację o wzajemnym położeniu układu współrzędnych robota i „układu współrzędnych kamery”, związanego z rzędami i kolumnami pikseli zdigitalizowanego obrazu (rys. 2).



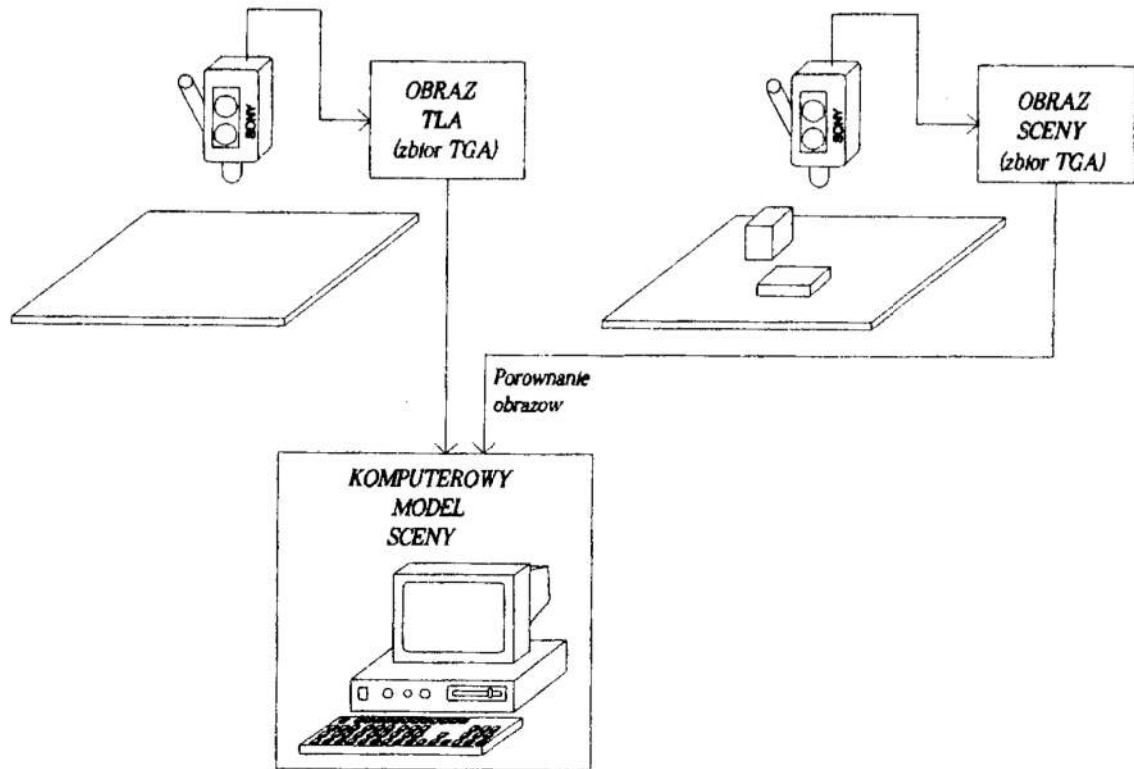
Rys. 2. Wzajemne położenie układów współrzędnych kamery i robota.  
 Fig. 2. Mutual location of the coordinate systems of the camera and robot.

Osiągana dokładność skalowania np. dla sceny 500x500 mm wynosi ok. 1-2 mm. Dla każdego ze zidentyfikowanych obiektów generowany jest automatycznie jego opis matematyczny, który jest następnie zapisywany do zbioru dyskowego w postaci zrozumiałej dla programu symulacyjnego, który na podstawie tego opisu będzie generować model otoczenia robota. Z drugiej strony, również automatycznie generowane są też współrzędne pozycji chwytaka robota, odpowiadającej momentowi chwycenia (ewentualnie położenia na tym miejscu) zidentyfikowanego obiektu. W ten sposób programista robota odciążony jest od tych obliczeń.

#### 4. Wykrywanie obiektów na zdigitalizowanym obrazie.

Do rozwiązywania tego zagadnienia stosowane są różne metody ([1]). W niniejszej pracy (w obecnej wersji systemu) mamy do czynienia z analizą sceny statycznej, a tłem dla zidentyfikowanych obiektów jest płaskie podłoże (np. stół), na którym się one znajdują. W związku z tym za podstawę identyfikacji kształtu i poło-

żenia obiektów przyjęto porównanie dwóch obrazów: tła (czyli samego stołu bez znajdujących się na nim obiektów) oraz stołu ze znajdującymi się na nim obiektami. O ile warunki oświetlenia są stałe, to wystarczy wykonanie tylko jednego zdjęcia stołu (tła) na początku pracy systemu wizyjnego, zaś jeśli nie - obraz tła należy digitalizować każdorazowo przed analizą kolejnego układu przedmiotów identyfikowanych (rys. 3).



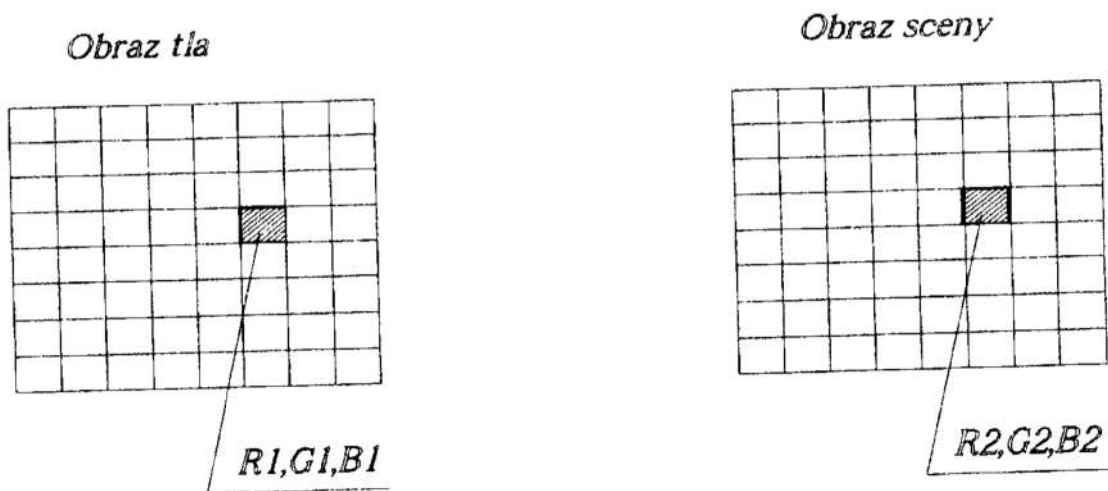
Rys.3. Rozpoznawanie obiektów przez porównanie sceny z tłem.  
Fig.3. Object recognition using scene-background comparison.

Pierwszym etapem wykrywania obiektów jest porównanie każdego piksela obrazu sceny z odpowiednimi pikselami obrazu tła. W warunkach idealnych pozwoliłoby to na jednoznaczne określenie, które piksele odpowiadają czystemu tłu (brak obiektu w danym punkcie), a które znajdującym się na stole przedmiotom. Kryterium byłaby tu równa lub różna wartość składowych RGB odpowiednich pikseli (rys.4).

Jeśli  $R_1=R_2$  i  $G_1=G_2$  i  $B_1=B_2$ , to możnaby wnioskować, że w danym punkcie nie znajduje się żaden identyfikowany przedmiot.

W praktyce taka prosta metoda jest zupełnie bez wartości ze względu na zakłócenia:

- Obraz sceny może być lekko przesunięty względem obrazu tła (nie można założyć idealnej nieruchomości kamery względem stołu), w związku z czym nie wiadomo dokładnie, które piksele obu obrazów odpowiadają sobie wzajemnie.
- Dwa zdjęcia nawet tej samej sceny różnią się w praktyce między sobą wartościami RGB odpowiadających sobie pikseli i to nieraz w sposób znaczny (ma na to wpływ charakterystyka oświetlenia, kamery wideo i wiele innych czynników).
- W przypadku braku idealnego, niezmiennego oświetlenia (a z takim się należy liczyć w warunkach przemysłowych) występują różne uboczne efekty optyczne



Rys. 4. Porównanie pojedynczego piksela sceny i tła  
 Fig. 4. Comparing the single pixels of the scene and background

(cienie, odbicia światła od gładkich powierzchni przedmiotów), które utrudniają analizę obrazu.

Wyżej wymienione trudności przezwyciężone zostały w następujący sposób:

- Aby uwzględnić ewentualne przesunięcia obrazu sceny i tła, porównywane są nie pojedyncze piksele, lecz wartości RGB każdego piksela obrazu sceny porównywane są z wartościami (średnimi, bądź ekstremalnymi) pewnej grupy pikseli otaczających odpowiadający mu piksel obrazu tła.
- Rozpoznanie, czy dany piksel odpowiada tłu, czy przedmiotowi, nie jest prostym porównaniem wartości RGB tego piksela z wartościami RGB pikseli obrazu tła. Przeprowadzone próby i doświadczenia uzyskane w czasie trwania niniejszej pracy wykazały, że dla zadowalającej analizy potrzebne jest zastosowanie dwóch kryteriów: jasności i koloru. Dopiero ich sumaryczne zastosowanie pozwala na wiarygodne rozpoznanie obiektów (zwłaszcza przy złym oświetleniu, gdy kolor obiektów zlewa się z kolorem tła i występujących cieniach, lub braku wyraźnego kontrastu).
- Nieuchronne w warunkach przemysłowych powstawanie zakłóceń w postaci np. cienia, uwzględnione zostało przez odpowiednie skalowanie systemu w danych warunkach oświetlenia.
- Pomimo zastosowania skalowania oraz wielostopniowej analizy zdigitalizowanego obrazu sceny, nie sposób jest uniknąć pewnego procentu błędnych rozpoznań charakteru analizowanych pikseli, zwłaszcza w warunkach złego oświetlenia, zróżnicowanego tła oraz niewystarczająco kontrastujących przedmiotów. Dlatego dodatkowo zastosowano dwie procedury tzw. „odplamiająca” i „wypełniająca”.  
 Procedura „odplamiająca” ma na celu eliminację „plam”, to jest pojedynczych pikseli, bądź małych, luźnych grup pikseli, uznanych za należące do obiektów, lecz nie sąsiadujących bezpośrednio z większymi, zwartymi grupami pikseli, odpowiadającymi rzeczywistym obiektom.  
 Procedura „wypełniająca” ma na celu eliminację niewielkich, luźnych grup pikseli uznanych za należące do tła, lecz znajdujących się wewnątrz większych, zwartych

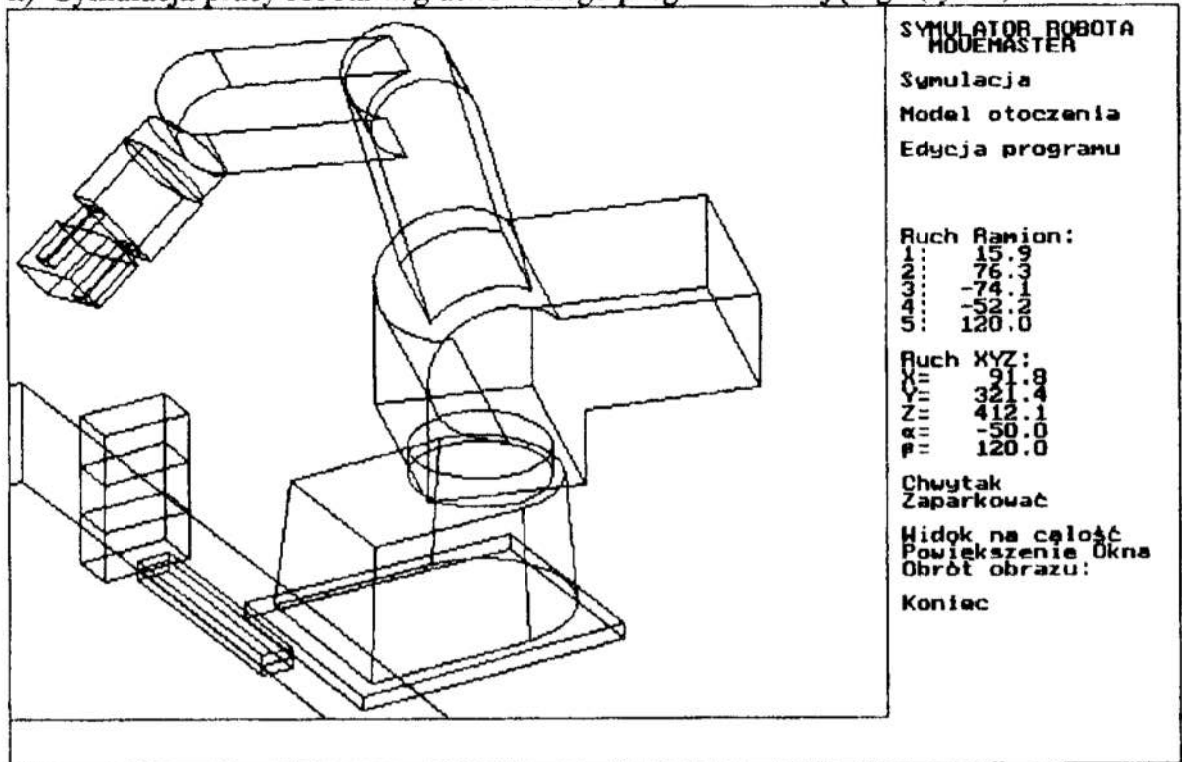
obszarów pikseli, odpowiadających wykrytym obiektom. Abstrahując od sytuacji, w których oświetlenie zmienia się w czasie w sposób diame-  
 tralny pod względem natężenia i kierunku, osiągnięto wysoki stopień skuteczności  
 rozpoznawania obiektów (sytuacje, w których obiekt nie został rozpoznany w sposób  
 prawidłowy, należą do rzadkości).

### 5. Funkcje realizowane przez symulator robota.

Program symulacyjny znacznie ułatwia pracę programiście robota. Dzięki procedurom  
 rozwiązywania odwrotnego zadania kinematyki oraz dzięki rozbudowanym opcjom  
 wizualizacji i animacji graficznej, można na ekranie monitora obserwować zachowanie  
 robota przy wykonywaniu różnych czynności, sprawdzać osiągalność przez chwytak  
 robota pewnych pozycji, stwierdzać występowanie kolizji przy realizacji  
 poszczególnych instrukcji pozycjonowania.

Programiście stoją do dyspozycji następujące opcje:

- a) Realizacja ruchu do pozycji określonej przez tzw. współrzędne robota .
- b) Realizacja ruchu do pozycji określonej w sensie liniowym przez współrzędne  
 kartezyjskie X, Y, Z, zaś w sensie kątowym przez kąty  $\alpha$  i  $\beta$ .
- c) Ruch do pozycji „parkowania”.
- d) Czytanie ze zbioru dyskowego opisu modelu otoczenia .
- e) Otwieranie i zamykanie chwytaka.
- f) Powiększenie wybranego fragmentu przestrzeni roboczej.
- g) Zmiana punktu patrzenia na przestrzeń roboczą.
- h) Symulacja pracy robota w/g utworzonego programu sterującego (rys. 5)



Rys.5. Symulacja graficzna pracy robota.

Fig.5. Graphical simulation of the robot movements.

## 6. Algorytm rozwiązywania odwrotnego zadania kinematyki.

Przy pisaniu programu sterującego robotem z reguły operujemy na współrzędnych kartezyjskich położenia chwytaka w poszczególnych pozycjach. Aby jednak program symulacyjny mógł przedstawiać na ekranie pracującego robota, oraz stwierdzić, które z zaprogramowanych pozycji są osiągalne, a które nie - konieczne jest obliczenie położenia poszczególnych ramion robota, odpowiadających zadanemu położeniu chwytaka. Zagadnienie to nazywa się odwrotnym zadaniem kinematyki.

W zależności od kinematyki robota zadanie to może być rozwiązywalne w sposób jednoznaczny, albo nie. Algorytm rozwiązywania odwrotnego zadania kinematyki dla robota MOVEMASTER-EX został opracowany i zrealizowany w postaci procedur w języku PASCAL, wchodzących w skład programu ROB\_SYM. Ze względu na stosunkowo nieskomplikowaną kinematyką robota MOVEMASTER-EX (5 przegubów walcowych, z których 3 mają równoległe do siebie osie obrotu) odwrotne zadanie kinematyki jest dla tego robota rozwiązywalne w sposób jednoznaczny.

## 7. Wnioski.

W wyniku realizacji niniejszej pracy osiągniętych zostało kilka celów.

Po pierwsze, zdobyte zostały praktyczne doświadczenia w dziedzinie analizy obrazu z kamery wideo. Pozwoliły one na realizację programu komputerowego, który z dużą skutecznością rozpoznaje umieszczone w przestrzeni roboczej obiekty, również przy niezbyt korzystnych warunkach oświetlenia i przy zastosowaniu stosunkowo taniego sprzętu (kamery wideo i karty przetwarzania obrazu wideo).

W dotychczasowej wersji obiekty są rozpoznawane w zasadzie tylko w dwóch wymiarach. Uzyskane pozytywne wyniki w tym zakresie zachęcają wszakże do rozszerzenia systemu wizyjnego na trzy wymiary i taki jest przewidywany kierunek dalszych prac.

Po drugie, opracowany został i przetestowany symulator robota MOVEMASTER-EX, wyposażony w bogate opcje wizualizacji i animacji graficznej 3-wymiarowej.

Na podstawie przeprowadzonych prób można stwierdzić, że symulator działa bezbłędnie, dokładnie oddając zachowanie rzeczywistego robota, co świadczy o prawidłowym algorytmie rozwiązywania odwrotnego zadania kinematyki. Już w chwili obecnej symulator ten znalazł zastosowanie m.in. w zajęciach dydaktycznych.

W swojej obecnej wersji operuje on tylko na przedmiotach manipulowanych o kształcie prostopadłościanu. W przyszłości przewidywana jest rozbudowa możliwości modelowania otoczenia robota.

Innym planem na przyszłość jest integracja opracowanego systemu z elastycznym systemem obróbkowym EMCO, w skład którego wchodzi robot MOVEMASTER-EX.

Wreszcie kolejnym kierunkiem dalszych prac nad systemem wizyjnym będą próby jego zastosowania do sterowania robotem „on-line” (elastyczne reagowanie na zachodzące zmiany w otoczeniu w czasie pracy robota). W dotychczasowej bowiem wersji czas analizy obrazu jest zbyt długi (ok. 30 sek), aby możliwe było sterowanie robotem „on-line” (chwytak zbyt długo musiałby czekać na dane). Redukcję tego czasu będzie można osiągnąć m.in. poprzez bezpośrednie sięganie do pamięci karty wizyjnej



(planowane jest więc osiągnięcie tego celu poprzez optymalizację algorytmów i oprogramowania, a nie poprzez zakup drogiego sprzętu).

### **Literatura**

1. Tadeusiewicz R.: SYSTEMY WIZYJNE ROBOTÓW PRZEMYSŁOWYCH, WNT Warszawa 1992
2. Rogowski A.: JĘZYK UOGÓLNIONEGO OPISU CZYNNOŚCI MANIPULACYJNYCH JAKO NARZĘDZIE TWORZENIA GENERATORÓW PROGRAMÓW DLA ROBOTÓW. Referat na IV Krajowej Konferencji Robotyki, Wrocław 1993.
3. Rogowski A.: METODA AUTOMATYCZNEJ GENERACJI PROGRAMÓW DLA ROBOTÓW MONTAŻOWYCH. Technologia i Automatyzacja Montażu, Nr 1, Warszawa 1994
4. Rogowski A.: THE COMPLEX SIMULATION AND VISUALIZATION OF THE AUTOMATED AND ROBOTIZED MANUFACTURING. Materiały konferencyjne z II Międzynarodowego Sympozjum „Methods and Models in Automation and Robotics”, Vol.2, Międzyzdroje 1995.
5. Wrba P.: SIMULATION ALS WERKZEUG IN DER HANDHABUNGSTECHNIK, Springer Verlag, Berlin, 1990.

### **Streszczenie**

Programowanie robotów metodą off-line jest bardzo korzystne, jednak wciąż istnieją trudności z jego przemysłowym wykorzystaniem. Zachodzi ono bowiem poza „naturalnym” środowiskiem robota i wymaga przeprowadzenia szeregu obliczeń związanych z pozycjami chwytaka, odwrotnym zadaniem kinematyki i możliwymi kolizjami. W niniejszym artykule omówiony został system komputerowy, który ułatwia programowanie off-line. Bazuje on na analizie obrazu i symulacji. Analiza obrazu pozwala na automatyczną generację współrzędnych położenia chwytaka, a program symulacyjny na wizualizację robota realizującego program. Automatycznie przeprowadzane są obliczenia związane z odwrotnym zadaniem kinematyki i interakcją chwytak - przedmiot. System został zaimplementowany przez Autorów w Instytucie Technologii Maszyn PW.

### **ROBOT PROGRAMMING USING THE VISION AND SIMULATION SYSTEM**

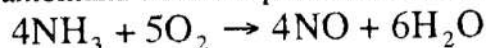
Although the robot off-line programming is a very advantageous method, there are still many reasons that make its industrial implementation difficult. The off-line programming is performed outside the „natural” robot environment. Hence many computations concerning gripper positions, inverse kinematics problem and possible collisions have to be performed. In the current paper a computer system is discussed that makes off-line programming easier. Its base is a vision system and a simulation program. The vision system lets generate automatically the robot’s gripper positions coordinates and the simulation program lets visualize the movements of the robot performing its task. All calculations regarding inverse kinematics problem and gripper-workpiece interaction are performed automatically. The system has been implemented at the Warsaw University of Technology.

## Symulacja pracy półki kolumny absorpcyjnej w technologii produkcji kwasu azotowego

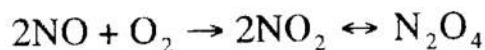
### 1. Wstęp

Kwas azotowy jest jednym z podstawowych produktów w technologii chemicznej, którego roczna produkcja wynosi w Polsce ok. 2 mln ton. Jest on używany głównie do produkcji saletry amonowej. Ponadto, kwas azotowy stosuje się do trawienia metali oraz, w technologii organicznej, do procesów nitrowania. Proces produkcji kwasu azotowego można podzielić na trzy podstawowe etapy [1]:

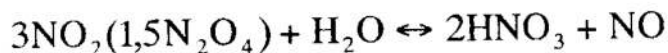
1) katalityczne utlenianie amoniaku tlenem z powietrza do tlenku azotu:



2) utlenianie tlenku azotu do dwutlenku azotu oraz jego równowagowa polimeryzacja do czterotlenku:



3) absorpcja dwutlenku azotu (czterotlenku azotu) w wodzie z wytworzeniem kwasu azotowego:



Te trzy etapy mogą być prowadzone pod jednym lub pod różnymi ciśnieniami. Obecnie nowoczesne instalacje kwasu azotowego są budowane najczęściej jako dwuciśnieniowe [2], w których etap 1) (oraz częściowo etap 2) zachodzi pod ciśnieniem 0.3 do 0.6 MPa a etapy 2) i 3) pod ciśnieniem 0.9 do 1.5 MPa.

W instalacjach kwasu azotowego podstawowym aparatem jest kolumna absorpcyjna. Jest to jednocześnie aparat najcięższy i najdroższy, którego koszty inwestycyjne osiągają do 1/3 całkowitych nakładów inwestycyjnych na instalację [3]. Kolumny absorpcyjne są budowane zwykle jako kolumny z półkami sitowymi przelewowymi, o średnicach nawet powyżej 6 m i wysokości ponad 80 m. Wzrost wymagań ochrony środowiska odnośnie stężenia tlenków azotu w gazach wylotowych z kolumny (nawet poniżej 100 ppm) oraz wysoki koszt inwestycyjny kolumn wymuszają konieczność posiadania odpowiednio dokładnego modelu matematycznego zarówno pojedynczej półki absorpcyjnej jak i całego aparatu. W warunkach ruchowych przydatna jest także umiejętność przewidywania ich pracy przy zmianie strumieni masowych i cieplnych dopływających do kolumny. Dlatego konieczne jest opracowanie nowych metod pozwalających na osiągnięcie powyższych celów.

### 2. Model matematyczny procesów zachodzących na półce

Półka umownie rozumiana jest warstwa cieczy znajdująca się na półce oraz przestrzeń gazowa między warstwą cieczy a następną półką. Model opracowano przy założeniach:

- 1) ciecz i gaz są na półce idealnie wymieszane,
- 2) przepływ gazu w przestrzeni międzypółkowej jest przepływem tłokowym,
- 3) na półce nie występują gradienty stężeń i temperatury,
- 4) straty ciepła do otoczenia są pomijalnie małe.

Do półki dopływa mieszanina gazowa składająca się z NO, NO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>O<sub>4</sub>, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O i N<sub>2</sub>, gdzie styka się ze spływającym z wyższej półki wodnym roztworem kwasu azotowego.

Niekiedy na półkę podawany jest dodatkowo kondensat kwaśny powstający w wymiennikach ciepła w wyniku schłodzenia gazów nitrozowych po utlenieniu amoniaku (reakcja 1). Na ostatnią półkę w kolumnie podawana jest natomiast woda do absorpcji. Na półce dwutlenek azotu reaguje z wodą ze sprawnością zależną od konstrukcji półki, warunków hydrodynamicznych oraz składu mieszaniny gazowej dopływającej do półki i stężenia kwasu azotowego powstającego na półce. Sprawność jest miarą odchylenia prężności tlenków azotu po półce od prężności równowagowej :

$$\eta = \frac{p_0 - p_1}{p_0 - p_R} \quad (1)$$

gdzie:

$p_0$  - początkowe ciśnienie parcjalne sumy tlenków azotu ( $\text{NO} + \text{NO}_2 + \text{N}_2\text{O}_4$ ), MPa,

$p_1$  - ciśnienie parcjalne sumy tlenków azotu po półce, MPa,

$p_R$  - równowagowe ciśnienie sumy tlenków azotu po półce, MPa.

Równowagowe ciśnienie tlenków azotu po półce można obliczyć z równania :

$$\log K_1 = \log \frac{p_{\text{NO}}}{p_{\text{NO}_2}} = f(c_{\text{HNO}_3}, T) \quad (2)$$

natomiast sprawność półki

$$\eta = 1 - e^{-\varepsilon} \quad (3)$$

$$\varepsilon = A \frac{(1 + c_{\text{HNO}_3})^{1.49}}{w_g^{0.546} p_{\text{NO}}^{0.0483} T^{1.248}} \quad (4)$$

gdzie :

$c_{\text{HNO}_3}$  - stężenie kwasu azotowego w roztworze na półce, uł. wag.,

$T$  - temperatura na półce, K,

$A$  - stała zależna od konstrukcji półki,

$w_g$  - prędkość gazu w otworach półki, m/s,

$p_{\text{NO}}$  - prężność cząstkowa tlenu azotu na wlocie.

Skład gazów nitrozowych po  $i$ -tej półce można obliczyć z równań :

$$G_{\text{NO}}^i = G_{\text{NO}}^{i-1} + 0.5x_{\text{HNO}_3} \quad (5)$$

$$G_{\text{NO}_2}^i = G_{\text{NO}_2}^{i-1} + 2G_{\text{N}_2\text{O}_4}^{i-1} - 1.5x_{\text{HNO}_3}$$

$$G_{\text{O}_2}^i = G_{\text{O}_2}^{i-1}$$

$$G_{\text{H}_2\text{O}}^i = G_{\text{H}_2\text{O}}^{i-1} - y_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$G_{\text{N}_2}^i = G_{\text{N}_2}^{i-1}$$

a skład roztworu kwasu :

$$G_{\text{HNO}_3}^i = G_{\text{HNO}_3}^{i+1} + x_{\text{HNO}_3} \quad (6)$$

$$G_{\text{H}_2\text{O}}^i = G_{\text{H}_2\text{O}}^{i+1} + y_{\text{H}_2\text{O}} - 0.5x_{\text{HNO}_3}$$

gdzie:

$X_{\text{HNO}_3}$  - ilość kwasu azotowego powstającego na półce, kmol/s,

$Y_{\text{H}_2\text{O}}$  - ilość pary wodnej kondensującej na półce, kmol/s,

$G$  - natężenie przepływu poszczególnych składników fazy gazowej i ciekłej na wlocie i wylocie z półki, kmol/s.

Dwutlenek azotu jest zawsze w stanie równowagi dynamicznej z czterotlenkiem. Stałą równowagi  $K_2$  reakcji :



można obliczyć z równania :

$$\log K_2 = \frac{P_{\text{NO}_2}^2}{P_{\text{N}_2\text{O}_4}} = f(T) \quad (8)$$

Tlenek azotu zawarty w mieszaninie gazowej opuszczającej półkę ulega w przestrzeni międzypółkowej utlenieniu do dwutlenku, zgodnie z reakcją 2), z szybkością opisaną poniższym równaniem :

$$\frac{dp_{\text{NO}_2}}{d\tau} = k_p P_{\text{NO}} P_{\text{O}_2}^2 \quad (9)$$

gdzie:

$k_p = f(T)$  - stała szybkości reakcji (9),  $1/\text{Mpa}^2\text{s}$

Podczas absorpcji następuje wydzielenie znacznych ilości ciepła związanego z powstawaniem i rozcieńczaniem kwasu azotowego oraz schładzaniem mieszaniny gazowej. Ciepło to jest odbierane przy pomocy wody chłodzącej przepływającej przez węzownice umieszczone na półkach. Bilans ciepła na  $i$ -tej półce opisuje równanie :

$$\sum_{j=\text{NO}}^{N_2} G_j^{i-1} I_j^{i-1} + (G_{\text{HNO}_3}^{i+1} + G_{\text{H}_2\text{O}}^{i+1}) I_{\text{HNO}_3+\text{H}_2\text{O}}^{i+1} - \sum_{j=\text{NO}}^{N_2} G_j^i I_j^i - (G_{\text{HNO}_3}^i + G_{\text{H}_2\text{O}}^i) I_{\text{HNO}_3+\text{H}_2\text{O}}^i - k_i F_i \Delta T_i = 0 \quad (10)$$

gdzie:

$I_j = f(T)$  - entalpia  $j$ -tego składnika mieszaniny gazowej, kJ/kmol,

$I_{\text{HNO}_3+\text{H}_2\text{O}} = f\left(T, \frac{G_{\text{HNO}_3}}{G_{\text{HNO}_3} + G_{\text{H}_2\text{O}}}\right)$  - entalpia roztworu kwasu azotowego, kJ/kmol,

$k$  - współczynnik przenikania ciepła,  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ ,

$F$  - powierzchnia wymiany ciepła,  $\text{m}^2$ ,

$\Delta T$  - zastępcza różnica temperatur.

W przestrzeni międzypółkowej w wyniku utleniania tlenku azotu do dwutlenku i jego dalszej polimeryzacji do czterotlenku azotu następuje zmiana temperatury gazów zgodnie z równaniem:

$$\sum_{j=\text{NO}}^{N_2} G_j^i I_j^i(T_i) = \sum_{j=\text{NO}}^{N_2} G_j^i I_j^i(T_{k_i}) \quad (11)$$

$T_{k_i}$  - końcowa temperatura mieszaniny gazowej po  $i$ -tej półce

W oparciu o powyższe równania opracowano algorytm i program do obliczeń projektowych i symulacyjnych dowolnej kolumny z półkami sitowymi przelewowymi. Obliczenia są wykonywane metodą „z półki na półkę”, tzn. iteracyjnie od dołu do góry kolumny, aż do uzyskania założonej dokładności obliczeń. Dla celów niniejszej pracy wykonano wielowariantowe obliczenia symulacyjne 40-półkowej kolumny absorpcyjnej pracującej w jednej z polskich instalacji kwasu azotowego zbudowanej według projektu Instytutu Nawozów Sztucznych. Wyniki tych obliczeń posłużyły do opracowania modelu neuronowego jednej z półek powyższej kolumny.

### 3. Model neuronowy półki kolumny absorpcyjnej

Obliczenia kolumny absorpcyjnej należą do trudniejszych problemów spotykanych w inżynierii chemicznej. Opis matematyczny obejmuje zjawiska zachodzące w układzie dwufazowym. Trudności związane są ponadto z jednej strony przez określone wymagania w stosunku do obsługi programu (wymagana jest głęboka znajomość procesu) a z drugiej strony istnieją określone wymagania w stosunku do szybkości działania komputera. Oczekuje się, że model neuronowy półki kolumny absorpcyjnej zapewni łatwiejsze modelowanie pracy całej kolumny oraz istotnie przyspieszy realizację obliczeń symulacyjnych.

#### 3.1. Algorytm uczenia sieci - metoda wstecznej propagacji błędu

Podstawy metody wstecznej propagacji błędu z wykorzystaniem reguły delta opisane zostały w pracach [4,5]. W trakcie procesu uczenia podaje się zestaw danych zawierających  $N$  par wektorów wejść/wyjść  $(x_n, y_n)$ . Celem uczenia jest taki dobór wag, aby zminimalizować sumę kwadratów odchyłek  $E$  pomiędzy danymi wyjściowymi przewidywanymi przez sieć i pożądanymi danymi wyjściowymi.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (E^j)^2$$

W celu rozpoczęcia uczenia sieci należy najpierw wygenerować macierz wag dla wszystkich węzłów sieci. Wartości wag ustala się arbitralnie na niskim poziomie. Następnie wybierając kolejno wartości wektora wejściowego oblicza się odpowiedź sieci. Na podstawie obserwacji wektora wyjściowego można oszacować wartość błędu  $E^j$ . Na podstawie obliczonych wartości błędów można dokonać zmian wartości wag  $\Delta_k w$  w  $k$ -tym kroku obliczeniowym według zależności:

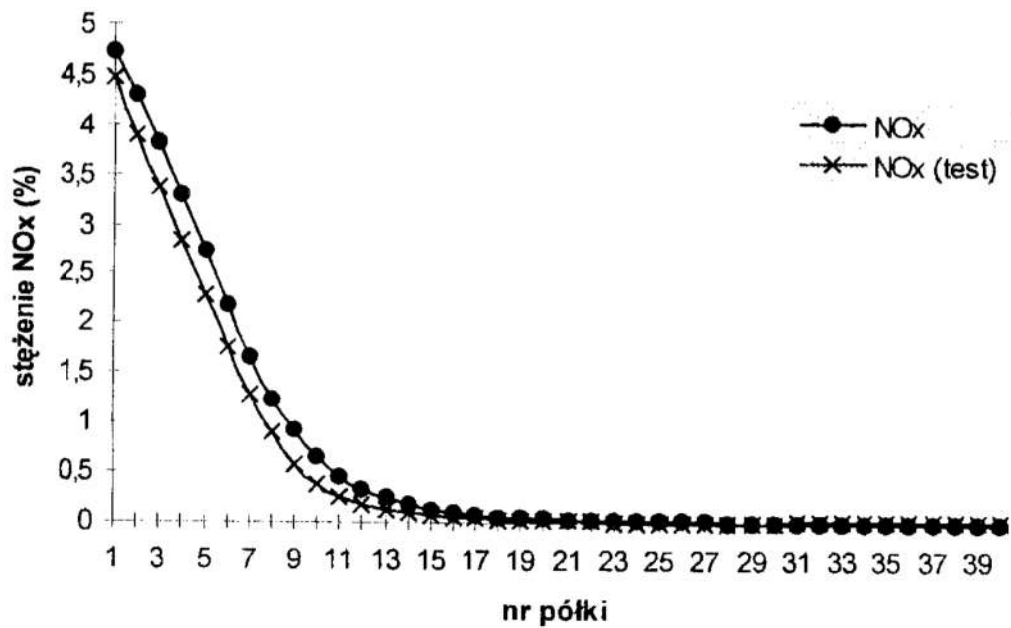
$$\Delta_k w = \eta \eta_k + \alpha \Delta_{k-1} w$$

W wyrażeniu tym  $m_k$  oznacza kierunek największego spadku związany z wagą  $w_k$ ,  $\eta$  oznacza szybkość uczenia, natomiast  $\alpha$  jest współczynnikiem zapobiegającym zbyt gwałtownym zmianom kierunku poszukiwań i nosi nazwę momentu. W następnym  $k$ -tym kroku następuje zmiana współczynników wagowych i proces obliczeń powtarza się aż do uzyskania zadowalającej zgodności danych wyjściowych obliczonych z danymi uczącymi.

#### 3.2. Badania symulacyjne i omówienie wyników

Do celów modelowania wykorzystano sieć jednokierunkową o wymiarach  $11 \times 17 \times 11$ . Dane do treningu uzyskano na podstawie symulacji pracy półki w typowych zakresach pracy. Przygotowano 800 zestawów danych. Przyjęto następujące wielkości wejściowe: skład gazu wchodzącego na daną półkę -  $(NO, NO_2, N_2O_4, O_2, H_2O, N_2)_{wlot}$ , temperaturę gazu dopływającego do półki -  $T_{g\_wl}$ , ciśnienie gazu -  $P_{wl}$ , stężenie kwasu dopływającego do półki -  $C_{kw\_wl}$ , temperaturę kwasu dopływającego do półki -  $T_{kw\_wl}$ , ilość kwasu dopływającego na półkę -  $G_{wt}$  oraz wielkości wyjściowe: skład gazu opuszczającego na półkę -  $(NO, NO_2, N_2O_4, O_2, H_2O, N_2)_{wylot}$ , temperaturę gazu po opuszczeniu półki -  $T_{g\_wyl}$ , ciśnienie gazu -  $P_{wyl}$ , stężenie kwasu spływającego z półki -

$C_{kw\_wyl}$ , temperaturę kwasu -  $T_{kw\_wyl}$ , ilość kwasu opuszczającego półkę -  $G_{wyl}$ . W czasie realizacji obliczeń napotkano problemy z doбором architektury sieci. Dokonano szeregu prób z różną liczbą węzłów w warstwie ukrytej. Z uwagi na względnie duży wymiar sieci i dużą liczbę danych czas obliczeń pozwalający na określenie efektu pozytywnego lub porażki był długi rzędu kilku godzin. W końcu dobrano architekturę sieci składającą się z jednej warstwy ukrytej zawierającej 17 neuronów jako dającą najlepsze dopasowanie do danych uczących. Większość zmiennych wyjściowych obliczonych na podstawie modelu neuronowego jest zgodna z błędem wynoszącym poniżej 1 %. Niektóre ze zmiennych nie dają jednak zadowalającej zgodności. Dotyczy to szczególnie stężenia czterotlenku azotu przy małych lub bardzo małych wartościach, gdzie wartości błędów były na poziomie od kilkunastu do kilkuset procent oraz stężenia kwasu azotowego przy niektórych zestawach parametrów wejściowych. Niezgodności te mogą świadczyć niekoniecznie o słabościach dopasowania przy pomocy sieci, ale również o występujących niejednoznacznościach w danych uczących wynikających czasami z niewłaściwego stosowania w określonych przedziałach funkcji np. aproksymujących własności mediów roboczych. Uzyskany model półki kolumny absorpcyjnej został następnie wykorzystany do zamodelowania pracy kolumny absorpcyjnej. Ponieważ w kolumnie półki pracują szeregowo, więc efekt roboczy poprzedniej półki przenosi się na następną półkę. Biorąc więc warunki wyjściowe z poprzedniej półki jako stany wejściowe do następnej półki, można uzyskać rezultaty pracy dowolnej kolumny pod warunkiem posiadania modelu neuronowego półki ważnego dla symulowanych warunków. Uzyskane wyniki symulacji przedstawiono na wykresach. Są one wystarczająco dokładne dla obsługi chcącej sprawdzić zachowanie się kolumny absorpcyjnej przy określonych parametrach pracy. Również nadają się do wykorzystania w uproszczonych modelach symulacyjnych instalacji kwasu azotowego, w których obliczenia symulacyjne kolumny zawsze stanowiły określoną trudność.

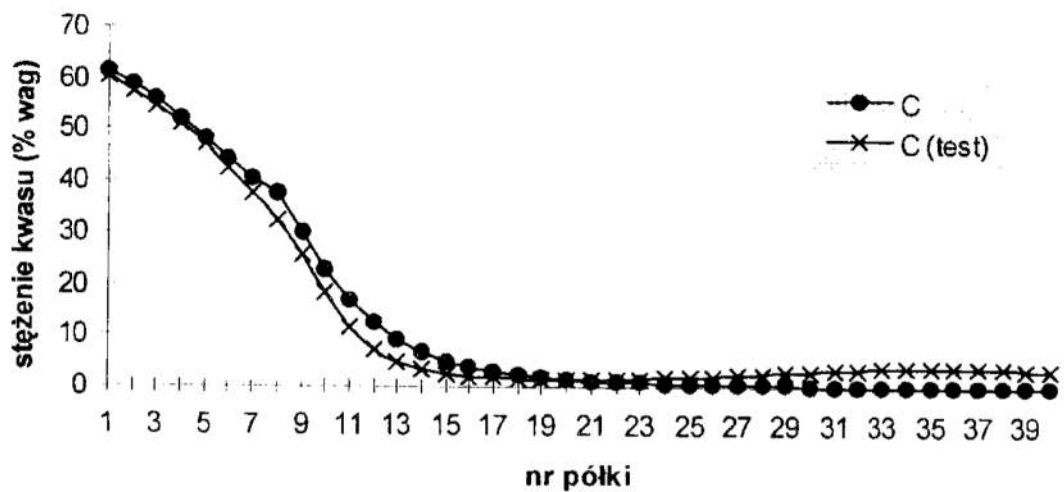


Rys. 1. Wykres stężenia tlenków azotu na półkach kolumny absorpcyjnej

- - krzywa według danych wzorcowych,
- × - krzywa według modelu neuronowego.

Fig. 1. Diagram of nitrous oxide concentration on absorption column trays

- - a curve obtained with training data,
- × - a curve obtained with neural model.



Rys. 2. Wykres stężenia kwasu azotowego na półkach kolumny absorpcyjnej

- - krzywa według danych wzorcowych,
- × - krzywa według modelu neuronowego.

Fig. 1. Diagram of nitric acid concentration on absorption column trays

- - a curve obtained with training data,
- × - a curve obtained with neural model.

#### 4. Literatura

1. Praca zbiorowa - Technologia związków azotowych, WNT, Warszawa, 1956.
2. Wilk M., Kozłowski K., Nieścioruk J. - Przem. Chem. , t. 67, 10, s.464-465, 1988.
3. Kozłowski K. - Pr. Nauk. Inst. Techn. Nieorg. i Naw. Min. Pol. Wroc., t. 31, 16, s. 117- 124, 1988.
4. Rumelhart D. E. McClelland J. L. - Parallel distributed processing, Vol. I, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, 1988.
5. Tadeusiewicz R. - Sieci neuronowe, Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa, 1993
6. Leonard J., Kramer M. A. - Computers Chem. Engng, Vol. 14, No. 3, pp. 337-341, 1990.
7. Rój E. - Materiały z I Kongresu Technologii Chemicznej, 19-22 wrzesień, 1994, Szczecin, czerwiec 1995

**Praca wykonana częściowo w ramach grantu nr 7S20300506 dofinansowanego przez Komitet Badań Naukowych**

#### Streszczenie

Przedstawiono symulację pracy półki kolumny absorpcyjnej z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych. Wykorzystując model neuronowy jednej półki kolumny dokonano obliczeń symulacyjnych pracy kolumny absorpcyjnej składającej się z wielu półek pracujących szeregowo. Uzyskano zadowalające wyniki. Modele neuronowe mogą być przydatne zwłaszcza do prostych i szybkich obliczeń symulacyjnych pracy kolumny w zakładach produkujących kwas azotowy oraz do obliczeń bilansowych i optymalizacyjnych.

### **Simulation of an absorption column tray performance for nitric acid production**

#### Summary

Simulation of an absorption column tray performance using neural networks has been presented. Neural network based model of an absorption column tray has been applied for simulation a system of trays forming an absorption column model. Good results have been obtained. Neural network based models can be useful particularly for simple and fast simulation calculations of absorption column performance in nitric acid production plants as well as for balance and optimisation calculations.





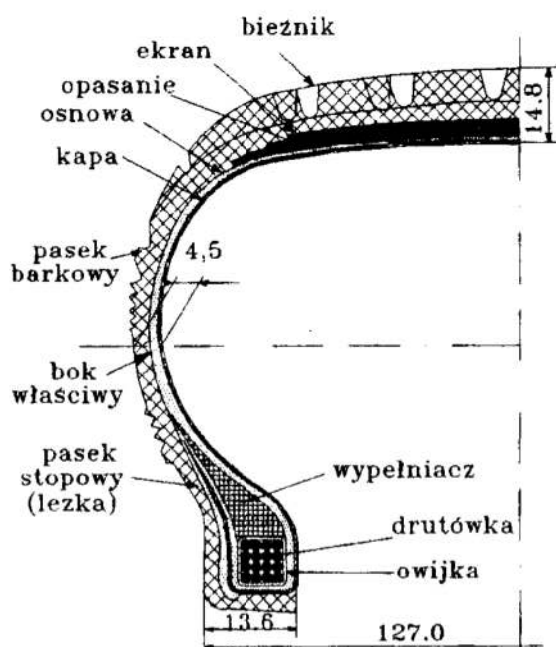
## KOMPUTEROWO WSPOMAGANA ANALIZA ODKSZTAŁCENI OPONY SAMOCHODU OSOBOWEGO

### 1. Wstęp

Obecnie projektowanie opon pojazdów samochodowych powinno być wspomagane metodami numerycznymi. Pierwszy bardzo ważny etap komputerowego wspomaganie projektowania (CAD), to opracowanie modelu geometrycznego. Wiodące firmy na świecie posługują się do tego celu profesjonalnymi systemami CAD, które umożliwiają projektowanie parametryczne w 3-D [10,11]. Systemy te posiadają również własne moduły do przeprowadzenia optymalizacji wg. kryteriów wytrzymałościowych np. system I-DEAS lub posiadają interfejsy do systemów MES.

Współczesna opona składa się z bieżnika i boków wykonanych z gumy, osnowy, podkładu lub opasania wykonanego z krzyżujących się warstw kordowo-gumowych oraz stopki (rys. 1). Aby opona uzyskała wysokie parametry konstrukcyjne należy przewidywać jej charakterystyki na etapie projektowania. Cel ten konstruktor może osiągnąć dzięki zintegrowanemu komputerowemu wspomaganie projektowania CAD/MES, a głównie numerycznym metodom obliczeniowym tj. MES [2, 8 i 9].

Charakterystycznymi warstwami opony są: czoło, bok i stopa. Czoła opony stanowią takie warstwy jak:



- bieżnik,
  - **ekran** o grubości  $\sim 0.99$  mm, a sam ekran wystaje z każdej strony o 5 mm poza najszersze opasanie,
  - **opasanie**, grubość jednej warstwy opasania wynosi 1.60 mm,
  - **osnowa**, grubość jednej warstwy osnowy wynosi 1.07 mm,
  - **kapa**, grubość powłoki uszczelniającej wewnątrz opony (kapa) wynosi 0.98 mm.
- W oponach proponuje się na osnowę materiał z wiskozy lub zamiennie poliestrowy. Na opasanie proponuje się kord stalowy 2+2x0.25. Ekran opon wykonany jest z kordu poliamidowego. Drutówka opon składa się najczęściej z 16 drutów o średnicy  $\varnothing 0.96$  mm. Owijka drutówki posiada grubość 0.44 mm.

Rys. 1. Elementy konstrukcyjne opony  
Fig. 1. The construction elements of tire

\* Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej,  
e-mail rusinski@cadmes.ikem.pwr.wroc.pl

## 2. Podstawy teoretyczne

Opona pneumatyczna należy do konstrukcji charakteryzujących się nieliniowością zarówno pod względem materiałowym jak i geometrycznym. Możliwa jest analiza wytrzymałościowa MES opony [6,7], która wykonana jest z materiałów wykazujących nieliniowość.

Jednakże, aby z tych możliwości obliczeniowych efektywnie korzystać, należy bardziej niż kiedykolwiek przedtem, rozumieć zasady mechaniki nieliniowej.

### 2.1. Opis matematyczny

Przy braku proporcjonalności pomiędzy  $\{\mathbf{R}\}$  i  $\{\mathbf{r}\}$  zależności między nimi nie są liniowe.

Nieliniowe równania równowagi metody elementów skończonych formułuje się w opisie Lagrange'a [21]. W zapisie macierzowym mają one postać:

$$\left( {}^t_0[\mathbf{K}_L] + {}^{t+\Delta t}_0[\mathbf{K}_{NL}] \right) \Delta \{\mathbf{r}\}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{R}\} - {}^{t+\Delta t}_0\{\mathbf{F}\}^{(i-1)} \quad (1)$$

gdzie:

$$\Delta \{\mathbf{r}\}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{r}\}^{(i)} - {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{r}\}^{(i-1)} \quad (2)$$

gdzie:

$[\mathbf{K}_L]$  – macierz sztywności liniowa,

$[\mathbf{K}_{NL}]$  – macierz sztywności nieliniowa (uwzględniająca nieliniowość geometryczną),

$\{\mathbf{R}\}$  – wektor zewnętrznych obciążeń węzłów elementów,

$\{\mathbf{F}\}$  – wektor wewnętrznych sił punktów węzłowych, odpowiadających stanowi naprężenia w chwili  $t+\Delta t$ ,

$\Delta \{\mathbf{r}\}$  – wektor przyrostów przemieszczeń węzłów.

W równaniu indeksy lewe oznaczają, że obiekt rozważany jest w czasie  $t$ ,  $t+\Delta t$  w odniesieniu do konfiguracji początkowej ciała dla czasu  $t=0$ .

Równanie (1) rozwiązuje się stosując schemat iteracyjny Newtona-Raphsona [9]. Indeksy w nawiasach odnoszą się do numeru iteracji. Dla pierwszej iteracji mamy:

$${}^{t+\Delta t}\{\mathbf{r}\}^{(0)} = {}^t\{\mathbf{r}\}; \quad {}^{t+\Delta t}_0\{\mathbf{F}\}^{(0)} = {}^t_0\{\mathbf{F}\} \quad (3)$$

### 2.2. Charakterystyka warstw kordowo-gumowych

Kompozyt kordowo-gumowy, podstawowy składnik struktury opony, to materiał niejednorodny, anizotropowy i fizycznie nieliniowy. Jednak do obliczeń najczęściej przyjmuje się, że warstwa taka jest materiałem liniowo-sprężystym, ortotropowym i jednorodnym [5].

W zagadnieniach osiowosymetrycznych zależności między odkształceniem i naprężeniem dla takiego materiału są następujące [1]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & 0 & -\nu_{13}/E_3 \\ -\nu_{21}/E_2 & 1/E_2 & 0 & -\nu_{23}/E_3 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 \\ -\nu_{31}/E_3 & -\nu_{32}/E_2 & 0 & 1/E_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Indeksy 1, 2, 3 określają główne osie materiału (rys.2). Stałe materiałowe  $E$ ,  $\nu$ ,  $G$  oznaczają kolejno: moduł Younga, liczbę Poissona, moduł Kirchhoffa.

Stałe sprężyste warstw kordowo-gumowych obliczono z równań Halpin-Tsai:

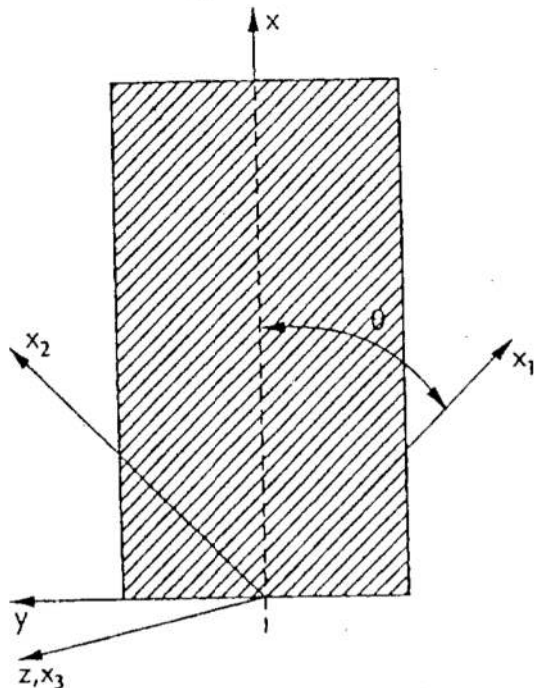
$$E_1 = E_C \nu_{CC} + E_R (1 - \nu_{CC}) \quad (5)$$

$$E_2 = E_R (1 + 2\nu_{CC}) / (1 - \nu_{CC})$$

$$G_{12} = \frac{G_R [G_C + G_R + (G_C - G_R) \nu_{CC}]}{G_C + G_R - (G_C - G_R) \nu_{CC}} \quad (6)$$

$$\nu_{12} = \nu_C \nu_{CC} + \nu_R (1 - \nu_{CC})$$

$$\nu_{21} = \nu_{12} E_2 / E_1$$



gdzie:

$E_C, E_R$  – moduły Younga, odpowiednio kordu i gumy,

$G_C, G_R$  – moduły Kirchhoffa, odpowiednio kordu i gumy,

$\nu_C, \nu_R$  – liczby Poissona, odpowiednio kordu i gumy,

$\nu_{CC}$  – objętościowy współczynnik nasycenia warstwy kordem.

Ponieważ materiał warstwy jest poprzecznie izotropowy w płaszczyźnie 2-3, otrzymamy:

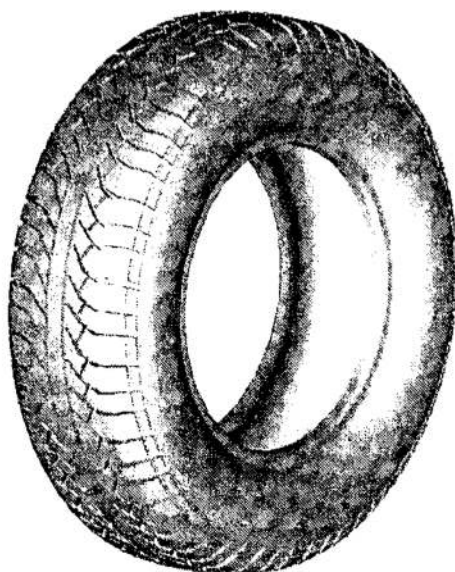
$$E_3 = E_2; \quad \nu_{13} = \nu_{12} \quad (7)$$

Rys. 2. Pojedyncza warstwa kordowo-gumowa  
Fig. 2. The single cord-rubber layer

### 3. Budowa modelu geometrycznego

Model geometryczny opony jest pierwszym etapem powstawania modelu obliczeniowego. Składa się on z linii prostych, krzywych, łamanych oraz powierzchni i jest obiektem przestrzennym. Swoimi wymiarami powinien być zgodny z obiektem rzeczywistym. Systemy CAD dają tę możliwość, że model geometryczny można wykonać w skali 1:1 w stosunku do obiektu rzeczywistego.

W obecnym czasie proces projektowania nowych opon uległ zasadniczej zmianie. Era komputerów wprowadziła konstruktora w nową filozofię projektowania bezpośrednio w przestrzeni trójwymiarowej (rys.3).



Rys. 3. Widok opony zaprojektowanej przy pomocy systemu Pro/ENGINEER  
Fig. 3. The view of tire designed using Pro/ENGINEER system

Jednakże i to wniosło wiele problemów podczas modelowania związanych z bardziej skomplikowaną geometrią czy algebrą Boolea. Stąd też system Pro/ENGINEER wychodząc na przeciw potrzebom pozwala myśleć konstruktorowi podczas projektowania o obiektach, ich cechach i atrybutach. Pracuje on na poziomie koncepcji i idei, gdzie wszelkie zmiany tworzonego modelu są naturalną, płynną składową procesy. Jest to jeden z najistotniejszych przełomów w filozofii projektowania dokonanych przez system Pro/ENGINEER w ostatnim czasie.

System Pro/ENGINEER jest zorientowany na obiekty i ich atrybuty. Wszystkie warstwy opony mogą w nim zostać w pełni zdefiniowane przez obiekty takie jak „wyciągnięcia” określonego przekroju, wycięcia, zaokrąglenia, fazowania itp. Obiekty te są podstawowymi elementami składowymi konstrukcji wykorzystywanymi podczas jej tworzenia [10].

Bardzo istotną cechą systemu jest jego parametryczność, co oznacza, że na każdym etapie projektowania wymiary zdefiniowanych głównych obiektów można zmieniać. Zmiany te pociągają za sobą dostosowanie całej części do zmodyfikowanego wymiaru. Wykorzystując te elementy systemu Pro/ENGINEER zbudowano poszczególne kordy

opony. W kolejnym etapie projektowania każdą z części składowych, każdy kord (rys.4) połączono w jeden zespół.



*Rys. 4. Wydzielony wycinek modelu geometrycznego opony*  
*Fig. 4. The selected sector of the geometrical model of tire*

Wszystkie wymiary orientujące jedną część względem drugiej są również parametryczne, co wprowadza możliwość śledzenia wszelkich wariantów połączeń. W ten sposób otrzymano w pełni sparametryzowany objętościowy model geometryczny opony. Zmiany parametrów poszczególnych kordów w takim złożonym zespole zostają na bieżąco uaktywniane w modelach składowych i odwrotnie.

#### **4. Budowa modelu dyskretnego**

Z modelu geometrycznego w dalszej fazie prac powstaje model obliczeniowy, poprzez rozcięcie powierzchni między krawędziami, wygenerowaniu siatki elementów i zdefiniowaniu charakterystyk geometrycznych, grubości tych elementów.

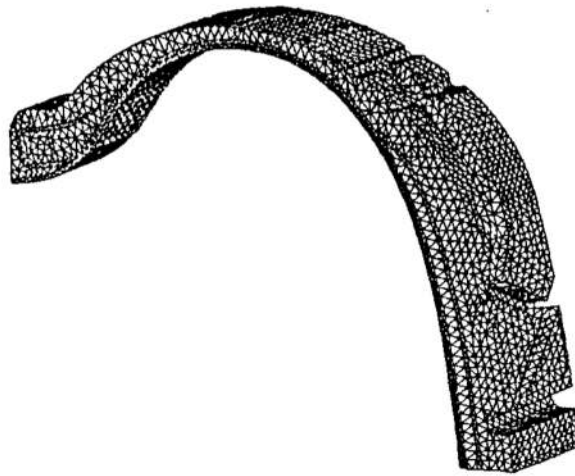
Ze względu na istnienie symetrii:

- postaci geometrycznej opony,
- kinematycznych warunków brzegowych,
- obciążeń,

możliwe jest przeprowadzenie obliczeń na modelu obejmującym połowę (wycinka) opony, przy zastąpieniu brakującej części odpowiednio dobranymi kinematycznymi warunkami brzegowymi. Pozwala to na budowę modelu MES, zapewniającego większą dokładność obliczeń.

W opracowanym modelu geometrycznym i dyskretnym zastosowano, pewne uproszczenia: pominięto niektóre nieistotne z punktu widzenia analizy wytrzymałościowej promienie zaokrąglenia bieżnika na powierzchniach zewnętrznych opony.

Do obliczeń wytrzymałościowych MES [8, 9] wydzielono wycinek opony, który pokazano na rys. 4.



Rys. 5. Model dyskretny wycinka opony  
 Fig. 5. The discrete model of tire

Na bazie modelu geometrycznego wycinka opony wygenerowany został model dyskretny, który pokazano na rys. 5. W modelu tym do dyskretyzacji poszczególnych warstw i materiałów wykorzystano element skończony typu TETRA10. Element skończony TETRA10 jest elementem czworościennym posiadającym 10 węzłów (4 w wierzchołkach czworościanu i 6 na środkach krawędzi). Jest to element dostosowany, co zapewnia znaczną dokładność obliczeń.

Przy generacji modelu założono maksymalną odległość pomiędzy węzłami MES równą 2.0 mm. Otrzymano model dyskretny składający się z 7 834 elementów skończonych, zawierający 38 831 węzłów. Ogółem model wycinka opony posiada 116 493 stopni swobody, przy szerokości półpasma 815. W przypadku wiernego zamodelowania całej opony przy zachowaniu takiego samego uszczegółowienia jak model wycinka opony (rys. 5) wówczas model taki będzie posiadał ~ 2 880 000 elementów skończonych.

## 5. Obliczenia wytrzymałościowe MES

Do obliczeń wytrzymałościowych opony przyjęto jeden z wielu przypadków obciążeń zewnętrznych. Obliczenia wykonano przy ciśnieniu wewnętrznym opony  $p_n = 250 \text{ kPa}$  i nacisku na koło  $Q_n = 530 \text{ daN}$ , w zakresie nieliniowym metodą elementów skończonych (MES).

Analizę wytrzymałościową opony przeprowadzono systemem COSMOS/M, produkcji Structural Research and Analysis Corporation - Santa Monica, USA oraz systemem MARC. Systemy te są oparte na metodzie elementów skończonych (MES).

Z przeprowadzonych obliczeń wytrzymałościowych MES przy pomocy systemu COSMOS/M otrzymano następujące wyniki:

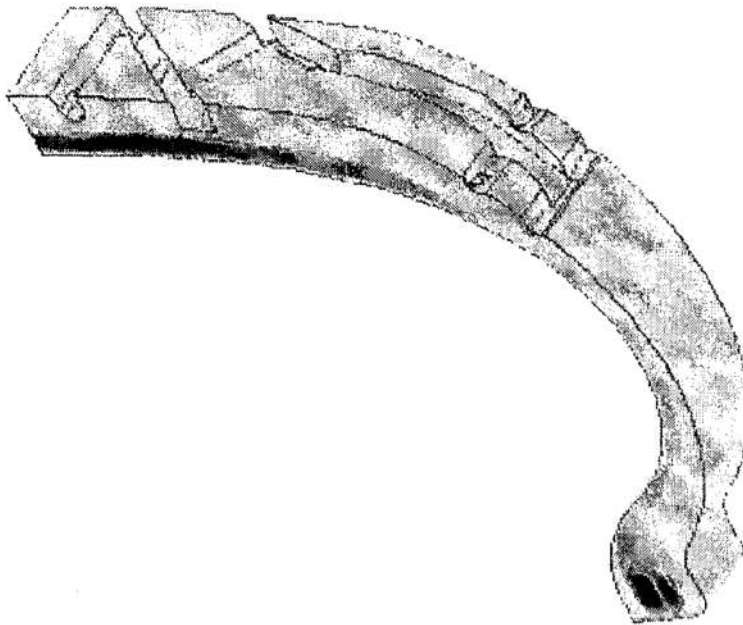
- przemieszczenie poszczególnych węzłów opony,
- składowe naprężenia w poszczególnych warstwach opony,

Wyniki obliczeń przedstawiono w postaci graficznej dla poszczególnych przypadków obciążeń.

Deformację opony wraz z odciskiem pokazano na rys. 6. Natomiast warstwy zredukowanych naprężeń pokazano na rys. 7.



Rys. 6. Deformacja opony przy  $p_n = 250 \text{ kPa}$  i nacisku na koło  $Q_n = 530 \text{ daN}$ .  
Fig. 6. Deformation of the tire (pressure  $p_n = 250 \text{ kPa}$  and  $Q_n = 530 \text{ daN}$ )



Rys. 7. Przykładowe warstwy zredukowanych naprężeń w oponie.  
Fig. 7. Exemplary contour lines of the reduced stress in the tire

## 6. Analiza wyników i wnioski końcowe

Zastosowanie zintegrowanych systemów CAD/MES do projektowania tak złożonych konstrukcji jaką jest opona, pozwala na wielokrotne przyspieszenie procesu



opracowywania nowego wyrobu. Przy pomocy metod numerycznych tj. MES można dokonać już w fazie projektowania optymalizację kształtu opony, doboru odpowiednich materiałów (kompozytów). Przeprowadzenie numerycznej symulacji pracy opony uzyskanej z obliczeń wytrzymałościowych przedstawia wielkość śladu opony, miejsca i wielkości koncentracji naprężeń.

## Literatura

1. Borkowski W., Sobola St.: *Analiza numeryczna stanu naprężenia i odkształcenia opon pneumatycznych*. Materiały Konf. WAT.
2. Borkowski W., Sobola St.: *Modele obliczeniowe opony*. Wojskowa Akademia Techniczna.
3. Kaga H., Okamoto K.: *Internal Stress Analysis of the Tire Under Vertical Loads Using Finite Element Method*. Tire Sci. Tech. 1977.
4. Kronthaler P. *Moderne Motorradreifen-Entwicklung*. Bike-Tech '95.
5. Liu Ch., Meschke G., Helnwein P.: *Tying algorithm for linking of finite element meshes with different degrees of refinement. Application to finite element analyses of tires*. Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, 2: 289-305, Vol.2, No. 4, 1995.
6. Petz E.: *Doskonalenie konstrukcji opony*. A-TM 3' 96.
7. Petz E.: *Przygotowanie do produkcji nowych opon*. A-TM 1'95.
8. Rusiński E.: *Metoda elementów skończonych, system COSMOS/M WKiŁ*, Warszawa 1994.
9. Zienkiewicz O. C.; Taylor R. L.: *The Finite Element Method. Fourth Edition*. vol.1 i 2. McGRAW-HILL Book Company 1991.
10. *Pro/ENGINEER Designer User's Guide*. Parametric Technology Corporation.
11. SDRC (Hrsg): *Exploring I-DEAS simulation*. Milford Ohio USA 1993.

## Streszczenie

W pracy przedstawiono niektóre zagadnienia budowy modeli geometrycznych i dyskretnych opony samochodu osobowego. Wykorzystano do tego celu zintegrowane komputerowe wspomaganie projektowania CAD/FEM. Do określenia stanu odkształceń i naprężeń w oponie zastosowano metodę elementów skończonych. Przedstawiono przykłady liczbowe.

## COMPUTER AIDED ANALYSIS OF THE DEFORMATION TIRE

### Summary

W In the paper some aspects of the geometrical and discrete modeling of car tire were presented. The CAD/FEM system were used for this reason. The finite element method was used to determine deformation and stress in the tire. Some numerical examples were presented.

## SYMULACYJNE BADANIE WSPÓLCZYNNIKA SPRĘŻENIA PARY KINEMATYCZNEJ ŚRUBOWEJ TOCZNEJ (KULKOWEJ)

### 1. Podstawowe zależności konstrukcyjne, określenie współczynnika sprężenia

Zostanie rozpatrzony model teoretyczny pary kinematycznej śrubowej kulkowej (zwanej potocznie przekładnią śrubowa toczną) składającej się ze śruby i nakrętki (lub zespołu dwóch napiętych wstępnie nakrętek) z gwintem kulkowym wypełnionym kulkami. Wymiary gwintu śruby, nakrętki i kulek mają wartości nominalne, bez odchyłek wykonawczych, a wszystkie kulki znajdujące się w obiegu roboczym są obciążone jednakowo. Rozkład sił działających w układzie śruba-kulki-nakrętka (rys. 1) można opisać zależnością [3]

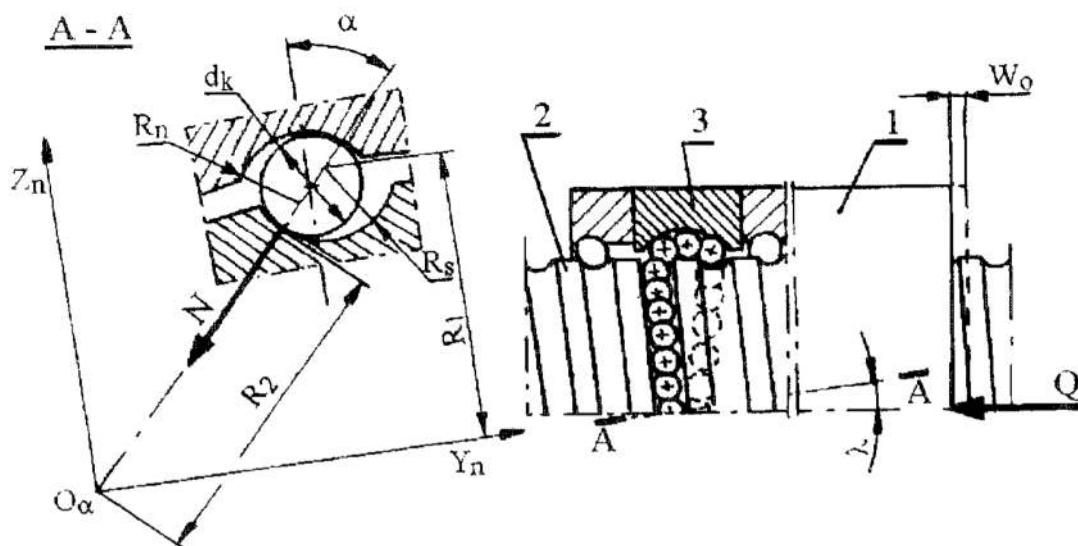
$$Q = N \cdot n_k \cdot \sin \alpha \cdot \cos \lambda, \quad (1)$$

gdzie:  $N$  - siła normalna działająca na kulkę,

$\alpha$  - kąt pracy kulki (kąt styku kulki z bieżnią śruby i nakrętki w przekroju normalnym do bieżni śruby),

$\lambda$  - nominalny kąt pochylenia linii śrubowej gwintu;  $\operatorname{tg} \lambda = P / \pi \cdot d$ ,

gdzie:  $P$  - skok gwintu,  $d$  - średnica nominalna gwintu.



Rys. 1. Siły działające w układzie śruba-kulka-nakrętka i główne promienie krzywizny: 1 - nakrętka, 2 - śruba, 3 - element zwrotny

Fig. 1. Forces acting in a system screw-ball-nut and main radii of the curvature: 1 - nut, 2 - screw, 3 - return element

\* Instytut Podstaw Budowy Maszyn PW, 02-524 Warszawa, ul. Narbutta 84,  
e-mail jso@syriusz.simr.pw.edu.pl

W wyniku działania na nakrętkę siły osiowej  $Q$  wystąpi (po skasowaniu luzu) odkształcenie sprężyste stykających się elementów (oznaczone w kierunku osiowym przez  $w_o$ ). Siłę normalną  $N$ , zgodnie z prawem Hertza, można wyrazić zależnością:

$$N = \left( \frac{w}{C_{Ns} + C_{Nn}} \right)^{3/2} \quad (2)$$

gdzie:  $C_{Ns}$ ,  $C_{Nn}$  - współczynniki zależne od materiałów i głównych promieni krzywizny na styku kulka- śruba (indeks  $Ns$ ) i kulka-nakrętka (indeks  $Nn$ ), określone w [3].

Występujące w powyższym wzorze odkształcenie stykowe  $w = \delta_{Ns} + \delta_{Nn}$  (rys. 2) jest sumą odkształceń hertzowskich kulki i bieżni śruby oraz kulki i bieżni nakrętki w przekroju normalnym ( $w = w_o \cdot \sin \alpha \cdot \cos \lambda$ ).

Odchyłki wykonawcze powodują, że parametry eksploatacyjne przekładni obliczone z wymiarów nominalnych, różnią się, niekiedy dość znacznie [2], od wartości teoretycznych. Wynika to z faktu, że w rzeczywistych warunkach pracy przekładni, przy wymiarach innych niż nominalne – obciążenie rozkłada się na mniejszą, niż teoretyczną, liczbę kulek. W praktyce inżynierskiej stosuje się pewien zastępczy przelicznik zwany współczynnikiem sprzężenia  $s$ . Służy on do określenia tzw. obliczeniowej liczby kulek w obiegu roboczym

$$n_o = s \cdot n_k \quad (3)$$

gdzie:  $n_k$  - liczba kulek w obiegu roboczym nakrętki.

W literaturze podawane są różne definicje współczynnika sprzężenia, jak również nie ma zgodności co do jego wartości. Najczęściej przyjmuje się [3], że  $s = 0,7 - 0,9$ . W pracy [1] zaproponowano następującą definicję współczynnika sprzężenia:

$$s = \frac{Q}{Q_t} \quad (4)$$

gdzie:  $Q$ ,  $Q_t$  - odpowiednio nośność przekładni rzeczywistej i "teoretycznej".

Definicja ta pozwala bezpośrednio powiązać współczynnik sprzężenia z nośnością (siłą osiową  $Q$ ) - podstawowym parametrem eksploatacyjnym przekładni.

## 2. Zależność siły osiowej od odkształcenia kontaktowego i wymiarów gwintu kulkowego z uwzględnieniem błędów wykonawczych

Na rys.2 pokazano poglądowo charakterystyczne wymiary gwintu kulkowego w stanie odkształcenia kontaktowego między śrubą, kulką i nakrętką z uwzględnieniem błędów wykonania. Łączne odkształcenie kontaktowe i-tej kulki oraz bieżni gwintu śruby i nakrętki (w przekroju normalnym) można określić następująco [1, 2]:

$$w_i = d_{ki} - R_{ni} - R_{si} + 0,5 \left[ (2R_{ni} + 2R_{si} - D_{ri} + d_{ri})^2 + 4e_i^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

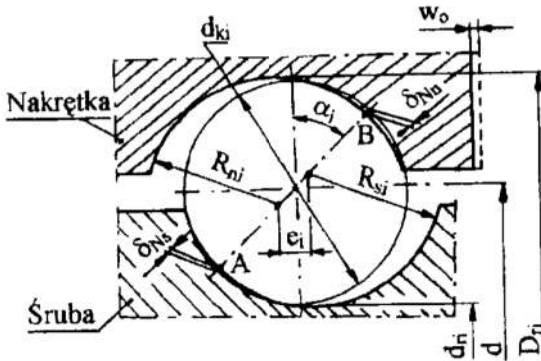
gdzie:  $d_{ki}$  - średnica i-tej kulki,

$R_{ni}$  - promień zarysu i-tej bruzdy nakrętki,

$R_{si}$  - promień zarysu i-tej bruzdy śruby,

$D_{ri}$  - średnica rdzenia i-tej bruzdy nakrętki,

$d_{ri}$  - średnica rdzenia i-tej bruzdy śruby,  
 $e_i$  - odległość środków zarysu i-tej bruzdy gwintu śruby i nakrętki.



Rys. 2. Charakterystyczne wymiary gwintu kulkowego w stanie odkształcenia stykowego podczas obciążenia

Fig. 2. Characteristic dimensions of a ball screw thread in a contact deformation position while loading

Wymiar  $e_i$  mierzony w kierunku osiowym jest wielkością reprezentującą wartości odchyłek skoku śruby i nakrętki oraz osiowe przesunięcie nakrętki względem śruby podczas obciążania. Zgodnie z [1] można go określić następująco:

$$e_i = f_{\min} + \Delta P_{ni} - \Delta P_{si} + w_o \quad (6)$$

gdzie:  $\Delta P_{ni}$ ,  $\Delta P_{si}$  - sumaryczne odchyłki skoku gwintu nakrętki i śruby,

$$f_{\min} = e_o + t \cdot \sigma - \text{luz minimalny określony w [1, 2],}$$

gdzie:  $e_o$  - nominalna odległość środków zarysu bruzdy śruby i nakrętki,

$t$  - współczynnik wynikający z założonego poziomu ufności,

$\sigma$  - odchylenie standardowe.

Wymiar  $w_i$  określony przez (5) jest funkcją wymiarów konstrukcyjnych, z których każdy ma pewną tolerancję wykonania i jest wymiarem zależnym w łańcuchu wymiarowym. Funkcję określoną przez (5) nazywamy funkcją wymiarową [1]. Rzeczywista wartość odkształcenia  $w_i$  na styku każdej kulki z bieżniami jest realizacją pewnej zmiennej losowej w wynikowym polu tolerancji. Pole to wyznaczone jest jako funkcja następujących tolerancji wymiarów:

$$T_{w_i} = f(T_{dk}, T_{Rn}, T_{Rs}, T_{Dr}, T_{dr}, T_{Ps}, T_{Pn})$$

Siłę osiową można określić w funkcji odkształceń kontaktowych kulek oraz bieżni gwintu śruby i nakrętki. Dla pojedynczej i-tej kulki elementarna siła będzie, zgodnie z (1) i (2), równa:

$$F_i = \sin \alpha_i \cos \lambda \cdot \left( \frac{w_i}{C_{Ns} + C_{Nn}} \right)^{3/2}, \quad (7)$$

gdzie:

$$\alpha_i = \arctg \frac{2e_i}{2(R_{ni} + R_{si}) - D_{ri} + d_{ri}}$$

### 3. Wyznaczenie współczynnika sprzężenia

Zakładając w równaniu (6) zmienne przesunięcia osiowe  $w_o$  i stosując zależność (5) można obliczyć elementarną siłę osiową  $F_i$  według (7) dla założonych, bądź zmierzonych odchyłek gwintu śruby i nakrętki. Przy stosowaniu wzoru (5) należy założyć losowe wymiary gwintu oraz losową długość odcinka  $e_i$ . W przebadanym modelu symulowano różną liczbę położeń kulki. W każdym przypadku stwierdzono, korzystając z hipotezy  $\chi^2$  (na poziomie istotności 0,01), że rozkład funkcji  $w_i$  jest bardzo zbliżony do normalnego. W przebadanym modelu przyjęto średnicę kulki  $d_k$  jako stałą, co jest technicznie uzasadnione selekcją kulek do montażu w grupy co 1  $\mu\text{m}$  [4]. W przypadku stosowania do montażu kulek selekcyjonowanych w grupy co 2  $\mu\text{m}$  można przyjąć rozkład jednostajny.

Do obliczeń zastosowano symulację cyfrową metodą Monte Carlo. Symulacja polega na wielokrotnym generowaniu losowych argumentów funkcji (5), co pozwala każdorazowo obliczyć elementarną siłę  $F_i$ , będącą funkcją losowo zmiennych parametrów geometrycznych śruby i nakrętki. Łączna siłę osiową obciążającą parę kinematyczną znajduje się przez sumowanie sił elementarnych:

$$Q = \sum_{i=1}^{n_k} F_i. \quad (8)$$

Znając rzeczywistą wartość siły osiowej  $Q$  i odpowiadające jej przesunięcie osiowe  $w_o$  można obliczyć siłę teoretyczną

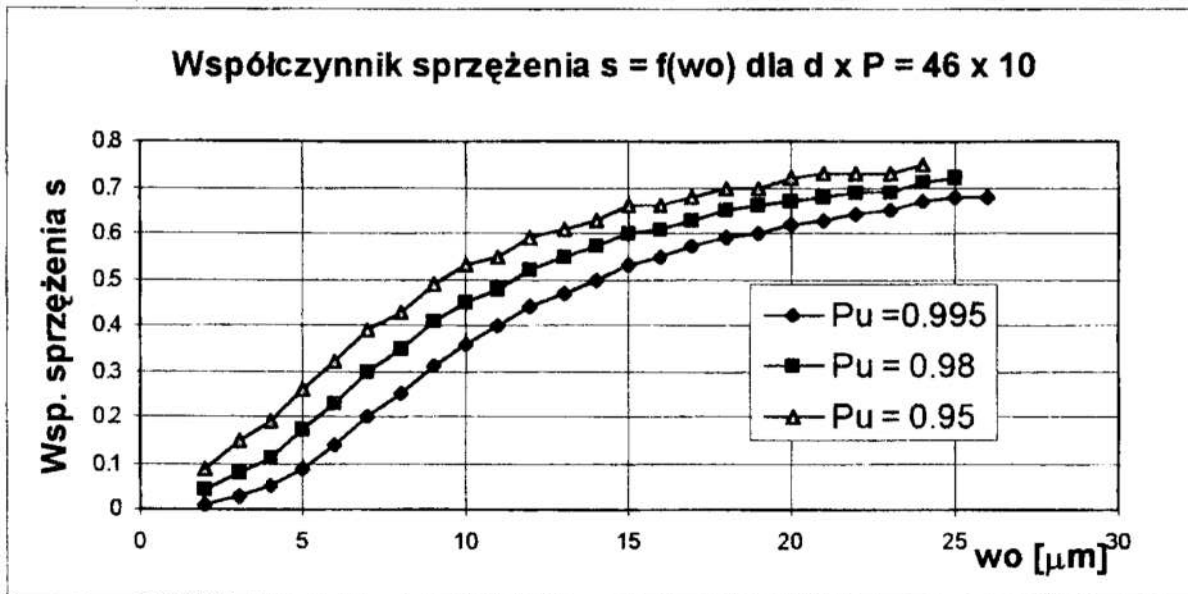
$$Q_t = n_k \cdot \sin^{5/2} \alpha \cdot \cos^{5/2} \lambda \frac{w_o^{3/2}}{(C_{Ns} + C_{Nm})^{3/2}}, \quad (9)$$

oraz współczynnik sprzężenia wg (4).

Przedstawiona metoda wymaga przyjęcia założeń dotyczących rozkładu prawdopodobieństwa tolerowanych wymiarów. Założono, że wszystkie wymiary gwintu kulkowego (poza średnicą kulki) mają rozkład normalny, leżący symetrycznie w polu tolerancji, przy czym odchylenie standardowe wynosi 1/6 tolerancji wymiaru. Przyjęcie założeń o innych rozkładach jest możliwe po przeprowadzeniu odpowiednich pomiarów.

### 4. Badania symulacyjne

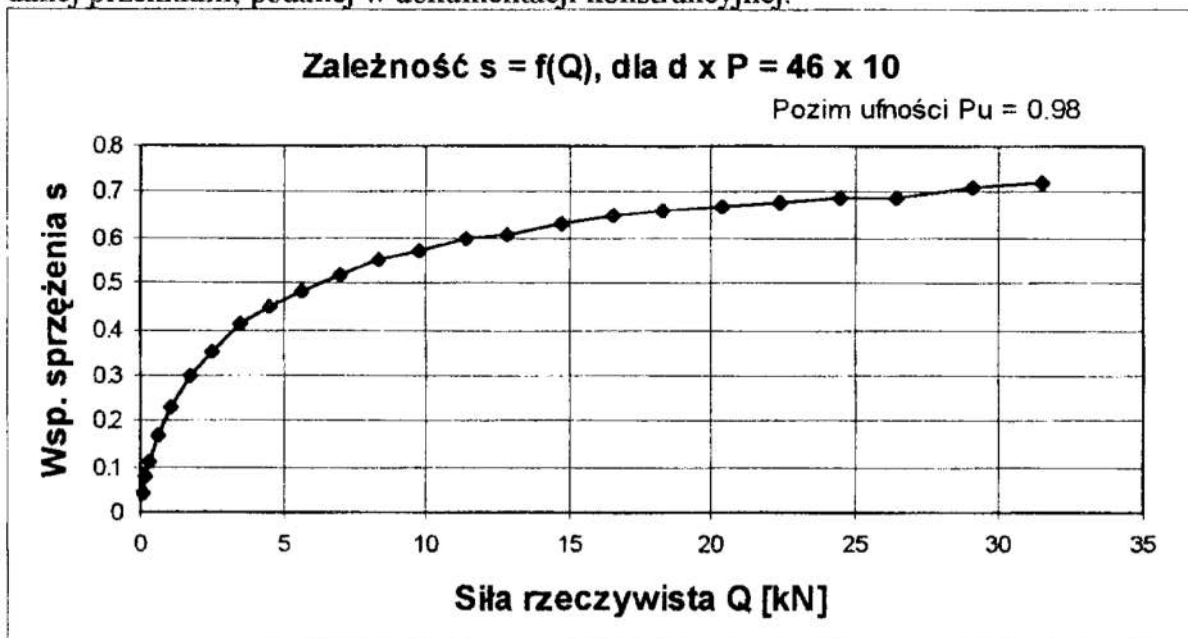
Na rys. 3 i 4 pokazano wyniki badań symulacyjnych dla pary kinematycznej o następujących wymiarach nominalnych:  $d=46$ ,  $P=10$ , średnica kulek  $d_k=5,556$ , liczba kulek  $n_k = 105$ . Pozostałe średnie wymiary zaobserwowane oraz pomierzone odchyłki wykonania są następujące: promień zarysu gwintu (jednakowy dla śruby i nakrętki)  $R_s = R_n = 2,9$ ,  $\Delta R_s = \Delta R_n = 0,004$ ,  $d_r = 40,370$ ,  $\Delta d_r = 0,005$ ,  $D_r = 51,612$ ,  $\Delta D_r = 0,007$ ,  $\Delta P_s = 0,006$ ,  $\Delta P_n = 0,007$ . Materiał śruby - stal ŁH15, hartowana i odpuszczana (60-63 HRC), materiał nakrętki - stal 18HGM, powierzchnia bieżni gwintu nawęglana na głębokość 0,8-1 mm i hartowana (58-62) HRC.



Rys. 3. Zależność współczynnika sprzężenia od osiowego odkształcenia kontaktowego dla różnych poziomów ufności

Fig. 3. The relationship between coupling coefficient and axial contact deformation for various confidence levels

Na rys. 4 przedstawiono zależność współczynnika sprzężenia od siły osiowej. Wykres ten może służyć do określenia obliczeniowej liczby kulek w zależności od nośności danej przekładni, podanej w dokumentacji konstrukcyjnej.

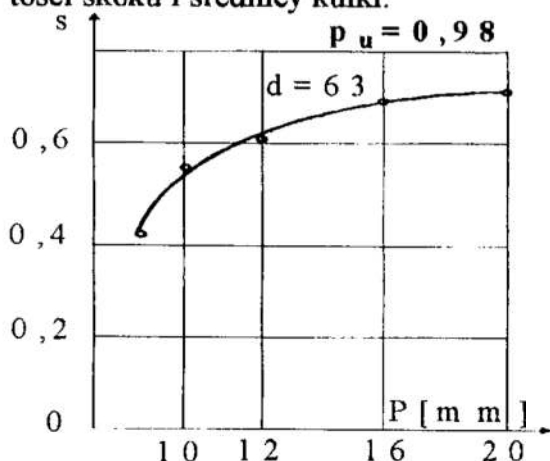


Rys. 4. Zależność współczynnika sprzężenia od siły rzeczywistej ( $Q$ )

Fig. 4. The relationship between coupling coefficient and real force ( $Q$ )

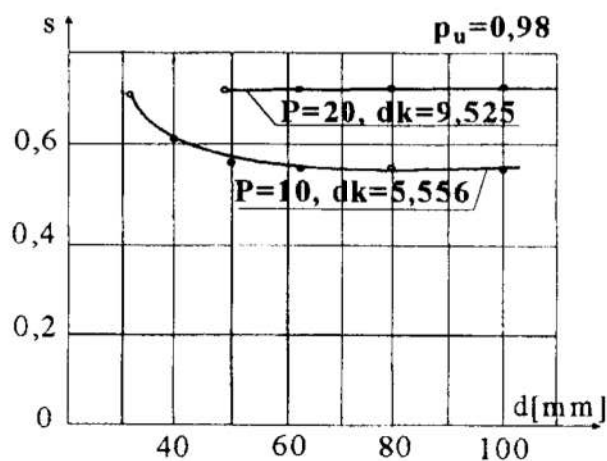
W badanej przekładni nośność  $Q = 18$  kN, czyli współczynnik sprzężenia  $s = 0,68$ . Badania przeprowadzone w [2] potwierdziły trafność przedstawionej metody obliczeń. Z analizy rys. 3 i 4 wynika, że wartość współczynnika sprzężenia wzrasta asymptotycznie tylko do pewnej granicy i dalszy wzrost odkształcenia osiowego (realizowany przez wzrost siły obciążającej) nie ma większego wpływu na jego wartość.

W celu określenia wpływu wymiarów przekładni na wartość współczynnika sprzężenia przeprowadzono badania symulacyjne przekładni produkowanych w kraju [4] dla katalogowych wartości nośności i klasy dokładności wykonania AI. Zależność współczynnika sprzężenia od skoku gwintu dla średnicy nominalnej  $d=63$  przedstawia rys. 5. Na rys. 6 przedstawiono wyniki badań dla różnych średnic nominalnych i wybranych wartości skoku i średnicy kulki.



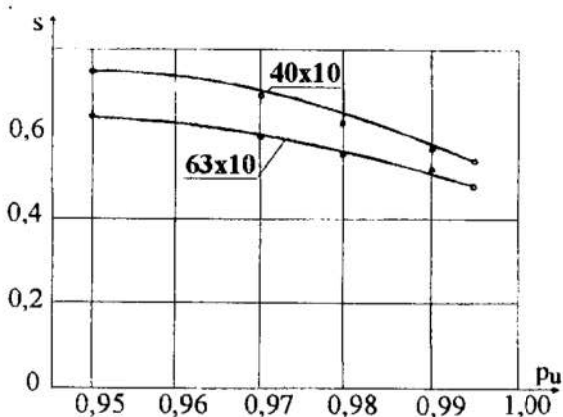
Rys. 5. Zależność współczynnika sprzężenia od skoku gwintu  $P$

Fig. 5. The relationship between coupling coefficient and pitch of thread  $P$



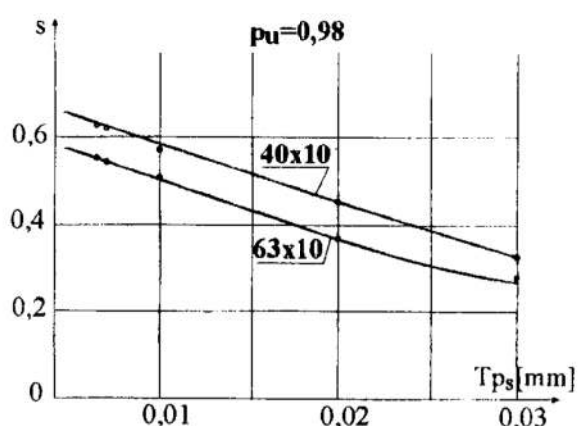
Rys. 6. Zależność współczynnika sprzężenia od średnicy śruby  $d$

Fig. 6. The relationship between coupling coefficient and thread shaft diameter  $d$



Rys. 7. Zależność współczynnika sprzężenia od poziomu ufności

Fig. 7. The relationship between coupling coefficient and confidence level



Rys. 8. Wpływ tolerancji skoku śruby na współczynnik sprzężenia

Fig. 8. Influence of the pitch of thread tolerance on coupling coefficient

Badania pokazane na rys. 5 i 6 przeprowadzono przy założonym poziomie ufności  $p_u = 0,98$ . Wybór racjonalnego poziomu ufności wydaje się najtrudniejszym problemem przy stosowaniu omawianej metody badań. Wpływ poziomu ufności na wartość współczynnika sprzężenia przedstawiono na rys. 7 dla dwóch przekładni o średnicach nominalnych  $d=40$  i  $d=63$  dla skoku  $P=10$ .

Wykonano wiele badań wpływu tolerancji poszczególnych elementów na współczynnik sprężenia. Stwierdzono, że najbardziej znaczący wpływ mają tolerancje wykonania skoku śruby  $T_{Ps}$  (rys. 8).

Badania przedstawione graficznie na rys. 5-8 były przeprowadzone dla pary kinematycznej z obiegiem wewnętrznym kulek (rys. 1) o 3-ech zwojach gwintu wypełnionych kulkami. Rzeczywista liczba kulek w każdym zwoju jest zmniejszona o liczbę kulek w elementach zwrotnych.

## 5. Wnioski

Przedstawiona metoda umożliwiła poznanie zależności współczynnika sprężenia od parametrów konstrukcyjnych i dokładności wykonania pary kinematycznej śrubowej tocznej. Metoda pozwala na optymalny dobór wymiarów konstrukcyjnych i odchyłek wykonawczych w zależności od nośności wymaganej przez użytkownika. Znając wymaganą nośność można także łatwo znaleźć obliczeniową liczbę kulek i ustalić długość nakrętki, zależną od liczby zwojów wypełnionych kulkami. Podawane dotychczas wartości współczynnika sprężenia są zawyżone w odniesieniu do przekładni krajowych i wymagają weryfikacji. Wydaje się, że tak niskie, w stosunku do podawanych w literaturze zagranicznej, wartości współczynnika sprężenia wynikają z nietrafnego doboru wzajemnego stosunku promieni zarysu gwintu kulkowego i średnicy kulek. Wzajemne relacje między głównymi promieniami krzywizny są przez producentów przekładni traktowane jako poufne i nie są podawane w katalogach. Stosowane często metody zwiększania sztywności poprzez zwiększanie napięcia wstępnego [2] mogą prowadzić, zwłaszcza dla przekładni o małym skoku i związanej z nim średnicy kulek ( $d_k \approx 0,6P$ ), do przekroczenia dopuszczalnych odkształceń stykowych kulek i w efekcie zmniejszenie bezawaryjnego czasu pracy przekładni

Otrzymane wyniki pozwalają prognozować jakość przekładni w fazie projektu technicznego i stwarzają przesłanki do trafniejszego doboru podstawowych parametrów konstrukcyjnych. Otrzymane wyniki pozwalają stwierdzić, że:

- największe wartości współczynnika sprężenia występują dla przekładni o większych średnicach nominalnych i rosną wraz ze wzrostem skoku i średnicy kulki (rys. 5 i 6);
- błędy wykonania przekładni powodują znaczne obniżenie współczynnika sprężenia w porównaniu z wartością przyjmowaną dotychczas: 0,7 - 0,9. Szczególnie niskie wartości współczynnika występują w przekładniach o większych średnicach i małym skoku, co pokazano na rys. 5 i 6. Oznacza to także, że gwinty kulkowe np. o skoku 5 mm mają ogólnie za duże tolerancje i należy unikać ich stosowania;
- największy wpływ na wartość współczynnika sprężenia ma tolerancja skoku gwintu (rys. 8);

Powyższe wnioski powinny być uwzględnione przez konstruktorów przekładni przy opracowaniu norm technicznych tych mechanizmów.

Prezentowana w pracy metoda stwarza przesłanki do przedsięwzięć optymalizacyjnych w konstrukcji przekładni i wymaga dalszych prac badawczych.

## Literatura

1. Białas S., Sobolewski J.Z.: *Badania parametrów eksploatacyjnych przekładni śrubowych kulkowych*. Przegląd Mechaniczny Nr12, 1982.
2. Sobolewski J.Z.: *Determination of preload in kinematic ball screw pair*, Archiwum Budowy Maszyn, Zeszyt 1-2, 1995.



3. Levit G.A.: *Rascchot peredach vint-gajka kacheniya (sharikovykh)*. Stanki i Instrument Nr 5, 1963.
4. Warunki odbioru technicznego. *Obrabiarki skrawające do metali. Przekładnie śrubowe toczne kulkowe*. Fabryka Obrabiarek Precyzyjnych AVIA, 1991.

### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono metodę wyznacznia współczynnika sprzężenia służącego do określenia obliczeniowej liczby kulek kinematycznej pary śrubowej kulkowej z uwzględnieniem niejednakowych wymiarów geometrycznych spowodowanych błędami wykonania. Określono zależności odkształcenia kontaktowego między śrubą, kulką i nakrętką od parametrów konstrukcyjnych i osiowych sił zewnętrznych. Stosując symulację cyfrową metodą Monte Carlo wyznaczono zależności współczynnika sprzężenia od parametrów konstrukcyjnych, tolerancji wykonania i odkształceń kontaktowych podczas obciążania.

### **SIMULATION TESTING OF THE COUPLING COEFFICIENT IN A KINEMATIC BALL SCREW PAIR**

#### **Summary**

The paper presents a method of determining the coupling coefficient, used for calculation of substitute number of balls in the kinematic ball screw pair, due to manufacturing errors. The contact deformation between the screw, the ball, and the nut has been found as a function of construction parameters and external forces. The characteristic of the coupling coefficient depended on construction parameters, manufacturing tolerance and contact deformation during loading has been calculated by the Monte Carlo method, with the use of digital simulation

## OPTYMALIZACJA CIĘŻAROWO - KOSZTOWA KADŁUBA STATKU PRZY POMOCY PROGRAMU MAESTRO

### 1. Optymalizacja w procesie projektowania statków

Aby zrationalizować proces projektowania konstrukcji statku musimy określić w pierwszym celu jaki chcemy osiągnąć. Musimy również dysponować obiektywną miarą przy pomocy której będziemy mogli oszacować wartość naszego projektu, tzn. określić w jakim stopniu osiągnęliśmy założony cel. Oznacza to, że projektant musi być w stanie określić cel projektowania, przedstawić go w matematycznej formie oraz skwantyfikować. Sam proces projektowania musi charakteryzować się możliwością szybkiego i zautomatyzowanego (a więc zobjektywizowanego) dochodzenia do zadanego celu przy jednoczesnym uwzględnieniu ograniczeń wszelkich typów (np. wytrzymałościowych, przepisowych, technologicznych czy eksploatacyjnych).

Matematyczna optymalizacja dowolnego typu wymaga, aby miara wartości projektu była zdefiniowana w postaci funkcji matematycznej zmiennych projektowych. Rozwiązanie zagadnienia optymalizacyjnego sprowadza się więc do poszukiwania maksimum (lub minimum) tej funkcji.

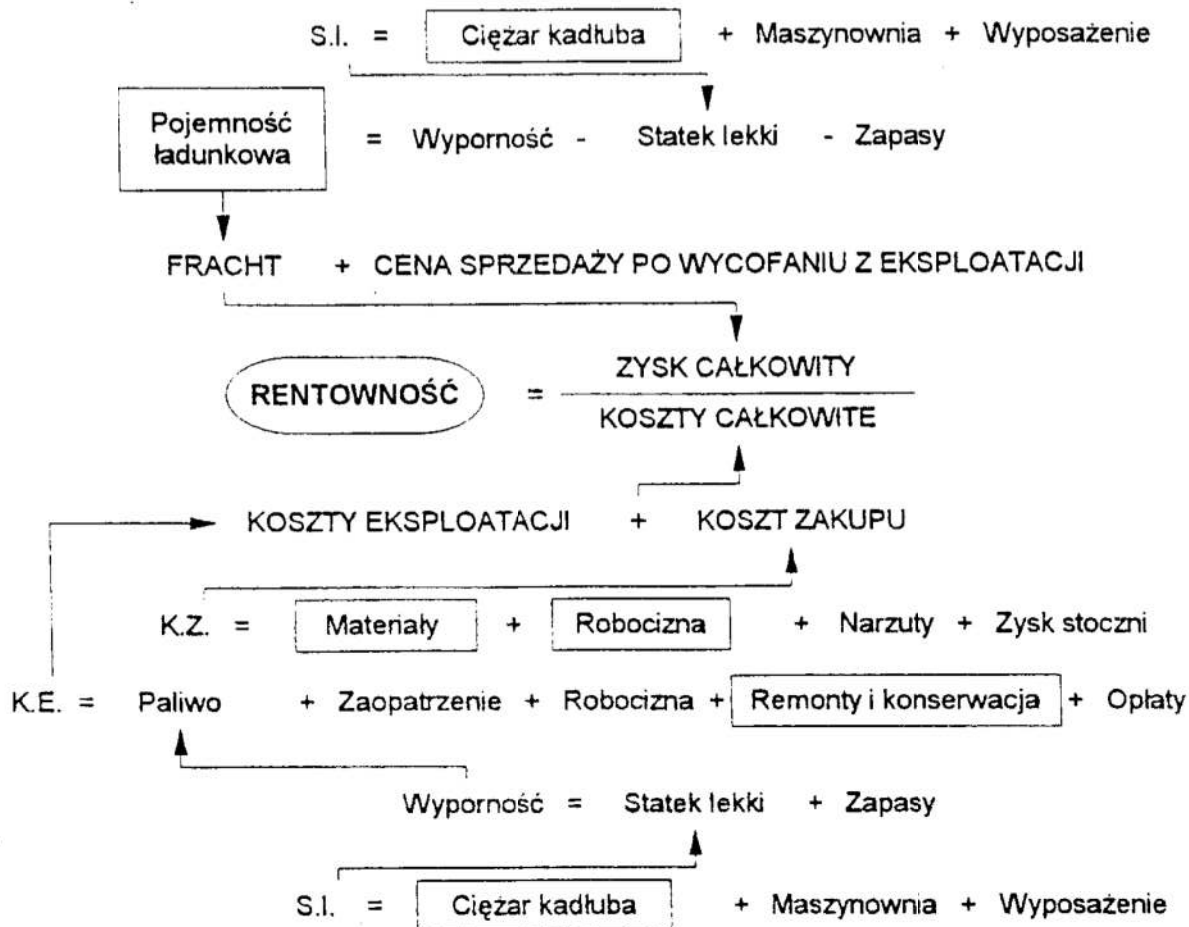
Należy zwrócić uwagę, że projektowanie konstrukcji statku jest ściśle związane z innymi aspektami projektowania i powinno być podporządkowane ogólnemu celowi.

Cel projektowania zależy przede wszystkim od podstawowego przeznaczenia statku, przy czym w niniejszym opracowaniu będziemy zajmowali się statkami komercyjnymi. Niezwykle istotne dla określenia celu projektowania jest na czyje zlecenie pracuje projektant. Można przyjąć, że dla właściciela statku celem będzie uzyskanie maksymalnej rentowności statku, podczas gdy dla stoczni celem będzie maksymalny zysk z jego budowy. Te dwie różne sytuacje przedstawione są schematycznie na rysunkach 1 i 2.

Rysunek 1 wg [2] ukazuje w bardzo uproszczonej formie główne czynniki determinujące rentowność statku, rysunek 2, o wiele bardziej prosty, czynniki determinujące zysk stoczni. Wielkości, na które silnie wpływa projektowanie konstrukcji, ujęte są w prostokątne ramki.

W bardzo wielu przypadkach jedynym silnym wpływem, jaki mają wymiary węzłów konstrukcyjnych na rentowność statku, jest ich oddziaływanie na koszty zakupu statku (ściśle związane z kosztami budowy) i w takim przypadku „najmniejszy koszt budowy” jest wystarczająco dokładnym celem. W innych przypadkach, np. dla statków czułych masowo jak wodoloty lub SES (typ poduszkowca - boczościan), ich rentowność lub w ogóle użyteczność jest zdeterminowana prawie całkowicie przez ciężar kadłuba. W takich przypadkach ciężar konstrukcji jest włączany w funkcję celu.

Powstaje więc pytanie, jaka jest dla określonego statku właściwa kombinacja dwóch celów: redukcji ciężaru (co najczęściej pociąga za sobą wzrost kosztów robocizny) i redukcji kosztów budowy. Odpowiedź na to pytanie jest bardzo trudna i zależy nie tylko od typu statku, ale również od jego wielkości oraz od stoczni, która będzie go budowała. Należy precyzyjnie określić zależność pomiędzy kosztem budowy, a wzrostem rentowności uzyskanym dzięki zmniejszeniu ciężaru kadłuba.



**Rysunek 1.** Główne czynniki wpływające na rentowność statku  
**Figure 1.** Principal factors in ship profitability

ZYSK STOCZNI = CENA - MATERIAŁY - ROBOCIZNA - NARZUTY

**Rysunek 2.** Główne czynniki wpływające na zysk stoczni  
**Figure 2.** Principal factors in shipyard earnings

Jako przybliżone rozwiązanie tej zależności Caldwell [3] zaproponował bezwymiarową funkcję celu będącą kombinacją ciężaru i kosztu w formie

$$F_c = v \frac{C}{C_o} + (1 - v) \frac{K}{K_o} \quad (1)$$

gdzie

$C_o$  i  $K_o$  - odpowiednio ciężar i koszt standardowej konstrukcji,

$C$  i  $K$  - odpowiednio ciężar i koszt proponowanej konstrukcji,

$v$  - współczynnik przyjmujący wartości od 0 do 1.

Zwróćmy uwagę, że przy  $v=0$  celem jest minimum kosztów, a przy  $v=1$  celem jest minimum ciężaru.

Można wykazać [3], że dla statków, dla których ciężar oszczędzony na konstrukcji może być w bezpośredni sposób dodany do ładunku

$$v = \frac{1}{1 + \frac{R_K}{R_C}} \quad (2)$$

gdzie

$$R_K = \frac{\text{roczny koszt powstający z kosztów zakupu}}{\text{całkowity roczny koszt}} \quad (3)$$

$$R_C = \frac{\text{ciężar konstrukcji}}{\text{ciężar ładunku}} \quad (4)$$

przy czym  $R_K$  i  $R_C$  obliczamy dla projektu standardowego.

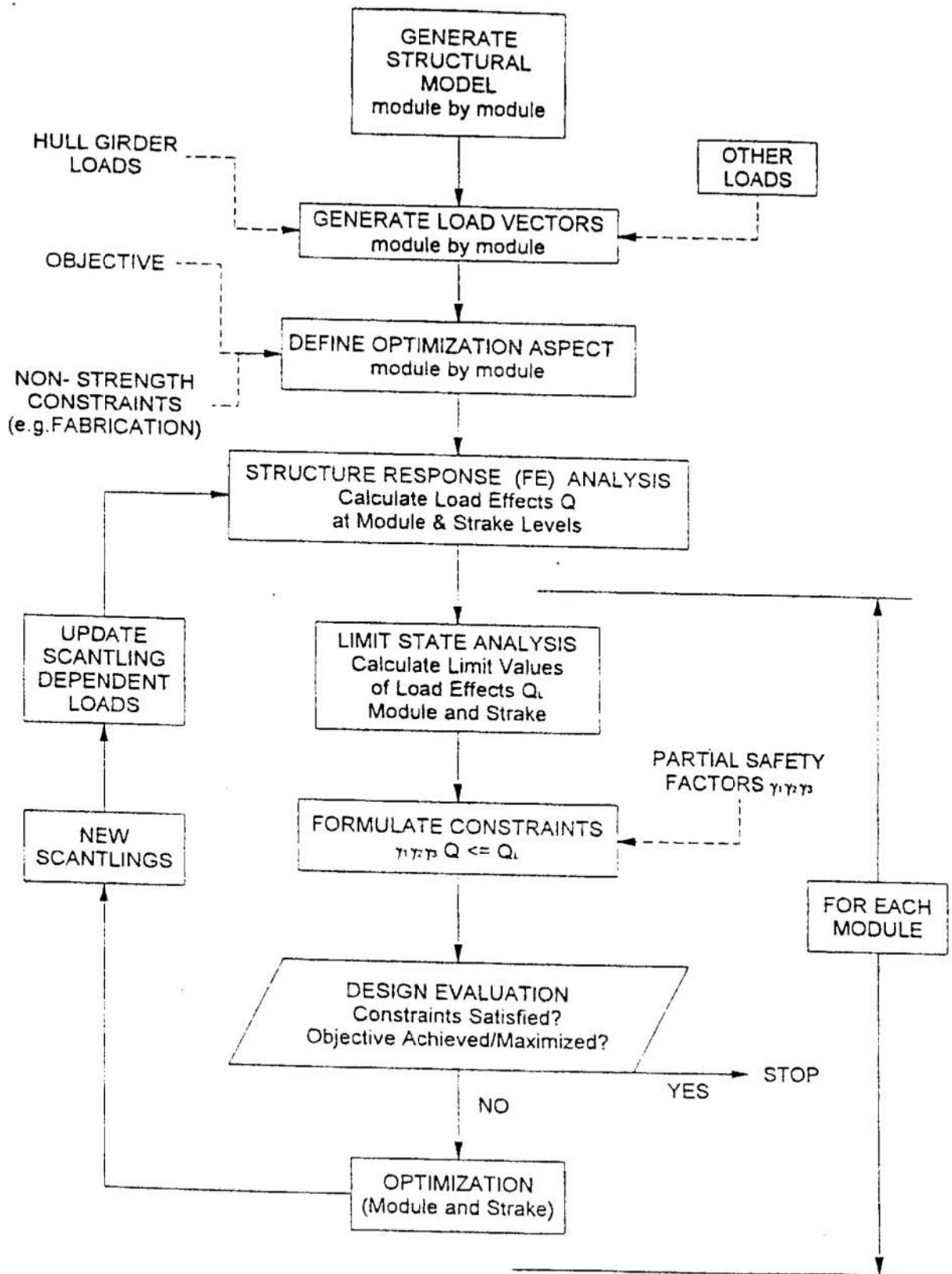
Z wzorów (1) i (2) wynika, że ze wzrostem wielkości statku i wzrostem stopnia jego specjalizacji będzie rosło znaczenie kosztów w funkcji celu.

Sama procedura optymalizacyjna zawiera metodę matematyczną, która wykorzystuje informacje opracowane innymi metodami i uwzględnia inne aspekty projektowania oraz zadaną funkcję celu, aby wygenerować projekt (to znaczy zbiór zmiennych projektowych wszystkich podstawowych elementów konstrukcji) dla którego funkcja celu osiąga ekstremum i który spełnia wszelkie narzucone ograniczenia. Optymalizacja matematyczna jest czystym matematycznym procesem, powinien więc i może być to proces w pełni zautomatyzowany. To znaczy, projektant nie musi koniecznie znać podstaw teoretycznych optymalizacji, operuje jedynie funkcją celu i zbiorami ograniczeń, a otrzymuje jako wynik optymalne wartości zmiennych projektowych tzn. takie wartości, które maksymalizują funkcje celu przy jednoczesnym spełnieniu wszystkich ograniczeń.

## 2. Optymalizacja w programie MAESTRO

### Opis metody MAESTRO

MAESTRO, czyli Method for Analysis, Evaluation and STRuctural Optimisation, jest programem służącym do tworzenia optimum projektowego złożonych, cienkościennych konstrukcji. Program tworzy optimum projektowe bazując na podanych przez użytkownika wymogach ciężarowych, kosztowych i dotyczących położenia środka ciężkości lub ich dowolnej kombinacji. Schemat blokowy programu wraz z umiejscowieniem bloku optymalizacyjnego przedstawiamy na rys. 3 wg [1].



Rysunek 3 Schemat blokowy programu MAESTRO  
 Figure 3 Block diagram of MAESTRO program

Podstawowym zadaniem programu jest projektowanie, ale oczywiście może być on również użyty do analizy istniejących konstrukcji lub projektu stworzonego innymi metodami. Program jest stosowany do projektowania konstrukcji okrętowych i innych typów konstrukcji cienkościennych uźebrowanych, np. samolotów, mostów czy pływających platform.

Metoda projektowania MAESTRO rozwiązuje w każdym cyklu projektowym następujące grupy zagadnień:

- Przeprowadza, dla całej konstrukcji lub jej części wybranej przez użytkownika, szybką i zorientowaną na projektowanie analizę metodą elementu skończonego, przy czym w tym programie elementy skończone niemal wiernie odwzorowują elementy konstrukcji statku.

- Dokonuje precyzyjnej i czytelnej oceny konstrukcji dla wszystkich stanów obciążeń. Sprawdza, które stany graniczne są krytyczne w bieżącym cyklu projektowym.

- Formułuje zlinearyzowane równania stanów granicznych przy wykorzystaniu częściowych współczynników bezpieczeństwa w celu osiągnięcia logicznie uzasadnionego stopnia niezawodności konstrukcji.

- Przeprowadza wieloparametrową optymalizację konstrukcji, bazując na dowolnej kombinacji zadanych indywidualnie przez użytkownika, ocenianych wartości, takich jak ciężar konstrukcji, koszty materiałowe, koszty produkcji i dowolne inne współczynniki produkcyjne. Są one zazwyczaj funkcjami zmiennych projektowych elementów konstrukcji (np. grubości płyt, wysokości środków usztywnień, ilości usztywnień itp.). Program posługuje się 14 zmiennymi projektowymi dla każdego pasma.

Oprócz równań stanów granicznych, program w procesie optymalizacji konstrukcji może posługiwać się dowolną liczbą ograniczeń zadanych przez projektanta, a odnoszących się np. do aspektów produkcyjnych lub warunków eksploatacji. Jak już wspomniano, program MAESTRO jest wyspecjalizowanym programem MES. Metoda jest w powszechnym użyciu, nie będziemy więc omawiać metod modelowania konstrukcji, typów elementów ani typów stosowanych obciążeń. Omówimy pokrótce jedynie elementy charakterystyczne dla tego programu.

### Stany graniczne, częściowe współczynniki bezpieczeństwa, parametry oceny

Stan graniczny jest to każdy niepożądany stan, jaki konstrukcja może osiągnąć, a wartości graniczne  $Q_L$  są wartościami efektów  $Q$  wywołanych działaniem sił, przy których stan graniczny zostaje osiągnięty. Istnieje wiele różnych typów stanów granicznych i wiele rozmaitych metod ich klasyfikacji. Najwięcej stanów granicznych przyporządkowanych jest różnym typom uszkodzeń, niemniej istnieją również inne typy ograniczeń np. maksymalne, dopuszczalne przemieszczenie. Jedną z metod klasyfikacji stanów granicznych jest uwzględnianie skutków uszkodzenia elementów. W przypadku uszkodzeń rozróżniamy dwie obszerne klasy stanów granicznych, a mianowicie zniszczenie i utratę własności użytkowych.

Najbardziej powszechnym źródłem uszkodzeń jest utrata zdolności przenoszenia sił przez jedną lub więcej podstawowych części konstrukcji, spowodowana zbyt dużą deformacją plastyczną lub złamaniem (to ostatnie jest najczęściej wywołane zmęczeniem materiału). Dla każdego konkretnego modelu program oblicza wartości stanów granicznych wykorzystując własną bibliotekę algorytmów zawierającą aktualnie 23 algorytmy. Oprócz ograniczeń wytrzymałościowych projektant może nakładać w

sposób bezpośredni wiele innych, wynikających z wymagań funkcjonalnych, produkcyjnych czy lokalnych wymagań wytrzymałościowych.

W programie MAESTRO wymagana różnica pomiędzy  $Q$  i  $Q_L$  definiowana jest za pomocą częściowego współczynnika bezpieczeństwa. Każdy skutek działania sił, mający udział w określonym stanie granicznym, jest przemnażany przez odpowiedni współczynnik bezpieczeństwa. Przy określaniu powyższych współczynników bezpieczeństwa wymóg istnienia rezerwy bezpieczeństwa przechodzi w ograniczenie, że maksymalna wartość ważonego efektu działania sił nie może przekroczyć wartości granicznej, przy uwzględnieniu innych skutków oddziaływania sił, z których każdy jest mnożony przez swój własny współczynnik niepewności.

W metodzie MAESTRO każde ograniczenie wytrzymałościowe wyrażone jest za pomocą bezwymiarowego parametru oceny i przyjmuje wartości od  $-1$  do  $+1$ . Parametr oceny dążący do jedności oznacza przypadek bardzo małych obciążeń lub bardzo mocnej konstrukcji, dążący do  $-1$  oznacza przypadek bardzo dużych obciążeń lub występowania bardzo małych wartości granicznych. Program oblicza 35 różnych parametrów oceny.

### Optymalizacja

W programie MAESTRO wykorzystywana jest procedura optymalizacyjna nazwana przez autorów [4] SLIP2, która oparta jest na metodzie sekwencyjnego programowania liniowego.

Program MAESTRO posiada dwa poziomy optymalizacji: poziom modułu, dla którego zmiennymi projektowymi są przekroje poprzeczne pasm i poziom pasm, dla którego zmiennymi projektowymi są wymiary elementów konstrukcji. Każdy poziom zawiera pewną ilość cykli iteracyjnych.

Każdy cykl modułowy zawiera ocenę wszystkich pasm modułu i rozwiązanie problemu optymalizacyjnego modułu.

Na poziomie pasma główne kroki procesu optymalizacyjnego są następujące:

- ocena naprężeń i innych typów odpowiedzi konstrukcji (głównie na bazie pola przemieszczeń otrzymanego z analizy ES),
- obliczenia parametrów oceny dla każdego z 35 typów uszkodzeń,
- identyfikacja poszczególnych elementów i stanów obciążeń, dla których otrzymywane są minimalne (a więc najgorsze) parametry oceny dla każdego typu uszkodzenia,
- obliczanie pierwszej i drugiej pochodnej dla wszystkich nieliniowych ograniczeń oraz wyznaczenie wartości funkcji celu i jej pochodnych,
- linearyzacja ograniczeń i funkcji celu,
- sformułowanie tablicy simpleksowej przy wykorzystaniu:
  - granic zmiennych projektowych,
  - liniowych zależności między zmiennymi projektowymi,
  - zlinearyzowanych ograniczeń nieliniowych,
  - zlinearyzowanej funkcji celu,
- sprawdzenie zlinearyzowanych ograniczeń w celu zapobieżenia rozwiązaniom niedopuszczalnym,
- rozwiązanie zlinearyzowanego problemu optymalizacyjnego,

- sprawdzenie realności i zbieżności zmiennych projektowych każdego pasma na bazie parametrów oceny.

Największym niedostatkim metody optymalizacyjnej MAESTRO jest konieczność „ręcznego” ustalania odstępów wręgowego i kierunków usztywnień.

### Funkcja celu w programie MAESTRO

W programie MAESTRO funkcja celu ma postać:

$$F_C = P_1 \frac{K}{K_0} + P_2 \frac{C}{C_0} + P_3 \frac{Z}{Z_0} \quad (5)$$

gdzie

$$C = C_{wzdł} + C_{ram} + C_{plyt} + STF \cdot C_{uszt} \quad (6)$$

$C_0, K_0, Z_0$  - odpowiednio ciężar, koszt i położenie środka ciężkości przekroju podstawowej lub standardowej konstrukcji

$C, K, Z$  - odpowiednio ciężar, koszt i położenie środka ciężkości przekroju proponowanej konstrukcji

$P_1, P_2, P_3$  - współczynniki wazone określające stopień ważności poszczególnych składników funkcji celu, przy czym  $P_1 + P_2 + P_3 = 1$

$STF$  - ilość usztywnień

Położenie środka ciężkości uwzględniamy w funkcji celu jedynie dla statków specjalnych, posiadających duże, skupione masy na pokładzie lub wyniesione ponad pokład. Obniżenie środka ciężkości zdecydowanie poprawia ich stateczność, szczególnie w czasie manewrów przy dużych prędkościach. Na rentowność statku komercyjnego, położenie środka ciężkości ma znikomy wpływ.

Ponieważ będziemy rozpatrywać statki komercyjne upraszczamy funkcje celu do postaci:

$$F_C = P_1 \frac{K}{K_0} + P_2 \frac{C}{C_0} \quad (7)$$

Ograniczenia nakładane na zmienne projektowe mają doprowadzić do utrzymania zmiennych projektowych w uzasadnionych technicznie granicach, a dzięki polepszeniu zbieżności procesu optymalizacji spowodować osiągnięcie minimum funkcji celu w jak najmniejszej ilości cykli projektowych. Wynikają one z uwarunkowań wykonawczych, wytrzymałościowych, eksploatacyjnych, przepisowych i.t.d.

Z matematycznego punktu widzenia mamy trzy podstawowe typy ograniczeń.

- Ograniczenie typu minimum-maksimum nakładane na każdą zmienną projektową, ma ono postać:

$$C_1 \leq \text{zmienna} \leq C_2$$

- Zależności liniowe pomiędzy dwoma zmiennymi projektowymi przyjmujące postać:

$$C_1 * \text{zmienna}_1 \pm C_2 * \text{zmienna}_2 < \text{lub} = \text{lub} > C_3$$

- Zamrożenie zmiennej projektowej, w tym momencie staje się ona stałą.

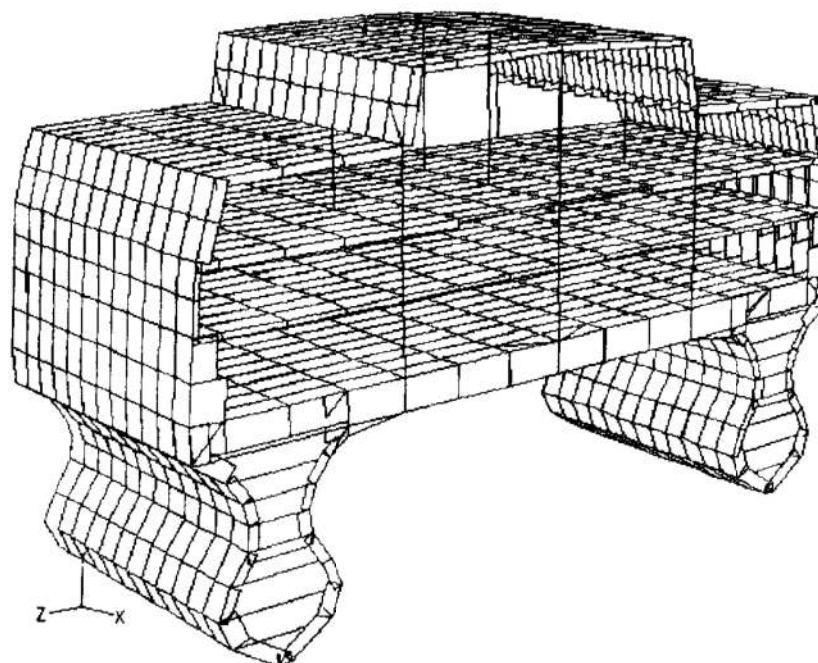


### 3. Wyniki optymalizacji

Przeprowadzono optymalizację ciężarowo-kosztową dwóch statków, samochodowca i katamaranu pasażersko-samochodowego. W obu przypadkach model obejmował jedynie segment kadłuba w rejonie owręza.

#### Katamaran pasażersko-samochodowy.

Jest to katamaran o  $L_C = 110$  m i prędkości 42 w, całkowicie zbudowany ze stopów aluminium. Zamodelowano 12 odstępów wręgowych przy czym odstęp wręgowy wynosił 1m. Model pokazany jest na rys. 4. Za nienaruszalną uznaliśmy geometrię kadłubów poniżej wodnicy konstrukcyjnej oraz minimalne wymiary poprzeczne światła poszczególnych przestrzeni ładunkowych.

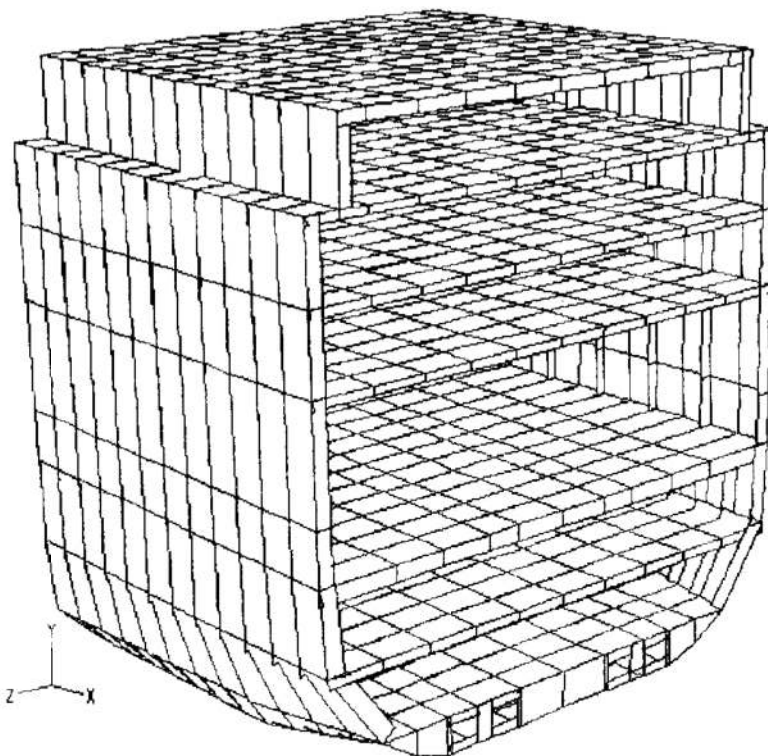


**Rysunek 4** Model segmentu katamaranu pasażersko-samochodowego  
**Figure 4** Segment's model of passenger/car catamaran

Obliczony koszt projektu wstępnego wyniósł 1447700 PLN, a ciężar 125.9 MN. Po przeprowadzeniu optymalizacji, u technologicznieniu konstrukcji (wymiary obliczone zostały zastąpione najbliższymi katalogowymi wg DIN) i ostatecznej ocenie projektu, koszt projektu wyniósł 1105800 PLN, a ciężar 85.01 MN. Koszty obniżyły się o 23,6%, a ciężar konstrukcji zmalał o 32,5%. Tak rewelacyjne wyniki otrzymaliśmy dzięki temu, że dokumentacja była na etapie projektu koncepcyjnego i wiele brakujących wymiarów przyjmowaliśmy z nadmiarem. Nie wątpimy jednak, że przy projektowaniu konstrukcji innymi metodami wartości te byłyby o wiele gorsze. Skuteczność metody została potwierdzona przez wyniki obliczeń samochodowca.

## Samochodowiec

Jest to statek do przewozu ciężarówek i samochodów osobowych o długości  $L_C=126\text{m}$  i prędkości  $V=20\text{w}$ , zbudowany ze stali o podwyższonej wytrzymałości. Zamodelowano segment kadłuba obejmujący 12 odstępów wręgowych, przy czym odstęp wręgowy wynosił  $0.650\text{m}$ . Model pokazany jest na rys. 5. W przypadku tej jednostki za nienaruszalną przyjęliśmy geometrię kadłuba.



**Rysunek 5** Model segmentu samochodowca  
**Figure 5** Segment's model of car/truck carrier

W tym przypadku projekt statku był już mocno zaawansowany. Obliczony koszt projektu wstępnego wyniósł 532330 PLN, a ciężar 289.4 MN. Po przeprowadzeniu optymalizacji i u technologicznieniu konstrukcji (wg DIN), koszt projektu wyniósł 470800 PLN, a ciężar 232.5 MN. Zysk kosztowy wyniósł więc 11,6%, a ciężarowy 19,7%.

### 4. Uwagi końcowe

Dzięki swojej części optymalizacyjnej, program MAESTRO pozwala na rozpoczęcie projektowania konstrukcji statku już przy minimalnej ilości informacji. Przyjmując prawie dowolnie wymiary węzłów konstrukcyjnych (a więc zmienne projektowe), można mieć pewność, że w kilku cyklach projektowych dojdziemy do optimum. W trakcie badań stwierdziliśmy, że w zupełności do tego wystarczy 6 do 7 cykli projektowych.

Dało się również zauważyć, że w polskich warunkach koszty robocizny są bardzo małe w stosunku do kosztów materiałowych. Niemniej nie należy ograniczać się jedynie do optymalizacji ciężarowej, gdyż ilość robocizny, mimo niewielkiego wpływu na koszty, decyduje o długości cyklu produkcyjnego.

## Literatura

1. O.F. Hughes, „Ship Structural Design”, The Society of Naval Architects and Marine Engineers”, New Jersey, 1988.
2. J.H. Evans, „Ship Structural Design Concepts”, Cornell Maritime Press, Cambridge, 1975.
3. J.B. Caldwell, „Theory and Synthesis of Thin-Shell Ship Structures”, International Association for Shell Structures”, Symposium, Hawaii 1971.
4. F. Mistree, O.Hughes, H.B.Phuoc, „An Optimisation Method for the Design of Large, Highly Constrained Complex Systems”, Engineer. Optimiz., 5(3), August 1981.
5. A. Sowiak, „Zastosowanie programu Maestro w analizie konstrukcji masowca 164000 TDW”, Zeszyty Problemowe CTO, grudzień 1993.
6. Maestro - Data Preparation Manual, Proteus Engineering, USA 1995.
7. Maestro - Graphics Manual, Proteus Engineering, USA 1995.
8. Maestro - Operating Guide, Proteus Engineering, USA 1995.
9. Maestro - Basic Features Manual, Proteus Engineering, USA 1995.

## Streszczenie

W niniejszej pracy omówione jest zastosowanie matematycznej optymalizacji w procesie projektowania statku przy użyciu programu MAESTRO. Pokazano umiejscowienie optymalizacji w trakcie projektowania statku, tworzenie funkcji celu oraz zaprezentowano wyniki optymalizacji konstrukcji kadłuba dla dwóch statków: katamaranu pasazersko-samochodowego i samochodowca.

## WEIGHT-COST OPTIMIZATION OF SHIPS HULL USING MAESTRO PROGRAM

### Summary

Following thesis concerns the problem of mathematical optimisation in process of ship structural design using MAESTRO program. Performing of objective and results of optimization of hull's structures for two kinds of ships: passenger-car catamaran and car/truck carrier are shown.

## IDENTYFIKACJA KOLEJNOŚCI SZEREGOWEGO POŁĄCZENIA PEWNEJ KLASY OBIEKTÓW Z ZASTOSOWANIEM ZBIORÓW ROZMYTYCH

### 1. Sformułowanie problemu

W wielu zagadnieniach praktycznych, w których występuje przypadkowe szeregowe połączenie obiektów (z punktu widzenia obserwatora identyfikującego układ), istnieje konieczność wyznaczenia struktury połączeń bez posiadania informacji o sposobie łączenia oraz rodzaju obiektów składowych. Powstaje zatem pytanie, jak określić strukturę połączenia oraz wyznaczyć na podstawie pomiaru pewnych wielkości charakterystycznych, sposób (zasadę) łączenia obiektów oraz typ obiektów składowych układu.

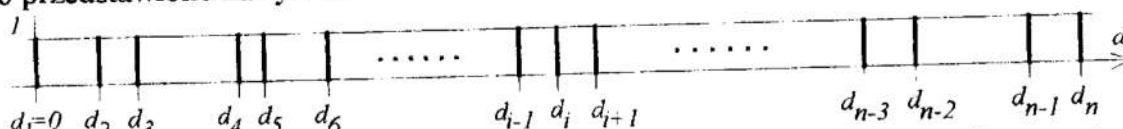
Przyjmijmy dalej, że pomiar pozwala na określenie, czy w punkcie pomiarowym występuje czy też nie określona cecha charakterystyczna. Powyższe należy rozumieć jako określanie ciągu wartości binarnych (logicznych) opisujących stan badanego układu w funkcji parametru determinującego pomiar. Pomiar dokonywane są w sposób ciągły np.: w czasie - odstępy czasowe pomiędzy występowaniem sygnału "1", czy też geometryczne - odległość pomiędzy poszczególnymi cechami charakterystycznymi układu.

W dalszej części, odstęp pomiędzy występowaniem stanów "1" nazywać będziemy odległością bez względu na charakter fizyczny parametru determinującego pomiar.

Zgodnie z powyższym pomiary dla całego układu określone są ciągiem:

$$d_i \in \{d_1, d_2, \dots, d_n\}, \quad d_1 = 0, \quad (1)$$

co przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Ciąg pomiarów - "odległości" pomiędzy binarnymi punktami pomiarowymi  
Fig. 1. The measure sequence - "distances" between binary measure points

Zgodnie z (1) odległość pomiędzy cechami "i" oraz "j" można zapisać:

$$\Delta d_{i,j} = d_j - d_i. \quad (2)$$

Dla odległości pomiędzy cechami sąsiednimi (uproszczenie zapisu) jest:

$$\forall j = i + 1, \quad \Delta d_i = d_{i,j} = d_{i,i+1} = d_{i+1} - d_i, \quad (3)$$

czyli dany jest określony na podstawie (1) ciąg odległości pomiędzy cechami sąsiednimi w identyfikowanym układzie:

$$\Delta d_i \in \{\Delta d_1, \Delta d_2, \dots, \Delta d_{n-1}\}, \quad \Delta d_1 = d_2 - d_1 = d_2. \quad (4)$$

Ciąg pomiarowy (1), a w konsekwencji również ciąg odległości (4) obarczony jest błędami pomiarowymi. Dla danych pomiarowych istnieje zbyt mało informacji aby

\* Katedra Automatyki Wydziału Elektrycznego Politechniki Gdańskiej, 80-952 GDANSK, ul. G. Narutowicza 11/12, E-Mail: lstolc@ely.pg.gda.pl.

można było określić rozkłady prawdopodobieństwa błędu. Jedynie znana jest maksymalna odchyłka błędu pomiarowego  $\pm\Delta$ , oraz wiadomo, że błędy kumulują się w otoczeniu wartości zerowej.

Przy łączeniu obiektów istnieje dopuszczalna tolerancja odległości pomiędzy ostatnią cechą obiektu poprzedzającego a pierwszą cechą obiektu następnego. Tolerancje te mogą być różne i wynoszą odpowiednio:  $\Delta^-$  - maksymalne dopuszczalne zmniejszenie odległości pomiędzy cechami skrajnymi,  $\Delta^+$  - maksymalne dopuszczalne zwiększenie odległości dla cech skrajnych łączonych obiektów.

Dla celów identyfikacji przyjęto sztuczne założenie, że pomiary odległości pomiędzy kolejnymi cechami w identyfikowanym układzie są dane dokładnie. Błędy pomiarowe przeniesione są na modele obiektów składowych oraz połączenie pomiędzy obiektami. Ze względu na charakter danych pomiarowych, obiekty opisane są przy pomocy modeli rozmytych. Podobnie opisywane jest połączenie między obiektami.

Obiekty występujące w identyfikowanym układzie mogą należeć do różnych grup. Jako grupę  $\Gamma_k$  rozumie się zbiór obiektów posiadających  $k$  cech charakterystycznych. Dla obiektów danej grupy określone są odległości pomiędzy cechami.

Problem identyfikacji kolejności połączeń obiektów można przedstawić:

- na podstawie ciągu pomierzonych odległości pomiędzy poszczególnymi cechami  $\{\Delta d_1, \Delta d_2, \dots, \Delta d_{n-1}\}$ , określić grupy  $\Gamma_k$  dla kolejno występujących obiektów,
- znając grupę  $\Gamma_k$  do której należy kolejny identyfikowany obiekt, określić jego typ.

Obiekty ze wszystkich grup należą do pewnej klasy charakteryzującej się określonymi związkami odległości pomiędzy poszczególnymi cechami.

Klasę obiektów identyfikowanych oraz ich modele rozmyte omówiono poniżej.

## 2. Klasa obiektów, rozmyte modele obiektów oraz połączeń

W identyfikowanym układzie szeregowo połączonych obiektów występować mogą elementy należące do określonej klasy.

Dla obiektów tych spełnione muszą być warunki rozłączności cech. Oznacza to, że pomiędzy dwoma różnymi cechami "i" oraz "j" odległość jest różna od zera:

$$\forall_{i \neq j} l_{i,j} = l_j - l_i \neq 0 \Rightarrow \forall_{i < j} l_{i,j} = l_j - l_i > 0. \quad (5)$$

Ponadto, omawiana klasa obiektów dzielona jest na grupy. Do określonej grupy zaliczamy obiekty podobne. Jako obiekty podobne rozumie się wszystkie obiekty posiadające jednakową liczbę mierzalnych cech charakterystycznych. Zbiór  $\Gamma_k$  zawiera wszystkie obiekty dla których określa się w trakcie pomiaru  $k$  cech. Dla obiektów w danej grupie określone są odległości (konstrukcyjne, teoretyczne czy inne) pomiędzy mierzonymi cechami.

Każdą grupę  $\Gamma_k$  rozбивa się na dwie podgrupy:

$\Gamma_k^{(s)}$  - podgrupa obiektów o  $k$  cechach rozłożonych symetrycznie:

$$\forall_{\gamma_k \in \Gamma_k^{(s)}} \forall_{i=0, \dots, k} l_{k-i} = l_i, \quad (6)$$

$\Gamma_k^{(n)}$  - podgrupa obiektów o  $k$  cechach rozłożonych niesymetrycznie:

$$\forall_{\gamma_k \in \Gamma_k^{(n)}} \exists l_{k-i} \neq l_i, \quad (7)$$

gdzie:  $\gamma_k$  - obiekt  $\gamma$  posiadający  $k$  cech mierzalnych.

Dla podgrup oczywiście zachodzi:

$$\Gamma_k^{(s)} \cap \Gamma_k^{(n)} = \emptyset, \quad \Gamma_k^{(s)} \cup \Gamma_k^{(n)} = \Gamma_k. \quad (8)$$

Podział grupy  $\Gamma_k$  na podgrupę symetryczną  $\Gamma_k^{(s)}$  oraz niesymetryczną  $\Gamma_k^{(n)}$  związany jest z określeniem kierunku ustawienia obiektu. W przypadku obiektów symetrycznych, kierunek ustawienia nie jest rozróżniany.

W przypadku obiektów różnych, ale posiadających identyczne odległości pomiędzy cechami mierzonymi, przyjmuje się, że obiekty są tożsame i traktowane jako jeden obiekt:

$$\forall_{\gamma_k^{(1)}, \gamma_k^{(2)}} \forall_{i=0, \dots, k} l_i^{(1)} = l_i^{(2)} \Rightarrow \gamma_k^{(1)} = \gamma_k^{(2)} = \gamma_k. \quad (9)$$

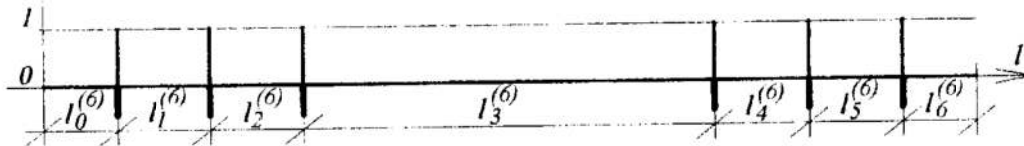
Obiekty mogące wchodzić w skład układu określa zbiór  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \bigcup_k \Gamma_k = \bigcup_k (\Gamma_k^{(s)} \cup \Gamma_k^{(n)}). \quad (10)$$

Niech dalej rozpatrywane będą obiekty należące do trzech grup  $\Gamma_k$ ,  $k \in \{2, 4, 6\}$ .

Dla grup tych mamy:

- Grupa  $\Gamma_6$ :



Rys. 2. Rozkład punktów charakterystycznych i odległości  $l_i$  dla grupy  $\Gamma_6$

Fig. 2. The distribution of characteristic points and distances  $l_i$  for the group  $\Gamma_6$

Zarówno dla obiektów symetrycznych jak i dla niesymetrycznych w grupie  $\Gamma_6$  zachodzi:

- Odległości między cechami z wyłączeniem odległości środkowej są porównywalne (rys. 2):

$$l_{min} \leq l_1^{(6)} \approx l_2^{(6)} \approx l_4^{(6)} \approx l_5^{(6)} \leq l_{max} \quad (11)$$

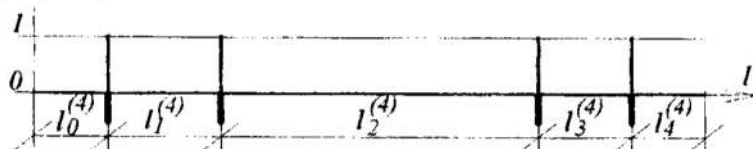
gdzie:  $l_{min}$ ,  $l_{max}$  - zakres dopuszczalny odległości między cechami w (11).

- Odległość pomiędzy cechami środkowymi jest zasadniczo większa od odległości pomiędzy cechami pozostałymi (np.):

$$\frac{l_3^{(6)}}{l_1^{(6)}} \approx \frac{l_3^{(6)}}{l_2^{(6)}} \approx \frac{l_3^{(6)}}{l_4^{(6)}} \approx \frac{l_3^{(6)}}{l_5^{(6)}} \geq k, \quad \text{np. } k \geq 1.3. \quad (12)$$

- Na odległości cech skrajnych od brzegu obiektu nie wprowadza się ograniczeń. Odległości te mają zasadnicze znaczenie przy określaniu kierunku ustawienia obiektu. Dla obiektów symetrycznych oczywiście jest  $l_0^{(6)} = l_6^{(6)}$  itd.

• Grupa  $\Gamma_4$  (rys. 3):



Rys. 3. Rozkład cech charakterystycznych i odległości  $l_i$  dla obiektów grupy  $\Gamma_4$

Fig. 3. The distribution of characteristic points and distances  $l_i$  for the group  $\Gamma_4$

Podobnie jak w grupie  $\Gamma_6$  grupa  $\Gamma_4$  musi spełniać:

- Odległości między cechami z wyłączeniem odległości środkowej są porównywalne oraz tego samego rzędu co odpowiadające im odległości w grupie  $\Gamma_6$ :

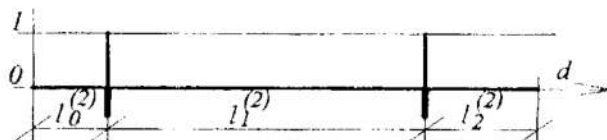
$$l_1^{(4)} \approx l_3^{(4)} \approx l_1^{(6)} \approx l_2^{(6)} \approx l_4^{(6)} \approx l_5^{(6)}. \quad (13)$$

- Odległość pomiędzy cechami środkowymi jest zasadniczo większa od odległości pomiędzy cechami pozostałymi:

$$\frac{l_2^{(4)}}{l_1^{(4)}} \approx \frac{l_2^{(4)}}{l_3^{(4)}} \geq k \quad (14)$$

- Na odległości cech skrajnych od brzegu obiektu nie ma ograniczeń.

• Grupa  $\Gamma_2$  (rys. 4):



Rys. 4. Rozkład cech charakterystycznych i odległości  $l_i$  dla obiektów grupy  $\Gamma_2$

Fig. 4. The distribution of characteristic points and distances  $l_i$  for the group  $\Gamma_2$

W grupie  $\Gamma_2$  jedynie nadawane jest ograniczenie na odległość środkową  $l_1^{(2)}$ . Odległość ta musi spełniać warunki podobne jak na odległości środkowe w grupach  $\Gamma_6$  i  $\Gamma_4$ :

$$\frac{l_1^{(2)}}{l_1^{(6)}}, \frac{l_1^{(2)}}{l_2^{(6)}}, \frac{l_1^{(2)}}{l_4^{(6)}}, \frac{l_1^{(2)}}{l_5^{(6)}}, \frac{l_1^{(2)}}{l_1^{(4)}}, \frac{l_1^{(2)}}{l_3^{(4)}} \geq k. \quad (15)$$

W razie potrzeby liczba grup może zostać rozszerzona. Dla innych grup należy wprowadzić odpowiednie ograniczenia spełniające warunki dla badanej klasy obiektów.

Jak zaznaczono wcześniej, pomiary odległości zawarte w zbiorze opisanym przez (4) obciążone są błędami. Zgodnie ze sztucznym założeniem, że pomiary dokonywane są dokładnie, błędy przeniesione są na modele obiektów.

Ze względu na ograniczoną informację o błędach, dalej przyjmuje się rozmyty opis obiektów.

Błąd określony jest maksymalną odchyłką błędu pomiarowego  $\pm\Delta$ . Ponadto wiadomo, że błędy kumulują się w otoczeniu wartości zerowej.

Dla błędu pomiaru przyjmuje się opis liczbą rozmytą typu LR (rys. 5a):

$$\tilde{\delta} = (-\Delta, 0, \Delta)_{LR} \quad (16)$$

Dla operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych przyjęto arytmetykę typu *minmax* [1,2].

Wartość rzeczywista odległości pomiędzy cechami jest wielkością zdeterminowaną (rys. 5b) i wynosi  $l_i$ . Postać rozmyta odległości określona jest sumą (rys. 5c):

$$\tilde{l}_i = (l_i \oplus \tilde{\delta})_{\min\max} = (l_i - \Delta, l_i, l_i + \Delta)_{LR} \quad (17)$$

Powyżej jak i dalej (jeśli nie użyto innego operatora arytmetycznego) oznaczenia określają:

$\tilde{l}_i = (l_i \oplus \tilde{\delta})_{\min\max}$  - operacja sumowania w arytmetyce *minmax*,

$(l_i - \Delta, l_i, l_i + \Delta)_{LR}$  - liczba rozmyta typu LR (rys. 5),

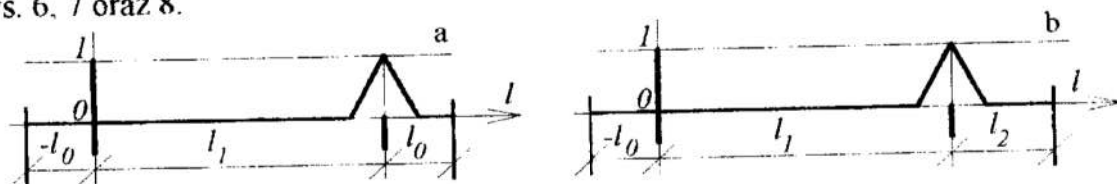
$l_i$  - liczba zdeterminowana,  $\tilde{l}_i$  - liczba rozmyta.



Rys. 5. Funkcja charakterystyczna odległości pomiędzy cechami obiektu: a) błąd pomiaru, b) odległość katalogowa, c) odległość rozmyta (LR)

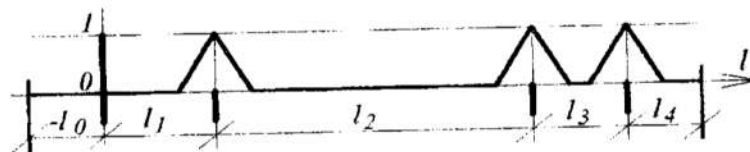
Fig. 5. The characteristic function of distances between an object feature: a) measure error, b) catalogue distance, c) fuzzy distance (LR)

Przy opisie obiektów jako punkt odniesienia (zero) przyjęto położenie pierwszej cechy. Dla cechy tej opis jest zdeterminowany ( $\Delta = 0$ ). Oczywiście, w przypadku odwrócenia obiektów (istotne dla obiektów niesymetrycznych), zdeterminowane jest położenie cechy ostatniej, traktowanej następnie jako cecha pierwsza obiektu w układzie. Interpretację graficzną obiektów rozmytych grup  $\Gamma_2, \Gamma_4$  oraz  $\Gamma_6$  przedstawiono na rys. 6, 7 oraz 8.



Rys. 6. Modele rozmyte z grupy  $\Gamma_2$ : a) - symetryczne, b) - niesymetryczne

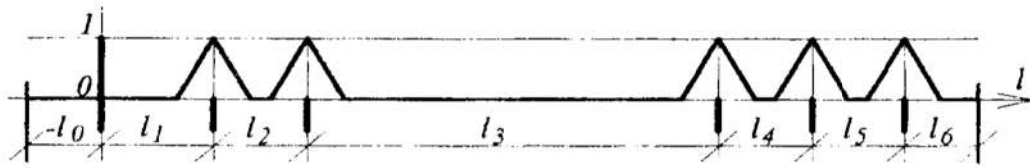
Fig. 6. Fuzzy models of the group  $\Gamma_2$ : a) - symmetric, b) - non-symmetric



Rys. 7. Model rozmyty obiektu z grupy  $\Gamma_4$

Fig. 7. Fuzzy model of an object in the group  $\Gamma_4$

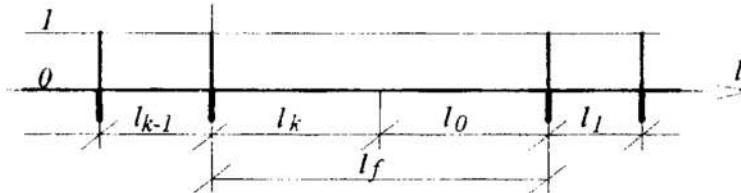




Rys. 8. Model rozmyty obiektu z grupy  $I_6$

Fig. 8. The fuzzy model of an object in the group  $I_6$

Rozpatrzmy teraz model połączenia obiektów (rys. 9).



Rys. 9. Połączenie obiektów  $l_f$  - odległość pomiędzy cechami skrajnymi obiektów

Fig. 9. The linkages of objects  $l_f$  - the distance between terminal features of objects

Odległości opisujące położenie cech skrajnych od końców obiektów występujące w modelach grupy  $\Gamma_k$  ( $l_0$  oraz  $l_k$ ) nie są bezpośrednio mierzone.

Z pomiaru uzyskiwana jest wartość określająca łączną odległość pomiędzy cechami skrajnymi połączonych obiektów  $l_f$ .

Odległość w połączeniu obarczona jest błędami dwojakiego rodzaju:

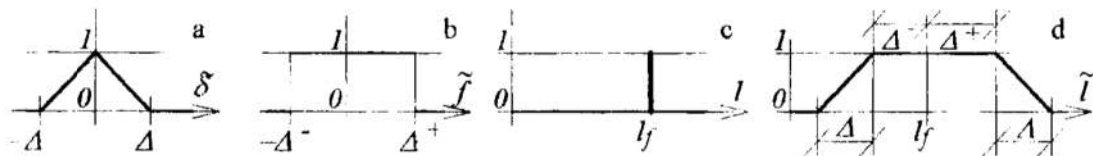
- Dokładność wykonania połączenia określona przez:

$\Delta^-$  - maksymalne dopuszczalne zmniejszenie odległości pomiędzy cechami skrajnymi,

$\Delta^+$  - maksymalne dopuszczalne zwiększenie odległości pomiędzy cechami skrajnymi.

Zakładając, że każda tolerancja z podanego zakresu jest jednakowo możliwa, dokładność połączenia obiektów można opisać płaską liczbą rozmytą typu "flat" (rys. 10b).

- Błąd pomiaru odległości opisany jest liczbą LR podobnie jak dla cech wewnętrznych (16), (rys. 10a).



Rys. 10. Funkcja charakterystyczna dla odległości pomiędzy cechami skrajnymi:

a) błąd pomiaru (LR), b) tolerancja połączenia (flat), c) odległość teoretyczna cech skrajnych, d) odległość rozmyta (flat LR) dla cech skrajnych

Fig. 10. The membership function for distances between terminal features:

a) measure error (LR), b) linkage tolerance (flat), c) theoretical distance for terminal features, d) fuzzy distance (flat LR) for terminal feature

Wyznaczając sumą (rys. 10d) otrzymujemy model połączenia typu flat LR:

$$\tilde{l}_f = (l_f \oplus \tilde{\delta} \oplus \tilde{f})_{\min \max} = (l_f - \Delta^- - \Delta, l_f - \Delta^-, l_f + \Delta^+, l_f + \Delta^+ + \Delta)_{LR} \quad (18)$$

gdzie  $l_f = l_k + l_0$  - suma dokładnych (teoretycznych, projektowych) odległości cech skrajnych od końców łączonych obiektów (rys. 9 oraz 10c).

Dla odległości pomiędzy cechami (z wyłączeniem odległości cech skrajnych od końców łączonych obiektów) dla wszystkich obiektów określono, zgodnie z przyjętą arytmetyką *minmax* i opisem typu *LR* ilorazy odległości cech sąsiednich  $l_i$  oraz  $l_{i+1}$  gdzie  $i \neq 0$  oraz  $i < k-1$  [1,2]:

$$\tilde{q}_i = \left( \tilde{l}_{i+1} \otimes \frac{1}{\tilde{l}_i} \right)_{\min \max} = (q_i - \Delta_i^-, q_i, q_i + \Delta_i^+)_{LR} \quad (19)$$

gdzie:  $q_i = l_{i+1} / l_i$ ,

$$\Delta_i^- = (l_{i+1} - \Delta / l_i + \Delta) - q_i,$$

$$\Delta_i^+ = (l_{i-1} + \Delta / l_i - \Delta) - q_i.$$

Oczywiście dla grupy  $\Gamma_2$  ilorazy określone przez (19) nie występują.

### 3. Podstawowe reguły decyzyjne, algorytm identyfikacji

Problem identyfikacji, jak wspomniano wcześniej, rozwiązywany jest sekwencyjnie począwszy od obiektu pierwszego. W trakcie identyfikacji postępowanie dla każdego obiektu jest dwuetapowe:

Etap 1.

Na podstawie ciągu pomierzonych odległości pomiędzy poszczególnymi cechami  $\{\Delta d_1, \Delta d_2, \dots, \Delta d_{n-1}\}$ , określić grupę  $\Gamma_k$  do której należy kolejny identyfikowany obiekt.

Etap 2.

Znajdąc grupę w której zawiera się badany obiekt (etap 1), wyznaczyć podgrupę  $\Gamma_k^{(*)}$  ( $(s)$  - obiekt symetryczny,  $(n)$  - obiekt niesymetryczny) oraz określić typ obiektu  $\gamma$  w podgrupie  $(\gamma \in \Gamma_k^{(*)})$ .

W trakcie identyfikacji może nastąpić utrata synchronizmu. Z przypadkiem tym mamy do czynienia, gdy kolejny identyfikowany obiekt nie posiada odpowiednika w zbiorze modeli obiektów  $\Gamma$ . Sytuacja ta występuje gdy:

- W układzie wystąpił obiekt z niezdefiniowanej grupy  $\Gamma_k$  (np. większa liczba cech mierzalnych). Przypadek ten zachodzi jeśli:

$$\gamma \in \Gamma_k, \quad \Gamma_k \not\subset \Gamma. \quad (20)$$

Utrata synchronizacji spowodowana przypadkiem (20) nazywana będzie GUO (Global Unidentified Object).

- Badany obiekt spełnia warunki grupy  $\Gamma_k$  (w etapie 1 określono grupę), jednak w grupie tej nie określono odpowiedniego modelu obiektu, czyli:

$$\Gamma_k \subset \Gamma, \quad \gamma \notin \Gamma_k. \quad (21)$$

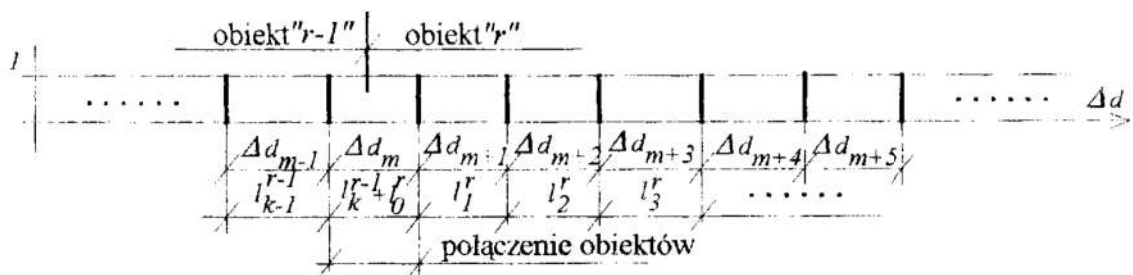
Przypadek ten nazywać będziemy LUO (Local Unidentified Object).

Jeśli nastąpiła utrata synchronizmu z powodu braku zdefiniowania grupy (20) (dla kolejnego identyfikowanego obiektu nie zdefiniowano odpowiedniej grupy w modelach obiektów  $\Gamma$ ), proces identyfikacji przeprowadzany jest od ostatniego obiektu.

W przypadku identyfikacji od końca, proces kontynuowany jest do obiektu GUO przy którym nastąpiła utrata synchronizacji, lub wcześniej, jeśli w układzie występowały jeszcze inne dalej występujące obiekty GUO.

W przypadku utraty synchronizacji LUO, proces prowadzony jest dalej z informacją do jakiej grupy przynależałby obiekt oraz o braku możliwości określenia jego typu.

Niech zidentyfikowanych jest  $r-1$  obiektów opisanych pierwszymi  $m-1$  pomiarami zawartymi w zbiorze  $\Delta d_i$  (4). Następny obiekt określony jest pomiarami od  $\Delta d_m$ .



Rys. 11. Odległości dla obiektów "r-1" oraz "r"

Fig. 11. The distances for objects "r-1" and "r"

Algorytm identyfikacji można przedstawić (dla grup  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_4$  i  $\Gamma_6$ ):

• **Określenie grupy  $\Gamma_k$ :**

1. Jeśli:

$$\Delta d_{m+1} \notin \{l_{min}, l_{max}\} \wedge \exists_{\gamma \in \Gamma_2} \mu_{l_1}^{\gamma}(\Delta d_{m+1}) \neq 0 \Rightarrow \Gamma_2, \quad (22)$$

gdzie:  $\mu_{l_1}^{\gamma}(\Delta d_{m+1})$  - funkcja przynależności (17) odległości  $l_1$  obiektu  $\gamma$ ,

wówczas obiekt należy i opisany jest w grupie  $\Gamma_2$ .

2. Jeśli:

$$\Delta d_{m+1} \notin \{l_{min}, l_{max}\} \wedge \forall_{\gamma \in \Gamma_2} \mu_{l_1}^{\gamma}(\Delta d_{m+1}) = 0 \Rightarrow \Gamma_2, \quad (23)$$

wówczas obiekt należy do grupy  $\Gamma_2$ , jednak nie jest w niej opisany (LUO).

3. Jeśli nie zachodzi (22) i (23) i ponadto:

$$\left( \Delta d_{m+1} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+2} \geq k \Delta d_{m+1} \right) \wedge \exists_{\gamma \in \Gamma_4} \left( \mu_{l_1}^{\gamma}(\Delta d_{m+1}) \neq 0 \wedge \mu_{l_2}^{\gamma}(\Delta d_{m+2}) \neq 0 \right) \Rightarrow \Gamma_4, \quad (24)$$

gdzie:  $k$  - mnożnik określony w (12),

wówczas obiekt należy i opisany jest w grupie  $\Gamma_4$ .

4. Jeśli nie zachodzi (22) i (23) i ponadto:

$$\begin{aligned} & \left( \Delta d_{m+1} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+2} \geq k \Delta d_{m+1} \right) \wedge \\ & \forall_{\gamma \in \Gamma_4} \left( \mu_{l_1}^\gamma(\Delta d_{m+1}) = 0 \vee \mu_{l_2}^\gamma(\Delta d_{m+2}) = 0 \right) \Rightarrow \Gamma_4, \end{aligned} \quad (25)$$

wówczas obiekt należy do grupy  $\Gamma_4$ , jednak nie jest w niej opisany (LUO).

5. Jeśli nie zachodzi (22) - (25) i ponadto:

$$\begin{aligned} & \left( \Delta d_{m+1} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+2} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \\ & \left( \Delta d_{m+3} \geq k \Delta d_{m+1} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+3} \geq k \Delta d_{m+2} \right) \wedge \\ & \exists_{\gamma \in \Gamma_6} \left( \mu_{l_1}^\gamma(\Delta d_{m+1}) \neq 0 \wedge \mu_{l_2}^\gamma(\Delta d_{m+2}) \neq 0 \wedge \mu_{l_3}^\gamma(\Delta d_{m+3}) \neq 0 \right) \Rightarrow \Gamma_6 \end{aligned} \quad (26)$$

wówczas obiekt należy i opisany jest w grupie  $\Gamma_6$ .

6. Jeśli nie zachodzi (22) i (23) i ponadto:

$$\begin{aligned} & \left( \Delta d_{m+1} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+2} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \\ & \left( \Delta d_{m+3} \geq k \Delta d_{m+1} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+3} \geq k \Delta d_{m+2} \right) \wedge \\ & \forall_{\gamma \in \Gamma_6} \left( \mu_{l_1}^\gamma(\Delta d_{m+1}) = 0 \vee \mu_{l_2}^\gamma(\Delta d_{m+2}) = 0 \vee \mu_{l_3}^\gamma(\Delta d_{m+3}) = 0 \right) \Rightarrow \Gamma_6 \end{aligned} \quad (27)$$

wówczas obiekt należy do grupy  $\Gamma_6$ , jednak nie jest w niej opisany (LUO).

7. W przypadku gdy nie zachodzi (22) - (27) brak zdefiniowanej grupy  $\Gamma_k \rightarrow \text{GUO}$ .

Reguły decyzyjne (24)-(27) można rozbudować na większą liczbę grup  $\Gamma_k$ . Formalny zapis reguł uzależniony jest od liczby cech  $k$  ( $k$ - liczba parzysta):

Jeśli nie określono grupy do  $k-2$  cech i zachodzi:

$$\begin{aligned} & \forall_{i=1, \dots, \frac{k}{2}-1} \left( \left( \Delta d_{m+i} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+\frac{k}{2}} \geq k \Delta d_{m+i} \right) \right) \wedge \\ & \exists_{\gamma \in \Gamma_k} \left( \forall_{i=1, \dots, \frac{k}{2}} \left( \mu_{l_i}^\gamma(\Delta d_{m+i}) \neq 0 \right) \right) \Rightarrow \Gamma_k \end{aligned} \quad (28)$$

wówczas obiekt należy i opisany jest w grupie  $\Gamma_k$ .

Jeśli nie określono grupy do  $k-2$  cech i zachodzi:

$$\begin{aligned} & \forall_{i=1, \dots, \frac{k}{2}-1} \left( \left( \Delta d_{m+i} \in \{l_{min}, l_{max}\} \right) \wedge \left( \Delta d_{m+\frac{k}{2}} \geq k \Delta d_{m+i} \right) \right) \wedge \\ & \forall_{\gamma \in \Gamma_k} \left( \exists_{i=1, \dots, \frac{k}{2}} \left( \mu_{l_i}^\gamma(\Delta d_{m+i}) = 0 \right) \right) \Rightarrow \Gamma_k \end{aligned} \quad (29)$$

wówczas obiekt należy do grupy  $\Gamma_k$ , jednak nie jest w niej opisany (LUO).

W celu zbadania, czy identyfikowany obiekt zawiera się w zbiorze obiektów symetrycznych  $\Gamma_k^{(s)}$  czy niesymetrycznych  $\Gamma_k^{(n)}$  badane są ilorazy odległości przeciwnych:

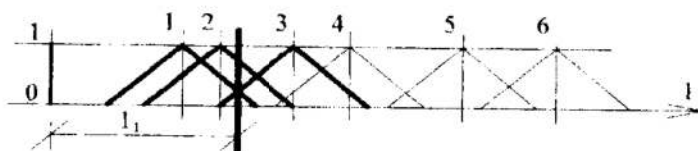
$$\prod_{i=1}^{k/2-1} \left( \frac{\Delta d_{m+k-i}}{\Delta d_{m+i}} \right) \approx 1 \rightarrow \gamma \in \Gamma_k^{(s)}, \quad (30)$$

w przeciwnym razie obiekt traktowany jest jako niesymetryczny  $\gamma \in \Gamma_k^{(n)}$ .

• **Określenie obiektu  $\gamma$  w grupie  $\Gamma_k$ :**

W pierwszym kroku dla kolejnego identyfikowanego obiektu eliminowane są ze zbioru opisującego wcześniej określoną grupę  $\Gamma_k$  obiekty, dla których odległość z pomiaru nie zawiera się w zakresie opisu rozmytego (rys. 12).

$$\exists \gamma \in \Gamma_k \left( \exists_{i \in \{1, \dots, k-1\}} \mu_{l_i}^\gamma(\Delta d_{m+i}) = 0 \right) \rightarrow \Gamma_k - \{\gamma\}. \quad (31)$$



Rys. 12. Złożenie odległości dla cechy "i"

Fig. 12. Composition of distances for feature "i"

Pozostałe obiekty identyfikowane są na podstawie wartości funkcji charakterystycznej.

1. Jeśli określono grupę  $\Gamma_k = \Gamma_2$  zawierającą obiekt (22), typ obiektu wybierany jest zgodnie z:

$$\max_{\gamma \in \Gamma_2} \left\{ \mu_{l_1}^\gamma(\Delta d_{m+1}) \right\} = \mu_{max} \Rightarrow \gamma_o. \quad (32)$$

2. Jeśli określono grupę  $\Gamma_k$  ( $k = 4, 6, \dots$ ) zawierającą obiekt zgodnie z (24), (26) czy ogólnie (28), typ obiektu wybierany jest na podstawie miary łącznej:

$$\max_{\gamma \in \Gamma_k} \left\{ \prod_{i=1}^{k-1} \mu_{l_i}^\gamma(\Delta d_{m+i}) \right\} = \mu_{max} \Rightarrow \gamma_o. \quad (33)$$

W przypadku, gdy w grupie  $\Gamma_k$  występują obiekty zbliżone, to znaczy dla wykonanych pomiarów miary łączne określone przez (32) różnią się nieznacznie:

$$\forall_{\gamma \in \Gamma_o \subset \Gamma_k} \left\{ \prod_{i=1}^{k-1} \mu_{l_i}^\gamma(\Delta d_{m+i}) \right\} \in [\mu_{max} - \rho, \mu_{max} + \rho], \quad (34)$$

gdzie  $\pm \rho$  - przyjęty zakres niejednoznaczności,

wyboru dokonujemy uwzględniając rozmyte ilorazy cech sąsiednich (19):

$$\forall_{\gamma \in \Gamma_o \subset \Gamma_k} \left\{ \prod_{i=1}^{k-2} \mu_i^\gamma(\tilde{q}_i) \right\} = \forall_{\gamma \in \Gamma_o \subset \Gamma_k} \left\{ \prod_{i=1}^{k-2} \mu_{q_i}^\gamma \left( \frac{\Delta d_{m+i+1}}{\Delta d_{m+i}} \right) \right\}. \quad (35)$$

co prowadzi do reguły:

$$\max_{\gamma \in \Gamma_o \subset \Gamma_k} \left\{ \prod_{i=1}^{k-2} \mu_{q_i}^{\gamma} \left( \frac{\Delta d_{m+i+1}}{\Delta d_{m+i}} \right) \right\} \rightarrow \gamma_o. \quad (36)$$

Jeśli poszukiwania obiektu na podstawie łącznej miary odległości (33) oraz miary ilorazów cech sąsiednich (36) w dalszym ciągu nie rozstrzygają jednoznacznie jego typu (stanowią podzbiór  $\Gamma_*$  ( $\Gamma_* \subset \Gamma_o \subset \Gamma_k$ ), czyli:

$$\forall \gamma \in \Gamma_* \subset \Gamma_o \left\{ \prod_{i=1}^{k-1} \mu_{q_i}^{\gamma} \left( \frac{\Delta d_{m+i+1}}{\Delta d_{m+i}} \right) \right\} \in [\mu_{max} - \rho, \mu_{max} + \rho], \quad (37)$$

gdzie  $\pm \rho$  - jak wcześniej przyjęty zakres niejednoznaczności,

wówczas poszukiwanie obiektu przeprowadza się na podstawie modelu połączenia.

Jeśli na podstawie modelu (18) (rys. 9) można określić jeden obiekt  $\gamma^*$  dla którego zachodzi:

$$\max_{\gamma \in \Gamma_* \subset \Gamma_o} \left\{ \mu_{l_f}^{\gamma r-1, \gamma} (\Delta d_m) \right\} \rightarrow \gamma^*, \quad \tilde{l}_f = \tilde{l}_k^{r-1} \oplus \tilde{l}_0^{\gamma}, \quad (38)$$

gdzie:  $\mu_{l_f}^{\gamma r-1, \gamma} (\Delta d_m)$  - funkcja charakterystyczna połączenia (18) typu flatLR,

$\tilde{l}_f$  - rozmyta długość połączenia,

$\tilde{l}_k^{r-1}$  - odległość ostatniej cechy skrajnej zidentyfikowanego obiektu  $r-1$ ,

$\tilde{l}_0^{\gamma}$  - odległość pierwszej cechy skrajnej identyfikowanego obiektu  $\gamma$ ,

wówczas przyjmowany jest obiekt  $\gamma^*$ .

#### 4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono metodę oraz reguły decyzyjne przy identyfikacji szeregowego połączenia obiektów o charakterystycznym rozkładzie cech mierzonych. Obiekty o takich własnościach występują np. przy połączeniu zestawów kolejowych. - identyfikacja liczby i rozkładu osi, typu wagonu, itp. [3].

Przedstawione algorytmy z powodzeniem zastosowano do identyfikacji składu zestawów kolejowych przy badaniu rozkładu ładunków, stanu załadowania jak i stanu technicznego pojazdów w trakcie ruchu [4]. Na podstawie dodatkowych pomiarów (wraz z odległościami pomiar nacisków) i ich przetworzeniu (estymacja parametrów takich jak: częstotliwość drgań własnych, ich amplituda itp), możliwa jest eliminacja z ruchu pojazdów niesprawnych.

Przedstawione modele rozmyte obiektów jak i algorytmy ich identyfikacji mogą zostać rozbudowane na inne modele i zastosowane do innych celów.

## Literatura

- 1 Dubois D., Prade H.: *Fuzzy sets and systems, Theory and applications*, Academic Press, New York 1980.
2. Zadeh L. A., *Fuzzy sets*, Inf. Sci., No.8, p.199, 1975.
3. Stolec L.: *Identyfikacja typów pojazdów w zestawie z zastosowaniem logiki rozmytej*, Materiały XIII Ogólnopolskiej Konferencji nt: Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania, Kołobrzeg, 1995.
4. Stolec L.: *Diagnostyka rozkładu ładunków w zestawie szeregowo połączonych obiektów*, Referat przygotowany na I Krajową Konferencję nt: Diagnostyka Procesów Przemysłowych, Podkowa Leśna, 1996.

## Streszczenie

W pracy przedstawia się metodę oraz algorytm identyfikacji połączenia szeregowego dla pewnej klasy obiektów. Obiekty te charakteryzują się pewnymi wspólnymi cechami związanymi z ich strukturą. Na podstawie pomiarów nie można w sposób jednoznaczny określić parametrów opisujących obiekty (błędy pomiarowe). Sztucznie przyjmuje się, że pomiary dokonywane są dokładnie, natomiast błędy przeniesione są na obiekty opisane przy pomocy modeli rozmytych. Na ich podstawie, przy zastosowaniu logiki rozmytej, w sekwencyjnym procesie decyzyjnym wyznacza się kolejność ich występowania. W pierwszym etapie procesu decyzyjnego określa się grupę (zbiór obiektów podobnych) w której zawiera się dany obiekt, a następnie identyfikuje typ samego obiektu zawartego w danej grupie.

## IDENTIFICATION OF A CERTAIN CLASS OF OBJECTS INTERCONNECTED IN SERIES USING FUZZY SETS

### Summary

The method and the algorithm of an identification for a sequence connection for a certain class of objects is presented in this paper. The objects considered have certain common features concerning their structure. It is impossible basing on measures to evaluate directly parameters describing the objects due to measure errors. It is artificially assumed that measures are correct and errors are transferred into objects which in consequence are modelled using fuzzy numbers. Next using fuzzy logic in the sequence decision process an order of their occurrence is evaluated. In the first phase of the decision process a group, i.e. a set of similar objects to which an object belongs, is specified. Next an identification procedure of an object type is executed.

## UWZGLĘDNIENIE BŁĘDÓW LOSOWYCH WYNIKÓW EKSPERYMENTÓW W POLIPTYMALIZACJI

### 1. Wprowadzenie

Łożyska stosowane w popularnych pojazdach jednośladowych są łożyskami specjalnymi ze względu na tworzywo z jakiego są wykonane oraz geometryczne cechy konstrukcyjne ich elementów. Stosowanie w rowerach typowych łożysk tocznych nie znajduje uzasadnienia, głównie ekonomicznego.

W dostępnej literaturze wiele pozycji dotyczy doboru cech konstrukcyjnych łożysk typowych, brak jest jednak takich opracowań w odniesieniu do łożysk specjalnych. Dotyczy to szczególnie tworzyw, które mogą być i są używane do wytwarzania elementów łożysk rowerowych. Prawidłowy dobór tych cech w oparciu o znane metody wyboru oraz racjonalne kryteria pozwalają wybrać ze zbioru możliwych rozwiązań te, które zapewniają uzyskanie łożysk charakteryzujących się oczekiwanymi wysokimi parametrami eksploatacyjnymi.

W niniejszej pracy przedstawiono jedną z metod poszukiwania wartości cech konstrukcyjnych elementów łożysk, w której wyznaczono zbiory rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. Istotnym rozszerzeniem znanej metody jest uwzględnienie w niej wpływu błędów losowych, jakimi zawsze obarczone są wyniki badań eksperymentalnych, na wynik polioptymalizacji.

### 2. Przedmiot optymalizacji

Przedmiotem optymalizacji jest łożysko stosowane w popularnych rowerach a ściślej jego cechy konstrukcyjne. We wszystkich węzłach roweru stosowane są kulkowe skośne łożyska toczne. Ze względu na ich cechy konstrukcyjne uznać należy je jako specjalne. Ponieważ wytwarzane są one w ilościach masowych właściwy dobór ich cech konstrukcyjnych powinien przynieść korzyści zarówno ekonomiczne jak również w zakresie ich jakości.

### 3. Zadania optymalizacyjne

Jako zmienne decyzyjne w analizowanym zadaniu optymalizacji przyjęto napięcie wstępne  $Q_a$  i stosunek promienia krzywizny bieżni łożyska do promienia kulki  $\delta$ . Funkcje kryterialne analizowane w pracy to tzw. umowny moment tarcia  $M_f$  będący sumą wszystkich czynników przeciwdziałających ruchowi i trwałość łożyska  $L_r$ .

Wartości funkcji  $M_f(Q_a, \delta)$  były uzyskane w wyniku eksperymentu, natomiast funkcję  $L_r(Q_a, \delta)$  wyznaczono analitycznie dwiema metodami.

Pierwsza z nich oparta jest na znanym fakcie mówiącym, że czas pracy łożysk do ich



uszkodzenia ma rozkład Weibulla [2,4,5]. Dystrybuanta trójparametrowego rozkładu Weibulla ma postać:

$$F(t) = 1 - \exp[-\beta(t - t_0)^\alpha] \quad (1)$$

przy czym:

$$t > 0 \quad \text{oraz} \quad \alpha, \beta > 0.$$

Jako trwałość obliczeniową przyjmuje się za [2, 5] wartość L taką, że:

$$F(L) = 0,1 \quad (2)$$

czyli trwałość nominalna łożysk L jest takim czasem pracy, liczonym w godzinach lub milionach obrotów, jaką osiągnie 90% łożysk bez oznak uszkodzenia. W celu wyznaczenia wartości L estymowano parametry:  $t_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  dystrybuanty (1) i następnie rozwiązano równanie (2). Z określenia trwałości L wynika, że jest ona 10% kwantylem rozkładu Weibulla. Powyższe sugeruje wyznaczenie trwałości L jako 10% kwantyla rozkładu czasu pracy do uszkodzenia bez zakładania, że czas pracy łożyska ma rozkład Weibulla.

Niech  $t_1, t_2, \dots, t_m$  będą czasami bezawaryjnej pracy łożysk dla ustalonych wartości parametrów  $Q_a$  i  $\delta$ . Czasy te porządkujemy niemalejąco w poniższy ciąg:

$$t_{1,m}, t_{2,m}, \dots, t_{m,m} \quad (3)$$

Elementy tego ciągu nazywamy statystykami pozycyjnymi. Oceną 10% kwantyla jest statystyka pozycyjna [1]:

$$t_1 = t_{[m/10]+1,m} \quad (4)$$

gdzie  $[x]$  oznacza część całkowitą liczby  $x$ .

#### 4. Rozwiązanie zadania

W pracy analizowano problem optymalizacji na zbiorze D określonym przez nierówności:

$$10 \leq Q_a \leq 100 \quad \text{oraz} \quad 1,01 \leq \delta \leq 1,09 \quad (5)$$

Granice zbioru stanowią wartości niezbędne do prawidłowego działania łożysk skośnych ( $Q_a$ ) oraz zbliżone do przyjmowanych w typowych łożyskach tocznych ( $\delta$ ).

Wartości funkcji  $M_f(Q_a, \delta)$  minimalizowano, natomiast wartości funkcji  $L_r(Q_a, \delta)$  i  $L_{r1}(Q_a, \delta)$  maksymalizowano.

W praktyce wartości funkcji  $M_f$ ,  $L_r$  i  $L_{r1}$  wyznaczone są doświadczalnie tylko w pewnych punktach  $(Q_{ai}, \delta_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  i obarczone są błędami losowymi. Dla tych funkcji wyznaczono równania regresji jako wielomiany trzeciego stopnia dwóch zmiennych  $Q_a$  i  $\delta$ . Na przykład, dla funkcji  $M_f(Q_a, \delta)$  wyznaczono współczynniki  $A_1, A_2, \dots, A_{10}$  dla równania:

$$\begin{aligned} \bar{M}_f(Q_a, \delta) = & A_1 Q_a + A_2 \delta + A_3 Q_a \delta + A_4 Q_a^2 + A_5 \delta^2 + A_6 Q_a^3 + \\ & + A_7 \delta^3 + A_8 Q_a^2 \delta + A_9 Q_a \delta^2 + A_{10} \end{aligned} \quad (6)$$

Analogiczne równania wyznaczono dla obu funkcji trwałości  $L_r$  i  $L_{r1}$ . Przybliżenia danych empirycznych przez funkcje postaci (6) można uznać za zadawalające, ponieważ odchylenia standardowe dla równań regresji są odpowiednio równe: 0,09, 0,10, 0,14 i nie stanowią one 8% najmniejszej wartości każdej z funkcji w zbiorze D.

Dla wartości funkcji regresji o postaci (6) w punkcie  $(Q_a, \delta) \in D$  można wyznaczyć przedział ufności w poniższej postaci [6]:

$$\langle \bar{M}_f(Q_a, \delta) - t_{n-k-1, p} \Delta, \bar{M}_f(Q_a, \delta) + t_{n-k+1, p} \Delta \rangle \quad (7)$$

gdzie:  $t_{n-k-1, p}$  - oznacza  $p/2$  procentowy kwantyl rozkładu t-Studenta z  $n-k-1$  stopniami swobody,

$k$  - liczba estymowanych parametrów równania (6);

$n$  - liczba punktów,

$$\Delta = \Delta(Q_a, \delta) = s \{ \bar{x}^T (X^T X)^{-1} \bar{x} \}^{1/2},$$

$s$  - odchylenie standardowe równania regresji,

$\bar{x} = (Q_a, \delta)$  - punkt, dla którego wyznacza się przedział ufności,

$X$  - macierz eksperymentu wymiaru  $n \times (k+1)$ .

Jednym z podstawowych celów pracy jest wyznaczenie w oparciu o przedziały ufności postaci (7), zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, uwzględniającego obciążenie optymalizowanych funkcji błędami losowymi.

Na początkowym etapie analizy optymalizacyjnej wyznaczono zbiory rozwiązań optymalnych w sensie Pareto dla zadań sformułowanych następująco:

$$\begin{array}{ll} \text{Min } \bar{M}_f(Q_a, \delta) & \text{Min } \bar{M}_f(Q_a, \delta) \\ \text{(Z1)} & \text{(Z2)} \\ \text{Max } \bar{L}_r(Q_a, \delta) & \text{Max } \bar{L}_{r1}(Q_a, \delta) \end{array} \quad (8)$$

gdzie:  $\bar{M}_f$ ,  $\bar{L}_r$ ,  $\bar{L}_{r1}$  są funkcjami regresji postaci (6).

Otrzymane zbiory Pareto dla zadań (Z1) i (Z2) praktycznie pokrywają się. Stwierdzenie to umożliwia ograniczenie rozwiązań dla jednego zadania np. (Z1).

W dalszym ciągu proponuje się budowę tzw. zbioru ufności dla zbioru Pareto. Podstawą tej konstrukcji jest przedział ufności (7) i nowe zadanie polioptymalizacji w postaci:

$$\begin{array}{ll} \text{Min } f_1(Q_a, \delta) & \\ D & \\ \text{(Z)} & \\ \text{Max } f_2(Q_a, \delta) & \\ D & \end{array} \quad (9)$$

gdzie:  $f_1(Q_a, \delta) = \bar{M}_f(Q_a, \delta) + V_1 \Delta_1(Q_a, \delta),$

$f_2(Q_a, \delta) = \bar{L}_r(Q_a, \delta) + V_2 \Delta_2(Q_a, \delta),$

$V_1, V_2$  - niezależne zmienne losowe o jednakowym rozkładzie t-Studenta o  $n-k-1$  stopniach swobody,

$\Delta_1(Q_a, \delta), \Delta_2(Q_a, \delta)$  - określone tak jak we wzorze (7).

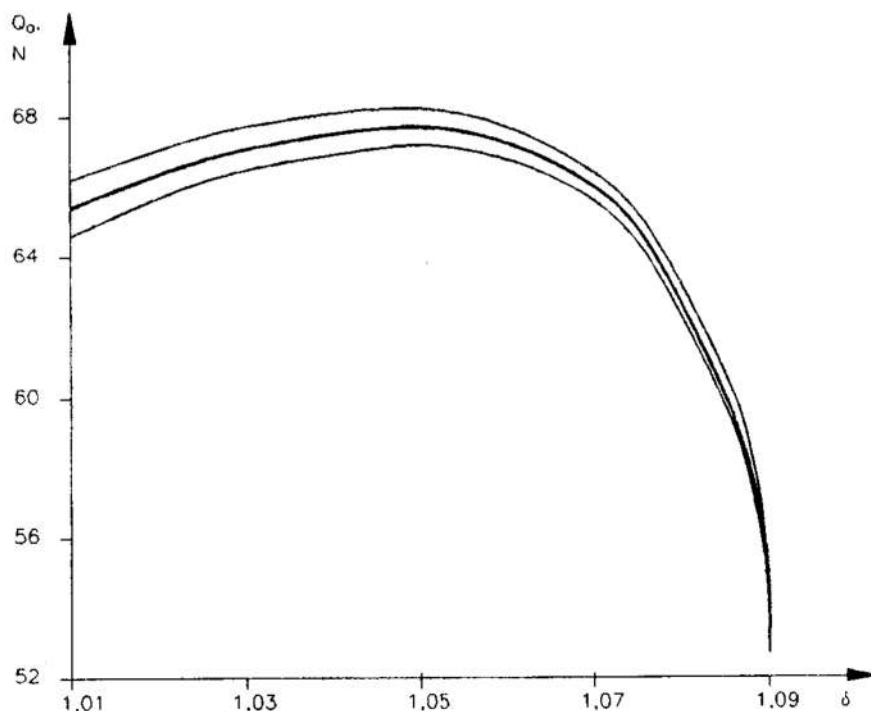
Algorytm wyznaczania zbioru ufności dla zbioru Pareto zawiera następujące etapy:

I - generowanie realizacji zmiennych losowych  $V_1, V_2,$

II - wyznaczenie zbioru Pareto dla zadania Z,

III - po wygenerowaniu dostatecznej liczby zadań i odpowiadających im zbiorów Pareto, wybraniu  $(1-\alpha)$  100% punktów zbioru Pareto tworzących obszar ufności z poziomem ufności  $1-\alpha$ .

Przykład takiego zbioru uzyskanego dla zadania (Z) jest przedstawiony na rysunku nr. 1. Dotyczy on wyników otrzymanych dla próbek z ulepszonej stali 45 [3].



Rys. 1. Zbiór Pareto ze zbiorem ufności.

Fig. 1. Pareto set with confidence set.

Krzywa „środkowa” jest zbiorem Pareto wyznaczonym z przyjętych równań regresji. Krzywe „zewnątrzne” stanowią ograniczenie zbioru ufności dla zbioru Pareto przy przyjętym poziomie ufności.

## 5. Wnioski

Prezentowane rozważania są kontynuacją działań służących optymalizacji cech konstrukcyjnych łożysk [3]. Pozwalają one na sformułowanie kolejnych, poniższych wniosków dotyczących tego zagadnienia.

1. Zbiór ufności dla każdej ustalonej wartości napięcia wstępnego  $Q_a$  jest zwykłym przedziałem ufności dla  $\delta$ . Dla każdej ustalonej wartości parametru  $\delta$  jest przedziałem ufności dla  $Q_a$ .
2. Prezentowane rozważania służą poszukiwaniom nowych, prostszych metod wyznaczania zbioru Pareto wraz ze zbiorem ufności - działań niezbędnych w praktycznych zadaniach polioptymalizacji.

## Literatura

1. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1969.
2. Harris T.A.: Rolling bearing analysis. John Willey and Sons Inc. New York 1966.
3. Knopik L., Styp-Rekowski M.: Optymalizacja cech konstrukcyjnych rowerowych łożysk tocznych. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego nr 19. WSI Koszalin 1995 (materiały XIII Ogólnopolskiej Konferencji "Poliptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania).
4. Krzemiński-Freda H.: Niezawodność łożysk tocznych. Materiały XXIV Zimowej Szkoły Niezawodności, Szczyrk 1996, (87-94).
5. Lundberg G., Palmgren A.: Dynamic capacity of roller bearings. Acta Polytechnica, N°96, 1952, Mech.Eng. Ser, Vol. 2,
6. Seber G.: Linear regression analysis. John Willey and Sons Inc. New York 1977.

## Streszczenie

W artykule przedstawiono jedną z możliwych metod optymalizacji. Szczegółem charakterystycznym jest uwzględnienie w niej błędów losowych jakimi zawsze obarczone są wyniki eksperymentu. Proponowaną metodę optymalizacji zweryfikowano przyjmując jako obiekt optymalizacji cechy konstrukcyjne łożysk stosowanych w pojazdach jednośladowych. Przeprowadzone rozważania potwierdziły prawidłowość przyjętych procedur.

## REGARDING RANDOM ERRORS OF INVESTIGATION RESULTS IN SOME METHOD OF OPTIMIZATION

### Summary

In this paper one of possible optimization method was described. Characteristic trait of presented method is regarding the random errors which always take place in the experimental investigations. Proposed method was verified on the constructional features of the rolling bearings applied in the one-track vehicles as an object of optimization. Presented consideration concerned accordance assumed procedures.



## OPTYMALIZACJA I POLIPTYMALIZACJA KOMPUTEROWA ZA POMOCĄ MATLAB'A

### Wstęp

Popularnym środowiskiem do realizacji różnych zadań matematycznych jest MATLAB [1], [2]. Jest on także przydatny do rozwiązywania inżynierskich zadań optymalizacji i poliptymalizacji, między innymi z następujących powodów:

- ◆ osadzenie w środowisku *Windows*, co umożliwia współbieżne korzystanie z kilku aplikacji;
- ◆ możliwość tworzenia własnych funkcji, np. funkcji celu w optymalizacji lub *script*ów obsługi optymalizacji;
- ◆ bogata i stale rozwijana biblioteka funkcji;
- ◆ rozbudowana grafika.

Wszystkie te własności ułatwiają efektywne tworzenie modelu optymalizacji i interaktywne rozwiązywanie zadań optymalizacji, co jest szczególnie ważne w przypadku zadań poliptymalizacji.

Celem tego artykułu jest przedstawienie pewnej metodyki postępowania przy wykorzystaniu systemu MATLAB.

### Procedura formułowania zadania optymalizacji

Pierwszym etapem jest matematyczne sformułowanie zadania optymalizacji lub poliptymalizacji; drugim etapem jest kodowanie zadania w wybranym języku, wreszcie ostatecznie dwa to uruchomienie i realizacja. Etap pierwszy powinien być zrealizowany w krokach o następującej kolejności.

1. Słowne określenie obiektu optymalizacji: to może być obiekt materialny lub proces, np. łożysko walcowe;
2. Określenie zakresu, np. tylko geometria czopa i panewki, bez układu smarowania i bez uszczelnień, dla jednego przyjętego materiału czopa i dla jednego przyjętego materiału panewki;
3. Określenie stopnia szczegółowości definiowania obiektu optymalizacji: np. tylko wymiary główne, bez tolerancji wymiarów i chropowatości;
4. Słowne określenie kryteriów optymalizacji, np. trwałość i opory ruchu;
5. Matematyczne zdefiniowanie zbioru kryteriów oceny  $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ ;
6. Napisanie matematycznych wzorów na kryteria oceny  $k_i = k_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;
7. Przyjęcie zbioru zmiennych decyzyjnych  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  oraz zbioru parametrów;
8. Przyjęcie ograniczeń równościowych i nierównościowych;
9. Napisanie matematycznych wzorów na ograniczenia równościowe i nierównościowe;
10. Próba wykorzystania niektórych ograniczeń równościowych do wyeliminowania niektórych zmiennych decyzyjnych;
11. Zestawienie listy **zmiennych decyzyjnych** (nazwa, symbol w opisie matematycznym, symbol w programie komputerowym, jednostka miary, ewentualne ograniczenia dolne i górne) i **parametrów** (nazwa, symbol w opisie matematycznym, symbol w programie komputerowym, jednostka miary, wartość);
12. Zestawienie listy ograniczeń (nazwa, symbol w opisie matematycznym, symbol w programie komputerowym, jednostka miary, wartość ograniczenia dolna i górna);
13. Sformułowanie skalarnego kryterium optymalizacji.

---

\* Katedra Projektowania Systemów Technicznych, WSI Koszalin; e-mail: [tarnowsk@lew.tu.koszalin.pl](mailto:tarnowsk@lew.tu.koszalin.pl)

## Narzędzia programowe optymalizacji w MATLAB'ie

W MATLAB'ie, w szczególności w *Toolbox*'ie o nazwie *Optimization* istnieje kilka funkcji pomocnych w optymalizacji, które mogą być wykorzystane także do polioptymalizacji.

W dalszym ciągu przyjmujemy nast. oznaczenia:

|  |   |
|--|---|
| $f_{\text{uncelu}}(x) \rightarrow \min!$                         | nazwa funkcji Matlab'a z definicją funkcji optymalizacji i ograniczeniami |
| $x = \{x(1), \dots, x(n)\}$                                      | zbiór zmiennych decyzyjnych   |
| $x_{\text{opt}} = [x_{\text{opt}}(1), \dots, x_{\text{opt}}(n)]$ | wektor wartości optymalnych zmiennych decyzyjnych                         |
| $g = \{g(1), \dots, g(m)\}$                                      | zbiór ograniczeń  |
| $x_0 = [x_0(1), \dots, x_0(n)]$                                  | wektor wartości startowych zmiennych decyzyjnych                          |
| $x_{\text{min}} = [x_{\text{min}}(1), \dots, x_{\text{min}}(n)]$ | wektor ograniczeń dolnych wartości zmiennych decyzyjnych                  |
| $x_{\text{max}} = [x_{\text{max}}(1), \dots, x_{\text{max}}(n)]$ | wektor ograniczeń górnych wartości zmiennych decyzyjnych                  |
| $\text{opcje} = [\text{opcje}(1), \dots, \text{opcje}(18)]$      | wektor wartości opcji uruchamiania optymalizacji                          |

## Narzędzia programowe

Tablica 1

|   |  |
|---|--|
| $x = \text{fmin}(f, x_1, x_2, \text{opcje})$  | minimum funkcji jednej zmiennej $f(x)$ w przedziale $[x_1, x_2]$<br>$\text{opcje}$ – 18-to elementowy wektor parametrów sterujących procesem optymalizacji   |
| $x = \text{fminu}('fun', x_0)$<br>$x = \text{fminu}('fun', x_0, \text{opcje})$<br>$x = \text{fminu}('fun', x_0, \text{opcje}, 'gradfun')$ | minimum funkcji wielu zmiennych $f(x)$ , bez ograniczeń, zdefiniowanej jako funkcja MATLABA $fun$ ,<br>$x_0$ – punkt startowy,<br>Metoda BFGS (Broydena – Fletchera – Goldfarba – Shannona) quasi-Newtona z mieszaną procedurą (quadratic and cubic) optymalizacji w kierunku.<br>$gradfun$ – funkcja MATLABA z wpisanymi pochodnymi cząstkowymi $df/dx$ |
| $x = \text{mins}('fun', x_0, \text{opcje}, [], p_1, p_2, \dots)$  | minimum funkcji wielu zmiennych $f(x)$ , bez ograniczeń, zdefiniowanej jako funkcja MATLABA $fun$ ,<br>$[f, g] = \text{fun}(x, p_1, p_2, \dots)$ .<br>Metoda SIMPLEX (Neldera–Mida)  |
| $[x, \text{wyn}] = \text{constr}('fun', x_0, \text{options}, \text{vlb}, \text{vub}, 'gradfun')$  | minimum funkcji wielu zmiennych $f(x)$ , z ograniczeniami, zdefiniowanej jako funkcja MATLABA $fun$ ,<br>$\text{vlb}$ – wektor dolnych granic obszaru poszukiwań (przestrzeni zmiennych decyzyjnych $x$ )<br>$\text{vub}$ – wektor górnych granic obszaru poszukiwań   |

Tablica 2. Wykaz opcji programu optymalizacji w MATLAB'ie

| nr elementu | wartość standardowa | znaczenie   |
|-------------|---------------------|---|
| opcje(1)    | 0                   | steruje wyprowadzaniem informacji na monitor podczas optymalizacji: 0–nie wyprowadza , 1–wyprowadza tablicę, - 1–powstrzymuje wyprowadzanie ostrzeżeń           |
| opcje(2)    | 1e-4                | kryterium stopu optymalizacji: dokładność zmiennych decyzyjnych   |
| opcje(3)    | 1e-4                | kryterium stopu optymalizacji: dokładność funkcji celu  |
| opcje(4)    | 1e-7                | dopuszczalne przekroczenie ograniczeń   |
| opcje(5)    | 0                   | wybór podstawowego algorytmu optymalizacji  |
| opcje(6)    | 0                   | wybór algorytmu poszukiwania kierunku   |
| opcje(7)    | 0                   | wybór algorytmu optymalizacji w kierunku  |
| opcje(8)    | -                   | końcowa wartość funkcji celu  |
| opcje(9)    | 0                   | nastawić 1 gdy pochodne mają być wyliczane analitycznie   |
| opcje(10)   | -                   | licznik wywołań funkcji celu  |
| opcje(11)   | -                   | licznik obliczeń gradientów   |
| opcje(12)   | -                   | całkowita liczba obliczeń gradientów  |
| opcje(13)   | 0                   | liczba ograniczeń równościowych; <b>należy zadeklarować gdy występują ograniczenia równościowe w funkcji celu, muszą poprzedzać ograniczenia nierównościowe</b> |
| opcje(14)   | 100n                | maksymalna liczba iteracji (n – liczba zmiennych decyzyjnych)   |
| opcje(15)   |                     | używane w funkcji <i>goal attain</i>  |
| opcje(16)   | 1e-8                | minimalny przyrost zmiennych przy obliczaniu pochodnych   |
| opcje(17)   | 0.1                 | maksymalny przyrost zmiennych przy obliczaniu pochodnych  |
| opcje(18)   | -                   | parametr kroku obliczeń   |

### Procedura kodowania zadania optymalizacji

Należy wykonać kolejno następujące czynności:

- ◇ Wybór systemu komputerowego;
- ◇ Wybór funkcji skalaryzującej kryteria:\*
- ◇ Napisanie i testowanie funkcji celu, ewentualne wprowadzenie uproszczeń gdy jest liczona zbyt długo (np. gdy funkcja celu jest funkcjonalem obliczanym na rezultatach komputerowej symulacji procesu [3]), co więcej: analiza czułości funkcji celu od poszczególnych zmiennych decyzyjnych może pozwolić na usunięcie niektórych spośród nich lub stworzyć przesłanki do dekompozycji zadania optymalizacji;
- ◇ Wpisanie i analiza ograniczeń: usunięcie ograniczeń sprzecznych (np. gdy brak rozwiązań dopuszczalnych czyli realizowalnych), próba stwierdzenia, które spośród nich są efektywne (aktywne), ewntualne „rozluźnienie” ograniczeń efektywnych, ewentualne usunięcie ograniczeń nieefektywnych, próba wyeliminowania ograniczeń równościowych (przez usuwanie zmiennych decyzyjnych), ewentualna zamiana ograniczenia równościowego na dwa nierównościowe „z tolerancją”;
- ◇ Analiza funkcji celu, np. przez narysowanie jej przebiegu dla jednej lub dwu wybranych zmiennych decyzyjnych, w arbitralnie wybranych przedziałach; próba intuicyjnego szukania najbardziej obiecujących przedziałów;



Do minimalizacji funkcji celu (liniowej lub nieliniowej) w obecności wielu ograniczeń (liniowych i nieliniowych, równościowych i nierównościowych) służy funkcja **constr** (zapisana w pliku *constr.m*). Do minimalizacji funkcji celu (liniowej lub nieliniowej) bez ograniczeń służy funkcja **minu** lub **mins** (zapisana w pliku *minu.m* lub *mins.m*). Szczegóły jak wyżej (tablica 1).

Typowe wywołania tych funkcji:

- 1) `constr('funcelu', x0)` – wyprowadzi wektor *xopt* pod nazwą *ans*;
- 2) `x=constr('funcelu', x0)` – wyprowadzi wektor *xopt* pod nazwą *x*;
- 3) `x=constr('funcelu', x0, 1)` – spowoduje wyprowadzanie dodatkowych wyników optymalizacji<sup>1</sup>;
- 4) `[x, wyn]=constr('funcelu', x0)` – wyprowadzi wektor *xopt* pod nazwą *x* oraz 18-to elementowy wektor pod nazwą *wyn* zawierający wszystkie pozostałe informacje, jak w Tablicy 2 poniżej;
- 5) `x=constr('funcelu', x0, opcje, xmin, xmax, 'grad', p1, p2, ...)`  
– pełna wersja wywołania

**opcje** – 18-to elementowy wektor opcji, jak w Tablicy 2 (poniżej).

Mylące może być, że ten sam wektor występuje najpierw w wywołaniu funkcji jako jeden z jej argumentów (tu pod nazwą *opcje*), a potem jako jeden z wyników optymalizacji (tu pod nazwą *wyn*). W przypadku argumentu wywołania, gdy użytkownik chce ustawić wybraną wartość wektora *opcje*, na inną niż wartość standardowa podana w Tablicy 2, na przykład dokładność funkcji celu, może to zrobić albo wcześniej, pisząc na przykład:

`opcje(3)=0.01`

albo:

`opcje = [0 1e-4 1e-2]` (wartości pozostałych elementów pozostaną standardowe).

albo:

`[x, wyn]=constr('funcelu', x0, [0 1e-4 1e-2])`

<sup>1</sup> Oto ich format na przykładzie (kilka wierszy):

| f-COUNT | FUNCTION | MAX{g}        | STEP  | Procedures |
|---------|----------|---------------|-------|------------|
| 3       | 1000     | -1            | 1     |            |
| 7       | 583.09   | -0.5          | 0.5   |            |
| .....   | .....    | .....         | ..... | .....      |
| 36      | 193.731  | -0.0000155237 | 1     |            |
| 37      | 193.729  | -3.44053e-008 | 1     |            |

Optimization Terminated Successfully

W pierwszej kolumnie liczba wywołań funkcji celu, w drugiej uzyskana wartość funkcji celu, w trzeciej maksymalne przekroczenie ograniczeń, w czwartej wartość kroku

Active Constraints:

`ans =`

5 Numer efektywnego ograniczenia w punkcie optymalnym

`x =`

2.5570 0.5866 Końcowe (optymalne) wartości zmiennych decyzyjnych: *xopt*

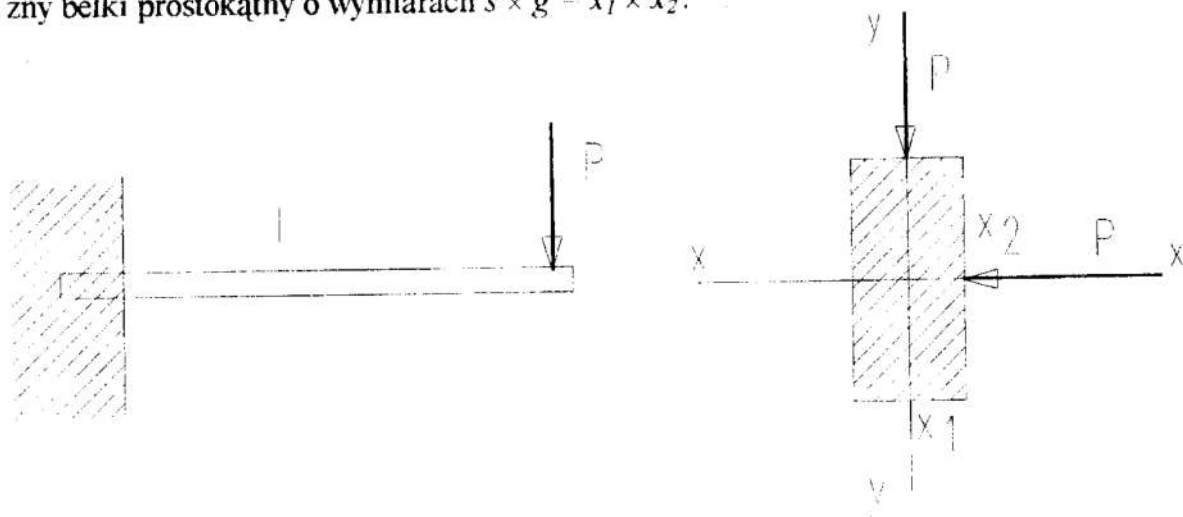
- ◇ Próbne eksperymenty optymalizacyjne i obserwacja zbieżności procesu optymalizacji: określenie jaka powinna być dokładność (wartość „kryterium stopu”), jaka dopuszczalna liczba wywołań funkcji celu, jaki zakres poszczególnych zmiennych decyzyjnych, jaki punkt początkowy (najlepiej gdy jest to rozwiązanie dopuszczalne);
- ◇ Optymalizacja;
- ◇ Dobór współczynnika wzajemnie skalującego kryteria;\*
- ◇ Dobór liczby poszukiwanych rozwiązań polioptymalnych, np. przez określenie wartości przyrostu współczynnika wagi;\*
- ◇ Graficzne przedstawienie rozwiązań polioptymalnych.\*

Uwaga: \* – gdy kilka kryteriów (polioptymalizacja)

### Przykład <sup>2</sup>

#### Obiekt optymalizacji

Belka pozioma jednostronnie utwierdzona, na końcu obciążona siłą skupioną pionową  $P$  i taką samą siłą poziomą w odległości  $l$  od utwierdzenia (Rys. 1). Przekrój poprzeczny belki prostokątny o wymiarach  $s \times g = x_1 \times x_2$ .



Rys. 1. Obiekt optymalizacji: belka

**Zadanie:** znaleźć optymalne wartości wymiarów belki

**Kryteria optymalizacji:**  $k_1$  – sztywność pionowa (wokół osi  $x - x$ )  $\rightarrow \max$   
 $k_2$  – sztywność pozioma (wokół osi  $y - y$ )  $\rightarrow \max$

Kryteria te są konfliktowe przy ograniczonej od góry wartości masy belki.

**Zmienne decyzyjne:**  $x_1$  – szerokość przekroju  $s$   
 $x_2$  – grubość przekroju  $g$

<sup>2</sup> Inne, bardziej złożone przykłady Czytelnik znajdzie w numerze specjalnym czasopisma *Hydraulika i Pneumatyka*, poświęconemu konferencji PNEUMA 96 (nr 4/1996)  
 Przykład optymalizacji procesu zaprezentowany będzie podczas konferencji POLIOPTYMALIZACJA i CAD - Kolobrzeg 96 przez Z. Ociepę i K. Dudzicza.

### Ograniczenia:

Naprężenia rzeczywiste na zginanie nie mogą przekraczać naprężeń dopuszczalnych  $k_g$

$$\sigma_{gx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6Pl}{s^2g} \leq k_g$$

$$\sigma_{gy} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{6Pl}{s^2g} \leq k_g$$

Niech  $k_g = 6 \text{ Pa}$

Masa belki ma być mniejsza od dopuszczalnej wartości  $m_{dop}$ :

$$lsgp \leq m_{dop}$$

### Model komputerowy optymalizacji w *Matlab*'ie (plik *funcelu.m*)

Poniżej pokazano przykładowy m-plik w którym zdefiniowano funkcję celu.

```
function [f,g,k]= fun(x)
```

```
global waga masa P
```

```
sk=1; % wsp. skalowania kryteriow oceny
```

```
% x(1) – wysokosc przekroju poprzecznego
```

```
% x(2) – grubosc przekroju poprzecznego
```

```
l=20*1e-3; % dlugosc belki
```

```
E=2.11*1e+11; % [Pa]
```

```
A=3*E/l/l/l; % stala
```

```
k(1)=A*x(1)*x(2)*x(2)*x(2); % sztywn. w kier.pion.
```

```
k(2)=A*x(1)*x(1)*x(1)*x(2); % sztywn. w kier.poz.
```

```
f=sk*waga/k(1) + (1-waga)/k(2); % skalarna f. celu
```

```
g(1)=6*P/(x(1)*x(2)*x(2))-6; % napr. na zginanie w kier.poz.
```

```
g(2)=6*P/(x(1)*x(1)*x(2))-6; % napr. na zginanie w kier.pion.
```

```
g(3)=-x(1);
```

```
g(4)=-x(2);
```

```
g(5)=l*x(1)*x(2)-masa; % ograniczenie ciezaru belki
```

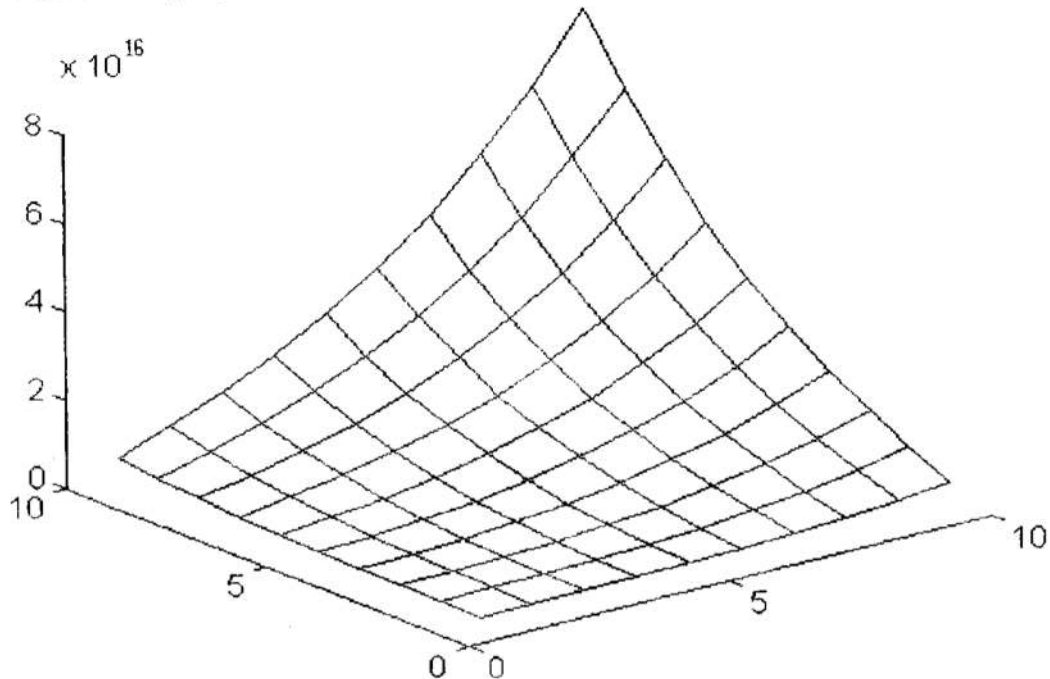
Po każdym wyrażeniu powinno się umieszczać średnik (;), aby komputer przy kolejnym wywołaniu funkcji celu (a może ich być tysiące!) nie wyprowadzał wyniku na ekran (co może być potrzebne tylko podczas szukania błędów), gdyż to bardzo spowalnia proces obliczeń.

### Testowanie funkcji celu

W celu sprawdzenia poprawności funkcji celu, a także dla orientacyjnego znalezienia „obiecującego” obszaru zmiennych decyzyjnych, warto jest przeprowadzić szereg eksperymentów z tą funkcją. Poniżej pokazano odpowiedni skrypt MATLAB'a.

```
P=10;
m=1;
sk=1;
waga=0.5;
    for i=1:10
        for j=1:10;
x(1)=i/10;
x(2)=j/10;
l=20*1e-3;
E=2.11*1e+11;
A=3*E/l/l/l;
k(1)=A*x(1)*x(2)*x(2)*x(2);
k(2)=A*x(1)*x(1)*x(1)*x(2);
f(i,j)=sk*waga*k(1) + (1-waga)*k(2);
        end
    end
colormap([0 0 0])
mesh(f)
```

Na rys. 2 pokazano przykładowy przebieg funkcji celu.



Rys.2. Przykładowy przebieg funkcji celu dla  $P=10$  dla nast. parametrów:  $sk=1$ ,  $waga=0.5$

Widać, że funkcja celu jest funkcją monotoniczną ze względu na zmienne decyzyjne, zatem szukane optimum będzie leżało na jednym z ograniczeń.

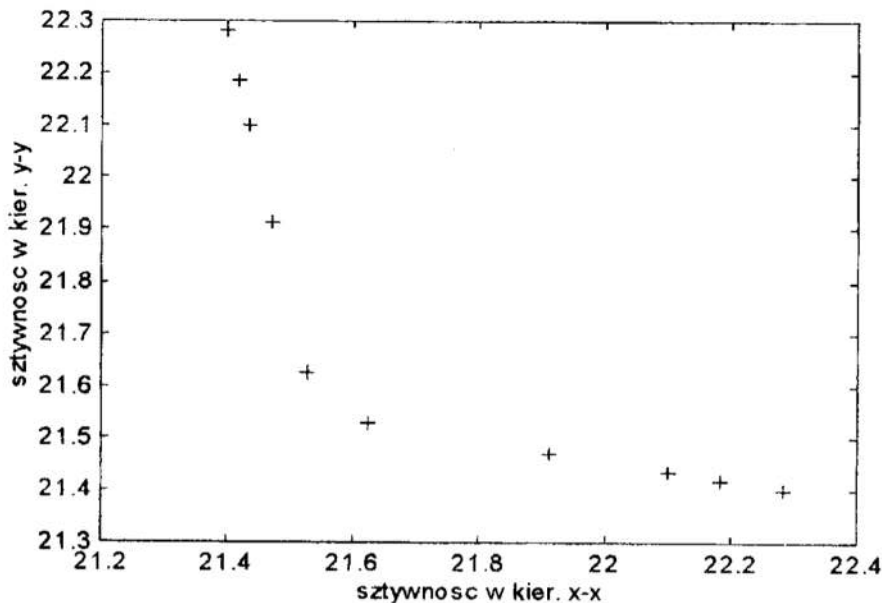
### Script uruchomieniowy

Poniżej pokazano przykładowy *script* uruchomieniowy *opt.m*

```
global waga masa P
clear k1 k2
masa=input('Dopusz. masa belki [kg] =? ')
P=input('Siła obc. zewn. P[N] =? ')

for waga=0.05:0.1:0.95
[x]=constr('fun',[1e-3 1e-3],1);
% pause
% ostatnia jedynka w poprzedzającej linii powoduje wyprowadzanie na ekran
% wszystkich inf. po każdym etapie optymalizacji
[f,g,k]= funcelu(x);
k1=[k1 k(1)];
k2=[k2 k(2)];
end
s1=input('kolor i znak, w cudzysłowie,np. c+ ')
plot(k1,k2,s1)
xlabel('sztywnosc w kier. x-x')
ylabel('sztywnosc w kier. y-y')
```

Na rys. 3 pokazano przykładowy wynik polioptymalizacji (zbiór rozwiązań polioptymalnych) dla  $waga = 0.05, 0.15, \dots, 0.95$  (czyli 10 punktów).



Rys.3. Przykładowy wynik polioptymalizacji (zbiór wariantów niezdominowanych) dla parametrów: masa=0.1 kg, siła P=10 N

Widać dość wyraźnie nierównomierne rozmieszczenie punktów dla kolejnych wartości współczynnika wagi *waga*. Spowodowane jest to prawdopodobnie tym, że funkcję celu *f* w tym przykładzie sformulowano jako ważoną sumę odwrotności kryteriów cząstkowych:

$$f = sk * waga / k(1) + (1 - waga) / k(2)$$

(gdyż program *constr.m* szuka minimum funkcji celu), co wprowadza silną nieliniowość.

**Koniec Przykładu**

Jeśli krzywa reprezentująca zbiór Pareto nie jest ściśle monotoniczna lub jest wklęsła, to w tych obszarach niektóre środkowe punkty się nakładają.

### **Wielokrotna polioptymalizacja**

Interesujące może być porównanie zbiorów wariantów polioptymalnych dla różnych wartości parametru, w przestrzeni kryteriów, narysowane na wspólnym rysunku. Ponadto pokazano poniżej przykład rysowania zbiorów wariantów polioptymalnych w przestrzeni zmiennych decyzyjnych.

#### **Przykład (c.d.)**

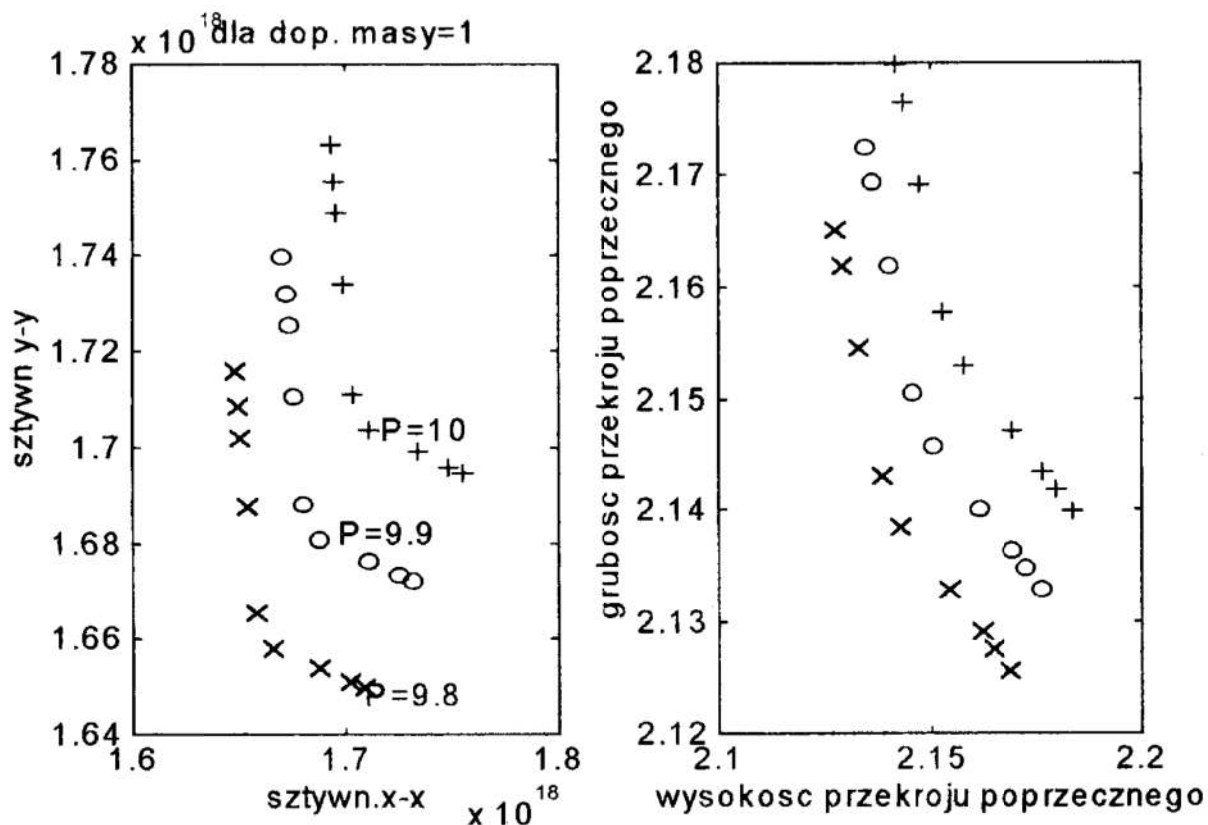
Szukane zbiory uzyskano za pomocą poniższego *script*'u:

```
global waga masa P
clear k1 k2
subplot
clg
masa=input('Dopusz. masa belki [kg] =? ')
for j=1:3
clear k1 k2 zm1 zm2
k1=0, k2=0, zm1=0, zm2=0;
P=input('Sila obc. zewn. P[N] =? ')
licz=0;
for waga=0.05:0.1:0.95
licz=licz+1;
disp('      czekaj, szukam rozw. optymalnego ...')
[x]=constr('fun',[1e-3 1e-3]);
[f,g,k]= fun(x);
k1=[k1 k(1)];
k2=[k2 k(2)];
zm1=[zm1 x(1)];
zm2=[zm2 x(2)];
end
subplot(121);
s1=input('kolor i znak, w cudzysłowie,np. c+ ')
plot(k1(1,2:licz),k2(1,2:licz),s1)
gtext(['P=',num2str(P)])
xlabel('sztywn.x-x')
ylabel('sztywn y-y')
title(['dla dop. masy=',num2str(masa)])
```

```

hold on
subplot(122)
s2=input('kolor i znak, w cudzysłowie,np. c+ ');
plot(zm1(1,2:licz),zm2(1,2:licz),s2)
hold on
xlabel('wysokosc przekroju poprzecznego')
ylabel('grubosc przekroju poprzecznego')
end

```



Rys. 4. Trzy zbiory wariantów polioptymalnych dla masa=1 oraz dla **różnych** wartości parametru P (siła) w przestrzeni **kryteriów** oraz te same trzy zbiory wariantów polioptymalnych w przestrzeni **zmiennych decyzyjnych**.

Koniec Przykładu

### Rady i ostrzeżenia do uruchamiania optymalizacji w MATLAB'ie

- Jeśli przerwiesz działanie programu po instrukcji `pausa` lub po instrukcji `gtext`, `input` lub innej tego typu, program jest zawieszony ale nie przerwany i w pamięci operacyjnej pozostają wszystkie dane; zatem uruchomienie innego programu lub powtórne uruchomienie tego samego programu od początku najprawdopodobniej przyniesie zupełnie niezrozumiałe dla użytkownika działania;
- Użycie zmiennych globalnych musi być dobrze przemyślane; lepiej przekazywać dane do wnętrza funkcji przez argumenty funkcji, np:
 

```
[xx,yy] = constr('fun', P, waga)
```

- Przed uruchomieniem optymalizacji dobrze przetestuj funkcję celu;
- Przed uruchomieniem polioptymalizacji dobrze przetestuj optymalizację dla jednej wartości współczynnika *waga*, np. dla różnych wartości startowych.

### **Literatura**

- [1] Mrozek B., Mrozek Z.: *MATLAB. Uniwersalne środowisko do obliczeń naukowo - technicznych*. Cracow Centre for Advanced Training in Information Technology. Kraków, 1995.
- [2] Tarnowski W.: *Komputerowy system symulacji SIMULINK z wprowadzeniem do MATLAB'a*. Wydawn. WSInż. Koszalin. Koszalin 1995.
- [3] Tarnowski W.: *Symulacja komputerowa procesów ciągłych*. Wydawn. WSInż. Koszalin, Koszalin 1995.

### **Streszczenie**

Przedstawiono metodykę rozwiązywania zadań optymalizacji i polioptymalizacji przy wykorzystaniu systemu MATLAB. Podano narzędzia programowe systemu, omówiono problemy kodowania zadania w MATLAB'ie oraz sformułowano niektóre rady i przestrogi do procesu uruchamiania optymalizacji w MATLAB'ie. Tezy zilustrowano przykładem zadania polioptymalizacji płaskiej sprężyny.

## **MATLAB AS THE SOFTWARE TOOL SYSTEM FOR OPTIMIZATION AND POLYOPTIMIZATION**

### **Summary**

The procedure of composing and coding the optimization problem is proposed, as well as the MATLAB software programs and tools. Coding problems and some hints and warnings are defined. The methodology is illustrated by an example of a flat spring polyoptimization.





## STEROWANIE OPERATYWNE W STANACH USTALONYCH ZESPOŁAMI PRODUKCYJNYMI O STRUKTURACH SZEREGOWYCH

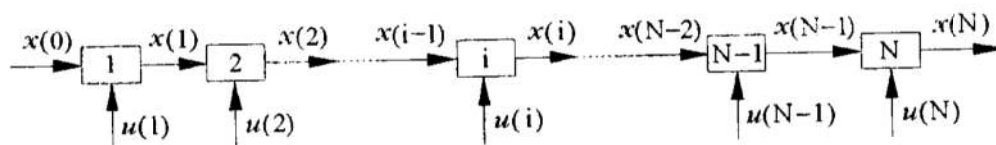
### 1. Wstęp

Procesy technologiczne występujące w zespołach produkcyjnych dużych kompleksów przemysłowych (np. rafinerie ropy naftowej) tworzą struktury o wyraźnym szeregowym ukierunkowaniu przepływu przerabianych surowców i półproduktów między jednostkami produkcyjnymi tych zespołów. Umożliwia to uproszczenie algorytmów służących do wyznaczania, przez systemy operatywnego sterowania na wyższych poziomach decyzyjnych, optymalnych sterowań takimi zespołami. Istotną trudność w realizacji tych algorytmów w systemach operatywnego sterowania stanowi konieczność uwzględniania powiązań masowych między poszczególnymi jednostkami produkcyjnymi wchodzącymi w skład zespołu. Prowadzi to zazwyczaj do niemożności stosowania prostej dekompozycji algorytmów decyzyjnych i znacznego zwiększania wymiarów odpowiednich problemów obliczeniowych.

W pracy przedstawiono sposób użycia, w dwupoziomowym układzie sterowania operatywnego, programowania dynamicznego opartego o linearyzowane modele matematyczne poszczególnych jednostek produkcyjnych zespołu. Stosowanie programowania dynamicznego jest tu konsekwencją występowania szeregowej struktury przepływu mediów w zespole, a stosowanie linearyzacji pozwala na zmniejszenie wymiarów problemów obliczeniowych (kosztem jednak wprowadzenia iteracyjnego postępowania przy wyznaczaniu sterowań poszczególnymi jednostkami produkcyjnymi) [2]. Podana metoda może być używana, w przypadku stosowania zdecentralizowanej struktury sterowania zespołem produkcyjnym, jako sposób koordynacji powiązań występujących między jednostkami produkcyjnymi tego zespołu

### 2. Struktury szeregowe zespołu produkcyjnego i problem operatywnego sterowania

Schematyczne przedstawienie zespołu produkcyjnego o prostej strukturze szeregowej podane jest na rys.1. W strukturze tej poszczególne jednostki produkcyjne powiązane są między sobą wektorami wejść i wyjść jak również każdej jednostce przyporządkowany jest wektor sterujący. Dla  $i$ -tej jednostki są to odpowiednio wektory  $x(i-1)$ ,  $x(i)$  oraz  $u(i)$ . W ogólnym przypadku połączenia między jednostkami produkcyjnymi zespołu, zachowując nadal szeregową strukturę powiązań, mogą mieć bardziej złożony charakter (występuje to np. w części petrochemicznej dużych kombinatów przeróbki ropy naftowej). Zachowanie szeregowego charakteru takim złożonej strukturze powiązań wymaga oczywiście aby odpowiadający tym powiązaniom graf połączeń między jednostkami produkcyjnymi był co najmniej acykliczny. Struktury złożone tworzone są przez połączenia prostych struktur szeregowych i z tego też względu metody wyznaczania optymalnych sterowań dla zespołów produkcyjnych o strukturach złożonych są tworzone przez rozwinięcie metod związanych ze strukturą prostą.



Rys. 1 Struktura szeregową zespołu produkcyjnego

Fig. 1 Structure of multistage serial process

Zasadniczy opis matematyczny procesów technologicznych zachodzących w jednostce produkcyjnej można, dla stanu ustalonego, przedstawić jako zależność wektora wyjściowego od wektora wejściowego i wektora sterowań. Dla celów opisywanego tu algorytmu działania poziomu koordynacyjnego w systemie operatywnego sterowania zespołem, wystarczające jest przyjęcie następującego prostego zapisu (dla  $i$ -tej jednostki produkcyjnej)

$$x(i) = f_i[x(i-1), u(i)] \quad (1)$$

Przyjmuje się dalej dekompozycję wskaźnika jakości sterowania całego zespołu przez sprowadzenie go do sumy wskaźników jakości poszczególnych jednostek produkcyjnych. Każdej z jednostek produkcyjnych przypisany jest wtedy wskaźnik jakości sterowania  $Q_i$

$$Q_i = Q_i[x(i), u(i)] \quad (2)$$

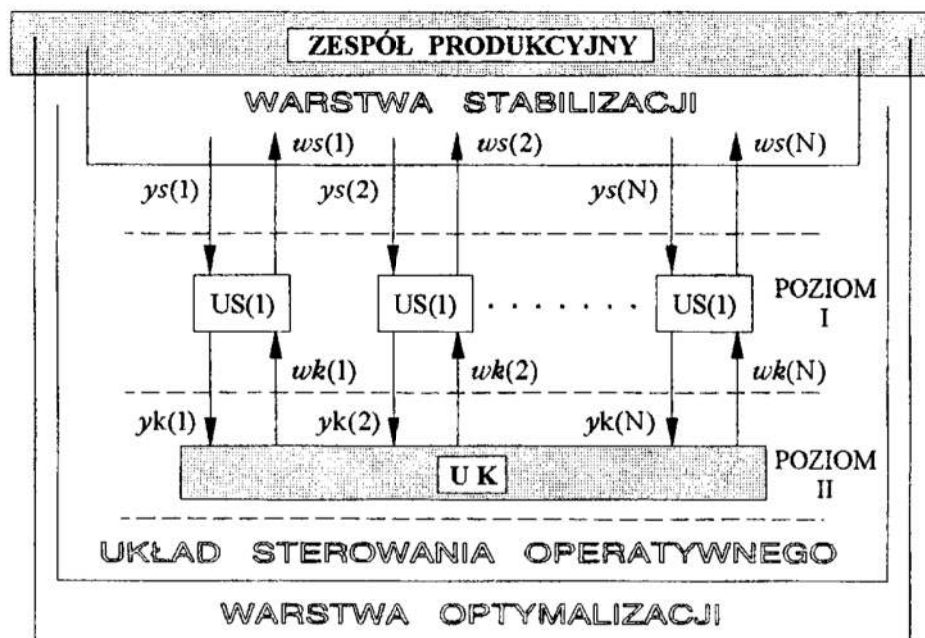
oraz ograniczenia na wektor sterowania i wektor wyjść. Tu również nie zmniejszając ogólności rozważań można przyjąć, iż ograniczenia te są postaci

$$\bar{u}(i) \leq u(i) \leq \bar{\bar{u}}(i) \quad (3a)$$

$$\bar{x}(i) \leq x(i) \leq \bar{\bar{x}}(i) \quad (3b)$$

Wektor  $x(0)$  przyjmowany jest za narzucony.

Schematyczne przedstawienie dwupoziomowego układu sterowania operatywnego zespołem o  $N$  jednostkami produkcyjnymi podaje rys.2.



Rys. 2 Schemat układu sterowania operatywnego

Fig. 2 Scheme of operative control system

Zadaniem układów sterowania pierwszego poziomu (ozn.  $US(i)$ ) jest wyznaczenie wektorów sterujących dla poszczególnych jednostek produkcyjnych przez rozwiązanie

problemów optymalizacyjnych przypisanych tym jednostkom. Wykorzystując wprowadzone wcześniej opisy, problem taki (dla  $i$ -tej jednostki produkcyjnej) można przedstawić jako

$$\max_{u(i) \in U_i} Q_i[u(i), \tilde{x}(i-1)] = Q_i[u_0(i), \tilde{x}(i-1)] \quad (4)$$

Zbiór ograniczeń  $U_i$  tworzony jest przez ograniczenia typu (3); zależności (1) pozwalają na wyeliminowanie wektora wyjść  $x(i)$ . Ten prosty zapis, choć może nie oddawać złożoności problemów rozwiązywanych przez układy sterowania  $US(i)$ , to jednak wskazuje wyraźnie na wpływ powiązań między jednostkami produkcyjnymi. Chcąc uzyskać zdecentralizowaną strukturę przy wyznaczaniu sterowań  $u_0(i)$  dla poszczególnych jednostek produkcyjnych, konieczne jest przyjęcie a priori przy każdorazowym rozwiązywaniu problemów (4) ustalonych wartości wektorów wejść (ozn.  $\tilde{x}(i-1)$ ). Wyznaczanie wektorów  $\tilde{x}(i-1)$  jest właśnie zadaniem koordynacji powiązań spoczywającym na drugim (wyższym) poziomie układu sterowania operatywnego. Sterowanie wielopoziomowe stanowi jedną z metod używanych przy tworzeniu układów sterowania (zwłaszcza układów sterowania optymalnego) złożonymi systemami i tu właśnie pojawia się problem koordynacji działań podukładów. Rozmaite, szczegółowo przedstawiane, sposoby i metody tworzenia struktur sterowania wielopoziomowego oparte są na technikach dekompozycyjnych stosowanych w odniesieniu do ogólnego problemu programowania matematycznego [4]. W przedstawionym powyżej opisie przyjęto jeden z takich sposobów dekomponowania zadania sterowania operatywnego z czego w konsekwencji wynika konieczność koordynacji powiązań wywodzących się z powiązań masowych między jednostkami produkcyjnymi. Za przyjęciem tego sposobu przemawiają następujące względy:

- Zasadnicze znaczenie przy sterowaniu procesami w poszczególnych jednostkach mają układy sterowania z pierwszego poziomu. Zaawansowane układy sterowania tego typu oparte są na modelach matematycznych procesów które to modele są w istocie symulatorami stanów ustalonych (ew. również stanów dynamicznych) tworzonymi na podstawie opisów fizyko-chemicznych tych procesów. Modele te umożliwiają obliczanie nowych stanów technologicznych procesów na podstawie odpowiedniego zbioru zmiennych niezależnych (możliwe są tu również obliczenia stanów optymalnych). W skład tego zbioru muszą wchodzić zmienne podające informacje o surowcach przerabianych przez jednostkę produkcyjną. Praktycznie uniemożliwia to traktowanie przez  $US(i)$  powiązań masowych powodowanych przez wektory wejść  $x(i-1)$  jako zmiennych zależnych. Koordynacja zaś przez narzucanie tu dodatkowych (wynikających z poczynań koordynacyjnych poziomu II) wymagań na wektory  $x(i)$  może, z uwagi na złożoność tych modeli procesów, utrudniać uzyskanie przez  $US(i)$  rozwiązań dopuszczalnych.
- Działanie układów sterowania pierwszego poziomu jest zintegrowane z działaniem układów warstwy stabilizacji zarówno poprzez konieczność wdrożenia na procesach obliczonych sterowań jak i możliwość pomiarów wielkości określających przebieg procesów. Stwarza to możliwość adaptacji parametrów używanych modeli matematycznych ale przy ustalonych zbiorach zmiennych zależnych i zmiennych niezależnych i traktowaniu informacji o surowcach jako zmiennych niezależnych.
- Wobec istnienia już dla szerokich klas procesów przemysłowych dobrze opracowanych profesjonalnych modeli powyższego typu, wydaje się właściwym przy określaniu struktur układów sterowania (w tym sterowania operatywnego) użycie tych właśnie modeli co znacznie obniża koszty identyfikacji procesów, a w wielu przypadkach czyni w ogóle możliwym wprowadzanie do praktyki przemysłowej zaawansowanych układów sterowania.

Zadanie koordynacji w sterowaniu wielopoziomowym może być rozwiązywane w oparciu o różne metody programowania matematycznego. W niniejszej pracy przedstawiono sposób użycia programowania dynamicznego w jego wersji dyskretnej. Możliwość jego stosowania w zadaniach koordynacji była już wskazywana ale jedynie w ogólnym sformułowaniu i bez uwzględnienia praktycznych warunków jego realizowalności (problem wymiarowości) [3]. Ogranicza to stosowalność tej formy programowania dynamicznego do problemów w których wymiar wektorów  $x(i)$  nie przekracza 3. Tu przedstawiono sposób realizacji pozwalający na usunięcie wady powodowanej dużą objętością obliczeniową.

### 3. Koordynacja powiązań w oparciu o programowanie dynamiczne

Idea tego sposobu koordynacji oparta jest na bezpośrednim zastosowaniu programowania dynamicznego do rozwiązania zadania optymalizacyjnego opisanego powyżej. Przedstawione jest to dalej na przykładzie procesu o prostej strukturze szeregowej (rys.1). Algorytm wyznaczania ciągu optymalnych sterowań  $\{u_0(i)\}$  wykorzystuje zasadę umiejscawiania w stosunku do wektora  $x(0)$ . Daje to następujące równanie rekurencyjne dla funkcji Bellmana

$$R_{i-1}[x(i-1)] = \max_{u(i) \in U_i} \{Q_i[x(i), u(i)] + R_i[x(i)]\} \quad ; \quad i = N, N-1, \dots, 1 \quad (5)$$

przy warunku początkowym

$$R_N = 0 \quad (6)$$

Równanie (5) rozwiązuje się począwszy od ostatniej jednostki (tj. dla  $i=N$ ) uwzględniając przy tym zależności (1). Operacja oznaczona  $\max$  po prawej stronie równania (5) polega na wyznaczeniu maksymalnej względem wektora  $u(i)$  (i przy uwzględnieniu ograniczeń (3)) wartości wyrażenia zależnego od parametrów, które można utożsamiać ze składowymi wektora  $x(i-1)$ . Wynikiem jest więc zależność  $R_{i-1}$  oraz  $u_0(i)$  w funkcji  $x(i-1)$ . Po osiągnięciu pierwszej jednostki (tj.  $i=1$ ) i po podstawieniu w miejsce argumentu funkcji  $R_0$  narzuconej wartości  $x(0)$ , otrzymuje się dla całego zespołu optymalną wartość wskaźnika jakości sterowania  $Q$  określonego (zgodnie z założeniem o jego dekompozycji) jako

$$Q = \sum_{i=1}^{i=N} Q_i \quad (7)$$

Kolejne postępowanie od pierwszej do ostatniej jednostki wykorzystujące uzyskane już zależności funkcyjne

$$u_0(i) = u_0(i)[x(i-1)] \quad (8)$$

dostarcza optymalne (w sensie maksymalizacji wskaźnika (7)) wektory sterujące dla poszczególnych jednostek produkcyjnych i w oparciu o zależności (1) odpowiadające im wektory powiązań tych jednostek.

Postępowanie na może być ułatwione jeśli wprowadzi się nową zmienną z określaną wg równania rekurencyjnego

$$z(i) = z(i-1) + Q_i[x(i), u(i)] \quad (9)$$

przy warunku

$$z(0) = 0 \quad (10)$$

Zależność (7) można przepisać w postaci

$$Q = Q[z(N)] \quad (11)$$

Przyjmując dla uproszczenia zapisów iż zmienna  $z$  (potraktowana jako jedna ze składowych wektora wyjść) i równanie (9) wejdą w skład opisów poszczególnych jednostek produkcyjnych, równanie (5) przyjmuje postać

$$R_{i-1}[x(i-1)] = \max_{u(i) \in U_i} \{R_i[x(i)]\} \quad ; \quad i = N, N-1, \dots, 1 \quad (12)$$

a warunek (6) postać

$$R_N = Q[x(N)] \quad (13)$$

Ten sposób zapisów jest zwłaszcza celowy gdy nie wszystkim jednostkom produkcyjnym przypisywane są wskaźniki jakości sterowania. Sposób postępowania w przypadku struktur złożonych polega na składaniu związków dla prostych struktur szeregowych będących częściami składowymi struktur złożonych.

Z podanych przedstawień wynika, że niezależnie od postaci wskaźników jakości sterowania, na każdym kroku rozwiązywania równań rekurencyjnych określających funkcje Bellmana, występuje problem parametryczny którego objętość obliczeniowa zależna jest od wymiarów wektorów powiązań. W przypadku procesów technologicznych wymiary wektorów powiązań mogą być znaczne choć zazwyczaj wskaźniki jakości sterowania są zależne bezpośrednio jedynie od niektórych składowych tych wektorów. Można zauważyć iż taki charakter zależności nie wpływa jednak na zmniejszenie (przynajmniej istotne) objętości obliczeniowej problemu. Duża objętość obliczeniowa związana z metodą programowania dynamicznego może dość skutecznie niwelować inne zalety tej metody.

Powszechnie stosowane w metodzie programowania dynamicznego postępowania numeryczne wymagają dyskretyzacji problemu. Okazuje się jednak, że operowanie zapisami analitycznymi dla opisu procesów i wynikającymi z nich analitycznymi postaciami rozwiązań równań rekurencyjnych (nawet częściowych) w dużym stopniu zmniejsza objętość obliczeniową w porównaniu np. z totalnym użyciem metody siatek [1]. To właśnie stanowi sedno proponowanego rozwiązania dla poziomu koordynacji układu sterowania operatywnego. Opisująca dalej metoda wykorzystuje w tym celu opis tworzony przez linearyzację równań (1) wokół punktu pracy procesów w jednostkach produkcyjnych. Opisy tego typu dostarczane są na podstawie modeli matematycznych procesów związanych z układami sterowania  $US(i)$  pierwszego poziomu. Utworzenie modeli linearyzowanych drogą np. przyrostową jest tu całkowicie możliwe (również w przypadku użycia symulatorów profesjonalnych). Informacje o tych modelach zostają więc przekazane z poszczególnych  $US(i)$  do poziomu II (na rys.2 obrazują to wektory  $y_k(i)$ ). Na poziomie II przeprowadzone zostaną obliczenia wektorów powiązań opisanymi powyżej metodami (w zależności od struktury zespołu) a wyniki przekazane zostaną do poszczególnych  $US(i)$  (na rys.2 obrazują to wektory  $w_k(i)$  zawierające m. in. informacje o wektorach  $\tilde{x}(i-1)$ ). Na poziomie pierwszym możliwe są teraz dwa sposoby postępowania (w odniesieniu do poszczególnych jednostek produkcyjnych) - ponownie zostanie stworzenie modelu linearyzowanego z uwzględnieniem nowych wektorów powiązań, lub, przy drugim sposobie, do czynności tych dołączone zostanie rozwiązanie problemu (4). W każdym z tych przypadków informacje przekazywane do warstwy stabilizacji (wektory  $w_s(i)$  na rys.2) nie ulegają zmianie. Opisujące postępowanie ma więc charakter iteracyjny i polega w ogólności na zastąpieniu pierwotnego problemu optymalizacyjnego ciągiem takich problemów w których każdy winien charakteryzować się zmniejszoną objętością obliczeniową. Wdrożenie obliczonych przez  $US(i)$  sterowań na procesie ma miejsce dopiero po zakończeniu tych iteracji.

W dalszym ciągu przedstawione zostaną możliwości zmniejszenia wymiarowości problemu obliczeniowego związanego z działaniem poziomu koordynacji wykorzystującym linearyzowane modele procesów. Wpierw rozpatrzony zostanie przypadek prostej struktury szeregowej (rys.1) o wskaźniku jakościowym postaci (11) (stosowanie zmiennej pomocniczej i uproszczonego zapisu). Przyjmuje się, iż równania opisujące procesy mają następującą linearyzowaną postać

$$x^{(k+1)}(i) = f_i[x^{(k)}(i-1), u^{(k)}(i)] + G \cdot [x^{(k+1)}(i-1) - x^{(k)}(i-1)] + H \cdot [u^{(k+1)}(i) - u^{(k)}(i)] \quad (14)$$

gdzie indeks górny k oznacza numer kolejnej iteracji. Macierze G oraz H są macierzami liczbowymi wyznaczonymi przez US (i) w poprzedniej iteracji k. Równanie powyższe można przekształcić do postaci

$$x^{(k+1)}(i) = A(i) \cdot x^{(k+1)}(i-1) + B(i) \quad (15)$$

gdzie A jest macierzą liczbową a B jest wektorem. Do składowych wektora B, jak wynika z (14), wchodzi również składowe wektora  $u^{(k+1)}(i)$  który należy wyznaczyć w tej iteracji. Postać równania (15) jest liniowa względem wektorów powiązań x więc rozwiązanie analityczne można zapisać jako

$$x^{(k+1)}(i) = \prod_{n=1}^i A(n) \cdot x(0) + \sum_{n=1}^{i-1} \prod_{m=n+1}^i A(m) \cdot B(n) + B(i) \quad (16)$$

Równanie (16) dla N-tej jednostki produkcyjnej ma postać

$$x^{(k+1)}(N) = C + \sum_{i=1}^N P(i) \cdot B(i) \quad (17)$$

gdzie C oraz P są w danej iteracji macierzami stałymi. Przyjmując, iż wskaźnik jakości sterowania  $Q_i$  przypisany jest jedynie ostatniej jednostce produkcyjnej i oprócz zależności od  $u(N)$  zależy on jedynie od m pierwszych składowych wektora  $x(N)$  (ogólny przypadek rozpatrzony zostanie dalej) to przy braku (w linearyzowanym problemie) ograniczeń typu (3b), równanie rekurencyjne dla problemu zlinearyzowanego ma postać

$$r_{i-1}(y) = \max_{\bar{u}(i) \leq u(i)^{(k+1)} \leq \bar{\bar{u}}(i)} r_i \left\{ y + [P(i) \cdot B(i)]_m \right\} \quad (18)$$

przy warunku początkowym

$$r_N(y) = Q \left[ y + [B(N)]_m \right] \quad (19)$$

Wymiar wektora y oznaczającego parametr w równaniu (18) wynosi stale m (dolny indeks m oznacza obcięcie do m pierwszych składowych). Po dojściu do pierwszej jednostki maksymalna wartość wskaźnika jakości, wyznaczona w kroku k+1 procedury iteracyjnej, wynosi

$$Q_0^{(k+1)} = r_0 \left\{ y = [C]_m \right\} \quad (20)$$

W takim więc przypadku wymiar problemu obliczeniowego (określany wymiarem parametrów równań rekurencyjnych) jest ściśle uzależniony jedynie od postaci

wskaznika  $Q$  i nie zależy od wymiarów wektorów połączeń. W przypadku gdy należy uwzględnić ograniczenia typu (3b) wymiar problemu obliczeniowego wzrasta. Wyjątkiem jest przypadek gdy ograniczenia tego typu występują tylko w ostatniej jednostce produkcyjnej i dotyczą tylko tych składowych wektora  $x(N)$  od których zależy wskaźnik jakości sterowania. Wymiar parametru  $y$  nie ulega wtedy zwiększeniu w porównaniu z przypadkiem rozpatrzonym powyżej. W ogólności występowanie ograniczeń nakładanych na składowe wektora  $x(i)$  zwiększa liniowo wymiar problemu począwszy od jednostki w której te ograniczenia zaczynają występować tzn. wystąpienie ograniczenia typu (3b) narzuconego na jedną składową zwiększa wymiar problemu o jeden. Jest to konsekwencją zależności w takim przypadku zbiorów  $U_i$  (równanie (5)) od  $x(i-1)$ . Można próbować pomijać te ograniczenia stosując ogólne metody związane z użyciem funkcji kary. Łatwo zauważyć, iż dodanie do wskaźników jakości przypisanych poszczególnym jednostkom członów  $q_i[u(i)]$  tj. zależnych, nawet nieliniowo, jedynie od wektora sterującego, nie zmienia w istotny sposób równania (18). Ma ono teraz postać

$$r_{i-1}(y) = \max_{\bar{u}(i) \leq u(i)^{(k+1)} \leq \bar{\bar{u}}(i)} \left\{ r_i \left\{ y + [P(i) \cdot B(i)]_m \right\} + q_i^{(k+1)} \left[ u^{(k+1)}(i) \right] \right\} \quad (21)$$

Odpowiedni człon należy również dopisać do warunku początkowego (19). W przypadku poddania linearyzacji również wskaźników jakości sterowania poszczególnych jednostek (wskaźniki te mogą teraz wystąpić i w innych niż ostatnia jednostkach) i braku ograniczeń typu (3b), wymiar problemu rozwiązywanego powyższą drogą wynosi jeden i to niezależnie od obecności członów nieliniowych  $q_i[x(i)]$ . Stosuje się oczywiście opisany poprzednio sposób z użyciem zmiennej pomocniczej (równanie (9)). Bez linearyzacji wskaźników jakości sterowania poszczególnych jednostek ich obecność prowadzi do wzrostu wymiaru problemu obliczeniowego. Równanie rekurencyjne jest wtedy postaci

$$r_{i-1}(y_i, y_{i+1}, \dots, y_N) = \max_{\bar{u}(i) \leq u(i) \leq \bar{\bar{u}}(i)} \left\{ r_i \left\{ y_{i+1} + [A(i+1) \cdot B(i)]_{m_{i+1}}, \dots, \right. \right. \\ \left. \left. y_N + \left[ \prod_{j=i+1}^N A(j) \cdot B(j) \right]_{m_N} \right\} + Q_i \left[ y_i + [B(i)]_{m_i} \right] \right\} \quad (22)$$

gdzie  $m_i$  oznacza ilość składowych wektora  $x(i)$  od których istotnie zależy wskaźnik  $Q_i$  (pominięto tu dla uproszczenia człony  $q_i$ ). W tym przypadku następuje sukcesywny wzrost wymiaru problemu przy posuwaniu się od jednostki  $N$  do jednostki  $1$ . Problem o największym wymiarze występuje przy  $i=1$  (równanie (22)). Tak więc jedynie jeżeli

$$\sum_{n=1}^N m_n < \max_{1 \leq n \leq N} \{ \dim x(n) \} \quad (23)$$

można uzyskać istotne zmniejszenie wymiaru problemu otrzymanego drogą stosowania linearyzacji. Opisywana metoda może być również łatwo rozszerzona na przypadek złożonych struktur szeregowych.



#### 4. Uwagi końcowe

Powyższa metoda ma charakter iteracyjny, powstaje więc problem jej zbieżności. Określenie praktycznych kryteriów zbieżności napotyka tu na trudności wobec braku możliwości sprawdzania własności problemów nieliniaryzowanych (np wypukłość zbiorów tworzonych przez ograniczenia). W ogólności żąda się aby obliczone ostatecznie przez układy US(i) optymalne wektory sterowań zachowywały spójność obliczonych na ich podstawie powiązań między jednostkami. To żądanie można wyrazić w postaci

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ x^{(k)}(i) - \tilde{x}^{(k-1)}(i) \right\} = 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad (24)$$

Praktycznie, spełnienie powyższego żądania jest wynikiem istnienia granic

$$\lim_{k \rightarrow \infty} u_0^{(k)}(i) \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad (25)$$

Nie gwarantuje to jeszcze uzyskania, przez układ sterowania operatywnego, globalnego rozwiązania problemu optymalizacji. Można jednak stwierdzić, że w każdej iteracji osiągane jest na poziomie koordynacji rozwiązanie globalnie optymalne dla użytej w tej iteracji linearyzowanej postaci opisów.

Dużą zaletą opisywanej metody jest jej elastyczność pozwalająca np. na tworzenie pośrednich modeli procesów wykorzystywanych na poziomie koordynacji jak i na dobór algorytmu postępowania iteracyjnego. Redukcja wymiarowości uzyskiwana przy stosowaniu opisów linearyzowanych może być znaczna, zależy to jednak od konkretnego problemu.

#### Literatura

1. Bellman R., Dreyfus S.: Programowanie dynamiczne. PWE Warszawa 1967
2. Lee E.S.: Iterative Techniques in Optimization. AIChE Journal, vol 14, no 6, 1968
3. Findeisen W.: Wielopoziomowe układy sterowania. PWN Warszawa 1974
4. Findeisen W., Bailey F.N., Brdyś M., Malinowski K., Tatjewski P., Woźniak A.: Control and Coordination in Hierarchical Systems. J. Wiley New York 1980

#### Streszczenie

Przedstawiono stosowanie linearyzacji w rozwiązywaniu problemu operatywnego sterowania zespołem produkcyjnym o strukturze szeregowej metodą programowania dynamicznego. Rozważania przeprowadzono dla dwupoziomowego układu sterowania operatywnego i prostej struktury szeregowej. Wykazano możliwości redukcji wymiarowości rozwiązywanych problemów uzyskiwane przy stosowaniu linearyzowanych opisów procesów.

#### STEADY STATE OPERATIVE CONTROL OF MULTISTAGE SERIAL PROCESSES

#### Summary

Application of linearisation technique in operative control of multistage serial processes using dynamic programming is discussed. Two level operative control system and unbranched process structure are assumed. Reduction of dimensionality is indicated.

## PROJEKT SYSTEMU DYNAMICZNEJ KOREKCJI PROCESU SKRAWANIA

### 1. Wprowadzenie

Dążenie do jak największej efektywności procesu skrawania związane jest z optymalizacją doboru parametrów nastawnych. Wartości wybranych wielkości wejściowych procesu:  $a$  - głębokości skrawania,  $p$  - posuwu,  $v$  - prędkości skrawania dobierane są tak, aby uzyskać najkorzystniejszą wartość wskaźnika efektywności procesu obróbki - kryterium optymalizacji. Kryterium tym najczęściej jest minimalny koszt zabiegu lub maksymalna wydajność. W obu przypadkach projekt procesu musi uwzględniać zależność okresu trwałości narzędzia, rozumianego jako suma czasów skrawania do chwili stępienia, od parametrów skrawania. W przypadku minimalizacji kosztów składnik ten wyznacza pośrednio udział kosztów narzędzia w kosztach zabiegu, a przy minimalizacji czasu obróbki okres trwałości narzędzia wpływa na składnik czasu związany z wymianą lub regeneracją narzędzi. Trwałość narzędzi skrawających charakteryzuje się dosyć znacznym rozrzutem. Miarą rozrzutu może być współczynnik zmienności określany jako stosunek odchylenia standardowego do wartości oczekiwanej okresu trwałości  $v = \sigma/\bar{T}$ . W praktyce w warunkach produkcyjnych współczynnik ten zmienia się w granicach od 0,27 do 1,16. [1]

Jeżeli wymianę lub regenerację narzędzi przeprowadza się po stwierdzeniu uszkodzenia należy liczyć się z dodatkowymi kosztami związanymi z wytworzeniem przedmiotu brakowego. W pewnych warunkach prowadzenie obróbki do momentu uszkodzenia narzędzia jest niedopuszczalne podwyższenie niezawodności obróbki można uzyskać stosując tzw. wymianę lub regenerację zapobiegawczą narzędzi przed upływem okresu trwałości ostrza. Konieczna jest wówczas znajomość dystrybuanty rozkładu trwałości ostrzy, na podstawie której wyznaczyć można funkcję niezawodności  $R(T)$  określającą prawdopodobieństwo zachowania własności skrawnych w przedziale czasu  $(0, T)$ . Ten sposób postępowania powoduje jednak podwyższenie kosztów ze względu na nieoptymalne wykorzystanie narzędzi.

Duży rozrzut okresu trwałości narzędzi wskazuje na celowość budowy układów sterowania wykorzystujących bieżące informacje o stanie procesu do modyfikacji parametrów nastawnych tak by nie dopuszczać do przeciążenia narzędzi oraz by móc wyznaczyć optymalny moment regeneracji lub wymiany narzędzi.

### 2. Wybór i analiza sygnałów diagnostycznych

Prezentowany projekt tym różni się od systemów monitorowania stanu narzędzia, że oprócz wyznaczania momentu regeneracji narzędzi (np. obciążania ściernicy) na podstawie sygnałów mierzonych w trakcie procesu, zakłada wykorzystanie informacji o stanie procesu do modyfikacji parametrów nastawnych, tak by nie dopuścić do przeciążenia narzędzia.

---

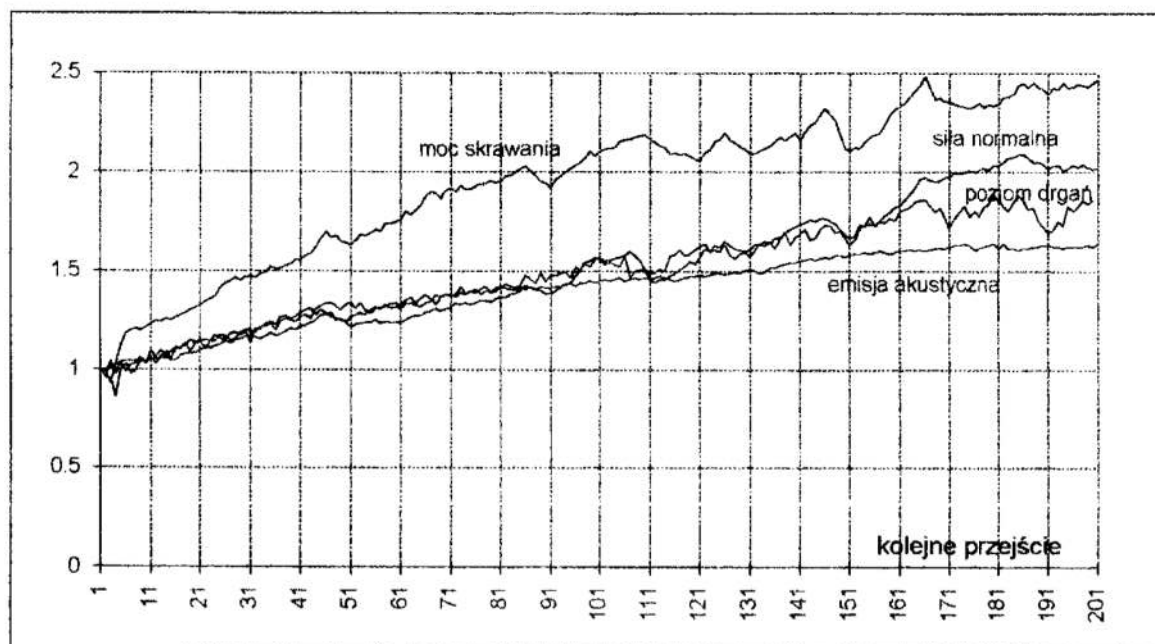
\* Instytut Technologii Maszyn Politechniki Poznańskiej

Projektowanie układu diagnostycznego powinna poprzedzać analiza możliwości uzyskiwania podczas procesu sygnałów skorelowanych ze stanem zużycia narzędzi. Zwrócić należy szczególną uwagę na te parametry procesu, które mogą być łatwo mierzalne w warunkach przemysłowych.

Rysunek 1 przedstawia przykładowy przebieg zmienności sygnałów mierzonych podczas szlifowania płaszczyzn. Próbkę materiału (stali 55 - hartowanej o twardości 63HRC) szlifowana była ze stałą głębokością 0.01mm na przejściu. W kolejnych przejściach rejestrowane były średnie wartości mierzonych sygnałów. Ich wzrost wobec stałej wydajności szlifowania powodowany był zużywaniem się ściernicy. W czasie szlifowania mierzono następujące sygnały:

- wartość skuteczną drgań w paśmie 5Hz - 10kHz,
- wartość skuteczną sygnału fali materiałowej, przy częstotliwości filtru pasmowego 30kHz i selektywności 18 dB/oktawę),
- składową normalną siły skrawania,
- moc szlifowania.

Wartości sygnałów rejestrowano bezpośrednio przez komputer IBM PC przy wykorzystaniu karty przetworników analogowo cyfrowych oraz własnego oprogramowania. Dalsza analiza sygnałów oparta została na wartościach uśrednianych w czasie pojedynczego przejścia. Wartości średnie wyliczane były automatycznie przez sumowanie wszystkich próbek, których wartość przekraczała ustalony poziom progowy.



Rys. 1. Względne zmiany sygnałów mierzonych podczas szlifowania płaszczyzn w kolejnych przejściach.

Fig. 1. Relative measured signals changes in successive passes during surface grinding.

Obserwowany przebieg sygnałów potwierdza możliwość ich wykorzystania jako wskaźników stopnia narzędzia. Na podstawie powyższych obserwacji do oceny stanu procesu wytypowane zostały sygnały mocy skrawania i poziomu drgań. Zdecydowała o tym prostota układów pomiarowych. Pomiar mocy skrawania jest najprostszym (przy użyciu watomierza przetwornikowego) i najbardziej niezawodnym pomiarem możliwym do przeprowadzenia w czasie trwania procesu. Uzyskiwany sygnał jest proporcjonalny do

sił skrawania i pozwala na ocenę stopienia narzędzia. Pomiar drgań wybrano z uwagi na złożoność procesów zużycia narzędzi. W szczególności sygnały wibroakustyczne pozwalają na detekcję zjawisk zużycia wytrzymałościowego.

### 3. Algorytm programu optymalizacji dynamicznej

Zadaniem systemu optymalizacji dynamicznej przebiegu procesu jest korekcja parametrów nastawnych w czasie trwania procesu tak aby zapewnić zbliżony do optymalnego przebieg procesu niezależnie od zakłóceń wywoływanych postępującym zużyciem narzędzi. Przyjęto wstępne założenie, że optymalny przebieg procesu wyznaczony na etapie projektowania technologicznego. Oznacza to, że działanie systemu optymalizacji dynamicznej interpretować można jako stabilizację parametrów charakteryzujących stan procesu, parametrów wynikających z optymalnych parametrów nastawnych.

Program sterujący przebiegiem obróbki (program OPT-ON) oparto na następujących założeniach:

- korekcja parametrów nastawnych dokonywana będzie po zakończeniu kolejnego zabiegu (pojedynczego przejścia przy toczeniu i przy szlifowaniu z posuwem wzdłużnym, pojedynczego cyklu szlifowania wgłębnego),
- danymi, na podstawie których obliczane będzie działanie korekcyjne systemu będą uśrednione w czasie pojedynczego zabiegu wartości parametrów mierzonych, charakteryzujących stan procesu.

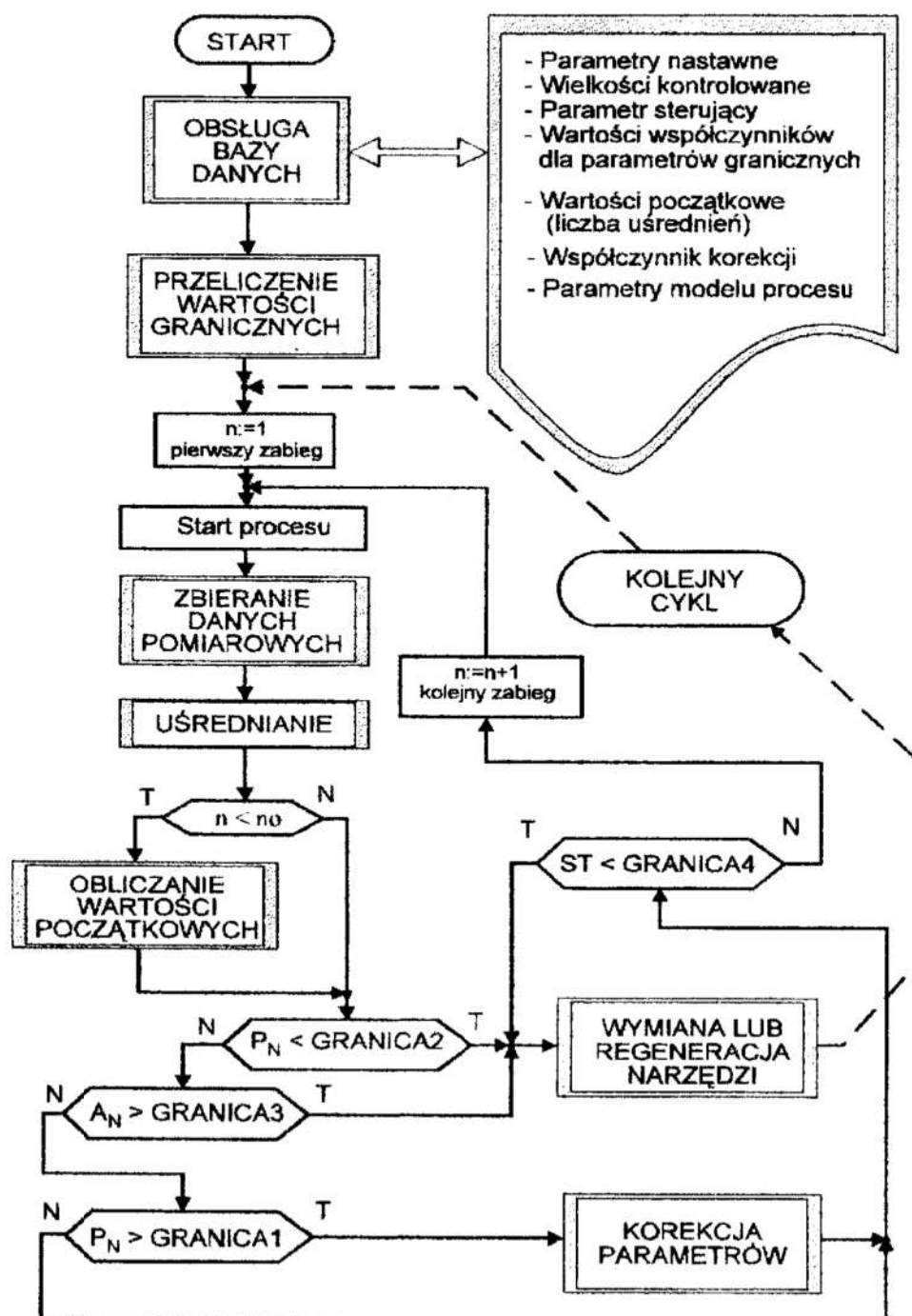
Powyższe podejście wskazuje zakres zastosowań projektowanego systemu, który obejmuje procesy z tzw. "krótkimi cyklami obróbczymi", dla których można założyć niewielkie zmiany stanu zużycia narzędzia podczas pojedynczego zabiegu lub przejścia obróbczego. Utrzymywanie stałych wartości parametrów nastawnych w poszczególnych zabiegach zabezpiecza przed niestabilnością procesu związaną ze zjawiskami dynamicznymi podczas zmian tych parametrów. Schemat działania programu OPT-ON pokazany został na rysunku 2. System będzie dysponował podręczną bazą danych, w której zawarte zostaną wykorzystywane przez program sterujący informacje o procesie. Odpowiednia procedura obsługi bazy umożliwia: sprawdzanie dostępności danych dla danego typu procesu, zakładanie nowych rekordów, odczyt i modyfikację istniejących danych. Rekord informacyjny oprócz parametrów nastawnych dla danego typu obróbki zawiera wartości współczynników pozwalające obliczyć wartości graniczne parametrów determinujących stan procesu, których przekroczenie będzie kontrolowane przez program.

Przygotowując dane dla programu należy określić wartości początkowe mierzonych parametrów ( $P_0$  - wartość początkową mocy skrawania oraz  $A_0$  - wartość początkową poziomu drgań) lub wskazać systemowi by wartości dane te określone zostały na podstawie wartości parametrów zmierzonych podczas skrawania narzędziem ostrym. W tym przypadku określić można ilość początkowych zabiegów (przejść)  $-n_0$ , na podstawie których obliczone będą wartości  $P_0$  oraz  $A_0$ . Wyznaczanie poziomu odniesienia dla przyszłych pomiarów na podstawie sygnałów zmierzonych w początkowych etapach obróbki wynika z przyjęcia założenia możliwości braku dokładnego modelu procesu. Na ogół podczas badań identyfikacyjnych, których celem jest ustalenie optymalnych parametrów nastawnych nie kontroluje się takich parametrów jak moc i poziom drgań, a ponadto w przypadku prowadzenia obróbki na obrabiarce innej, niż ta na której prowadzono badania, można spodziewać się znacznych niedokładności. Ich powodem

mogą być różnice w sprawności silnika i obrabiarki, od których zależy wynik pomiaru mocy oraz zależność poziomu drgań od miejsca zamocowania czujnika.

Uśrednione dane zebrane podczas realizacji kolejnego zabiegu są analizowane i w zależności od ich wartości system może podejmować jedno z następujących działań:

- wykonanie następnego zabiegu,
- korekcja parametrów nastawnych i wykonanie następnego zabiegu ,
- przerwanie procesu, wymiana lub regeneracja narzędzi.



Rys. 2. Schemat blokowy systemu optymalizacji w czasie trwania procesu.

Fig. 2. Flow diagram of on-line optimisation system.

Działania programu wynikają z kontroli przekroczeń zaprogramowanych progów granicznych przez parametry mierzone podczas procesu.

W programie przewidziano kontrolę następujących wartości granicznych:

- GRANICA1 - ogranicza dopuszczalny wzrost mocy wywołany stępieniem narzędzia. Wartość ta wyznaczana jest na podstawie deklarowanego współczynnika WGR1 zgodnie z zależnością:  $GRANICA1 = P_0 \cdot WGR1$   
gdzie:  $P_0$  - moc początkowa (podczas skrawania ostrym narzędziem),

WGR1 - współczynnik określający dopuszczalny wzrost mocy.

Wartości WGR1 wybierane są z zakresu  $1,0 \div 2,0$ . Jako wartość domyślną przyjęto  $WGR1=1,25$  zakładając możliwość wzrostu mocy o 25% ponad wartość początkową. Powyższe założenie wynika z obserwacji początkowej fazy zużycia, w której narzędzie "dopasowuje się do warunków skrawania", jak również z analizy rozwiązań cytowanych w literaturze [3]. Użytkownik ma oczywiście możliwość swobodnej deklaracji wartości powyższego współczynnika zgodnie ze specyfiką kontrolowanego procesu. Jego korekcja powinna być zalecana przez system w sposób interaktywny w przypadku uzyskania przedmiotów brakowych.

W przypadku przekroczenia średniego poziomu mocy skrawania określonej wartością GRANICA1 uruchamiana jest procedura korekcji parametrów nastawnych. W celu efektywnego sterowania przebiegiem procesu z zestawu parametrów nastawnych wybrano parametr, który w dalszym postępowaniu pełnił będzie rolę zmiennej sterującej procesem (zmienna ST). Definiując ten parametr należy uwzględnić następujące czynniki:

- wymaganą wrażliwość poziomu kontrolowanych parametrów charakteryzujących stan procesu (mocy skrawania, drgań) na zmiany zmiennej sterującej,
- liniową zależność parametrów kontrolowanych od zmian zmiennej sterującej (w obszarze roboczych zmian parametru sterującego),
- dopuszczalność zmian parametrów nastawnych ze względów technologicznych,
- możliwość zmian wybranych parametrów określoną przez konstrukcję obrabiarki.

- GRANICA2 - ogranicza dopuszczalny spadek mocy poniżej mocy skrawania narzędziem ostrym. Wartość ta wyznaczana jest na podstawie deklarowanego współczynnika WGR2 zgodnie z zależnością:  $GRANICA2 = P_0 \cdot WGR2$   
gdzie:  $P_0$  - moc początkowa (podczas skrawania ostrym narzędziem),

WGR2 - współczynnik określający dopuszczalny spadek mocy.

Spadek poziomu mocy może być związany ze zużyciem wytrzymałościowym. Wartość WGR2 wybierana jest z zakresu  $0,5 \div 1,0$ . Wstępnie przyjęto wartość  $WGR2=0,75$ . W przypadku uzyskania w kolejnym zabiegu średniej mocy skrawania poniżej wartości zmiennej GRANICA2 program zaleca operatorowi wymianę lub regenerację narzędzia.

- GRANICA3 - ogranicza dopuszczalny wzrost poziomu drgań. Wartość tej zmiennej wyznaczana jest na podstawie deklarowanego współczynnika WGR3 zgodnie z zależnością:  $GRANICA3 = A_0 \cdot WGR3$   
gdzie:  $A_0$  - początkowy poziom drgań (podczas skrawania ostrym narzędziem),

WGR3 - współczynnik określający dopuszczalny wzrost poziomu.

Współczynnik WGR3 może przyjmować wartości z zakresu  $1 \div 3$  (wartość domyślna  $WGR3=2,0$ ). Przekroczenie przez średni poziom drgań ograniczenia określonego przez wartość zmiennej GRANICA3 powoduje zalecenie wymiany lub regeneracji narzędzi.

- GRANICA4 - wartość tej zmiennej ogranicza dopuszczalny spadek wydajności obróbki, który może być akceptowalny ze względów techniczno-ekonomicznych. Wartość tej zmiennej wyznaczana jest na podstawie deklarowanego współczynnika WGR4 zgodnie z zależnością:  $GRANICA4 = ST_0 \cdot WGR4$ ,  
gdzie:  $ST_0$  - wartość początkowa zmiennej sterującej (na podstawie danych z systemu optymalizacji statycznej),  
WGR4 - współczynnik określający dopuszczalny spadek wydajności obróbki.

Wartość tego współczynnika może być deklarowana przez operatora w granicach 0,3 ÷ 0,8 (wartość domyślna 0,5). System dokonując korekcji parametrów nastawnych zmienia wartość zmiennej sterującej ST w ten sposób, że w miarę wzrostu zużycia narzędzia następuje spadek wydajności procesu. Spadek bieżącej wartości zmiennej sterującej ST poniżej poziomu określonego przez wartość zmiennej GRANICA4 powoduje podjęcie decyzji dotyczącej wymiany lub regeneracji narzędzia.

#### 4. Programowa symulacja korekcji parametrów procesu obróbki.

Zadaniem wspomnianej wyżej procedury korekcji parametrów nastawnych jest taka zmiana zmiennej sterującej ST by zapewnić stabilizację mocy skrawania na poziomie określonym przez wartość zmiennej GRANICA1. Przewidziano możliwość wykorzystania dwóch algorytmów wyznaczania wielkości korekcji:

- algorytmu korekcji stałowartościowej,
- algorytmu korekcji proporcjonalnej.

Te metody korekcji zostały testowane w programie symulacyjnym. To podejście umożliwia zbadanie zachowania się procesu przy różnych parametrach sterowania bez konieczności wykonywania kosztownych prób technologicznych.

Korekcja stałowartościowa oznacza, że zmiana parametru sterującego w momencie przekroczenia wartości granicznej dokonywana będzie o stałą wartość KST. Wielkość ta ustalana jest na etapie projektowania parametrów pracy programu na podstawie doświadczenia technologa zgodnie z charakterem kontrolowanego procesu. Wstępnie system proponuje przyjęcie wartości :

$$KST = 0,05 \cdot ST_0, \quad \text{gdzie: } ST_0 \text{ jest początkową wartością zmiennej sterującej.}$$

Przyjęcie tak prostego algorytmu nie wymaga żadnych informacji dotyczących modelu procesu. Niewłaściwy dobór wielkości korekcji może powodować wzrost rozrzutu mocy skrawania dla kolejnych realizacji procesu.

Korekcja proporcjonalna charakteryzuje się tym, że wartość korekcji parametru sterującego KST wyznaczana będzie proporcjonalnie do wielkości uchybu:

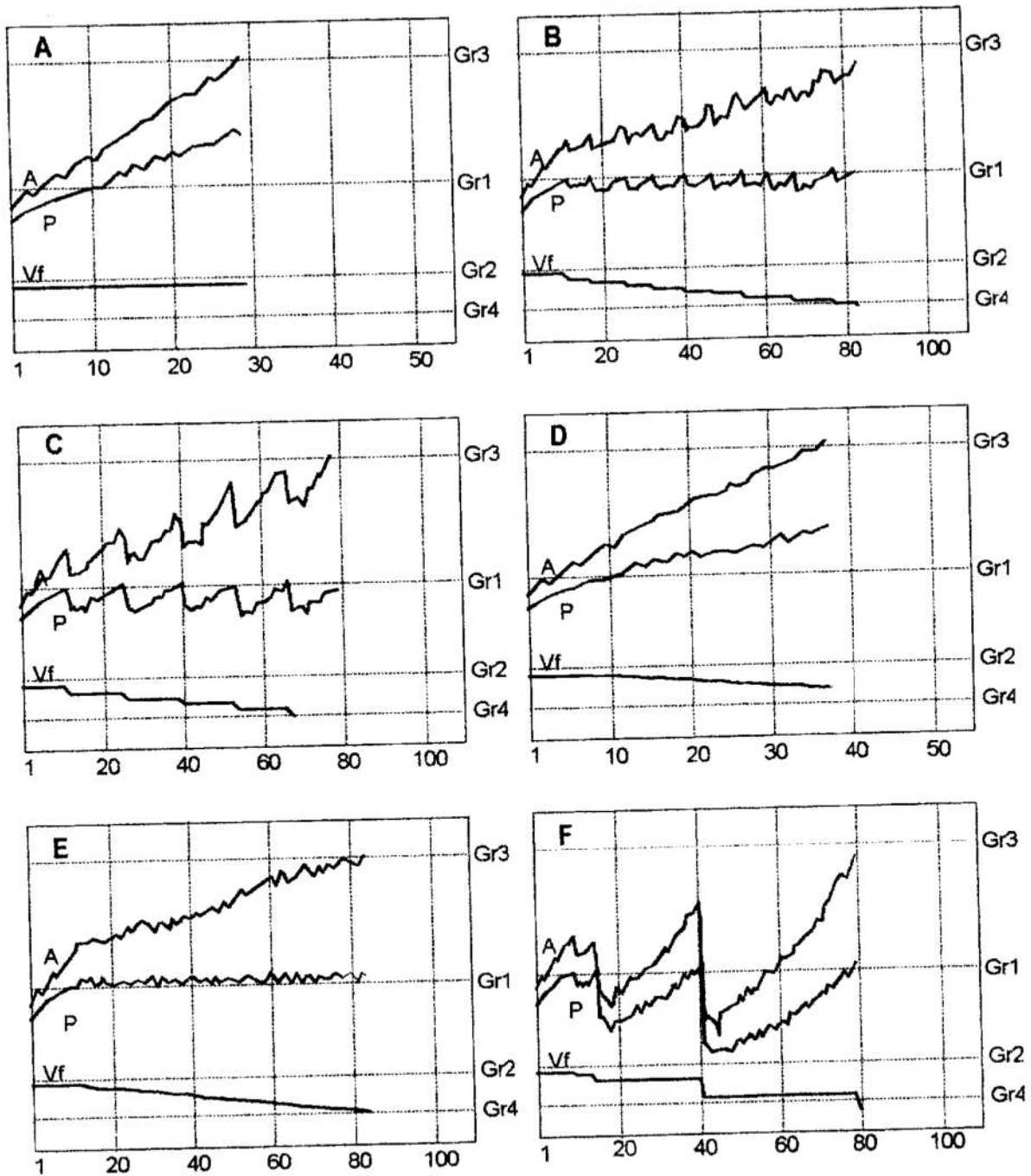
$$\varepsilon = GRANICA1 - P_n$$

w przypadku gdy wartość zmierzona mocy skrawania dla n-tej realizacji procesu  $P_n$  przekracza wartość zmiennej progowej GRANICA1.

Wielkość korekcji KST obliczana będzie na podstawie zależności:

$$KST = KW \cdot \varepsilon$$

Wartość współczynnika wzmocnienia KW powinna być wyznaczona w oparciu o informacje dotyczące modelu kontrolowanego procesu. (np. charakterystyki ujmujące zależność mocy szlifowania w funkcji głębokości skrawania)



Rys. 3. Przebieg symulacji procesu szlifowania płaszczyzn z korekcją głębokości szlifowania.

Fig. 3. The course of surface grinding process simulation with the grinding depth correction.

Rysunek 3 przedstawia symulację procesu, którego parametry dobrane zostały tak by wyniki były zgodne z danymi pomiarowymi otrzymanymi podczas procesu szlifowania płaszczyzn. Kolejne rysunki pokazują uśrednione wartości mocy szlifowania (P) oraz amplitudy drgań (A) otrzymywane w kolejnych przejściach. Przebieg procesu bez korekcji pokazany został na rys. 3A. Kolejne przykłady (rys. 3B-D) przedstawiają symulację korekcji stałowartościowej. Rys. 3B pokazuje stabilizację procesu przy wielkości korekcji  $KST=5\% ST_0$ . Zwiększenie korekcji do  $10\% ST_0$  powoduje wzrost



rozzrutu warunków skrawania w kolejnych realizacjach (rys. 3C). Rys. 3D to przykład doboru wielkości korekcji mniejszej od trendu zmian wywoływanych zużyciem narzędzi. Rysunki 3C i 3D pokazują symulację korekcji proporcjonalnej. Na rys. 3C współczynnik wzmocnienia dobrano zgodnie z charakterystyką statyczną procesu. Rys. 3D pokazuje niebezpieczeństwo utraty stabilności procesu przy zwiększaniu współczynnika wzmocnienia. Program symulacyjny umożliwia sprawdzenie rozważanych metod stabilizacji procesu skrawania pokazując konsekwencje niewłaściwie dobranych współczynników korekcji.

### **Streszczenie**

Referat opisuje projekt oprogramowania do dynamicznej korekcji procesu skrawania. Przedstawiono analizę wybranych sygnałów diagnostycznych (mocy skrawania oraz amplitudy drgań). Opisany został algorytm nadzorowania procesu w oparciu o kontrolę przekroczenia poziomu wartości granicznych. W dalszej części omówiono możliwości stabilizacji procesu skrawania poprzez przeprowadzaną na bieżąco korekcję parametrów nastawnych. Proponowane metody korekcji zostały przetestowane w programie symulacyjnym.

### **Summary**

The paper describes the software project for dynamic corrections of cutting process. Selected diagnostic signals (cutting power and vibrations amplitude) are discussed. An algorithm for process supervision based on the control of limit values exceeding is described. The second part presents the possibilities of cutting process stabilisation by the input values on-line corrections. The proposed corrections methods were tested by a simulation program.

### **Literatura**

1. Cichosz P., Żebrowski H.: Zakłócenia losowe trwałości narzędzia a efekty ekonomiczno produkcyjne toczenia, Materiały Ogólnopolskiego seminarium naukowego "Zastosowania Matematyki w Technice", Gorzów Wlkp. - Witnica 1981.
2. Hamrol A.: Przydatność zjawisk wibroakustycznych do nadzorowania stanu ściernicy, XII Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej, Poznań 1989.
3. Meldner B.: Automatyczny nadzór narzędzi, IV Konferencja Naukowo Techniczna - Narzędzia Skrawające, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, 1986.
4. Weiss Z., Rojek-Mikołajczak I., Konieczny R.: Symulacja procesu szlifowania w celu jego optymalizacji. Prace Naukowe Instytutu Technologii Maszyn i Automatyzacji Politechniki Wrocławskiej, Konferencje - XVIII Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej, Wrocław 1995

## GEOMETRIC MODELING OF NOTCHES IN SHAPE OPTIMIZATION PROBLEMS

### 1. Introduction

Minimizing stress concentration around notches (fillets, holes, cut-outs, the junction of two parts of a pressure vessel etc.) in stress fields is an important problem in engineering design. One way of the stress minimization is to change the notch shape itself till an optimum notch profile with constant stress values is reached. Such a class of optimization problems is referred to the notch shape optimization of construction parts (machine components).

A general methodology for shape optimization links:

- geometric modeling (shape definition) of the notch in a machine component,
- stress analysis by the finite or boundary elements called short analyzer,
- shape sensitivity analysis (sensor), which is related to the analysis method, and,
- approximation concepts-based design optimization procedure (optimizer).

In some cases, particularly when the Finite Element Method is used, automatic mesh generation and geometric and adaptive mesh refinement may be necessary.

Mathematical representation of the geometric shape plays a critical role in providing the appropriate foundation for shape optimization. The main goal of this paper is to present an application of mathematical methods for computer graphics (CAGD tools) in geometric modeling of notches in shape optimization problems.

### 2. Shape definition of the notch using CAGD tools

The use of coordinates for boundary nodes (independent movement technique) as a shape design variables was the earliest used method [6,10,12,37]. Although this approach is simple and associated with the numerical methods of analysis of stress fields, has severe drawbacks: it involves a large number of the design variables, and leads to an undesirable or impractical, unsmooth, like sawtooth shapes [26]. To construct design models with smooth boundary shapes, special smoothness technique has been used [7,23].

Some researches have defined a boundary of the structure by a combination of line segments and circular arcs [2,16,19,36], or piecewise linear segments [5,14] controlled by the distances between boundary master nodes and reference (fixed, key) points, but this approach is not recommended to shape optimization with respect to stress.

Much better is the usage of polynomials [33], or orthogonal polynomials [5,18,29] to locate the boundary shape. The coefficients of polynomials treated as design variables significantly decrease their number.

In [22] natural variable approach is introduced for shape definition. It uses the magnitudes of a set of fictitious loads as design variables, and deformations produced by those loads are used to update the shape. Similar in concept, but more general than a orthogonal polynomials description is a basic function (shape) approach [28,35]. Both approaches are well suited to optimization problems, where finite element model is used, because they do not require automatic mesh generation.

---

\* Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie, Raclawicka 15/17, Koszalin

Although the polynomial boundary representation guarantees the smoothness of the boundary (one of basic requirements for shape definition), it can also give an impractical oscillatory boundary shape when the polynomial order is to high. The shape oscillations eliminate spline curves [27], Hermitian splines [17], Fergusson curves [8], Bezier curves [4,14,25,30,31,32]. The other ways for shape definition, for instance, B-splines [3,9], rational B-splines [24], are reported in literature.

In general, it is desirable to define the shape of the boundary by means of a reasonably small number of design variables to reduce the dimension of the problem. For computer aided geometric design (CAGD) several tools have been developed for the description curves for 2D, and surfaces for 3D problems [20,34]. Since only 2D problems are considered, a description of surfaces is omitted in this paper. Very efficient in this connection are Bezier, B-spline (mentioned earlier) and Beta-spline ( $\beta$ -spline) curves [1,37], see Box 1.

Box 1. CAGD tools

|   |
|---|
| <p>Bezier curves:</p> $P(t) = \sum_{i=0}^m P_i B_{i,m}(t)$ <p>with:</p> $B_{i,m} = C_m^i t^i (1-t)^{m-i} \quad , \quad C_m^i = m! / i!(m-i)!$ <p>and <math>t \in [0,1]</math></p>   |
| <p>B-spline curves:</p> $P(t) = \sum_{i=0}^m P_i N_{i,k}(t)$ <p>with:</p> $N_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{if } k=1, \quad t_i \leq t < t_{i+1}, \\ 0 & \text{if } k=1, \quad t < t_i \text{ or } t \geq t_{i+1} \\ \frac{(t-t_i) N_{i,k-1}(t)}{(t_{i+k-1}-t_i)} + \frac{(t_{i+k}-t) N_{i+1,k-1}(t)}{(t_{i+k}-t_{i+1})} & \text{if } k>1 \end{cases}$ |
| <p>Beta-spline curves:</p> $P(t) = \sum_{r=-2}^1 b_r(t) P_{i+r}$ <p>with:</p> $b_r(t) = \sum_{g=0}^3 c_{gr}(\beta_1, \beta_2) t^g$ <p>for <math>0 \leq t &lt; 1</math> and for <math>r = -2, -1, 0, 1</math>.</p>   |

A common feature of these curve is that they are defined by polygons formed by control points. The change of any position of control points affects the curve. The coordinates of some control points are a good candidates as design variables.

Bezier, B-spline and Beta-spline curves are well suited for the design element concept (technique) [3,6,10,13]. In this approach, connected mainly with a finite element model, the machine component is divided into a few subregions (Fig. 1). The moving part (m) of the boundary of design element can be described by above mentioned curves. This idea can be easily transferred to the Boundary Element Method (Fig. 2).

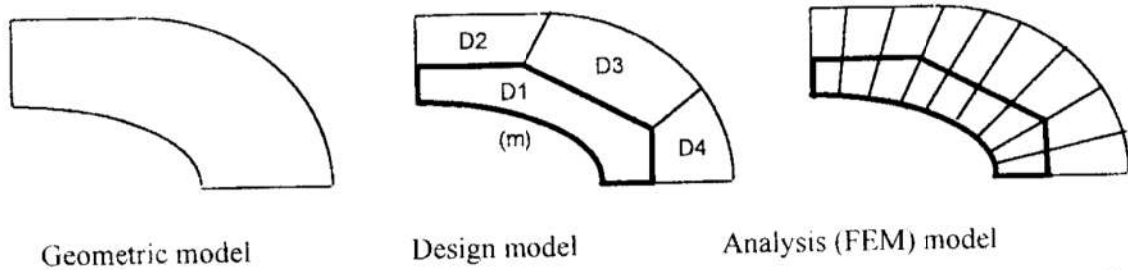


Fig. 1. Design element approach. D1 - design element, D2, D3, D4 - fixed regions, (m) - moving boundary

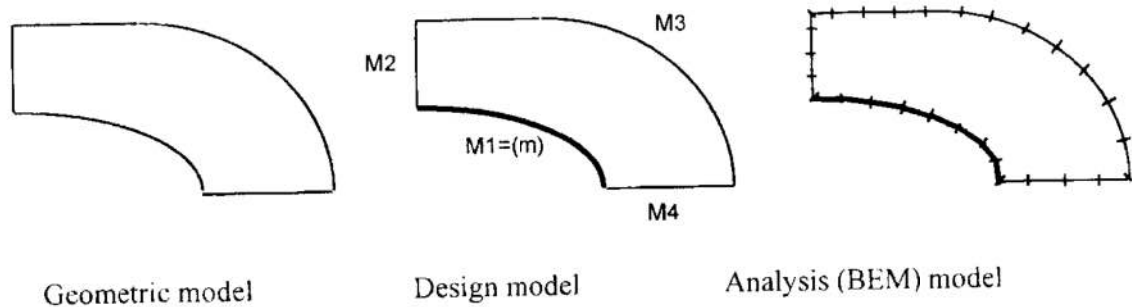


Fig. 2. Boundary design element (macroelement) approach. M1=(m) - boundary design element (moving boundary), M2, M3, M4 - fixed macroelements

The major characteristic of the Bezier curves is that they do not provide local control: moving any control point will change the shape of every part of the curve. The B-splines permit the local control of the curve shape by varying the knot sequence and spacing, but the effects of this manipulation do not always correspond to an intuition or a desired physical effect. Also, knot multiplicity is an integer manipulation and thus can cause problems if used as design variables in the optimization algorithm. The  $\beta$ -splines are essentially a generalization of the B-splines. They offer the controlability of the curve by additional parameters  $\beta_1$  and  $\beta_2$  (see Box 1), which continuously can change the shape of the curve. The  $\beta$ -splines are not included yet to the stress minimization problems. The use of  $\beta$ -splines will be examined in the future.

In this paper a different concepts of Bezier's curves are used to locate the boundary of the notches.

### 3. Bezier formulation

#### 3.1 Standard Bezier curves

The Bezier's announced by P. Bezier of the Renault Company, France are the most used parametric curves (Fig.3) in CAGD [34], because they are in a form that is easy to personal control. In the Box 1 standard (nonrational) parametric Bezier representation of a curve  $P(t)$  of order  $m+1$  (degree  $m$ ) is presented.  $B_{i,m}(t)$  are the Bernstein polynomials

of degree  $m$ , and the  $P_i, i=0,1,2,\dots,m$ , are the Bezier points (control points). In the two-dimensional case is:  $P(t) = (x(t), y(t))$ , and  $P_i = (x_i, y_i)$ . The polygon formed by joining consecutive Bezier points is called the Bezier polygon. Bezier curves offer many interesting properties: (1) each curve lies within the convex hull of the control points that define it, (2) the Bezier curve passes only through control end points, (3) at the end points, the curve is tangent to the corresponding edge of the polygon formed by the control points. The shape design variables correspond to some control points.

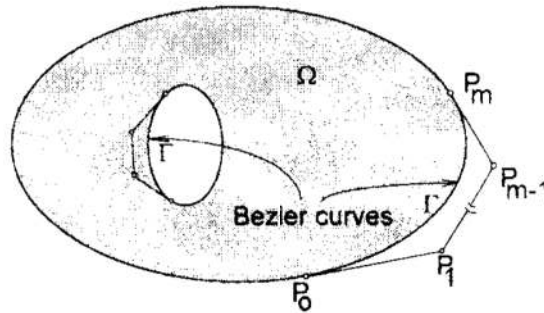


Fig. 3. Standard Bezier curve defining the modifying part of the boundary

### 3.2 Modified Bezier curves

In the paper [11] some modifications on Bezier curves are presented. A Bezier curve (Fig. 4a,4b) is defined by the so called characteristic triangle (CT) or Z-shaped polygon (ZCP) in a case when inflection point is necessary, and for more flexible control two shape parameters are introduced. The representation of the modified Bezier curves is given in cited paper, and in Appendix A in [31].

The vertices composing a CT satisfy:

$$P_a - P_0 = c_1 (P_N - P_0), \quad P_b - P_{2N} = c_2 (P_N - P_{2N}), \quad 0 < c_1, c_2 < 1. \quad (1)$$

The vertices composing a ZCP satisfy:

$$P_a - P_0 = c_1 (P_N - P_0), \quad P_b - P_{2N+1} = c_2 (P_{N+1} - P_{2N+1}), \quad 0 < c_1, c_2 < 1. \quad (2)$$

Parameters (called shape parameters [11])  $c_1$  and  $c_2$  continuously change the shape of segmented Bezier curve inside the CT and ZCP. These shape parameters and the position of some controls nodes (master nodes, key nodes) can be assumed as design variables.

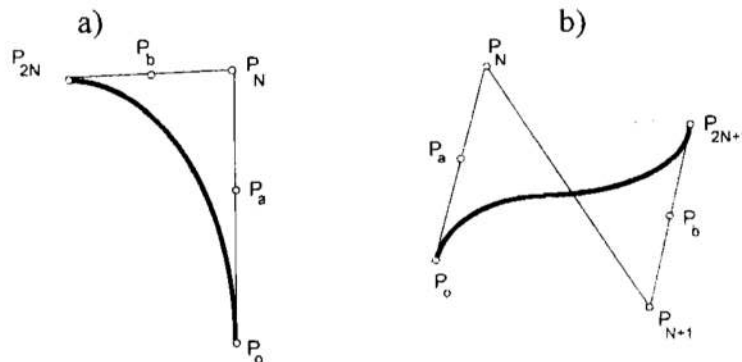


Fig. 4. Modified Bezier curves

### 3.3 Rational Bezier curves

A rational cubic Bezier curve segment is defined by [15]

$$P(t) = \frac{\sum_{i=0}^m P_i W_i B_{i,m}(t)}{\sum_{i=0}^m W_i B_{i,m}(t)}, \quad t \in [0,1]. \quad (3)$$

The  $W_i$  are termed weights of the Bezier (control) points  $P_i$ . The restriction  $W_i > 0$  ensures that the denominator in (3) is strictly positive for  $t \in [0,1]$  and  $P(t)$  will hence be free from singularities in this interval. Weights make a curve more flexible. A nonrational Bezier curve is thus a special case of a rational Bezier curve with all weights  $W_i = 1$ . It should be mentioned, that values of weights can be used as additional design variables.

### 4. Form finding of notches in plane stress problems

A shape optimization (form finding) problem of notches can be stated mathematically as one of minimizing a maximum effective (von Mises or tangential) stress  $\sigma_c$  on  $\Gamma$ , ie.:  $\min [\max \sigma_c]$  with the geometrical constraints:  $\Gamma \subset \Gamma^*$  (see Fig. 5) for a given load.  $\Gamma$  means unknown boundary, and  $\Gamma^*$  is a variation domain. This min-max problem, which is discontinuous and nondifferentiable is solved in this work by using a bound formulation [29,31,33]. This original min-max problem is converted to a simple min problem in terms of an unknown bound on the stresses, and can be written as:  $\min \sigma_{cmax}$  subject to the constraints  $\Gamma \subset \Gamma^*$  and to the additional constraints:  $\sigma_{c_j}(\mathbf{D}) - \sigma_{cmax} \leq 0$ ,  $j = 1, nc$ , where  $nc$  is the number of critical points,  $\mathbf{D} = [D_1, D_2, \dots, D_n]^T \in \{\mathbf{D}_l \leq \mathbf{D} \leq \mathbf{D}_u\} \subset \mathbb{R}^2$  is a vector of design variables,  $\mathbf{D}_l$  and  $\mathbf{D}_u$  are the lower and upper limits on  $\mathbf{D}$  respectively. To compute the stresses, the Fictitious Stress Method, indirect variant of the Boundary Element Method is used [31]

One method for reducing the static stress concentration is by introducing additional (defense) holes in the direction of loading on either side of the central hole. Further reduction of the stresses is possible with simultaneous shape optimization of both kind of holes.

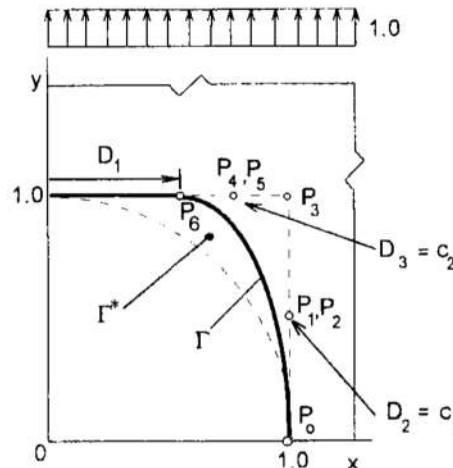


Fig. 5. Example of shape definition of the single notch (hole) in tensioned strip

The idea of this example comes from the paper [21]. The shape of holes has been determined by removing the material along boundaries of the holes with the help of photoelastic method. The geometry of the plate with central and two defense holes is:  $d/w = 0.222$ ,  $l/w = 0.274$ ,  $d_a/l = 0.68$ , where:  $d$  = diameter of central hole,  $d_a$  = diameter of defense holes,  $l$  = distance between centers of central and defense holes and  $w$  = plate width. The problem is symmetric about both coordinate axes, so only the quarter of the plate needs to be modelled. The modified Bezier's variant is used for the shape definition of the boundary of the holes: 3 design variables define the shape of the central hole, i.e. the shape parameters  $c_1$ ,  $c_2$  and the position of control point  $P_6$  (see Fig. 5), and, in a similar way, 3 design variables describe the shape of defense hole (local symmetry of the defense hole is assumed). Figure 6 shows the optimal design of the central and defense holes for: a - keeping  $d_a = 0.84$  (like in [21]), b -  $d_a = D_7$  is treated as design variable and c - photoelastic method (dashed line) [21]. Figure 7 shows the optimal stress distribution along the design boundaries for a and b, respectively. The 37.3% (a) and 39.7% (b) reduction in stresses in comparison with the single circular hole is obtained by the presented numerical approach. The 30% reduction in stresses is reported in [21].

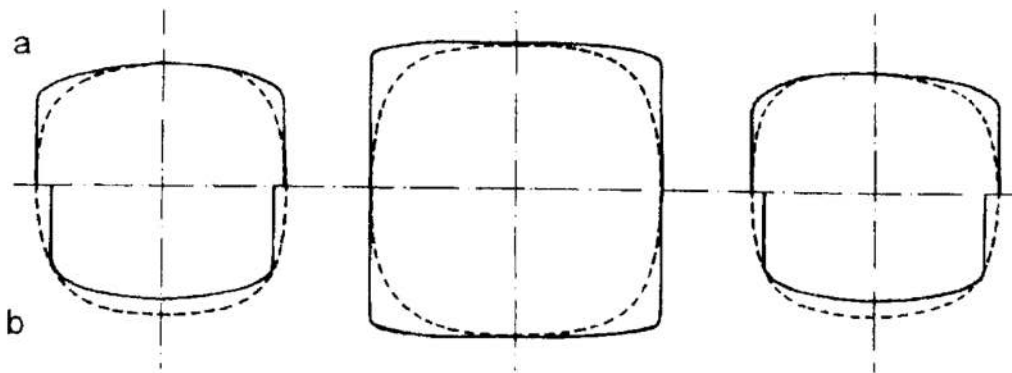


Fig. 6. Optimal contours for central and defense holes

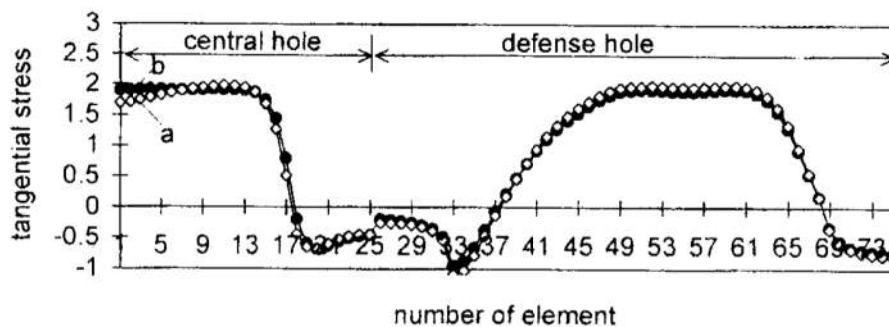


Fig. 7. Stress distribution along central and defense design boundaries

## 5. Optimal shape design of pressure vessel components

Pressure vessels are very important in shell structures, and the majority of them are axisymmetric. A liquid propane gas (LPG) tanks usually take a form of cylindrical axisymmetric shell with elliptical end closure, two or three radii end closure, axisymmetric ring or toroidal shell [32]. In the LPG tank, the discontinuities, for

instance, the cylinder-end closure intersection cause high local stresses, which consequently cause high stress concentration factors (SCF). To decrease the SCF, a possibility exists to minimize stress on inner and outer boundary of the tank by changing the shape of their middle surface. Analysis of the stress field is done by the Finite Element Method [32].

### 5.1 Optimum shape of UFO tank

The so called UFO tank (two end closures joint) subjected to a internal pressure  $p$  is considered. The objective is to find the shape of the end closure in the variation domain  $\Gamma^*$  (see Fig. 8) that minimizes the maximum of effective stress. The shape of the end closure is controlled through the position of the control node  $P_2 = D_1$ , and control node  $P_1 = D_2$  (standard Bezier curves). The control nodes are only allowed to move in the directions specified by the arrows.

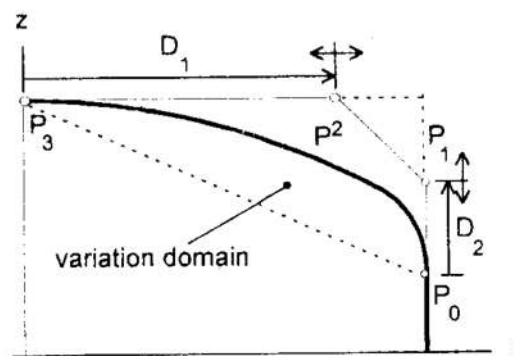


Fig. 8. Shape definition for tank end closure

Figure 9 shows the typical (two radii) UFO tank and the effective stress distribution on inner and outer surface. Optimal form of UFO tank, and the corresponding effective stress distributions are shown in Figure 10. It was assumed that optimized UFO tank has no small cylindrical part.

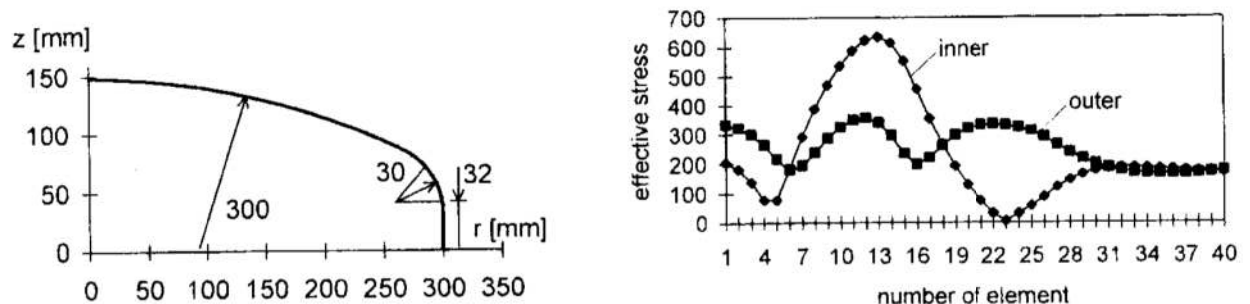


Fig. 9. UFO tank with small cylindrical part and with two radii end closure and effective stress distribution on inner and outer surface



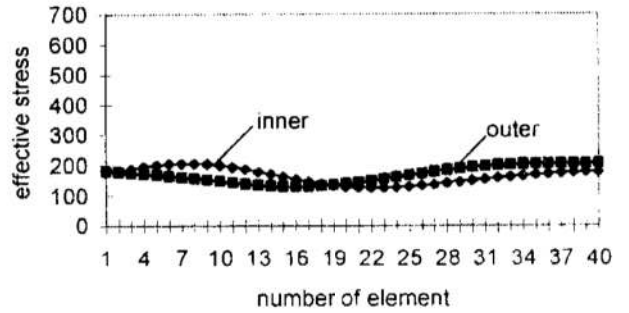
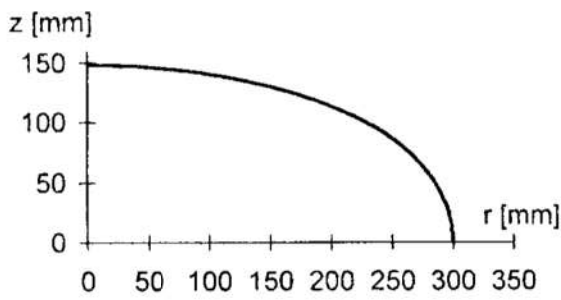


Fig. 10. Optimal shape of UFO tank without cylindrical part and stress distribution on inner and outer surface

### 5.2 Optimum shape of torus tank

Shape definition and the effective stress distribution on inner and outer surface for reference, circular shape are shown in Figure 11. Assymetry of the torus is allowed, so the 6 design variables control the torus shape. Figure 12 shows the optimum form of the torus tank and the effective stress distribution on inner and outer surface.

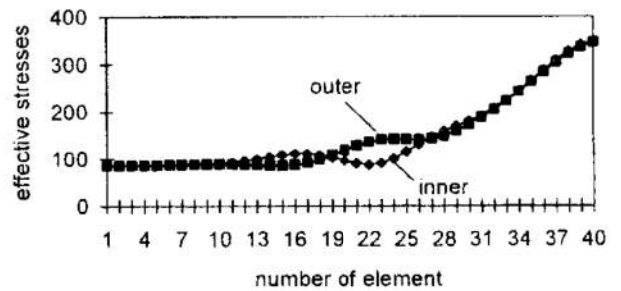
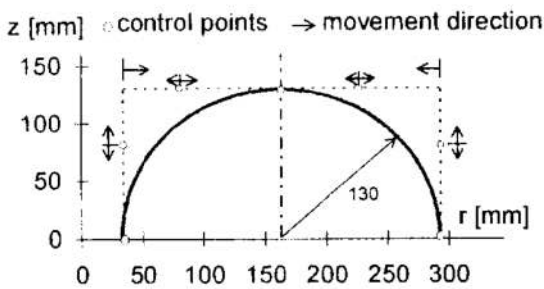


Fig. 11. Torus tank - shape definition and effective stress distribution on inner and outer surface for initial (reference) design

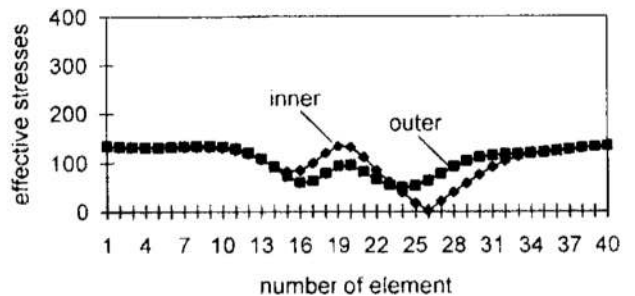
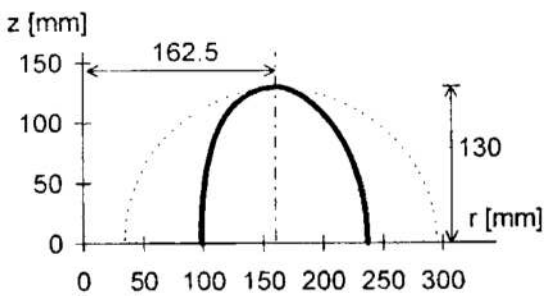


Fig. 12. Torus tank: - optimal shape (—), - reference shape (---), and the optimal effective stress distribution for the inner and outer surface, respectively

### Conclusions

This paper briefly reviews the different ways of modeling the shape of the boundary notch, paying attention to mathematical methods of computer graphics. The class of smooth Bezier curves is adopted for the shape definition of notches in 2D machine components, and in pressure vessels. Weights used as additional design variables do not

improve the optimal solution, but increase the number of iterations. The optimum shape after using Bezier's or other CAGD curves can be improved by using node coordinates as design variables, or by change of the thickness of the component. Even only one iteration with node coordinates can be needed to get more accurate optimum shape [9]. The several examples, only two of them are presented, show, that the algorithm that links: Bezier technique with the analysis of the stress field by BEM or FEM, helped by Sequential Linear Programming can be effectively adopted for solving notch shape optimization problems. The numerical examples show the significant reduction in stresses. The above idea can be expanded for stress minimization of 3D components. Then, the Bezier surface can define the shape of the notch, instead of Bezier curves.

## References

1. Barsky B.A.: *Computer Graphics and Geometric Modeling Using Beta-splines*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
2. Bennett J.A. and Botkin M.E.: *Structural shape optimization with geometric description and adaptive mesh refinement*. AIAA Jnl, 23, 458-464, 1985.
3. Braibant V. and Fleury C.: *Shape optimal design using B-splines*. Comput. Meths Appl. Mech. Engrg., 44, 247-267, 1984.
4. Chang K.-H. and Choi K.K.: *A geometry-based parametrization method for shape design of elastic solids*. Mech. Struct. Mach., 20, 215-252, 1992.
5. Dems K.: *Multiparameter structural shape optimization*. (in Polish) Scient. Bulletin of Łódź Tech. Univ., No. 29, 1980.
6. Ding Y.: *Compendium. Shape optimization of structures: a literature survey*. Comp. Struct., 24, 985-1004, 1986.
7. Espiga F., Gracia L. and Doblare M.: *Shape optimization of elastic homogeneous 2d bodies by the boundary element method*. Comput. Struct., 33, 1233-1241, 1989.
8. Esping B.J.D.: *A CAD approach to the minimum weight design problem*. Int. J. Num. Meth. Engrg., 21, 1049 -1066, 1985.
9. Fanni M., Grunwald J. and Schnack E.: *Shape optimization of dynamically loaded machine parts*. Int. J. Pres. Ves. Piping, 59, 281-298, 1994.
10. Haftka R.T. and Grandhi R.V.: *Structural shape optimization - A survey*. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 57, 91-106, 1986.
11. Harada K., Kaneda K. and Nakame E.: *A further investigations of segmented Bezier interpolants*. CAD, 16, 186-190, 1984.
12. Hsu Y.-L.: *A review of structural shape optimization*. Computers in Industry, 26, 3-13, 1994.
13. Kodiyalam S.: *Structural shape optimization*. In: Kodiyalam S. and Saxena M. (eds): *Geometry and Optimization Techniques for Structural Design*, CMP Publications, 1994.
14. Korycki R.: *Multiparameter shape optimal design of disks*. Struct. Optim., 9, 25-32, 1995.
15. Kouch J.S. and Chau S.W.: *Computer-aided geometric design and panel generation for hull forms based on rational cubic Bezier curves*. CAGD, 10, 537-549, 1993.
16. Middleton J.: *Optimal design of torispherical pressure vessel end closures*. Engrg Opt., 4, 129-138, 1979.
17. Moghaddasi-Tafreshi A. and Fenner R.T.: *Design optimization using boundary element method*. Jnl Strain Anal. Des., 26, 231-241, 1991.
18. Pedersen P. and Hammer V.B.: *On global design description for orientational strength optimization*. DCAMM Report No. 481, Tech. Univ. Denmark, 1994.
19. Queau J.P. and Trompette Ph.: *Two-dimensional shape optimal design by the finite element method*. Int. Jnl Num. Meth. Engrg., 15, 1603-1612, 1980.
20. Rogers D.F. and Adams J.A.: *Mathematical Elements for Computer Graphics*. McGraw-Hill, New York, 1990.

21. Rajaijah K. and Naik N.K.: *Hole shape optimization in a finite plate in the presence of auxiliary holes*. Exp. Mech., June, 157-161, 1984.
22. Rajan S.D. and Belegundu A.D.: *Shape optimal design using fictitious loads*. AJAA Jnl. 27, 102-107, 1986.
23. Schnack E. and Spörl U.: *A mechanical dynamic programming algorithm for structure optimization*. Int. Jnl Num. Meth. Engrg, 23, 1985-2004, 1986.
24. Schramm U. and Pilkey W.D.: *Optimal shape design for thin-walled beam cross-sections*. Int. Jnl Num. Meth. Engrg, 37, 4039-4058, 1994.
25. Shyy Y.K., Fleury C. and Izadpanah K.: *Shape optimal design using higher-order elements*. Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg, 71, 99-116, 1988.
26. Taylor J.E.: *Anomalies arising in analysis and computational procedures for the prediction of optimal shape*. In: Bennett J.A. and Botkin M.E (eds): *The Optimum Shape - Automated Structural Design*. 353-363, 1986.
27. Weck M. and Steinke P.: *An efficient technique in shape optimization*. J. Struct. Mech., 11, 433-449, 1983-84.
28. Weck M. and Büßenschütt A.: *Application of basic shape concept to practical shape optimization problems*. In: *Hard-cover Proc. of the First World Cong. of Struct. and Multidiscipl. Optimiz.* Goslar, Germany, May 28 - June 2, 1995, Pergamon, 315-322, 1995.
29. Wilczyński B.: *Optimum hole shapes in plates modelled by boundary elements*. In: *Proc. Fifth National Congress on Theoretical and Applied Mechanics*. Varna, Bulgarian, Sept. 23-29, 26-31, 1985
30. Wilczyński B.: *Shape optimization of axisymmetric shells*. (in Polish) In: *Proc. VIII Conf. Comput. Meth. in Mech. of Struct.*, Jadwisin, Vol. 2, 435-442, 1987.
31. Wilczyński B.: *Multi-disciplinary shape optimization of notches in 2-D machine and structural components*. Computer Assisted Mech. and Engrg Sci., (accepted), 1996.
32. Wilczyński B.: *Optimal shape design of LPG tanks*. In: *Proc. XXXV Symp. Modeling in Mechanics*. Feb. 13-17, Gliwice-Wisła, Vol. 2, 239-244, 1996.
33. Xu Ch. and Yy M.: *Shape optimization of structures to minimize stress concentration*. Comput. Struct., 36, 491-496, 1990.
34. Yamaguchi F.: *Curves and Surfaces in Computer Aided Geometric Design*, Springer, shape optimization problems. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
35. Yang R.J., Lee A. and McGeen D.T.: *Application of basic function concept to practical shape optimization problems*. Struct. Optim., 5, 55-63, 1992.
36. Zhang W.-H., Beckers P. and Fleury C.: *A unified parametric design approach to structural shape optimization*. Int. Jnl Num. Meth. Engrg, 38, 2283-2292, 1995.
37. Zienkiewicz O.C. and Campbell J.S.: *Shape optimization and sequential linear programming*. In: Gallagher R.H. and Zienkiewicz O.C. (eds): *Optimum Structural Design*. John Wiley, New York, 109-126, 1973.
38. Zumwalt K.W. and El-Sayed M.: *Structural shape optimization using  $\beta$ -splines*. In: Herskovits J. (ed.): *Structural Optimization 93*. Proc. the World Cong. on Optimal Design of Structural Systems, Vol. I, 83-90, 1993.

## **GEOMETRYCZNE MODELOWANIE KSZTAŁTU KARBÓW W ZAGADNIENIACH OPTYMALIZACJI KSZTAŁTU KONSTRUKCJI**

### **Streszczenie**

Modelowanie kształtu karbu jest ważnym składnikiem algorytmu optymalizacji kształtu karbu ze względu na naprężenia maksymalne. W artykule do opisu kształtu karbów w dwuwymiarowych elementach maszyn lub konstrukcji proponuje się klasę gładkich krzywych Beziera. Opracowaną procedurę optymalizacji zastosowano do minimalizacji naprężeń zastępczych wokół otworów w tarczach, oraz do redukcji naprężeń zastępczych na brzegu wewnętrznym i zewnętrznym w dnach zbiorników ciśnieniowych (powłoki osiowo-symetryczne). Efektem jest znaczne obniżenie piku naprężeń.

## DWUKRYTERIALNA OPTIMALIZACJA PROCESU TESTOWANIA PROGRAMU

### 1. Wprowadzenie

Podstawowym celem testowania programu jest wykrycie maksymalnej liczby błędów projektowo-implementacyjnych, popełnionych na wcześniejszych etapach jego wytwarzania, przy czym za błąd uważa się każdy defekt w ciele programu, który powoduje, że dla określonego zestawu danych wejściowych program daje wyniki różne od oczekiwanych (określonych w specyfikacji wymagań).

Etap testowania, stwarzając duże możliwości weryfikacji i kształtowania niezawodności oprogramowania, istotnie podraża jednak koszt jego wytwarzania. Efektywność prac związanych z testowaniem, wyrażająca się wzajemną zależnością poziomu niezawodności produktu programowego i kosztu jego testowania, silnie zależy od przyjętej strategii testowania, określającej organizację i zakres wykonywanych prac. W opisywanej sytuacji zachodzi zatem potrzeba określenia warunków kompromisu w zakresie stawianych przed oprogramowaniem wymagań niezawodnościowo-kosztowych. Praktyczne znalezienie wspomnianego kompromisu może być znacznie ułatwione w przypadku, gdy istnieją możliwości formalnej oceny poziomu niezawodności oprogramowania i kosztu jego testowania za pomocą odpowiednich wskaźników.

W referacie przedstawia się propozycje wskaźników umożliwiających ocenę wpływu procesu testowania programu na poziom jego niezawodności oraz koszt tego procesu. Wymienione wskaźniki wykorzystywane są w dalszej części referatu jako kryteria składowe zadania dwukryterialnej optymalizacji strategii testowania programu.

### 2. Opis procesu testowania programu

Testowany program charakteryzowany będzie za pomocą grafu skierowanego  $G$ , określonego następująco:

$$G = (I, U),$$

gdzie:

$I$  - zbiór wierzchołków grafu odpowiadający zbiorowi numerów modułów testowanego programu:

$$I = \{1, 2, \dots, i, \dots, I\},$$

---

\*Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Kaliskiego 2, 01-489 Warszawa,  
E-Mail: worwa@jantar.ias.wat.waw.pl

$U \subset I \times I$  - zbiór par uporządkowanych  $(i, j) \in I \times I$ , przy czym para  $(i, j) \in U$ , jeżeli po wykonaniu się  $i$ -tego modułu (w trakcie wykonywania się programu) jako następny może być wykonywany  $j$ -ty moduł.

Bez zmniejszenia ogólności można założyć, że rozpatrywany program ma jeden moduł wejściowy i jeden moduł wyjściowy o numerach  $i_{WE}$ ,  $i_{WY}$  odpowiednio,  $i_{WE}, i_{WY} \in I$ .

W grafie programu  $G$  można wyróżnić pewien zbiór dróg łączących wierzchołek początkowy  $i_{WE}$  z wierzchołkiem końcowym  $i_{WY}$ , przy czym termin „droga” rozumiany jest jak w teorii grafów i sieci. Z uwagi na to, że rozpatrywany graf  $G$  jest grafem skierowanym każda droga łącząca wierzchołki  $i_{WE}$ ,  $i_{WY}$  może być jednoznacznie określona poprzez podanie numerów wierzchołków, przez które „przechodzi”. Każda taka droga, dla której ponadto istnieje co najmniej jeden zestaw danych wejściowych programu, który ją uaktywnia nazywana będzie drogą logiczną, przy czym uaktywnienie określonej drogi logicznej oznacza kolejne wykonywanie się modułów wchodzących w jej skład.

Niech  $Q$  oznacza zbiór numerów wszystkich dróg logicznych testowanego programu:

$$Q = \{1, 2, \dots, q, \dots, Q\}.$$

Niech  $I_q$  oznacza zbiór numerów  $q$ -tej drogi logicznej:

$$I_q = \{i_{q,1}, i_{q,2}, \dots, i_{q,k}, \dots, i_{q,lq}\}, \quad q \in Q,$$

gdzie:

$i_{q,k}$  - numer  $k$ -tego modułu  $q$ -tej drogi logicznej (w kolejności wykonywania się modułów wchodzących w jej skład),

$I_q$  - liczba modułów tworzących  $q$ -tą drogę logiczną.

Niech  $d$  oznacza wektor prawdopodobieństw uaktywnienia poszczególnych dróg logicznych testowanego programu przez pojedynczy zestaw danych wejściowych:

$$d = (d_1, d_2, \dots, d_q, \dots, d_Q),$$

gdzie  $d_q$  oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że pojedynczy zestaw danych wejściowych programu uaktywni  $q$ -tą drogę logiczną,  $d_q > 0$ .

Przebieg prac składających się na etap testowania programu zależy od przyjętego schematu procesu testowania. Schemat ten określa w szczególności organizację procesu testowania oraz przebieg prac związanych z jego realizacją.

W dalszych rozważaniach przyjmuje się, że zestawy danych testowych wykorzystywanych w procesie testowania poszczególnych modułów składowych programu są generowane w oparciu o procedurę losowania bez zwracania. Dla uproszczenia rozważań przyjmuje się także, że jeden zestaw danych testowych wejściowych modułu może wykryć co najwyżej jeden błąd.

Przyjmuje się, że testowanie rozpatrywanego programu polega na niezależnym testowaniu jego modułów składowych, oraz że testowanie  $i$ -tego modułu,  $i \in I$ , składa się z tzw. cykli, każdy z których obejmuje:

- testowe uruchomienie modułu dla jednego zestawu danych wejściowych,
- ocenę uzyskanych rezultatów oraz lokalizację i usunięcie ewentualnie wykrytych błędów.

Przyjęta organizacja procesu testowania programu odpowiada występującemu w praktyce etapowi tzw. autonomicznego testowania modułów składowych programu, po którym następuje zwykle etap tzw. integracyjnego testowania programu [5].

Z uwagi na przyjęty schemat testowania strategię testowania programu  $L$  można określić następująco:

$$L = (L_1, L_2, \dots, L_i, \dots, L_l),$$

gdzie  $L_i$  oznacza liczbę cykli procesu testowania  $i$ -tego modułu,  $i \in I$ .

### 3. Wskaźnik niezawodności programu

Dla oceny wpływu testowania programu według strategii  $L$  na poziom jego niezawodności szczegółowo przeanalizowany zostanie proces testowania  $i$ -tego modułu,  $i \in I$ .

Niech  $N_i(L_i)$  oznacza liczbę błędów, wykrycie których jest spodziewane w procesie testowania  $i$ -tego modułu, realizowanego dla  $L_i$  cykli testowania, przy czym:

$$N_i(L_i) = \sum_{l=1}^{L_i} N_{i,l}, \quad (1)$$

gdzie  $N_{i,l}$  oznacza liczbę błędów wykrytych w  $l$ -tym cyklu procesu testowania  $i$ -tego modułu,  $N_{i,l} \geq 0$ .

Uwzględniając przyjęty schemat testowania rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $N_i(L_i)$  można określić następująco:

$$P\{N_i(L_i) = n\} = \sum_{n_1+n_2+\dots+n_{L_i}=n} P\{N_{i,1} = n_1, N_{i,2} = n_2, \dots, N_{i,L_i} = n_{L_i}\}, \quad (2)$$

gdzie  $P\{N_{i,1} = n_1, N_{i,2} = n_2, \dots, N_{i,L_i} = n_{L_i}\}$  określa łączny rozkład prawdopodobieństwa  $L_i$  wymiarowej zmiennej losowej  $(N_{i,1}, N_{i,2}, \dots, N_{i,L_i})$ .

Niech  $r_i(L_i)$  oznacza wskaźnik niezawodności  $i$ -tego modułu po wykonaniu  $L_i$  cykli procesu jego testowania.

W dalszych rozważaniach wskaźnik  $r_i(L_i)$  rozumiany będzie jako prawdopodobieństwo poprawnego, tj. bezbłędnego wykonania się modułu dla jednego, dowolnego zestawu jego danych wejściowych.

Usunięcie z testowanego modułu pewnej liczby błędów powoduje określony przyrost wartości wskaźnika jego niezawodności. Oznacza to, że zachodzi:

$$r_i(L_i) \Big|_{N_i(L_i)=n} = r_i + \Delta r_i(n), \quad (3)$$

gdzie:

$r_i$  - wartość wskaźnika niezawodności  $i$ -tego modułu przed rozpoczęciem procesu jego testowania,

$\Delta r_i(n)$  - przyrost wartości wskaźnika niezawodności  $i$ -tego modułu w wyniku wykrycia i usunięcia z niego  $n$  błędów.

Na podstawie przesłanek literaturowych [1,4,6,7] przyjmuje się, że przyrost  $\Delta r_i(n)$  ma postać:

$$\Delta r_i(n) = (1 - r_i)(1 - e^{-\alpha_i n}), \quad (4)$$

gdzie  $\alpha_i$  jest parametrem charakteryzującym podatność  $i$ -tego modułu na wzrost niezawodności, zależną m.in. od jego złożoności.

Zakładając pesymistycznie, że każdy wykorzystywany w procesie testowania  $i$ -tego modułu, zestaw danych testowych (test) może wykryć co najwyżej jeden błąd oraz wykorzystując przyjęty schemat testowania, wskaźnik niezawodności  $i$ -tego modułu  $r_i(L_i)$  może być określony w sposób następujący [ 8 ]:

$$r_i(L_i) = \sum_{n=0}^{L_i} r_i(L_i) \Big|_{N_i(L_i)=n} P\{N_i(L_i) = n\}, \quad (5)$$

czyli po uwzględnieniu zależności (3) i (4) :

$$r_i(L_i) = \sum_{n=0}^{L_i} [1 - (1 - r_i)e^{-\alpha_i n}] P\{N_i(L_i) = n\}. \quad (6)$$

Z uwagi na przyjęty schemat testowania prawdopodobieństwo  $P\{N_i(L_i) = n\}$ , określone zależnością (2), może być przedstawione w postaci:

$$P\{N_i(L_i) = n\} = \sum_{n_1+n_2+\dots+n_{L_i}=n} \prod_{l=1}^{L_i} A_{n_l}^i, \quad n_l \in \{0, 1\}, \quad n = \overline{0, L_i}, \quad (7)$$

gdzie

$$A_{n_l}^i = [e^{-\alpha_i \sum_{k=1}^{l-1} n_k} (1 - r_i)]^{n_l} \cdot [1 - e^{-\alpha_i \sum_{k=1}^{l-1} n_k} (1 - r_i)]^{1-n_l}. \quad (8)$$

Po przekształceniu otrzymuje się [6]:

$$r_i(L_i) = 1 - (1 - r_i)A^i(L_i), \quad (9)$$

gdzie

$$A^i(L_i) = \sum_{n_1=0}^1 \sum_{n_2=0}^1 \dots \sum_{n_{L_i}=0}^1 e^{-\alpha_i \sum_{m=1}^{L_i} n_m} \prod_{l=1}^{L_i} A_{n_l}^i. \quad (10)$$

Wykorzystując uzyskany wskaźnik niezawodności  $i$ -tego modułu,  $i \in I$ , można skonstruować wskaźnik niezawodności programu [ 8 ]:

$$r(L) = \sum_{q \in Q} d_q \prod_{i \in I_q} r_i(L_i), \quad (11)$$

gdzie  $r_i(L_i)$  oznacza wskaźnik niezawodności  $i$ -tego modułu, określony zależnością (9).

#### 4. Koszt procesu testowania programu

Niech  $C(L)$  oznacza koszt procesu testowania rozpatrywanego programu, realizowanego wg strategii  $L$ . Koszt ten, będący sumą kosztów testowania modułów składowych programu, można określić następująco:

$$C(L) = \sum_{i \in I} [C_T^i(L_i) + C_E^i(L_i)] , \quad (12)$$

gdzie:

$C_T^i(L_i)$  - średni koszt przygotowania zbioru testów, wykorzystywanych w procesie testowania  $i$ -tego modułu, realizowanego w  $L_i$  cyklach:

$$C_T^i(L_i) = L_i C_T^i , \quad (13)$$

gdzie  $C_T^i$  jest średnim kosztem przygotowania i uruchomienia jednego zestawu danych wejściowych (testu)  $i$ -tego modułu,

$C_E^i(L_i)$  - średni koszt lokalizacji i usunięcia błędów wykrytych w trakcie procesu testowania  $i$ -tego modułu, realizowanego w  $L_i$  cyklach:

$$C_E^i(L_i) = C_E^i E[N_i(L_i)] , \quad (14)$$

gdzie  $C_E^i$  jest średnim kosztem lokalizacji i usunięcia błędu, natomiast

$E[N_i(L_i)]$  oznacza wartość oczekiwaną liczby błędów, wykrycie których jest spodziewane w procesie testowania  $i$ -tego modułu.

Wartość oczekiwana  $E[N_i(L_i)]$  może być określona w następujący sposób:

$$E[N_i(L_i)] = \sum_{n=0}^{L_i} n P\{N_i(L_i) = n\} . \quad (15)$$

Uwzględniając zależność (7) otrzymuje się:

$$E[N_i(L_i)] = \sum_{n_1=0}^1 \sum_{n_2=0}^1 \dots \sum_{n_{L_i}=0}^1 \sum_{k=1}^{L_i} n_k \prod_{l=1}^{L_i} A_{n_l}^i , \quad (16)$$



Po uwzględnieniu zależności (13), (14) i (16) wyrażenie określające koszt procesu testowania programu, realizowanego według strategii  $L$ , przyjmuje następującą postać:

$$C(L) = \sum_{l \in I} [L_l C_T^l + (1-r_l) C_E^l] \sum_{n_1=0}^l \sum_{n_2=0}^l \dots \sum_{n_{l_1}=0}^l \sum_{k=1}^{L_l} n_k \prod_{l=1}^{L_l} A_{n_l}^l . \quad (17)$$

## 5. Sformułowanie zadania dwukryterialnej optymalizacji strategii testowania programu

Uwzględniając realia praktyki produkcji oprogramowania można stwierdzić, że realizacja procesu testowania rozpatrywanego programu według przyjętej strategii  $L$  przebiegać będzie w warunkach działania następujących ograniczeń:

$$\begin{aligned} r(L) &\geq r_{min} , \\ C(L) &\leq C_{max} , \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie wartości  $r_{min}$ ,  $C_{max}$  oznaczają odpowiednio minimalny, dopuszczalny poziom niezawodności testowanego programu i maksymalny, dopuszczalny poziom kosztu ponoszonego z tytułu testowania.

W oparciu o wprowadzone oznaczenia oraz uzyskane zależności sformułować można następujące dwukryterialne zadanie optymalizacji strategii testowania programu:

$$(L, F, \phi) , \quad (19)$$

gdzie:

$L$  - zbiór rozwiązań (strategii) dopuszczalnych, określony następująco:

$$L = \{ L = (L_1, L_2, \dots, L_n, \dots, L_l) : L_l \geq 0 \text{ i spełnione są ograniczenia (18)} \},$$

$F$  - wskaźnik jakości rozwiązania postaci:

$$F(L) = (r(L), C(L)),$$

przy czym wielkości  $r(L)$ ,  $C(L)$  są określone zależnościami (11) i (17) odpowiednio,

$\phi$  - relacja dominowania określona następująco:

$$\phi = (y_1, y_2) \in Y \times Y : y_1^1 \geq y_2^1, y_1^2 \leq y_2^2 ,$$

$$y_1 = (y_1^1, y_1^2), y_2 = (y_2^1, y_2^2),$$

gdzie  $Y$  jest tzw. przestrzenią kryterialną, określoną następująco:

$$Y = \{ y = (r(L), C(L)) : L \in L \}.$$

Zadanie (19) jest nieliniowym, całkowito-liczbowym zadaniem optymalizacji dwukryterialnej. Jego rozwiązanie może być wyznaczone zgodnie z ogólnie przyjętą metodyką rozwiązywania zadań polioptymalizacji.

## 6. Uwagi końcowe

W przedstawionych rozważaniach skoncentrowano się na wybranych aspektach określania strategii testowania poszczególnych modułów składowych programu. Ograniczając się do problemu oceny wpływu liczby zestawów danych testowych na niezawodność modułów pominięto zagadnienie ich szczegółowego doboru. Podejście takie jest uzasadnione w przypadku, gdy z uwagi na specyfikę modułów, kolejne zestawy danych testowych mogą być losowane (bez zwracania) spośród zbioru wszystkich możliwych zestawów danych poszczególnych modułów.

Metoda tworzenia zbioru danych testowych w oparciu o losowanie jest bardzo powszechnie stosowana w praktyce testowania. Wynika to przede wszystkim z jej prostoty (nie wymaga np. bardzo pracochłonnej analizy struktury logicznej testowanego programu), bezpośrednią konsekwencją której jest niski koszt realizacji procesu testowania oraz duża podatność na jego automatyzację. Drugą, przesądzającą o szerokim praktycznym wykorzystaniu, cechą metody losowej jest jej duża skuteczność, mierzona liczbą wykrytych w procesie testowania błędów. Badania, prowadzone w celu porównania efektywności najczęściej wykorzystywanych w praktyce metod testowania, wykazały, że dla szerokiej klasy programów testowanie oparte na losowej generacji danych testowych jest bardziej efektywne od pozostałych metod, przy czym szczególnie dobre wyniki daje losowe generowanie danych testowych w oparciu o rozkład prawdopodobieństwa określony przez tzw. profil operacyjny testowanego programu (tj. rozkład obserwowany w rzeczywistych warunkach pracy programu). Opis wyników wspomnianych badań, potwierdzających wysoką efektywność metod losowych, przyjmując za miarę efektywności testowania jego koszt oraz liczbę wykrytych błędów, można znaleźć w [2, 3].

Analizę wpływu testowania modułu na jego niezawodność przeprowadzono przy założeniu, że w ramach jego jednego wykonania się może zostać wykryty co najwyżej jeden błąd. Z uwagi na to, że w rzeczywistości liczba wykrywanych w ten sposób błędów może być większa, zależności określające przyrosty niezawodności poszczególnych modułów dają oszacowania pesymistyczne.

Przedstawiony model matematyczny procesu testowania programu może być przydatny w pracach mających na celu badanie efektywności testowania oprogramowania, formułowanie zadań optymalizacyjnych z zakresu planowania i organizacji testowania itp.

## Literatura

1. Csenki A.: Bayes predictive analysis of a fundamental software reliability model. IEEE Transactions on Software Engineering. Vol.39, No. 2, 1990.

2. Currit P.A., Dyer M., Mills H.D.: Certifying the Reliability of Software. IEEE Transactions on Software Engineering. Vol. SE-12, No.1, 1986.
3. Duran J.W., Ntafos S.C.: An Evaluation of Random Testing. IEEE Transactions on Software Engineering. Vol. SE-10, No.4, 1984.
4. Musa J.D., Iannino A., Okumoto K.: Software Reliability. Measurement, Prediction, Application. McGraw-Hill, Inc., 1987.
5. Myers G.J.: The Art of Software Testing. A Wiley-Interscience Publication. New York, 1979.
6. Thayer T.A., Lipov M., Nelson E.C.: Software reliability. North-Holland Publishing Company. Amsterdam, 1978.
7. Trachtenberg M.: A general theory of software reliability modeling. IEEE Transactions on Software Engineering. Vol.39, No. 1, 1990.
8. Worwa K.: Ocena przewidywanego poziomu niezawodności programu. Postępy Cybernetyki. Zeszyt 1-2, 1993.
9. Worwa K.: Estimation of a Number of Errors Encountered During Program Testing for Some Testing Scheme. Proceedings of the II Conference on "Real-Time-Systems". Szklarska Poręba, September 20-23, 1995.

### **Streszczenie**

Przedstawiono metodę określania strategii testowania programu, wykorzystywanej w procesie jego testowania. W oparciu o przyjęty schemat procesu testowania wprowadzone zostały zależności, umożliwiające określenie wskaźnika niezawodności i kosztu procesu testowania programu, realizowanego według określonej strategii. Na bazie otrzymanych zależności formułowane jest dwukryterialne zadanie optymalizacji strategii testowania programu, z wymienionymi wskaźnikami jako kryteriami składowymi.

### **BICRITERIAL OPTIMIZATION OF THE PROGRAM TESTING PROCESS**

#### **Summary**

An approach for determining a program testing strategy is described in the paper. Following the testing scheme which was assumed the expressions for program reliability coefficient and cost of program testing are constructed. On the basis of results that were obtained the bicriterial optimization problem of the program testing strategy with both program reliability coefficient and program testing cost as component criteria is formulated.