



POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA  
WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ  
ŚRODOWISKA I GEODEZJI



KATEDRA KONSTRUKCJI METALOWYCH

MGR INŻ. RENATA PIGOŃ

**Wybrane zagadnienia analizy masztów  
z uwzględnieniem sprężysto-plastycznych  
właściwości odciągów**

Selected problems of the masts analysis taking into account  
the elasto-plastic guys properties

**Rozprawa Doktorska**

Promotor:

Dr hab. inż. Monika Matuszkiewicz, prof. PK

Koszalin 2022

*Pragnę złożyć szczególne wyrazy wdzięczności mojemu Promotorowi,  
Pani prof. dr hab. inż. Monice Matuszkiewicz  
za opiekę naukową, zaangażowanie  
oraz wszechstronną pomoc w trakcie realizacji pracy.*

*Niniejszą pracę dedykuję moim najbliższym,  
a w szczególności moim Rodzicom i mężowi.  
Kieruję do Was szczególne podziękowania  
za wyrozumiałość, cierpliwość i nieustanną motywację.*

## Spis treści

Wykaz podstawowych symboli i oznaczeń.....	6
1. WPROWADZENIE.....	14
1.1. Charakterystyka konstrukcji masztowych.....	14
1.2. Obciążenia masztów.....	28
1.2.1. Obciążenia stałe.....	29
1.2.2. Obciążenia zmienne.....	31
1.2.2.1. Obciążenie wiatrem.....	31
1.2.2.2. Obciążenie oblodzeniem.....	44
1.2.2.3. Obciążenie temperaturą.....	53
1.2.3. Obciążenia wyjątkowe.....	54
1.2.3.1. Zerwanie odciagu.....	55
1.2.3.2. Osiadanie fundamentów.....	58
1.2.4. Kombinacje obciążeń.....	59
1.3. Aktualny stan wiedzy dotyczący obliczeń masztów z odciągami.....	62
1.4. Przedmiot, cel, zakres i teza pracy doktorskiej.....	79
1.4.1. Przedmiot rozprawy.....	79
1.4.2. Cel, zakres i teza rozprawy.....	80
2. ODCIĄGI MASZTÓW.....	83
2.1. Rodzaje odciągów.....	83
2.2. Materiały do produkcji lin odciągowych.....	86
2.2.1. Druty stalowe.....	86
2.2.2. Rdzenie lin stalowych.....	87
2.3. Właściwości mechaniczne odciągów.....	88
2.3.1. Wytrzymałość na rozciąganie drutów na liny.....	88
2.3.2. Zależność $\sigma - \varepsilon$ dla lin.....	90
2.3.3. Moduł sprężystości liny.....	92
2.4. Zabezpieczenia antykorozyjne lin.....	95
2.5. Wymiarowanie.....	96
2.6. Zakotwienia ciągów.....	98
2.7. Równanie ciągu.....	101
2.7.1. Ścisłe równanie odciagu.....	102
2.7.2. Przybliżone równanie odciagu.....	104
3. BADANIA DOŚWIADCZALNE LIN.....	109
3.1. Charakterystyka badanych lin.....	109
3.2. Opis systemu zakotwienia lin.....	110

3.3. Opis przeprowadzonych badań.....	116
3.4. Wyniki badań.....	122
3.5. Określenie zależności $\sigma - \varepsilon$ liny na podstawie badań .....	127
3.6. Badania doświadczalne liny wielozwitej 6x19.....	128
4. ZASADY OBLICZANIA MASZTÓW .....	132
4.1. Modele obliczeniowe odciągów.....	132
4.2. Modele obliczeniowe trzonu masztu.....	132
4.2.1. Model zastępczy o trzonie belkowym.....	133
4.2.1.1. Siły wewnętrzne w elementach trzonu masztu .....	135
4.2.1.2. Drugorzędne siły wewnętrzne w trzonie masztu .....	138
4.2.2. Modele dokładne trzonu masztu .....	140
4.3. Zastosowanie MES do analizy masztów z odciągami .....	141
4.3.1. Macierze sztywności elementów belkowych trzonu masztu .....	142
4.3.2. Macierze sztywności elementów ciągnowych.....	146
4.4. Metody rozwiązywania konstrukcji w zakresie nieliniowym.....	148
4.4.1. Metoda odcinkowo-liniowa .....	149
4.4.2. Metoda przyrostowa.....	150
4.4.3. Metoda kolejnych przybliżeń.....	152
4.4.4. Metoda Newtona-Raphsona.....	153
4.4.5. Metoda mieszana .....	155
4.5. Zastosowanie programu SOFiSTiK w analizie nieliniowej konstrukcji masztowej ..	156
5. PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ.....	158
5.1. Wybrane przykłady testowe obliczeń pojedynczego ciągu.....	158
5.1.1. Pojedyncze ciągnie o cięciwie poziomej w zakresie sprężysto-plastycznym....	158
5.1.2. Pojedyncze ciągnie o cięciwie ukośnej w zakresie sprężysto-plastycznym .....	162
5.2. Wybrana analiza porównawcza w zakresie liniowo-sprężystym masztu stalowego wysokości 260 m z użyciem uproszczonego i dokładnego modelu obliczeniowego .....	166
5.3. Analiza porównawcza masztu rurowego o odciągach z lin wielozwitych 6x19 i jednozwitych 1x37 w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym.....	173
5.4. Analiza porównawcza obliczeń masztu kratowego wysokości 200 m w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym .....	179
5.5. Porównanie pracy statycznej masztu kratownicowego wysokości 190 m z użyciem zastępczego i dokładnego modelu obliczeniowego masztu w zakresie liniowo- sprężystym i niesprężystym .....	185
5.6. Wpływ sił wstępnego napięcia odciągów na pracę statyczną masztu wysokości 140 m w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym, z wykorzystaniem różnych konstrukcji lin .....	194



6. UWAGI KOŃCOWE .....	202
6.1. Podsumowanie i wnioski .....	202
6.2. Nowe elementy pracy .....	204
6.3. Kierunki dalszych prac .....	205
LITERATURA .....	206
Załączniki (płyta CD) .....	219
Spis rysunków .....	220
Spis tablic .....	225
STRESZCZENIE .....	228
SUMMARY .....	230

## Wykaz podstawowych symboli i oznaczeń

### Duże litery łacińskie

$A$	– pole powierzchni, punkt mocowania cięgna, wydłużenie procentowe przy rozerwaniu, pole przekroju poprzecznego krawężnika
$A_k$	– pole przekroju poprzecznego krzyżulca
$A_m$	– pole przekroju części metalicznej
$A_{ref}$	– pole powierzchni odniesienia
$A_S$	– całkowite pole powierzchni sekcji nawietrznej trzonu
$A_s$	– pole przekroju poprzecznego słupka
$A_z$	– pole powierzchni czynnej przy ścinaniu trzonu masztu
$A_l$	– pole przekroju poprzecznego pojedynczego krawężnika
$C$	– nominalny współczynnik przekroju metalowego
$C_e(z)$	– współczynnik ekspozycji
$C_{f,G}(z)$	– współczynnik siły oddziaływania wiatru na odciąg
$C_x$	– współczynnik aerodynamiczny
$D$	– średnica okręgu, średnica przyrośniętego oblodzenia
$D_0$	– średnia szerokość ściany masztu
$E$	– moduł sprężystości podłużnej Younga
$EA$	– sztywność podłużna elementu (na ściskanie lub rozciąganie)
$EI$	– sztywność giętna elementu
$E_m$	– moduł sprężystości trzonu masztu
$E_s$	– sieczny współczynnik sprężystości liny
$E_t$	– styczny współczynnik sprężystości liny
$F$	– siła obciążająca linę
$F(z)$	– pole powierzchni nawietrznej trzonu masztu
$F_{Ed}$	– wartość obliczeniowa siły osiowej w elemencie
$F_{GW}(z)$	– średnie obciążenie wiatrem na odciąg
$F_{h,dyn}$	– zastępcza siła statyczna
$F_{h,st}$	– zewnętrzna siła pozioma

$F_{min}$	– minimalna siła zrywająca linę
$F_{m,W}(z)$	– średnie obciążenie wiatrem na trzon
$F_{nom}$	– nominalna siła zrywająca linę
$F_{PG}(z)$	– odcinkowe obciążenie wiatrem na odcig
$F_{PW}(z)$	– odcinkowe obciążenie wiatrem na trzon
$F_{Rd}$	– wartość obliczeniowa nośności elementu na rozciąganie
$F_{rz}$	– rzeczywista siła zrywająca linę
$F_{uk}$	– wartość charakterystyczna siły zrywającej
$G$	– moduł sprężystości poprzecznej Kirchhoffa
$G_k$	– charakterystyczna wartość oddziaływania stałego masztu
$GI_T$	– sztywność skrętna elementu
$H$	– wysokość nad poziomem, długość tulei stożkowej
$HB$	– twardość stali
$H_i$	– rzędne wysokościowe zamocowania odcigów
$H_k$	– wysokość całkowita trzonu masztu
$I_m$	– średni moment bezwładności trzonu masztu
$I_T$	– moment bezwładności na skręcanie trzonu masztu
$I_v(z)$	– intensywność turbulencji
$I_y, I_z$	– momenty bezwładności przekroju zastępczego
$K$	– globalna macierz sztywności konstrukcji
$K$	– współczynnik siły zrywającej
$KC$	– udarność
$K'$	– lokalna macierz sztywności konstrukcji
$K_0$	– początkowa macierz sztywności
$K_E$	– macierz sztywności sprężystej
$K'_E$	– lokalna macierz sztywności sprężystej
$K_G$	– macierz sztywności geometrycznej
$K'_G$	– lokalna macierz sztywności geometrycznej
$L$	– macierz transformacji
$L$	– długość przyrośniętego oblodzenia, długość odcinka pomiarowego

$L_i$	– rozpiętości przęseł trzonu
$L_s$	– średnia rozpiętość między poziomami odciągów
$M$	– moment zginający
$M_I$	– wartości momentów zginających w trzonie masztu
$M_{Ed}$	– obliczeniowa wartość momentu zginającego
$M_T$	– momenty skręcające w trzonie masztu
$N$	– liczba poziomów zamocowania odciągów, liczba wymaganych konfiguracji obciążenia, siła naciągu wzdłuż cięciwy ciągła, siła osiowa w krawężniku, liczba schematów obciążeń odcinkowych wiatru
$N_0$	– wartość początkowej siły w odciągu
$N_A, N_B$	– odpowiednio maksymalna i minimalna siła w cięgnię
$N_{b,Rd}$	– obliczeniowa nośność krawężnika na ściskanie
$N_{Ed}$	– obliczeniowa wartość siły podłużnej
$N_k$	– siła normalna w krzyżulcu
$N_{min}$	– minimalna siła zrywająca
$N_I$	– wartość siły ściskającej w krawężniku trzonu masztu
$Q$	– parametr wyrażający stosunek siły bezwładności do siły tłumienia, równanie siły tnącej
$Q_{k,ice}$	– charakterystyczna wartość obciążenia oblodzeniem
$Q_{k,w}$	– charakterystyczna wartość obciążenia wiatrem
$P_0$	– siła wstępna
$\mathbf{R}$	– wektor obciążeń zewnętrznych
$\mathbf{R}'$	– wektor uogólnionych sił węzłowych w lokalnym układzie współrzędnych
$R$	– całkowity średni opór aerodynamiczny, siła zacisku liny
$R_A, R_B$	– reakcje podporowe
$Re$	– liczba Reynoldsa, granica plastyczności przy rozciąganiu
$R_h$	– granica proporcjonalności
$R_m$	– wytrzymałość na rozciąganie stali
$R_r$	– wytrzymałość drutów w linie
$S_i$	– łączny efekt obciążenia średniego i $i$ -tego obciążenia odcinkowego wiatrem
$S_M$	– efekt od średniego obciążenia wiatrem

$S_p$	– sumaryczny efekt obciążeń odcinkowych
$S_{PLi}$	– efekt obciążenia z $i$ -tej konfiguracji obciążenia odcinkowego
$S_r(f)$	– widmo mocy
$S_{TM}$	– łączny ekstremalny efekt obciążenia średniego i obciążeń odcinkowych
$S_v$	– sztywność na ścinanie pojedynczej ściany skratowania
$S_{vy}, S_{vz}$	– sztywność na ścinanie całego pręta zastępczego
$T_0$	– temperatura montażu konstrukcji
$V_{Ed}$	– obliczeniowa wartość siły tnącej
$V_H$	– średnia prędkość wiatru przy wierzchołku masztu
$V_I$	– wartość siły tnącej na jedną ścianę trzonu masztu
$W1, W2, W3$	– kierunki oddziaływania wiatru na maszt
$W$	– wskaźnik wytrzymałości przekroju
$W'$	– zastępcze obciążenie wiatrem na kierunku prostopadłym do cięciwy odciągu
$Z$	– przewężenie względne przekroju

### Małe litery łacińskie

$a$	– osiowy rozstaw krawężników
$b$	– sekcja masztu, wartość charakterystyczna grubości warstwy oblodzenia
$c$	– pojedynczy segment
$c_f$	– współczynnik siły oddziaływania wiatru
$c_{f,A}$	– współczynnik siły oddziaływania wiatru na wyposażenie
$c_{f,S}$	– współczynnik siły oddziaływania wiatru na sekcję konstrukcji prętowej
$c_o(z)$	– współczynnik rzeźby terenu (orografii)
$c_w(z)$	– współczynnik siły oddziaływania wiatru na konstrukcję
$d$	– średnica odciągu, średnica liny, średnica elementu o przekroju okrągłym, średnica drutu
$e$	– długość kosza uchwyty stożkowego
$f$	– strzałka zwisu cięgna, współczynnik wypełnienia liny, częstotliwość
$f_M$	– zwis pionowy cięgna
$f_{u,k}$	– wytrzymałość drutów liny na rozciąganie

$g$	– ciężar własny odciagu
$g_k$	– wartość charakterystyczna obciążenia oblodzeniem
$h$	– różnica wysokości podpór cięgna, wysokość trójkątnego przekroju trzonu słupa, wymiar profilu
$i, k$	– numery początku i końca elementu układu dyskretnego
$k$	– współczynnik redukcji ciśnienia wiatru, sztywność pręta prostoliniowego na rozciąganie, sztywność odciagu, współczynnik straty na zwicie, parametr krzywej łańcuchowej
$k_e$	– współczynnik straty nośności liny wskutek zakotwienia
$k_s$	– współczynnik skali
$k_x, k_y, k_z$	– sztywność podpory sprężystej
$l$	– długość rzutu poziomego cięciwy cięgna, długości próbek lin bez zakotwień do badań, długość przedziału skratowania ściany masztu
$l_c$	– długość cięgna w stanie końcowym (pod obciążeniem)
$l_i$	– długości cięciwy odciągów
$l_0$	– początkowa długość liny, długość cięgna nieobciążonego
$l_s$	– długość cięciwy cięgna ukośnego
$l_l$	– długość liny po wydłużeniu
$m$	– masa warstwy lodu, mimośród zwisu odciagu
$m_0$	– uśredniona masa trzonu masztu, łącznie z wyposażeniem
$m, n, p, q$	– współczynniki lokalnej macierzy sztywności geometrycznej
$n$	– liczba odciągów, współczynnika pewności mocowania liny w zacisku
$n_1, n_2, n_3$	– współczynniki zależne od rodzaju skratowania ściany
$q$	– wektor uogólnionych przemieszczeń węzłowych
$q'$	– wektor uogólnionych przemieszczeń w lokalnym układzie współrzędnych
$q$	– zastępcze grawitacyjne obciążenie równomiernie rozłożone wzdłuż cięciwy odciagu, obciążenie użytkowe (zmienne)
$q_b$	– bazowa wartość ciśnienia prędkości wiatru
$q_1$	– obciążenie prostopadłe do cięciwy cięgna
$q_k$	– wartość charakterystyczna ciśnienia prędkości wiatru
$q_p(z)$	– szczytowe parcie wiatru

$r$	– gęstość lodu
$r(t)$	– efekt obciążenia w warunkach turbulentnego wiatru
$\bar{r}$	– uśredniona w czasie składowa efektu obciążenia dynamicznego
$\tilde{r}^2$	– średnia kwadratowa wartość odpowiedzi dynamicznej
$rB(t)$	– wolno zmieniająca się odpowiedź tła
$rR(t)$	– odpowiedź rezonansowa wysokich częstotliwości
$s$	– efektywna grubość warstwy oblodzenia, odchylenie standardowe
$s_0$	– początkowa długość cięgna
$s(\bar{x})$	– niepewność pomiarowa pomiaru powtarzalnego
$t$	– czas, grubość warstwy lodu
$u$	– obwód zewnętrzny konturu elementu konstrukcyjnego o dowolnym przekroju z wyjątkiem kołowego
$u, v, w$	– przemieszczenia w globalnym układzie współrzędnych
$u', v', w'$	– przemieszczenia w lokalnym układzie współrzędnych
$\nu$	– lepkość kinematyczna powietrza
$\nu_{b,0}$	– bazowa prędkość wiatru
$\nu(z_e)$	– szczytowa prędkość wiatru
$w$	– ciężar jednostkowy cięgna
$x_i$	– liczba próbek lin do badań
$\bar{x}$	– średnia arytmetyczna
$x, y, z$	– osie globalnego układu współrzędnych
$x', y', z'$	– osie lokalnego układu współrzędnych
$z$	– wysokość odniesienia
$z_0$	– wymiar chropowatości terenu

### **Duże litery greckie**

$\Delta$	– uogólniony wektor przemieszczeń węzłów
$\Delta\delta$	– zmiana przemieszczenia
$\Delta\varepsilon$	– zmiana odkształcenia w linii
$\Delta\sigma$	– zmiana naprężenia w linii

$\Delta L$	– zmiana długości odcinka pomiarowego
$\Delta l$	– wartość wydłużenia całkowitego liny, skrócenie przedziału skratowania ściany masztu
$\Delta l_s$	– przyrost długości cięciwy odciagu, sprężyste wydłużenie cięga
$\Delta l_T$	– zmiana długości cięga pod wpływem temperatury
$\Delta M_k$	– wartość momentów drugorzędnych w krawężnikach trzonu masztu
$\Delta N$	– przyrost siły w odciagu na kierunku jego cięciwy
$\Delta N_k$	– wartość sił drugorzędnych w krzyżulcach trzonu masztu
$\Delta N_s$	– wartość sił drugorzędnych w słupkach trzonu masztu
$\Delta P$	– zmiana obciążenia zewnętrznego
$\Delta T$	– zmiana temperatury

### Małe litery greckie

$\alpha_i$	– kąty nachylenia cięciw cięgien w stosunku do poziomu, kąt nachylenia krzyżulca do krawężnika
$\alpha_t$	– współczynnik liniowej wydłużalności termicznej
$\alpha, \beta, \gamma$	– kąty
$\beta$	– kąt oddziaływania wiatru w odniesieniu do rzutu odciagu na płaszczyznę poziomą, współczynnik porywów wiatru dla pierwszej częstości drgań konstrukcji
$\beta_s$	– parametr określający stosunek sztywności na zginanie do sztywności podpór sprężystych
$\gamma$	– ciężar objętościowy lodu
$\gamma_G$	– współczynnik częściowy dla oddziaływań stałych
$\gamma_{ice}$	– współczynnik częściowy dla oddziaływań oblodzenia
$\gamma_{M1}$	– częściowy współczynnik bezpieczeństwa
$\gamma_w$	– współczynnik częściowy dla oddziaływań wiatru
$\delta$	– odchylenie trzonu masztu od pionu pod wpływem siły $P$
$\delta_l$	– stan po ustaniu obciążenia
$\varepsilon$	– odkształcenie, względne wydłużenie liny
$\varepsilon_c$	– wydłużenie całkowite liny
$\varepsilon_r$	– wydłużenie reologiczne liny



$\varepsilon_s$	– wydłużenie sprężyste liny
$\varepsilon_t$	– wydłużenie trwałe liny
$\eta$	– współczynnik sprawności wytrzymałościowej liny
$\mu$	– współczynnik kształtu, współczynnik tarcia pomiędzy liną a elementami zaciskowymi
$\xi$	– współczynnik wysokości nad terenem
$\sigma$	– naprężenie
$\sigma_0$	– naprężenia wstępne
$\varphi$	– współczynnik wypełnienia ściany trzonu masztu, kąt nachylenia osi odciągu
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	– kąty obrotu względem osi w globalnym układzie współrzędnych
$\chi$	– współczynnik wybozeniowy krawężnika
$\psi_w, \psi_{ice}$	– współczynniki kombinacyjne obciążenia wiatrem i oblodzeniem

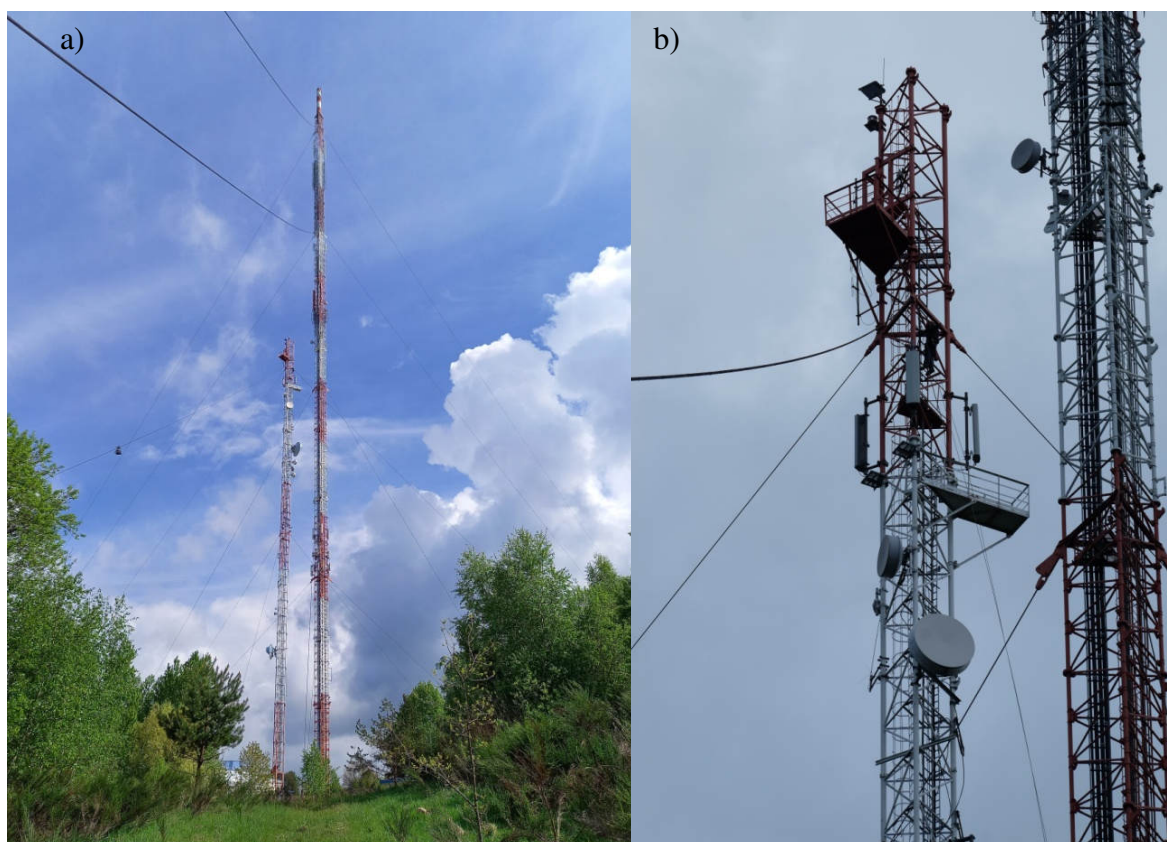
#### Nazwy skrócone

DEM	– <i>Dynamic Element Method</i> – metoda elementów dynamicznych
FDA	– <i>Frequency Domain Analysis</i> – metoda w dziedzinie częstości
FFT	– <i>Fast Fourier Transform</i> – szybka transformacja Fouriera
IASS	– <i>International Association for Shell and Spatial Structures</i> – Międzynarodowe Stowarzyszenie Konstrukcji Powłokowych i Przestrzennych
ICG	– <i>Ice Classes for Glaze</i> – klasy oblodzenia dla szkliwa
ICR	– <i>Ice Classes for Rime</i> – klasy oblodzenia dla szadzi
MES	– Metoda Elementów Skończonych
RTCN	– Radiowo-Telewizyjne Centrum Nadawcze
SAD	– System Archiwizacji Danych
SEM	– <i>Spectral Element Method</i> – analiza widmowa z uwzględnieniem tłumienia
SLS	– <i>Serviceability Limit State</i> – stan graniczny użyteczności
SSD	– SOFiSTiK Structural Desktop
TDA	– <i>Time Domain Analysis</i> – metoda w dziedzinie czasu
ULS	– <i>Ultimate Limit State</i> – stan graniczny nośności

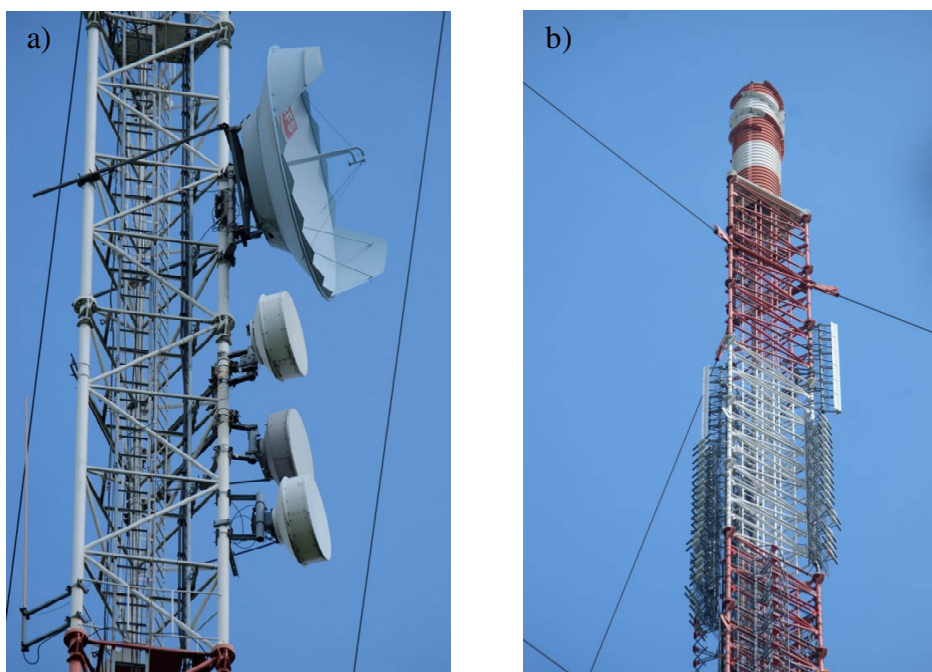
## 1. WPROWADZENIE

### 1.1. Charakterystyka konstrukcji masztowych

Maszt z odciągami linowymi są projektowane jako konstrukcje wsporcze anten telekomunikacyjnych (telewizyjnych, radiowych, telefonii komórkowej, czy łączności internetowej) i innych urządzeń radiowych [246]. Znajdują także szerokie zastosowanie w procesie planowania farm wiatrowych jako maszty pomiarowe do badania prędkości i kierunku wiatru. Takie maszty mogą być przeznaczone również do pomiaru innych parametrów meteorologicznych, a także monitoringu ptaków i nietoperzy na terenie farm wiatrowych [258]. Maszty o znacznej wysokości, sięgającej kilkuset metrów, wymagają dużego terenu zabudowy i często usytuowane są na otwartych przestrzeniach. Zbudowane są z pionowego trzonu typu kratowego lub powłokowego, zamocowanego w centralnym fundamencie, stabilizowanego za pomocą ukośnych odciągów przegubowo połączonych z trzonem i fundamentem. Zależnie od konkretnego przeznaczenia konstrukcji masztu montowane jest wyposażenie w postaci różnego rodzaju systemów antenowych, a także instalacji, takich jak drabiny, oświetlenia, pomosty, spoczniki itp.



Rys. 1.1. Konstrukcja dwóch masztów kratowych Radiowo-Telewizyjnego Centrum Nadawczego RTCN Gołogóra o wysokościach 270 i 114,8 m: a) widok ogólny, b) kratowe trzony z wyposażeniem

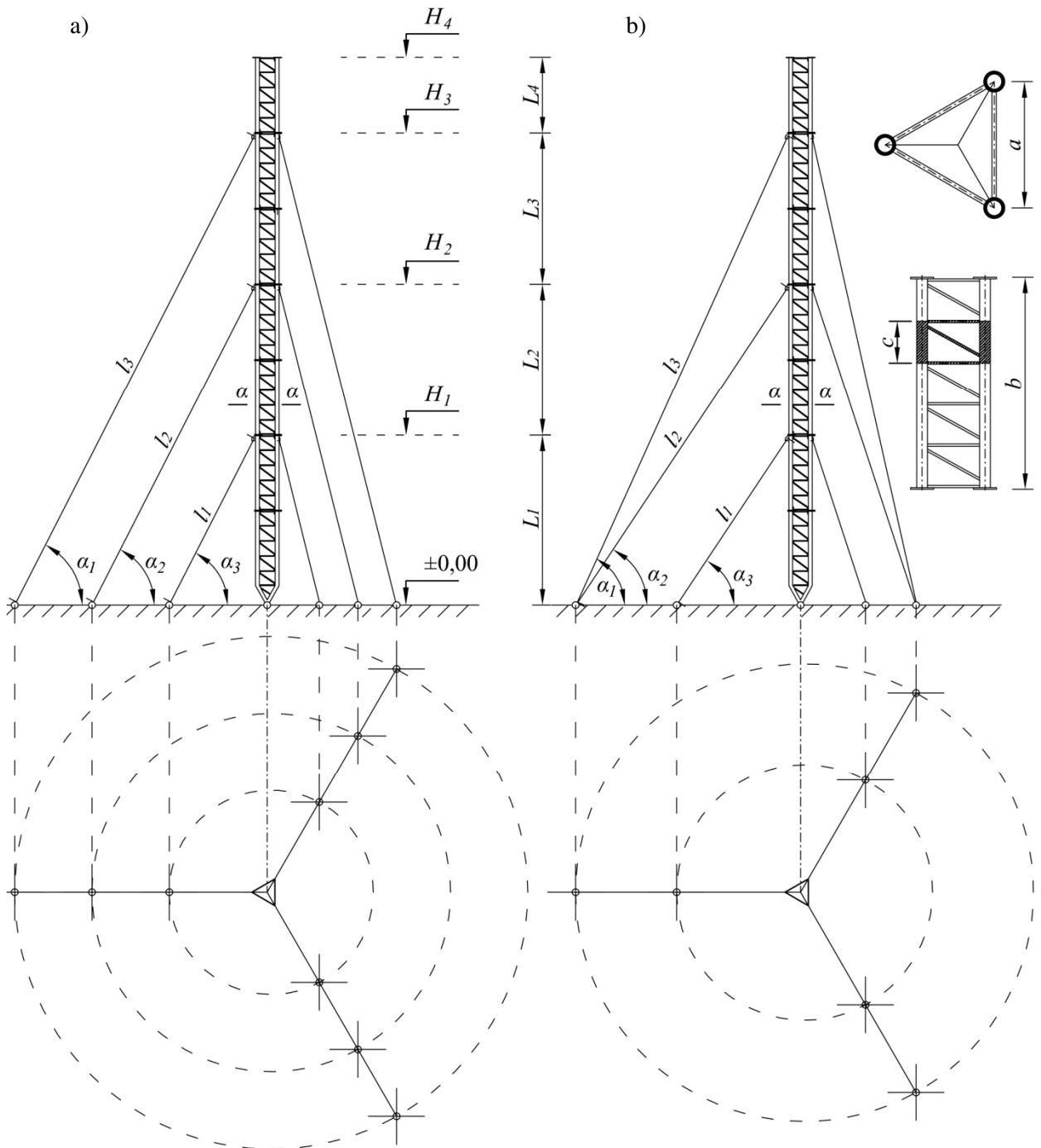


Rys. 1.2. Anteny na maszcie RTCN Gołogóra a) paraboliczne talerzowe, b) anteny TV

Obecnie najwyższy na świecie maszt telewizyjny KVLV/KTHI TV ma wysokość 628,8 m i jest użytkowany w Północnej Dakocie (Stany Zjednoczone) od 13 sierpnia 1963 roku [251]. W latach 1974-1991 najwyższą budowlą na świecie był maszt radiowy w Gąbinie o wysokości 644,28 m, aż do chwili zawalenia konstrukcji w wyniku błędów remontowych. Rozważania dotyczące przyczyn, przebiegu i skutków katastrofy były tematem przewodnim wielu prac [32, 67, 139, 171, 211]. Od tej chwili tytuł najwyższej konstrukcji masztowej w kraju zyskał użytkowany od 1976 roku maszt radiowo-telewizyjny RTCN Katowice/Kosztowy. Całkowita wysokość konstrukcji znajdującej się w Mysłowicach wynosi 358,7 m [252]. W tabl. 1.1 przedstawiono kilka najwyższych na świecie konstrukcji masztowych z odciągami [253].

Tablica 1.1. Najwyższe maszty na świecie według [253]

Pozycja	Nazwa masztu	Wysokość [m]	Kraj	Rok budowy
1	Maszt radiowy w Gąbinie (1974-1991)	644,28 m	Polska	1974
2	KVLV/KTHI TV Mast	628,8 m	USA	1963
5	KXJB- TV Tower	627,8 m	USA	1998
4	KXTV/KOVR Tower	624,5 m	USA	2000
5	KATV Tower	609,6 m	USA	1965
6	WECT TV6 Tower	609,6 m	USA	1969



Rys. 1.3. Schemat konstrukcyjny masztu trójpasowego:  $H_i$  – rzędne wysokościowe zamocowania odciągów,  $L_i$  – rozpiętości przęseł trzonu masztu,  $l_i$  – długości cięciwy odciągów,  $\alpha_i$  – kąty nachylenia cięciw cięgien do poziomu,  $a$  – szerokość boku ściany trzonu w przekroju,  $b$  – sekcja masztu,  $c$  – pojedynczy segment [180]

Wysokość trzonu masztu zależy od funkcji projektowanego obiektu. Maszty antenowe osiągają wysokości od kilkudziesięciu do kilkuset metrów, a maszty pomiarowe są projektowane o mniejszych wysokościach. Trzony kratowe wysokich masztów antenowych są złożone z odcinków pomiędzy poszczególnymi poziomami odciągów, które nazywane są przęsłami ( $L_1$  –  $L_4$  na rys. 1.3). W obrębie przęsła trzonu masztu można wydzielić kilka jednakowych lub bardzo

podobnych segmentów (rys. 1.3. wymiar *c*), tworzących sekcje (rys. 1.3. wymiar *b*). Montaż takich masztów odbywa się metodą nadbudowy, w której kolejne segmenty są ustawiane jeden nad drugim i są łączone ze sobą śrubami za pomocą styków montażowych. Zazwyczaj stosuje się metodę mieszaną, tzn. kilka dolnych sekcji montuje się za pomocą dźwigu samojezdnego, a kolejne elementy są składane przy użyciu żurawia pełzającego o odpowiedniej wysokości. Sposób ten jest bardzo często wykorzystywany na terenach o ograniczonej powierzchni montażu. Montaż wysokich masztów o trzonie rurowym odbywa się podobnie, lecz do jego montażu używane są nieco inne dźwigi pełzające.



Rys. 1.4. a) Montaż masztu RTCN Przysucha/ Kozłowiec b) żuraw pełzający do montażu masztów firmy „Perfekt Werner” [250]

Dawniej, ciężkie żurawie pełzające wymagały zastosowania skomplikowanej hydrauliki siłowej i specjalnych uchwytów, co miało wpływ na długi czas montażu konstrukcji. Wraz z rozwojem techniki i nauki zostały one zastąpione lekkimi wysięgnikami obrotowymi, o małej masie własnej i możliwości wykorzystania typowych przeciągarek i zawiesi, co znacznie przyspiesza montaż elementów konstrukcyjnych.

Maszty pomiarowe są konstrukcjami lekkimi, tymczasowymi, stawianymi na ogół na okres nieprzekraczający 2 lat [125, 258]. Wysokość masztów pomiarowych jest zależna od wysokości wież turbin wiatrowych na danym terenie, przy czym maszt ten nie powinien być niższy niż 75%



wysokości osi wirnika turbiny, na którą projektuje się farmę wiatrową [256]. Obecnie maszty pomiarowe kratownicowe projektuje się do wysokości 200 m, a maszty rurowe teleskopowe do 100 m [258]. Standardowe wysokości masztów pomiarowych w zależności od poziomych przekrojów poprzecznych trzonu masztu podano w tabl. 1.2.

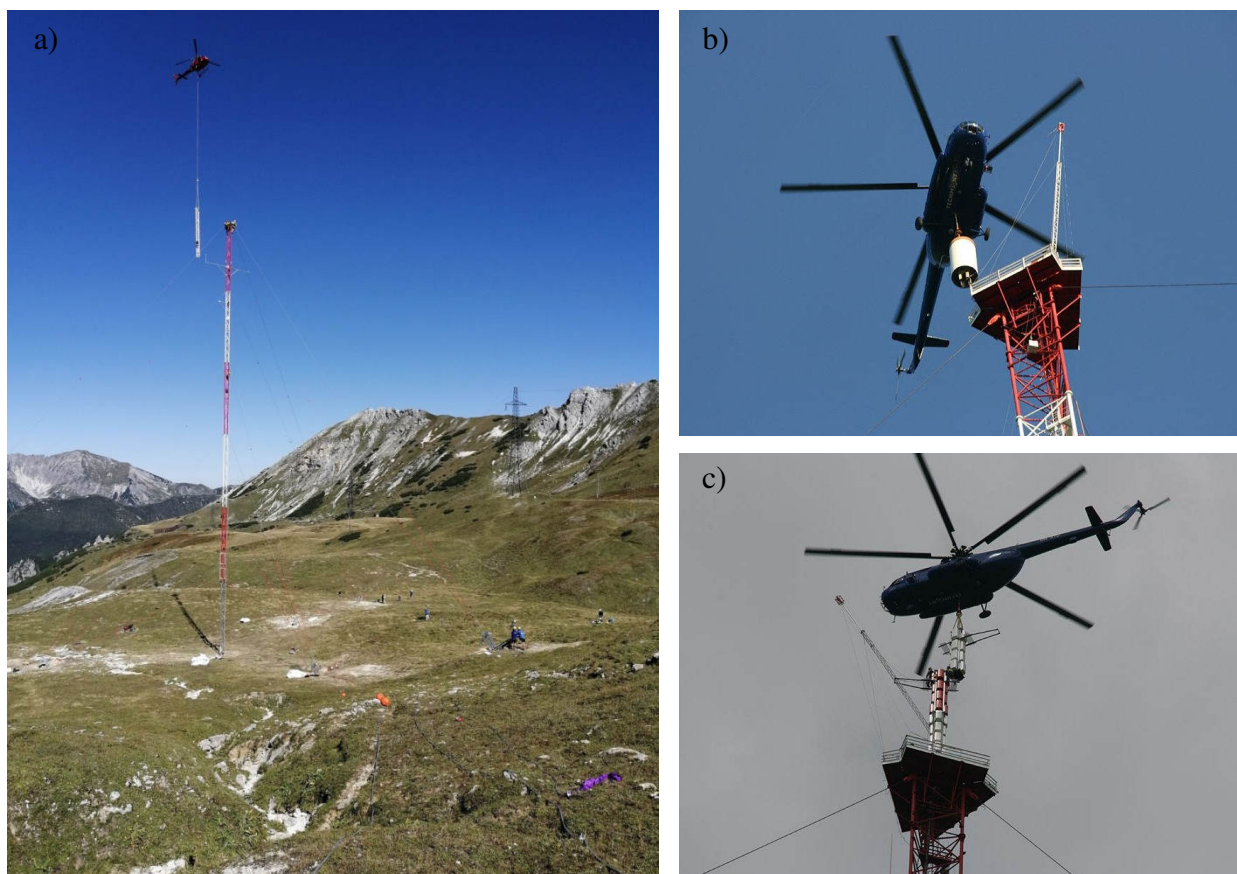
Tablica 1.2. Typowe wysokości masztów pomiarowych w zależności od rodzaju przekroju poprzecznego trzonu masztu [m] [258]

Typowe wysokości masztów pomiarowych								
Maszt o trzonie rurowym	40	50	60	70	80	100		
Maszt o trzonie kratowym	80	90	100	120	140	160	180	200

Montaż masztów pomiarowych bardzo często odbywa się przy użyciu masztu pomocniczego o mniejszej wysokości, układów linowo-krażkowych i wciągarek. Elementy montażowe trzonu masztu kratowego są łączone ze sobą przed jego podnoszeniem. Kolejno jest stawiany tzw. maszt pomocniczy, do którego z jednej strony są mocowane liny napinające do podnoszenia głównego trzonu masztu, a z drugiej – liny zamocowane do wciągarki. Wraz ze wzrostem napięcia lin, maszt pomocniczy jest opuszczany na ziemię, jednocześnie powodując podnoszenie się masztu głównego. Po zamontowaniu odciągów i systemów antenowych są zakładane izolatory na odciągach, a także eliminowane są drgania trzonu lub odciągów. Końcowe roboty montażowe obejmują regulację naciągu lin odciągowych i pionowanie trzonu, np. przy użyciu teodolitu. W zależności od wysokości trzonu masztu i jego masy, zamiast wciągarek, możliwe jest ręczne naciągnięcie lin.

W rurowych masztach pomiarowych montaż konstrukcji przebiega podobnie, z wyjątkiem pierwszego etapu – przygotowania konstrukcji trzonu przed podniesieniem. Na placu budowy, z rurowego elementu montażowego o największej średnicy wysuwane są kolejne elementy o coraz to mniejszych średnicach. Liczba głównych elementów montażowych zależy od wysokości trzonu masztu.

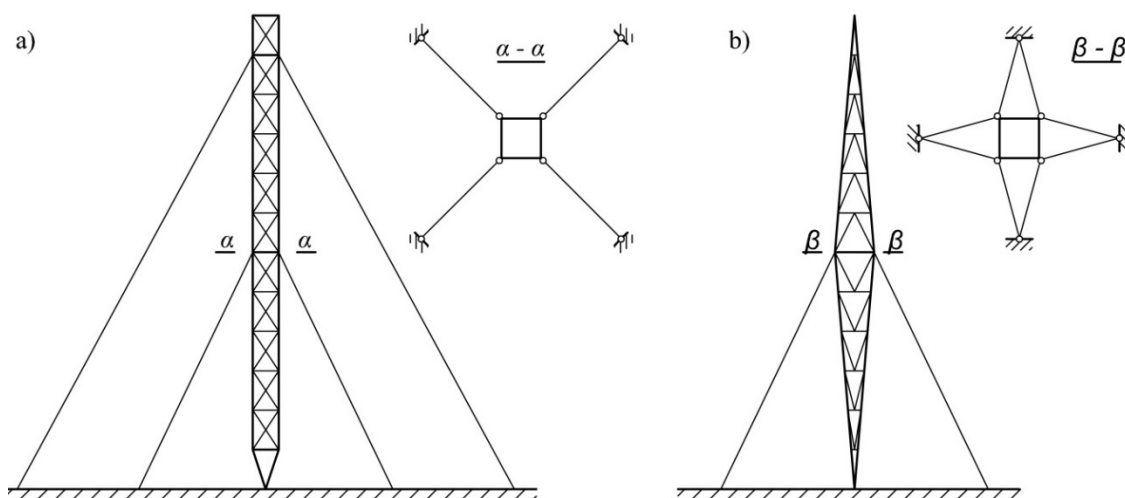
Montaż masztów w niedostępnych i trudnych warunkach terenowych może być przeprowadzany przy użyciu śmigłowców (rys. 1.5), co sprawdza się szczególnie w krajach skandynawskich. W trakcie montażu bardzo ważne jest doświadczenie operatora helikoptera i monterów konstrukcji. Wykorzystanie montażu wysokościowego pozwala na zoptymalizowanie czasu pracy, uniknięcie wysokich kosztów związanych z transportem elementów, pracowników przy robotach przygotowawczych, a także spełnienie wymogów ochrony środowiska, np. zakazu wycinania drzew.



Rys. 1.5. Montaż przy użyciu śmigłowca:

a) elementów trzonu masztu pomiarowego na Radstadt Tauern w Austrii o wysokości 100 m n.p.m. [254], b) i c) kolejno demontaż i montaż anten w RTCN Ryki [257]

Najczęściej stawiane są maszty o stałym przekroju poprzecznym trzonu na całej wysokości (rys. 1.6a). Bardzo rzadko spotyka się maszty o zmiennym przekroju przęsła, którego budowa może być uwarunkowana przez względy eksploatacyjne (rys. 1.6b).

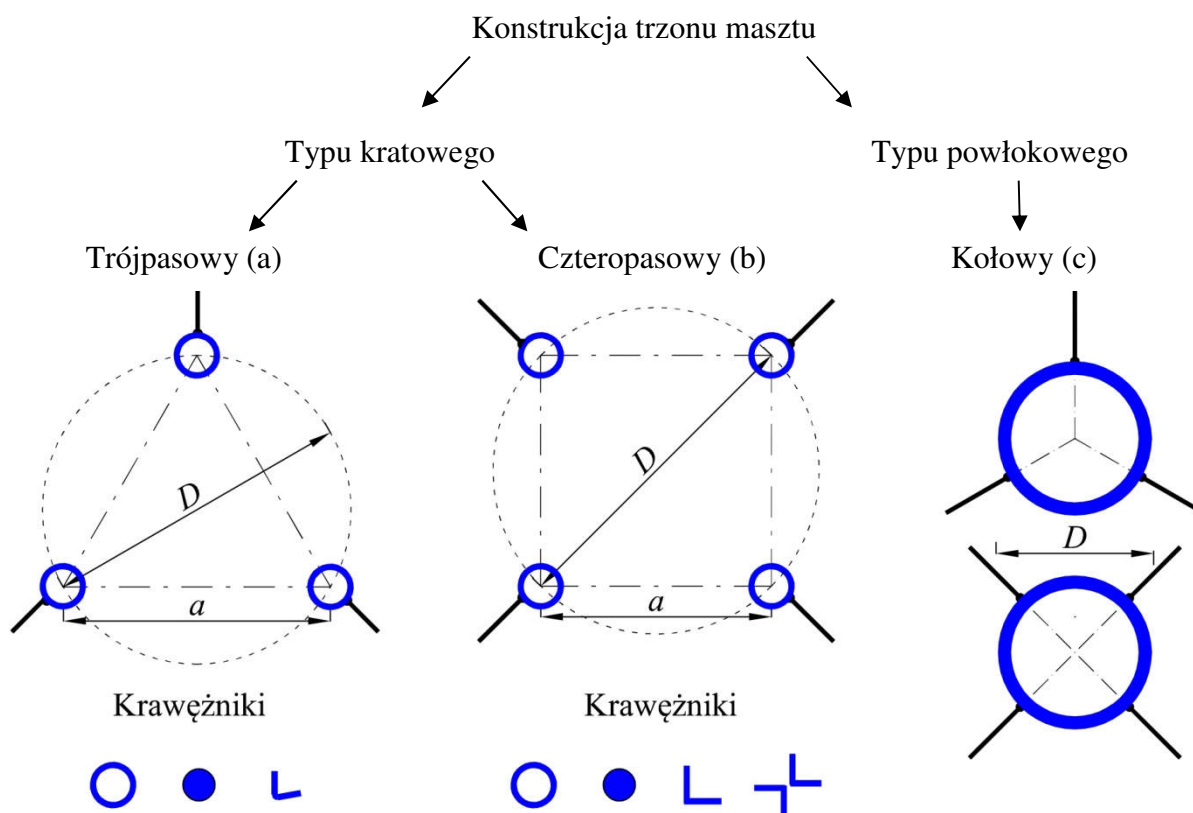


Rys. 1.6. Schematy masztów typu kratowego a) o stałym, b) o zmiennym przekroju poprzecznym trzonu na całej wysokości

Przestrzenny, kratowy trzon masztu może mieć przekrój kwadratowy (czteropasowy) (rys. 1.8b) lub trójkątny (trójpasowy) (rys. 1.7 i 1.8a), natomiast trzon typu powłokowego (cyldrycznego) ma kształt kołowy (rys. 1.8c). Jak zauważono w pracy [150] w Polsce są projektowane najczęściej maszty o przekroju trójkąta równobocznego, a np. Niemczech – częściej maszty o przekroju kwadratowym. W artykule tym podjęto próbę porównania rozważanych przekrojów poprzecznych trzonu masztu i stwierdzono, że trudno jest jednoznacznie wybrać korzystniejszy wariant. Maszty o trzonach czterościennych wymagają większego zużycia materiału, ale są mniej podatne na spadki sił sprężających w odciągach.



Rys. 1.7. Maszt o trzonie trójpasowym w Tåsjö w Szwecji o wysokości 323 m [250]



Rys. 1.8. Przekroje poprzeczne trzonu masztu w zależności wybranego typu konstrukcji [125]



W przypadku masztów o znacznych wysokościach na krawężniki przyjmuje się na ogół elementy z rur okrągłych lub przekroje kołowe pełne. W mniejszych masztach na krawężniki stosowane są zwykle kątowniki, szczególnie gdy trzon masztu ma przekrój kwadratowy. Jeżeli na pręty krawężnikowe zastosowany jest przekrój złożony z dwóch kątowników – powinny być one ukształtowane krzyżowo lub teowo [240]. W maszcie o trzonie trójpasowym prace konstrukcyjne są bardziej utrudnione.

Przekroje poprzeczne trzonu masztu należy kształtować racjonalne. W przypadku trzonów typu kratowego, przekrój poprzeczny opisany jest na okręgu o średnicy  $D$ , która przecina środki ciężkości wszystkich pasów trzonu, a w przypadku trzonu rurowego – wymiar ten stanowi jego średnicę zewnętrzną. Szacunkowo średnicę okręgu  $D$  wyznacza się na podstawie wzoru [181]:

$$D = \left( \frac{1}{200} \div \frac{1}{70} \right) H_k, \quad (1.1)$$

gdzie  $H_k$  – wysokość trzonu masztu nad terenem [m].

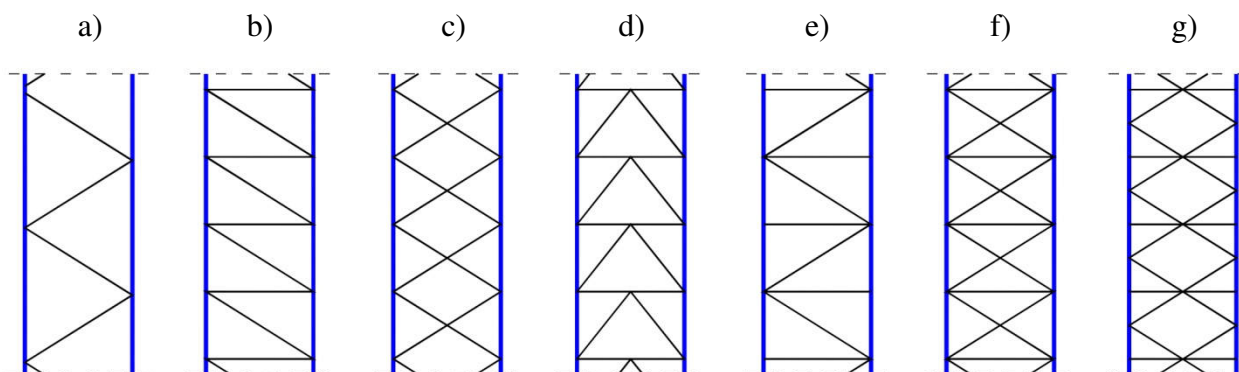
Długość przęsła trzonu wyznaczona pomiędzy punktami mocowania odciągów powinna spełniać zależność:

$$L_i = \left( \frac{1}{20} \div \frac{1}{45} \right) D. \quad (1.2)$$

W celu zapewnienia sztywności poziomej masztu należy dobrać odpowiedni rozstaw krawężników, co jest bardzo ważne, biorąc pod uwagę dopuszczalne przemieszczenia urządzeń telekomunikacyjnych tj. anteny przekaźnikowe.

Zazwyczaj stosowane są następujące typy skratowania [240]:

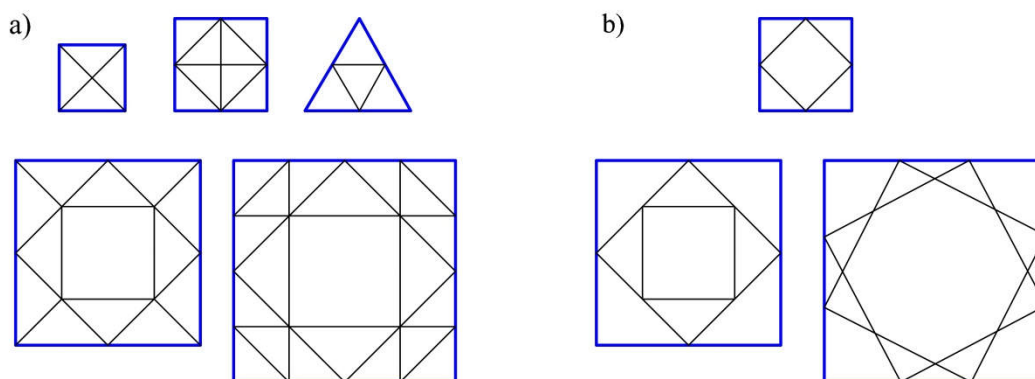
- a) typu V (trójkątne nazywane również pojedynczym),
- b) typu N,
- c) typu X,
- d) typu K,
- e) typu V (trójkątne) z dodatkowymi słupkami,
- f) krzyżowe,
- g) rombowe ze słupkami prostopadłymi.



Rys. 1.9. Wybrane rodzaje skratowania trzonu masztu (opis w tekście) [240]

Pręty skratowania mają za zadanie zapewnienie sztywności przestrzennej konstrukcji, przeniesienie obciążeń i skrócenie długości wybojeniowych krawężników [92]. W masztach lekkich stosowane są skratowania pojedyncze (rys. 1.9 a,b,e), a w masztach bardziej obciążonych – skratowania podwójne (rys. 1.9 c,d,f,g).

W przekroju poprzecznym trzonu, w miejscach zamocowania odciągów, zalecane jest stosowanie dodatkowych poziomych prętów wzmacniających przekrój, nazywanych przeponami kratowymi. Pręty takich przepon stosowane są w celu ograniczenia przemieszczeń węzłów trzonu masztu [85], co wpływa na zachowanie geometrycznej niezmienności przekroju poprzecznego tego typu konstrukcji [181]. Projektowanie tych elementów nie jest konieczne po odpowiednim uzasadnieniu [240]. Typowe przepony kratowe przedstawiono na rys. 1.10.



Rys. 1.10. Przepony trzonu masztu a) trójkątne, b) nie w pełni trójkątne [240]

Nie zaleca się stosowania nie w pełni trójkątnych przepon kratowych (rys. 1.10b) bez uwzględniania momentów zginających w trzonie masztu [240].

Zgodnie z zaleceniami normowymi [240], smukłość głównych prętów skratowań nie powinna przekraczać 180, a w przypadku skratowań drugorzędnych – 250. W przypadku skratowań wielokrotnych całkowita smukłość prętów nie powinna przekraczać 350.

Odciągi stanowią podpory sprężyste trzonu masztu i są odpowiedzialne za utrzymanie go w równowadze statycznej. Ciężna stosowane na odciągi odznaczają się małym ciężarem własnym i wysoką wytrzymałością na rozciąganie, toteż konstrukcje w których są stosowane, uważane są za ekonomiczne. O liczbie odciągów decyduje całkowita wysokość i przeznaczenie konstrukcji masztu (tabl. 1.3).

Tablica 1.3. Dobór liczby poziomów zamocowania odciągów na podstawie wysokości masztu [181]

Wysokość całkowita trzonu masztu $H_k$ [m]	$\leq 130$	$\leq 200$	$\leq 300$	$\leq 400$	$> 400$
Liczba poziomów zamocowania odciągów	2	3	4	5	6

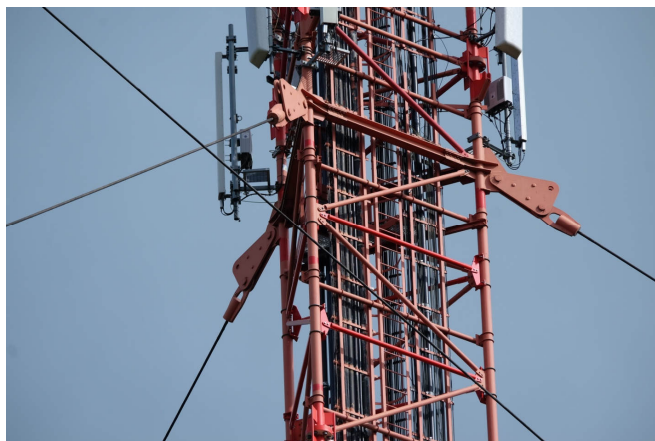
Powyższe zasady projektowania przedstawione w tabl. 1.3 dotyczą w głównej mierze masztów antenowych. Liczba poziomów zamocowania odciągów w masztach pomiarowych uwarunkowana jest zwykle metodą montażu [125]. Maszty tymczasowe do pomiaru kierunku i prędkości wiatru charakteryzują się zwykle smukłym trzonem i dużą liczbą poziomów odciągów o gęstym rozstawie. W trakcie montażu i demontażu, gęsto rozstawione odciągi stanowią sieć, podpierającą trzon, zapewniając mu odpowiednią stabilizację. Dodatkową cechą jest stosunkowo nieduży ciężar wyposażenia w stosunku do masy konstrukcji. Na rys. 1.11 pokazano sposób demontażu masztu pomiarowego w Głównych.



Rys. 1.11. Demontaż masztu pomiarowego w Głównych

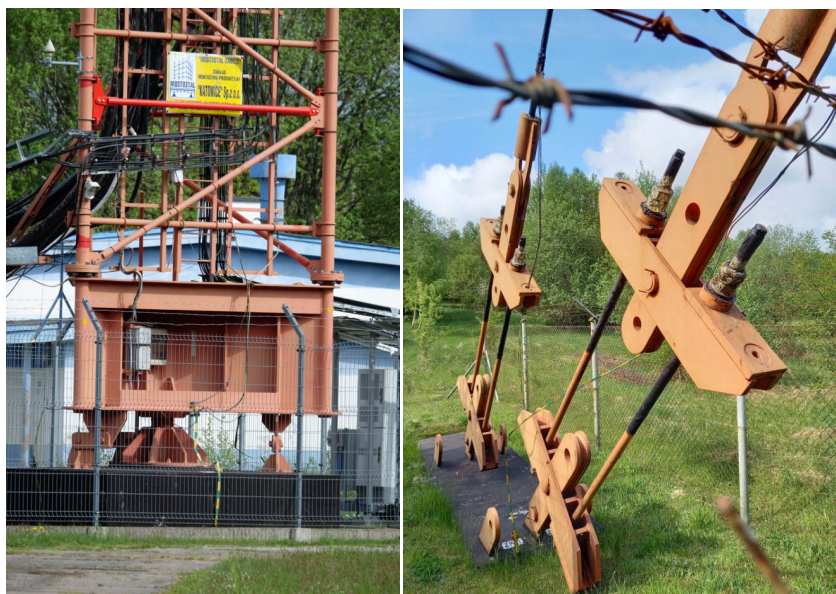
W jednym poziomie stosuje się na ogół po trzy odciągi (ułożone w planie co  $120^{\circ}$ ) lub cztery (zakładane w planie co  $90^{\circ}$ ). Zalecane jest stosowanie odciągów o kącie nachylenia

cięciwy w zakresie od  $40^\circ$  do  $60^\circ$ , a najlepiej zbliżonym do  $45^\circ$  [125]. Jeśli występują ograniczenia rozległości terenu możliwe jest stosowanie większego kąta nachylenia odciągów nawet do  $60^\circ$ . Wraz ze wzrostem kąta  $\alpha$  nachylenia cięciwy odciagu do płaszczyzny poziomej (rys. 1.3) maleje sztywność poziomej podpory sprężystej trzonu masztu w miejscu zamocowania odciągów, przez co zwiększa się wartość składowej pionowej siły w odciagu, a tym samym wartość siły podłużnej w trzonie masztu. Na rys. 1.12 przedstawiono przykład zamocowania odciągów do krawężników kratowego trzonu masztu.



Rys. 1.12. Zamocowanie odciągów do krawężników kratowego trzonu masztu RTCN Gołogóra

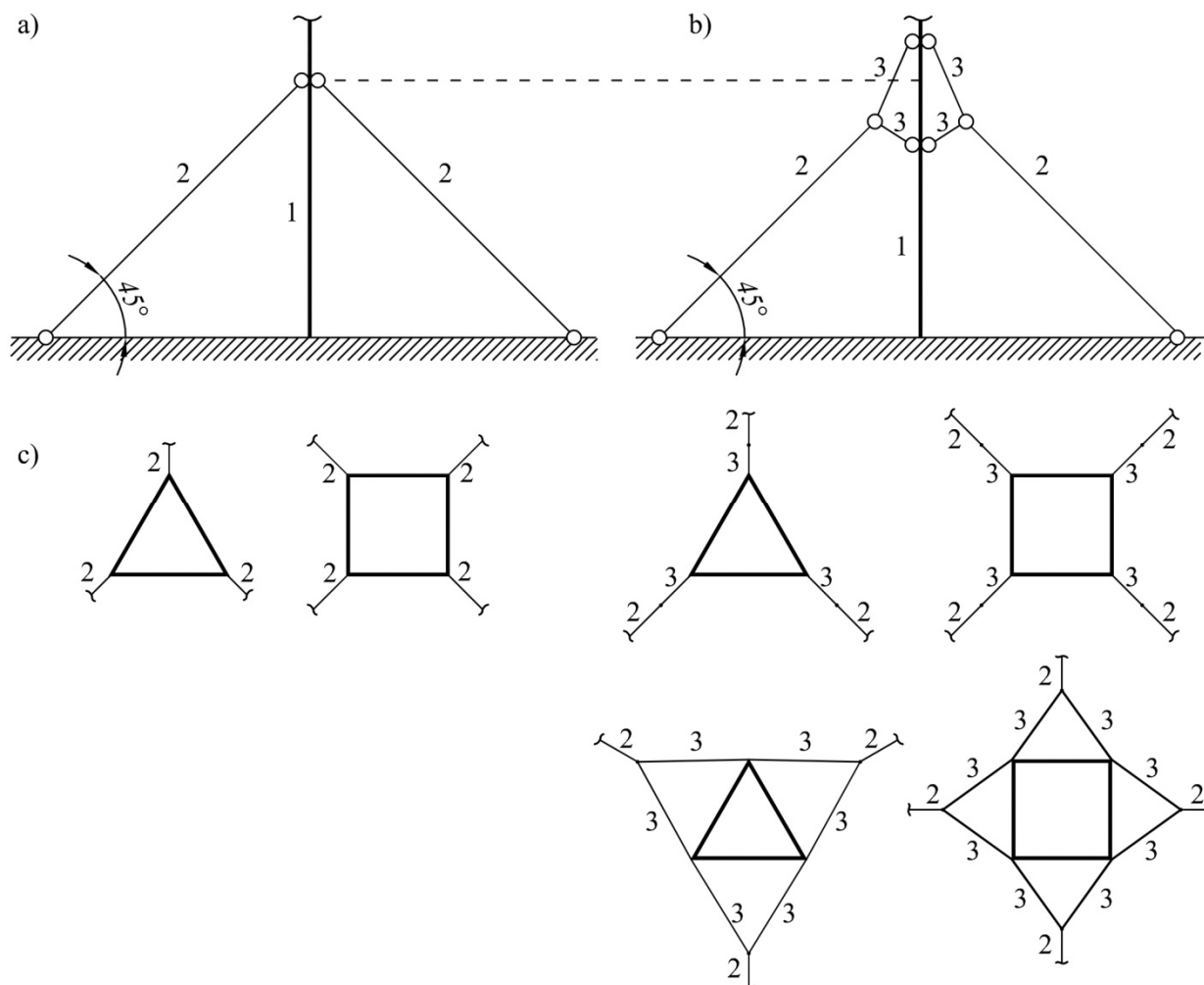
Odciągi mocowane na różnych wysokościach mogą być kotwione w pojedynczym lub grupowym fundamencie. Przykładowo, na rys. 1.3a odciąg masztu utwierdzone są w osobnych niezależnych fundamentach dla każdego poziomu, natomiast na rys. 1.3b odciąg poziomu drugiego i trzeciego mają jeden wspólny fundament.



Rys. 1.13. Podstawa trzonu masztu (przegub centralny) i zakotwienie dwóch poziomów odciągów w jednym fundamencie RTCN Gołogóra

Przykład zamocowania trzonu masztu do fundamentu centralnego i zakotwienia odciągów masztu antenowego pokazano na rys. 1.13, a mocowanie odciągów masztu pomiarowego na rys. 1.25.

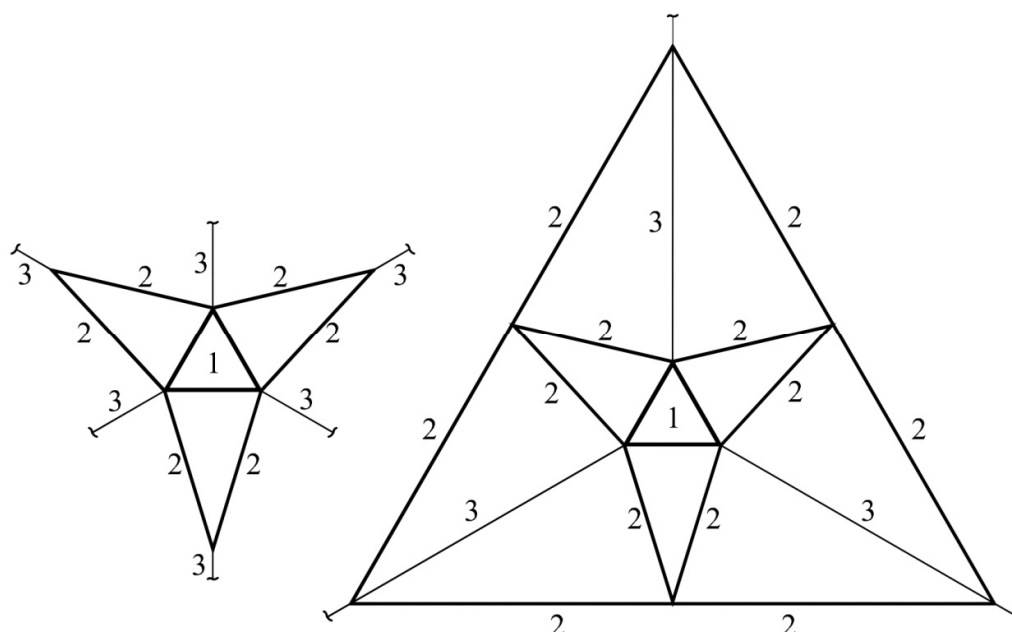
W pracy [89] przeprowadzono analizę statyczną masztu z odciągami, dla którego zaproponowano dwie odmienne konfiguracje zamocowania odciągów. W pierwszym połączeniu zastosowano typowy system zamocowania odciągów (rys. 1.14a), a w drugim model kombinowany złożony z odciągów głównych i drugorzędnych (rys. 1.14b).



Rys. 1.14. Maszt z odciągami w dwóch konfiguracjach zamocowania: a) model standardowy, b) model z odciągami dodatkowymi, c) trójkątne i kwadratowe przekroje poprzeczne z odciągami, 1) trzon, 2) odciągi główne, 3) odciągi drugorzędne [89]

Porównując otrzymane wyniki można zauważyć, że dodatkowe odciągi drugorzędne zwiększają liczbę pośrednich podpór sprężystych, a tym samym zmniejszają efektywne długości wyboczeń masztu. W pracy tej wykazano, że wartości przemieszczeń i momentów zginających są mniejsze niż w przypadku typowego połączenia odciągów do trzonu masztu bez dodatkowych kombinacji.

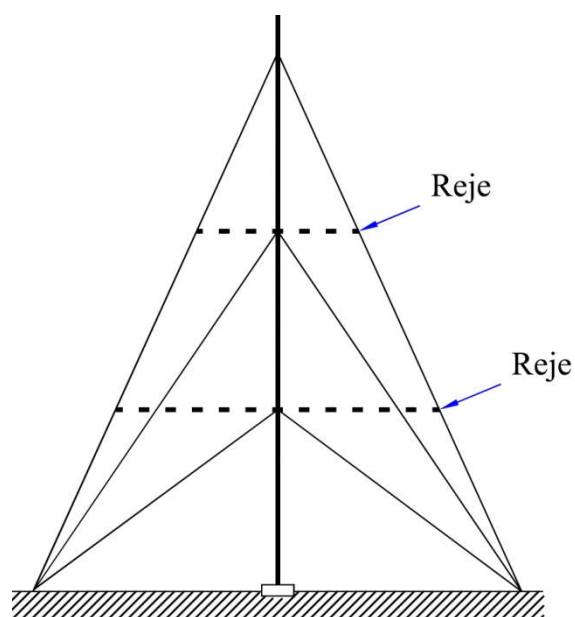
Innym nietypowym rozwiązaniem zamocowania odciągów do trzonu masztu są połączenia gwieździste (*star mount*), które analizowano pod względem zmniejszenia kąta skręcenia trzonu masztu, szczególnie w miejscach przyłączenia anten przekaźnikowych [16] (rys. 1.15).



Rys. 1.15. Model połączenia gwieździstego odciągów: 1) trójkątny przekrój poprzeczny trzonu, 2) dodatkowe pręty rurowe, 3) odciąg masztu [16]

Istnieje również pośredni typ konstrukcji wysokich pomiędzy masztem a wieżą, nazywany masztem z rejami [180]. Są to poziome belki kratowe w miejscach przyłączenia odciągów zamocowane z jednej strony do trzonu, a z drugiej zawieszane na odciągach. Pomija się zwykle dołączenie ich do pierwszego poziomu. Takie połączenie powoduje zmianę schematu statycznego cięga z jednoprzęsłowego na wieloprzęsłowe i mniejsze strzałki zwisu pomiędzy rejami. W ten sposób zwiększa się sztywność poziomej podpory sprężystej trzonu, przy czym kąt nachylenia najwyższego poziomu odciągów może być zwiększony nawet do  $75^\circ$  (rys. 1.16).

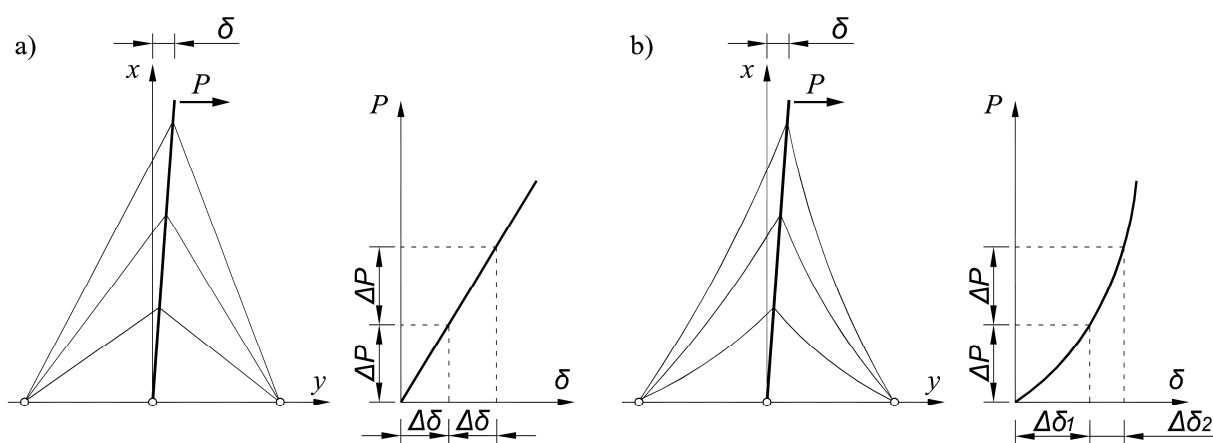




Rys. 1.16. Rurowy maszt trójprzęsłowy z rejami [180]

Maszt zaliczane są do konstrukcji wysokościowych, stąd też jest wymagane zastosowanie odpowiedniego oznakowania dzieńnego – z uwagi na możliwość kolizji lotniczej z przeszkodami stałymi lub tymczasowymi o wysokości ponad 50 m [245]. Poszczególne segmenty powinny być pomalowane naprzemiennie na białe i czerwone pasy (lub biało-pomarańczone) o wysokości nieprzekraczającej 6 m. Takie oznakowanie pokazano m. in. na rys. 1.1 i rys. 1.2.

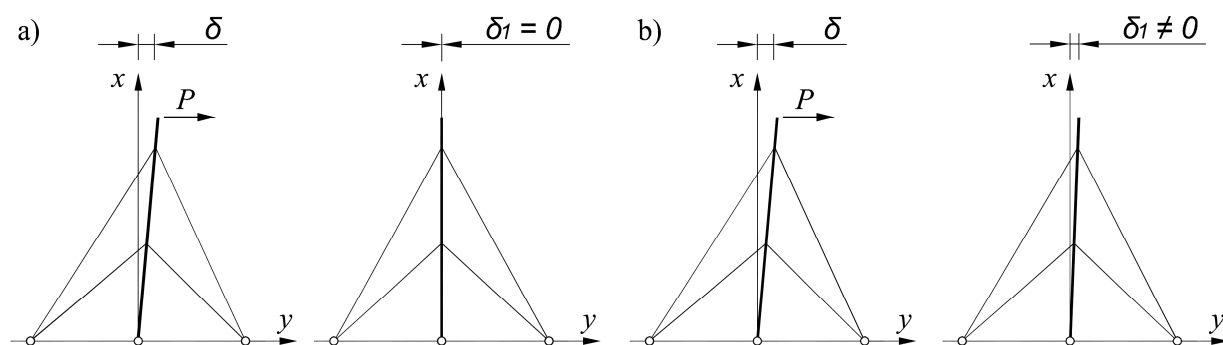
Maszt z odciągami należą do konstrukcji szczególnie wrażliwych na różnego typu nieliniowości. Pierwszą z nich jest nieliniowość geometryczna odciągów, spowodowana ich krzywoliniowym kształtem, która determinuje zmienną sztywność na rozciąganie. Sztywność ta jest nieliniowo zależna od zmian długości cięgna i prowadzi do nieliniowego zachowania całej konstrukcji masztu. Oznacza to, że pod wpływem obciążenia zewnętrznego trzon masztu doznaje nieliniowych przemieszczeń. Na rys. 1.17 pokazano poglądowo różnicę między zachowaniem masztu o charakterystyce liniowej (odciągi prostoliniowe) i nieliniowej (odciągi krzywoliniowe), oraz odpowiadającą im zależność  $P(\delta)$ .

Rys. 1.17. Zależność między siłą  $P$  a przemieszczeniem  $\delta$  odpowiednio dla masztu a) o charakterystyce liniowej, b) o charakterystyce nieliniowej

Maszt o charakterystyce liniowej odznacza się stałą sztywnością podczas obciążenia, dlatego – podobnie jak w przypadku typowych konstrukcji prętowych, uzyskanie rozwiązania

jest możliwe w jednym kroku obliczeniowym. Zastosowanie takiego modelu obliczeniowego jest dopuszczalne w przypadku odciągów o nieznacznej długości (np. kilkunastometrowych), ponieważ ich rzeczywisty kształt jest zbliżony do elementu prostoliniowego. Odmienne zachowanie wykazuje maszt o charakterystyce nieliniowej. Jego sztywność jest zmienna i zależy od aktualnej konfiguracji konstrukcji, przy czym wraz z przyrostem obciążenia zmniejsza się przyrost przemieszczenia [162]. Takie zachowanie można uzasadnić usztywnieniem się masztu w trakcie obciążania. Obliczenia takich masztów należy przeprowadzać jedynie przy użyciu metod iteracyjnych, spełniając jednocześnie założenia nieliniowej analizy sprężystej II rzędu.

Innym źródłem nieliniowości mogą być właściwości niesprężyste materiału odciągów, wynikające z nieliniowej, sprężysto-plastycznej charakterystyki materiałowej tych elementów. Ta właśnie cecha występuje w przypadku, gdy do budowy masztu są wykorzystywane liny nowe, wstępnie nieprzeciągnięte. W takich linach, pod wpływem obciążenia, dochodzi do powstania trwałych wydłużeń, które mogą znacząco wpłynąć na zmniejszenie sztywności masztu (rys. 1.18b). Wykonanie obliczeń statycznych masztu, przy użyciu globalnej analizy sprężystej zgodnie z [240] jest uzasadnione, gdy na odciągi stosuje się liny po wstępnym ich przeciągnięciu, charakteryzujące się stałą wartością modułu sprężystości. Wówczas trzon masztu po obciążeniu i odciążeniu powraca do początkowej pozycji pionowej (rys. 1.18a). Gdy używane są liny bez wstępnego przeciągnięcia, taki sposób postępowania jest niewłaściwy i może prowadzić do znacznych różnic między obliczonym a rzeczywistym stanem sił i przemieszczeń konstrukcji masztu.



Rys. 1.18. Maszt z odciągami a) w zakresie liniowo-sprężystym, b) w zakresie sprężysto-plastycznym,  $\delta$  – odchylenie trzonu masztu od pionu pod wpływem siły  $P$ ,  $\delta_1$  – stan po ustaniu obciążenia [162]

## 1.2. Obciążenia masztów

Maszty z odciągami narażone są na działanie wielu obciążeń, które można pogrupować na stałe, zmienne i wyjątkowe. Za obciążenia stałe, oprócz ciężaru własnego trzonu masztu i odciągów, należy przyjąć ciężar wyposażenia i siły wstępnego naciągu lin. Określając obciąże-



nia zmienne uwzględnia się obciążenie wiatrem, oblodzeniem i temperaturą. Do obciążeń wyjątkowych zalicza się głównie nagłe zerwanie odciągów, osiadanie fundamentów masztu, nadmierne drgania aerodynamiczne czy uderzenie w trzon masztu obiektów latających. Ponadto, obciążeniem wyjątkowym o charakterze dynamicznym jest uszkodzenie konstrukcji masztu na skutek błędów wykonawczych, montażowych czy remontowych. O problemach występujących w trakcie remontu i modernizacji masztów pisano w pracy [212].

### 1.2.1. Obciążenia stałe

Poza głównymi elementami konstrukcyjnymi, takimi jak trzon i odciągi, maszty mają dodatkowe wyposażenie, które pozwala na odpowiednie funkcjonowanie konstrukcji. Można tu wymienić m. in.: drabinę włazową, drabinę kablową, pomosty, konstrukcje wsporcze, kable falowodowe i anteny montowane do trzonu masztu, jak również izolatory i zakończenia linowe odciągów. Ciężary niektórych wyżej wymienionych elementów osprzętu można ustalić na podstawie katalogów, a ciężar własny konstrukcji masztu należy ustalić indywidualnie dla każdego analizowanego przypadku.

Obciążenie ciężarem własnym trzonu masztu oblicza się zgodnie z [235], a ciężar własny odciągów wyznacza się na podstawie [239].

Zgodnie z [240], siły wstępnego naciągu lin także traktuje się jako obciążenia stałe, przy czym przy braku regulacji tej siły należy przy projektowaniu uwzględnić odpowiedni jej przyrost. Ze względu na różne rodzaje lin i specyfikę masztów nie można jednoznacznie określić wartości siły wstępnego naciągu. Wytyczne normowe dotyczące doboru naciągów wstępnych nie są oczywiste – mają raczej bardzo ogólny charakter [88, 125]. Zgodnie z postanowieniami normy [240], siły wstępnego naciągu we wszystkich odciągach nie powinny być większe niż 10% siły zrywającej linę, ponieważ mają duży wpływ na drgania odciągów [88]. Zbyt duża siła wstępnego naciągu może wywołać drgania rezonansowe (wibracje) o małej amplitudzie i wysokiej częstotliwości przy nieznacznej prędkości wiatru. Drgania te nazywane są wzbudzeniem wirowym i mogą być zredukowane za pomocą odpowiednich urządzeń tłumiących. Zbyt małe napięcie odciagu podczas porywów wiatru może z kolei prowadzić do drgań galopujących o małej częstotliwości, występujących w zasadzie w odciągach o dużej średnicy [240]. Według normy amerykańskiej [214], najbardziej odpowiedni zakres siły wstępnego naciągu powinien zawierać się w przedziale 7-15%, co jest zbliżone (8-15%) do wytycznych normy kanadyjskiej [215] i starej polskiej normy [233]. Zgodnie z [187], wszystkie te normy wskazują możliwość wystąpienia galopowania odciągów w zakresie 4-8% i drgań „eolskich” między 10% i 20%.

Wstępne naciągnięcie odciągów wpływa bezpośrednio na sztywność poziomą podpór sprężystych masztów i jednocześnie na stateczność całej konstrukcji. W przypadku masztów nie można jednoznacznie określić wartości sił wstępnego napięcia odciągów dla każdego poziomu zamocowania, ze względu na indywidualne cechy każdej konstrukcji. Odpowiednie naciągi wstępne, dobierane są metodą prób i błędów w złożonym procesie obliczeniowym, w którym należy spełnić warunki [181]:

- nośności ULS elementów konstrukcyjnych,
- użyteczności SLS, w taki sposób, aby kąty obrotu osi trzonu nie zostały przekroczone,
- wyeliminowana drgań odciągów i drgań całej konstrukcji.

Naciąg wstępny odciagu jest uzależniony od średnicy liny. Minimalne wstępne naciągi lin dla wybranych średnic, w przypadku poszczególnych poziomów zamocowania odciągów do trzonu przedstawiono tabelarycznie w pracy [181].

Algorytm doboru naciągów wstępnych odciągów masztów, na podstawie analiz symulacyjnych dla sześciu modeli o trzonach trójściennych, został zaproponowany w rozprawie doktorskiej [88]. Opracowano kryterium stateczności trzonu, w którym w miejscach zamocowania odciągów do trzonu ustalane są dopuszczalne wektory własne w taki sposób, aby warunki stanu granicznego nośności (ULS) i użyteczności (SLS) nie zostały przekroczone. Proponowana metoda umożliwia uwzględnienie cech indywidualnych konstrukcji masztowej.

Początkowe siły wstępnego naciągu mają duży wpływ na postać wyboczenia trzonu masztu, co udowodniono w pracy [124]. Przeprowadzono analizę statyczno-wytrzymałościową pewnej stalowej konstrukcji masztu, z czterema poziomami odciągów i wysokości 260 m, w której wykazano, że rozkład sił wewnętrznych w trzonie masztu ściśle zależy od wstępnych naciągów lin podpierających trzon.

Problematykę wpływu sił wstępnego naciągu na wartość siły statycznej, równoważnej siłom dynamicznym, powstającym przy zerwaniu odciagu dowolnego poziomu podjęto w pracy [87]. Autorzy pracy [114, 128] wykazali, że napinanie odciągów małymi siłami jest korzystniejsze z uwagi na bezpieczeństwo konstrukcji w chwili nagłego zerwania odciagu. W takim przypadku, możliwe jest „wchłonięcie” energii od zerwania odciagu i dalsze przenoszenie parcia wiatru przez maszt, aż do chwili przyłączenia odciagu tymczasowego. Jednocześnie maszt z odciągami o niedużych siłach wstępnego naciągu, charakteryzuje się niedostateczną sztywnością na parcie wiatru, a spełnienie warunków nośności ULS i użyteczności SLS, w tym samym czasie w chwili zerwania odciagu może być niemożliwe.

Z kolei zbyt duże naciągi wstępne powodują zbyt duże siły podłużne w miejscu przyłączenia odciągów do trzonu, co ma wpływ na zastosowanie odpowiednio dużych fundamentów kotwiących odciągów [181].

Metody pomiaru sił wstępnego naciągu, na przykładzie lin odciągowych kominów stalowych, omówiono w pracy [203]. Badaniem sił podłużnych w odciągach dziewięciu masztów radiowych w zależności od sił wstępnego naciągu zajmował się Wichtowski w pracy [202]. Tematyką związaną ze wstępnym naciągiem lin zajmowano się również w pracach [101, 153, 160, 178, 180, 181].

### **1.2.2. Obciążenia zmienne**

Przy uwzględnianiu w obliczeniach oddziaływań środowiskowych należy kierować się wytycznymi odpowiednich norm:

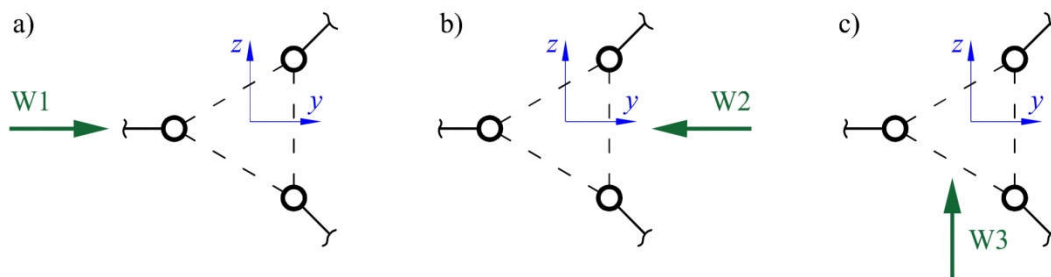
- oddziaływanie wiatru – zgodnie z [236] i [240],
- oddziaływanie temperatury – według [237],
- oblodzenie – zgodnie z [223, 231].

#### **1.2.2.1. Obciążenie wiatrem**

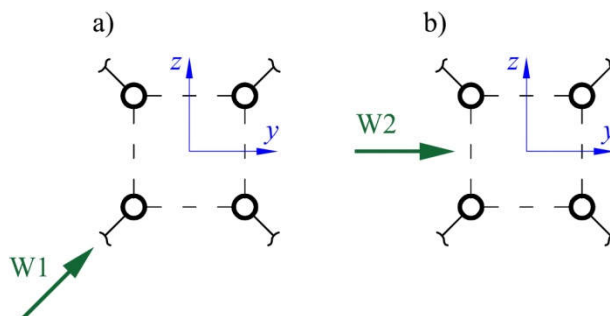
W analizie konstrukcji masztowej dominującym obciążeniem, obok oblodzenia jest obciążenie wiatrem. Na etapie projektowania bardzo ważne jest, aby jak najdokładniej odzwierciedlić rzeczywiste działanie wiatru i skutki jego oddziaływania w połączeniu z innymi obciążeniami, czy niedoskonałościami konstrukcji. Na wartość obciążenia wiatrem ma wpływ wiele czynników takich jak [175]:

- warunki klimatyczne i terenowe,
- prędkość i porywy wiatru,
- wymiary i kształt konstrukcji,
- właściwości dynamiczne.

Wszystkie wymienione czynniki mają bezpośredni wpływ na opór aerodynamiczny konstrukcji. Zgodnie z zaleceniami normy [240] należy rozpatrzyć trzy podstawowe, najbardziej niekorzystne, kierunki wiatru w masztach trójściennych (rys. 1.19) i dwa w masztach czterościennych (rys. 1.20). W przypadku masztu o przekroju trójkąta równobocznego kierunek W1 oznacza parcie wiatru w płaszczyźnie jednego z odciągów, W2 – wiatr działający na dwusieczną kąta i W3 – wiatr w kierunku prostopadłym do W1 i W2. W masztach cztero-odciągowych obliczenia przeprowadza się dla kierunku W1 i W2 według rys. 1.20.



Rys. 1.19. Podstawowe kierunki działania wiatru na maszt trójścienny [240]



Rys. 1.20. Podstawowe kierunki działania wiatru na maszt czterościenny [240]

W przypadku masztów o przekroju trójkątnym, z uwagi na możliwość utraty stateczności trzonu masztu, najmniej korzystne jest działanie wiatru na kierunku W1 (rys. 1.19). Pomimo dużej sztywności masztu na tym kierunku, w odciągach zawietrznych dochodzi do znacznego spadku sił, co jest powodem redukcji sztywności masztu w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku wiatru W1 i w konsekwencji może doprowadzić do utraty stateczności trzonu masztu w tej płaszczyźnie. W związku z tym, w celu uchwycenia zmiany sztywności masztu także na kierunku osi  $z$  (rys. 1.19a), należy wg [240] uwzględnić obciążenie boczne na tym kierunku w postaci dodatkowej, poprzecznej siły wiatru równej 2% obliczonych wartości wiatru W1.

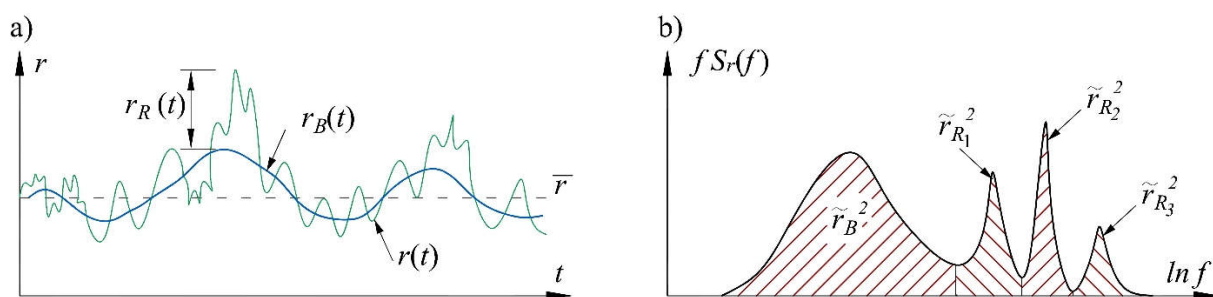
Smukłe konstrukcje stalowe są z natury bardzo wrażliwe na oddziaływanie wiatru, ponieważ jego parcie wywołuje różnice w sztywności odciągów w stosunku do stanu montażowego. Jednocześnie wartości sił w odciągach mają bezpośredni wpływ na zmianę sztywności podpór sprężystych trzonu masztu i na wartości sił osiowych w trzonie masztu. Przy doborze naciągów wstępnych należy zapewnić odpowiednią wstępną sztywność poziomą podpory sprężystej trzonu tak, aby była ona jednakowa we wszystkich odciągach na jednym poziomie, przy możliwym zachowaniu różnic w naciągach na różnych poziomach. Ponadto, siła osiowa w trzonie od składowych pionowych nie powinna być zbyt duża, a odciągi powinny być odpowiednio napięte tak, aby nie doszło do drgań wzbudzających. Zgodnie z pracą [180], jest to możliwe, jeśli naprężenia wstępne  $\sigma_0$  w stosunku do wytrzymałości drutów na rozciąganie  $f_{u,k}$  będą spełniały warunek:

$$0,08 \leq \frac{\sigma_0}{f_{u,k}} \leq 0,15. \quad (1.3)$$

Sztywność masztu na etapie wstępnego sprężenia jest na każdym kierunku jednakowa, a zmienia się wraz ze zmianą kierunku obciążenia i wartości siły  $W$ , przy czym dla kierunku 1 sztywność jest największa, dla kierunku 2 najmniejsza, a dla 3 – pośrednia. Różnice między sztywnością masztu dla różnych przypadków obciążenia wiatrem są tym mniejsze im większe są siły wstępnego napięcia odciągów masztu. W przypadku – teoretycznie – nieskończenie dużych sił wstępnego napięcia odciągów, sztywność masztu dla dowolnego kierunku obciążenia wiatrem byłaby jednakowa.

Oddziaływanie wiatru na wysokie i smukłe maszty z odciągami ma z natury charakter dynamiczny. Najbardziej wiarygodną metodą wyznaczenia sił wewnętrznych i przemieszczeń konstrukcji jest wykorzystanie analizy dynamicznej, jako pełnej analizy czasowej. W literaturze znane są nieliniowe modele dynamiczne, lecz wykorzystanie ich w codziennej praktyce inżynierskiej jest bardzo skomplikowane i czasochłonne. Ponadto, przy ustalaniu odpowiedzi konstrukcji na wiatry porywiste należy uwzględnić ich naturalną losowość, a także takie parametry jak: sztywność, masę, tłumienie i opór aerodynamiczny całej konstrukcji. Taka analiza dynamiczna może zostać przeprowadzona przy użyciu odpowiedniego modelu aerodynamicznego – metodą w dziedzinie częstości (FDA – *Frequency Domain Analysis*) lub w dziedzinie czasu (TDA – *Time Domain Analysis*). Metoda w dziedzinie częstości FDA zakłada, że przebieg czasowy określonej odpowiedzi lub efekt obciążenia  $r(t)$  w warunkach turbulentnego wiatru dzielony jest na dwa składniki: uśrednioną w czasie składową  $\bar{r}$  i fluktuacyjną składową dynamiczną. Ten ostatni jest dalej dzielony na odpowiedź rezonansową wysokich częstotliwości  $rR(t)$  i wolno zmieniającą się odpowiedź tła  $rB(t)$ .

Odpowiedź fluktuacyjna może zostać scharakteryzowana za pomocą funkcji gęstości widmowej mocy lub widma mocy  $S_r(f)$  obszaru, w zakresie którego znajduje się średnia kwadratowa wartość odpowiedzi dynamicznej  $\tilde{r}^2$ , przy czym  $f$  oznacza częstotliwość wyrażoną w Hz [41].



Rys. 1.21. Typowa odpowiedź masztu z odciągami w warunkach porywistego wiatru: a) przebieg czasowy, b) widmo mocy [41]

Na rys. 1.21a przedstawiono historię czasową danej odpowiedzi lub efektu obciążenia  $r(t)$ , gdy na maszt działa porywisty wiatr, a rys. 1.21b widmo mocy, jako typowe odpowiedzi masztu z odciągami w warunkach porywistego wiatru. Efekt odpowiedzi  $r(t)$ , może oznaczać szeroki zakres odpowiedzi konstrukcji na działanie wiatru, tj. przemieszczenie, siłę ścinającą, moment zginający w niektórych miejscach trzonu, czy też naprężenia w linach odciągowych [208]. Jak można zauważyć na rys. 1.21b widma odpowiedzi konstrukcji masztowej poddanej działaniu turbulentnych wiatrów kształtują się w postaci szerokiego wzniesienia w zakresie quasi-statycznego tła o niskich częstotliwości, a także serią wąskich szczytów rezonansowych przy naturalnych częstotliwościach drgań własnych masztu [41].

W pracy [20] wykazano, że właściwe przyjęcie reprezentatywnych form drgań własnych, ustalonych w analizie modalnej, ma znaczący wpływ na odpowiedź masztu, poddanego porywom wiatru w analizie aerodynamicznej. W masztach zbyt mała liczba postaci reprezentatywnych wpływa na niedoszacowanie sił w poszczególnych elementach konstrukcyjnych. Zgodnie z [41], w przypadku masztów, do dalszej analizy należy przyjąć co najmniej 15 znaczących postaci drgań. Aby uzyskać satysfakcjonującą odpowiedź masztu w zakresie przemieszczeń, konieczne jest uwzględnienie częstości reprezentatywnych z początku pasma, jak i z innych części spektrum [20].

Nieliniowa analiza dynamiczna masztu może być wykonana w dziedzinie czasu TDA pod warunkiem, że odpowiedź konstrukcji wyznaczana jest przy użyciu procedury całkowania równań ruchu, krok po kroku, w kolejnych dyskretnych odstępach czasu [108]. Z tego względu, właściwości mechaniczne mogą być aktualizowane w sposób ciągły, bazując na aktualnym położeniu konstrukcji w danej chwili, co pozwala na łatwe wprowadzenie nieliniowości, zarówno geometrycznej, jak i fizycznej. Analizę w dziedzinie czasu można przeprowadzać przy użyciu różnych procedur np. przyrostowej postaci metody *Newmarka  $\beta$*  czy *Wilsona  $\Theta$* . Różnice między tymi procedurami, wynikają z odmiennego sposobu uwzględnienia zmiany przemieszczeń, prędkości i przyspieszenia w odstępach czasu. Ponadto, wybór procedury zależy jest od tego, czy ruch w kroku czasowym opiera się na warunkach równowagi na początku rozpatrywanego przedziału czasu, czy na jego końcu. Z tego względu, że analiza konstrukcji odbywa się w każdym przedziale czasowym, wymagane jest ciągłe obciążenie wiatrem wszystkich elementów konstrukcji w taki sposób, aby jego charakterystyki były jak najbardziej zbliżone do rzeczywistego oddziaływania wiatru [189]. Badanie dynamicznego zachowania odciągów masztu, przy użyciu metody *Newmarka  $\beta$*  przeprowadzono w pracy [190], przy czym dynamiczna równowaga w węzłach, na końcu każdego kroku czasowego, została wymuszona przez dodatkowe zastosowanie zmodyfikowanej procedury iteracyjnej *Newtona-Raphsona*.

Szczegółowe badania w zakresie dynamicznego zachowania masztów z odciągami przy turbulentnym wietrze przeprowadzono w rozprawie doktorskiej [189], w której zaproponowano uproszczoną statyczną metodę analizy obciążenia wiatrem w postaci obciążenia średniego i odcinkowego, która pozwala w sposób wiarygodny oszacować odpowiedź dynamiczną masztów z odciągami. Metoda ta została skalibrowana na podstawie analizy dynamicznej ośmiu istniejących masztów za pomocą metody w dziedzinie częstości FDA. Natomiast nieliniowa odpowiedź dynamiczna masztu pod wpływem symulowanych numerycznie turbulentnych pól wiatru została zbadana w dziedzinie czasu TDA.

Obciążenie wiatrem może być modelowane na podstawie wzorów *teorii quasi-ustalonej* [20, 22, 24]. Początkowo wyznaczana jest nieliniowa odpowiedź konstrukcji pod statycznym działaniem obciążeń stałych i średniego oddziaływania wiatru. Kolejno przeprowadzana jest analiza modalna, w której ustalane są reprezentatywne postacie drgań własnych, przyjmowane dalej do analizy aerodynamicznej, uwzględniającej turbulentne oddziaływanie wiatru [20].

W literaturze przedstawione są również inne pokrewne metody, umożliwiające dynamiczną analizę masztu pod turbulentnym działaniem wiatru, między innymi:

- metoda dyskretna analizy drgań losowych (*Random Vibration Theory*), w której odpowiedź drgań losowych uzyskiwana jest numerycznie i ściśle zależy od wzorów rekurencyjnych, otrzymanych w wyniku dyskretyzacji równań drgań w dziedzinie czasu. Przy bliskim założeniu Gaussa, na podstawie średnich charakterystyk procesu i korelacji wzbudzeń wyznaczana jest średnia i średnia kwadratowa odpowiedź drgań losowych [74, 75];
- analiza widmowa z uwzględnieniem tłumienia (SEM) – pozwala na precyzyjne ustalenie ostatecznych nieliniowych odpowiedzi układów drgających, zależnych od częstotliwości. Proponowana metoda elementów spektralnych jest dostosowana do analizy problemów dynamicznych i opiera się na dokładnym rozwiązaniu równania różniczkowego elementów konstrukcji, poddanych wzbudzeniu dynamicznemu, przy wykorzystywaniu szybkiej transformacji Fouriera (*Fast Fourier Transform – FFT*) [79, 80];
- stochastyczna metoda elementów skończonych – zakłada, że wszystkie losowe parametry wejściowe i wyjściowe są rozwijane są w szereg Taylora drugiego rzędu, co pozwala na efektywne określenie momentów losowych odpowiedzi konstrukcji przy dynamicznym wymuszeniu porywami wiatru [94]. Takie podejście wykorzystano w pracy [9]. W przypadku analizy konstrukcji nieliniowych, podatnych na obciążenia dynamiczne, często jako parametr stochastyczny (losowo zmienny) przyjmowana jest nominalna wartość prędkości przepływu wiatru [8];

- metoda reprezentacji widmowej (*Spectral Representation Method*) – pozwala na uzyskanie zmiennej prędkości wiatru poprzez wyznaczenie pola prędkości w dziedzinie czasu, na podstawie przyjętej funkcji gęstości widmowej mocy prędkości wiatru i wprowadzeniu funkcji koherencji [7];
- metoda elementów dynamicznych (*Dynamic Element Method*) – jest metodą o większej dokładności wyników w stosunku do metody elementów skończonych (MES), przy takiej samej liczbie stopni swobody, co jest możliwe dzięki wprowadzeniu funkcji kształtu typu wielomianowego. Metoda DEM może zatem być zaimplementowana do modelowania i analizy masztów z odciągami, co przedstawiono w przykładzie obliczeniowym w pracy [4].

Analiza dynamiczna masztów z odciągami jest niezbędna do wyznaczenia dynamicznych właściwości elementów składowych konstrukcji i może zostać przeprowadzona za pomocą badań doświadczalnych lub poprzez symulacje numeryczne. Najdokładniejsze pomiary uzyskuje się na podstawie testów eksperymentalnych konstrukcji w skali naturalnej *in-situ*. Dynamiczna odpowiedź masztu pod działaniem porywistego wiatru w skali rzeczywistej była przedmiotem analizy wielu naukowców [35, 36, 73, 81, 103, 183].

Ze względu na liczne utrudnienia, takie jak stosunkowo duże koszty, długi czas przygotowania i testowania konstrukcji, a także jej specyfikę, stosowane są rozwiązania zamienne. Wiarygodnym rozwiązaniem jest przeprowadzenie badań w skali pomniejszonej – na odpowiednim modelu w tunelu aerodynamicznym. Przebieg takich badań oraz wyniki pomiarów przedstawiono w pracach [21, 24, 49, 208, 209]. W tunelu aerodynamicznym możliwe jest wykonanie wielu badań eksperymentalnych z uwagi na wiatr, takich jak [49]:

- pomiary prędkości przepływu powietrza i jego turbulencji,
- pomiary ciśnienia wiatru na ścianach modelu i w przepływie,
- pomiar sił i momentów aerodynamicznych, gdy wiatr działa na cały model lub wybraną sekcję w przepływie płaskim,
- pomiar drgań,
- pomiar mocy i momentu obrotowego wirników wiatrowych,
- wizualizację opływu.

Dynamiczna odpowiedź konstrukcji podpartej odciągami była rozważana już od wielu lat. Analizie elementu kablowego poświęcono sporo uwagi w literaturze [14, 42, 96, 102, 167, 190], w której przedstawiono liczne modele obliczeniowe, pozwalające na przewidzenie reakcji masztu z odciągami na działanie silnych podmuchów wiatru o zmiennej częstotliwości. Wielu



autorów prac [26, 27, 28, 98, 194] zajmowało się symulacjami i sterowaniem drganiami masztów z odciągami tak, aby proponowany model obliczeniowy był odzwierciedleniem rzeczywistego zachowania konstrukcji. Jednocześnie ważnym zagadnieniem było ograniczenie amplitud drgań poprzecznych wierzchołka trzonu masztu, spowodowanych działaniem wiatru. W tym celu wykorzystuje się różne metody tłumienia, które można podzielić na pasywne, aktywne i półaktywne [27].

Ze względu na znaczny stopień skomplikowania, wykorzystanie przedstawionych algorytmów i modeli obliczeniowych do przeprowadzenia dynamicznej analizy konstrukcji stanowi pewną trudność i wymaga od projektantów dużej wiedzy i profesjonalnego oprogramowania. Z tego powodu poszukiwane są prostsze rozwiązania. Zgodnie z zaleceniami normy [233], możliwe jest wykorzystanie analizy statycznej, w której średnie lub stałe obciążenie wiatrem, działające na trzon, powiększone jest o stały współczynnik porywów wiatru (*gust factor*). W przypadku obciążenia wiatrem odciągów, obliczenia są przeprowadzane dla dwóch trzecich wysokości przyłączenia odciągów do trzonu masztu. Ciągłe obciążenie wiatrem  $p(z)$  można wyznaczyć ze wzoru [227]:

$$p(z) = q_k C_e(z) C_x F(z) \beta, \quad (1.4)$$

w którym:

- $q_k$  – wartość charakterystyczna ciśnienia prędkości wiatru,
- $C_e(z)$  – współczynnik ekspozycji,
- $C_x$  – współczynnik aerodynamiczny,
- $F(z)$  – pole powierzchni nawietrznej trzonu masztu,  $[m^2/m]$ ,
- $\beta$  – współczynnik porywów wiatru dla pierwszej częstości drgań konstrukcji.

W przyjętym uproszczonym rozwiązaniu, dynamiczne wpływy wiatru w każdym punkcie zastąpione są przez obciążenie statyczne zwiększone współczynnikiem  $\beta$ , przy czym w przypadku masztów wymagane jest uwzględnienie co najmniej 15 reprezentatywnych postaci drgań własnych.

Dynamiczne efekty oddziaływania wiatru na konstrukcję sprawdzano również za pomocą metod przybliżonych. Jednym z takich rozwiązań jest *metoda quasi-statyczna*, w której dynamiczną odpowiedź konstrukcji uzyskuje się na podstawie odpowiedniej kombinacji obciążenia średniego i odcinkowego wiatrem, traktowanego jako dynamiczne oddziaływanie wiatru (*patch loads*). Temu zagadnieniu poświęcone są prace krajowe m.in. [115, 127, 233] i zagraniczne, np. [108, 117]. Dokładniejsze odwzorowanie dynamicznego oddziaływania wiatru zostało zaproponowane przez IASS, w którym porywy wiatru zastąpione są obciążeniem odcinkowym rozdzielonym na obciążenie średnie i szczytowe, przy czym to pierwsze działa na

cały trzon, a to drugie – pomiędzy poszczególnymi poziomami odciągów i wierzchołkiem [88]. Jak zauważono w pracy [88], metoda ta zawyża wartości sił podłużnych w odciągach oraz momentów zginających i sił tnących w trzonie masztu w porównaniu do dynamicznej analizy masztu.

Zespół badawczy pod kierunkiem Davenporta i Sparlinga przez wiele lat pracował nad rozwinięciem *quasi-statycznej metody obciążeń odcinkowych*. Obecnie uznaje się, że zaproponowana metoda pozwala na bardzo dobre przybliżenie efektów dynamicznych wiatru w masztach z odciągami. Procedury pozwalające na uzyskanie odpowiedzi dynamicznej konstrukcji przy zastosowaniu analizy statycznej wprowadzono początkowo do normy brytyjskiej i kanadyjskiej w 1994, a kilka lat później (1997) – do normy europejskiej [88, 108].

W 2007 roku Materazzi i Venanzi [112], zaproponowali uproszczoną metodę statyczną, w której dynamiczne oddziaływanie wiatru rozwiązane jest za pomocą funkcji podmuchu wiatru, zmiennej wraz z wysokością konstrukcji.

Obecnie, zgodnie z założeniami normy [240], dopuszcza się dwie metody wyznaczenia odpowiedzi konstrukcji masztu na oddziaływanie wiatru: metodę analizy spektralnej i zastępczą metodę statyczną. Jeżeli konstrukcja masztu podatna jest na znaczne oddziaływania dynamiczne i zaliczana jest do trzeciej klasy niezawodności, wymagane jest użycie pełnej analizy dynamicznej, omówionej częściowo w normach [236, 240] i dokładniej w literaturze specjalistycznej. Zastępcza metoda statyczna może zostać wykorzystana, tylko i wyłącznie po spełnieniu następujących warunków:

- wysięg części wspornikowej powinien być mniejszy niż połowa rozpiętości przyległego przęsła masztu,
- sztywność na zginanie w stosunku do sztywności podpór sprężystych, oznaczona parametrem  $\beta_s$ , nie powinna być większa od jedności, co wyraża zależność:

$$\beta_s = \frac{4 \left( \frac{E_m I_m}{L_s^2} \right)}{\left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_{Gi} H_{Gi} \right)} < 1, \quad (1.5)$$

przy czym składnik  $K_{Gi}$  należy wyznaczyć z wzoru:

$$K_{Gi} = 0,5 N_i A_{Gi} E_{Gi} \cos^2 \alpha_{Gi} / L_{Gi}, \quad (1.6)$$

gdzie:

$E_m$  – moduł sprężystości trzonu masztu,

$I_m$  – średni moment bezwładności trzonu masztu,

$L_s$  – średnia rozpiętość między poziomami odciągów,

$N$  – liczba poziomów zamocowania odciągów,

$H_{Gi}$  – wysokość od podstawy masztu do poziomu odciążu  $i$ ,

$A_{Gi}$  – pole powierzchni odciążu przyłączonego na poziomie  $i$ ,

$E_{Gi}$  – moduł Younga odciążu przyłączonego na poziomie  $i$ ,

$\alpha_{Gi}$  – kąt nachylenia do poziomu ciężwi odciążu przyłączonego na poziomie  $i$ ,

$L_{Gi}$  – długość odciążu przyłączonego na poziomie  $i$ ,

- stosunek siły bezwładności do siły tłumienia, wyrażony za pomocą parametru  $Q$ , powinien spełniać zależność:

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{H_k V_H}{D_0}} \sqrt{\frac{m_0}{HR}} < 1, \quad (1.7)$$

w której:

$H_k$  – całkowita wysokość masztu, [m],

$V_H$  – średnia prędkość wiatru  $V_e$  przy wierzchołku masztu, [m/s],

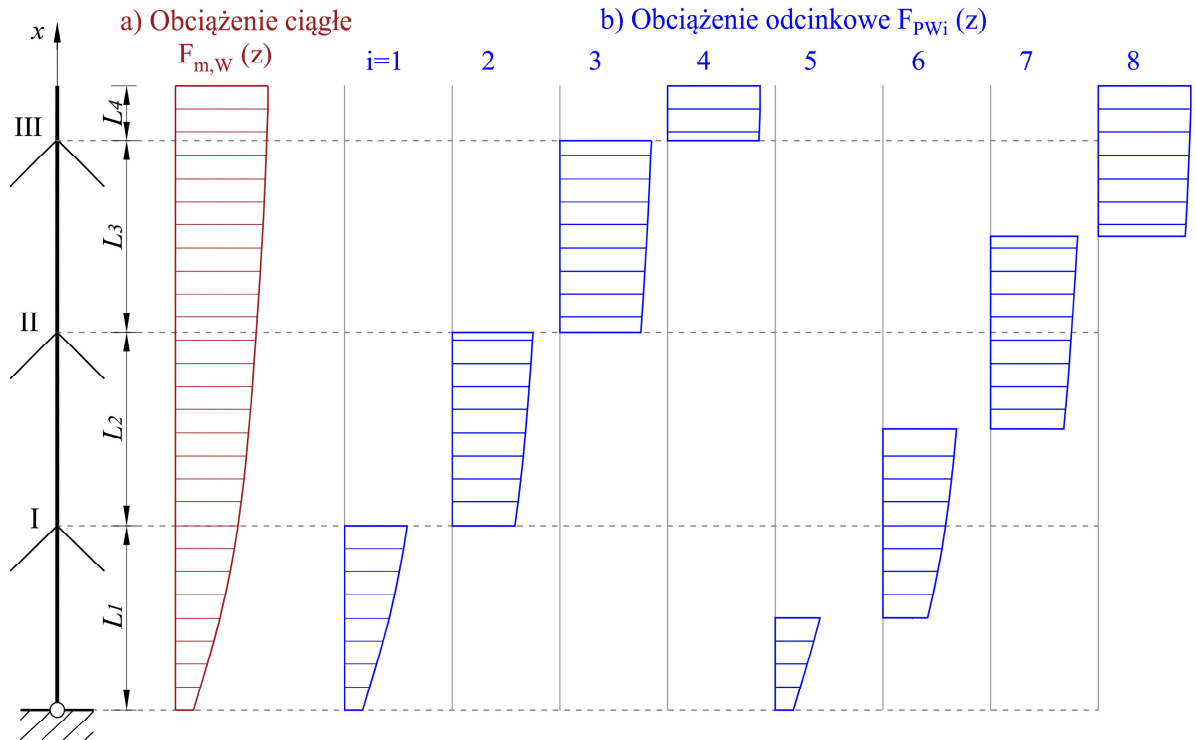
$D_0$  – średnia szerokość ściany masztu, [m],

$m_0$  – uśredniona masa trzonu masztu, łącznie z wyposażeniem, [kg/m],

$R$  – całkowity średni opór aerodynamiczny, który należy wyznaczać jako uśrednioną wartość iloczynu współczynnika siły oddziaływania wiatru  $c_f$  i pola powierzchni odniesienia  $\Sigma A$ , [m<sup>2</sup>/m], przy czym zgodnie z [236],  $\Sigma A$  przyjmowane jest jako  $A_{ref}$ .

Spełnienie tych trzech warunków pozwala na zakończenie wstępnego etapu projektowania masztu i wyznaczenie jego dynamicznej odpowiedzi na oddziaływanie wiatru, przy wykorzystaniu procedury analizy statycznej [181]. Według tej metody, obciążenie wiatrem na trzon rozpatruje się jako kombinację oddziaływania średniego i szeregu różnych konfiguracji obciążeń odcinkowych od porywów (rys. 1.22). Obciążenia odcinkowe należy uwzględnić w następujących rozkładach:

- w każdym przęśle łącznie z ewentualnym wspornikiem (1-4),
- od podstawy do środka pierwszego przęsła (5),
- pomiędzy środkami sąsiednich przęseł (6,7),
- od środka ostatniego przęsła do najwyższego punktu trzonu masztu (8).



Rys. 1.22. Schematy obciążenia wiatrem trzonu trójprzęsłowego ze wspornikiem: a) obciążenie średnie, b) obciążenie odcinkowe  $i$  - tego odcinka [240]

Średnie obciążenie wiatrem na trzon wyznacza się ze wzoru [240]:

$$F_{m,W}(z) = \frac{q_p(z)}{1 + 7I_v(z)} \sum c_w(z) A_s, \quad (1.8)$$

w którym:

$q_p(z)$  – szczytowe parcie wiatru na wysokości  $z$ , obliczane jako  $q_b c_e(z)$ ,

$I_v(z)$  – intensywność turbulencji na wysokości  $z$  według [236],

$A_s$  – całkowite pole powierzchni sekcji nawietrznej trzonu, przy czym ( $A_s = A_{ref}$ ),

$c_w(z)$  – współczynnik siły oddziaływania wiatru na konstrukcję (wraz z wyposażeniem), odpowiadający rozpatrywanej sekcji masztu, (dawniej: współczynnik aerodynamiczny).

$$\sum c_w(z) = c_f = c_{f,S} + c_{f,A}, \quad (1.9)$$

gdzie:  $c_{f,S}$  – oznacza współczynnik siły oddziaływania wiatru na sekcję konstrukcji prętowej,

a  $c_{f,A}$  – współczynnik siły oddziaływania wiatru na wyposażenie.

$$c_{f,S} = K_\theta c_{f,S0} \frac{A_s}{\sum A} \quad (1.10)$$

$K_\theta$  – współczynnik kąta natarcia wiatru zgodnie z rysunkiem B. 2.2 [240]. Według tej normy dla konstrukcji o przekroju trójkątnym, współczynnik ten wyznacza się ze wzoru:

$$K_\theta = \frac{A_c + A_{c,sup}}{A_s} + \frac{A_f}{A_s} (1 - 0,1 \sin^2 1,5\theta), \quad (1.11)$$

przy czym:

$\theta$  – kąt natarcia wiatru,

$A_f, A_c, A_{c,sup}$  – całkowite pola powierzchni rzutu prostopadłego, odpowiednio, dla ściany złożonej z elementów płaskościennych i ściany z elementów o przekrojach okrągłych w zakresie opływu podkrytycznego oraz nadkrytycznego.

$$A_S = A_f + A_c + A_{c,sup} \quad (1.12)$$

Jeżeli maszt o trzonie trójściennym nie ma elementów płaskościennych ( $A_f = 0$ ), to współczynnik kąta natarcia wiatru  $K_\theta = 1$ , bez względu na rozpatrywany kąt natarcia.

Współczynnik całkowitej siły oddziaływania wiatru działający prostopadle do ściany wyraża wzór:

$$c_{f,s,0} = c_{f,0,c} \frac{A_c}{A_S} + c_{f,0,c,sup} \frac{A_{c,sup}}{A_S} + c_{f,0,f} \frac{A_f}{A_S}, \quad (1.13)$$

w którym parcjalne współczynniki siły oddziaływania wiatru wyznacza się z zależności:

$$c_{f,0,c} = C_1(1 - C_2\varphi) + (C_1 + 0,875)\varphi^2, \quad (1.14)$$

$$c_{f,0,c,sup} = 1,9 - \sqrt{(1 - \varphi)(2,8 - 1,14C_1 + \varphi)}, \quad (1.15)$$

$$c_{f,0,f} = 1,76C_1(1 - C_2\varphi + \varphi^2), \quad (1.16)$$

przy czym w przypadku masztów o przekroju trójkątnym należy zastosować stałe:

$$C_1 = 1,9; \quad C_2 = 1,4,$$

i współczynnik wypełnienia ściany  $\varphi$ , obliczany na podstawie długości jednej sekcji lub jednego segmentu o wysokości  $h$  i szerokości  $b$ :

$$\varphi = \frac{A_S}{bh} \quad (1.17)$$

Na podstawie efektywnej liczby Reynoldsa  $Re$  ustala się czy dany przekrój znajduje się w zakresie opływu nadkrytycznego lub podkrytycznego. W przypadku elementów o przekrojach okrągłych o średnicy  $d$ , przyjmuje się, że przy braku oblodzenia dla  $Re \leq 4 \cdot 10^5$  przekrój okrągły znajduje się w zakresie opływu podkrytycznego, a dla  $Re > 4 \cdot 10^5$  – w zakresie opływu nadkrytycznego, przy czym liczba ta ustalana jest z zależności:

$$Re = \frac{dv(z_e)}{v}, \quad (1.18)$$

gdzie:  $v(z_e)$  – szczytowa prędkość wiatru na wysokości odniesienia nad terenem  $z_e$ ,  
 $v$  – lepkość kinematyczna powietrza równa  $15 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s.

Średnie obciążenie wiatrem na odciąg, działające prostopadle do cięciwy odciagu wyznacza się z zależności:

$$F_{GW}(z) = \frac{q_p(z)}{1 + 7I_v(z)} C_{f,G}(z)d, \quad (1.19)$$

gdzie:  $d$  – średnica liny, a  $C_{f,G}(z)$  – współczynnik siły oddziaływania wiatru na odciąg, który zależy od efektywnej liczby Reynoldsa. Współczynniki całkowitego oporu  $C_{f,G}$  w przypadku lin drobnozwoitych, przedstawiono w tabl. 1.4.

Tablica 1.4. Współczynniki siły oddziaływania wiatru  $C_{f,G}$  w przypadku lin drobnozwoitych [240]

Liczba Reynoldsa $Re$	Współczynnik oporu $C_{f,G}$	
	bez oblodzenia	z oblodzeniem
$< 60000$	1,2	
$\geq 100000$	0,9	
$< 100000$		1,25
$> 200000$		1,0
Pośrednie wartości należy wyznaczyć z interpolacji liniowej.		

Zgodnie z postanowieniami normy [240], krzywoliniowy rozkład obciążenia wiatrem może być zastąpiony rozkładem równomiernym pod warunkiem, że wartość tego obciążenia zostanie ustalona dla prędkości wiatru na poziomie 2/3 wysokości zamocowania właściwego odciagu.

Obciążenie odcinkowe wiatrem na trzon oblicza się z zależności:

$$F_{PW}(z) = 2k_s \frac{q_p(z)}{1 + 7I_v(z)} \frac{I_v(z)}{c_0(z)} \sum c_w(z) A_s, \quad (1.20)$$

gdzie:  $k_s$  – współczynnik skali, przy czym wartość zalecana  $k_s = 3,5$ ;  $c_0(z)$  – współczynnik rzeźby terenu (orografii), który uwzględnia większą średnią prędkość wiatru nad pojedynczymi wzgórzami i skarpami, zgodnie z [236].

Obciążenie odcinkowe odciagu uwzględnia się w tych samych przedziałach wysokości, które zadawane są na trzon, według wzoru:

$$F_{PG}(z) = 2k_s \frac{q_p(z)}{1 + 7I_v(z)} \frac{I_v(z)}{c_0(z)} C_{f,G}(z)d, \quad (1.21)$$

W celu uproszczenia obliczeń, zamiast odcinkowego obciążenia wiatrem można przyjęc obciążenie równomiernie rozłożone na całej wysokości pomnożone przez stosunek wysokości obciążonego odcinka  $z_p$  na danym odciagu do rzędnej wysokościowej  $z_G$  przyłączenia odciagu do trzonu masztu ( $z_p/z_G$ ).

Zachowanie masztu pod wpływem dynamicznego oddziaływania wiatru wyznacza się na podstawie kombinacji szeregu rozkładów obciążeń odcinkowych jako różnych konfiguracji obciążenia zastępczego od porywów wiatru wraz z obciążeniem średnim. W przypadku masztów

o nieznacznej wysokości – do 50 m, obciążenie odcinkowe zadawane jest tylko jeden raz na całej wysokości [240].

W każdym elemencie trzonu masztu i w odciągach należy wyznaczyć efekt obciążenia z  $i$ -tej konfiguracji obciążenia odcinkowego  $S_{PLi}$ , biorąc pod uwagę wszystkie normowe rozkłady obciążeń [240]. Efekt ten stanowi różnicę pomiędzy efektem jednoczesnego oddziaływania obciążenia średniego wraz z obciążeniem odcinkowym, a efektem samego obciążenia średniego:

$$S_{PLi} = S_i - S_M, \quad (1.22)$$

w którym:  $S_i$  – efekt od jednoczesnego oddziaływania obciążenia średniego wiatrem powiększonego o  $i$ -te obciążenia odcinkowe, a  $S_M$  – efekt od średniego obciążenia wiatrem. Rozpatrując wszystkie możliwe schematy obciążenia odcinkowego na danym kierunku wiatru wyznacza się sumaryczny efekt obciążeń odcinkowych  $S_p$ :

$$S_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N S_{PLi}^2}, \quad (1.23)$$

przy czym:  $N$  – liczba wymaganych konfiguracji obciążenia.

W każdym elemencie masztu można wyznaczyć ekstremalny efekt od obciążenia średniego i obciążeń odcinkowych według wzoru:

$$S_{TM} = S_M \pm S_p. \quad (1.24)$$

Omówiona procedura powinna zostać wykonana dla wszystkich typowych kierunków działania wiatru, zgodnie z [240]. Obliczenia współczynnika siły oddziaływania wiatru na elementy konstrukcyjne w przypadku przekrojów kwadratowych należy wykonywać zgodnie z p. B.2.1.3 normy [240].

W pracy [115] wykonano analizę porównawczą masztu stalowego o wysokości 204 m, w której obciążenie wiatrem obliczono przy uwzględnieniu zastępczej metody statycznej, w oparciu o normę europejską [240] i poprzedzającą ją normę dotyczącą obliczania masztów [233]. W sposób szczegółowy omówiono procedurę zebrania obciążeń od wiatru i analizę konstrukcji zgodnie z [240], a także stwierdzono, że obowiązująca metoda jest dużo bardziej skomplikowana i pracochłonna niż rozwiązanie ujęte w polskiej normie [233].

Z uwagi na fakt, że odciągi podpierające trzon masztu są usytuowane przestrzennie względem kierunku wiatru należy obliczyć zastępcze obciążenie wiatrem na kierunku prostopadłym do cięciwy odciągu [160]:

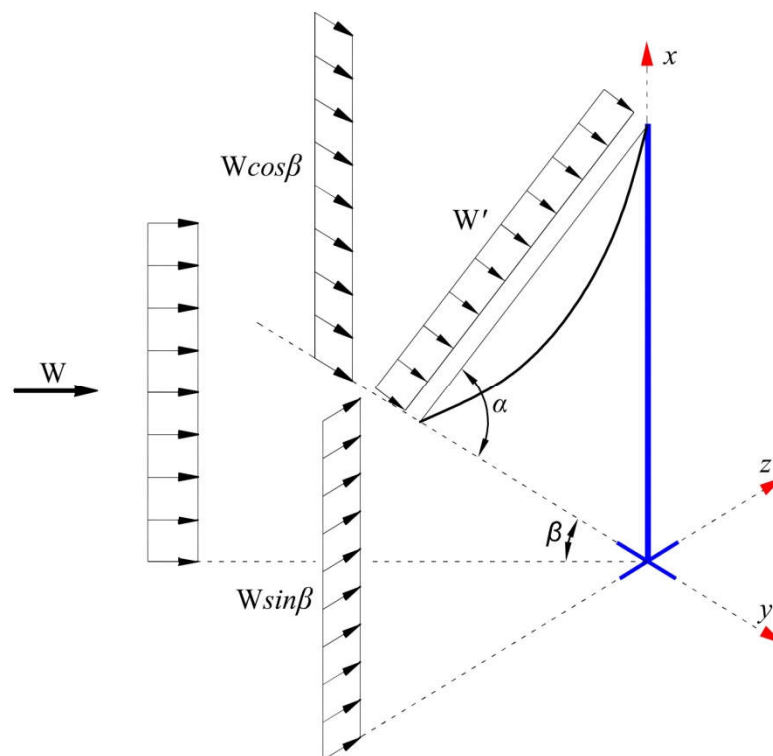
$$W' = \sqrt{(W \sin \beta)^2 + (W \sin^2 \alpha \cos \beta)^2}, \quad (1.25)$$

w którym:  $W$  – poziome obciążenie wiatrem,  $\alpha$  – kąt nachylenia cięciwy odciągu do płaszczyzny poziomej,  $\beta$  – kąt oddziaływania wiatru w odniesieniu do rzutu odciągu na płaszczyznę poziomą.

Stosując zależność (1.25) należy pamiętać, że wzrost siły w odciągu zależy przede wszystkim od zmiany położenia górnego punktu zamocowania odciągu, który przemieszcza się wraz z trzonem, pod wpływem parcia wiatru. Ze względu na mniejszy wpływ parcia wiatru na sam odciąg uzyskuje się uproszczone, lecz wystarczająco dokładne rozwiązanie, które może być wykorzystywane w praktyce. Zagadnieniem zastępczego oddziaływania wiatru na odciąg zajmowali się m. in. Peil [165], Scheer i Ullrich [185] i Rykaluk [179].

Oddziaływanie wiatru na maszty z odciągami, oparte na nieaktualnych już wymaganiach normowych [227, 228, 233] opisano w pracach [64, 107, 127, 135, 153, 158, 179, 180].

Różne rozwiązania problemu przestrzennej i czasowej zmienności obciążenia wiatrem masztów z odciągami analizowano w pracach [23, 40, 54, 56, 134, 135, 176, 184].



Rys. 1.23. Zastąpienie obciążenia  $W$  obciążeniem  $W'$  [125, 160]

### 1.2.2.2. Obciążenie oblodzeniem

Obciążenie oblodzeniem zaliczane jest do zmiennych obciążeń środowiskowych o charakterze losowym, które w połączeniu z dużymi porywami wiatru może być przyczyną awarii lub katastrofy obiektów wysokościowych, zlokalizowanych na terenach nieosłoniętych. Jednoczesne obciążenie konstrukcji lodem i wiatrem stanowi szczególnie niebezpieczny



przypadek, ponieważ oprócz wzrostu obciążenia pionowego, zwiększa się znacząco powierzchnia nawietrzna, a tym samym opór aerodynamiczny masztu. Problem ten dotyczy głównie konstrukcji zlokalizowanych w regionach o zimnym klimacie takich jak kraje skandynawskie, USA czy Kanada. Początkowo przy projektowaniu masztów zakładano, że obciążenie śniegiem i lodem jest niewielkie w porównaniu do obciążenia wiatrem, toteż nie było ono uwzględnione w obliczeniach [46]. Liczne zawalenia masztów z odciągami poddanych równoczesnemu działaniu wiatru i lodu skłoniły naukowców do głębszej analizy niezawodności tych konstrukcji. Przykładowo zimą w latach 1988-89 w północnej Szwecji w Arvidsjaur dokonano rozbudowy systemu gromadzenia danych masztu radiowo-telewizyjnego o wysokości 323 metrów [46]. Badania trwające siedem sezonów zimowych pozwoliły na ustalenie wielkości obciążenia lodem i zaobserwowanie skutków łącznego oddziaływania wiatru i oblodzenia. Dla masztu referencyjnego w Arvidsjaur możliwe było ustalenie wartości charakterystycznych obciążeń i określenie odpowiednich współczynników redukcyjnych oddziaływań. Maszt ten stał się masztem reprezentatywnym dla wielu masztów w Szwecji i Finlandii. Badania te zostały szczegółowo opisane w pracy [46]. Katastrofy masztów, których przyczyną było ekstremalne oblodzenie lub jednoczesne oddziaływanie wiatru i oblodzenia zdarzały się w późniejszych latach, również na początku XXI wieku. Zestawienie ważniejszych katastrof przedstawiono w [46, 125].



Rys. 1.24. Oblodzenie na maszcie w Finlandii (fot. WINDHUNTER)

Oblodzenie jest zjawiskiem atmosferycznym, które występuje jako osad w postaci kondensatu pary wodnej i powstaje w wyniku chłodzenia i kondensacji w temperaturach niewiele niższych od zera [166]. Znane są dwa różne procesy formowania się lodu, takie jak oblodzenie szronowe i oblodzenie opadowe. W zależności od temperatury otoczenia, wilgotności powietrza, kierunku i prędkości wiatru, a także lokalizacji powstają różne rodzaje oblodzenia

o zróżnicowanej formie i gęstości (tabl. 1.5). Przykład oblodzenia na maszcie w Finlandii przedstawiono na rys. 1.24.

Tablica 1.5. Różne rodzaje oblodzenia zależne od warunków atmosferycznych [125, 223]

Rodzaj oblodzenia	Forma	Warunki meteorologiczne	Gęstość [kg/m <sup>3</sup> ]
Czysty lód (szkliwo/glazura)	Stałe osady	Temperatura powietrza od 0 do -3°C, marzący deszcz lub zmrożony śnieg	600 - 800
Szron	Średnio twarde osady	Temperatura powietrza od -3°C do -7°C, umiarkowany wiatr	300 - 700
Szron bez wiatru lub szadź przy słabych wiatrach	Luźne osady (iglasta, łuskowata lub pierzasta forma)	Temperatura powietrza mniejsza lub równa -7°C,	200 - 400

O wielkości odkładanego lodu na poszczególnych elementach, jego gęstości, rozmieszczeniu i kształcie decydują takie czynniki jak ukształtowanie samej konstrukcji, a także miejscowe warunki meteorologiczne i ukształtowanie terenu [240]. Warstwa śniegu o wydłużonym, wrzecionowatym kształcie narośnięta po stronie nawietrznej odcigu, która powoduje niesymetryczne obciążenie wszystkich elementów konstrukcyjnych nazywana jest chorągiewką lodową [166]. Przykład można zaobserwować na rys. 1.26.



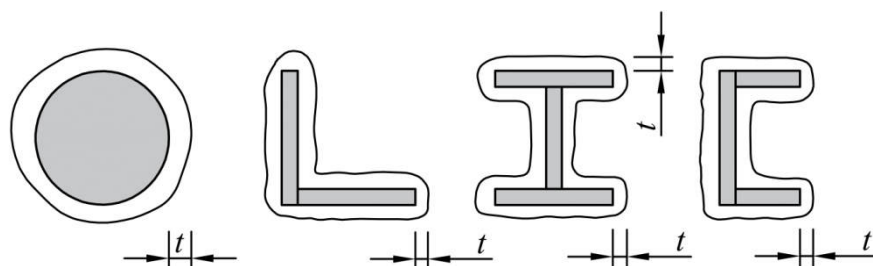
Rys. 1.25. Oblodzone zakotwienie odcigów masztu na Kaszubach (fot. WINDHUNTER)



Rys. 1.26. Oblodzenie segmentu trzonu masztu w formie chorągiewek szadzi (fot. WINDHUNTER)

Obecnie trwają prace nad stworzeniem Eurokodu dotyczącego projektowania konstrukcji obciążonych oblodzeniem. Do tego czasu dopuszczalne jest korzystanie ze starej polskiej normy [231]. Norma [240], która może być traktowana jako najistotniejsza pod względem zasad obliczania masztów z odciągami podaje w miarę dokładne zalecenia dotyczące wpływu parcia wiatru na maszt. Mniej uwagi poświęcono problemom związanym z oblodzeniem konstrukcji. W załączniku C przedstawiono zasady projektowania wież i masztów poddanych oblodzeniu i łącznemu obciążeniu oblodzeniem i wiatrem. Najważniejsze wytyczne odnoszą się do uwzględnienia dwóch kombinacji od łącznego oddziaływania wiatru i oblodzenia, które omówiono w pkt. 1.2.4. Załącznik krajowy NA tego Eurokodu [240] odsyła do polskiej starej normy [231], która według [118] nie zawiera wystarczających wytycznych pozwalających na przyjęcie najbardziej rzeczywistego modelu obciążenia oblodzeniem. Najbardziej odpowiednia do stosowania jest międzynarodowa norma ISO 12494: *Atmospheric icing of structures* [223], w której znajdują się niezbędne informacje do projektowania konstrukcji masztu, takie jak: masa lodu w konkretnej lokalizacji, wymiary oraz kształt oblodzenia. Skorzystanie z normy ISO jest możliwe pod warunkiem znajomości klasy obciążenia oblodzeniem przyporządkowanej do danego terenu. Klasa ta ustalana jest na podstawie wartości charakterystycznej pewnej grubości lodu, jaka może wystąpić w ciągu średniego okresu powrotu 50 lat na kolektorze referencyjnym. Przyrząd ten w postaci cylindra o średnicy 30 mm i długości większej lub równej 0,5 m, zlokalizowany jest na wysokości 10 m nad terenem i obraca się wolno wokół własnej osi podłużnej. Klasy oblodzenia mogą być określane na podstawie danych meteorologicznych (lub

topograficznych) przy użyciu modelu oblodzenia lub na podstawie masy lodu na metr długości elementu, pomierzonej na miejscu. Ze względu na różne, możliwe rodzaje oblodzenia, w normie [223] opracowano zestawienia klas oblodzenia oddzielne dla szkliwa ICG (G – glaze) i szadzi ICR (R – rime), przy czym mokry śnieg należy traktować jak szadz. Szkliwo występuje w postaci gładkiego, równomiernego oblodzenia, pokrywającego symetrycznie powierzchnie elementów i osiąga gęstość nawet do  $900 \text{ kg/m}^3$  [223] (rys. 1.25). Przyrost oblodzenia szklivem elementów konstrukcyjnych przedstawiono na rys. 1.27. Zakłada się, że wszystkie powierzchnie elementów konstrukcji pokryte są taką samą grubością lodu [240].



Rys. 1.27. Oblodzenie szklivem elementów konstrukcyjnych, przy czym  $t$  – grubość lodu [mm] [223]

W zależności od średnicy cylindra kolektora odniesienia w normie międzynarodowej [223] podane są grubości warstwy lodu i masa szkliwa odpowiednio dla każdej klasy oblodzenia ICG (tabl. 1.6) obliczone na podstawie równań w załączniku A tej normy.

Tablica 1.6. Grubości i masy lodu przyporządkowane klasom oblodzenia dla szkliwa [223]

Średnica walca [mm]		10	30	100	300
Klasa oblodzenia dla szkliwa ICG	Grubość warstwy lodu, $t$ [mm]	Masa szkliwa $m$ [kg/m]			
G1	10	0,6	1,1	3,1	8,8
G2	20	1,7	2,8	6,8	18,1
G3	30	3,4	5,1	11,0	28,0
G4	40	5,7	7,9	15,8	38,5
G5	50	8,5	11,3	21,2	49,5
G6	dla ekstremalnego przyrostu lodu większego niż G5				

Całkowita masa oblodzenia konstrukcji kratowej liczona jest jako suma masy lodu na wszystkich elementach konstrukcyjnych, wyposażeniu i odciągach. Zakłada się, że w warunkach oblodzenia szczeliny pomiędzy elementami o szerokości mniejszej niż 75 mm są całkowicie wypełnione lodem [240].

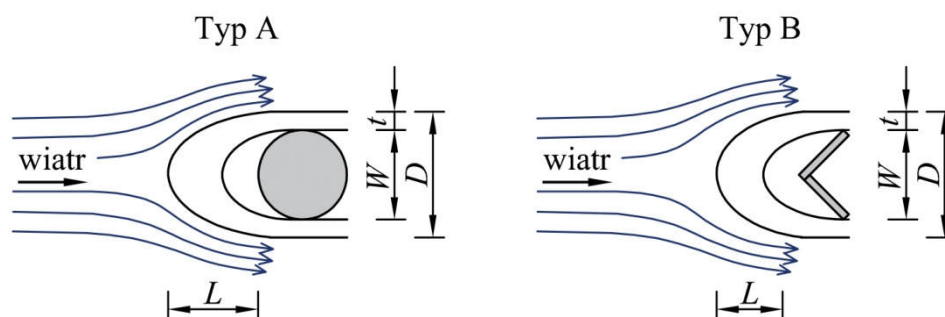
Jak wspomniano powyżej, zgodnie z normą [223], zaleca się przyjmować takie same klasy oblodzenia dla szadzi, jak i mokrego śniegu. Norma ta zawiera zestawienia tabelaryczne wymiarów nawisu szadzi dla typowych przekrojów poprzecznych w zależności od jej masy,

przyjętej gęstości, kształtu i wymiarów rozważanych profili oraz ułożenia względem kierunku wiatru. Przykładowo, na podstawie [223], w tabl. 1.7 przedstawiono wymiary nawisu lodowego dla gęstości szadzi równej  $500 \text{ kg/m}^3$  dla elementów o przekroju kołowym (typ A) i kątowników (typ B).

Tablica 1.7. Wymiary nawisu szadzi o gęstości  $500 \text{ kg/m}^3$  dla elementów konstrukcyjnych (typ A i B), według [223]

Szerokość kształtownika [mm]		10	30	100	300				
Klasa oblodzenia szadzi ICR	Masa szadzi $m$ [kg/m]	Wymiary nawisu szadzi: $L$ – długość po stronie nawietrznej, $D$ – średnica							
		$L$	$D$	$L$	$D$	$L$	$D$	$L$	$D$
R1	0,5	54	22	34	35	13	100	4	300
R2	0,9	78	28	54	40	23	100	8	300
R3	1,6	109	36	82	47	41	100	14	300
R4	2,8	150	46	120	56	67	104	24	300
R5	5,0	207	60	174	70	106	114	42	300
R6	8,9	282	79	247	88	165	129	76	300
R7	16,0	384	105	348	113	253	151	136	300
R8	28,0	514	137	478	146	372	181	217	317
R9	50,0	694	182	656	190	543	223	344	349
R10	dla ekstremalnego przyrostu lodu większego niż R9								

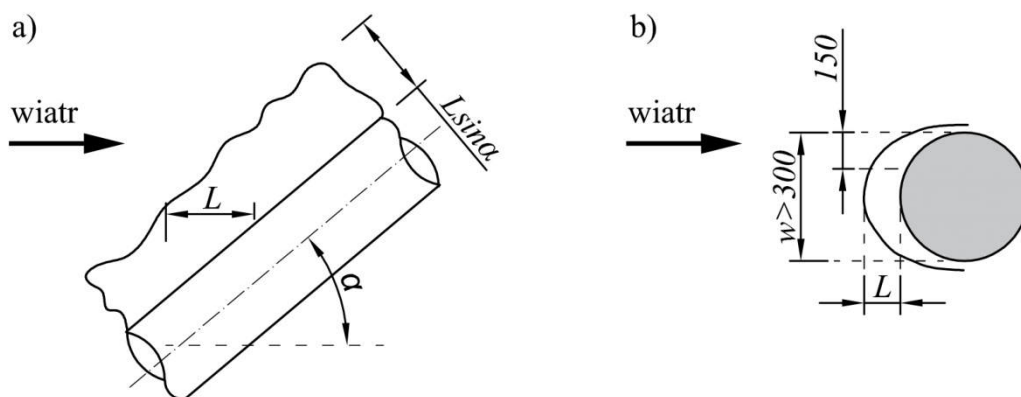
Przyrost oblodzenia szadzią dla elementów konstrukcyjnych typu A i B pokazano na rys. 1.28. Jak zauważono w pracy [50], na podstawie powyższych danych normowych można stwierdzić, że w obrębie klasy ICR długość narośniętej szadzi maleje wraz ze wzrostem wymiarów profili, a średnica oblodzonego kształtownika zwiększa się, przy czym do klas ICR3 i ICR7 oblodzenie nie wpływa na zmianę średnicy elementów 100 mm i 300 mm ( $D = W$ ). Ponadto, jak podkreślono w pracy [137], osad lodu na profilu kątowym jest większy niż na profilu rurowym, co wynika z większej wolnej powierzchni elementu, narażonej na oblodzenie.



Rys. 1.28. Przyrost oblodzenia szadzią dla elementów typu A i B według [223]



Pomiar grubości warstwy lodu powinien być mierzony prostopadłe do osi pręta po jego nawietrznej stronie [125]. Elementy nachylone pod pewnym kątem do płaszczyzny poziomej (np. odciągi masztów), nie zawsze mogą być ułożone w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku wiatru. Toteż przy obliczaniu masy lodu przylegającego do nachylonego pręta należy uwzględnić  $m \cdot \sin\alpha$ , a przy mierzeniu długości nawisu oblodzenia po stronie nawietrznej – wymiar prostopadły do osi podłużnej elementu ( $L \cdot \sin\alpha$ ). Omawiane tu zagadnienie, w sposób poglądowy, przedstawiono na rys. 1.29a zgodnie z [223].



Rys. 1.29 a) Oblodzenie szadzią w przypadku pręta nachylonego pod pewnym kątem do poziomu [223],  
b) odkład szadzi na elemencie o przekroju okrągłym i średnicy większej niż 300 mm [223]

Kształt oblodzenia szadzią ściśle zależy od szerokości kształtownika. Dla profili o szerokości do 300 mm przyjmuje się, że oblodzenie ma wydłużony, wrzecionowaty kształt (rys. 1.28), a jego wymiary i masę można ustalić na podstawie tablic normowych [223]. Wymiary te, w przypadku elementów konstrukcyjnych typu A i B przedstawiono w tab. 1.7. W szerszych przekrojach ( $>300$  mm), pomimo zwiększenia szerokości kształtownika, zakładana jest niezmienna długość przyrośniętego oblodzenia, przy czym zwiększa się jego masa  $m$ , lecz następuje to wolniej niż w przekrojach o mniejszej szerokości. W tab. 1.8, przedstawiono wymiary i masy przyrośniętego oblodzenia na elementach o przekroju okrągłym o szerokości  $>300$  mm, gdy gęstość szadzi jest równa  $500 \text{ kg/m}^3$ .

Tablica 1.8. Wymiary i masy przylegającego lodu w przypadku szerokich kształtowników o przekroju okrągłym dla gęstości szadzi równej  $500 \text{ kg/m}^3$  [223]

Szerokość kształtownika [mm]			300	500	1000	3000	5000
Klasa oblodzenia szadzi ICR	Masa szadzi $m$ [kg/m]	Długość $L$ [mm] dla wszystkich średnic	Masa $m$ [kg/m]				
R1	0,5	4	0,5	0,9	2,0	6,2	10,5
R2	0,9	8	0,8	1,7	3,6	11,2	18,9
R3	1,6	14	1,6	3,0	6,4	19,9	33,5
R4	2,8	24	2,8	5,2	11,1	34,9	58,7
R5	5,0	42	5,0	9,2	19,9	62,3	105
R6	8,9	76	8,9	16,5	35,3	111	186
R7	16,0	136	16,0	29,6	63,5	199	335
R8	28,0	217	28,0	49,7	104	321	538
R9	50,0	344	50,0	84,4	171	515	859
R10	dla ekstremalnego przyrostu lodu większego niż R9						

Zaznaczyć należy, że wobec braku opracowanej mapy z odpowiednim przyporządkowaniem klas oblodzenia IC w Polsce, zalecane jest przyjęcie równomiernego przyrostu oblodzenia wzdłuż rozpatrywanego elementu, przy czym wartość charakterystyczną tego obciążenia  $g_k$ , na jednostkę długości oblicza się z zależności podanych w tabl. 1.9.

Tablica 1.9. Wartość charakterystyczna obciążenia oblodzeniem  $g_k$  w zależności od typu przekroju [231]

Elementy o przekroju kołowym (rury, pręty, liny)	$g_k = \pi\gamma s(d + s)$	(1.26)
Elementy o innych przekrojach	$g_k = \gamma s u$	(1.27)
Oznaczenia: $\gamma$ – ciężar objętościowy lodu równy $7 \text{ kN/m}^3$ ; $d$ – średnica elementu o przekroju kołowym, $u$ – obwód zewnętrzny konturu elementu konstrukcyjnego o dowolnym przekroju z wyjątkiem kołowego, przy czym pomiar należy wykonać w połowie efektywnej grubości warstwy oblodzenia, [m].		

Efektywną grubość warstwy oblodzenia  $s$  należy obliczać ze wzoru:

$$s = b\mu\xi, \quad (1.28)$$

w którym:  $b$  – wartość charakterystyczna grubości warstwy oblodzenia mierzona na wysokości 10 m nad terenem, przyporządkowana w normie [231] do konkretnej strefy obciążenia oblodzeniem;  $\mu$  – współczynnik kształtu, zależny od przekroju elementu ( $\mu = 0,5 \div 1,1$ );  $\xi$  – współczynnik wysokości nad terenem przyjmowany według wzoru  $\xi = (H/10)^{0,3}$ , lecz nie mniej niż 0,8.

W przypadku masztów na wyższych wysokościach nad terenem należy uwzględnić efekt zmiany wysokości. W zależności od lokalizacji konstrukcji jest to możliwe na kilka sposobów. Przykładowo, norma międzynarodowa [231] podaje współczynnik zmiany wysokości nad terenem, obliczany według wzoru:  $x = e^{0,01H}$ , który mnożony jest przez masy lodu przylegające do konstrukcji na wyższych wysokościach nad terenem. Takie rozwiązanie może być wykorzystane bez względu na rodzaj oblodzenia. Innym sposobem jest przyporządkowanie odpowiedniej klasy oblodzenia IC na wszystkich jej poziomach.

Zastosowanie współczynnika zmiany wysokości zostało zweryfikowane w pracy [110]. Na podstawie pomiarów i obserwacji masztu telewizyjnego o wysokości 326 m, zlokalizowanego w Helsinkach, pomierzono rzeczywisty, pionowy rozkład masy lodu wzdłuż wysokości trzonu. Jednocześnie przygotowano model teoretyczny obiektu, na którym zasymulowano obciążenie oblodzeniem przy użyciu modelu prognozowania i badań pogody w połączeniu z numerycznym modelem oblodzenia. Istotne z punktu widzenia przeprowadzonych analiz wnioski uzyskano porównując pomierzony pionowy rozkład obciążenia lodem i współczynnika wysokości, jak i normowy model oblodzenia, według [231], z rzeczywistą masą lodu na konstrukcji. W obu przypadkach uzyskano dobrą zgodność. Ponadto zauważono, że średnica cylindra pomiarowego nie ma wpływu na masę oblodzenia.

Zmienne ukształtowanie terenu i warunki meteorologiczne są głównymi czynnikami decydującymi o charakterze oblodzenia elementów konstrukcji. Takie informacje potrzebne do celów projektowych należy uzyskać od meteorologów, szczególnie na terenach podatnych na ekstremalne przyrosty oblodzenia. Zjawisko to nie dotyczy terenów Polski, jednak bardziej niekorzystny jest tutaj przypadek przylegania szadzi do masztu. Wrzecionowaty kształt oblodzenia szadzią powoduje znaczne zwiększenie powierzchni nawietrznej elementu, co ma istotne znaczenie zwłaszcza na terenach górskich i podgórszych, gdzie przewiduje się większe prawdopodobieństwo wystąpienia tej formy oblodzenia [125]. W Niemczech, zgodnie z [216], na terenach górzystych do wysokości 400 m n.p.m. zaleca się przyjęcie klasy ICR2, natomiast powyżej do wysokości 600 m n.p.m. – klasę ICR3. Jeżeli maszt zlokalizowany jest na większej wysokości, wówczas wymagane jest ustalenie klasy oblodzenia na podstawie jednoznacznych pomiarów meteorologicznych.

Zgodnie z [231, 240], w warunkach atmosferycznych na maszcie z odciągami może wystąpić oblodzenie centralnie symetrycznie lub asymetrycznie, przy czym do obliczeń należy wybrać przypadek bardziej niekorzystny. Należy podkreślić, że w rzeczywistości nie istnieje fizyczna możliwość symetrycznego odkładu lodu na elemencie – jest on niemal zawsze asymetryczny. Jednakże, przy stosunkowo niedużych przyrostach lodu, bezpieczniej jest przyjąć



symetryczny model oblodzenia. W przypadku, gdy istnieje możliwość zginania trzonu masztu pod wpływem nierównomiernego oblodzenia poszczególnych odciągów, zalecane jest przyjęcie do obliczeń niesymetrycznego modelu oblodzenia. Taka sytuacja jest prawdopodobna, gdy trzon masztu ma niedużą sztywność, siły wstępnego napięcia w odciągach są zbyt małe lub nośność trzonu przy symetrycznym oblodzeniu jest w dużym stopniu wykorzystana [119, 125]. Według Załącznika C normy [240], przypadek oblodzenia asymetrycznego masztu należy uwzględnić przez pominięcie oblodzenia na jednym lub niezależnie na dwóch odciągach najwyższego poziomu.

Problem niesymetrycznego obciążenia oblodzeniem był przedmiotem obszernej analizy parametrycznej zaprezentowanej w pracy [166]. Wykazano, że takie obciążenie może spowodować wzrost naprężeń w poszczególnych przekrojach trzonu masztu, co może mieć wpływ na ostatecznie przyjęte przekroje. Przyjęto ponadto założenie, że niesymetryczne oblodzenie może zostać pominięte, gdy przewidywana promieniowa grubość oblodzenia jest mniejsza niż 6 cm. W przeciwnym razie, bardzo ważne jest wykonanie dokładnych, żmudnych analiz, co może stanowić pewną trudność w praktyce projektowej.

Rozważania dotyczące wpływu oblodzenia na dynamiczną odpowiedź masztów zostały przedstawione w pracy [198]. Na podstawie szeroko zakrojonych analiz sześciu masztów o różnych wysokościach, zauważono że odkład lodu na elementach konstrukcji wpływa znacząco na zmniejszenie częstości i zmianę form postaci drgań własnych. Ponadto zwiększenie masy konstrukcji sprawia, że jest ona bardziej podatna na wzbudzenie dynamiczne, takie jak drgania galopujące odciągów. Podobne spostrzeżenie przestawił autor pracy [20], w której podkreślił, że pod wpływem oblodzenia nie tylko zwiększa się powierzchnia nawietrzna, ale dochodzi również do zmiany współczynników aerodynamicznych. Poza tym, nierównomierny osad lodu w znaczący sposób zmienia charakter opływu wiatru, co może mieć istotny wpływ na odpowiedź dynamiczną odciągów.

### **1.2.2.3. Obciążenie temperaturą**

Ze względu na wstępny naciąg odciągów masztu, bardzo ważne jest uwzględnienie wpływu zmian temperatury w trakcie użytkowania konstrukcji w stosunku do założonej temperatury montażu. Zmiany temperatury powodują zwiększenie lub spadek wartości sił w odciągach. Pociąga to za sobą zmianę sztywności poziomej podpór sprężystych [180]. Różnice sił w odciągach pod wpływem temperatury są jednak nieznaczne, a największe występują w odciągach o niewielkim nachyleniu do poziomu. W przypadku odciągów o dużych kątach nachylenia do poziomu, różnice te są mniejsze, ponieważ przyrosty długości odciągów

niwelowane są wydłużeniem trzonu masztu. Obciążenie temperaturą należy obliczać zgodnie z [237]. W obowiązującej normie brakuje jednak praktycznych zaleceń dotyczących uwzględniania wpływów zmian temperatury na maszty z odciągami. Podana jest tylko temperatura montażu konstrukcji  $T_0 = 8^\circ\text{C}$  na terenie Polski. Dokładniejsze wytyczne zawiera stara norma [230], w której obciążenie temperaturą rozpatruje się jako różnicę pomiędzy średnią temperaturą konstrukcji a temperaturą montażu. Zaleca się przyjęcie temperatury początkowej równej  $10^\circ\text{C}$ , o ile nie została określona temperatura rzeczywista konstrukcji w trakcie montażu. Do obliczeń przyjmowane są wówczas temperatury otoczenia:  $+60^\circ\text{C}$  w porze letniej,  $-32^\circ\text{C}$  w porze zimowej przy braku oblodzenia,  $-5^\circ\text{C}$  w porze zimowej z oblodzeniem [180].

Ścianki masztu o trzonie pełnościennym rurowym narażone są na nierównomierne nagrzewanie po stronie nasłonecznej i nienasłonecznionej, co może prowadzić do niekorzystnego wygięcia konstrukcji i przemieszczenia zainstalowanej aparatury. Wpływ ten można pominąć, przyjmując w obliczeniach liniową zmianę temperatury wzdłuż średnicy o  $\Delta T = 15^\circ\text{C}$  [125, 180].

Nieco inne podejście ujmuje norma [214], według której wstępny naciąg odciągów należy ustalać w temperaturze początkowej równej  $16^\circ\text{C}$ , przy czym w kombinacji obciążeń z oblodzeniem należy uwzględnić obniżenie temperatury o  $28^\circ\text{C}$ .

### 1.2.3. Obciążenia wyjątkowe

Maszty z odciągami są bardzo wrażliwe na obciążenia wyjątkowe, co było przyczyną licznych katastrof i awarii. Na podstawie danych statystycznych z 1992 roku, przedstawionych w pracy [32] oszacowano, że nieco ponad 2% masztów zostało uszkodzonych w wyniku katastrof, a około 30% miało poważne defekty. Do głównych obciążeń wyjątkowych masztów należą:

- zerwanie pojedynczego odciagu, przykładowo w wyniku kolizji z obiektami latającymi, zmęczenia odciagu lub wandalizmu,
- nagłe, kinematyczne zapadnięcie się wybranej podpory, wywołane np. wstrząsem górniczym,
- nagły spadek oblodzenia z elementów konstrukcyjnych masztu, często wywołany zmianami temperatury,
- uderzenie w trzon masztu,
- zróżnicowane osiadanie podstawy trzonu masztu lub fundamentów odciągów,
- oddziaływania sejsmiczne i parasejsmiczne tj. drgania gruntu czy tąpnięcia w wyrobiskach górniczych,

- huraganowe oddziaływanie wiatru.

Zgodnie z postanowieniami normy [240], w uzasadnionych przypadkach w obliczeniach należy rozważyć dwa warianty obciążenia wyjątkowego: zerwanie pojedynczego odciagu oraz zróżnicowane osiadanie podstawy masztu i fundamentów odciągów, omówione w poniższych podrozdziałach. W pozostałych przypadkach, w zależności od lokalizacji masztu i jego charakterystyki, na etapie projektowania należy przewidzieć i uwzględnić możliwe, niepożądane oddziaływania wyjątkowe na konstrukcję. Przykładowo, na obszarach występowania częstych i silnych trzęsień ziemi, wymagane jest przeprowadzenie analizy konstrukcji wysokościowej pod kątem obciążenia sejsmicznego. Wówczas należy spełnić obowiązujące wymagania normowe [214, 215, 218], w których przedstawiono procedury analizy sejsmicznej. Zagadnienia dotyczące tej problematyki są również ujęte w pracach [2, 3, 19, 25, 68, 76, 77, 84, 97, 136].

Z kolei rzeczywistą odpowiedź masztu na wstrząs wywołany falą sejsmiczną, po wybuchu niezidentyfikowanego pocisku opisano w publikacji [34]. Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że wzbudzenie konstrukcji nastąpiło przy niższych częstotliwościach, porównywalnych do pierwszych częstotliwości drgań własnych, a w przypadku wyższych częstotliwości nie zaobserwowano istotnych drgań obiektu.

Zachowanie się konstrukcji masztu pod wpływem wybranych obciążeń wyjątkowych o charakterze dynamicznym analizowano w pracy [100]. W tym celu opracowano modele obliczeniowe, pozwalające na uzyskanie pełnej, rzeczywistej odpowiedzi masztu na te obciążenia, przy wykorzystaniu analizy czasowej. Wykazano, że analizowany maszt pod wpływem obciążeń sejsmicznych i parasejsmicznych nie wykazuje znacznych amplitud przemieszczeń poziomych trzonu masztu. Są one kilkukrotnie mniejsze niż w wyniku obciążenia wiatrem, podobnie jak w przypadku nagłego odciążenia przez odpadnięcie oblodzenia z konstrukcji masztu. Dokładniejsze rozważania na ten temat przedstawiono w pracy [33].

Należy nadmienić, że maszty stalowe należą do grupy konstrukcji szczególnie narażonych na uszkodzenie w trakcie remontu lub modernizacji [66]. Na tę okoliczność wpływa wiele czynników, m.in. prace na znacznych wysokościach, wpływ oddziaływania wiatru, oblodzenia, temperatury, nagłe zerwanie odciągów na skutek zmęczenia czy też nadmierne drgania aerodynamiczne. W połączeniu z błędami popełnianymi przez ludzi i możliwymi wadami materiałowymi, konstrukcje te są bardzo podatne na awarie i uszkodzenia [212].

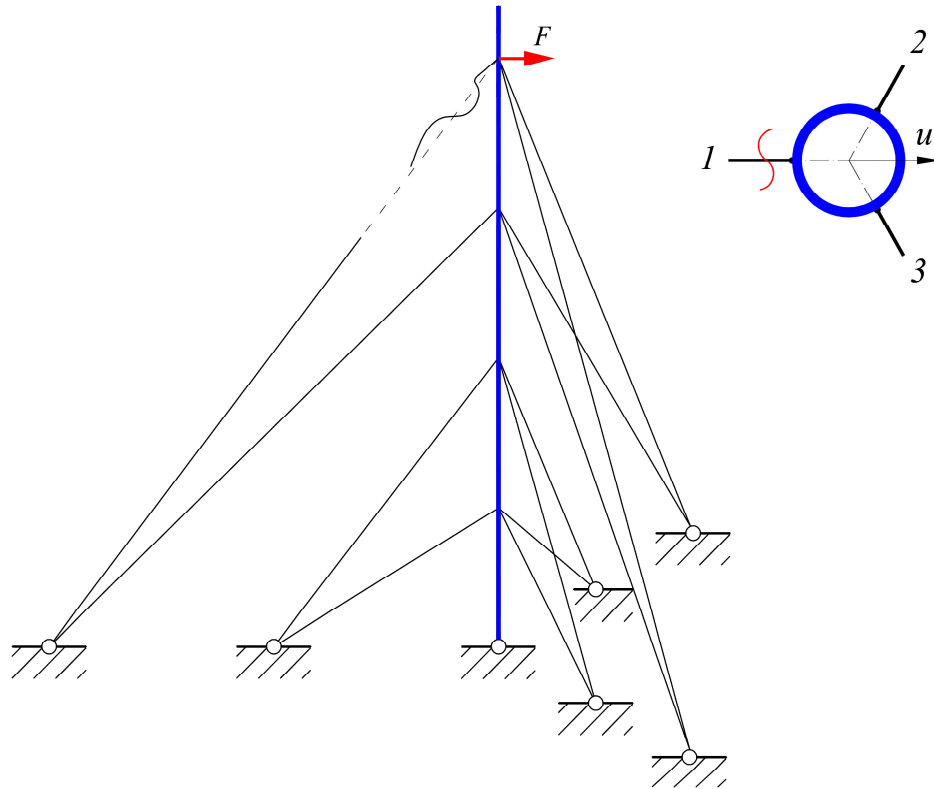
### **1.2.3.1. Zerwanie odciagu**

W wyniku zerwania odciagu konstrukcji masztowej dochodzi do zmiany schematu statycznego całej konstrukcji, spowodowanego usunięciem podpory odciągowej [99, 100].

Zgodnie z obowiązującą normą [240], projektowanie masztów z uwzględnieniem nagłego zerwania pojedynczego odciążu należy przeprowadzać w trzeciej najwyższej klasie niezawodności, która przewiduje najbardziej niekorzystne następstwa katastrofy masztu, takie jak naruszenie zdrowia lub utratę życia ludzi. Pełna dynamiczna analiza tego zagadnienia jest bardzo skomplikowana ze względu na wpływ wielu czynników, m. in. charakter zerwania odciągów, ich drgania czy wpływ tłumienia na zachowanie całej konstrukcji. Eurokod [240] dopuszcza wykorzystanie metody uproszczonej, w której na podstawie bilansu energetycznego zamiast wpływu sił dynamicznych przyjmowany jest zastępczy układ sił statycznych, działający na maszt w miejscu zamocowania zerwanego odciążu. Określenie wartości zastępczej siły statycznej jest oparte na założeniach upraszczających:

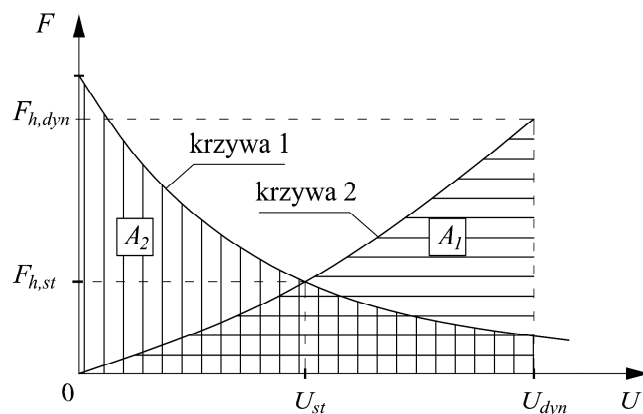
- zerwanie następuje poprzez proste przecięcie odciążu,
- pomija się energię sprężystą występującą w odciążu przed jego zerwaniem,
- nie bierze się pod uwagę tłumienia elementów konstrukcyjnych masztu,
- nie uwzględnia się obciążenia wiatrem w chwili zerwania odciążu.

Procedura wyznaczenia zastępczej siły statycznej  $F_{h,dyn}$  może zostać wyjaśniona graficznie na podstawie rys. 1.30. W momencie nagłego zerwania odciążu nr 1 powstaje energia sprężysta, skumulowana w dwóch pozostałych odciążach nr 2 i 3 na poziomie zerwanego odciążu. Składowa siła pozioma  $F$  sprawia, że maszt przemieszcza się w kierunku  $U$ , a energia sprężysta zamienia się stopniowo w energię kinematyczną. Po osiągnięciu maksymalnego wychylenia energia kinematyczna jest równa zero, a energia sprężysta ma wartość maksymalną. Im większa jest siła  $F_{h,dyn}$ , tym mniejsze jest przemieszczenie  $U$ .



Rys. 1.30. Zerwanie odcigu masztu na najwyższym poziomie przyłączenia odcigów [86, 125]

Na rys. 1.31, krzywa  $a$  przedstawia zależność pomiędzy siłą  $F$  działającą na trzon konstrukcji a przemieszczeniem  $U$ , a krzywa  $b$  – zachowanie konstrukcji masztu pod wpływem siły  $F$ , przy założeniu, że w poziomie działania tej siły maszt pozbawiony jest odcigów (nr 1,2,3). W tym przypadku w miarę wzrostu przemieszczenia  $U$  wzrasta też siła  $F$ .



Rys. 1.31. Zależność siły od przemieszczenia: krzywa a – odcigi 2 i 3, krzywa b – maszt bez odcigów 1,2 i 3 [86, 125]

Na rys. 1.31, pole powierzchni  $A_2$  pod krzywą  $a$  oznacza stratę energii w odcigach 2 i 3, podczas gdy pole powierzchni  $A_1$  pod krzywą  $b$  wskazuje na przyrost energii w maszcie. Stan równowagi statycznej masztu występuje w miejscu przecięcia się krzywej  $a$  i  $b$ , na podstawie której wyznaczana jest zewnętrzna siła pozioma  $F_{h,st}$  i odpowiadające jej prze-

mieszczenie  $U_{st}$ . Jest to możliwe przy bardzo powolnym zerwaniu odciagu lub po ustaniu drgań w przypadku nagłego zerwania. Maksymalne przemieszczenie  $U_{dyn}$  i odpowiadającą mu siłę  $H_{dyn}$  wyznacza się z przyrównania pól powierzchni  $A_1$  i  $A_2$ . Ostatecznie siły i przemieszczenia w maszcie wyznaczone są na podstawie siły  $H_{dyn}$  w miejscu zerwania odciagu, przy założeniu braku występowania odciągów na tym poziomie.

Obowiązująca norma [240] zawiera też uzupełnienie, odnoszące się do sytuacji po zerwaniu odciagu. W takim momencie konstrukcja masztowa w dalszym ciągu powinna zachować zdolność do przeniesienia oddziaływań wiatru, aż do chwili zamocowania odciagu tymczasowego. Uwzględnia się wówczas zredukowane statyczne obciążenie wiatrem, na kierunku najbardziej niekorzystnym, zmniejszone o 50%.

Uproszczona procedura obliczeniowa, zaproponowana przez normę [240], została wykorzystana w [86, 87]. Nagłe dynamiczne zerwanie odciagu było przedmiotem rozważań wielu autorów. Pierwsze symulacje zerwania odciagu masztu na dowolnym poziomie przeprowadził Ben Kahla [17, 18] poprzez natychmiastowe usunięcie odciagu w miejscu przyłączenia do trzonu masztu i przyłożenie równoważnej siły zastępczej, którą następnie usuwano w momencie zerwania. Odmienne podejście, w którym zerwanie odciagu modelowane jest jako odwrócone obciążenie *Heaviside'a* (skokowa zmiana obciążenia) zaproponowano w pracach [66, 100].

W pracy [100] przedstawiono również możliwe scenariusze i modele zerwania pojedynczego odciagu, które mogą zostać spowodowane nagłym przecięciem liny, powolnym wysuwaniem się liny z miejsc zamocowania lub nagłym zerwaniem odciagu w wyniku zahaczenia przez obiekt latający i jego naciągnięcie. Przeprowadzone analizy wykazały, że zerwanie odciagu sprzyja występowaniu ekstremalnych przemieszczeń poziomych trzonu masztu i jednocześnie ekstremalnych wartości momentów zginających trzon.

Analizą statyczną masztów z uwzględnieniem zerwania odciągów zajmowano się też w pracach [114, 128]. Na przykładzie pewnych realnych konstrukcji masztowych udowodniono, że wstępny naciąg lin odciągowych pełni bardzo ważną rolę w analizie dynamicznej konstrukcji przy zerwaniu odciagu. Wartość tej siły musi zostać odpowiednio dobrana, ponieważ zarówno zbyt małe, jak i zbyt duże siły napinające w odciągach wpływają bardzo niekorzystnie na stateczność i bezpieczeństwo konstrukcji.

### 1.2.3.2. Osiadanie fundamentów

Maszy z odciągami są często posadowione na gruntach o różnych właściwościach fizycznych, co ma wpływ na odpowiedni dobór metod obliczeniowych przy projektowaniu tych

konstrukcji. Szczególnie niebezpieczne jest nierównomierne osiadanie podstawy trzonu masztu i fundamentów odciągów. Taka sytuacja jest możliwa przy projektowaniu zbyt masywnych, skrzyniowych fundamentów pod odciągi, których ciężar własny ma za zadanie przeciwdziałać wyrwaniu zakotwionych lin. Niewielkie przemieszczenia pionowe trzonu masztu prowadzą do zmniejszenia sił wstępnego napięcia w odciągach, a tym samym, zmniejszenia sztywności podpór sprężystych trzonu masztu [120, 121]. Ponadto zaobserwowano, że znaczące spadki sił wstępnego napięcia wystąpiły na niższych poziomach zamocowania odciągów. Przebieg i czas osiadania masztu ściśle zależy od rodzaju gruntu, na jakim jest on posadowiony. W przypadku gruntów niespoistych, proces ten przebiega najczęściej w czasie budowy, toteż przyjęte pierwotnie naciągi wstępne lin nie wymagają dodatkowej regulacji. Inaczej jest w sytuacji, gdy maszt posadowiony jest na gruntach spoistych, w których osiadanie gruntu pod wpływem obciążenia zewnętrznego może przebiegać nawet kilkanaście lat. W celu przeciwdziałania spadkom sił naciągu w odciągach masztu, co pewien czas wykonuje się regularne przeglądy techniczne, w trakcie których sprawdza się i reguluje siły wstępnego naciągu, co opisano w pracy [212].

#### 1.2.4. Kombinacje obciążeń

Na etapie projektowania konstrukcji masztu należy uwzględnić możliwość zniszczenia obiektu, co może mieć niekorzystny wpływ na otoczenie. Konieczne jest ustalenie klasy niezawodności konstrukcji, na podstawie której przyjmowane są współczynniki częściowe oddziaływań stałych i zmiennych. Wartości tych współczynników zostały ujęte w Załączniku A normy [240] i opisane w tabl. 1.10. Wcześniej w kraju przyjmowano współczynniki częściowe zgodnie z [227, 229, 231].

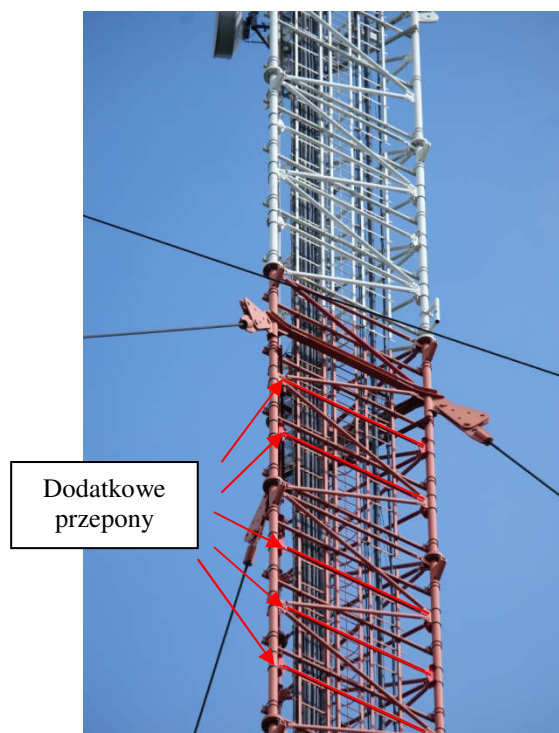
Tablica 1.10. Współczynniki częściowe dla oddziaływań stałych i zmiennych [240]

Konsekwencje oddziaływań	Klasa niezawodności	Obciążenia stałe	Obciążenia zmienne
Niekorzystne	3	1,2	1,6
	2	1,1	1,4
	1	1,0	1,2
Korzystne	Wszystkie klasy	1,0	0,0
Sytuacje wyjątkowe		1,0	1,0

Dobór odpowiedniej klasy niezawodności opiera się na analizie przewidywanych, materialnych i społecznych następstw awarii masztu. Najbardziej niekorzystny efekt przyporządkowany jest do klasy trzeciej, która obejmuje maszty na terenach o bardzo dużym prawdopodo-

bieństwie utraty życia ludzi, a także znaczne maszty, których konsekwencje zniszczenia mogą być katastrofalne. Maszty w klasie pierwszej mogą znajdować się na mało zaludnionych, otwartych terenach wiejskich o bardzo małym prawdopodobieństwie straty w ludziach. Druga klasa dotyczy wszystkich przypadków pośrednich, których nie można zaklasyfikować do klasy trzeciej ani do klasy pierwszej. W normie [240], podany jest zapis odnoszący się do klas niezawodności, który dotyczy trwałości konstrukcji rozumianej jako okres użytkowania aż do chwili awarii lub zniszczenia obiektu lub jego elementów składowych i w przypadku masztów wynosi on 30 lat. Należy nadmienić, że maszty o wysokiej klasie niezawodności powinny przetrwać zerwanie jednego odciągu [240].

Za dobranie właściwej klasy niezawodności konstrukcji odpowiedzialny jest projektant. W przypadku konstrukcji wysokościowych, służących do podpierania instalacji przyjęcie zbyt niskiej klasy niezawodności jest często nieopłacalne dla inwestorów. Wynika to z częstych zmian systemów instalacyjnych np. dodawania kolejnych anten na etapie eksploatacji. Taka sytuacja miała miejsce w przypadku masztu RTCN Gołogóra. Po kilku latach użytkowania konstrukcji podjęto decyzję o zamocowaniu dodatkowych anten przekaźnikowych, co wymagało uprzedniego wzmocnienia kratowego trzonu masztu w postaci dodatkowych przepon, jak pokazano na rys. 1.32.



Rys. 1.32. Dodatkowe przepony wzmacniające trzon masztu RTCN Gołogóra, zainstalowane po kilku latach użytkowania konstrukcji



Do wyznaczania sił podłużnych w odciągach i sił przekrojowych w trzonie masztu przyjmuje się jednoczesne oddziaływanie najbardziej niekorzystnych obciążeń na etapie budowy i użytkowania konstrukcji. Norma [240] rozpatruje dwie kombinacje obciążeń oblodzeniem i wiatrem, zarówno w przypadku symetrycznego, jak i niesymetrycznego przyrośnięcia lodu:

- dominujące oblodzenie i towarzyszący wiatr:

$$\gamma_G G_k + \gamma_{ice} Q_{k,ice} + \gamma_w \psi_w k Q_{k,w} , \quad (1.29)$$

- dominujący wiatr i towarzyszące mu oblodzenie:

$$\gamma_G G_k + \gamma_w k Q_{k,w} + \gamma_{ice} \psi_{ice} Q_{k,ice} , \quad (1.30)$$

gdzie:  $\gamma_G$ ,  $\gamma_{ice}$ ,  $\gamma_w$  – odpowiednio współczynniki częściowe dla oddziaływań stałych, oblodzenia i wiatru. Symbole  $G_k$ ,  $Q_{k,ice}$ ,  $Q_{k,w}$  oznaczają kolejno charakterystyczne wartości oddziaływań stałych (ciężar własny), oblodzenia i wiatru [234].

Zalecane współczynniki kombinacyjne obciążeń na terenie Polski, odpowiednio dla oddziaływania wiatru i oblodzenia wynoszą  $\psi_w = \psi_{ice} = 0,5$ . Współczynniki oddziaływań stałych  $\gamma_G$  w zależności od klasy niezawodności należy przyjmować zgodnie z tab. 1.10. W związku z małym prawdopodobieństwem jednoczesnego oddziaływania wiatru z 50-letnim okresem powrotu i znacznego oblodzenia należy w tych kombinacjach przyjąć współczynnik  $k$ , redukujący ciśnienie wiatru [223]. W tabl. 11 i tabl. 12 przedstawiono wartości tego współczynnika dla klas obciążenia – odpowiednio w przypadku szkliwa i szadzi [223].

Tablica 1.11. Wartości współczynnika redukcji ciśnienia wiatru  $k$  dla klas oblodzenia szkliwem [223]

ICG	G1	G2	G3	G4	G5
$k$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60

Tablica 1.12. Wartości współczynnika redukcji ciśnienia wiatru  $k$  dla klas oblodzenia szadzią [223]

ICR	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9
$k$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0

Jak wspomniano w pkt. 1.2.2.2, do tej pory na terenie Polski nie opracowano mapy z zaznaczonymi klasami oblodzenia, toteż podane powyższej wartości współczynnika redukcji ciśnienia wiatru  $k$  są w kraju nieaktualne. Rozwiązaniem tego problemu może być nawiązanie się do innych map sąsiadujących krajów. Przykładowo taki sposób został wykorzystany w pracy [118].

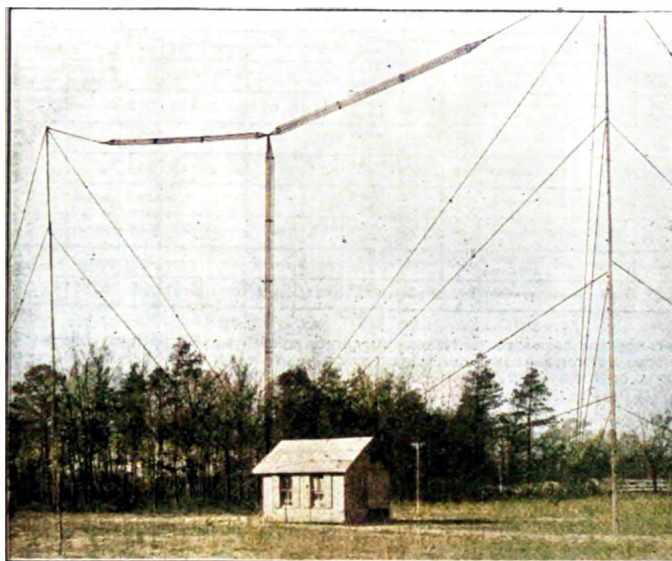
### 1.3. Aktualny stan wiedzy dotyczący obliczeń masztów z odciągami

Na początku XX wieku, wraz z rozwojem radiokomunikacji, radiofonii i telewizji, pojawiła się potrzeba wznoszenia wysokich konstrukcji wsporczych pod systemy anten przekaźnikowych (radiowych i telewizyjnych). Było to spowodowane koniecznością montowania anten na znacznych wysokościach, co umożliwiało właściwe przekazywanie fal elektromagnetycznych. Możliwość wykorzystania tych fal w radiokomunikacji przewidział James Clerk Maxwell (1894 r.) [248], co stało się inspiracją dla wielu naukowców i inżynierów z całego świata. Do najbardziej zasłużonych zalicza się badania Henryka Hertza, który w 1887 roku zademonstrował publicznie nadawanie i odbiór fal elektromagnetycznych [248] oraz prace Guglielmo Marconi (1896 r.), który jako pierwszy wynalazł odbiornik i nadajnik radiowy (telegraf bez drutu), który mógł być wykorzystywany w praktyce. To właśnie on jako pierwszy przeprowadził eksperyment, w którym wykazał, że wraz ze zwiększeniem się wysokości zawieszenia drutu na drewnianym słupie wrasta odległość nadawania fal elektromagnetycznych. W ten sposób po raz pierwszy rozpoznał potrzebę montowania anteny na znacznych wysokościach [104].

Od lat 20-tych XX wieku fale te były wykorzystywane do nadawania audycji radiowych, przy czym początkowo stosowano jedynie fale o niskiej lub bardzo niskiej częstotliwości równej lub znacznie mniejszej niż ich częstotliwość podstawowa [104]. W tym celu budowano anteny składające się z dwóch lub kilku wież bądź masztów podtrzymujących napowietrzny system przewodów antenowych. W 1924 roku Ballantine, ówczesny dyrektor ds. badań w Laboratorium Częstotliwości Radiowych w Pensylwanii, opublikował dwa historyczne artykuły, które w ciągu kilkunastu lat doprowadziły do zaprojektowania anteny nadawczej zbudowanej z pojedynczej wieży bądź masztu. W jednym z nich udowodnił, że odpowiednia wysokość konstrukcji wsporczej, przy spełnieniu pewnych warunków, pozwoli na wyprowadzenie oporu promieniowania pionowego przewodnika nad płaszczyznę uziemienia. W ten sposób możliwe jest zwiększenie skuteczności promieniowania elektromagnetycznego do pożądanego poziomu. Powyższe analizy przyczyniły się do powstania i rozwoju komunikacji radiowej przy użyciu fal o średniej i dużej częstotliwości.

Dominującym typem anteny nadawczej stosowanej w latach 1925-1930 była antena druciana typu T, pracująca z częstotliwością około 1% częstotliwości podstawowej [104]. Antena ta składała się z jednego lub kilku przewodów poziomych i centralnie przymocowanego do nich przewodu pionowego, zawieszonych między dwiema konstrukcjami wsporczymi tj. maszty radiowe, wieże czy budynki, które były odizolowane od tych przewodów. Wadą takiego

rozwiązania był zarówno bardzo duży koszt budowy, jak również duży teren zabudowy. Przykład drucianej anteny nadawczej typu T przedstawiono na rys. 1.33 [249].



Rys. 1.33. Zabytkowa T-antena stacji amatorskiej z 1922 roku mająca 60 stóp wysokości i 90 stóp długości [249]

W związku ze znacznym kosztem T-anteny, jeszcze przed rokiem 1930, zaczęto wykorzystywać antenę promieniującą, w której metalowa konstrukcja trzonu masztu pełniła funkcję anteny. Na początku stosowano maszt o zmiennym przekroju poprzecznym na całej wysokości nazywany wspornikiem diamentowym lub wieżą Blaw-Knox (rys. 1.6b). Konstrukcja trzonu masztu w kształcie rombu charakteryzuje się znaczną sztywnością, przez co może być podparta odciągami w jednym poziomie, w środku wysokości trzonu masztu, gdzie przekrój poprzeczny ma największą szerokość. Już w latach 30-tych okazało się, że specyficzny, dwustożkowy kształt trzonu tego masztu powoduje niekorzystny rozkład promieniowania i jednocześnie może wpływać na zanikanie przepływu fal w obszarze odsłuchowym. Z tego względu, bardzo szybko zrezygnowano z tego rozwiązania na rzecz stosowanego do dzisiaj masztu z odciągami o stałym przekroju poprzecznym lub bardzo smukłej wieży samonośnej. Jak podano w pracy [107], zastosowanie trzonu masztu o zmiennym przekroju nie zapewnia pełnej oczekiwanej wydajności ze względów elektrycznych i należy unikać takiego rozwiązania. Jeżeli jednak planuje się wzniesienie masztu o konstrukcji trzonu w postaci dwóch stożków to stosunek największej szerokości trzonu do jego wysokości powinien wynosić około  $1/200$ . W przypadku jednolitego trzonu masztu stosunek szerokości do wysokości powinien mieścić się w granicach od  $1/50$  do  $1/150$  (trzon kratowy) i nie większy niż  $1/230$  (trzon rurowy).

Do lat 40-tych nadawanie transmisji radiowych i telewizyjnych odbywało się przy użyciu pasm LF (*low frequency*) i MF (*medium frequency*), rozchodzących się przy powierzchni Ziemi,

co umożliwiało emitowanie sygnałów na bardzo duże odległości, liczące kilkaset kilometrów poza horyzont. W latach 40-tych i 50-tych wprowadzono nowe nadajniki FM i TV, w których wykorzystywano pasmo VHF (*very high frequency*). W tym przypadku fale elektromagnetyczne rozchodzą się w linii widzenia, a zatem nie mogą przekroczyć linii horyzontu [104]. Zwiększenie zasięgu tych fal było możliwe jedynie przez podniesienie anten przekaźnikowych na jeszcze większe wysokości. Z tego powodu pojawiło się zapotrzebowanie wznoszenia znacznie wyższych konstrukcji wsporczych, co zapoczątkowało budowę wysokich konstrukcji wież i masztów z odciągami.

Przy wyborze konstrukcji wsporczej pod systemy anten telekomunikacyjnych należy uwzględnić nie tylko wymagania techniczne, lecz także wpływ obciążeń środowiskowych, szczególnie w przypadku dużych konstrukcji narażonych na znaczne oddziaływania wiatru, oblodzenia czy temperatury [188]. Wymagana wysokość i rodzaj konstrukcji ściśle zależą od rodzaju używanej anteny i planowanego zasięgu emitowania fal. W przypadku fal ultra wielkiej częstotliwości UHF (*ultra high frequency*), stosowanych od 1964 roku do nadawania transmisji telewizyjnych, bardziej odpowiednim rozwiązaniem jest wybór masztu z odciągami. Wynika to z długiego i stałego przekroju poprzecznego trzonu o minimalnej szerokości ściany, do którego są montowane anteny UHF. Anteny radioliniowe (*microwave antennas*) powinny być z kolei montowane do ciężkich i sztywnych stalowych wież kratowych o większej szerokości przekroju poprzecznego i mniejszej podatności na przemieszczenia poziome i skrętne [92].

Oprócz wymaganej wysokości i wielkości konstrukcji, przy wyborze masztu lub wieży należy uwzględnić lokalizację i terenowe warunki zabudowy. Maszty z odciągami mogą osiągać bardzo duże wysokości, lecz ze względu na zachowanie właściwych kątów nachylenia odciągów wymagają dużego terenu pod zabudowę. Z kolei wieże nie wymagają dużego terenu zabudowy i mogą być wznoszone na terenach o zwartej zabudowie. Wadą wież jest natomiast dużo większe zużycie stali, a zarazem całkowity koszt budowy – szczególnie w przypadku wyższych konstrukcji. Porównaniem dodatnich i ujemnych cech masztów i wież zajmowano się w pracy [138].

Możliwość nadawania w paśmie UHF była głównym powodem szybkiego rozwoju masztów z odciągami. Na początku lat 60-tych wznoszono najwyższe w historii konstrukcje masztów, co potwierdzają dane zawarte w tabl. 1.1. Należy podkreślić, że najwyższym masztem w Polsce i na świecie, o rekordowej wysokości równej 644,28 m był maszt radiostacji fal długich w Konstantynowie koło Gąbina (1974-1991 r.).

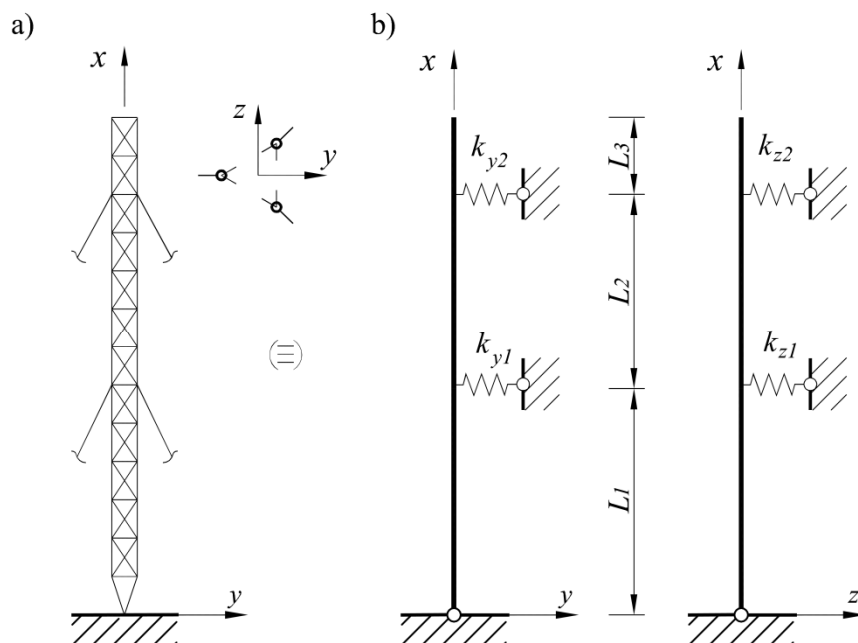
Jak podano w pracy [188], do lat 70-tych nie było żadnych uznanych procedur projektowych dotyczących analizy i projektowania masztów z odciągami. W ówczesnym czasie

rzeczywiste odwzorowanie stanu sił i przemieszczeń masztu za pomocą modelu obliczeniowego było nie lada wyzwaniem. Początkowo, za pomocą rozwiązań wykreślnych i analitycznych, zajmowano się rozpoznaniem właściwych modeli obliczeniowych dotyczących zarówno pojedynczego cięgna, jak i całej konstrukcji. Niezmiernie ważne było ustalenie i opracowanie algorytmu obliczeniowego, uwzględniającego różnego rodzaju obciążenia działające na konstrukcję oraz przeprowadzenie dokładnej analizy jej odpowiedzi, co wymagało od projektantów bardzo dużej wiedzy. Ze względu na złożoność problemu i ograniczone możliwości ówczesnej techniki, pierwotne algorytmy obliczeniowe były obarczone pewnymi błędami, wynikającymi z przyjętych na wstępie założeń upraszczających. Pojawienie się komputerów i kolejno rozwój metod obliczeniowych umożliwiło bardziej realne odwzorowanie konstrukcji masztów z odciągami. Na początku skupiano się głównie na zagadnieniach statyki i stateczności konstrukcji masztów [27, 197]. Z czasem coraz częściej analizowano bardziej złożone dynamiczne zachowanie konstrukcji. Im bardziej zwiększała się moc obliczeniowa stacji komputerowych, tym bardziej możliwe było przeprowadzenie dokładnych obliczeń konstrukcji.

Początkowo do analizy masztów z odciągami przyjmowano uproszczone dwuwymiarowe modele konstrukcji. Opierając się na obliczeniach wstępnych i doświadczeniu dobierano orientacyjne wymiary przekroju trzonu i odciągów, a także ich liczbę i niezbędne parametry. Następnie przeprowadzano obliczenia ostateczne, w których weryfikowano różne modele obliczeniowe trzonu masztu. Takie podejście zastosowano w pracy [101], w której przedstawiono kilka bardzo prostych modeli o różnym stopniu dokładności. Pierwszy z nich zakładał, że trzon masztu stanowi szereg jednoprzęsłowych swobodnie podpartych belek na sztywnych podporach. Dla takiego schematu obliczenia wstępne polegały na sprawdzeniu naprężeń w poszczególnych przekrojach trzonu, które dalej porównywano do naprężeń dopuszczalnych. Wcześniej należało obliczyć wszystkie oddziaływania podpór pod wpływem zadanego obciążenia na przęsła trzonu. W drugim, dokładniejszym wariantcie obliczeń, trzon masztu zastępowano belką ciągłą, przy założeniu całkowitej sztywności podpór i odpowiednio dobranemu naprężeniu wstępnemu w odciągach. Model ten nie uwzględniał wpływu naciągu cięgien na siły przekrojowe w trzonie masztu, a także pomijał zmianę tych sił spowodowanych przemieszczeniem podpór sprężystych [99]. W trzecim, najmniej dokładnym wariantcie zakładano, że wielkość przemieszczenia każdej z podpór trzonu jest wprost proporcjonalna do odległości tej podpory od poziomej osi przegubu centralnego w miejscu zamocowania trzonu masztu. Oznacza to, że podpory są całkowicie sztywne, a trzon pozostaje zawsze belką prostoliniową.

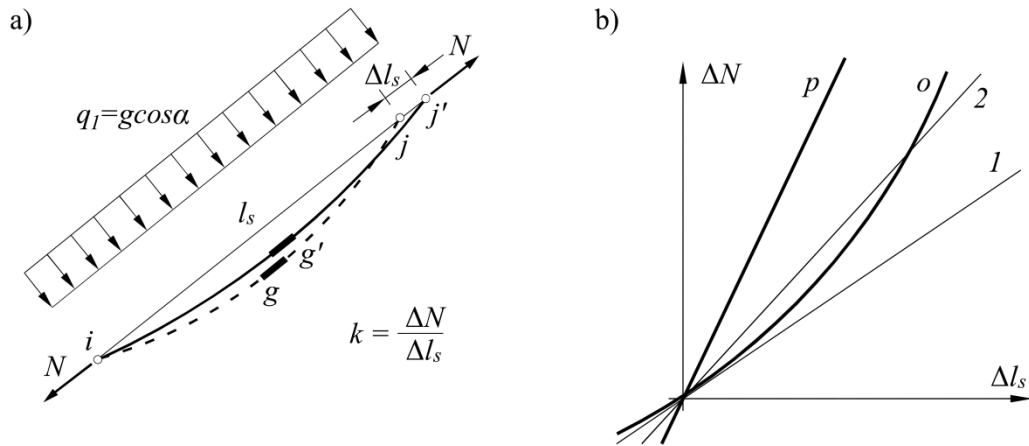
Innym, najbardziej właściwym podejściem zaproponowanym w tej pracy ([101]) jest uproszczony model trzonu w postaci smukłej belki ciągłej wieloprzęsłowej (w układzie

współrzędnych 2D), spoczywającej na nieliniowo sprężystych podporach o zmiennej sztywności w kierunku poziomym (rys. 1.34).



Rys. 1.34. Schemat statyczny masztu z odciągami a) rzeczywisty, b) uproszczony model dwuwymiarowy (2D) [125]

Zastosowanie metody tradycyjnej, w której trzon masztu jest modelowany elementami belkowymi, wiąże się z koniecznością uwzględnienia podatności na ścinanie (belka Timoshenki-Eulera) [195]. Podatność ta jest odwrotnością sztywności  $S_v$ , którą dla typowych skratowań pojedynczej ściany trzonu masztu można wyznaczyć na podstawie wzorów przedstawionych w tabl. 4.2. Sposób obliczania masztów z uwzględnieniem wpływu podatności podpór sprężystych na siły wewnętrzne w trzonie jest przedstawiony w normie [228]. Metoda ta polega na wprowadzeniu podatności podpór sprężystych do równania trzech momentów co powoduje, że niewiadomymi oprócz sił wewnętrznych i reakcji podporowych są także ich przemieszczenia. Ze względu na zwiększenie liczby niewiadomych konieczne jest ułożenie dodatkowych równań równowagi węzłów podporowych [107]. Rozwiązanie problemu jest możliwe jedynie na drodze iteracyjnej, aż do uzyskania wystarczającej dokładności obliczeń. Takie rozwiązanie opisano m.in. w pracach [64, 101, 107, 228]. W powyższych obliczeniach należy uwzględnić sztywność podpory sprężystej trzonu masztu w miejscu przyłączenia odciągów, którą wyznacza się jako sumę sztywności wszystkich przylegających do tego punktu odciągów. Sztywność odciągu na rozciąganie  $k$  wzdłuż jego cięciwy wyznacza się jako stosunek przyrostu siły w odciągu  $\Delta N$  na kierunku jego cięciwy do przyrostu długości cięciwy  $\Delta l_s$  (rys. 1.35a).



Rys. 1.35 a) Zmiana długości cięgiwy rozciąganego odciągu masztu, b) graficzna zależność przyrostu siły  $\Delta N$  od przyrostu długości cięgiwy  $\Delta l_s$  [160]

Jak pokazano na rys. 1.35b, sztywność odciągu na rozciąganie (krzywa  $o$ ) jest wyraźnie nieliniowa i wykazuje znaczne różnice w stosunku do stałej sztywności rozciąganego pręta prostoliniowego (prosta  $p$ ). Im większy zwis odciągu, tym większa jest jego nieliniowość. Sztywność pręta prostoliniowego na rozciąganie ( $k = EA/l_s$ ) jest zwykle większa niż stosowana w praktyce sztywność sieczna ( $k = \Delta N/\Delta l_s$  – prosta 2) czy też sztywność styczna odciągu na rozciąganie, wyznaczana jako tangens kąta nachylenia stycznej do krzywej (prosta 1) [160].

Sztywność odciągu na kierunkach osi  $x$ ,  $y$ ,  $z$  można wyznaczyć odpowiednio ze wzorów [160]:

$$k_x = k \cos^2 \alpha, \quad k_y = k \cos^2 \beta, \quad k_z = k \cos^2 \gamma, \quad (1.31)$$

przy czym:

$$\cos \alpha = \Delta x/l_s, \quad \cos \beta = \Delta y/l_s, \quad \cos \gamma = \Delta z/l_s, \quad (1.32)$$

gdzie:  $l_s$  – długość cięgiwy ciągną ukośnego [m].

W obliczeniach praktycznych sztywności podpór sprężystych trzonu masztu pomija się zwykle sztywność odciągu  $k_x$  na kierunku pionowym, ponieważ jest ona bardzo mała w porównaniu do sztywności trzonu masztu na ściskanie. Sztywność podpory sprężystej w punkcie przyłączenia odciągów do trzonu masztu wyznacza się ze wzorów [160] (rys. 1.36):

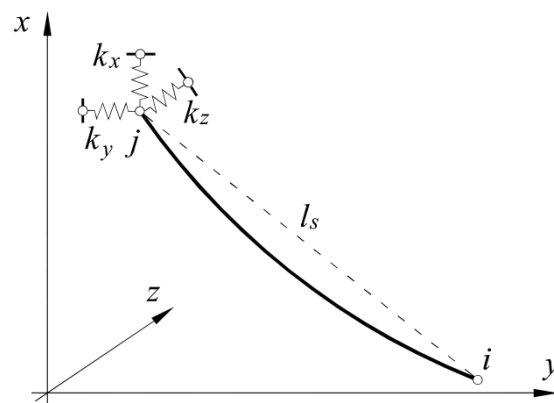
a) na kierunku osi  $y$ :

$$k_y = \sum_{i=1}^n k_i \cos^2 \alpha_i, \quad (1.33)$$

b) na kierunku osi  $z$ :

$$k_z = \sum_{i=1}^n k_i \cos^2 \beta_i, \quad (1.34)$$

w którym:  $\alpha_i, \beta_i$  – kąty między  $i$ -tą cięciwą a odpowiednio osiami  $x$  i  $y$  oraz  $n$  – liczba odciągów (min 3).



Rys. 1.36. Sztywności odciąża na rozciąganie na kierunkach osi  $x, y, z$  [160]

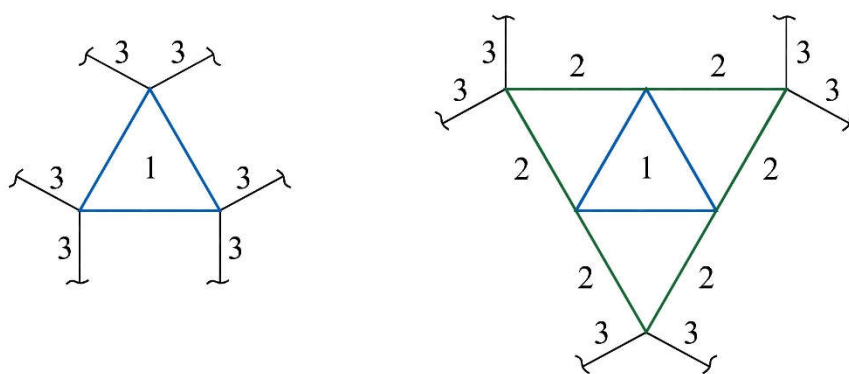
Ze względu na nieliniowy charakter sztywności na rozciąganie odciąża konieczne jest przeprowadzanie obliczeń statycznych metodami iteracyjnymi.

Uproszczony model trzonu masztu w płaskim układzie współrzędnych (2D) może być stosowany jedynie dla masztów niskich, nieprzekraczających 150 m, o dostatecznej sztywności i małej liczbie odciągów. W przypadku masztów o większych wysokościach i jednocześnie większej liczbie poziomów zamocowania odciągów należy przeprowadzić dokładną analizę, uwzględniającą przestrzenne zachowanie konstrukcji.

Model uproszczony (*beam-column model 2D*) był analizowany na różne sposoby przez wielu naukowców na przestrzeni co najmniej 50. lat [164]. Jedną z pierwszych zagranicznych prac poświęconych dwuwymiarowej analizie trzonu masztu, z wykorzystaniem tego modelu jest praca [39]. W pracy tej nakreślono wykorzystanie równania trzech momentów do obliczeń masztów, uwzględniając jedynie sztywność trzonu na zginanie. Artykuł ten był kontynuacją pracy [38], w której przedstawiono szeroko zakrojone badania dotyczące obciążeń, wpływu przekroju poprzecznego, jak i orientacji masztu na opór wiatru. Problemy związane z analizą zginania i stateczności wysokich wielopoziomowych masztów z odciągami były rozważane w pracy [82], przy czym m.in., założono że odciąża masztu przyjmują kształt paraboli i przenoszą jedynie obciążenia pionowe, równomiernie rozłożone na całej długości. Meyers [132] badał nieliniowe zachowanie konstrukcji masztu, jak i wpływ wiatru na sztywność odciągów, przy uwzględnieniu efektów drugorzędnych, takich jak: skrócenie trzonu masztu na skutek zginania i zmiennego obciążenia osiowego, zmienność zależności siła – przemieszczenie i moment – obrót masztu wskutek zmiennych obciążeń osiowych w kilku przęsłach oraz wpływ obrotów masztu na zachowanie odciągów w każdym punkcie węzłowym. Jak podaje Wahba [197], w pracy tej zawarto kompleksowe podejście, przedstawiające nieliniowe zachowanie konstrukcji masztu z odciągami, przy zastosowaniu bardzo małych przybliżeń. Livesley i Poskitt



[106] opracowali iteracyjną procedurę analizy masztów z odciągami, biorąc pod uwagę oddziaływanie wiatru i skupione obciążenia działające na maszt. Procedura ta uwzględnia wpływ obciążeń osiowych na sztywność zginania konstrukcji, jak również mimośrodowe zamocowanie odciągów w postaci paraboli do trzonu masztu. Odley w 1966 roku [141] zaproponował iteracyjną metodę analizy masztów z odciągami, opartą na zgodności przemieszczeń w miejscach zamocowania odciągów do trzonu, którą można było zaimplementować do programu komputerowego. Dzięki niej, w modelu obliczeniowym można było uwzględnić efekty drugorzędne, m. in.: wpływ obciążenia oblodzeniem, zamocowania izolatorów na odciągach, odkształcenia wywołane siłami ścinającymi czy wstępne imperfekcje trzonu masztu. Na początku analizy zakładano pewne wartości ugięć trzonu na każdym poziomie przyłączenia odciągów, co pozwalało na wyznaczenie wartości momentów zewnętrznych i reakcji odciągów, które kolejno wykorzystywano do określenia ugięć trzonu masztu. Procedura iteracyjna była wielokrotnie powtarzana, aż do osiągnięcia założonych wartości ugięć, zgodnych z obliczeniami analitycznymi. W tym samym czasie Marshall [111] skupił się na analizie ugięć i wstępnym napięciu odciągów w masztach, podpierających paraboliczne anteny mikrofalowe, stosowane do transmisji sygnałów telefonicznych i telewizyjnych na znaczne odległości. Przykład współczesnej anteny parabolicznej przedstawiono na rys. 1.2a. Pod wpływem dużego ciężaru tych anten w masztach mikrofalowych powstają duże wartości momentów skręcających. Z tego względu, za pomocą rozwiązania analitycznego, zaproponowano podparcie trójpasowego trzonu masztu za pomocą sześciu odciągów na jednym poziomie, w dwóch wariantach: przyłączonych bezpośrednio do krawężników (rys. 1.37a) lub do specjalnych wysięgników (rys. 1.37b).



Rys. 1.37. Przyłączenie odciągów do trzonu masztu a) bezpośrednio do krawężników, b) za pomocą specjalnych wysięgników; 1 – trzon, 2 – wysięgniki, 3 – odciągi [111]

W celu weryfikacji procedury analitycznej, uwzględniającej efekty napięciowe odciągów oraz zachowanie masztu pod wpływem obciążeń skręcających przeprowadzono badania eksperymentalne na 80-stopowym prototypowym maszcie z odciągami w ośrodku testowania

tego typu konstrukcji w Walkerville w Ontario [111]. Jak podkreślono w pracy [197], powyższa metoda wpłynęła na uproszczenie modeli odciągów, jednak jej zastosowanie należy ograniczyć do masztów o niewielkiej wysokości. Kolejną, lecz odmienną propozycją była metoda projektowania masztów przy wykorzystaniu interaktywnych diagramów [133]. W pierwszym kroku konstrukcja była analizowana jako belka ciągła na sprężystych podporach, przy uwzględnieniu pewnych efektów drugorzędnych, m. in. wpływu oblodzenia i początkowych niedoskonałości konstrukcji. Kolejno analizowano ją z wprowadzeniem naprężeń wzmacniających, wynikających z obciążeń osiowych. Metoda ta miała jednak kilka wad, z których najważniejsze to pominięcie przemieszczeń w miejscach zamocowania odciągów, ze względu na niewielki współczynnik przemieszczenia w stosunku do rozpiętości przęsła oraz ograniczenie rozwiązania do określonej liczby przęseł ciągłych konstrukcji.

Część przedstawionych dotąd prac [39, 82, 133] uwzględniała uproszczony model trzonu masztu (2D) i wykorzystywała techniki rozwiązania oparte na zlinearyzowanych równaniach nachylenie – ugięcie (*linearized slope – deflection equations*). Zastosowanie tej metody staje się jednak bardzo problematyczne i żmudne w przypadku uwzględnienia zmiennego przekroju poprzecznego trzonu masztu [78, 174].

Nowe formuły do obliczania wstępnych naciągów i stałych sprężystości w odciągach masztowych opracował Skop [197]. Wzory te zostały wykorzystane do opracowania metody analizy statycznej masztów z odciągami, w której trzon masztu jest traktowany jako wyidealizowana konstrukcja 2D, a podpierające go odciążenia są obliczane za pomocą metody fikcyjnych reakcji. Metoda ta była bardzo ogólna i pozwalała na zastosowanie dowolnego obciążenia odciągów, zawierających dowolną liczbę dyskretnych mas [197].

Obecnie w przypadku masztów z odciągami dopuszcza się zastosowanie jednego z trzech przestrzennych (3D) modeli obliczeniowych trzonu masztu [214], omówionych w pkt. 4.2. Najprostszym akceptowanym sposobem modelowania masztu jest przyjęcie schematu statycznego w postaci belki ciągłej wieloprzęsłowej, na podporach nieliniowo sprężystych. Takie podejście jest słuszne pod warunkiem, że analiza globalna jest przeprowadzona dla rzeczywistej prętowo-ciężnowej konstrukcji masztu, według teorii II rzędu. Teoria ta zakłada uwzględnienie rzeczywistych wartości sił wewnętrznych, określonych na podstawie odkształconej konfiguracji ustroju [157].

Jedną z pierwszych prac poświęconych trójwymiarowej analizie masztu z odciągami jest publikacja [65]. W pracy tej uwzględniono nie tylko przesuwne, kierunkowe sztywności podpór sprężystych masztu, lecz także sztywności skrętne, dzięki czemu możliwe jest przestrzenne analizowanie masztu [125].

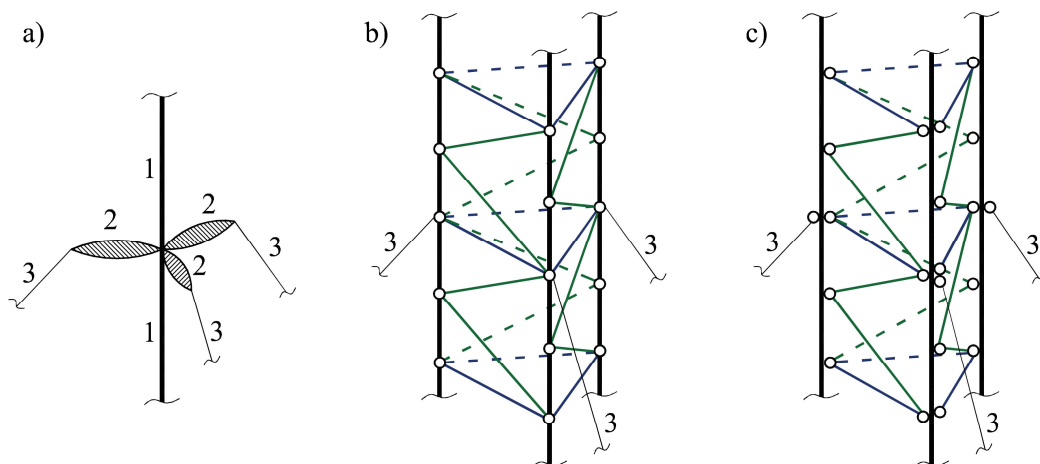
Analizą statyczną masztów z odciągami w zakresie dużych przemieszczeń, przy wykorzystaniu ogólnej metody elementów skończonych i technik podstrukturalnych, zajmował się Raman i in. [174]. Do dyskretyzacji trzonu masztu i odciągów stosowano odpowiednio dwuwęzłowe trójwymiarowe elementy belkowe (*beam-column elements* 3D) i dwuwęzłowe trójwymiarowe elementy kratownicowe (*3D truss elements*). Technika ta zakłada oddzielne rozwiązywanie trzonu masztu i odciągów, przy naprzemiennym wymuszaniu zgodności przemieszczeń w punktach podparcia odciągów, aż do osiągnięcia końcowej konfiguracji równowagi. Geometrycznie nieliniowa analiza statyczna 3D masztów z odciągami, składających się z kombinacji elementów belkowych, kratownicowych i kablowych, została zaproponowana przez Ekhande i Madugula [44]. Zaproponowana przez tych autorów metoda pozwala zarówno na uwzględnienie, jak i na pominięcie sztywności obrotowej elementów, co umożliwia odpowiednio trójwymiarowe i dwuwymiarowe modelowanie dowolnej konstrukcji masztów z odciągami. Pewnym uproszczeniem jest tutaj wykorzystanie równoważnego modułu do uwzględnienia nieliniowego zachowania lin odciągowych.

Lata 90-te ubiegłego wieku oraz początek bieżącego wieku, wyróżnia szerokie zainteresowanie się badaczy analizą konstrukcji masztów przy wykorzystaniu dwóch przestrzennych modeli obliczeniowych trzonu masztu tj. modelu zastępczego (*beam-column model*) (pkt. 4.2.1 i rys. 1.38a) i modelu kratowego (*truss model*) (pkt. 4.2.2 i rys. 1.38b). W wielu pracach [15, 53, 109, 192, 198, 199] skupiono się na porównaniu tych modeli i sprawdzeniu zbieżności uzyskanych wyników, rozpatrując przy tym różne statyczne i dynamiczne oddziaływania konstrukcji. Pierwszą, obszerną analizę porównawczą przedstawił Ben Kahla [15]. W pracy tej wykazano, że przy właściwym zamodelowaniu masztu zastępczego możliwe jest uzyskanie takich samych wyników jak w przypadku modelu kratowego. Jak podaje Páez [164], metoda ta uwzględnia sprzężenie geometryczne między różnymi stopniami swobody i efektami drugiego rzędu. Jest ona jednak trudna do zastosowania w praktyce, ponieważ wymaga wykorzystania zaawansowanych narzędzi wspomagania komputerowego.

Interesujące analizy konstrukcji masztu z odciągami, przy zastosowaniu obu rozważanych modeli przedstawił Wahba i in. [199]. Na przykładzie sześciu istniejących konstrukcji masztów, potwierdzono wnioski z przeprowadzonych badań Ben Kahli [15], wykazując jednocześnie geometrycznie nieliniową odpowiedź masztów na obciążenie wiatrem.

W pracach dotyczących porównania obu rozważanych modeli potwierdzono dobrą zbieżność wyników, co jest szczególnie ważne w przypadku modelowania wysokich masztów. Zastosowanie modelu zastępczego jest wystarczające, gdy nie jest wymagana dokładna analiza konstrukcji, przy czym zmniejszenie liczby węzłów i elementów w trakcie modelowania ułatwia

i skraca proces obliczeniowy. Z tego względu model zastępczy o trzonie belkowym był chętnie wykorzystywany do analizy masztów z odciągami m. in. w pracach [13, 16, 68, 77].



Rys. 1.38. Modele trzonu masztu a) zastępczy, b) kratowy, c) ramowo-kratowy: 1 – trzon, 2 – pręty wirtualne, 3 – odciąg [146]

W przypadku analizy masztów za pomocą metod analitycznych, opartych na modelu zastępczym, uzyskuje się na ogół bardzo dobrą zgodność wyników. Takie rozwiązania są jednak często żmudne i czasochłonne, co wynika z konieczności podziału konstrukcji na dużą liczbę elementów. Z tego względu autorzy pracy [164] zaproponowali nową metodę analityczną, służącą do analizy masztów z odciągami przy użyciu modelu zastępczego. Trzon masztu jest modelowany jako ciągła belka oparta na nieliniowych podporach sprężystych, przy czym sztywność na rozciąganie, zginanie i ścinanie jest obliczana na podstawie konstrukcji wzorcowej. Przy modelowaniu odciągów jako nieliniowych podpór sprężystych wprowadza się do obliczeń stałą sprężystości, uzyskaną na podstawie siecznego modułu sprężystości cięgien. Zaproponowana metoda, dzięki zastosowaniu funkcji stateczności, opartej na teorii elementu belkowego Timoshenki umożliwia bezpośrednie uwzględnienie deformacji drugiego rzędu, tj. skutki odkształceń ścinających. Ponadto zaletą tej metody jest możliwość wykonywania obliczeń masztów w rozsądnym czasie i poświęconym wysiłku.

Jak wykazano w pracy [15], większą dokładność wyników uzyskuje się w przypadku zastosowania dokładnych modeli trzonu masztu w postaci kratownicy przestrzennej (pkt. 4.2.2). Rozpatruje się tutaj dwa modele obliczeniowe trzonu masztu tj. model kratowy (*truss model*) i model ramowo-kratowy (*frame-truss model*) (rys. 1.38c). Cechą łączącą oba modele jest przegubowe przyłączenie prętów skratowania w postaci dwuwęzłowych elementów kratowych do krawężników trzonu. Różnica pomiędzy tymi rozwiązaniami widoczna jest przy modelowaniu krawężników. W modelu kratowym stosuje się elementy kratowe, przenoszące jedynie siły osiowe, a w modelu ramowo-kratowym – ciągłe elementy belkowe. Przykłady

wykorzystania omawianych modeli obliczeniowych trzonu masztu można znaleźć m. in. w [2, 47, 109, 131]. Jak podaje Heydari i inni [78], wykorzystanie modelu kratowego pozwala na wystarczające odwzorowanie realnej konstrukcji masztu. Wynika to z faktu, że w praktyce inżynierskiej trzony masztów powstają w wyniku scalania poszczególnych segmentów. Podkreśla on jednak, że z uwagi na sposób wykonania połączeń między tymi segmentami, najbardziej właściwym rozwiązaniem jest przyjęcie modelu pośredniego między modelem kratowym, a ramowo-kratowym. Z drugiej strony, jak łatwo można zauważyć, model kratowy nie uwzględnia występowania momentów zginających w pasach, dlatego też za model o największej dokładności uznaje się obecnie model ramowo-kratowy (*frame-truss model*).

Różne metody analizy statycznej masztów z odciągami przedstawiono również m. in. w pracach [64, 89, 101, 107, 125, 126, 131, 133, 146, 151, 155, 192].

W latach 80-tych ubiegłego wieku, obowiązkowym punktem przy ocenie nośności masztów wysokości powyżej 50 m było sprawdzenie stateczności trzonu, przy uwzględnieniu zmiennej podatności podpór [228]. Utrata stateczności masztu jest na ogół równoważna ze spadkiem napięcia w odciągach. Przyczyną tego zjawiska mogą być m. in. przemieszczenia podpór masztu, niekorzystne oddziaływania wiatru, czy uszkodzenie zakotwień odciągów [153]. Oprócz odpowiedniego naciągu lin odciągowych ważne jest również ich odpowiednie rozmieszczenie. Zagadnieniom tym poświęcone są liczne prace krajowe i wiele zagranicznych.

Jedną z pierwszych prac poświęconych analizie utraty stateczności masztu z odciągami wielopoziomowymi opublikowali Goldberg i Gaunt [58]. Autorzy przedstawili procedurę, w której są stosowane przyrosty obciążenia bocznego, wywołane zwiększonym parciem wiatru, aż do osiągnięcia niestabilności konstrukcji. Ustalono wówczas, że całkowite wyboczenie konstrukcji występuje w wyniku dużego przyrostu odkształceń przy niewielkim wzroście przyłożonego obciążenia. Ponadto zbadano wpływ wybranych zmiennych parametrów masztu na wartość obciążenia krytycznego konstrukcji. W podobnym czasie Williamson [204] badał wpływ oblodzenia na stateczność specjalnych, wysokich masztów komunikacyjnych. Charakterystyczną cechą tych masztów był szereg przewodów, przymocowanych do najwyższego poziomu zamocowania odciągów, który pełnił funkcję elementu promieniującego systemu antenowego. Wynikiem przeprowadzonych badań było określenie krytycznej grubości lodu, powodującej utratę stateczności konstrukcji. W pracy [45], na przykładzie dwuwymiarowej konstrukcji masztu z odciągami, przedstawiono analizę wpływu początkowej odkształconej formy trzonu masztu na wyniki obliczeń krytycznego obciążenia wiatrem. Ze względu na wyraźny wpływ tych efektów na wyniki analizy stateczności wykazano, że do obliczeń masztów z odciągami oraz

innych smukłych konstrukcji poddanych działaniu dużych sił ściskających należy stosować nieliniową analizę geometryczną.

Przed wprowadzeniem w Polsce Eurokodów dopuszczalne były obliczenia masztu według teorii I rzędu z uwzględnieniem stateczności globalnej trzonu masztu, z przyjęciem długości wyboczeniowych pręseł równych ich rozpiętości [233]. Nośność krawężników na ściskanie z wyboczeniem należało wówczas sprawdzić zgodnie z wytycznymi [232].

Prace poświęcone stateczności masztów z odciągami były kontynuowane i rozwijane przez wielu autorów, m. in. [55, 69, 70, 82, 124, 125, 143, 145, 155, 164, 170]. W jednej z najnowszych prac dotyczących m. in. stateczności [70] autorzy, w celu uproszczenia złożonego modelu trzonu masztu jako kratownicy przestrzennej, zaproponowali zredukowany ciągły model 1D, regulowany za pomocą sześciu równań różniczkowych. Przedstawiona formuła pozwala na uwzględnienie podatności na ścinanie i efektów drugiego rzędu, spowodowanych siłami osiowymi. Przykłady numeryczne zostały porównane do wyników obliczeń, uzyskanych za pomocą MES.

Według obecnego stanu wiedzy i możliwości obliczeniowych analizy masztów należy przeprowadzać według teorii II rzędu, z uwzględnieniem odkształconej konfiguracji konstrukcji i nieliniowego zachowania odciągów, spowodowanego zmiennym ich zwisem [233, 240]. Wytyczne projektowania masztów stalowych według normy [233] opisano w pracach [127, 135, 158].

Obecnie sprawdzenie stateczności globalnej trzonu masztu jest zbędne, ponieważ momenty zginające w jego trzonie, wyznaczone na podstawie analizy II rzędu, są obliczone w odkształconej konfiguracji ustroju. Z tego względu bezpośrednio zależą od wartości sił ściskających w trzonie masztu [157].

W obliczeniach statycznych masztów według teorii II rzędu należy, w ogólności, uwzględniać wpływ wstępnych imperfekcji trzonu [157]. W przypadku masztów z odciągami rozważa się trzy główne typy imperfekcji geometrycznych tj.: imperfekcje związane z wzajemnym przesunięciem węzłów konstrukcji, imperfekcje w postaci załamań osi podłużnej oraz w postaci wstępnych krzywizn pręseł masztu. Jak wykazała Matuszkiewicz [117, 122, 123], wpływ tych imperfekcji na wartości sił normalnych w elementach konstrukcyjnych masztu jest mały i nie ma znaczenia przy ocenie nośności konstrukcji. Dużo większe odkształcenia trzonu masztu występują pod wpływem oddziaływania wiatru. Z tego powodu, uwzględnienie wstępnych imperfekcji w konstrukcjach masztowych może być pominięte, inaczej niż w przypadku typowych konstrukcjach prętowych.

Modelowanie lin jest zagadnieniem złożonym, co wynika m. in. z różnorodnej budowy i specyficznych właściwości tych elementów [72]. Oprócz tego, przy tworzeniu modelu obliczeniowego należy uwzględnić różne warunki pracy lin, wynikające z ich zastosowania w obiektach budowlanych lub urządzeniach do transportu ludzi i materiału [196]. Z tej przyczyny zagadnienie to jest od lat przedmiotem zainteresowania wielu badaczy z różnych dziedzin.

Pierwsze udokumentowane rozważania na temat modelowania zwisającej liny zamocowanej na podporach pojawiły w „*Discourses on Two New Sciences*” Galileusza z 1638 roku. W tym czasie powszechnie uważano, że krzywa ta ma kształt paraboli, a przekonanie to wytworzyło się najprawdopodobniej wiek wcześniej, na podstawie szkiców zawieszonych łańcuchów w pracach Leonardo da Vinci [83].

Dopiero pod koniec XVII wieku, Huygens, Leibniz i bracia Bernoulli udowodnili, że kształt zwisającego sznura można opisać za pomocą wykresu kosinusa hiperbolicznego. Od tej pory, idealnie wiotki sznur, zawieszony na podporach zyskał miano krzywej łańcuchowej. Nazwa ta wywodzi się z języka łacińskiego i oznacza uniwersalną formę łańcucha zawieszzonego pomiędzy dwoma punktami. Dowód ten został przedstawiony w różnych podejściach. Leibniz przedstawił równanie równowagi kabla nierozciągliwego przy użyciu rachunku różniczkowego. Bracia Bernoulli również sformułowali ogólne równanie różniczkowe równowagi zwisającego sznura, z uwzględnieniem różnych przypadków obciążenia i efektów rozciągania, poprzez włączenie do tych równań prawa Hooke’a. Z kolei Huygens przedstawił dowód oparty na skomplikowanych zasadach geometrycznych [37, 83]. Przedstawione analizy zwisającego sznura stały się w późniejszym czasie inspiracją dla wielu naukowców. Na przestrzeni lat rozpatrywano różne metody analizy ustrojów ciągnowych, tj. metody analityczne i numeryczne [153]. Początkowo elementy ciągnowe rozwiązywano wyłącznie za pomocą ścisłych rozwiązań analitycznych, związanych z ciągłym modelem obliczeniowym ośrodka. Ścisłe równanie odciągu opiera się na założeniu, że swobodnie zwisająca lina, pod wpływem przyłożonego obciążenia, przyjmuje kształt krzywej łańcuchowej (katenoidy) [125], co opisano w pkt. 2.7.1. Iteracyjną procedurę numeryczną rozwiązania takiej liny po raz pierwszy opracowali O’Brien i Francis [140], co stanowiło ważny krok do dalszych analiz elementu linowego. Rozwinięciem tego modelu zajmowało się wielu badaczy m.in. Jayaraman i Knudson [90] oraz Greco i in. [62]. Prekursorem w tej tematyce stała się również praca [83], w której przy użyciu technik analitycznych rozwiązano różne przykłady zachowania się elementów ciągnowych, pod działaniem obciążeń statycznych i dynamicznych. W zwięzły sposób omówiono metodę analityczną poszukiwania statycznej i dynamicznej sztywności masztu z odciągami. Analizę dwuwęzłowego elementu linowego o kształcie krzywej łańcuchowej w ujęciu dokładnej metody

analitycznej zaproponowali Yang i Tsay [205]. Jedną z nowszych pozycji w której kratowy trzon masztu 3D jest podparty za pomocą odciągów w postaci pojedynczych dwuwęzłowych elementów w kształcie krzywej łańcuchowej jest praca [78]. Opierając się na dokładnych wyrażeniach analitycznych uwzględniono rzeczywistą zakrzywioną geometrię odciągów. W pracy tej zaproponowano innowacyjną procedurę nieliniowej analizy sprężystej masztów z odciągami, bazującej na podziale konstrukcji na części liniowe i nieliniowe oraz oddzielnej analizie tych elementów. Metoda ta umożliwia skrócenie czasu obliczeniowego w porównaniu do konwencjonalnych metod analizy nieliniowej. Ponadto, opracowano również algorytm optymalizacji masztów z odciągami.

W literaturze publikowano również wiele prac poświęconych analizie masztów z wykorzystaniem uproszczonych technik analitycznych, w których krzywoliniowy kształt odciągów jest przybliżony za pomocą paraboli  $n$ -tego stopnia. Jak podaje Irvine [83], takie przybliżenie jest wystarczająco dokładne dla kabli, w których stosunek zwisu do rozpiętości wynosi mniej niż 1:8 [205]. Takie uproszczenie w analizie masztów zostało wykorzystane przez wielu autorów, do których można zaliczyć m.in.: Cohen i Perrin [39], Odley [141], Livesley i Poskitt [106], Marshall [111].

Teorią obliczania wiotkich ciągów z punktu widzenia statyki zajmowali się m. in. Kaczurin [93], Hajduk i Osiecki [71].

Obecnie duża popularnością cieszą się metody numeryczne, bazujące na fizycznej aproksymacji konstrukcji, a w szczególności – analiza MES. Pierwsze algorytmy obliczeniowe ustrojów ciągnowych z wykorzystaniem MES były rozwijane w TU w Stuttgarcie pod kierunkiem J. H. Argyrisa [6, 125, 153]. Ośrodek ten zajmował się głównie analizą odkształceń i przemieszczeń wstępnie sprężonych siatek ciągnowych, przy czym elementy ciągnowe były aproksymowane elementami wyższego rzędu, bazującymi na nieliniowych funkcjach kształtu [153]. Ponadto, analiza ustrojów ciągnowych w ujęciu MES była rozwijana w wielu krajowych ośrodkach badawczych, m. in. gdańskim, poznańskim, krakowskim, lublińskim, wrocławskim i koszalińskim [125, 153].

Wykorzystanie analizy MES w obliczeniach masztów pozwala w dosyć prosty sposób na uwzględnienie nieliniowości geometrycznej odciągów. Najprostszym skutecznym sposobem jest podział krzywoliniowego odciążu na odpowiednią liczbę odcinków prostych i analiza przestrzenna konstrukcji. Taki sposób postępowania, stosowany m.in. w pracach [2, 109, 126, 182, 197] wynika z dostępności komercyjnych programów obliczeniowych, umożliwiających nieliniową geometrycznie analizę masztów. Innym sposobem jest uwzględnienie w obliczeniach krzywoliniowego kształtu odciągów jako wyniku ich obciążenia międzywęzłowego. Stosowane



tu metody obliczeń najczęściej opierają się na iteracyjnych sposobach modyfikacji sztywności odciągów [153, 164, 186, 205]. Różne rozwiązania dyskretyzacji elementów ciągnowych przedstawiono m. in. w pracach [42, 61, 66, 177].

Niejednokrotnie przy projektowaniu masztów z odciągami wykorzystuje się niekomercyjne, dedykowane programy obliczeniowe. W takim przypadku algorytm obliczeniowy elementów ciągnowych bazuje na ogół na równaniu cięgna, np. program MAST autorstwa prof. Szymona Pałkowskiego.

Zdecydowana większość prac dotyczących masztów z odciągami bazuje na obliczeniach w zakresie liniowo-sprężystym, ograniczając się do uwzględnienia geometrycznej nieliniowości konstrukcji. Istnieje natomiast spora grupa prac dotyczących badania fizycznej nieliniowości stalowych lin. Pierwsze analizy efektów niesprężystych konstrukcji ciągnowych zostały zapoczątkowane w latach 70-tych XX wieku przez Greenberga [63] oraz Jonatowskiego i Birnstiela [91]. W pracy [63] przeprowadzono analizy odkształceń siatek ciągnowych w wyniku kombinacji dużych przemieszczeń i niesprężystych właściwości materiału cięgien. Zbadano i porównano cztery ortogonalne siatki w zakresie sprężystym i niesprężystym przy wykorzystaniu metody eliminacji Gaussa. Zawarto również matematyczną reprezentację zależności naprężenie – odkształcenie cięgna. Analizę pojedynczego cięgna, obciążonego siłą skupioną i ciężarem równomiernie rozłożonym, w zakresie linio-sprężystym i niesprężystym przeprowadził Irvine [83], przy czym zwrócił uwagę na znaczne zaburzenia geometrii tego cięgna, w wyniku odkształceń plastycznych. Analizę konstrukcji ciągnowych w zakresie nieliniowym fizycznie zaprezentowano, np. w [113, 151, 152, 154, 163, 173]. Źródła nieliniowości w analizie stycznej masztów z odciągami opisano w pracy [162].

Obecnie dużą uwagę poświęca się badaniom kontaktu tzn. wzajemnego oddziaływania stykających się ze sobą drutów w przekroju poprzecznym liny. W pracy [51] przeprowadzono analizę porównawczą stalowej liny poddanej rozciąganiu z wykorzystaniem metod analitycznych i MES. Efekt styku między drutami pod obciążeniem w linach z wykorzystaniem półanalitycznych metod zaprezentowano w [130]. W pracy [144] porównano wyniki obliczeń stalowej rozciąganej liny według teorii Feyrera i Costello do wyników badań eksperymentalnych. Numeryczny model cięgna w oparciu o MES z uwzględnieniem tarcia przedstawiono w [105]. W pracy tej wykazano, że wyniki obliczeń uzyskane za pomocą proponowanego modelu numerycznego są bardzo zbliżone z wynikami otrzymanymi metodą analityczną na podstawie teorii Costello i z badań doświadczalnych. Model ten może skutecznie zostać wykorzystany do analizy dynamicznej cięgna ze względu na możliwość sprawdzenia poślizgu między stykającymi się drutami. Do aktualnych opracowań dotyczących interakcji między sąsiednimi drutami

w linie, pod działaniem różnego rodzaju odciążeń, należy zaliczyć prace [5, 30, 52, 95, 206, 207].

Tematyką nieliniowego dynamicznego zachowania się odciągów masztu, poddanych różnym rodzajom oddziaływań zajmowali się m.in. Desai i Punde [42], Kim i Chang [96] oraz Sparling i Davenport [190],

Zagadnieniom wyznaczania nieliniowej odpowiedzi dynamicznej masztu poświęcono prace [13, 17, 18, 19, 41, 74, 76, 77, 108, 109, 167, 168, 169, 189, 190, 197, 209], przy czym najbardziej aktualne są prace autorów: Ballaben i in. [7÷9]. W kraju ważne są prace takich autorów jak Bar i Nizioł [10], Bęc [20÷24], Błachowski [26÷28], Grosel i Klasztorny [66], Janiga [86], Koziół [33, 34, 99], Murzewski [134].

Duży wkład w rozwój stanu wiedzy dotyczący analizy masztów z odciągami, z punktu widzenia statyki, dynamiki i stateczności, stanowią prace opublikowane przez grupę roboczą nr 4, należącą do Międzynarodowego Stowarzyszenia Konstrukcji Powłokowych i Przestrzennych (IASS). Grupa ta została powołana w 1968 roku i zajmuje się analizą konstrukcji masztów i wież, zarówno w aspekcie poznawczym, jak i – przede wszystkim – praktycznym. W ramach tej grupy można wymienić prace autorów tj.: Smith [188], Nielsen i Støttrup-Andersen [138], Nielsen [137].

Należy podkreślić, że w aktualnych wytycznych normowych, zarówno krajowych jak i zagranicznych, brakuje niektórych praktycznych wskazówek dotyczących analizy masztów z odciągami. Z tego względu, przy projektowaniu tych konstrukcji należy także korzystać z kryteriów podanych w literaturze, ustalonych na drodze eksperymentalnej.

Obowiązujące normowe wytyczne dotyczące obliczenia masztów z odciągami zostały opisane m. in. w pracy [213]. Zagadnieniem optymalizacji masztów z odciągami zajmowano się w pracach [11, 12]. O zasadach obliczania, projektowania i wykonywania stalowych masztów i wież telekomunikacyjnych pisał Pałkowski [159].

## 1.4. Przedmiot, cel, zakres i teza pracy doktorskiej

### 1.4.1. Przedmiot rozprawy

Maszty z odciągami cechuje zarówno nieliniowość geometryczna, jak i fizyczna. Ta pierwsza jest związana z dużymi przemieszczeniami konstrukcji, a druga – wynika z nieliniowych sprężysto-plastycznych właściwości materiału odciągów i dotyczy lin fabrycznie nowych, tj. bez wstępnego przeciągnięcia. Pomimo tych specyficznych właściwości lin zdarza się, że do budowy masztów wykorzystuje się liny nieprzeciągnięte, przyjmując jednocześnie do obliczeń stałą wartość współczynnika sprężystości liny  $E$ . Takie postępowanie jest dosyć dużym błędem merytorycznym i może przyczyniać się do powstania istotnych różnic między obliczeniowym a rzeczywistym stanem sił i przemieszczeń masztu. Właściwości sprężysto-plastyczne lin nowych powodują powstanie trwałych odkształceń konstrukcji, które prowadzą do spadku sił wstępnego naciągu w odciągach, a w konsekwencji do utraty pionowości trzonu masztu. Na skutek tego dochodzi też do zmniejszenia sztywności masztu, który wymaga okresowej rektyfikacji, szczególnie w początkowej fazie eksploatacji. Dokładna ocena wpływu trwałych odkształceń na stan sił i przemieszczeń masztu jest możliwa, gdy w obliczeniach statycznych uwzględnia się aktualny poziom naprężeń, określony na podstawie rzeczywistej zależności  $\sigma - \varepsilon$ , ustalonej z badań doświadczalnych.

W celu wyznaczenia nieliniowej zależności  $\sigma - \varepsilon$ , przeprowadzono badania doświadczalne liny jednozwitej 1x37. W kolejnym kroku zaimplementowano otrzymaną zależność do programu komputerowego SOFiSTiK, w którym opracowano autorską procedurę obliczeniową, pozwalającą na przeprowadzenie zaawansowanych analiz numerycznych masztów o dowolnej geometrii, z uwzględnieniem sprężysto-plastycznych właściwości odciągów. Wyniki tych analiz skonfrontowano z wynikami obliczeń analitycznych, z wykorzystaniem przybliżonego równania cięzna oraz wynikami z programu MAST autorstwa prof. Szymona Pałkowskiego. Ponadto dla porównania, przeprowadzono takie same badania doświadczalne i analizy numeryczne na linie wielozwitej 6x19. Prezentowane wyniki obliczeń pozwoliły na wykazanie różnic w pracy statycznej konstrukcji masztowych w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym, przy uwzględnieniu dwóch różnych konstrukcji lin. Na tej podstawie wysunięto pewne wnioski, które mogą być przydatne w praktyce projektowej.

Ze względu na bardzo obszerną tematykę dotyczącą analizy masztów z odciągami ograniczono się tylko do szczegółowego omówienia i analizy pewnych, wybranych problemów.

Na podstawie przedstawionego w pkt. 1.3 aktualnego stanu wiedzy można zauważyć, że analiza sprężysto-plastyczna masztów z odciągami jest reprezentowana przez nieliczną grupę

prac, w porównaniu z obszerną literaturą dotyczącą analizy statycznej masztów z odciągami o charakterystyce liniowo-sprężystej.

#### **1.4.2. Cel, zakres i teza rozprawy**

Głównym celem rozprawy jest wykazanie różnic zachowania się konstrukcji masztów z odciągami w przypadku, gdy na odciągi wykorzystano liny fabrycznie nowe (bez wstępnego przeciągnięcia) i liny wstępnie przeciągnięte. W tym celu przeprowadzono zaawansowane analizy porównawcze masztów stalowych z odciągami o charakterystyce liniowo-sprężystej i sprężysto-plastycznej, w których wykorzystano właściwości wytrzymałościowe lin, określone na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych.

Drugim zadaniem jest gruntowne rozpoznanie aktualnego stanu wiedzy dotyczącego zagadnień związanych z obliczaniem i modelowaniem konstrukcji masztów pod działaniem różnego rodzaju obciążeń. Za cel postawiono również zebranie i usystematyzowanie wiedzy dotyczącej przeprowadzania badań doświadczalnych lin odciągowych, a także opisanie ich budowy i właściwości. Prezentowana dysertacja została podzielona na sześć rozdziałów podejmujących wyżej opisaną tematykę.

Rozdział 1. zawiera charakterystykę konstrukcji masztowych. Opisano tu rodzaje, zasady projektowania i montażu wysokich masztów antenowych, jak i nieco niższych masztów pomiarowych. Przedstawiono zestawienie najwyższych masztów na świecie i wybrane przykłady rozwiązań konstrukcyjnych. Wyjaśniono zjawisko geometrycznej nieliniowości całej konstrukcji i fizycznie nieliniowego prawa materiałowego odciągów. Dużo uwagi poświęcono zebraniu i usystematyzowaniu wiadomości związanych z obciążeniami masztów i ich kombinacjami. Wyszczególniono tu obciążenia stałe, środowiskowe (oddziaływanie wiatru, oblodzenia i temperatury) i wyjątkowe (zerwanie pojedynczego odciążu i nierównomierne osiadanie podstawy masztu i fundamentów odciągów). Zamieszczono aktualny stan wiedzy dotyczący obliczeń masztów z odciągami, w którym opisano historię powstania pierwszych konstrukcji masztowych, rozwój modeli i metod obliczeniowych trzonu masztu i odciągów. Podane tu krajowe i zagraniczne pozycje bibliograficzne odnoszą się do zagadnień statyki, dynamiki i stateczności. W rozdziale zawarto również przedmiot, cel, zakres i tezę niniejszej rozprawy.

W rozdziale 2. zebrano informacje normowe i techniczne dotyczące rodzajów lin stosowanych na odciągi. Skupiono się na omówieniu rodzajów, budowy, materiałów do produkcji, właściwości mechanicznych i zabezpieczeń antykorozyjnych tych elementów. Przedstawiono aktualne wytyczne normowe dotyczące wymiarowania lin i podano rodzaje stosowanych zakotwień. Opisano ściśle i przybliżone równanie statyki pojedynczego ciągną.

Zasadniczą część rozprawy stanowi rozdział 3, dotyczący badań doświadczalnych liny jednozwitej 1x37, przeprowadzonych na Wydziale Inżynierii Lądowej, Środowiska i Geodezji Politechniki Koszalińskiej. W rozdziale tym przedstawiono charakterystykę badanych lin, omówiono szczegółowo procedurę przygotowania próbek oraz opisano aparaturę pomiarową i oprogramowanie wykorzystane podczas badań. Realizację badań doświadczalnych podzielono na kilka etapów:

- I etap – przygotowanie próbek lin do badań i badania wstępne,
- II etap – określenie zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny podczas statycznej próby rozciągania na podstawie pomierzonych wartości siła – wydłużenie liny,
- III etap – ustalenie stałego współczynnika sprężystości  $E$  liny po wstępnym jej przeciągnięciu,
- IV etap – określenie rzeczywistej wartości siły zrywającej linę.

Do celów porównawczych przeprowadzono takie same badania doświadczalne na linach wielozwitych 6x19. Obie wykorzystane liny były fabrycznie nowe, tj. bez wstępnego przeciągnięcia. Wszystkie badania przeprowadzono na podstawie statycznej próby rozciągania lin w maszynie wytrzymałościowej INSPEKT 600. Uzyskane wyniki badań zostały wykorzystane do znalezienia wzorów funkcji aproksymujących rzeczywistą zależność  $\sigma - \varepsilon$  badanych lin.

W rozdziale 4. opisano aktualne zasady obliczania masztów. Przedstawiono akceptowane modele trzonu masztu, z wyróżnieniem modelu zastępczego o trzonie belkowym i modeli dokładnych tj. model kratowy (*truss model*) i model ramowo-kratowy (*frame-truss model*). Zaprezentowano wybrane metody rozwiązywania konstrukcji prętowo-ciężnowych w zakresie nieliniowym i omówiono teoretyczne podstawy zastosowania metody elementów skończonych (MES) do analizy masztów z odciągami. Scharakteryzowano środowisko systemu SOFiSTiK, które zostało wykorzystane do przeprowadzenia analiz numerycznych konstrukcji masztów z odciągami, biorąc pod uwagę zarówno nieliniowość geometryczną, jak i fizyczną.

Rozdział 5. dotyczy wybranych zaawansowanych analiz numerycznych masztów z odciągami, przeprowadzonych w programie SOFiSTiK, przy wykorzystaniu MES. Przedstawione modele numeryczne zostały zróżnicowane pod względem geometrii, lokalizacji, klasy niezawodności konstrukcji, wysokości, szerokości boku trzonu masztu, liczby poziomów zamocowania odciągów oraz różnych konstrukcji i właściwości lin odciągowych. Symulacje numeryczne w zakresie nieliniowym przeprowadzono na podstawie charakterystyk  $\sigma - \varepsilon$  liny jednozwitej 1x37 i wielozwitej 6x19, wyznaczonych na podstawie badań doświadczalnych. Główne analizy numeryczne poprzedzono wybranymi przykładami testowymi pojedynczego

ciągna i wybranej konstrukcji masztowej. Wyniki tych analiz skonfrontowano z wynikami obliczeń analitycznych, z wykorzystaniem przybliżonego równania ciągna oraz wynikami z programu MAST autorstwa prof. Szymona Pałkowskiego.

Ostatni, rozdział 6. zawiera podsumowanie, nowe elementy rozprawy, jak również proponowane kierunki dalszych prac. W tej części przedstawiono obszerny spis literatury, zestawienie rysunków i tabel oraz informacje uzupełniające, zamieszczone w formie elektronicznej na płycie CD. Załączniki te zawierają m. in. zebranie obciążeń odpowiednio na maszt wysokości 190 (pkt. 5.5) i maszt wysokości 200 m (pkt. 5.4) oraz przykładowy model numeryczny wykonany w programie SOFiSTiK. Pozycje literatury ułożono alfabetycznie i podzielono na źródła drukowane i cyfrowe.

**Teza rozprawy:** Fizyczna nieliniowość odciągów wpływa na sztywność konstrukcji masztu i powoduje zmiany stanu sił i przemieszczeń całej konstrukcji masztowej. Uwzględnienie tego rodzaju nieliniowości w analizie statycznej przyczynia się do wzrostu dokładności obliczeń masztu.

## 2. ODCIĄGI MASZTÓW

Bardzo ważnymi elementami, podpierającymi trzon masztu, są odciąg w postaci wiotkich cięgien, wykonywanych na ogół z lin stalowych. Charakteryzują się one bardzo małą sztywnością poprzeczną na zginanie i skręcanie w stosunku do sztywności podłużnej na rozciąganie. Z tego względu w cięgnach uwzględnia się z reguły tylko siły rozciągające. Właściwe zaprojektowanie i dobór odciągów jest istotne, ponieważ wpływa na pracę konstrukcji całego masztu.

### 2.1. Rodzaje odciągów

Elementy cięgnowe są wykonywane w zakładach prefabrykacji, a następnie transportowane jako gotowy produkt na plac budowy i montowane do konstrukcji za pomocą zakończeń linowych. Zgodnie z postanowieniami normy [239], wyróżnia się 3 grupy cięgien konstrukcyjnych (tabl. 2.1).

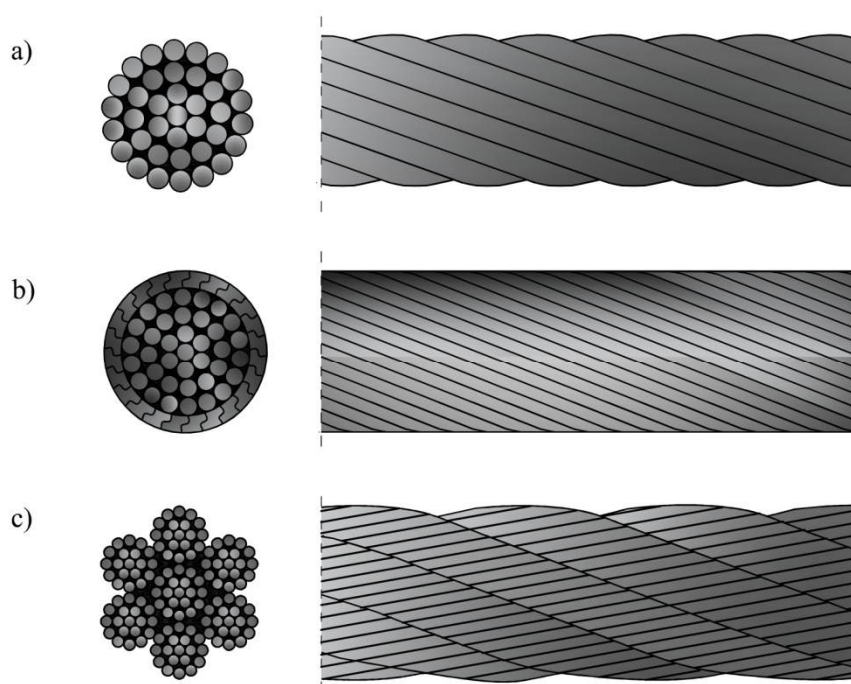
Tablica. 2.1. Grupy i rodzaje cięgien [239]

Grupa	Charakterystyka elementu rozciąganego
A	<ul style="list-style-type: none"> <li>– System prętów rozciąganych z prętów pełnych</li> <li>– Pręt do sprężania o pełnym przekroju okrągłym</li> </ul>
B	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Liny splotowe jednozwite otwarte z drutów okrągłych</li> <li>– Liny splotowe jednozwite zamknięte z drutów okrągłych, osłoniętych zewnętrzną warstwą drutów zetowych</li> <li>– Liny wielosplotowe z drutów okrągłych i splotek</li> </ul>
C	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Lina splotowa z drutów okrągłych stykających się liniowo (PWS)</li> <li>– Wiązka równoległych drutów okrągłych</li> <li>– Wiązka równoległych splotek mających po 7 drutów (do sprężania).</li> </ul>

Pręty okrągłe grupy A pracują jako niezależne, pojedyncze pręty i są wykorzystywane jako systemy cięgien prętowych, stężenia dachów, ścian lub jako odciąg pylonów czy konstrukcji dachów. Cięgna grupy B o średnicach od 5 do 160 mm są zbudowane z drutów i zakończone tulejami zalewanymi lub zaciskami opisanymi w pkt. 2.6. Do grupy C należą wiązki o wymaganym, odpowiednim zabezpieczeniu antykorozyjnym, które są przeznaczone na odciąg w mostach stalowych, zespolonych lub na cięgna główne w mostach podwieszonych [239].

Według normy [239], na odciąg masztów należy stosować liny stalowe zaliczane do grupy B. W wysokich masztach antenowych na odciąg przyjmuje się liny spiralne (jednozwite) otwarte z drutów okrągłych o średnicach przekraczających kilkanaście milimetrów. Liny te są zbudowane z kilku warstw pojedynczych drutów o tym samym przekroju poprzecznym i tej samej wytrzymałości na rozciąganie. Podstawę konstrukcji takiej liny stanowi drut rdzeniowy,

na który nawinięte są śrubowo kolejne warstwy drutów. Każda kolejna warstwa drutów zawiera o 6 drutów więcej niż warstwa poprzednia. Przykładowo dla liny o konstrukcji 1x37 liczba drutów w przekroju poprzecznym wynosi: 1+6+12+18 (rys. 2.1a). W przeciwieństwie do lin jednozwitych o konstrukcji półzamkniętej i zamkniętej (rys. 2.1b), liny otwarte nie mają gładkiej powierzchni zewnętrznej, przez co w przypadku pęknięcia drutu wierzchniej warstwy ulega on odwinieciu poza prawidłowy obrys liny, co może prowadzić do awarii [72].



Rys. 2.1. Rodzaje lin stalowych na odcinki masztów: a) spiralna (jednozwita) otwarta, b) spiralna (jednozwita) zamknięta, c) lina splotowa (dwuzwita) [160]

Wybrane oznaczenia lin jednozwitych otwartych i odpowiadająca im liczba drutów w poszczególnych warstwach zostały przedstawione w tabl. 2.2 [153].

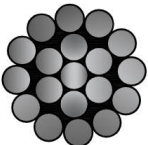
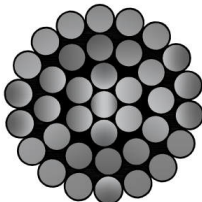
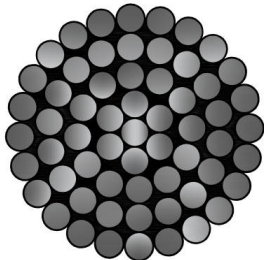
Tablica. 2.2. Oznaczenia lin jednozwitych otwartych wraz z odpowiadającą im liczbą drutów [153]

Oznaczenia lin jednozwitych	Liczba drutów w przekroju poprzecznym liny
1x7	1+6
1x19	1+6+12
1x37	1+6+12+18
1x61	1+6+12+18+24
1x91	1+6+12+18+24+30
1x127	1+6+12+18+24+30+36
1x547	1+6+12+18+24+30+36+78....



Typowe przekroje poprzeczne lin spiralnych (jednozwoitych) otwartych przedstawiono w tabl. 2.3 [239].

Tablica. 2.3. Parametry lin spiralnych otwartych w grupie B [239]

Liny spiralne (jednozwoite)			
Konstrukcja	1 x 19	1 x 37	1 x 61
Przekrój poprzeczny			
Średnica liny $d$ [mm]	3 do 14	6 do 36	20 do 40
Liczba splotek	1	1	1
Liczba drutów w splotce	19	37	61
Liczba drutów zewnętrznych w splotce	12	18	24
Nominalny współczynnik przekroju metalowego $C^*$	0,6	0,59	0,58
* Oznaczenia współczynników są wyjaśnione w pkt. 2.5.			

W przypadku lin jednozwoitych, łączenia drutów w dowolnej warstwie powinny być wykonane w odległościach równych co najmniej 36 średnic warstwy drutów, poprzez lutowanie lub zgrzewanie [240]. Poszczególne warstwy drutów w linie spiralnej mają na ogół przeciwny kierunek zwoicia, toteż charakteryzują się one dużą nieodkrętnością, zachowując jednocześnie dużą sztywność wzdłużną i poprzeczną [196]. W takich linach druty sąsiednich warstw stykają się między sobą punktowo.

Bardzo rzadko zdarza się, że odciągi masztów są wykonane z lin jednozwoitych zamkniętych (rys. 2.1b). Do charakterystycznych właściwości tych lin należą [153]:

- znaczny przekrój metaliczny, związany z małymi szczelinami pomiędzy drutami wewnątrz liny,
- mniejsza rozciągliwość w stosunku do lin jednozwoitych otwartych (większy współczynnik sprężystości  $E$  (tabl. 2.7).

W małych masztach pomiarowych, o wysokości nieprzekraczającej 200 m, dopuszcza się stosowanie lin splotowych, najczęściej dwuzwoitych. Zbudowane są one z kilku cienkich lin splecionych w jedną grubszą, wewnątrz której znajduje się rdzeń metaliczny [60, 196]. Najbardziej rozpowszechnione są liny zbudowane z 6 splotek w warstwie zewnętrznej,

składających się z 7,19 lub 37 drutów o jednakowej średnicy i punktowym styku drutów. Należy podkreślić, że wraz ze wzrostem liczby drutów w splotce maleje ich średnica. Druty w takich linach są zwinięte dwukrotnie – pierwszy raz przy zwiciu splotek, drugi raz przy zwiciu liny [72]. Cechą charakterystyczną lin splotowych jest duża wiotkość, umożliwiającą wykonywanie zakończeń linowych w postaci pętli z zaciskami kabłąkowymi (rys. 2.7). Takie zakotwienie odciągów jest dopuszczalne w przypadku masztów pomiarowych i odciągów montażowych. Takie liny odznaczają się ponadto znaczną wydłużalnością, co ogranicza ich wykorzystanie w wysokich masztach antenowych. Konstrukcję typowej liny dwuzwitej 6x19 WSC, złożonej z 6 splotów zewnętrznych z rdzeniem metalowym przedstawiono na rys. 2.1c.

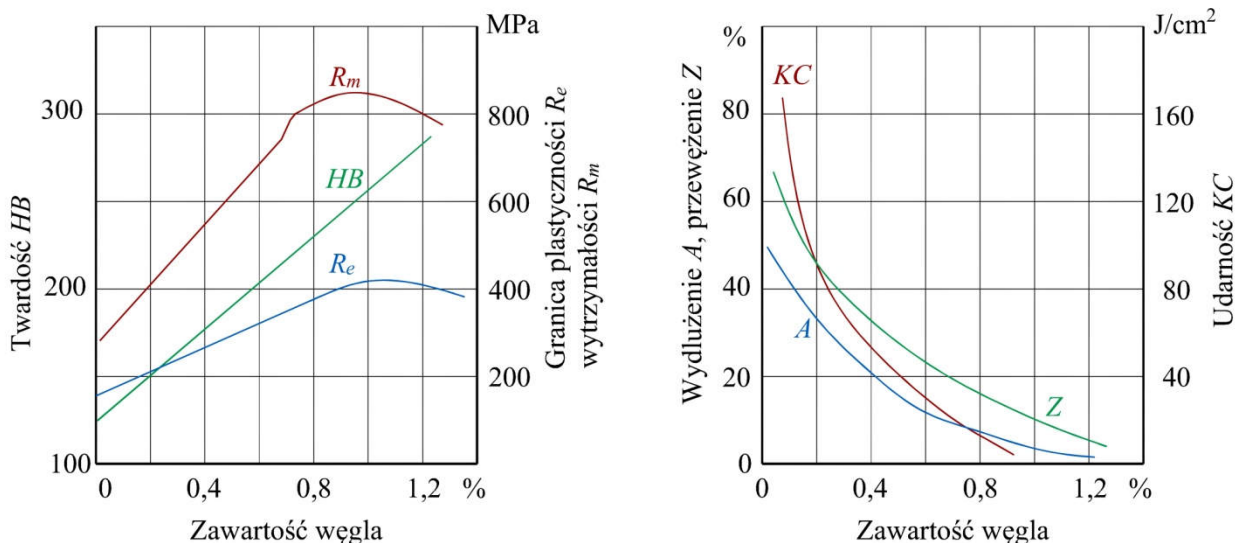
## 2.2. Materiały do produkcji lin odciągowych

Materiały do produkcji lin odciągowych powinny przenosić jak największe naprężenia rozciągające, przy jak najmniejszym możliwym ciężarze własnym [148]. Podstawowymi elementami konstrukcyjnymi w linie odciągowej są druty ciągnięte ze stali węglowych lub ewentualnie wysokostopowych stali nierdzewnych i druty rdzeniowe.

### 2.2.1. Druty stalowe

Najważniejszym elementem konstrukcyjnym liny splotowej jedno- i dwuzwitej są druty stalowe. Zarówno liczba drutów jak i ich rodzaj decyduje o budowie liny, która pod wpływem obciążenia powinna mieć zdolność do pracy w złożonym stanie naprężeń. Do produkcji drutów na liny jest wykorzystywana stal węglowa (niestopowa) w postaci walcówki o wysokiej zawartości węgla (od 0,3 do 0,9%). Stal zawierająca więcej niż 0,9% węgla nie może być wykorzystywana na druty liniarskie, ze względu na zbyt dużą zawartość cementytu  $Fe_3C$  [196]. Maksymalną wytrzymałość na rozciąganie uzyskuje się dla około 0,8-0,9% zawartości węgla w stali, przy czym przekroczenie tej wartości prowadzi do jej obniżenia. Niekorzystnym zjawiskiem związanym ze wzrostem zawartości węgla w stali jest przede wszystkim obniżenie właściwości plastycznych i pogorszenie jej spawalności. Oprócz węgla, w składzie chemicznym stali węglowych występują pierwiastki metaliczne: Al, Cr, Co, Cu, Mg, Ni, Mo, Ti, W i V, których zawartość każdego z osobna nie przekracza 0,5% masy stali. Ponadto, w znacznie mniejszych ilościach występują niekorzystne pierwiastki niemetaliczne, tj. P, Si, S, O, N, a także inne pierwiastki w ilościach śladowych. Decydujący wpływ na właściwości mechaniczne stali niestopowej ma zawartość węgla, wielkość ziarna, a także obróbka plastyczna i cieplna. Wraz ze wzrostem zawartości węgla w stali następuje zwiększenie jej twardości  $HB$ , wytrzymałości na

rozciąganie  $R_m$  i granicy plastyczności  $R_e$ . Jednocześnie następuje zmniejszenie udarności  $KC$ , wydłużenia  $A$  i przewężenia względnego  $Z$  [29].



Rys. 2.2. Wpływ zawartości węgla na właściwości mechaniczne stali w stanie wyżarzonym [57]

Niekiedy druty na liny produkowane są z wysokostopowej stali nierdzewnej tj. X4CrNiMo 17-13-3 (lub też ze stali X5CrNiMo 17-12-2) [222], w której poszczególne składniki oznaczają [219]:

- X – zawartość pierwiastka stopowego  $\geq 5\%$ ,
- 4 – średnia zawartość węgla C w  $\% \times 100$  (0,04%C),
- CrNiMo – symbole pierwiastków chemicznych kolejno chromu, niklu i molibdenu wraz z ich malejącą zawartością,
- 17-13-3 – średnia zawartość pierwiastków w  $\%$ .

Wysoka zawartość chromu (co najmniej 12%) w składzie stali nierdzewnej wpływa korzystnie na poprawę odporności na korozję, przy czym jednocześnie powoduje mniejszą wytrzymałość drutów na rozciąganie. Dlatego druty ze stali nierdzewnej pod wpływem obciążenia w procesie rozciągania szybciej ulegną zniszczeniu niż druty ze stali niestopowej.

### 2.2.2. Rdzenie lin stalowych

Drugim, bardzo ważnym elementem konstrukcyjnym liny jest jej rdzeń, który odpowiada za podpieranie drutów (liny jednozwite) lub spletek (liny wielozwite) kolejnych warstw w taki sposób, aby nie doszło do zmiany normalnego przekroju poprzecznego liny. Oprócz tego, rdzeń zapewnia odpowiednią jej sztywność poprzeczną. W przypadku liny jednozwitej funkcję rdzenia pełni drut nazywany rdzeniowym, znajdujący się w centrum przekroju liny. Do budowy lin dwuzwitych wykorzystuje się różne rdzenie takie jak: stalowe ze spletek lub lin, włókienne,

pełne z tworzyw sztucznych czy plastikowane rdzenie z lin [196]. Na odciągi masztów należy stosować liny z rdzeniem stalowym, który najczęściej jest produkowany jako splotka złożona z 7 drutów: 1 x 7 (IWS) lub lina o konstrukcji 7 x 7 (IWR lub IWRC). Lina z takim rdzeniem charakteryzuje się dużą sztywnością wzdłużną. Konstrukcja splotki rdzeniowej liny jest na ogół taka sama jak pozostałe konstrukcje splotek w całej linie. Pomiedzy rdzeniem i otaczającymi go splotkami mogą występować naprężenia kontaktowe, toteż dąży się do ich wyeliminowania, poprzez ten sam kierunek zwicia splotek rdzenia i splotek przylegających warstw. Taki sposób jest obecnie wykorzystywany do produkcji nowoczesnych lin wielowarstwowych [196]. Według przepisów normowych [241], rdzenie metalowe i druty wypełniające, które są wliczane w przekrój nośny liny należy wykonywać ze stali niskowęglowej o takiej samej wytrzymałości na rozciąganie jak pozostałe druty w linie. Zdarza się, że druty rdzenia mają mniejszą wytrzymałość niż druty kolejnych warstw.

W masztach z odciągami nie zaleca się przyjmowania lin splotowych z rdzeniem włókiennym, które odznaczają się większą trwałą rozciągliwością i mniejszym modułem sprężystości liny w porównaniu do lin o rdzeniu metalowym. Ponadto, liny z włókien naturalnych są wrażliwe na wilgotność i wpływ temperatury. Rodzaje rdzeni lin odciągowych i ich oznaczenia przedstawiono w tabl. 2.4 [196].

Tablica. 2.4. Rodzaje rdzeni lin odciągowych i ich oznaczenia [196]

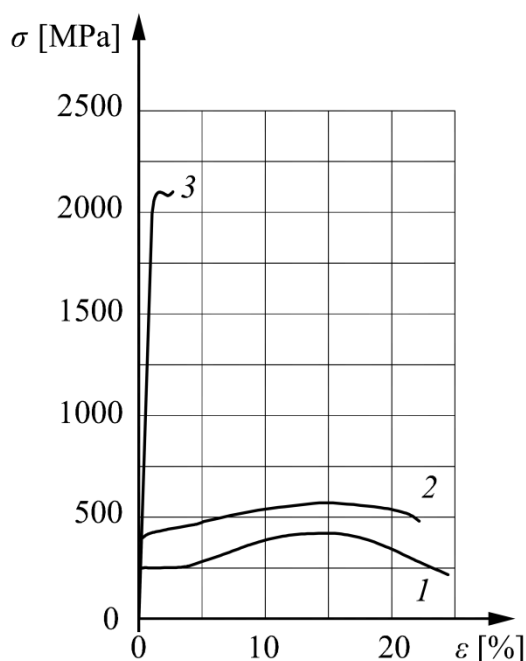
Lina	Rdzeń	Rodzaje rdzeni i ich symbole
Jednowarstwowa	stalowy WC	Rdzeń jako splotka z drutów stalowych (WSC), niezależna lina (IWRC), niezależna lina ze splotkami, których styk ma charakter powierzchniowy (IWRC(K)) lub niezależna lina stalowa osłonięta polimerem (EPIWRC)
	włókienny FC	Rdzeń z włókien naturalnych (NFC), syntetycznych (SFC) lub rdzeń ze stałego polimeru (SPC)

## 2.3. Właściwości mechaniczne odciągów

### 2.3.1. Wytrzymałość na rozciąganie drutów na liny

O wytrzymałości liny stalowej na rozciąganie decyduje przede wszystkim wysoka wytrzymałość drutów, która z kolei zależy głównie od dwóch czynników: specyficznego składu chemicznego stali i specjalnej obróbki drutów. Bardzo ważnym etapem procesu produkcyjnego liny stalowej jest ciągnięcie stali na zimno. Jest to proces obróbki plastycznej, w której wskutek przeciągania drutu przez stacjonarne ciągnadło zmienia się jego struktura krystaliczna tj. ulega rekrytalizacji pod wysokim ciśnieniem [59]. Ostatecznie drut składa się z długich cząstek stali

ułożonych zgodnie z jego osią (struktura pasmowa) i znacznie zmniejsza się jego średnica w stosunku do stanu początkowego. Wielokrotne powtarzanie tego procesu powoduje zwiększenie wytrzymałości drutów na rozciąganie nawet 3-6-krotne w stosunku do ich pierwotnej wytrzymałości. Poza tym, dochodzi do zmniejszenia odkształcalności plastycznej i jednocześnie rozszerzenia zakresu sprężystości, zbliżonej aż do granicy wytrzymałości na rozciąganie [148, 153, 160]. Porównując typowe zależności  $\sigma - \varepsilon$  drutu i stali budowlanych przedstawionych na rys. 2.3 widoczne są znaczne różnice, pomimo których współczynnik sprężystości stali ma podobną wartość dla obydwu przypadków. W pierwszym z nich, współczynnik ten jest równy  $E = 195$  GPa, a w drugim  $E = 210$  GPa.



Rys. 2.3. Krzywe  $\sigma - \varepsilon$  dla różnych gatunków stali budowlanych: 1 – stal S235, 2 – stal S355, 3 – drut stalowy na liny [113, 153]

Zgodnie z [221], druty ze stali niestopowej ciągnięte na zimno, przeznaczone do produkcji lin stalowych mogą być wykonywane w klasach: 1180, 1370, 1570, 1770, 1960, 2160 MPa. Podane wartości są minimalnymi wartościami wytrzymałości na rozciąganie w poszczególnych kategoriach wytrzymałości. Górne wartości graniczne dla każdej kategorii uzależnione są od wymiaru nominalnego średnicy drutu  $d$  lub wymiaru profilu  $h$ . Określa się je poprzez dodanie do dolnej wartości granicznej, dodatkowej wartości wytrzymałości nie większej niż dopuszczalna odchyłka podana w tabl. 2.5 [220]. Przykładowo, maksymalna odchyłka górna dla drutu ze stali niestopowej na liny o średnicy  $d = 2,0$  mm dla klasy wytrzymałości na rozciąganie 1570 MPa jest równa 290 MPa. Zatem graniczna maksymalna wytrzymałość na rozciąganie drutu na liny wynosi 1860 MPa.

Tablica. 2.5. Dopuszczalne odchyłki dodatnie wytrzymałości na rozciąganie drutów na liny w zależności od nominalnej średnicy drutów [220]

Nominalna średnica drutów $d$ [mm] lub nominalny wymiar profilu $h$ [mm]	Dopuszczalna odchyłka górna dla wartości liczbowej wytrzymałości na rozciąganie
$0,2 \leq d$ lub $h \leq 0,5$	390
$0,5 \leq d$ lub $h \leq 1,0$	350
$1,0 \leq d$ lub $h \leq 1,5$	320
$1,5 \leq d$ lub $h \leq 2,0$	290
$2,0 \leq d$ lub $h \leq 3,5$	260
$3,5 \leq d$ lub $h \leq 8,0$	250

Liny są wykonywane z drutów o średnicach od 0,2 do 5,0 mm [153]. Zmniejszenie średnicy drutów skutkuje wzrostem jego wytrzymałości na rozciąganie, toteż najcieńsze druty są produkowane w klasie wytrzymałości 1960 N/mm<sup>2</sup> [196]. Druty o większej średnicy (2÷5 mm) charakteryzują się mniejszą wytrzymałością niż te o mniejszej średnicy (0,2÷1 mm).

Na odciągi masztów należy stosować liny jednozwite, zatem bardziej słuszne są postanowienia normy [243]. Według tych przepisów, liny jednozwite konstrukcji 1x7, 1x19, i 1x37 mogą być wykonywane w klasach: 1570 N/mm<sup>2</sup>, 1770 N/mm<sup>2</sup>, 1960 N/mm<sup>2</sup>. Liny zbudowane z większej liczby drutów np. 1x61, 1x91, 1x127 i 1x547 są wykonywane w dwóch klasach 1570 N/mm<sup>2</sup> i 1770 N/mm<sup>2</sup> (tabl. 2.6).

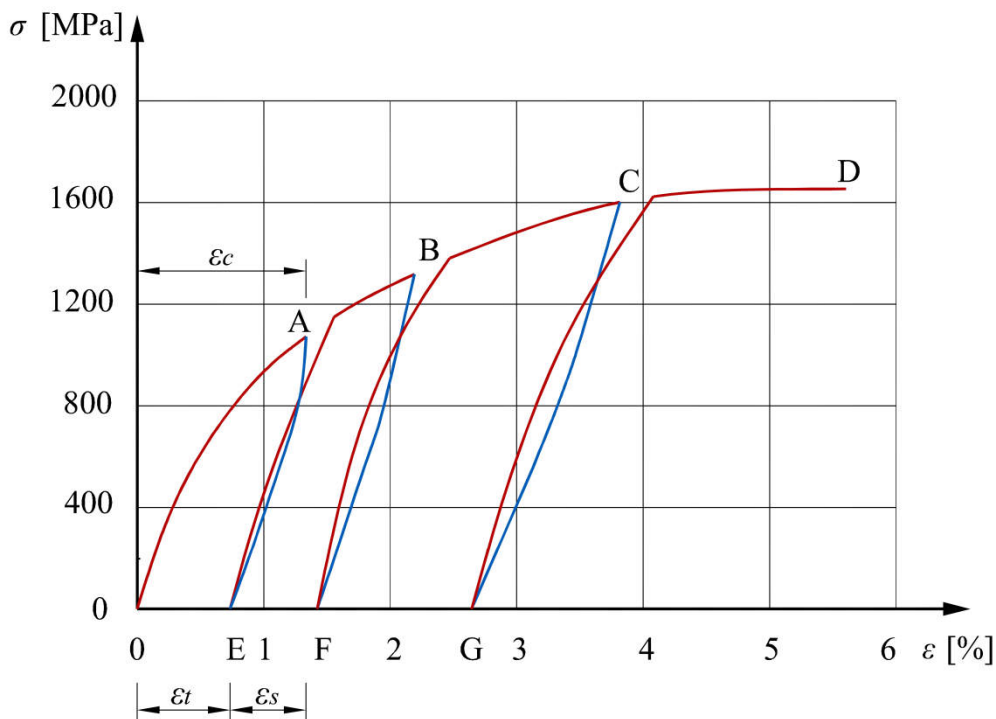
Tablica. 2.6. Klasy wytrzymałości drutów na rozciąganie przyporządkowane do konkretnej konstrukcji liny jednozwitej [234]

Konstrukcja liny jednozwitej	Klasy wytrzymałości drutów na rozciąganie [MPa]
1x7, 1x19, 1x37	1570, 1770, 1960
1x61, 1x91, 1x127 i 1x547	1570, 1770

### 2.3.2. Zależność $\sigma - \varepsilon$ dla lin

Złożona struktura przestrzenna i skomplikowany, kilkufazowy etap wykonania liny powoduje, że jej właściwości mechaniczne w znaczący sposób odbiegają od właściwości mechanicznych pojedynczych drutów. Duże znaczenie ma liczba drutów w splotce, liczba splotek w linie, średnica drutów, czy parametry zwicia drutów i splotek. W procesie rozciągania, lina zupełnie nowa wydłuża się inaczej niż lina poddana wcześniej obciążeniom eksploatacyjnym. Lina taka pod wpływem obciążenia ulega trwałemu wydłużeniu na skutek usuwania luzów pomiędzy skręconymi drutami w przekroju poprzecznym splotki i jeżeli występują – pomiędzy poszczególnymi splotkami w linie. Zachodzi tzw. proces „wyciągania się

liny”, co jest związane z trwałą zmianą struktury liny i powstaniem trwałych odkształceń. Przykładowo na rys. 2.4, przedstawiono typową zależność  $\sigma - \varepsilon$  pewnej wielozwitej liny stalowej w trakcie wstępnego napinania (przeciągania), uzyskaną na podstawie badań doświadczalnych [196].



Rys. 2.4. Zależność  $\sigma - \varepsilon$  pewnej liny stalowej uzyskana w procesie wstępnego przeciągania [196]

Proces ten polega na kilkukrotnym przeciągnięciu (obciążeniu i odciążeniu) liny w warunkach statycznego rozciągania. Krzywoliniowy przebieg charakterystyki 0ABCD na rys. 2.4, jest ważny tylko i wyłącznie przy pierwszym obciążeniu liny fabrycznie nowej. Po przekroczeniu punktu A na krzywej, następuje odciążenie liny, a nieliniowa dotąd zależność pomiędzy naprężeniem i odkształceniem staje się prawie liniowa. W ten sposób już w pierwszym cyklu (pętli histerezy), lina nowa doznaje znacznych odkształceń plastycznych  $\varepsilon_t$  (trwałych). Jeśli ponownie obciążymy linę to początkowo przyrost naprężeń i odkształceń jest taki sam jak w pierwszym cyklu przy odciążeniu, aż do osiągnięcia punktu A, po którego przekroczeniu krzywa  $\sigma - \varepsilon$  przyjmuje postać nieliniową (odcinek A - B). Ponowne odciążenie liny, tak jak poprzednio ma charakter zbliżony do liniowego. Analogiczny przebieg obowiązuje w kolejnych cyklach obciążenie - odciążenie. Warto podkreślić, że przy pierwszym obciążeniu liny przyrost odkształceń trwałych jest większy niż w kolejnym, aż do osiągnięcia znacznego wzrostu obciążenia, gdzie lina ponownie ulega trwałemu odkształceniu. W takiej lince nie można określić występowania wyraźnej i umownej granicy plastyczności  $R_e$ , jak również umownej

granicy proporcjonalności  $R_H$ . Pełne trwałe odkształcenie liny następuje po kilku cyklach jej napinania i odciążenia.

Zgodnie z postanowieniami normy [239], w celu ustabilizowania właściwości sprężystych lin na odciaży masztów, należy przeciągnąć je w co najmniej 10 cyklach w zakresie od 10% do 50% siły zrywającej. Obecnie na etapie produkcji takich lin dąży się do wstępnego fabrycznego ich napinania przed montażem lub stosuje się liny o dużej sztywności, w których naturalne wydłużenie jest bardzo małe [196].

Nieliniowość liny spiralnej ściśle zależy od jej konstrukcji. Im większa liczba drutów w splotce, tym większa jest jej nieliniowość. Przykładowo liny o konstrukcji 1x37 charakteryzują się większą nieliniowością w porównaniu do lin o konstrukcji 1x7 i 1x19.

### 2.3.3. Moduł sprężystości liny

Sztywność liny na rozciąganie określa się na ogół jako iloczyn modułu sprężystości podłużnej  $E$ , nazywanego modułem Younga, i pola przekroju metalicznego  $A_m$  [239]. Opierając się na klasycznym ujęciu teorii sprężystości moduł ten jest wyznaczany na podstawie prawa Hooke'a:

$$\sigma = f(\varepsilon) = E\varepsilon \quad [\text{MPa}], \quad (2.1)$$

w którym:  $\sigma$  – naprężenie [MPa],  $E$  – moduł sprężystości podłużnej (Younga) [MPa], a  $\varepsilon$  – względna zmiana długości. Względne wydłużenie liny ma postać:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\% = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100, \quad (2.2)$$

przy czym:  $\Delta l$  – wartość wydłużenia całkowitego [m],  $l_0$  – początkowa długość liny [m],  $l_1$  – długość liny po wydłużeniu [m].

Moduł sprężystości podłużnej stanowi wówczas współczynnik liniowy definiowany jako tangens kąta nachylenia liniowej krzywej rozciągania [196] i jest ważny tylko dla materiałów o sprężystych właściwościach takich jak jednorodna budowa i struktura krystaliczna. Liniowa zależność naprężenie – odkształcenie w statycznej próbie rozciągania obowiązuje do wartości nazywanej doraźną granicą wytrzymałości plastycznej  $R_e$  [MPa]. Do tego momentu uznaje się, że moduł sprężystości podłużnej  $E$  ma stałą wartość. Taka relacja obowiązuje w przypadku ciągniętego drutu linowego, dla którego moduł sprężystości  $E$  jest większy od modułu całej liny.

Przebieg zależności  $\sigma - \varepsilon$  w trakcie rozciągania liny stalowej jest krzywoliniowy, co sprawia, że moduł sprężystości  $E$  tej liny nie może być definiowany zgodnie z prawem Hooke'a. Wartość tego modułu nie może być zatem określona jednoznacznie i jest zmienna.

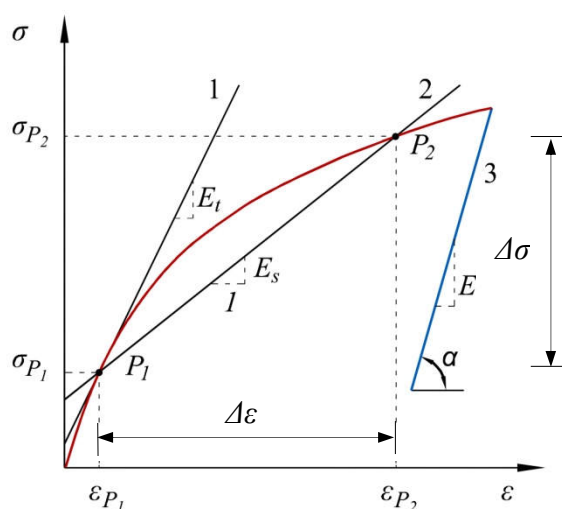


Opierając się na zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny można wyróżnić kilka wielkości (rys. 2.5) [113, 160]:

- 1 – współczynnik styczny (zmienny)  $E_t$  – obliczany jako tangens kąta nachylenia stycznej do charakterystyki  $\sigma - \varepsilon$  (prosta 1), dla określonego naprężenia lub odkształcenia. Wartość modułu stycznego wyznacza się ze stosunku naprężenia do odkształcenia ( $E_t = d\sigma/d\varepsilon$ ),
- 2 – współczynnik sieczny  $E_s$  – definiowany jako nachylenie siecznej poprowadzonej przez początek układu współrzędnych i określony punkt na krzywej  $\sigma - \varepsilon$  (punkt  $P_2$ ). Jest to iloraz naprężenia i odkształcenia względnego w danym punkcie (prosta 2), a jego wartość można obliczyć ze wzoru:

$$E_s = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_{P_2} - \sigma_{P_1}}{\varepsilon_{P_2} - \varepsilon_{P_1}}, \quad (2.3)$$

- 3 – normowy (stały) współczynnik sprężystości  $E = \text{tg}(\alpha)$ , określony po kilkukrotnym obciążeniu i odciążeniu liny (prosta 3).



Rys. 2.5. Graficzne zobrazowanie trzech różnych współczynników sprężystości liny [113, 160]

Różne definicje modułu sprężystości  $E$  zostały szczegółowo omówione w pracy [72]. Zgodnie z postanowieniami normy [239], w przypadku ciągnięć z grupy B moduł ten powinien być wyznaczony na podstawie badań doświadczalnych, przy użyciu modułu siecznego. W przypadku braku wyników takich badań dopuszcza się przyjmowanie współczynników sprężystości liny, zgodnie z tabl. 2.7 [239].

Tablica. 2.7. Współczynnik sprężystości liny  $E$  [239]

Typ cięgna	$E$ [GPa]	
	Druty ze stali wysokowęglowej	Druty ze stali nierdzewnej
Liny jednozwite otwarte	$150 \pm 10$	$130 \pm 10$
Liny jednozwite zamknięte	$160 \pm 10$	-
Liny wielozwite z rdzeniem splotkowym	$100 \pm 10$	$90 \pm 10$
Liny wielozwite z rdzeniem organicznym	$80 \pm 10$	-
Wiązki równoległych drutów	$205 \pm 5$	-
Wiązki równoległych splotek	$195 \pm 5$	-

Eurokod [239] podaje stałe wartości współczynników sprężystości  $E$  dla lin po ich cyklicznym obciążeniu siłą wynoszącą maksymalnie 45% siły zrywającej linę. Po przeciągnięciu liny wartość modułu sprężystości stabilizuje się na poziomie  $E = 150 \pm 10$  GPa w przypadku lin spiralnych otwartych i  $E = 160 \pm 10$  GPa dla lin zamkniętych. Współczynnik ten zależy nie tylko od wstępnego przeciągnięcia liny czy zakresu obciążenia, ale też od rodzaju i liczby drutów w linie, co wpływa na znaczne różnice w wartościach modułu sprężystości  $E$ . Dotyczy to także lin tego samego rodzaju. Większa wartość współczynnika  $E$  występuje w linach o małej liczbie drutów, a mniejsza – w linach o większej liczbie drutów.

Moduł sieczny jest wyznaczany w statycznej próbie rozciągania, w co najmniej 5 cyklach obciążenia pomiędzy minimalną i maksymalną siłą w cięgnie od charakterystycznych oddziaływań stałych i zmiennych [239]. Natomiast w przepisach [240], podano, że liczba cykli w trakcie przeciągania odciągów nie powinna być mniejsza niż 10 w zakresie 10-50% siły zrywającej.

Prawidłowe wyznaczenie modułu sprężystości  $E$  w badaniach doświadczalnych może zapewnić zgodność pomiędzy obliczonym a rzeczywistym stanem sił i przemieszczeń konstrukcji, zakładając że wszystkie liny odciągowe zostaną poddane cyklicznemu obciążeniu w takich samych warunkach jak przy ustaleniu wartości współczynnika  $E$ . Niestety nie jest to zawsze możliwe, szczególnie w przypadku długich lin o znacznej średnicy.

Oprócz modułu sprężystości wzdłużnej należy definiować czynniki wpływające na wydłużenie liny. Zgodnie z [72, 196], przy określaniu całkowitego wydłużenia liny stalowej należy uwzględnić:

- nieodwracalne wydłużenie konstrukcyjne zależne od sposobu wykonania i konstrukcji liny,

- odwracalne wydłużenie sprężyste,
- wydłużenie reologiczne na skutek pełzania materiału.

Wydłużenie całkowite liny można więc wyrazić wzorem:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_t + \varepsilon_s + \varepsilon_r [\%], \quad (2.4)$$

przy czym:  $\varepsilon_c$  – wydłużenie całkowite [%],  $\varepsilon_t$  – wydłużenie trwałe [%],  $\varepsilon_s$  i  $\varepsilon_r$  – odpowiednio wydłużenie sprężyste i reologiczne [%].

Rozważania dotyczące stabilizowania się właściwości sprężystych lin stalowych i wydłużania się tych lin w trakcie eksploatacji są omawiane w pracy [196].

## 2.4. Zabezpieczenia antykorozyjne lin

Liny przeznaczone na odciągi masztów są najczęściej linami otwartymi, stąd są one szczególnie narażone na wnikanie wilgoci i wody do przestrzeni między drutami [153]. Z tego względu do budowy masztów są wykorzystywane na ogół liny z drutów ocynkowanych ogniowo lub elektrolityczne (galwaniczne). W wyniku odmiennych procesów technologicznych, druty cynkowane ogniowo i elektrolitycznie mają inne właściwości. Cynkowanie ogniowe polega na zanurzeniu drutów w wannie wypełnionej roztopionym cynkiem o temperaturze ok. 450°C. W tym procesie powierzchnię drutów pokrywa się grubą i szczelną warstwą ochronną tlenków cynku, co chroni druty przed uszkodzeniami mechanicznymi. W metodzie galwanicznej druty stalowe poddaje się kąpeli w silnie kwaśnym elektrolicie zawierającym jony cynku. W procesie elektrolizy w czasie przepływu prądu stałego, jony cynku zostają przeniesione na powierzchnię drutów, a następnie tworzą cienką, elastyczną powłokę ochronną.

Obecnie najtrwalszą i najbardziej skuteczną ochroną antykorozyjną drutów ze stali niestopowych jest pokrycie powłoką cynkową GALFAN, łączącą właściwości powłoki ochronnej z cynku (95% Zn) z właściwościami pasywnej powłoki aluminiowej (5% Al) [226]. Zastosowanie warstwy tlenku aluminium zabezpiecza druty przed dalszym wypłukiwaniem cynku. W przypadku lin spiralnych otwartych stosuje się zazwyczaj druty z powłoką GALFAN lub druty wykonane ze stali nierdzewnej (druty okrągłe o średnicy do 3 mm). Wnętrze tych lin nie jest nasycone żadną substancją ochronną [226].

Ze względu na częściowe odpuszczanie stali w procesie cynkowania dochodzi do zmniejszenia się wytrzymałości drutów na rozciąganie (3÷5%) [153]. Niemniej jednak pominięcie lub niewystarczająca konserwacja lin fabrycznie nowych może spowodować znaczne skrócenie czasu ich pracy.

Grubości powłok warstwy cynku drutów na liny stalowe w zależności od średnicy drutu przedstawiono w [196]. Warunki przygotowania powłok antykorozyjnych drutów na liny podano w normie [221].

## 2.5. Wymiarowanie

Wytrzymałość liny może zostać określona na podstawie [196]:

- nominalnej (obliczeniowej) siły zrywającej linę  $F_{nom}$  równej sumie wytrzymałości pojedynczych drutów liny. Siła ta jest obliczana na podstawie wartości katalogowej siły nominalnej i sprawności wytrzymałościowej konkretnych konstrukcji lin  $\eta$ , podawanej przez producenta,
- rzeczywistej siły zrywającej linę  $F_{rz}$ , odpowiadającej największemu obciążeniu niszczącemu podczas statycznej próby rozciągania.

Rzeczywista siła zrywająca linę  $F_{rz}$  w próbie rozciągania jest zawsze mniejsza niż siła nominalna (katalogowa)  $F_{nom}$ , co wynika z braku równoległego ułożenia drutów w linie. Obie siły można wyznaczyć za pomocą parametru  $\eta$ , nazywanego współczynnikiem sprawności wytrzymałościowej liny, korzystając ze wzoru [196]:

$$\eta = F_{rz}/F_{nom} . \quad (2.5)$$

Parametr ten w znacznej mierze ułatwia dobranie i obliczenie liny stalowej o skomplikowanej budowie i jest podawany w katalogach producentów w zależności od konstrukcji liny. Większe wartości współczynnika (około 0,95) odnoszą się do lin o prostej budowie (np. dla liny spiralnej 1x7 o średnicy do 4,5 mm), a wartości mniejsze dotyczą lin o złożonej wielowarstwowej budowie splotek, a także lin ze splotek kształtowych. Przykładowo, dla liny owalnosplotkowej o średnicy do 55 mm współczynnik sprawności wytrzymałościowej nie przekracza wartości 0,75 [196]. Typowe wartości sił zrywających z uwzględnieniem różnych klas wytrzymałości i nominalnych mas jednostkowych lin jednozwitych podano w normie [243].

W praktyce, podczas zrywania liny w próbie statycznego rozciągania uznaje się, że lina jednozwita jest zerwana wtedy, gdy dojdzie do pęknięcia pewnej liczby drutów, przy jednoczesnym spadku siły rozciągającej linę. W przypadku lin dwuzwitych za zerwanie liny uważa się zerwanie co najmniej jednej splotki liny [196]

Zgodnie z postanowieniami normy [239], w przypadku ciągnięć grup B i C, wartość obliczeniowa siły osiowej  $F_{Ed}$  nie powinna przekraczać wartości obliczeniowej nośności przy rozciąganiu  $F_{Rd}$ :

$$F_{Ed} \leq F_{Rd} . \quad (2.6)$$

Obliczeniową nośność liny przy rozciąganiu można obliczyć ze wzoru [239]:

$$F_{Rd} = \frac{F_{uk}}{1,5\gamma_R}, \quad (2.7)$$

gdzie:  $F_{uk}$  – wartość charakterystyczna siły zrywającej, ustalana dla cięgien grupy B według wzoru:

$$F_{uk} = F_{min}k_e, \quad (2.8)$$

przy czym:  $k_e$  – jest to współczynnik straty nośności liny wskutek zakotwienia, a jego wartości dla lin odciągowych w zależności sposobu zakończenia liny przedstawiono w tabl. 2.8 [239].

Tablica. 2.8. Wartości współczynnika straty nośności liny na zakotwieniu  $k_e$  [239]

Zakończenie liny	Współczynnik $k_e$
Tuleja zalewana metalem	1,0
Tuleja zalewana żywicą	1,0
Końcówka zaciskana	0,9
Zacisk linowy kabłąkowy	0,8

Współczynnik częściowy  $\gamma_R$  we wzorze na nośność obliczeniową liny na rozciąganie  $F_{Rd}$  zapewnia odpowiednie zakotwienie liny w taki sposób, aby wyeliminować ewentualne jej skręcanie. W praktyce zaleca się przyjmować  $\gamma_R = 1,0$ .

Minimalna siła zrywająca linę  $F_{min}$  może być wyrażona jako [239]:

$$F_{min} = \frac{d^2 R_r K}{1000} \text{ [kN]}, \quad (2.9)$$

w której:  $d$  – średnica liny [mm],  $R_r$  – wytrzymałość drutów w linie [MPa],  $K$  – współczynnik siły zrywającej, który może być obliczony następująco:

$$K = \frac{\pi f k}{4}, \quad (2.10)$$

gdzie:  $f$  – współczynnik wypełnienia liny,  $k$  – współczynnik straty na zwicie, odpowiadający klasycznej definicji współczynnika sprawności wytrzymałościowej  $\eta$ .

Jeżeli znany jest przekrój metaliczny liny, to tę siłę wyznacza się na podstawie:

$$F_{min} = A_m R_r k \text{ [kN]}, \quad (2.11)$$

gdzie:  $A_m$  – pole przekroju składników metalowych [mm<sup>2</sup>], które można wyznaczyć z wzoru:

$$A_m = \frac{\pi d^2}{4} f \quad (2.12)$$

w którym:  $d$  – nominalna średnica liny z uwzględnieniem powłoki ochronnej [mm].

Współczynnik wypełnienia  $f$  wyraża stosunek przekroju metalicznego liny do jej przekroju nominalnego, a jego wartości w zależności od rodzaju liny wynoszą [239]:

- $f = 0,56$  (liny wielozwite),
- $f = 0,73 \div 0,77$  (liny spiralne otwarte),
- $f = 0,81 \div 0,88$  (liny spiralne zamknięte).

Nominalny współczynnik pola powierzchni przekroju metalowego  $C$  o wzorze [242]:

$$C = f \frac{\pi}{4} \quad (2.13)$$

jest wykorzystywany do obliczenia nominalnego metalicznego pola przekroju poprzecznego liny, zgodnie ze wzorem [242]:

$$A = C d^2 . \quad (2.14)$$

Wartości współczynnika przekroju metalowego  $C$  dla wybranych rodzajów lin jednozwitych przedstawiono w tabl. 2.3.

Ciężar własny cięgien  $g_k$  jest równy iloczynowi przekroju poprzecznego  $A_m$  i ciężaru jednostkowego  $w$ , uwzględniającego gęstość stali i ochronę przed korozją. W przypadku lin jednozwitych otwartych i zamkniętych ciężar jednostkowy  $w$  wynosi  $830 \cdot 10^{-7}$  [N/(mm<sup>3</sup>)], a dla lin wielozwitych jest równy  $930 \cdot 10^{-7}$  [N/(mm<sup>3</sup>)]. Ciężar własny  $g_k$  można wyrazić wzorem:

$$g_k = w A_m . \quad (2.15)$$

## 2.6. Zakotwienia cięgien

Obecnie istnieje dosyć duża liczba rozwiązań mocowania końców lin stalowych, które są dobierane przede wszystkim na podstawie rodzaju liny, wielkości siły rozciągającej cięgno, a także łatwości oraz możliwości montażu i demontażu [196]. Zakończenie liny odciągowej jest bardzo ważnym elementem przenoszącym obciążenia z liny na fundament lub trzon masztu. Ponadto pełni rolę zabezpieczenia końcówki liny przed jej rozkręceniem, a także zapewnia osiowe przekazywanie obciążeń. Według normy [244], zakotwienia końców lin powinny osiągnąć nośność co najmniej równą nośności kotwionej liny. Wówczas współczynnik sprawności zakończenia zalewanego  $K_T$  jest równy 1. Niewłaściwy dobór lub wykonanie tego elementu, może stać się przyczyną katastrofy konstrukcji masztu.

Zgodnie z [212], liny odciągowe mogą być zakończone w postaci:

- zalewanych końcówek kielichowych (w kształcie stożka lub gruszki),
- końcówek samoklinujących,

- pętli z kauszami zaciskanymi złączkami aluminiowymi,
- pętli z zaciskami kabłąkowymi.

Do budowy wysokich masztów są wykorzystywane jedynie końcówki kielichowe, które mogą być zalewane:

- ciekłymi stopami metalu, głównie: cynkiem, cyną, aluminium, ołowiem czy antymonem [43],
- żywicami na bazie poliestrów [244].

Dawniej zakończenia odciągów wykonywało się niemal wyłącznie przez zalanie rozplecionego końca liny w uchwycie kielichowym roztopionym cynkiem na gorąco. W tym celu rozplecione druty w tulei należało zagiąć, pokryć salmakiem, a następnie zanurzyć w gorącym cynku. W pracy [113] podkreślono jak bardzo ważne jest zagięcie wszystkich drutów w tulei. Pominięcie niektórych drutów związane jest z nierównomierną pracą drutów w linie, niekiedy ich szybszym zniszczeniem i brakiem możliwości osiągnięcia pełnej nośności liny. Tak przygotowane druty umieszczano w uchwycie kielichowym i zalewano stopem. Przed zalaniem uchwyt należało podgrzać do temperatury ok. (200÷275 °C), w zależności od rodzaju stopu po to, aby stop zalewowy nie uległ przedwczesnemu wystygnięciu [113]. Skład chemiczny poszczególnych stopów metalu, a także temperatura punktu topnienia i temperatura zalewania zostały podane w normatywnym załączniku A normy [244].

Do zalewania końcówek kielichowych zalecane jest stosowanie lin jednozwitych z rdzeniem stalowym [225]. Rdzenie lin z innych materiałów (włókien naturalnych, jak bawełna, juta, konopie, sizal, manila lub syntetycznych) powinny zostać wycięte przed rozpoczęciem zalewania. Proces zalewania tulei ciekłym stopem metalu, a w szczególności jednoczesne podgrzewanie końcówki kielichowej i topienie stopów metalu jest długotrwałe i pracochłonne, co przyczyniło się do rozwoju nowych technologii opartych na materiałach zalewowych z tworzyw sztucznych.

Do najbardziej znanych na świecie rozwiązań, dostępnych również w Polsce, należy dwuskładnikowy komponent żywiczny o nazwie „Wirelock” do zalewania na zimno. Wykorzystanie żywicy do zalewania zakotwień ma wiele zalet, z których najważniejsze to [196, 225]:

- porównywalna wytrzymałość i skuteczność mocowania jak w przypadku stożków zalewanych „białym metalem”,
- możliwość przygotowania i zalewania liny na miejscu montażu,
- nie wymagane stosowanie wysokich temperatur (komponent zalewany na zimno),
- stosunkowo mała masa w porównaniu do masy metalu,

- szybkie wiązanie żywicy.

Technologia zaproponowana przez firmę Wirelock jest powszechnie stosowana, jednak spotyka się nadal klasyczne wykorzystanie metalu z tego względu, że wymagania dotyczące wykonania połączenia przy użyciu żywicy są dość rygorystyczne. Ponadto wiedza na temat czasu użytkowania takiego połączenia nie jest do końca znana.



Rys. 2.6. Typowy uchwyt stożkowy zalany komponentem żywicznym Wirelock

Nowoczesny komponent żywiczny Wirelock został wykorzystany w badaniach doświadczalnych w przedkładanej rozprawie, toteż procedurę przygotowania i zalewania końców próbek lin stalowych szczegółowo opisano w pkt. 3.2.

Niekiedy w trakcie montażu lub do budowy małych masztów jako zakończenia odciągów wykorzystywane są pętle z zaciskami kabłąkowymi, zbudowanymi ze stalowych szczęk i ściąganych nakrętkami kabłąków [43]. W zależności od średnicy liny jest dobierana wielkość, liczba, jak i rozstaw zacisków. Prawidłowa konstrukcja takiego zakończenia linowego obejmuje pętlę i minimum 5 zacisków o rozstawach równych  $5d$  ( $d$  – średnica nominalna liny). Pierwszy zacisk linowy powinien znajdować się bezpośrednio przy kauszy, a kabłąk – od strony krótszego końca liny. Zwiększenie liczby zacisków skutkuje wzrostem wytrzymałości liny, którą można obliczyć na podstawie współczynnika pewności mocowania liny w zacisku  $n$  [196]:

$$n = \frac{\mu R}{F} \quad (2.16)$$

w którym:  $\mu$  – współczynnik tarcia pomiędzy liną a elementami zaciskowymi,  $R$  i  $F$  – odpowiednio siła zacisku i siła obciążająca linę [kN] [196].

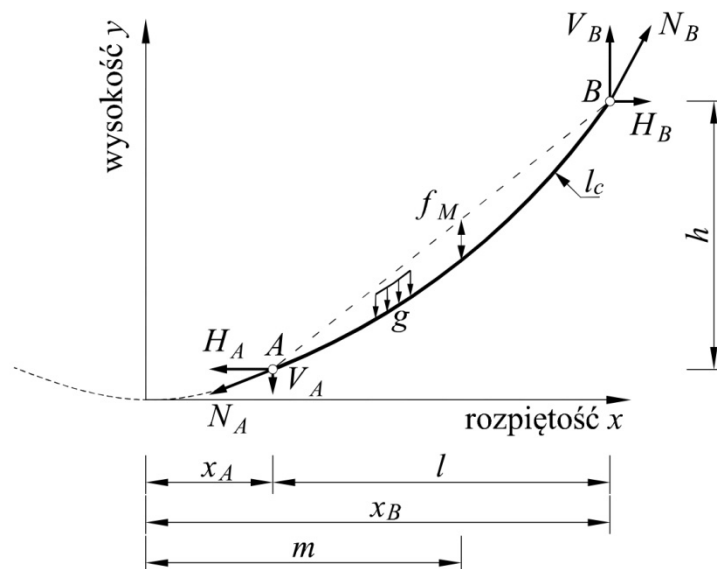




Niekiedy zdarza się, że odcinki masztu są nachylone do poziomu pod kątem większym niż  $60^\circ$ . Takie strome odcinki, szczególnie o większych zwisach, należy obliczać za pomocą równania ścisłego [153].

### 2.7.1. Ścisłe równanie odcinka

Opis zachowania ciężna jest sformułowany na podstawie warunków równowagi elementarnego odcinka, które definiują wzajemną relację między kształtem linii zwisu a siłami w ciężnie [129]. Kształt tej linii jest opisany w układzie współrzędnych za pomocą funkcji w postaci ścisłej nazywanej krzywą łańcuchową (katenuidą). Takie rozwiązanie opiera się na założeniu, że swobodnie zawieszona, ważyka i elastyczne ciężno pod ciężarem własnym układa się w kształcie krzywej łańcuchowej, a jej postać ściśle zależy od położenia punktów zamocowania, przy czym w masztach rozważa się ciężna o ciężiwie ukośnej, co przedstawia rys. 2.8 [125, 129].



Rys. 2.8. Odcinek masztu o kształcie katenuidy [125, 129].

Równanie krzywej łańcuchowej w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x,y)$  ma postać [129]:

$$y = k \left( \cosh \left( \frac{x}{k} \right) - 1 \right), \quad (2.17)$$

w którym parametr krzywej łańcuchowej  $k = H/g$ .

Określenie poziomych współrzędnych  $x_A$  i  $x_B$  jest możliwe po uprzednim znalezieniu położenia wierzchołka katenuidy, czyli odciętej punktu  $m$ , w którym ciężno osiąga największą strzałkę zwisu (odległość w rzucie poziomym pomiędzy początkiem układu współrzędnych

a połową rozpiętości cięga). W celu wyznaczenia tej wartości należy przekształcić równanie [129, 161]:

$$\sinh\left(\frac{m}{k}\right) = \frac{h}{2k \sinh\left(\frac{l}{2k}\right)}, \quad (2.18)$$

poprzez obustronne zastosowanie funkcji odwrotnej arsinh, wówczas wzór na mimośród zwisu  $m$  ma postać [129, 161]:

$$m = k \operatorname{arsinh}\left(\frac{h}{2k \sinh\left(\frac{l}{2k}\right)}\right). \quad (2.19)$$

Zwis pionowy cięga  $f_M$  w układzie współrzędnych w połowie rozpiętości przęsła można obliczyć ze wzoru [129]:

$$f_M = \frac{h}{2} + k \left[ \cosh\left(\frac{-0,5l + m}{k}\right) - \cosh\left(\frac{m}{k}\right) \right]. \quad (2.20)$$

Znajomość współrzędnych punktów zaczepienia odciągu na osi odciętych  $x_A = m - 0,5l$  i  $x_B = m + 0,5l$  umożliwia wyznaczenie długości cięga  $l_c$  z równania [129, 161]:

$$l_c = k \left( \sinh\left(\frac{x_B}{k}\right) - \sinh\left(\frac{x_A}{k}\right) \right). \quad (2.21)$$

Po przekształceniach wzoru (2.21), z uwzględnieniem funkcji hiperbolicznych, pomijając jednocześnie współrzędne  $x_A$  i  $x_B$ , można uzyskać zależność (2.22) [129]:

$$l_c = \sqrt{h^2 + \left[ 2k \sinh\left(\frac{l}{2k}\right) \right]^2}. \quad (2.22)$$

Równanie cięga określające związek pomiędzy długością  $l_0$  cięga nieobciążonego a długością cięga  $l_c$  w stanie końcowym (pod obciążeniem) można zapisać jako [129, 161]:

$$l_c = l_0 + \Delta l_s + \Delta l_T, \quad (2.23)$$

gdzie  $\Delta l_s$  – sprężyste wydłużenie cięga, a  $\Delta l_T$  – zmiana długości cięga pod wpływem temperatury. Wydłużenie sprężyste cięga oblicza się ze wzoru [129, 161]:

$$\Delta l_s = \frac{H}{EA} \left[ x_B - x_A + \frac{k}{2} \left( 0,5 \sinh\left(\frac{2x_B}{k}\right) - \frac{x_B}{k} - 0,5 \sinh\left(\frac{2x_A}{k}\right) + \frac{x_A}{k} \right) \right], \quad (2.24)$$

przy czym w praktyce można wykorzystać jego uproszczenie w postaci [129, 161]:

$$\Delta l_s = \frac{H l_0}{EA \cos \alpha}. \quad (2.25)$$

Wykorzystując wzór (2.25), zamiast (2.24) uwzględnia się nieco mniejsze wydłużenie cięga. Różnice te są jednak bardzo małe i w praktyce nie mają istotnego znaczenia. Wydłużenie

(skrótowiec) ciągną wywołane zmianą temperatury jest definiowane za pomocą równania [129, 161]:

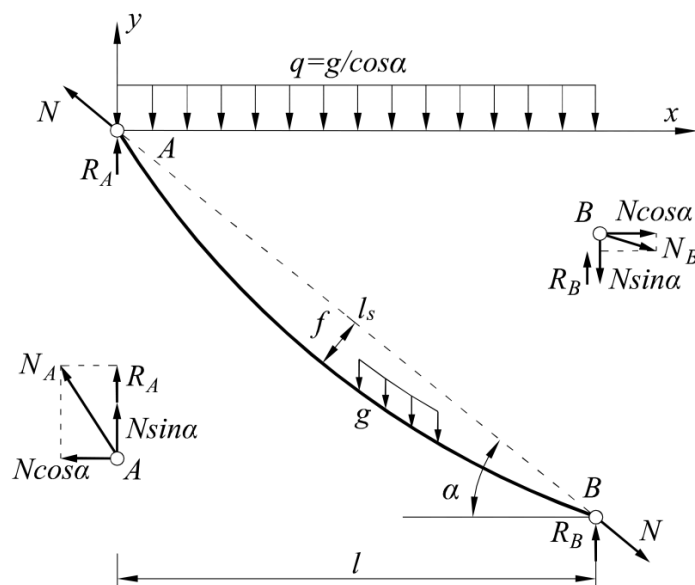
$$\Delta l_T = \alpha_t \Delta T l_0, \quad (2.26)$$

gdzie:  $\Delta T$  – przyrost (spadek) temperatury,  $\alpha_t$  – współczynnik wydłużalności liniowej.

W celu uzyskania ścisłego równania ciągną według krzywej łańcuchowej należy podstawić teraz wzory (2.21), (2.24) i (2.26) do równania (2.23). Postać tego równania jest skomplikowana a rozwiązanie jest uciążliwe, co jest związane z koniecznością poszukiwania rozwiązania metodą prób i błędów. W celu ułatwienia praktycznych obliczeń często stosuje się uproszczenie, w którym przebieg krzywej łańcuchowej jest przybliżony parabolą drugiego [64, 101, 153, 156] lub wyższego stopnia [134]. Z powyższego przybliżenia wynikają pewne niedokładności, niemniej jednak nie mają one większego znaczenia w przypadku ciągnięć stosowanych w praktyce.

### 2.7.2. Przybliżone równanie odciągu

Trzon masztu podparty jest za pomocą ciągnięć (odciągnięć) na podporach o nierównych wysokościach. Ciężki tych odciągnięć nachylone są pod pewnym kątem w stosunku do poziomu. Rozpatrzmy zatem przypadek pojedynczego odciągnięcia o ciężki ukośnej pod wpływem obciążenia ciężarem własnym  $g$ . Zakładając kąt nachylenia ciężki odciągnięcia  $\alpha < 60^\circ$  i niedużą strzałkę zwisu ( $f/l_s < 0,1$ ), możemy skorzystać z rozwiązania przybliżonego, w którym ciężar własny  $g$  zastępuje się grawitacyjnym obciążeniem równomiernie rozłożonym  $q = g/\cos\alpha = const$ . Takie rozwiązanie zapewnia wystarczającą dokładność w obliczeniach inżynierskich [125, 153, 161].



Rys. 2.9. Odciągnięcie ukośne pod wpływem obciążenia  $q$  [125, 161]

W punktach zamocowania odciagu występują pionowe siły  $R_A$  i  $R_B$ , których wartości odpowiadają reakcjom belki swobodnie podpartej o rozpiętości  $l$  poddanej obciążeniu  $q$ . Przyjęcie ciężaru własnego odciagu  $g$  w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego  $q$  pozwala na wyznaczenie siły  $N$  w cięgnię na kierunku jego cięciwy (rys. 2.9). Zatem siłę naciągu cięгна  $N$  możemy otrzymać z równania [125, 153, 161]:

$$N^3 + N^2 EA \left[ 1 - \frac{1}{l_0} (l_s - \alpha_t \Delta T l_0) \right] = \frac{EA \cos \alpha q^2 l^3}{24 l_0}, \quad (2.27)$$

gdzie:

$q$  – obciążenie równomiernie rozłożone równe  $g/\cos \alpha$ ,

$l_0$  – długość odciagu w stanie początkowym,

$l_s$  – aktualna długość cięciwy cięгна pod wpływem obciążenia,

$N$  – siła ukośna (naciąg) na kierunku cięciwy odciagu,

$EA$  – sztywność cięгна na rozciąganie [kN],

$\alpha_t$  – współczynnik liniowej wydłużalności termicznej,

$\Delta T$  – przyrost/spadek temperatury.

Znając wartość siły naciągu  $N$  wzdłuż cięciwy cięгна można określić rzędne osi odciagu z równania [125, 153, 161]:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{M}{N \cos \alpha}, \quad (2.28)$$

w którym  $M$  jest to moment zginający uzyskany dla belki swobodnie podpartej o rozpiętości  $l$  i obciążeniu  $q$ . Znając pionowe siły  $R_A$  i  $R_B$  oraz ukośną siłę  $N$  (naciąg) wzdłuż cięciwy cięгна możemy obliczyć maksymalną siłę w cięgnię (w punkcie  $A$ ) z równania [125, 153, 161]:

$$N_A = N_{max} = \sqrt{(N \cos \alpha)^2 + (N \sin \alpha + R_A)^2}, \quad (2.29)$$

a także minimalną siłę w cięgnię (w punkcie  $B$ ):

$$N_B = N_{min} = \sqrt{(N \cos \alpha)^2 + (N \sin \alpha - R_B)^2}. \quad (2.30)$$

Różnice między siłą  $N$  a siłami ekstremalnymi  $N_A$  i  $N_B$  są nieznaczne, jeżeli odciąg mają małe kąty nachylenia i małe zwisy. W przypadku większych kątów nachylenia i większych zwisów różnice te są większe i z tego względu, należy je uwzględnić w obliczeniach statycznych. Strzałkę zwisu cięгна w środku jego rozpiętości wyznaczamy ze wzoru:

$$f = \frac{M_{max}}{N} = \frac{q l^2}{8N}. \quad (2.31)$$

Długość  $l_c$  cięga w stanie końcowym o małym zwisie możemy wyznaczyć z równania [153]:

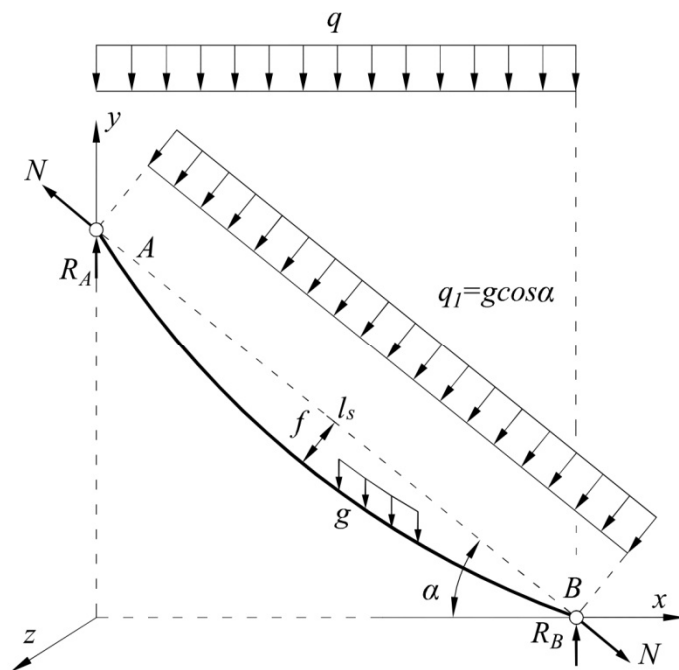
$$l_c = l_s + \frac{\cos \alpha}{2N^2} \int_0^l Q^2 dx, \quad (2.32)$$

w którym  $\int_0^l Q^2 dx$  – równanie siły tnącej jak dla belki swobodnie podpartej od obciążenia  $q(x) = g/\cos\alpha = \text{const}$ , przy czym dla rozważanego przypadku jest ono równe  $(q^2 l^3)/12$ .

Innym, uproszczonym rozwiązaniem, stosowanym na ogół w praktyce inżynierskiej jest zastąpienie obciążenia grawitacyjnego  $g$  - obciążeniem  $q_1$  prostopadłym do cięciwy cięga (rys. 2.10). Wtedy przybliżone równanie odciągu ma postać [153, 161]:

$$N^3 + N^2 EA \left[ 1 - \frac{1}{l_0} (l_s - \alpha_t \Delta T l_0) \right] = \frac{EA q_1^2 l_s^3}{24 l_0}. \quad (2.33)$$

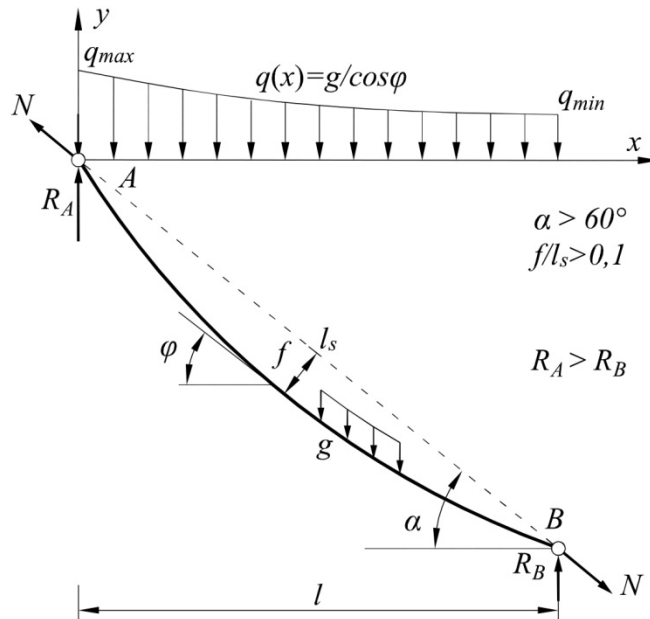
Stosowanie tego przybliżenia, podobnie jak we wzorze (2.27), jest uzasadnione w przypadku odciągów o małych zwisach i małym kącie nachylenia cięciwy odciągu do poziomu.



Rys. 2.10. Zamiana obciążenia  $g$  na obciążenie prostopadłe do cięciwy cięga  $q_1$  [125, 161]

W przypadku stromych odciągów  $\alpha > 60^\circ$  lub dużej strzałki zwisu cięga  $f/l_s > 0,1$  użycie równań (2.27) i (2.33) jest niedopuszczalne ze względu na znaczne różnice w wynikach w stosunku do rozwiązania dokładnego [149]. Między stałym kątem nachylenia cięciwy odciągu  $\alpha$  a kątem nachylenia osi odciągu  $\varphi$  pojawia się wyraźna różnica, która skutkuje nierówno-

miernym obciążeniem  $q(x) = g / \cos(\varphi)$  i większą wartością reakcji pionowej  $R_A$  w odniesieniu do reakcji  $R_B$  (rys. 2.11).



Rys. 2.11. Nierównomierne obciążeniem  $q(x)$  w przypadku stromych odciągów  $\alpha > 60^\circ$  [125, 161]

Przybliżone równanie odciągu ma teraz nieco bardziej złożoną postać [153, 161]:

$$N^3 + N^2 EA \left[ 1 - \frac{1}{l_0} (l_s - \alpha_t \Delta T l_0) \right] = \frac{EA \cos \alpha}{2l_0} \int_0^l Q^2 dx. \quad (2.34)$$

Wykonując obliczenia statyczne na etapie projektowania konstrukcji masztu nie można jednoznacznie określić jaki będzie przebieg krzywej zwisu, a także działające na nią obciążenie  $q(x)$ . Problem ten możemy w łatwy sposób rozwiązać metodą kolejnych przybliżeń. W pierwszym kroku przyjmuje się, że obciążenie  $q(x)$  jest stałe i wynosi  $g / \cos \alpha$ . Możemy wówczas za pomocą przybliżonego równania (2.27) obliczyć siłę naciągu cięgna  $N$  i kolejno z równania (2.28) określić krzywą zwisu cięgna. W drugim przybliżeniu na podstawie wyznaczonej krzywej zwisu cięgna należy obliczyć poprawione obciążenie odciągu (wg zależności:  $q(x) = g / \cos \varphi$ ), a następnie z równania (2.34) za pomocą całkowania numerycznego wyznaczyć siłę naciągu  $N$  cięgna. W celach praktycznych można zrezygnować z przeprowadzenia kolejnych iteracji, ponieważ już w drugim przybliżeniu uzyskuje się pożądaną dokładność rozwiązania.

Zakładając, że odciąg masztu ma pewną początkową długość  $l_0$ , zależną od początkowej wartości siły  $N_0$  wzdłuż jego cięciwy możemy stosować *przybliżone równanie odciągu* jako [153]:

$$N^3 + N^2 \left[ EA - N_0 - \frac{EA}{l_0} (l_s - \alpha_t \Delta T l_0) \right] = \frac{EA \cos \alpha}{2l_0} \int_0^l Q^2 dx. \quad (2.35)$$

W literaturze można znaleźć wiele pozycji, w których analizowano różnice między ścisłym a przybliżonym równaniem odciągu, biorąc pod uwagę różne kąty nachylenia odciągów do poziomu, jak i różne zwisy ciężna. Jak podkreślono w pracy [153], odciągi o dużym kącie nachylenia ciężniwa ciężna do poziomu ( $\alpha > 60^\circ$ ) lub o dużej strzałki zwisu ( $f/l_s > 0,1$ ) powinny być obliczane na podstawie *ściśłego równania odciągu*. Stosowanie w tym przypadku *równania przybliżonego* nie daje miarodajnych wyników obliczeń. Ponadto wykazano, że w przypadku odciągów nachylonych pod kątem mniejszym niż  $60^\circ$ , dla których zwis ciężna jest niewielki ( $f/l_s < 0,05$ ), wyniki obliczeń uzyskane z obydwu rozważanych równań były bardzo zbliżone. W takiej sytuacji zastosowanie *przybliżonego równania odciągu* jest wystarczające i nie wymaga dokładnych obliczeń.



### 3. BADANIA DOŚWIADCZALNE LIN

Badania doświadczalne zostały wykonane w Laboratorium Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Budowlanych Politechniki Koszalińskiej. Badania te przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Inspekt 600, opisanej w pkt. 3.3.



Rys. 3.1. Maszyna wytrzymałościowa Inspekt 600 firmy Hegewald&Peschke Meß- Und Prüftechnik GmbH

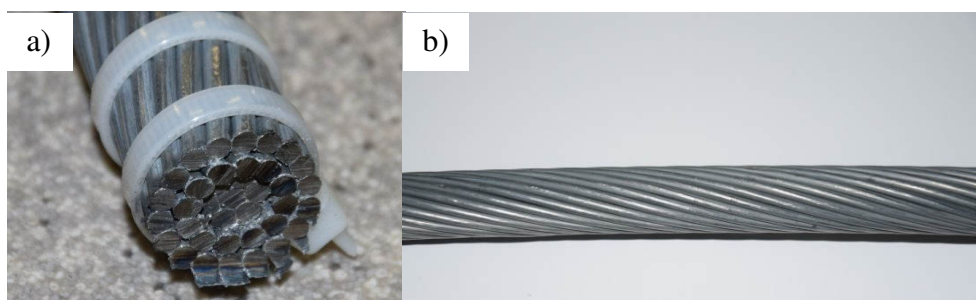
#### 3.1. Charakterystyka badanych lin

Przedmiotem badań doświadczalnych jest lina stalowa jednozwita otwarta PG 40 konstrukcji 1x37, średnicy 20,1 mm, wyprodukowana przez firmę PFEIFER Seil – und Hebetchnik GmbH [226]. Jest to lina wykonana z 37 okrągłych drutów i składa się z drutu centralnego, na który nawinięte są śrubowo 3 kolejne warstwy drutów tej samej średnicy (tabl. 2.2 i 2.3). Lina została wykonana w trzech oddzielnych operacjach skręcania, ze względu na zmienną długość skoku zwicia w poszczególnych warstwach. Druty w linie stykają się punktowo. Zgodnie z [217], do budowy liny użyto drutów ze stali niestopowej, zabezpieczonych antykorozyjnie powłoką cynkową GALFAN o gramaturze ok. 300 g/m<sup>2</sup>. Minimalna siła zrywająca linę, podana przez producenta jest równa 367 kN. Do badań wykorzystano fabrycznie

nową linę stalową tj. bez jej wstępnego przeciągnięcia, podzieloną na 15 próbek o długościach równych 1,24 m. Długość próbki została określona na podstawie zaleceń normowych [241], dotyczących minimalnych długości próbek przeznaczonych do badania rzeczywistej siły zrywającej linę. Długość ta zależy od nominalnej średnicy i jest inna dla liny splotkowej i jednozwitej. Podane w tabl. 3.1 wartości dotyczą minimalnych długości odcinków lin do badań, z pominięciem obustronnych zakończeń linowych. Końce próbek lin powinny być zabezpieczone przed rozpleceniem. Wytrzymałość nominalna próbek lin wynosi  $1770 \text{ N/mm}^2$ .

Tablica 3.1. Minimalne długości próbek lin bez zakotwień do badań [241]

Nominalna średnica liny (mm)		$d \leq 6$	$6 < d \leq 20$	$20 < d \leq 60$	$d > 60$
Minimalna długość odcinka	Lina wielozwita (mm)	300	600	$30xd$	3000
	Lina jednozwita (mm)	500	1000	$50xd$	3000



Rys. 3.2. a) Przekrój poprzeczny b) odcinek liny do badań

Tablica 3.2. Parametry techniczne liny spiralnej PG 40 podane przez producenta [226]

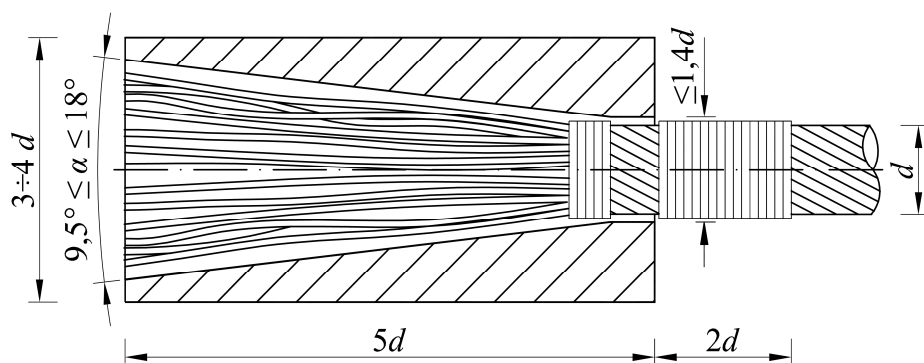
Dane techniczne liny	PG 40
Konstrukcja	1x37
Charakterystyczna siła zrywająca [kN]	367
Metaliczny przekrój poprzeczny [ $\text{mm}^2$ ]	237
Nominalna średnica liny [mm]	20,1
Masa [kg/m]	1,9

### 3.2. Opis systemu zakotwienia lin

Prawidłowo zaprojektowane i wykonane zakotwienie odcinka masztu stalowego powinno mieć odpowiednią nośność, nie mniejszą niż nośność kotwionej liny. W badaniach doświadczalnych przyjęto zakotwienie tulejowe zalewane, stosowane do kotwienia lin

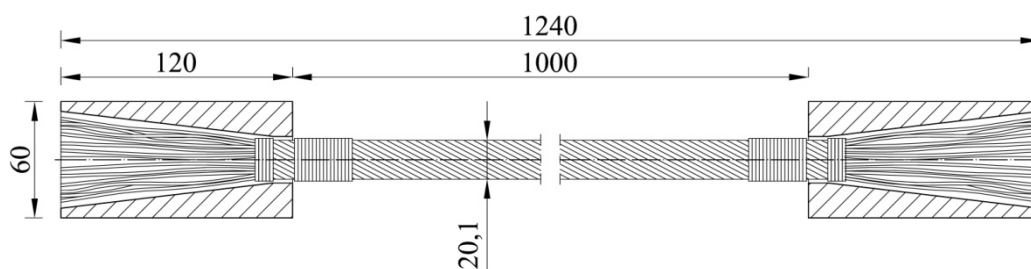
spiralnych o dużych średnicach. Czynnikiem kotwiącym jest tężejąca masa zalewowa (stopy metali, tworzywa sztuczne), która warunkuje odpowiednią przyczepność do drutów.

Tuleje kotwiące wyprodukowane na potrzeby badań laboratoryjnych zostały wykonane ze stali S355. Minimalne wymiary tulei kotwiącej przestawione na rys. 3.3 ustalono na podstawie [113, 244].



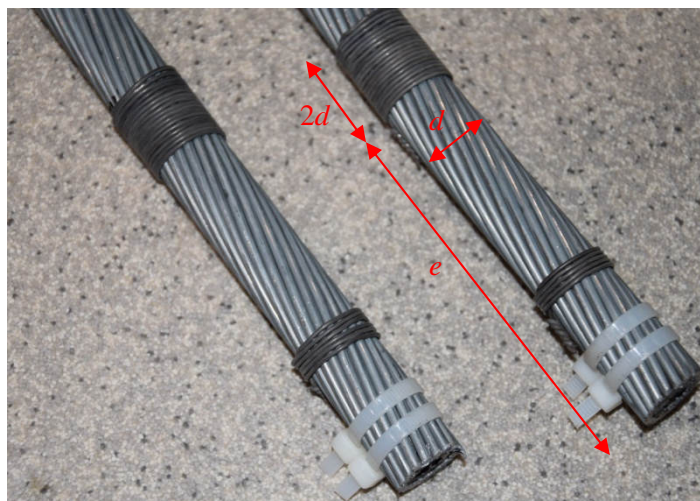
Rys. 3.3. Minimalne wymiary tulei kotwiącej, zgodnie z [113, 244]

Szerokość otworu w miejscu wprowadzenia końcówki liny do tulei powinna wynosić co najmniej  $1,2d+3\text{mm}$  [48]. Wymiary geometryczne przygotowanych do badań próbek pokazano na rys. 3.4.



Rys. 3.4. Wymiary próbki liny do badań

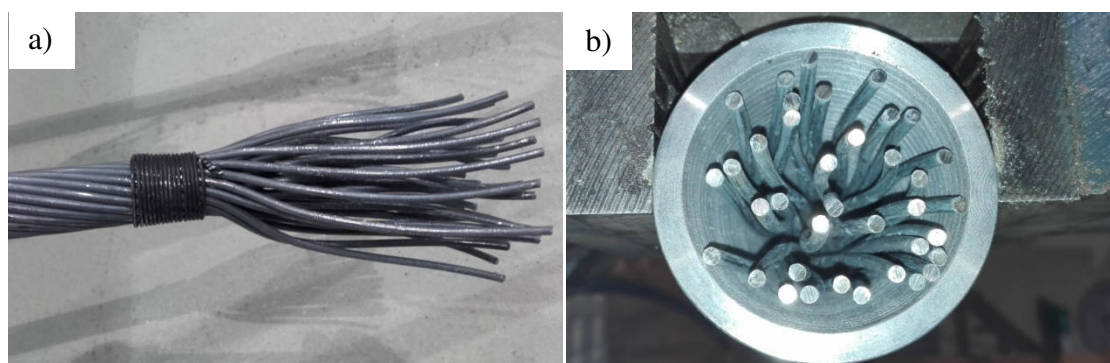
W celu wykonania próbek lin jako masę zalewową wybrano komponent żywiczny do zalewania na zimno o nazwie Wirelock, wyprodukowany przez firmę Millfield Group z siedzibą w Wielkiej Brytanii. Proces ten przeprowadzono zgodnie z wytycznymi normowymi oraz zaleceniami producenta żywicy. W pierwszej kolejności należało w odpowiedni sposób przygotować wszystkie próbki lin do badań. Po zmierzeniu i oznakowaniu długości odcinków lin do cięcia zabezpieczono poszczególne odcinki na końcach przed rozpleceniem przy użyciu opasek zaciskowych (rys. 3.5) [225].



Rys. 3.5. Wymiary przedstawiające miejsce zamocowania i szerokość opaski trwałej [225]:

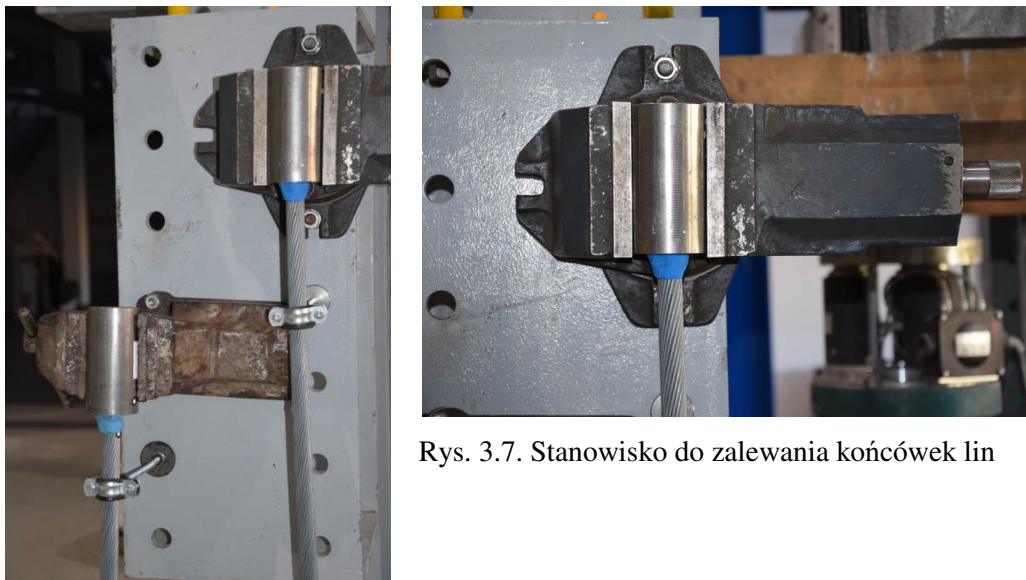
$e$  – długość kosza uchwyty stożkowego,  $d$  – średnica liny,  $2d$  – szerokość opaski

Założono też opaski trwałe – z miękkiego drutu małej średnicy tuż przed osadzeniem liny w tulei kotwiącej. Opaska trwała powinna mieć szerokość co najmniej równą 2-krotnej średnicy minimalnej liny i powinna zostać założona w odległości równej długości kosza uchwyty stożkowego, od końca liny (rys. 3.5). Końcówka liny przed zalaniem w tulei kotwiącej powinna kształtem przypominać miotłę. W tym celu po wykonaniu opasek trwałych należało przeciągnąć linę przez tuleję kotwiącą, usunąć opaski tymczasowe na końcu liny i rozpleść pojedyncze druty tak, żeby kąt rozwarcia miotły nie był większy niż  $45^\circ$  od pionowej osi liny. Zgodnie z [225], kąt ten nie powinien przekraczać  $30^\circ$ . W celu zapewnienia odpowiedniej przyczepności żywicy do drutów, zostały one oczyszczone ze smaru i zanieczyszczeń, a następnie całkowicie osuszone. Ostatecznie końcówka stożkowa została nasunięta na rozpleciony koniec liny w taki sposób, aby nasada miotły wystawała poza tuleję nie więcej niż  $0,5$  średnicy minimalnej liny. Druty znajdujące się w koszu tulei powinny być równomiernie rozłożone [rys. 3.6b].



Rys. 3.6. a) Końcówka liny rozpleciona na pojedyncze druty, b) równomierne rozmieszczenie drutów liny w koszu uchwyty stożkowego

Tak przygotowana lina wraz z tuleją stożkową została zamocowana na stanowisku do zalewania zakończeń linowych za pomocą masy zalewowej Wirelock (rys. 3.7) i ustawiona w taki sposób, żeby była zapewniona współosiowość liny z tuleją na długości równej trzech skoków zwicia liny.



Rys. 3.7. Stanowisko do zalewania końcówek lin

Zarówno lina, jej rozpleciona na pojedyncze druty końcówka, jak i tuleja stożkowa powinny być ustawione pionowo w jednej osi bez możliwości przemieszczeń. Do budowy stanowiska do zalewania użyto imadła ślusarskiego i obejmy do rur hydraulicznych zamocowane na odpowiedniej długości, zachowując współosiowość liny z uchwytem stożkowym. Przed zalewaniem wymagane jest prawidłowe uszczelnienie otworu uchwyty stożkowego przy użyciu plasteliny lub szpachlówki [225]. Niewłaściwe uszczelnienie otworu w miejscu gdzie lina zostaje wprowadzona do zakończenia liniowego wiąże się z niekorzystnym wyciekem żywicy. Tak przygotowana końcówka liny jest gotowa do zalewania.

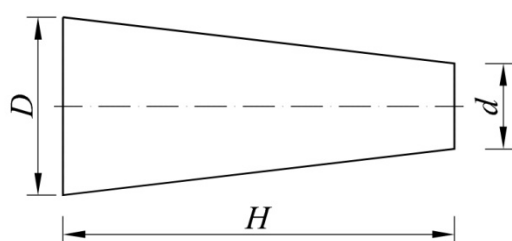
Procedura zalewania uchwytów stożkowych przy wykorzystaniu żywicy została przeprowadzona zgodnie z [225, 244]. Do zalewania zastosowano dwuskładnikowy komponent żywiczny w technologii Wirelock, składający się z żywicy poliestrowej oraz wypełniacza krzemionkowego (rys. 3.8).





Rys. 3.8. Dwuskładnikowy komponent żywiczny do zalewania na zimno Wirelock

Ilość żywicy potrzebnej do zalania tulei kotwiącej obliczono zgodnie ze wzorem [225]:



$$\frac{(D + d)^4}{4} H \cdot 3,142 \quad (3.1)$$

Rys. 3.9. Wymiary wewnętrzne tulei stożkowej niezbędne do wyznaczenia wymaganej ilości żywicy [225]

Po zmieszaniu obydwu składników dochodzi do reakcji chemicznej, która rozpoczyna proces utwardzania żywicy. Zgodnie z [225], wymagane jest wymieszanie całkowitej zawartości pojemników wchodzących w skład pojedynczego zestawu. Proces ten przeprowadza się w oryginalnym pojemniku, w którym znajduje się utwardzacz. Po wlaniu żywicy do pojemnika z utwardzaczem należy dokładne wymieszać jego zawartość przy użyciu drewnianej łopaty przez co najmniej 120 sekund. Po uzyskaniu jednolitej konsystencji mieszanki należy powoli przelewać ją do uchwytu stożkowego, aż do momentu całkowitego wypełnienia. Szczególnie ważne jest zachowanie odpowiednio małej prędkości zalewania z uwagi na możliwość występowania pęcherzy powietrznych, co wpływa na obniżenie właściwości wytrzymałościowych żywicy. Materiał zalewowy powinien być odpowiednio płynny, aby możliwe było jego wniknięcie w każdą wąską szczelinę.



Rys. 3.10. Zalewanie końcówki linowej przy użyciu żywicy Wirelock

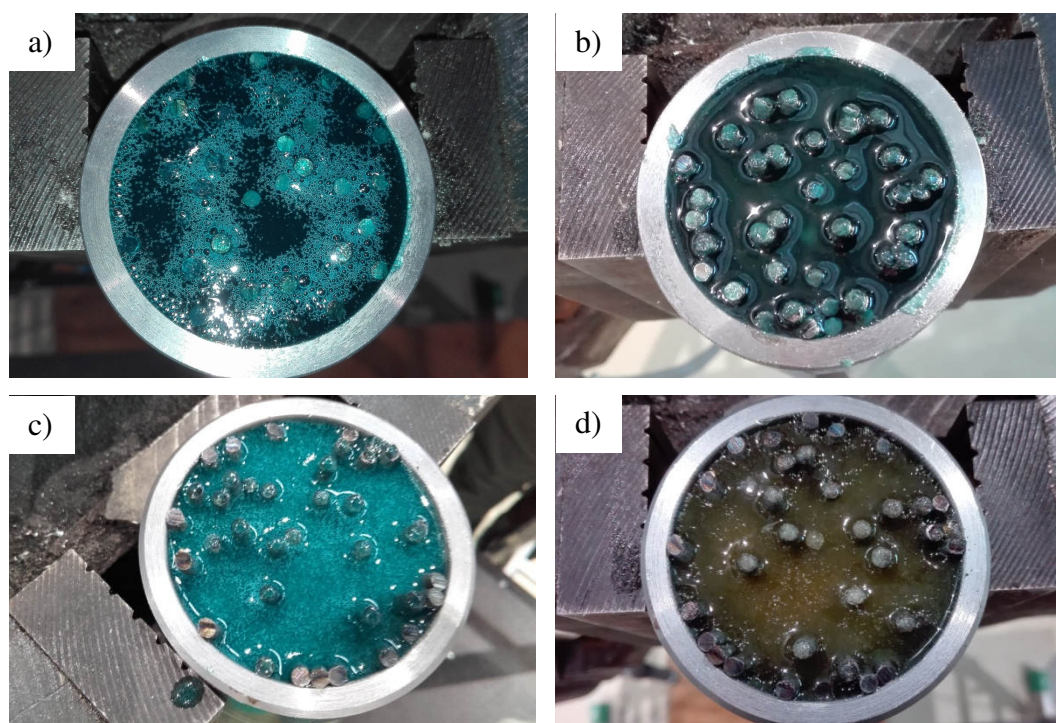
Podczas zalewania należy obserwować, czy z tulei stożkowej nie następuje wyciek żywicy. W przypadku wystąpienia przecieków wymagane jest ich zatrzymanie, a także uzupełnienie ubytku żywicy w uchwycie stożkowym.



Rys. 3.11. Wyciek żywicy na skutek niepoprawnego zabezpieczenia

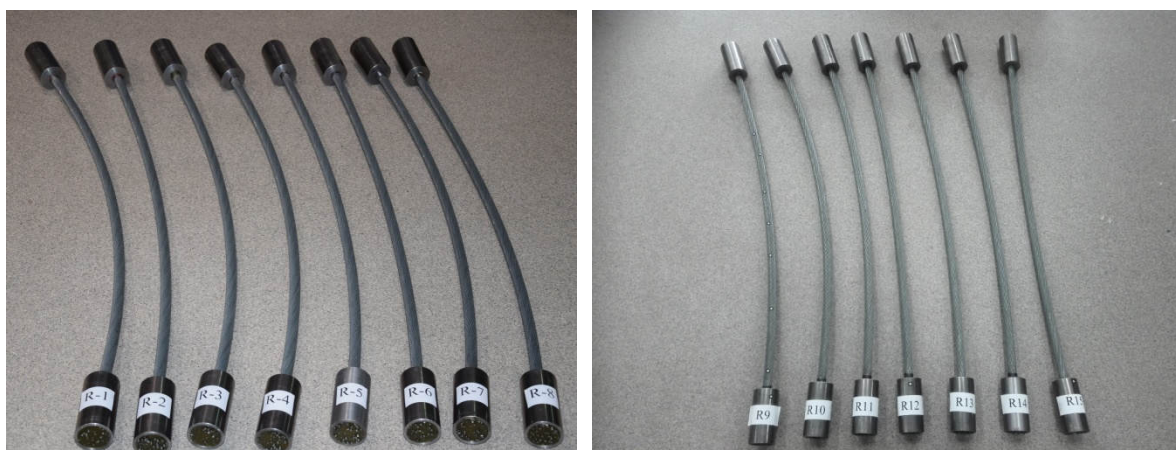
Szybkość wiązania zależy od temperatury powietrza podczas zalewania. Żywica Wirelock krzepnie w ciągu 15 minut w temperaturze od 18°C do 24°C. Wzrost temperatury o 10°C skraca czas twardnienia komponentu o 50%, z kolei spadek temperatury o 10°C powoduje wydłużenie czasu osiągnięcia pełnej nośności o 100%. Końcówka liniowa nie powinna zostać poruszona aż do momentu, w którym możliwe będzie przeprowadzenie próby zarysowania, polegające na przeciągnięciu po powierzchni żywicy ostrym elementem. Wynik tej próby jest akceptowany, jeżeli na powierzchni widoczna jest jedynie cienka, jasnokolorowa rysa. Przed badaniem należy usunąć materiał uszczelniający tuleję stożkową przed wyciekiem żywicy.

Komponent żywiczny w pierwotnej fazie po zmieszaniu składników występuje w postaci płynu o ciemnym niebiesko-zielonym kolorze. Po utwardzeniu widoczny jest w postaci jasnozielonej zwartej bryły.



Rys. 3.12. Etapy wiązania żywicy z utwardzaczem

Niewątpliwą zaletą zastosowania tej technologii jest krótki czas osiągnięcia pełnej nośności zakotwienia liny. Po zalaniu żywicą końcówki rozplecionej liny próbka gotowa jest do użycia po upływie 1 godziny. Takie rozwiązanie wykorzystywane jest w szerokiej skali na całym świecie w warunkach terenowych. Przygotowanie próbek lin do badań doświadczalnych opisano w pracy [147].



Rys. 3.13. Przygotowane próbki lin do badań

### 3.3. Opis przeprowadzonych badań

W celu ustalenia rzeczywistych właściwości liny stalowej PG 40 wykonano badania doświadczalne oparte na statycznej próbie rozciągania lin, polegającej na stopniowym rozciąganiu odpowiednio przygotowanych próbek w maszynie wytrzymałościowej. W tym celu



wykorzystano linę spiralną jednozwitą, fabrycznie nową tj. bez wstępnego przeciągnięcia opisaną w pkt. 3.1. Zgodnie z normą [241], z liny o długości 20 m wycięto 15 próbek lin o długości równej 1,24 m, uwzględniając obustronne zakotwienie ( $l > 1000$  mm w przypadku lin jednozwitych). System zakotwienia próbek lin przedstawiono w pkt. 3.2. Kilka z nich stanowiło próbki testowe w badaniach wstępnych, które były podstawą do opracowania odpowiedniego planu badań doświadczalnych i realizacji pomiarów.

Badania doświadczalne podzielono na trzy części:

- określenie zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny podczas statycznej próby rozciągania na podstawie pomierzonych wartości siła – wydłużenie liny,
- ustalenie stałego współczynnika sprężystości  $E$  liny po wstępnym jej przeciągnięciu,
- określenie rzeczywistej wartości siły zrywającej linę.

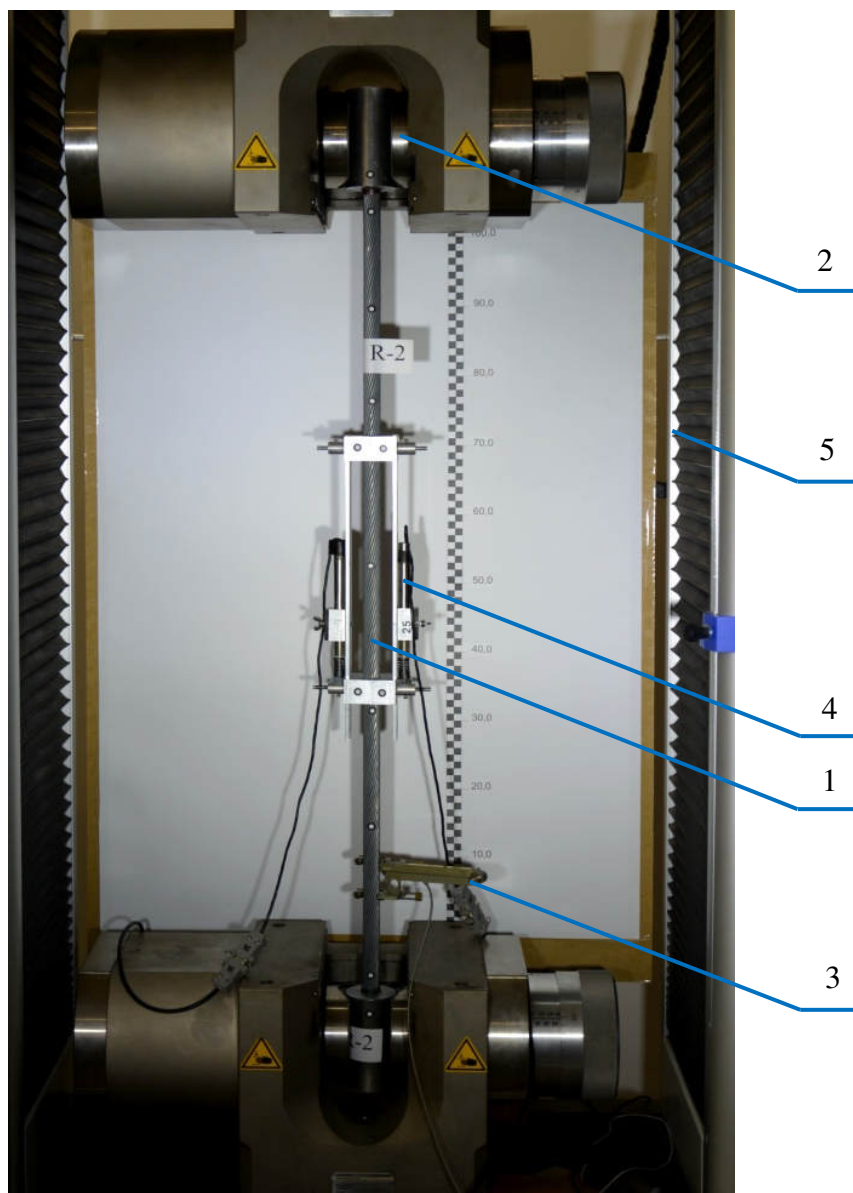
Wszystkim próbkom lin zapewniono jednakowe warunki badań zgodnie z wytycznymi normy [224]. Przed badaniem zweryfikowano prawidłowe przygotowanie próbek wykonując pomiary podstawowych wielkości geometrycznych. Następnie odcinki lin mocowano w uchwytach hydraulicznych maszyny wytrzymałościowej. Do badań wykorzystano uchwyty do próbek okrągłych o średnicy 30-60 mm (rys. 3.15a) z możliwością regulacji siły zacisku w taki sposób, aby zabezpieczyć tuleje kotwiące linę przed wysunięciem i zapewnić jej osiowe rozciąganie. Zamocowane próbki poddano działaniu siły wstępnej  $P_0$  tak, aby wyeliminować wpływ wstępnego wygięcia próbki i zapewnić prostoliniowość badanego odcinka. Wartość tej siły ustalono na podstawie [72] i przyjęto na poziomie równym  $5 \div 10$  kN.

Zasadniczą część badań rozpoczęto od określenia wzdluznych odkształceń (wydłużeń) i modułu sprężystości liny  $E$ . Zgodnie z zaleceniami normy [240], proces przeciągania odciągów masztów stalowych należy przeprowadzić poprzez cyklicznie obciążenie i odciążenie liny w zakresie od 10% do 50% nominalnej siły zrywającej. Wymagane jest, aby powyższe badanie obejmowało przynajmniej 10 cykli [240]. Badane próbki lin zostały obciążone i odciążone na maszynie wytrzymałościowej 12 razy z szybkością równą 1 kN/s. Do badań modułu sprężystości podłużnej liny przeznaczono 6 próbek. Kolejne 6 próbek przeznaczono do zbadania zależności pomiędzy naprężeniem a odkształceniem liny  $\sigma = f(\varepsilon)$ , które w dalszym ciągu posłużyły do znalezienia funkcji aproksymującej rzeczywistą zależność  $\sigma - \varepsilon$  (rozdz. 3.5). Badane próbki obciążono w jednym cyklu, aż do uzyskania wartości siły zrywającej podanej przez producenta (rys. 3.18). Po zakończeniu tej części badań przeprowadzono rozciąganie wszystkich zbadanych dotąd próbek lin aż do zerwania.

Badania doświadczalne wykonano w maszynie wytrzymałościowej Inspekt 600, której producentem jest niemiecka firma Hegewald&Peschke Meß- Und Prüftechnik GmbH

(świadczenie wzorcowania – załącznik Z1). Maszyna pracuje w zakresie obciążeń od 5 do 600 kN i odznacza się dokładnością w klasie 0,5. Przeprowadzenie prób wytrzymałościowych możliwe jest z prędkością w zakresie 0,001-250 mm/min. Urządzenie jest sterowane komputerowo za pomocą ściśle współpracującego oprogramowania o nazwie H&P Labmaster, który służy m. in. do zapisywania, zarządzania i opracowywania danych pomiarowych, jak również archiwizowania i generowania raportów [255]. Program ten automatycznie sporządza wykres rozciągania, uzyskany z maszyny wytrzymałościowej, przedstawiający zależność pomiędzy siłą rozciągającą [kN] a odpowiadającym wydłużeniem względnym [%]. Czujniki siły są zlokalizowane na poprzecznym ruchomym trawersie ramy nośnej, której wysoka sztywność zapewniona jest poprzez ułożyskowanie na czterech silnych prowadnicach. Pomiar przemieszczenia całkowitego badanych próbek jest wykonywany na odcinku pomiędzy szczękami maszyny wytrzymałościowej w zakresie do 1320 mm. Rozdzielczość pomiaru przemieszczeń trawersu wynosi 0,01  $\mu\text{m}$ . Widok maszyny wytrzymałościowej (stanowisko badawcze) przedstawiono na rys. 3.1, a zamocowaną linę do badań na rys. 3.14.

Pomiar wartości siły z maszyny wytrzymałościowej w przeprowadzonych badaniach odczytywany był w przedziale czasowym równym 0,5 s. W przypadku rozciągania próbek lin aż do osiągnięcia wartości siły zrywającej, podanej przez producenta, całkowity czas badania nie przekroczył 3 min, przy zachowaniu stałej prędkości rozciągania równej 1 kN/s.



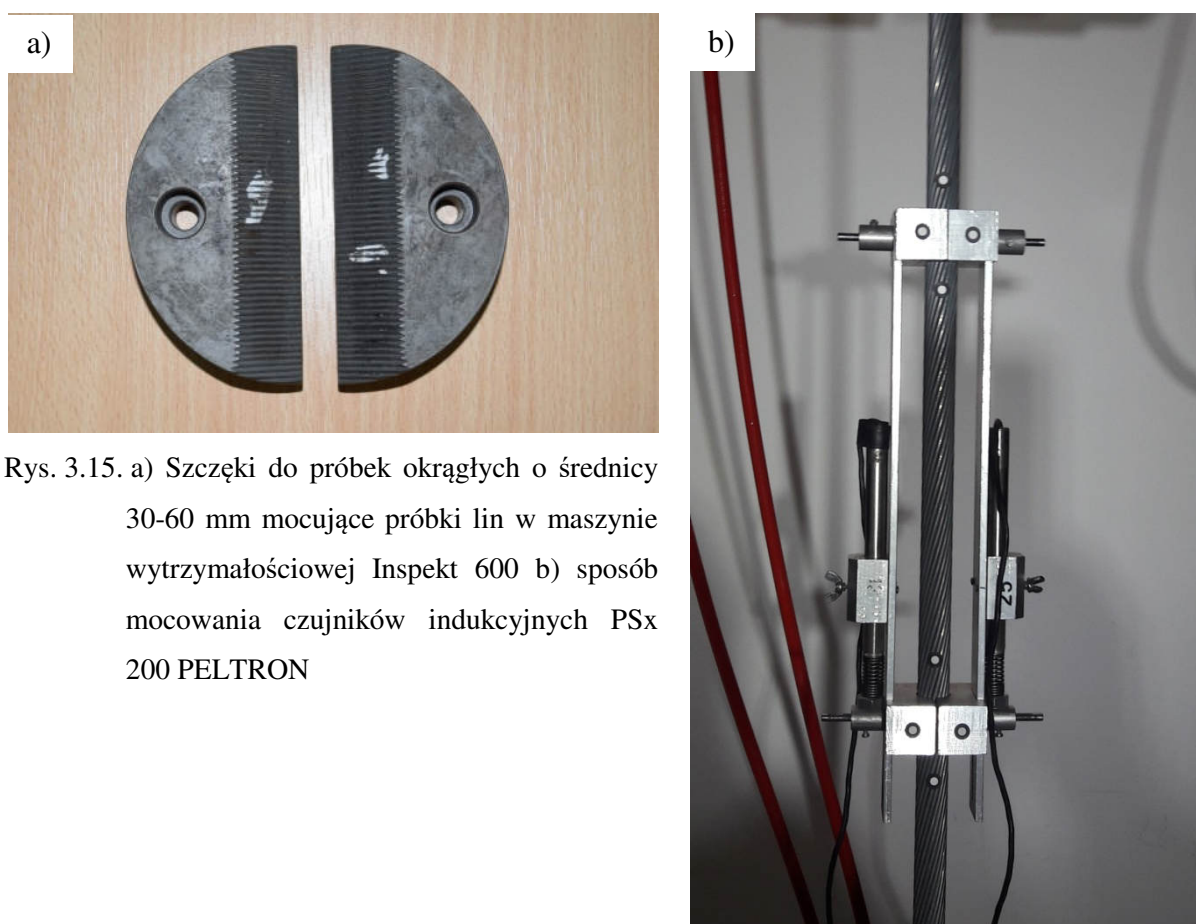
Rys. 3.14. Widok próbki liny w maszynie wytrzymałościowej: 1 – badana lina; 2 – uchwyt hydrauliczny do próbek okrągłych; 3 – ekstensometr mechaniczny MFA 25; 4 – czujnik indukcyjny PSx 200 PELTRON; 5 – rama nośna stanowiska

Pomiar wydłużenia na długości pomiarowej dokonano przy użyciu ekstensometru mechanicznego MFA 25 typu clip on o klasie dokładności 1,0 wg EN ISO 9513, rejestrującego zmianę odległości pomiędzy jego ramionami zamocowanymi na badanej próbce, bez względu na długość odcinka pomiarowego. Konstrukcja klasycznego ekstensometru opiera się na definicji wydłużenia wynikającego z odkształcenia o charakterze liniowym, przedstawionej za pomocą wzoru:

$$\varepsilon = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{L}, \quad (3.2)$$

gdzie  $L$  oznacza długość odcinka pomiarowego [193]. Przemieszczenia są mierzone na wybranym odcinku pomiarowym nazywanym bazą, a jego długość nie może przekroczyć zakresu bazy pomiarowej ekstensometru. W badaniach przyjęto bazę pomiarową o długości 50 mm. Na rys. 3.14.3 pokazano zamocowanie ekstensometru na maszynie wytrzymałościowej.

Wartości przemieszczeń były dodatkowo rejestrowane przy użyciu elektronicznego systemu aktywacji danych SAD 256 (rys. 3.16), który przy ścisłej współpracy z komputerem i czujnikami indukcyjnymi do pomiaru przemieszczeń umożliwiał zapisywanie i odczytywanie danych pomiarowych w pliku formatu EXCEL. Pomiar tych wartości wykonano przy pomocy czujników indukcyjnych PSx 200 firmy PELTRON o zakresie pomiarowym równym  $\pm 100$  mm i dokładności 0,5%. Długość bazy pomiarowej była równa 300 mm.



Rys. 3.15. a) Szczęki do próbek okrągłych o średnicy 30-60 mm mocujące próbki lin w maszynie wytrzymałościowej Inspekt 600 b) sposób mocowania czujników indukcyjnych PSx 200 PELTRON



Rys. 3.16. Komputerowy system aktywizacji danych SAD 256

Niezależnie od uzyskiwanego z maszyny wytrzymałościowej dokładnego wykresu zależności  $\sigma - \varepsilon$ , wydłużenia liny mierzono dodatkowo za pomocą systemu optycznej koleracji obrazu ARAMIS (rys. 3.17).



Rys. 3.17. System optycznej koleracji obrazu Aramis

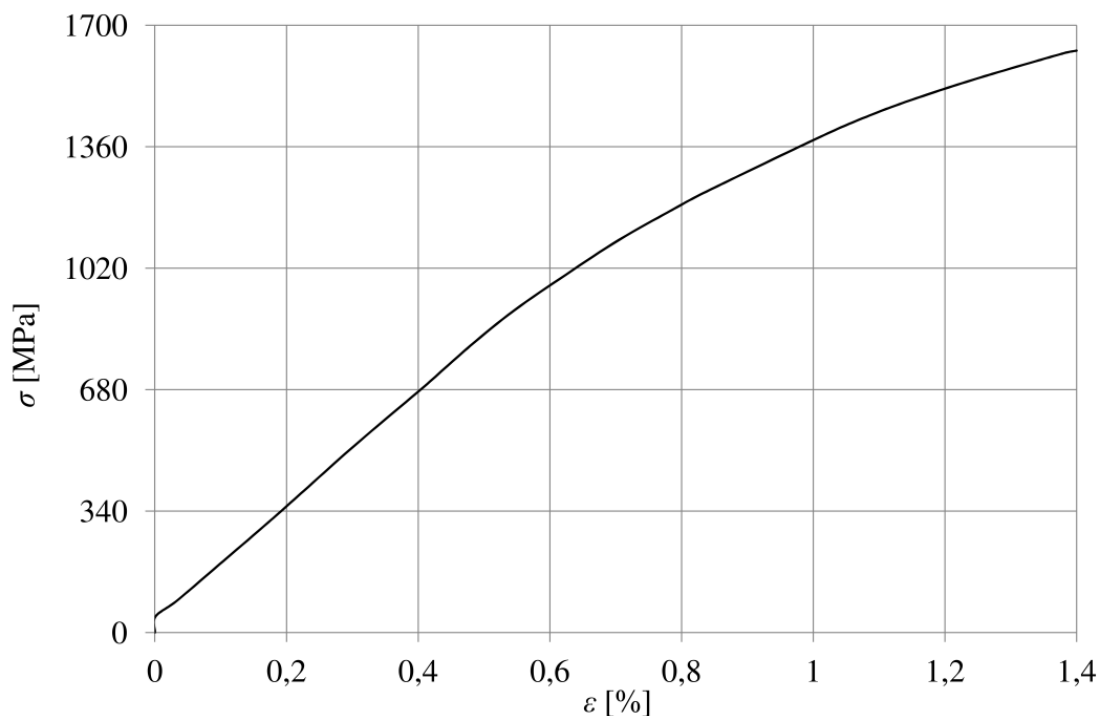
System ten za pomocą dwóch kamer ustawionych pod różnym kątem względem badanego obiektu w sposób bezkontaktowy mierzy przemieszczenia zarówno w elementach płaskich, jak i przestrzennych pod zadaniem obciążeniem. Przemieszczenia uzyskuje się na podstawie serii

zdjęć analizowanej próbki pomiarowej w stanie nieodkształconym i w kolejnych etapach obciążenia badanego elementu. System rejestruje współrzędne przestrzenne wybranych punktów i na podstawie porównania zdjęć w stanie początkowym i końcowym określa zmianę ich położenia, co pozwala na dalsze wyznaczenie odkształceń badanego obiektu. Na zamocowaną w maszynie wytrzymałościowej próbkę należy najpierw nanieść biały podkład o odpowiedniej przyczepności, a następnie punkty pomiarowe w formie białoczarnych kropek, tworząc odpowiedni kontrast obrazu. Nieodłącznym elementem systemu jest przenośny komputer z oprogramowaniem GOM Correlate, opracowanym przez niemiecką firmę GOM. W ten sposób możliwa jest m.in. zsynchronizowana rejestracja obrazów, a także analiza uzyskanych wyników. Dokładność odczytu położenia punktów pomiarowych na obrazie zależy od prawidłowego przeprowadzenia kalibracji systemu wykonanego przed rozpoczęciem pomiarów. Szczegółowy opis systemu optycznej koleracji obrazu można znaleźć m. in. w [1]. Podczas badań doświadczalnych na każdej próbce rozmieszczono liniowo około 10 punktów pomiarowych na całej długości próbki liny i na tulejach stożkowych. Pomiar przemieszczeń możliwy był na wybranym odcinku pomiędzy naklejonymi na linie punktami pomiarowymi. Rozmieszczenie tych punktów na próbce liny oraz formy jej zniszczenia uzyskane dzięki optycznej technologii pomiarowej ARAMIS widoczne są na rys. 3.20. Zdjęcia analizowanych próbek pomiarowych podczas badań doświadczalnych rejestrowano co 1 s.

### 3.4. Wyniki badań

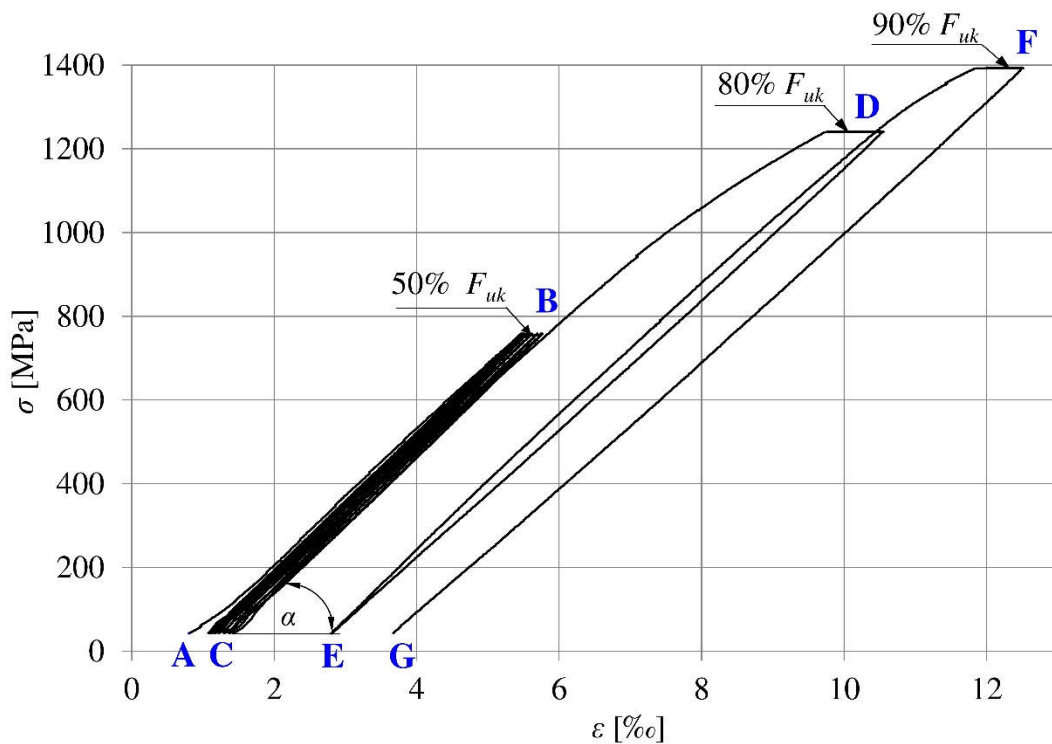
Analiza konstrukcji masztu z odciągami powinna zostać wykonana w taki sposób, aby możliwie najbardziej precyzyjnie odwzorować rzeczywiste jej zachowanie pod zadaniem obciążeniem. Najlepszą zbieżność uzyskuje się przyjmując do obliczeń nieliniową zależność  $\sigma - \varepsilon$  liny, uzyskaną w statycznej próbie rozciągania. Taką właśnie zależność otrzymaną z badań doświadczalnych przedstawiono na rys. 3.18. Obciążenie rozpoczęto od wstępnej siły 5 kN i zwiększano je z prędkością 1 kN/s, aż do osiągnięcia wartości siły zrywającej podanej przez producenta równej 367 kN.





Rys. 3.18. Zależność  $\sigma - \varepsilon$  liny jednozowej 1x37 poddanej statycznej próbie rozciągania

W celu wyznaczenia stałej wartości współczynnika sprężystości  $E$  liny po wstępnym jej przeciągnięciu, w badaniach doświadczalnych uzyskano zależność  $\sigma - \varepsilon$ , przedstawioną na rys. 3.19.



Rys. 3.19. Wykres nieliniowej zależności  $\sigma - \varepsilon$  w czasie cyklicznego obciążania i odciążania

Zgodnie z wytycznymi normy [240], proces przeciągania liny polega na jej cyklicznym obciążeniu i odciążeniu (minimum 10 cykli) w zakresie od 10% do 50% nominalnej siły zrywającej. Proces ten przeprowadzono na sześciu próbkach lin, które zostały obciążone i odciążone w maszynie wytrzymałościowej 12 razy. Pierwsze 10 cykli odnosi się do przeciągnięcia liny do wartości siły równej 183,5 kN, odpowiadającej 50% wartości nominalnej siły zrywającej. Kolejne dwa cykle przedstawiają obciążenie i odciążenie próbki liny do 80 i 90% wartości tej siły. Jak można łatwo zauważyć, punkt początkowy krzywej obciążenia A nie pokrywa się z punktem końcowym krzywej odciążenia C. Oznacza to, że podczas pierwszego obciążenia badanej liny zmieniła się jej struktura tj. nastąpiło układanie się i zaciskanie drutów wokół drutu centralnego, wynikiem czego powstały odkształcenia trwale widoczne na odcinku AC (rys. 3.19). Należy podkreślić, że odcinek BC podczas odciążenia i ponownego obciążenia jest praktycznie liniowy, aż do 10. cyklu. Przy powtórnym obciążeniu liny w 11. cyklu widoczna jest liniowa zależność  $\sigma - \epsilon$ , aż do osiągnięcia punktu B, po przekroczeniu którego ważna staje się znowu pierwotna charakterystyka nieliniowa. Po ponownym odciążeniu tej liny odcinek DE jest tak jak poprzednio praktycznie liniowy. W ostatnim cyklu lina przy obciążeniu i odciążeniu zachowuje się analogicznie jak w poprzednich cyklach. Krzywa ABDF odpowiada procesowi obciążania liny i przedstawia nieliniowy przyrost naprężenia w linie wraz z przyrostem powstających odkształceń. Uzyskany efekt badania jest możliwy tylko podczas pierwszego obciążenia liny. Można ponadto zauważyć, że linie BC, DE i FG podczas odciążenia w całym badaniu są prawie równoległe do siebie. Na podstawie przeprowadzonego cyklicznego obciążenia i odciążenia liny można określić stałą (normową) wartość modułu sprężystości liny  $E = \tan\alpha$ . Wartości tego współczynnika po 12 takich cyklach dla sześciu próbek zestawiono w tabl. 3.3.

Tablica 3.3. Analiza statystyczna badania modułu sprężystości podłużnej  $E$ 

Stała wartość modułu sprężystości liny $E$ po wstępnym przeciągnięciu [GPa]						Średnia arytmetyczna	Odchylenie standardowe	Niepewność pomiarowa pomiaru powtarzanego
$x_1$	158,05	$x_3$	156,13	$x_5$	159,03	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $\bar{x} = 158,28$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ $s = 1,301$	$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$ $s(\bar{x}) = 0,531$
$x_2$	158,14	$x_4$	160,07	$x_6$	158,28			



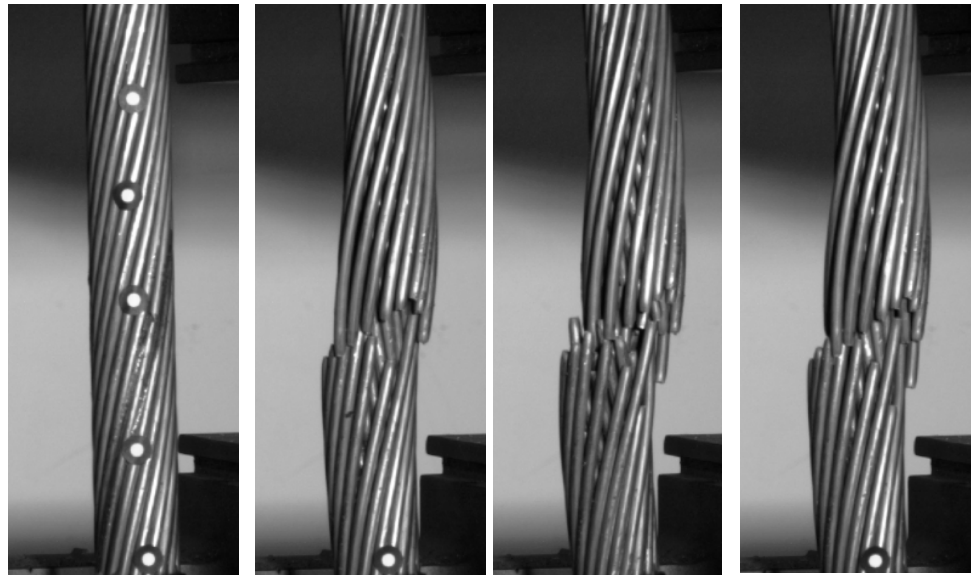
Dla sześciu przebadanych próbek średnia arytmetyczna wartość modułu sprężystości liny wyniosła 158,28 GPa. Uzyskano zatem dobrą zbieżność w stosunku do zaleceń normowych [239], dotyczących przyjmowania stałego modułu sprężystości dla lin jednozwoitych  $E = 150 \pm 10$  GPa.

Wyznaczenie rzeczywistej wartości siły zrywającej próbkę w całości wykonano na podstawie statycznej próby rozciągania aż do chwili zerwania dla 15 badanych próbek. W tabl. 3.4. przedstawiono wyniki analizy statystycznej wykonanego badania.

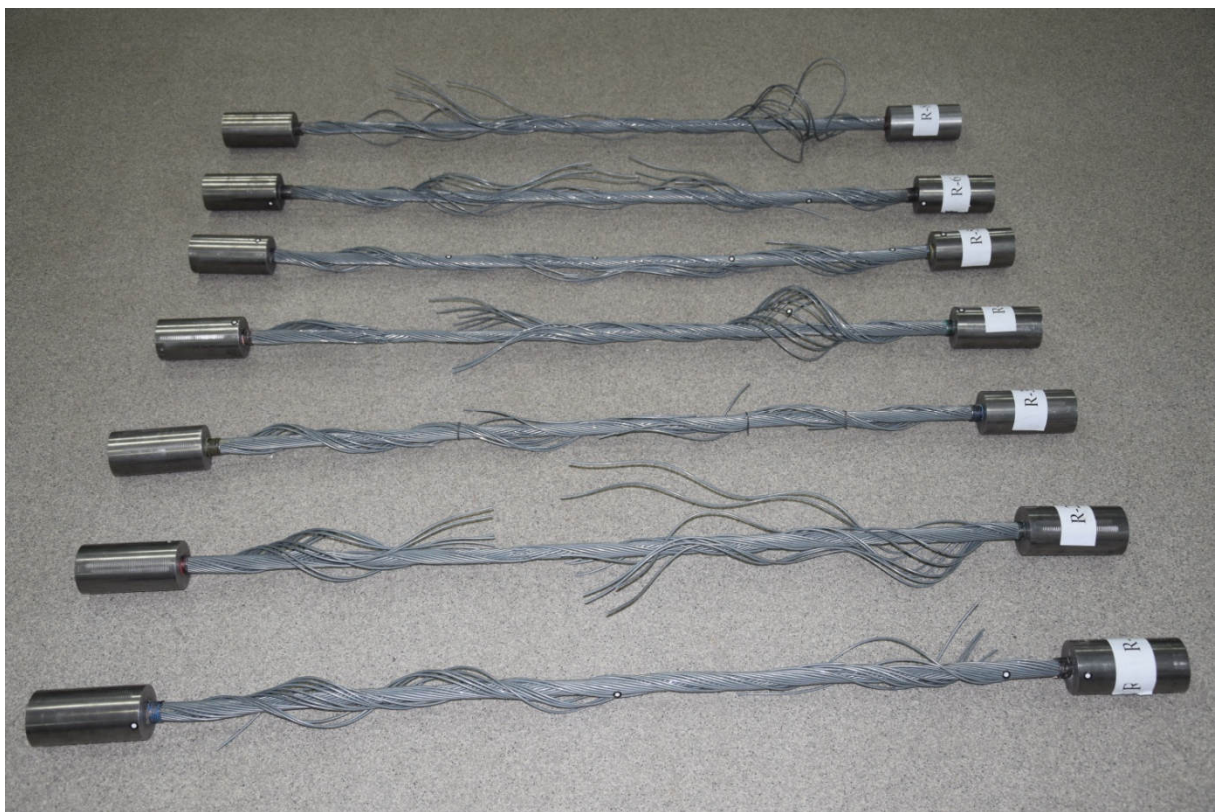
Tablica 3.4. Analiza statystyczna zerwanych próbek lin

Wartość siły zrywającej badanych próbek [kN]						Średnia arytmetyczna	Odchylenie standardowe	Niepewność pomiarowa pomiaru powtarzanego
$x_1$	428,59	$x_6$	418,19	$x_{11}$	416,44	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $\bar{x} = 425,30$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$ $s = 5,194$	$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n - 1)}}$ $s(\bar{x}) = 1,341$
$x_2$	430,78	$x_7$	430,53	$x_{12}$	428,79			
$x_3$	428,00	$x_8$	425,50	$x_{13}$	425,57			
$x_4$	429,17	$x_9$	428,74	$x_{14}$	414,58			
$x_5$	421,19	$x_{10}$	427,16	$x_{15}$	426,06			

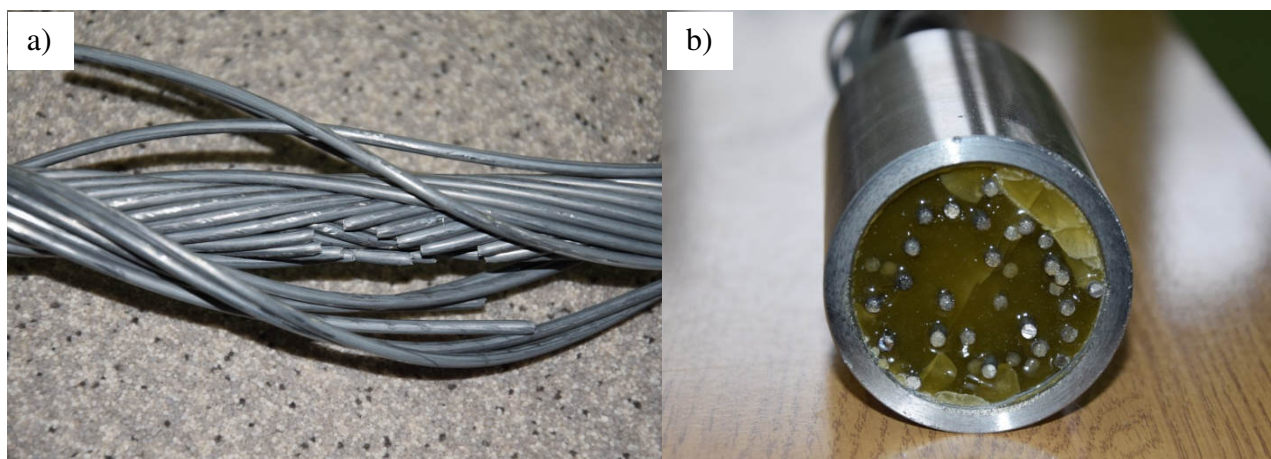
Największą wartość rzeczywistej siły zrywającej linę uzyskano dla próbki R2 równą 430,78 kN, a najmniejszą dla próbki R14 równą 414,58 kN. Średnią arytmetyczną wartość tej siły otrzymano na poziomie 425,30 kN. Podczas badania obciążenie rosło aż do zerwania pojedynczych drutów lin. Wszystkie próbki uległy zerwaniu w połowie rozpiętości liny pod działaniem sił zrywających, co świadczy o prawidłowym wykonaniu zakotwień. Nie doszło do zniszczenia lin w obrębie tulei kotwiących. Na rys. 3.20 pokazano proces zerwania próbki w maszynie wytrzymałościowej, a na rys. 3.21 i 3.22 widok zerwanych próbek lin.



Rys. 3.20. Etapy zniszczenia próbki liny w badaniu doświadczalnym rzeczywistej siły zrywającej linę w całości, uzyskane za pomocą systemu optycznej koleracji obrazu



Rys. 3.21. Widok zerwanych próbek lin od R1 do R7



Rys. 3.22. a) Widok zerwania drutów w próbce liny pod wpływem rzeczywistej siły zrywającej  
b) uszkodzenie żywicy w tulei stożkowej

### 3.5. Określenie zależności $\sigma - \varepsilon$ liny na podstawie badań

W badaniach doświadczalnych uzyskano zbiór punktów pomiarowych opisujący przebieg zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny, który został wykorzystany do znalezienia wzoru funkcji aproksymującej rzeczywistą zależność między rozważanymi zmiennymi  $\sigma$  i  $\varepsilon$ . Należy zatem znaleźć taką krzywą, która w miarę możliwości będzie jak najwierniej odwzorowywała wartości punktów doświadczalnych. Dane pomiarowe uzyskane w badaniach doświadczalnych obarczone są często pewnym błędem pomiaru. Właściwe jest zatem przyjęcie funkcji, która nie będzie reprezentowała takich samych wartości liczbowych, lecz będzie przebiegała w ich pobliżu. W tym celu wykorzystano aproksymację wielomianową zakładającą, że przez skończony zbiór  $n$  punktów pomiarowych będzie przechodził wielomian stopnia  $n - 1$ . Funkcję aproksymującą w postaci wielomianu potęgowego uzyskano za pomocą programu MATHCAD. Procedurę wyznaczenia tej funkcji otrzymano poprzez wykorzystanie metody najmniejszych kwadratów (metodę Gaussa) dla wielomianu potęgowego 4-tego stopnia. Funkcja aproksymująca zastosowana w programie ma postać:

$$\sigma(\varepsilon) = A\varepsilon^4 + B\varepsilon^3 + C\varepsilon^2 + D\varepsilon + E, \quad (3.3)$$

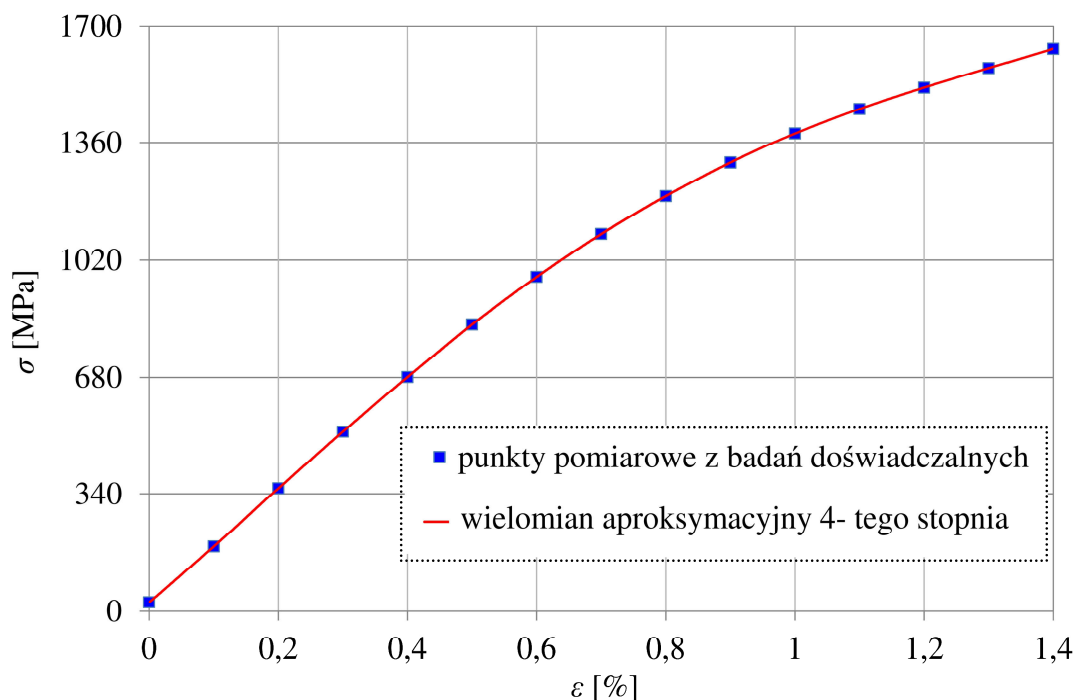
gdzie:  $A, B, C, D, E$  – oznaczają wartości nieznanymi (szukanymi) parametrów.

W wyniku aproksymacji skończonego zbioru punktów doświadczalnych uzyskanych w trakcie rozciągania liny jednozwiązkiej 1x37 dla wybranej próbki R1 przyjęto równanie wielomianowe 4-tego stopnia:

$$\sigma(\varepsilon) = 376,147\varepsilon^4 - 1107,53\varepsilon^3 + 500,756\varepsilon^2 + 1590,237\varepsilon + 25,963. \quad (3.4)$$

Uzyskano dobrą zbieżność pomiędzy przyjętym wielomianem potęgowym a krzywą doświadczalną przedstawioną na rys. 3.23. Jeśli do równania (3.4) zostanie podstawiona wartość

odkształcenia  $\varepsilon = 0$ , to wartość naprężenia  $\sigma$  będzie równa 25,963 MPa. Początkowa wartość naprężenia nie jest zerowa, ponieważ zapis wyników pomiaru został rozpoczęty po wstępnym napięciu liny, umożliwiającym wyeliminowanie początkowego braku prostoliniowości. Zbieżność przyjętego wielomianu aproksymacyjnego do danych doświadczalnych potwierdzono na rys. 3.23.



Rys. 3.23. Dopasowanie wielomianu aproksymacyjnego do wyników doświadczalnych, przedstawiających zależność  $\sigma - \varepsilon$  liny jednozwitej 1x37

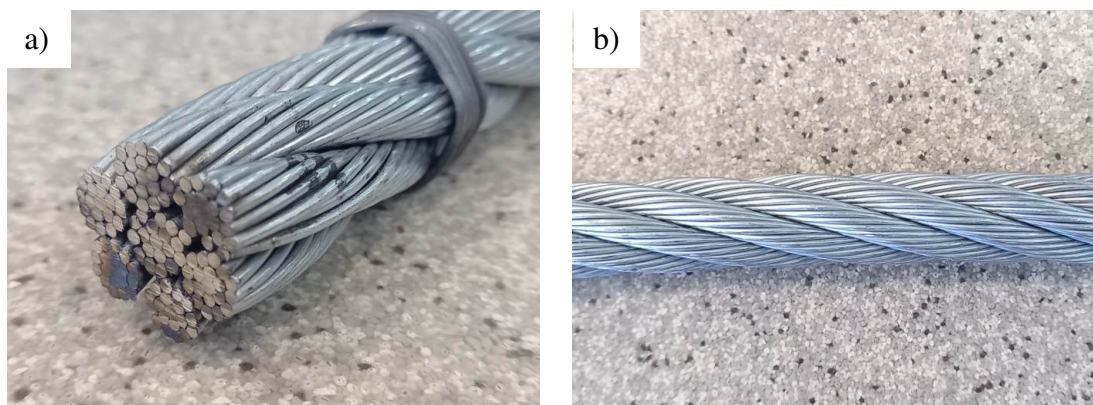
### 3.6. Badania doświadczalne liny wielozwitej 6x19

Z uwagi na dużą sztywność liny jednozwitej 1x37 postanowiono przeprowadzić dodatkowe badania doświadczalne na lince wielozwitej, charakteryzującej się większą wydłużalnością. Do badania wykorzystano linę wielozwitą 6x19 WSC (rys. 3.24), klasy wytrzymałości 1960 N/mm<sup>2</sup>, o parametrach przedstawionych w tabl. 3.5.

Tablica 3.5. Parametry techniczne liny wielozwitej 6x19 WSC, podane przez producenta [259]

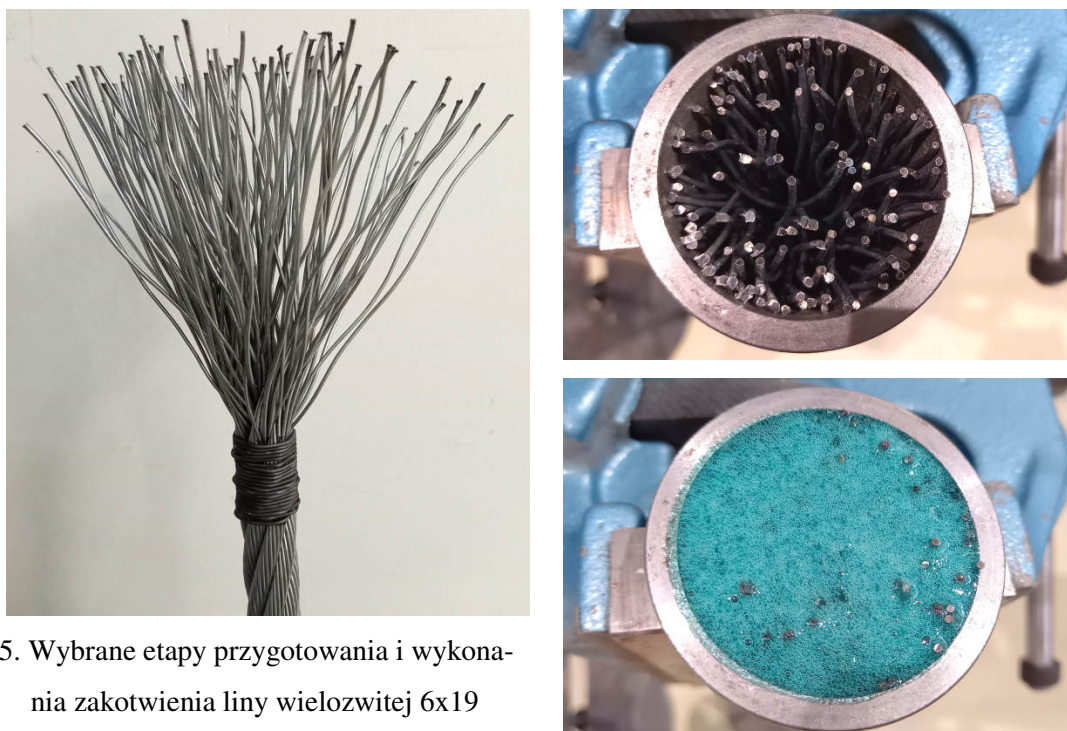
Dane techniczne liny	6x19 WSC
Konstrukcja	6x19
Charakterystyczna siła zrywająca [kN]	283,8
Metaliczny przekrój poprzeczny [mm <sup>2</sup> ]	167,2
Nominalna średnica liny [mm]	20,0
Ciężar [kg/m]	1,524





Rys. 3.24. a) Przekrój poprzeczny b) odcinek liny wielozwitej 6x19 do badań

Przygotowanie próbek do badań przeprowadzono analogicznie jak w przypadku liny jednozwitej 1x37, zgodnie z pkt. 3.2. Wybrane zdjęcia przedstawiono na rys. 3.25.



Rys. 3.25. Wybrane etapy przygotowania i wykonania zakotwienia liny wielozwitej 6x19

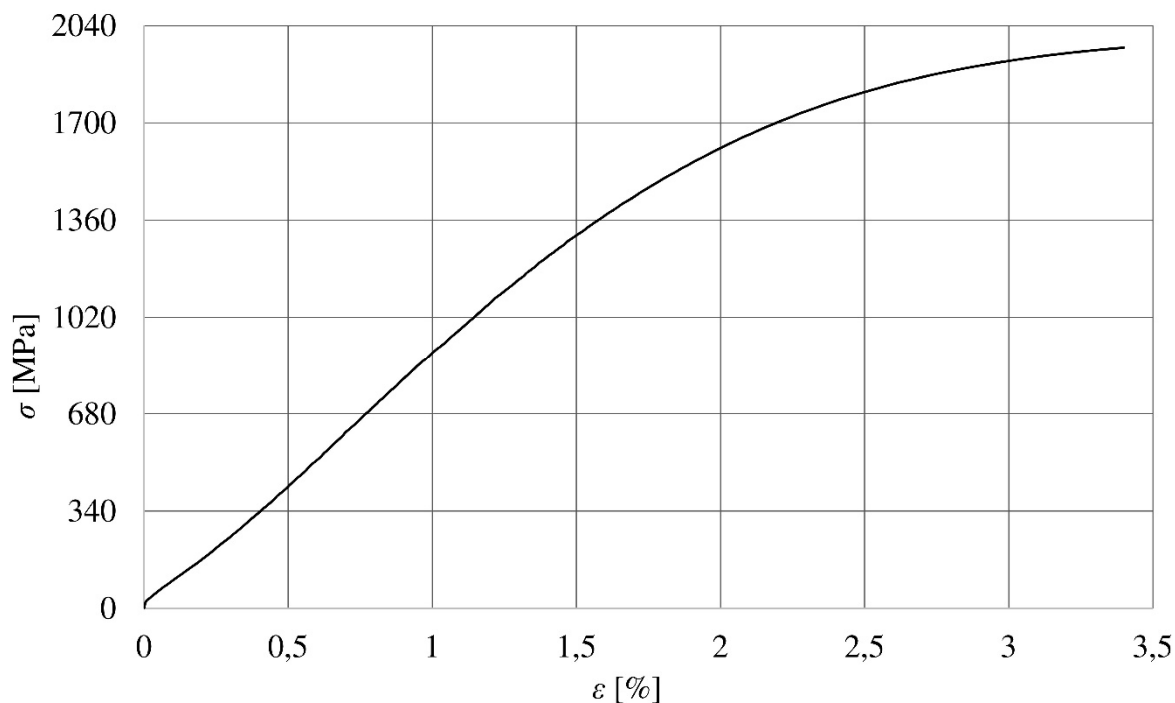
Podobnie jak w przypadku lin jednozwitych 1x37, celem badań było ustalenie zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny wielozwitej 6x19, określenie stałego współczynnika sprężystości  $E$  liny po wstępnym jej przeciągnięciu i rzeczywistej wartości siły zrywającej linę. Dla obu różnych rodzajów lin zapewniono jednakowe warunki badań zgodnie z wytycznymi normy [224].

Badania doświadczalne przeprowadzono przy użyciu czterech próbek lin, przy czym jedna próbka została wykorzystana do określenia nieliniowej zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny wielozwitej 6x19 (rys. 3.27), a pozostałe trzy próbki do wyznaczenia stałego współczynnika sprężystości liny  $E$ .



Rys. 3.26. Pomiar wydłużeń liny za pomocą ekstensometru MFA 25 i systemu Aramis

Za pomocą aparatury pomiarowej, opisaney w pkt. 3.3, określono nieliniową zależność  $\sigma - \varepsilon$ , przedstawioną na rys. 3.27.



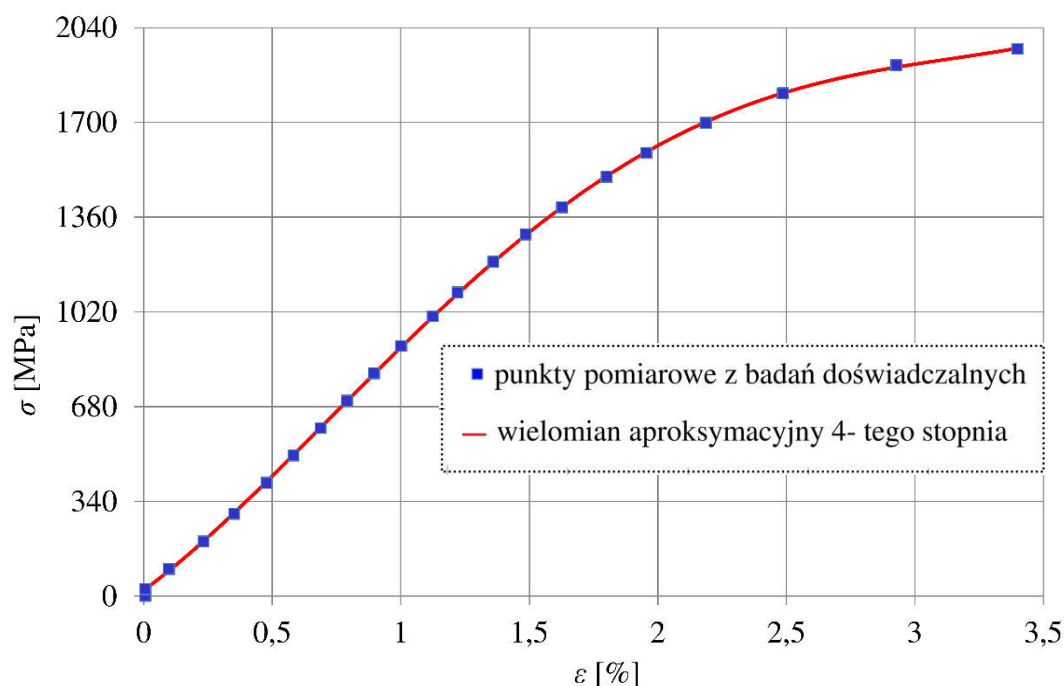
Rys. 3.27. Zależność  $\sigma - \varepsilon$  liny wielozwitej 6x19 poddanej statycznej próbie rozciągania

Na podstawie cyklicznego obciążenia trzech próbek liny wielozwitej 6x19, ustalono średnią arytmetyczną wartość modułu sprężystości liny równą 130,15 GPa. Biorąc pod uwagę

uzyskane wyniki oraz porównanie nieliniowych zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny jednozwitej 1x37 (rys. 3.18) i wielozwitej 6x19 (rys. 3.27), o takiej samej średnicy, można zauważyć że lina wielozwita charakteryzuje się znacznie większą wydłużalnością niż lina jednozwita. Po zakończeniu tej części badań przeprowadzono zerwanie wszystkich próbek i uzyskano średnią arytmetyczną wartość siły zrywającej równą 323,40 kN. Zerwanie wszystkich próbek nastąpiło w połowie rozpiętości liny. Uzyskany zbiór punktów pomiarowych określający przebieg zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny wykorzystano do znalezienia wzoru funkcji aproksymującej rzeczywistą zależność między naprężeniem a odkształceniem liny. Przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów otrzymano w programie MATHCAD równanie wielomianowe 4-tego stopnia:

$$\sigma(\varepsilon) = 27,457\varepsilon^4 - 212,450\varepsilon^3 + 371,955\varepsilon^2 + 684,393\varepsilon + 20,265 . \quad (3.5)$$

Dopasowanie wielomianu potęgowego do punktów pomiarowych, reprezentujących nieliniową zależność  $\sigma - \varepsilon$  liny z badań, przedstawiono na rys. 3.28. Uzyskane wyniki świadczą o bardzo dobrej zbieżności rozwiązania.



Rys. 3.28. Dopasowanie wielomianu aproksymacyjnego do wyników doświadczalnych, przedstawiających zależność  $\sigma - \varepsilon$  liny wielozwitej 6x19

## 4. ZASADY OBLICZANIA MASZTÓW

### 4.1. Modele obliczeniowe odciągów

Analiza nieliniowa odciągów masztu może być przeprowadzona na podstawie [177]:

- rozwiązań analitycznych, opartych na ścisłych lub przybliżonych równaniach równowagi cięgna,
- przybliżonych metod numerycznych.

Równanie statyki pojedynczego cięgna zostało omówione w pkt. 2.7, a analityczne metody jego rozwiązania, przy uwzględnieniu zakresu sprężysto-plastycznego, zostaną szczegółowo przedstawione w pkt. 4.4. Do rozwiązania zadania nieliniowego konstrukcji cięgnowych coraz częściej wykorzystywane są narzędzia obliczeniowe oparte na MES. W programach komercyjnych stosowanych do analizy konstrukcji na ogół uwzględnia się podział krzywoliniowego odciagu na  $n$ - równych odcinków prostych. Większą dokładność rozwiązania uzyskuje się w bardziej zaawansowanych programach, bazujących na przyjęciu kształtu cięgna jako krzywej łańcuchowej. Metoda ta polega na numerycznym znalezieniu wartości pierwiastka równania nieliniowej funkcji zwisu cięgna.

### 4.2. Modele obliczeniowe trzonu masztu

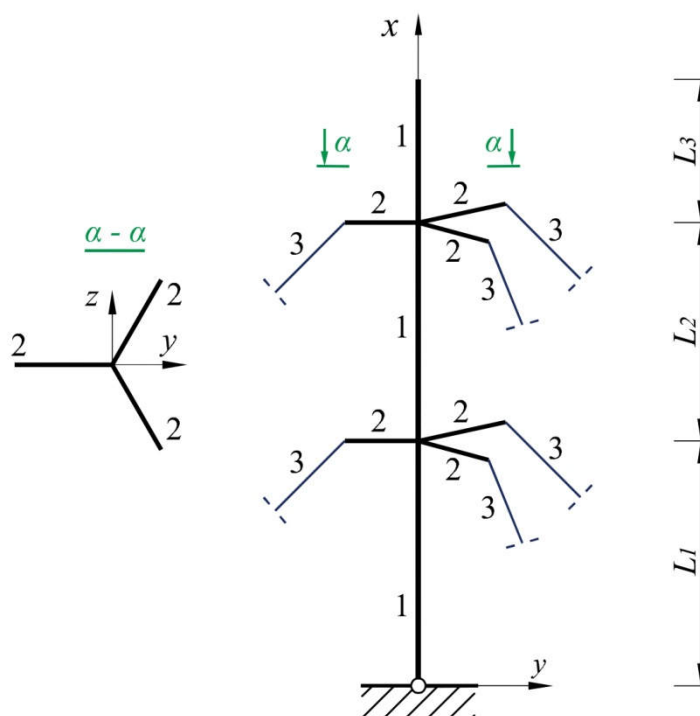
Obecnie do analizy konstrukcji masztu z odciągami wykorzystuje się trzy przestrzenne (3D) modele obliczeniowe trzonu masztu [214]:

- zastępczy, sprężysty model belkowy trzonu masztu, w którym trzon jest modelowany jako belka ciągła (*beam-column model*), podparta przez odciągami w postaci nieliniowych podpór sprężystych,
- sprężysty model kratownicy przestrzennej podpartej przez odciągami (*truss model*), której krawężniki trzonu masztu i skratowanie stanowią proste elementy połączone ze sobą w przegubowych węzłach i przenoszą jedynie siły osiowe,
- sprężysty model ramowo-kratowy (*frame-truss model*), w którym do ciągłych krawężników są przyłączone przegubowo pręty skratowania, a odciągami – podobnie jak w modelu kratownicowym – są modelowane jako elementy ciągnien.

Do budowy masztów pomiarowych o wysokości do 100 m stosuje się na ogół trzony rurowe (teleskopowe). Zasady obliczeń takich masztów omówiono m. in. w pracy [116].



## 4.2.1. Model zastępczy o trzonie belkowym



Rys. 4.1. Schemat statyczny zastępczego modelu belkowego trzonu masztu: 1 – elementy belkowe, 2 – pręty wirtualne, 3 – odciągi masztu [125]

W pierwszym, uproszczonym modelu, kratowy trzon masztu jest zastąpiony układem połączonych ze sobą elementów belkowych o zastępczej charakterystyce geometryczno-wytrzymałościowej, z uwzględnieniem sztywności na ściskanie  $EA$ , ścinanie  $S_v$ , zginanie  $EI$  i skręcanie  $GI_T$ . Schematem statycznym masztu jest tu belka ciągła, wieloprzęsłowa, podparta za pomocą geometrycznie nieliniowych odciągów. W takim modelu, obciążenie z odciągów jest przekazywane mimośrodowo na trzon masztu za pomocą dodatkowych elementów belkowych, nazywanych prętami wirtualnymi, o znacznie większej sztywności od sztywności trzonu masztu. Mimośrodowość ta wynika z faktu, że odciągi są przyłączone do krawężników trzonu masztu a nie w osi trzonu.

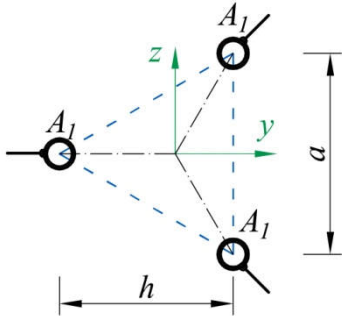
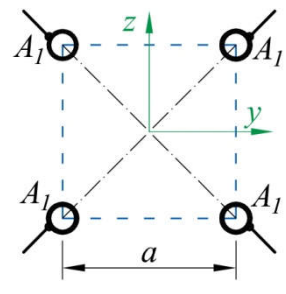
Zastąpienie trzonu kratowego modelem belkowym jest możliwe po uprzednim obliczeniu zastępczych charakterystyk geometryczno-wytrzymałościowych (Tabl. 4.1), które ściśle zależą od kształtu przekroju poprzecznego trzonu masztu.

Charakterystyki te stanowią:

- a) pole powierzchni przekroju zastępczego  $A$  równe sumie powierzchni przekrojów poszczególnych krawężników w trzonie  $A_1$ ,
- b) momenty bezwładności przekroju zastępczego  $I_y$  i  $I_z$ ,

- c) pole powierzchni czynnej przy ścinaniu trzonu masztu  $A_{zy} = A_{zz}$  – obliczone na podstawie sztywności na ścinanie całego pręta zastępczego  $S_{vy} = S_{vz}$ , po uprzednim określeniu sztywności na ścinanie  $S_v$  pojedynczej ściany skratowania,
- d) moment bezwładności na skręcanie trzonu masztu  $I_T$ .

Tablica 4.1. Charakterystyki przekroju zastępczego dla przekroju trójkątnego i kwadratowego [125, 146]

Konstrukcja trzonu masztu	Przekrój trójkątny	Przekrój kwadratowy
Kształty przekrojów poprzecznych trzonu		
Pole powierzchni	$A = 3 \cdot A_1$	$A = 4 \cdot A_1$
Moment bezwładności	$I_y = I_z = 0,5 \cdot A_1 a^2$	$I_y = I_z = A_1 a^2$
Moment bezwładności na skręcanie trzonu masztu	$I_T = a^3 t / 4$	$I_T = a^3 t$
Sztywność na ścinanie trzonu masztu	$S_{vy} = S_{vz} = 1,5 \cdot S_v$	$S_{vy} = S_{vz} = 2 \cdot S_v$
$A_1$ – pole przekroju poprzecznego pojedynczego krawężnika, $a$ – szerokość boku trzonu masztu, $G$ – moduł sprężystości poprzecznej Kirchhoffa, $S_v$ – sztywność na ścinanie pojedynczej ściany skratowania		

Wyznaczenie sztywności na ścinanie  $S_v$  pojedynczej ściany trzonu masztu jest możliwe na podstawie podatności na ścinanie  $1/S_v$ , zależnej od typu skratowania trzonu, przy czym wzory dla najczęściej występujących rodzajów zestawiono w tabl. 4.2 [125, 160].

Można zauważyć (tabl. 4.1), że zastępczy przekrój kwadratowy jest znacznie sztywniejszy na zginanie i skręcanie niż przekrój trójkątny. W związku z tym sztywniejsze przekroje kwadratowe prawie zawsze są wykorzystywane w projektowaniu wież. W przypadku masztów sztywność konstrukcji można zwiększyć nie tylko przez wybór rodzaju przekroju poprzecznego trzonu, lecz też przez wybór długości przęsła (wybór liczby poziomów odciągów). Ten drugi składnik sztywności konstrukcji masztu jest decydujący i dlatego na trzony masztów przyjmuje się na ogół lżejsze przekroje trójkątne.

Tablica 4.2. Podatność na ścinanie pojedynczej ściany [125, 160]

Schemat skratowania	Podatność na ścinanie
	$\frac{1}{S_v} = \frac{1}{E} \left( \frac{1}{A_k \sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{\tan \alpha}{A_s} \right)$
	$\frac{1}{S_v} = \frac{1}{EA_k \sin^2 \alpha \cos \alpha}$
	$\frac{1}{S_v} = \frac{1}{2EA_k \sin^2 \alpha \cos \alpha}$
	$\frac{1}{S_v} = \frac{1}{2E} \left( \frac{1}{A_k \sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{\tan \alpha}{A_s} \right)$

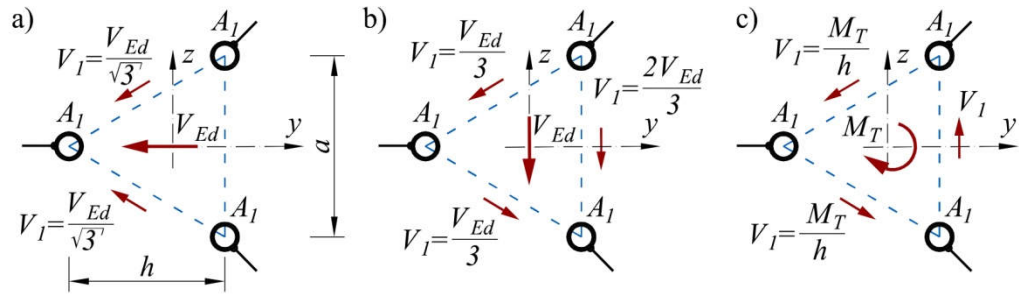
#### 4.2.1.1. Siły wewnętrzne w elementach trzonu masztu

Jeżeli nieliniowa analiza statyczna jest przeprowadzona z wykorzystaniem modelu zastępczego masztu, to siły wewnętrzne w trzonie masztu (siły normalne  $N_I$ , siły poprzeczne  $V_I$  momenty zginające  $M_I$  i skręcające  $M_T$ , rys. 4.3 i 4.4) należy obliczyć na podstawie znanych z analizy globalnej sił przekrojowych  $N_{ED}$ ,  $V_{ED}$  i  $M_{ED}$ . W takim przypadku, siła ściskająca  $N_I$  w pojedynczym pasie trzonu masztu dla najbardziej charakterystycznych kierunków wiatru W1 i W2 może być łatwo obliczona na podstawie wzorów przedstawionych w tabl. 4.3 (rys. 4.2).

Tablica 4.3. Wzory do obliczania sił ściskających  $N_I$  w pojedynczym pasie trzonu masztu dla najbardziej charakterystycznych kierunków wiatru W1 i W2 [125]

Trzon czteropasowy	Trzon trójpasowy
Wiatr W1: $N_1 = \frac{N}{4} + \frac{M}{\sqrt{2}a}$	Wiatr W1: $N_1 = \frac{N}{3} + \frac{M}{2h}$
Wiatr W2: $N_1 = \frac{N}{4} + \frac{M}{2a}$	Wiatr W2: $N_1 = \frac{N}{3} + \frac{M}{h}$

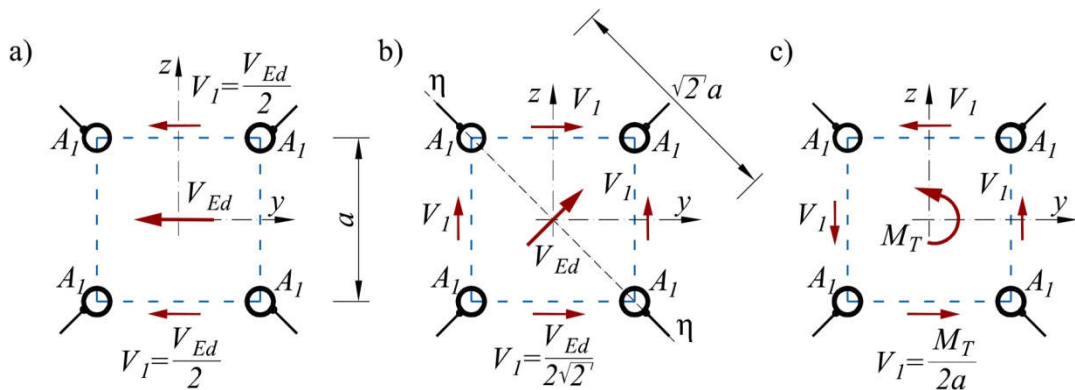




Rys. 4.3. Siły poprzeczne  $V_I$  przypadające na poszczególne ściany masztu trójściennego wywołane:

a) i b) siłą tnącą  $V_{Ed}$ , c) momentem skręcającym  $M_T$  [169]

W maszcie czterościennej należy rozważyć przypadek, gdy wiatr wieje wzdłuż krawędzi ścian masztu, wówczas każda z dwóch ścian równoległych do kierunku wiatru przenosi siłę  $V_I = V_{Ed}/2$  (rys. 4.4a). Jeżeli zaś, wiatr wieje pod kątem  $45^\circ$  do ścian masztu to siła ta jest rozdzielana jednakowo na wszystkie ścianki i wynosi  $V_I = V_{Ed}/2\sqrt{2}$  (rys. 4.4b). Rozkład momentu skręcającego  $M_T$  na poszczególne ścianki trzonu jest widoczny na rys. 4.4c, przy czym wartość siły tnącej  $V_I$  od skręcenia przypadająca na pojedynczą ścianę masztu czterościennej wynosi  $M_T/2a$ .

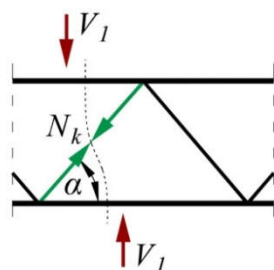


Rys. 4.4. Siły poprzeczne  $V_I$  przypadające na poszczególne ściany masztu czterościennego wywołane:

a) i b) siłą tnącą  $V_{Ed}$ , c) momentem skręcającym  $M_T$  [169]

Znając wartość siły  $V_I$  w pojedynczej ścianie trzonu masztu można w prosty obliczyć wartość siły normalnej w prętach skratowania, co przedstawia przykład na rys. 4.5. Siła normalna w krzyżulcu  $N_k$  jest wyznaczona za pomocą wzoru:

$$N_k = \pm \frac{V_1}{\sin \alpha}, \quad (4.3)$$

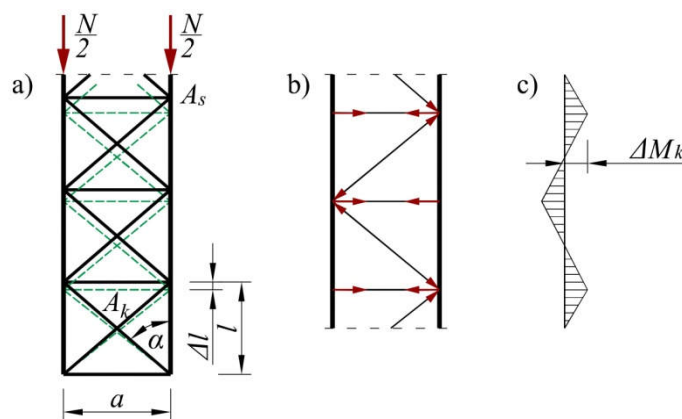


Rys. 4.5. Metoda wyznaczenia siły normalnej w krzyżulcu  $N_k$

Zwrot siły  $V_l$  decyduje o tym, czy siła w prętach skratowania jest ściskająca czy rozciągająca, przy czym określając nośność pręta należy brać pod uwagę siłę ściskającą, ponieważ to ona może doprowadzić do jego wyboczenia.

#### 4.2.1.2. Drugorzędne siły wewnętrzne w trzonie masztu

Wykorzystanie modelu zastępczego do analizy statycznej masztu jest właściwe pod warunkiem, że przy sprawdzaniu nośności elementów trzonu są wyznaczone dodatkowe siły wewnętrzne w skratowaniu, nazywane siłami drugorzędnymi. Pod wpływem osiowej siły ściskającej w krawężnikach trzonu dochodzi do przemieszczenia węzłów, łączących pasy ze skratowaniem, co dalej prowadzi do skrócenia (wydłużenia) poszczególnych krzyżulców i słupków, w których powstają rozważane siły. Niekorzystnym efektem działania tych sił jest dodatkowe zginanie pasów, które może spowodować większe wyężenie elementów trzonu. Przemieszczenie węzłów i elementów trzonu masztu wskutek ściskania jego pasów zobrazowano na rys. 4.6 [125, 181].



Rys. 4.6. a) Przemieszczenie węzłów i elementów trzonu masztu wskutek siły ściskającej  $N$ , b) skrócenia (wydłużenia) poszczególnych prętów skratowania, c) dodatkowy lokalny moment zginający w krawężniku [125, 181]

Do głównych czynników mających wpływ na wartości sił drugorzędnych należą [125]:

- kąt nachylenia krzyżulców w rozpatrywanym schemacie skratowania,
- stosunek przekroju krawężników do przekrojów krzyżulców i słupków w jednej sekcji trzonu,

- sztywności krawężników na zginanie.

W tabl. 4.4. podano wzory umożliwiające wyznaczenie wartości sił drugorzędnych w elementach trzonu masztu przy założeniu, że wszystkie segmenty w jednej sekcji są jednakowe, a każdy przedział skratowania o długości  $l$  ulegnie skróceniu o odcinek  $\Delta l$ , który można obliczyć następująco:

$$\Delta l = \frac{Na}{EA \tan \alpha}, \quad (4.4)$$

Tablica 4.4. Wzory do obliczania sił drugorzędnych w elementach trzonu masztu [125, 180, 181]

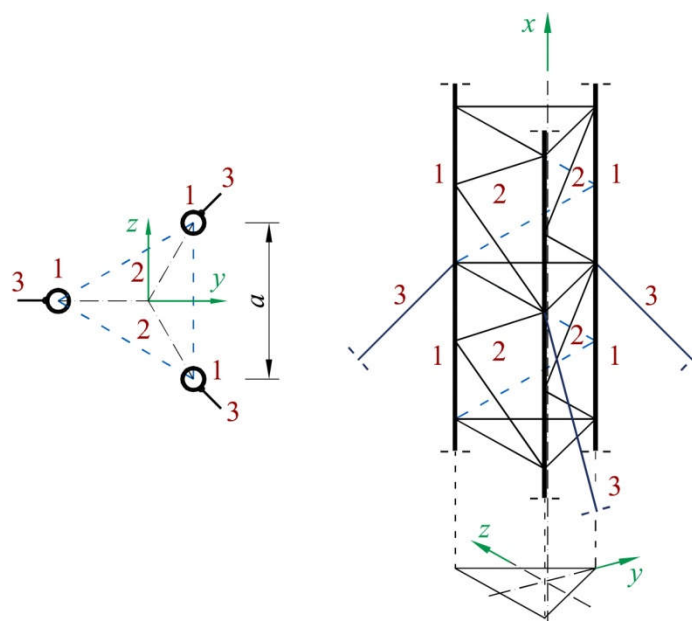
Elementy trzonu masztu	Wzory do obliczania sił drugorzędnych
Krzyżulce	$\Delta N_k = N \frac{A_k}{A} \frac{\cos^2 \alpha}{1 + n_1 \frac{A_k}{A_s} \sin^3 \alpha + n_2 \frac{A_k a^2}{96 I_{y1}} \cos^3 \alpha} \quad (4.5)$
Słupki	$\Delta N_s = -n_1 \Delta N_k \sin \alpha \quad (4.6)$
Krawężniki	$\Delta M_k = \pm \frac{n_3}{4} \Delta N_k \cos \alpha \quad (4.7)$
$N$ – siła osiowa w krawężniku; $A_k, A_s, A$ – odpowiednio pole przekroju poprzecznego krzyżulca, słupka, krawężnika; $\alpha$ – kąt nachylenia krzyżulca; $I_{y1}$ – moment bezwładności pierwszego przęsła trzonu masztu	

Wartości współczynników  $n_1, n_2$  i  $n_3$ , ściśle zależnych od rodzaju skratowania ściany, w przypadku najczęściej stosowanych wariantów podano w [125, 181]. Ewentualny lokalny moment zginający w krawężniku trzonu  $\Delta M_k$  może pojawić się tylko i wyłącznie w przypadku skratowania rombowego ze słupkami prostopadłymi (rys. 1.9g) oraz w skratowaniu trójkątnym z dodatkowymi słupkami (rys. 1.9e). W pozostałych rodzajach skratowania mogą pojawić się osiowe siły drugorzędne w krzyżulcach  $\Delta N_k$  i słupkach  $\Delta N_s$  [180].

Problematykę dotyczącą wpływu rodzaju skratowania na występowanie sił drugorzędnych w trzonie masztu przedstawiono w pracy [85]. Na podstawie parametrycznej analizy statycznej stwierdzono, że w przypadku skratowań na rys. 1.9a÷d efekty drugorzędne praktycznie nie występują. W pozostałych wariantach (rys. 1.9e÷g), siły te mogą osiągnąć duże wartości, przy czym największe siły ściskające w krzyżulcach występują w skratowaniu krzyżowym (rys. 1.9f).

Wyznaczanie efektów drugorzędnych jest możliwe przy użyciu metody przybliżonej, za pomocą wzorów podanych w tabl. 4.4, na podstawie [125, 180, 181]. Jeżeli konstrukcja masztu jest zamodelowana w postaci kratownicy przestrzennej, to efekty drugorzędne są uwzględniane automatycznie na etapie wyznaczania przemieszczeń węzłowych i sił wewnętrznych w poszczególnych elementach trzonu masztu [180].

## 4.2.2. Modele dokładne trzonu masztu



Rys. 4.7. Przestrzenny ramowo-kratowy model masztu: 1 – krawężniki trzonu, 2 – skratowanie, 3 – odciągi [125]

Najbardziej odpowiednim modelem obliczeniowym odzwierciedlającym rzeczywistą pracę konstrukcji jest model ramowo-kratowy (*frame-truss model*), zbudowany z ciągłych krawężników i dołączonych do nich przegubowo prętów skratowania. Krawężniki masztu są modelowane jako elementy belkowe, a skratowanie – jako dwuwęzłowe elementy kratowe. Zaletą tego modelu jest możliwość bezpośredniego odczytu wyników analizy statycznej, takich jak: siły normalne w elementach trzonu masztu, a także momentów zginających w pasach, uwzględniających efekty drugorzędne, wynikające z braku swobody przemieszczeń krawężników pod wpływem osiowej siły ściskającej  $N$ .

Nieco mniej dokładnym, przestrzennym modelem numerycznym jest model kratowy trzonu masztu (*truss model*), którego krawężniki są modelowane w postaci elementów kratowych, poddanych jedynie działaniu sił osiowych. Taki model nie uwzględnia zatem występowania momentów zginających w pasach od sił drugorzędnych, dlatego może być on obciążony pewnym błędem.

Analizą porównawczą modelu zastępczego trzonu masztu i modelu w postaci kratownicy przestrzennej zajmowano się w pracach [15, 126, 146, 192, 199]. Na podstawie uzyskanych wyników w pracy [146] stwierdzono, że różnice pomiędzy wynikami przemieszczeń i sił normalnych w odciągach w obydwu modelach obliczeniowych są bardzo małe i nie przekraczają 1%. Większe różnice (do 4,2%) zaobserwowano przy wyznaczaniu sił osiowych w trzonie, przy czym brano pod uwagę trzy różne warianty skratowania. Należy podkreślić, że większe wartości



tych sił wystąpiły w modelu zastępczym. Porównując wyężenie krawężników w obydwu modelach zauważono ponadto, że mimo mniejszych wartości sił normalnych w modelu dokładnym, wyężenie pasów jest o kilka procent większe niż w przypadku modelu uproszczonego. Jest to spowodowane występowaniem pewnych lokalnych efektów drugorzędnych w miejscach przyłączenia odciągów do krawężników, które zwiększają wartości momentów zginających w tych miejscach.

Przeprowadzone analizy porównawcze potwierdziły dobrą zbieżność pomiędzy rozważanymi modelami obliczeniowymi. Biorąc powyższe pod uwagę można wyciągnąć pewien istotny wniosek praktyczny. Wykonane obliczeń statyczno-wytrzymałościowych masztu przy użyciu modelu zastępczego może być wystarczające, jeżeli uwzględnia się kilkuprocentowe różnice wyników pomiędzy rozważanymi modelami numerycznymi. Takie rozwiązanie znaczenie skraca czas obliczeń i jest mniej pracochłonne. Wykorzystanie do analizy modelu masztu w postaci kratownicy przestrzennej pozwala na uzyskanie dokładniejszych, a zarazem bardziej ekonomicznych wyników i jest przede wszystkim bardziej zbliżone do rzeczywistej pracy konstrukcji masztu.

#### **4.3. Zastosowanie MES do analizy masztów z odciągami**

Metoda elementów skończonych (MES) jest obecnie najbardziej rozpowszechnioną, zaawansowaną techniką numerycznej analizy konstrukcji o dowolnym kształcie i obciążeniu. Pozwala na rozwiązanie skomplikowanych problemów badawczych i praktycznych, których często nie można rozwikłać za pomocą ścisłych obliczeń analitycznych. Dlatego w praktyce używana jest także do analizy zachowania się konstrukcji masztu z odciągami, pod zadaniem obciążeniem. Metoda ta umożliwia uwzględnienie wzajemnego oddziaływania elementów ciągnowych z innymi rodzajami elementów, jak np. z elementami belkowymi, przez co znacznie ułatwia zbadanie wpływu sztywności trzonu masztu na stan sił i przemieszczeń całej konstrukcji [153]. Ponadto, może być ona wykorzystana nie tylko do analizy statycznej, lecz także do analizy dynamicznej i analizy stateczności ustroju.

W metodzie MES, ciągły, rzeczywisty model masztu jest zastąpiony dyskretnym modelem obliczeniowym o skończonej liczbie stopni swobody. Proces opracowywania takiego modelu za pomocą metody przemieszczeń w ujęciu metody elementów skończonych składa się z kilku etapów, a mianowicie [191]:

- a) dyskretyzacji układu, w trakcie której konstrukcja traktowana początkowo jako kontinuum o nieskończonej liczbie parametrach jest podzielona na skończoną liczbę elementów i punktów łączących te elementy nazywanych węzłami. Wszystkie

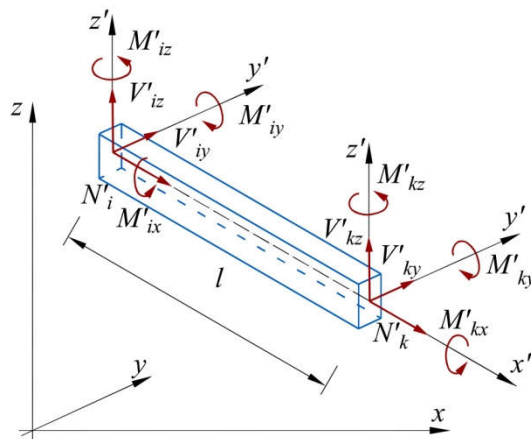
elementy powinny charakteryzować się podobnym kształtem, tym samym sposobem połączenia elementów w węzłach, takimi samymi parametrami węzłowymi, jak również funkcjami interpolacyjnymi,

- b) ustaleniu zależności między uogólnionymi siłami a uogólnionymi przemieszczeniami w poszczególnych elementach konstrukcji. Związki sił i odpowiadające im przemieszczenia są powiązane ze sobą za pomocą macierzy sztywności elementu,
- c) utworzenie globalnej macierzy sztywności, stanowiącej zbiór elementów tworzących model obliczeniowy,
- d) wyznaczeniu układu niewiadomych w postaci uogólnionych przemieszczeń punktów węzłowych,
- e) ustaleniu wartości sił przekrojowych na podstawie określonych wcześniej przemieszczeń.

O stopniu przybliżenia rozwiązania decyduje przede wszystkim odpowiedni podział i kształt elementów skończonych, jak również właściwy wybór postaci funkcji przemieszczeń w poszczególnych przypadkach [210]. Podział modelu obliczeniowego na większą liczbę elementów jest bardziej korzystny, z uwagi na możliwość osiągnięcia lepszej dokładności rozwiązania.

#### 4.3.1. Macierze sztywności elementów belkowych trzonu masztu

W pierwszej kolejności rozpatruje się trzon masztu składający się z elementów belkowych, przy czym uwzględnia się zarówno wpływ siły normalnej, jak i podatność tych elementów na ścinanie. Wynika stąd, że macierz sztywności takiego elementu może być użyta zarówno do analizy statycznej konstrukcji, jak i badania jej stateczności. Przedstawiona tu macierz sztywności jest uogólnieniem macierzy sztywności, nie uwzględniających efektów podatności na ścinanie, podanych np. w [200, 201].



$$a = x_k - x_i$$

$$b = y_k - y_i$$

$$c = z_k - z_i$$

$$l_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$l = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Rys. 4.8. Element belkowy  $i-k$  [125, 153]

Rozpatrzmy prostoliniowy, sprężysty element belkowy  $i-k$  o sześciu stopniach swobody w węźle, poddany działaniu uogólnionych sił skupionych na obu końcach. Zgodnie ze wzorem:

$$\mathbf{K}' \mathbf{q}' = \mathbf{R}', \quad (4.8)$$

macierz sztywności  $\mathbf{K}'$  uzależnia siły  $\mathbf{R}'$  od przemieszczeń węzłowych  $\mathbf{q}'$  tego elementu w lokalnym (primowym) układzie współrzędnych. W rozszerzonym zapisie macierzowym zależność ta ma postać [125, 153]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}'_{ii} & \mathbf{K}'_{ik} \\ \mathbf{K}'_{ki} & \mathbf{K}'_{kk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}'_i \\ \mathbf{q}'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}'_i \\ \mathbf{R}'_k \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Macierze przemieszczeń w węzłach  $i, k$  wyraża się jako:

$$\mathbf{q}'_i = [u'_i, v'_i, w'_i, \varphi'_{ix}, \varphi'_{iy}, \varphi'_{iz}]^T, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{q}'_k = [u'_k, v'_k, w'_k, \varphi'_{kx}, \varphi'_{ky}, \varphi'_{kz}]^T, \quad (4.11)$$

a macierz sił odpowiednio:

$$\mathbf{R}'_i = [N'_i, V'_{iy}, V'_{iz}, M'_{ix}, M'_{iy}, M'_{iz}]^T, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{R}'_k = [N'_k, V'_{ky}, V'_{kz}, M'_{kx}, M'_{ky}, M'_{kz}]^T. \quad (4.13)$$

Podmacierze macierzy sztywności  $\mathbf{K}'$  mają następującą budowę:

$$\mathbf{K}'_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m \frac{EI_{z'}}{l^3} & 0 & 0 & 0 & n \frac{EI_{z'}}{l^2} \\ 0 & 0 & m \frac{EI_{y'}}{l^3} & 0 & -n \frac{EI_{y'}}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_{x'}}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n \frac{EI_{y'}}{l^2} & 0 & p \frac{EI_{y'}}{l} & 0 \\ 0 & n \frac{EI_{z'}}{l^2} & 0 & 0 & 0 & p \frac{EI_{z'}}{l} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{K}'_{ik} = \mathbf{K}'_{ki}^T = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m \frac{EI_{z'}}{l^3} & 0 & 0 & 0 & n \frac{EI_{z'}}{l^2} \\ 0 & 0 & -m \frac{EI_{y'}}{l^3} & 0 & -n \frac{EI_{y'}}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_{x'}}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n \frac{EI_{y'}}{l^2} & 0 & q \frac{EI_{y'}}{l} & 0 \\ 0 & -n \frac{EI_{z'}}{l^2} & 0 & 0 & 0 & q \frac{EI_{z'}}{l} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{K}'_{kk} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m \frac{EI_{z'}}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -n \frac{EI_{z'}}{l^2} \\ 0 & 0 & m \frac{EI_{y'}}{l^3} & 0 & n \frac{EI_{y'}}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_{x'}}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n \frac{EI_{y'}}{l^2} & 0 & p \frac{EI_{y'}}{l} & 0 \\ 0 & -n \frac{EI_{z'}}{l^2} & 0 & 0 & 0 & p \frac{EI_{z'}}{l} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Współczynniki  $m$ ,  $n$ ,  $p$  i  $q$  w podmacierzach mogą być wyrażone przez funkcje trygonometryczne (gdy siła normalna  $N$  jest siłą ściskającą) lub za pomocą funkcji hiperbolicznych, wtedy gdy siła normalna  $N$  w elemencie jest siłą rozciągającą (tabl. 4.5) [125, 153].

Tablica 4.5. Współczynniki  $m$ ,  $n$ ,  $p$  i  $q$  w podmacierzach macierzy sztywności  $\mathbf{K}'$  [153]

Siła ściskająca $N$ w elemencie (dodatnia)		Siła rozciągająca $N$ w elemencie (ujemna)	
$m = \frac{\mu^2 \varepsilon^3 \sin \varepsilon}{2(1 - \cos \varepsilon) - \mu \varepsilon \sin \varepsilon}$	(4.17)	$m = -\frac{\mu^2 \varepsilon^3 \sinh \varepsilon}{2(\cosh \varepsilon - 1) - \mu \varepsilon \sinh \varepsilon}$	(4.18)
$n = \frac{\mu \varepsilon^2 (1 - \cos \varepsilon)}{2(1 - \cos \varepsilon) - \mu \varepsilon \sin \varepsilon}$		$n = \frac{\mu \varepsilon^2 (1 - \cosh \varepsilon)}{2(\cosh \varepsilon - 1) - \mu \varepsilon \sinh \varepsilon}$	
$p = \frac{\varepsilon (\sin \varepsilon - \mu \varepsilon \cos \varepsilon)}{2(1 - \cos \varepsilon) - \mu \varepsilon \sin \varepsilon}$		$p = \frac{\varepsilon (\sinh \varepsilon - \mu \varepsilon \cosh \varepsilon)}{2(\cosh \varepsilon - 1) - \mu \varepsilon \sinh \varepsilon}$	
$q = \frac{\varepsilon (\mu \varepsilon - \sin \varepsilon)}{2(1 - \cos \varepsilon) - \mu \varepsilon \sin \varepsilon}$		$q = \frac{\varepsilon (\mu \varepsilon - \sinh \varepsilon)}{2(\cosh \varepsilon - 1) - \mu \varepsilon \sinh \varepsilon}$	

gdzie:

$$\varepsilon = l \sqrt{\frac{|N|}{\mu EI_{y'}}} \quad (\text{zginanie względem osi } y'), \quad (4.19)$$

$$\varepsilon = l \sqrt{\frac{|N|}{\mu EI_{z'}}} \quad (\text{zginanie względem osi } z'),$$

$$\mu = 1 - \frac{|N|}{S_{vy'}} \quad (\text{ściananie w kierunku osi } y'), \quad (4.20)$$

$$\mu = 1 - \frac{|N|}{S_{vz'}} \quad (\text{ściananie w kierunku osi } z').$$

W praktyce obliczenia konstrukcji z elementami podatnymi na ścinanie można uprościć, korzystając ze znanych wzorów określających podatność na ścinanie, które dla kilku typowych rodzajów prętów złożonych przedstawiono w pracy [153]. Wzory te odnoszą się do jednej płaszczyzny pręta złożonego.

Lokalne macierze sztywności  $K'_{ii}, K'_{ik}, K'_{ki}, K'_{kk}$  dla każdego elementu są wykorzystywane dalej do stworzenia globalnej macierzy sztywności całej konstrukcji  $K$  w globalnym układzie współrzędnych  $x, y, z$ . Dla takiego układu relacja pomiędzy siłami a przemieszczeniami w węzłach elementu ma postać [153]:

$$Kq = R, \quad (4.21)$$

a w formie blokowej

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ik} \\ K_{ki} & K_{kk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_i \\ q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i \\ R_k \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} q_i &= [u_i, v_i, w_i, \varphi_{ix}, \varphi_{iy}, \varphi_{iz}]^T, \\ q_k &= [u_k, v_k, w_k, \varphi_{kx}, \varphi_{ky}, \varphi_{kz}]^T, \\ R_i &= [N_i, V_{iy}, V_{iz}, M_{ix}, M_{iy}, M_{iz}]^T, \\ R_k &= [N_k, V_{ky}, V_{kz}, M_{kx}, M_{ky}, M_{kz}]^T. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Macierze sztywności są powiązane z wektorami sił i przemieszczeń w układzie lokalnym i globalnym za pomocą znanej zależności:

$$\begin{aligned} K &= L^T K' L, \\ q' &= Lq, \\ R' &= LR, \end{aligned} \quad (4.24)$$

dla której macierz transformacji  $L$  wygląda następująco:

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Uwzględniając orientację elementu w globalnym układzie współrzędnych wyznacza się podmacierze  $L_1$ :

$$L_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma \\ -\cos \varphi \cos \beta_1 - \sin \varphi \cos \alpha_1 \cos \gamma & \cos \varphi \cos \alpha_1 - \sin \varphi \cos \beta_1 \cos \gamma & \sin \varphi \cos \delta \\ \sin \varphi \cos \beta_1 - \cos \varphi \cos \alpha_1 \cos \gamma & -\sin \varphi \cos \alpha_1 - \cos \varphi \cos \beta_1 \cos \gamma & \cos \varphi \cos \delta \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= a/l & \cos \beta &= b/l & \cos \gamma &= c/l \\ \cos \alpha_1 &= a/l_1 & \cos \beta_1 &= b/l_1 & \cos \delta &= l_1/l \end{aligned} \quad (4.27)$$

Podany we wzorze (4.26) kąt  $\varphi$  definiuje kąt skręcenia elementu względem płaszczyzny poziomej  $xy$  globalnego układu współrzędnych.

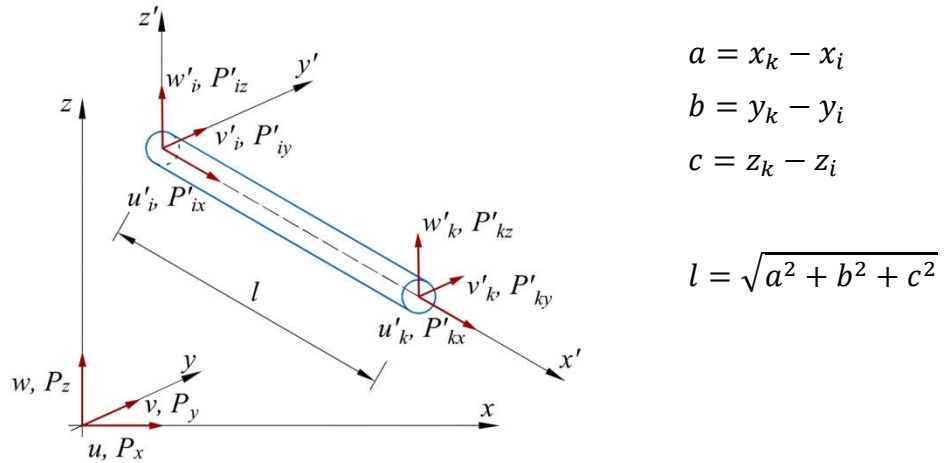
#### 4.3.2. Macierze sztywności elementów ciągnowych

Dokonując dyskretyzacji odciągu masztu jako typowego elementu ciągnowego na skończoną liczbę elementów, w klasycznym ujęciu metody elementów skończonych, należy stosować następujące uproszczenia techniczne [125]:

- każdy element odciągu charakteryzuje się prostoliniowością, stałym przekrojem i łączy się z innymi elementami w węzłach przegubowych,
- w elemencie odciągu rozpatruje się wyłącznie osiowe siły rozciągające,
- materiał elementów odciągów ma właściwości liniowo-sprężyste,
- w węzłach łączących elementy odciągu mogą istnieć jedynie siły skupione,
- węzły mogą się swobodnie przemieszczać we wszystkich kierunkach.

Rozważmy element ciągnowy  $i-k$ , pokazany na rys. 4.9, dla którego zależność między siłami a przemieszczeniami węzłowymi w lokalnym układzie współrzędnych opisana jest przez macierze parametrów węzłowych [125, 153]:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}' &= [u'_i, v'_i, w'_i, u'_k, v'_k, w'_k]^T, \\ \mathbf{R}' &= [P_{ix}, P_{iy}, P_{iz}, P_{kx}, P_{ky}, P_{kz}]^T. \end{aligned} \quad (4.28)$$


 Rys. 4.9. Element ciągnowy  $i$ - $k$  dowolnie zorientowany w przestrzeni [125, 153]

Bardzo często na etapie zaimplementowania modelu do programu obliczeniowego stosowana jest zmodyfikowana macierz sztywności elementu  $\mathbf{K}'$  jako suma macierzy sztywności sprężystej  $\mathbf{K}'_E$  i macierzy sztywności geometrycznej  $\mathbf{K}'_G$ . Sztywność elementu na rozciąganie, z uwzględnieniem prawa *Hooke'a*, jest określana w macierzy sztywności sprężystej  $\mathbf{K}'_E$ , a sztywność na obrót związana ze zmianą geometrii – za pomocą macierzy sztywności geometrycznej  $\mathbf{K}'_G$ .

$$\mathbf{K}' = \mathbf{K}'_E + \mathbf{K}'_G, \quad (4.29)$$

Zarówno macierz sztywności sprężystej  $\mathbf{K}'_E$ , jak i macierz sztywności geometrycznej  $\mathbf{K}'_G$  mają wymiar  $6 \times 6$ :

$$\mathbf{K}'_E = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{K}'_G = \frac{S}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Macierze sił przekrojowych w globalnym układzie współrzędnych mają teraz postać:

$$\mathbf{q} = [u_i, v_i, w_i, u_k, v_k, w_k]^T, \quad (4.32)$$

$$\mathbf{R} = [P_{ix}, P_{iy}, P_{iz}, P_{kx}, P_{ky}, P_{kz}]^T,$$

a zmodyfikowana macierz sztywności elementu  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G, \quad (4.33)$$

pw której:

$$K_E = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \mathbf{D} & -\mathbf{D} \\ -\mathbf{D} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$K_G = \frac{S}{l} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & -\mathbf{C} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

przy czym:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \gamma \\ \cos \alpha \cos \beta & \cos^2 \beta & \cos \beta \cos \gamma \\ \cos \alpha \cos \gamma & \cos \beta \cos \gamma & \cos^2 \gamma \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 - \cos^2 \alpha & -\cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \cos \gamma \\ -\cos \alpha \cos \beta & 1 - \cos^2 \beta & -\cos \beta \cos \gamma \\ -\cos \alpha \cos \gamma & -\cos \beta \cos \gamma & 1 - \cos^2 \gamma \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Występujące w macierzach (4.36) i (4.37) kosinusy kierunkowe są określone zależnościami (rys. 4.9):

$$\cos \alpha = \frac{a}{l}, \quad \cos \beta = \frac{b}{l}, \quad \cos \gamma = \frac{c}{l}, \quad (4.38)$$

Wzór 4.35 zawiera wyrażenie  $S/l$ , nazywane *szywnością geometryczną elementu* [125]. Łatwo zauważyć, że gdy siła rozciągająca  $S$  w elemencie ciągnowym jest równa zero (brak wstępnego napięcia), to ustrój jest geometrycznie zmienny, wówczas jego macierz sztywności jest macierzą osobliwą. Przyłożenie rozciągających sił normalnych do elementu ciągnowego powoduje jego usztywnienie i usunięcie geometrycznej zmienności. Należy zatem podkreślić, że w przypadku analizy konstrukcji zbudowanej z elementów ciągnowych, przy obliczaniu globalnej macierzy sztywności ustroju konieczne jest uwzględnienie zarówno sprężystej, jak i geometrycznej macierzy sztywności. Spełnienie tego warunku zapewnia nieosobliwość globalnej macierzy sztywności konstrukcji [125, 153].

#### 4.4. Metody rozwiązywania konstrukcji w zakresie nieliniowym

Maszty z odciągami należą do konstrukcji prętowo-ciężnowych charakteryzujących się nieliniowością geometryczną i fizyczną. Przyczyny tych nieliniowości opisano w pkt. 1.1.

Znajomość macierzy sztywności elementu belkowego (wzór 4.24) i elementów ciężnowych (wzory 4.34 i 4.35) pozwala zapisać typową dla metody elementów skończonych macierz sztywności całej konstrukcji masztu. Macierz ta może być wykorzystana do wyznaczenia zależności między siłami a przemieszczeniami węzłowymi [153].

W analizie liniowej w ujęciu metody elementów skończonych zależność ta ma postać:

$$K\Delta = \mathbf{R}, \quad (4.39)$$



przy czym:  $\mathbf{K}$  – globalna macierz sztywności całej konstrukcji,  $\Delta$  – uogólniony wektor przemieszczeń węzłów,  $\mathbf{R}$  – uogólniony wektor obciążenia węzłowego [153].

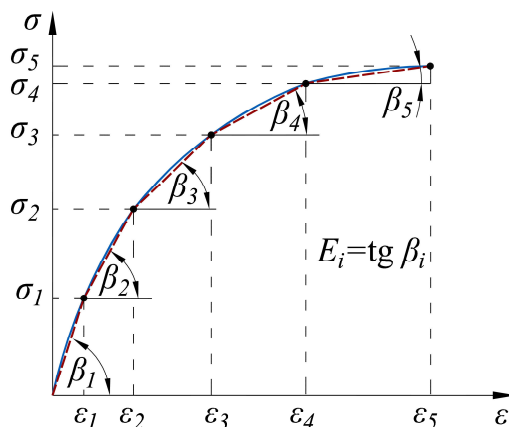
Krzywoliniowy kształt odcinków masztowych powoduje, że ich sztywność na rozciąganie jest nieliniowo zmienna i ściśle zależy od przyłożonego obciążenia. Do opisu stanu równowagi istniejącej między siłami wewnętrznymi a obciążeniem zewnętrznym wykorzystuje się nieliniowy układ równań typu [153]:

$$f(\Delta) = \mathbf{R}. \quad (4.40)$$

Uzyskanie dokładnego rozwiązania zagadnienia nieliniowego konstrukcji, z wyjątkiem pewnych stosunkowo prostych przypadków, jest niemożliwe. W związku z tym, do rozwiązań rzeczywistych konstrukcji nieliniowo odkształcalnych stosuje się w praktyce przybliżone metody numeryczne, przy użyciu technik przyrostowych, iteracyjnych lub iteracyjno-przyrostowych. Bez względu na wybór metody obliczeniowej, w każdym kroku nieliniowa zależność (4.40) jest zastąpiona równaniem zlinearyzowanym (4.39). Niniejszy rozdział zawiera przegląd wybranych metod rozwiązywania konstrukcji w zakresie nieliniowym.

#### 4.4.1. Metoda odcinkowo-liniowa

Najprostszą metodą uwzględniającą właściwości niesprężyste materiału ciągną jest *metoda odcinkowo-liniowa*, w której nieliniowa zależność  $\sigma - \varepsilon$  jest aproksymowana za pomocą linii łamanej, złożonej z prostoliniowych odcinków (rys. 4.10).



Rys. 4.10. Aproksymacja zależności  $\sigma - \varepsilon$  linią łamaną [113]

Charakterystyka liniowa materiału jest wówczas ustalona na podstawie wartości naprężenia w ciągnie [160], przy czym uwzględniając przedziały odkształcenia, zgodnie z rys. 4.10, można je obliczyć ze wzorów podanych w tabl. 4.6 [113]. Warto pamiętać, że w każdym zakresie obciążenia należy stosować odpowiedni moduł sprężystości  $E$  (rys. 4.10).

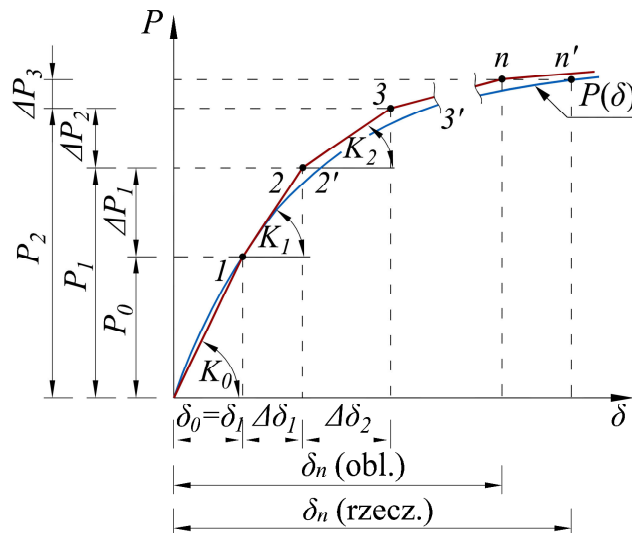
Tablica 4.6. Wzory do wyznaczenia naprężenia w poszczególnych przedziałach odkształcenia [113]

Przedział odkształcenia	Wzór na naprężenie
1	$\sigma = \varepsilon \cdot E_1$
2	$\sigma = \sigma_1 + (\varepsilon - \varepsilon_1) \cdot E_2$
3	$\sigma = \sigma_2 + (\varepsilon - \varepsilon_2) \cdot E_3$
$n$ -ty	$\sigma = \sigma_{n-1} + (\varepsilon - \varepsilon_{n-1}) \cdot E_n$

Podstawowym mankamentem tej metody jest konieczność obserwowania punktów załamania na krzywej  $\sigma - \varepsilon$ , co jest niezbędne do określenia modułu sprężystości  $E$ . Zastąpienie rzeczywistej zależności  $\sigma - \varepsilon$  linią łamaną wykorzystano np. w pracy [173].

#### 4.4.2. Metoda przyrostowa

Jedną z najbardziej popularnych metod rozwiązywania wielu nieliniowych problemów mechaniki konstrukcji jest *metoda przyrostowa*. Istotą tej metody jest podział obciążenia  $P$  na  $n$  niewielkich, na ogół równych części nazywanych przyrostami. Ustalenie poszukiwanej zależności  $P(\delta)$  w obszarze  $(0, P)$  opiera się zatem na przykładaniu następujących po sobie przyrostów obciążenia  $\Delta P_i$  i znalezieniu odpowiadających im przyrostów przemieszczeń  $\Delta \delta_i$ . Różnice między poszczególnymi przyrostami  $\Delta P_i$  są stosunkowo małe i z tego powodu w obszarze pojedynczego przyrostu można przyjąć liniową relację  $P(\delta)$ . Oznacza to, że nieliniowa zależność między obciążeniem a przemieszczeniem może być zdefiniowana jako zbiór następujących po sobie zależności liniowych [172] (rys. 4.11).



Rys. 4.11. Interpretacja procedury przyrostowej [172]

W każdym  $i$ -tym przyroście obciążenia jest przeprowadzany cykl obliczeniowy, pozwalający na wyznaczenie aktualnej sztywności układu. Punktem wyjścia jest znajomość macierzy  $K_{i-1}$  i  $K_{i-1}^{NL}$  z poprzedniego cyklu, które służą do określenia macierzy  $K_i$  [172]:

$$K_i = K_{i-1} + K_{i-1}^{NL}. \quad (4.41)$$

Dalej zakłada się przyrost obciążenia

$$\Delta P_i = P_i - P_{i-1}, \quad (4.42)$$

a także oblicza się przyrost przemieszczeń z równania:

$$\Delta \delta_i = K_i^{-1} \Delta P_i. \quad (4.43)$$

Kolejno ustala się przemieszczenia po  $i$ -tym cyklu

$$\delta_{i+1} = \delta_i + \Delta \delta_i, \quad (4.44)$$

które są wykorzystywane do obliczenia macierzy zmiany sztywności  $K_i^{NL}$ , umożliwiającej określenie sztywności konstrukcji w kolejnym kroku iteracyjnym (wzór 4.45).

$$K_{i+1} = K_i + K_i^{NL}. \quad (4.45)$$

Powyższy algorytm obliczeniowy, powtarzany w dalszych cyklach, pozwala na uzyskanie rozwiązania przybliżonego, obarczonego pewnym błędem. Jak można zauważyć na rys. 4.11, położenie linii łamanej 1,2,3,... $n$  nie jest zgodne z położeniem rzeczywistej zależności  $P(\delta)$ . Dlatego w tej metodzie zaleca się stosować niewielkie przyrosty obciążeń, co pozwala na osiągnięcie lepszej dokładności obliczeń.

Lepszą zbieżność rozwiązania uzyskuje się stosując *zmodyfikowaną metodę przyrostową* (nazywaną *metodą Rungego-Kutty*). W obrębie jednego przyrostu  $\Delta P_i$  przeprowadza się dwa cykle obliczeniowe. Pierwszy cykl obliczeniowy, który jest wykonywany do połowy przyrostu obciążenia  $0,5\Delta P_i$ , rozpoczyna się macierzą  $K_i$  z poprzedniego cyklu [172]. Na tej podstawie oblicza się przyrost przemieszczeń

$$\Delta \delta_{i-0,5} = K_i^{-1} 0,5\Delta P_i, \quad (4.46)$$

co pozwala na wyznaczenie wartości przemieszczeń

$$\delta_{i-0,5} = \delta_{i-1} + \Delta \delta_{i-0,5}, \quad (4.47)$$

a także przyrost sztywności od nieliniowości  $K_i^{NL}$  po pierwszym cyklu. Znając

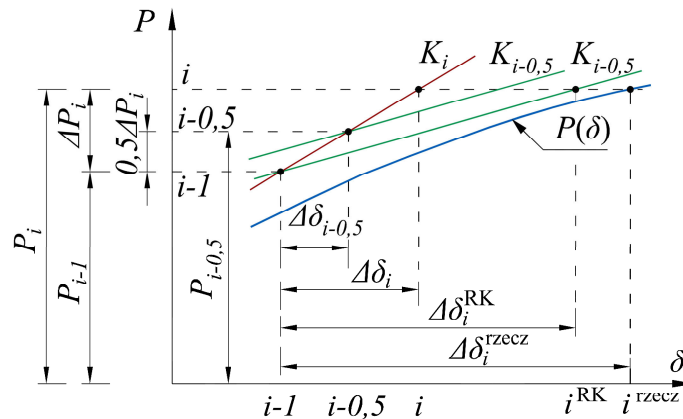
$$K_{i-0,5} = K_i + K_i^{NL}, \quad (4.48)$$

można teraz przejść do drugiego cyklu. Korzystając z macierzy podanej we wzorze 4.48 oraz przyrostu obciążenia  $\Delta P_i$  ustala się przyrost przemieszczeń  $\Delta \delta_i^{RK}$  i przemieszczenie  $\delta_i^{RK}$ , które wynoszą odpowiednio [172]:

$$\Delta \delta_i^{RK} = K_{i-0,5}^{-1} \Delta P_i, \quad (4.49)$$

oraz

$$\delta_i^{RK} = \delta_{i-1} + \Delta\delta_i^{RK} . \quad (4.50)$$

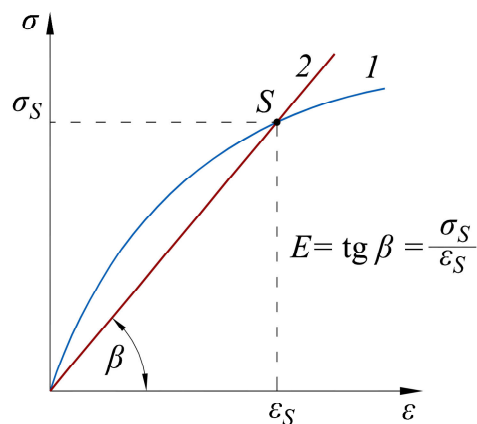


Rys. 4.12. Interpretacja zmodyfikowanej metody przyrostowej [172]

Zastosowana modyfikacja metody przyrostowej pozwala na uzyskanie lepszej zbieżności rozwiązania i jest zalecana w przypadku dużych przyrostów obciążenia  $\Delta P_i$ . Z algorytmu obliczeniowego i rys. 4.12 widać, że poszukiwanym rozwiązaniem jest tutaj przyrost przemieszczeń, a nie same przemieszczenia [172].

#### 4.4.3. Metoda kolejnych przybliżeń

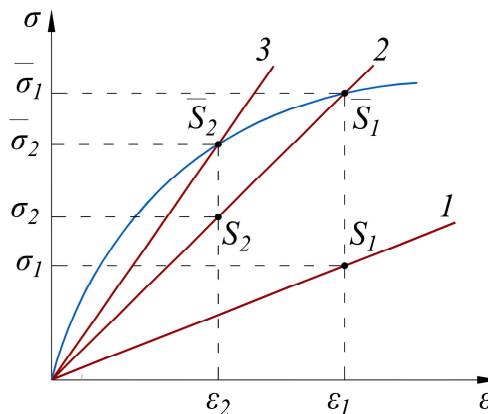
Jedną ze znanych i prostych metod jest *metoda siecznych*, nazywana też *metodą kolejnych przybliżeń* [113, 153, 160, 163]. W metodzie tej w pełni wykorzystuje się nieliniową zależność  $\sigma - \varepsilon$  elementu ciągnowego, bez użycia dodatkowych uproszczeń. Docelowo należy przeprowadzić kilka kolejnych przybliżeń w celu znalezienia punktu  $S$  na krzywej doświadczalnej  $\sigma(\varepsilon)$ , będącego rozwiązaniem fizycznie nieliniowego równania ciągnia. Ten sam punkt  $S$  można uzyskać z rozwiązania liniowego (prosta 2) stosując sieczny moduł sprężystości  $E$  (rys. 4.13).



Rys. 4.13. Interpretacja geometryczna rozwiązania liniowego i nieliniowego [153, 160, 163]

Początkowo położenie punktu  $S$  na krzywej  $\sigma - \varepsilon$  jest nieznane, a zatem nie ma możliwości określenia na wstępie siecznego współczynnika sprężystości. Rozwiązanie tego problemu można jednak łatwo znaleźć na drodze kolejnych przybliżeń (rys. 4.14) [113, 153, 163]:

1. Przyjęcie dowolnej wartości współczynnika sprężystości  $E_1$  (prosta 1), dla której na podstawie równania cięgna, należy znaleźć siłę naciągu cięgna  $N_1$ , naprężenie  $\sigma_1 = N_1/A$  i odkształcenie  $\varepsilon_1 = \sigma_1/E_1$ . Pierwsze przybliżenie równania uzyskuje się przez zaznaczenie na prostej 1 punktu  $S_1$ , określonego przez współrzędne  $\sigma_1$  i  $\varepsilon_1$ . Znając położenie  $\varepsilon_1$  na osi odciętych można w prosty sposób ustalić na krzywej  $\sigma - \varepsilon$  położenie punktu  $\bar{S}_1$  i odpowiadającą na osi rzędnej wartość naprężenia  $\bar{\sigma}_1$ .
2. Sieczny współczynnik sprężystości w drugim przybliżeniu jest zatem równy  $E_2 = \bar{\sigma}_1/\varepsilon_1$  (prosta 2). Dla tej wartości określa się kolejno siłę naciągu  $N_2$ , naprężenie  $\sigma_2$  i odkształcenie  $\varepsilon_2$ , a następnie wyznacza się punkt  $S_2$ , zlokalizowany na prostej 2. Dla znanej odciętej  $\varepsilon_2$  należy wyznaczyć z równania  $\sigma = f(\varepsilon)$  położenie punktu  $\bar{S}_2$  i odpowiadającą na osi rzędnych wartość naprężenia  $\bar{\sigma}_2$ .
3. W trzecim przybliżeniu wartość współczynnika sprężystości określa się jako  $E_3 = \bar{\sigma}_2/\varepsilon_2$  (prosta 3). Dalsze czynności powtarza się analogicznie jak w przypadku poprzednich iteracji, aż do uzyskania zbieżności rozwiązania.



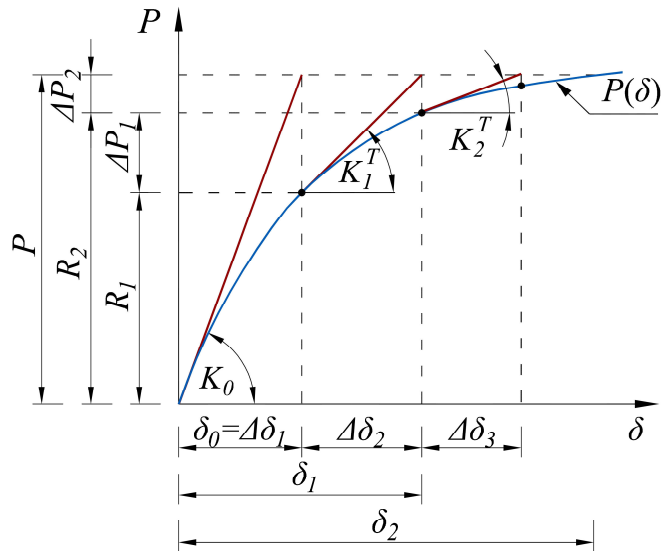
Rys. 4.14. Rozwiązanie zagadnienia nieliniowego metodą siecznych [113, 160, 163]

Omawiana metoda pozwala na znalezienie poszukiwanej wartości już po kilku przybliżeniach. Rozwiązaniem zadania nieliniowego jest wyznaczenie położenia punktu  $S$ , łączącego krzywą 1 i prostą 2 (rys. 4.13).

#### 4.4.4. Metoda Newtona-Raphsona

Jedną z bardziej znanych metod rozwiązywania zagadnień nieliniowych jest *metoda Newtona-Raphsona (metoda stycznych)*. W tej metodzie obciążenie w każdym cyklu iteracyjnym jest w całości przykładane do konstrukcji [172] (rys. 4.15). W poszczególnych iteracjach stosuje

się styczne macierze sztywności i na podstawie uzyskanych rozwiązań sprawdza się warunki równowagi ustroju. Postępowanie to prowadzi do powstania tzw. sił niezrównoważonych (residualnych), stanowiących różnicę między siłami wewnętrznymi a obciążeniem zewnętrznym. Uwzględnienie tych sił w następnej iteracji służy do korekty rozwiązania. Algorytm obliczeń jest kontynuowany do czasu osiągnięcia stanu równowagi ustroju z założoną dokładnością [172].



Rys. 4.15. Interpretacja metody Newtona-Raphsona [172]

Jeżeli znane jest obciążenie  $P$ , siła niezrównoważona  $\Delta P_{i-1}$  i przemieszczenie  $\delta_{i-1}$  z poprzedniej iteracji to algorytm obliczeniowy w  $i$ -tej iteracji składa się z kilku czynności:

- obliczenie stycznej macierzy sztywności

$$K_{i-1}^T = \frac{dP(\delta)}{d\delta}, \quad (4.51)$$

- wyznaczenie przyrostu przemieszczeń

$$\Delta \delta_i = (K_{i-1}^T)^{-1} \Delta P_{i-1}, \quad (4.52)$$

- określenie aktualnych przemieszczeń

$$\delta_i = \delta_{i-1} + \Delta \delta_i, \quad (4.53)$$

- obliczenie sił węzłowych

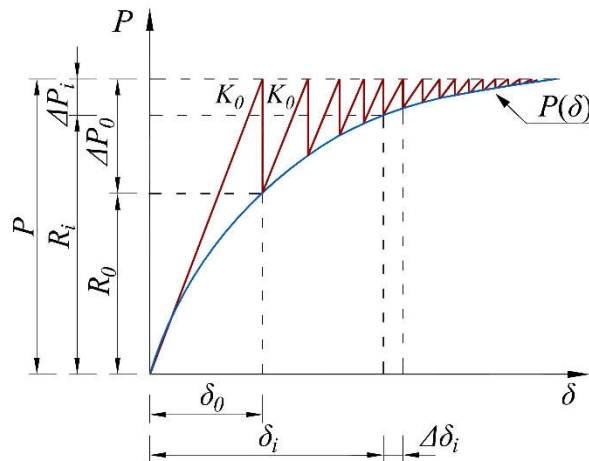
$$R_i = K_i(\delta_i)\delta_i, \quad (4.54)$$

- wyznaczenie sił niezrównoważonych

$$\Delta P_i = P - R_i. \quad (4.55)$$

Zbieżność dla danej iteracji uzyskuje się, wtedy gdy wartości sił niezrównoważonych są mniejsze niż założona dokładność rozwiązania. Wówczas przerywa się proces obliczeniowy, przyjmując do dalszej analizy wyniki z ostatniej iteracji. Przy braku zbieżności dla danej iteracji obliczenia są kontynuowane w kolejnej iteracji.

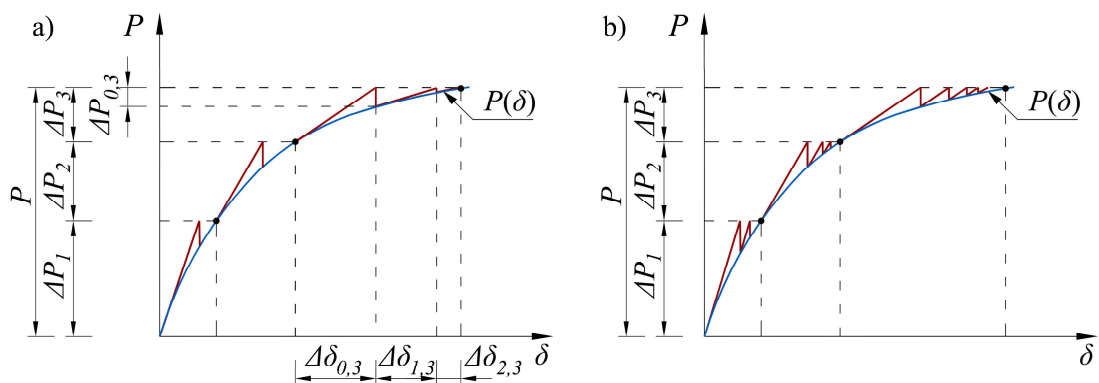
Pewnym uproszczeniem tej metody jest tzw. *zmodyfikowana metoda Newtona-Raphsona* (rys. 4.16), w której obliczenia dla każdej iteracji są przeprowadzane na podstawie początkowej macierzy sztywności  $K_0$ , stałej we wszystkich iteracjach. W ten sposób nie ma konieczności aktualizowania macierzy sztywności w każdym cyklu obliczeniowym, przy czym zmiana ta zwiększa liczbę iteracji. Pewną wadą tej metody jest mniejsza dokładność rozwiązania w stosunku do standardowej metody Newtona-Raphsona.



Rys. 4.16. Geometryczna interpretacja zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona [172]

#### 4.4.5. Metoda mieszana

*Metoda mieszana* powstała w wyniku połączenia zalet metody przyrostowej i iteracyjnej. W tej metodzie zakłada się podział obciążenia na niewielkie przyrosty  $\Delta P_i$ , w obrębie których znalezienie stanu równowagi ustroju odbywa się przy wykorzystaniu procesu iteracyjnego. Im więcej iteracji w tym procesie tym większa jest dokładność rozwiązania. Cykl ten jest powtarzany wielokrotnie, aż do osiągnięcia położenia równowagi, uzyskanej po przyłożeniu do konstrukcji ostatecznej wielkości obciążenia statycznego. W podstawowej wersji tej metody przyjmuje się zmienną macierz sztywności (rys. 4.17a), a w zmodyfikowanej – stałą macierz  $K_0^i$  określoną na początku każdego cyklu (rys. 4.17b) [172].



Rys. 4.17. Geometryczna interpretacja metody mieszanej a) wykorzystanie stałej macierzy sztywności b) wykorzystanie stycznej macierzy sztywności [172]

Zastosowanie metody mieszanej minimalizuje nadmierne błędy, które mogą pojawić się w przypadku dużych przyrostów  $\Delta P_i$ . W przypadku analizy konstrukcji z uwzględnieniem zarówno nieliniowości geometrycznej, jak i fizycznej korzystnym rozwiązaniem jest wykorzystanie do obliczeń zmodyfikowanej metody mieszanej ze stałą macierzą w obrębie każdego przyrostu  $\Delta P_i$  [172].

#### **4.5. Zastosowanie programu SOFiSTiK w analizie nieliniowej konstrukcji masztowej**

Obecnie na rynku dostępnych jest kilka wyspecjalizowanych pakietów obliczeniowych opartych na MES, które mogą być wykorzystane zarówno do analizy statycznej, dynamicznej, jak i do rozwiązania problemów stateczności złożonych konstrukcji inżynierskich. Są to m.in. ABAQUS, ADINA, ANSYS, SOFiSTiK, FEMAP, ROBOT. Niektóre z nich mają możliwość poszerzenia oprogramowania, poprzez wprowadzenie własnych procedur numerycznych.

W niniejszej pracy do przeprowadzenia analiz numerycznych masztów z odciągami, z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i fizycznej, wykorzystano środowisko systemu SOFiSTiK [247]. Program ten umożliwia między innymi w pełni nieliniową analizę konstrukcji prętowo-ciężnowych opartą na MES. Składa się on z kilku modułów wzajemnie ze sobą powiązanych poprzez wspólną bazę danych (CDBase). Do zapewnienia bezpośredniej współpracy między poszczególnymi modułami wykorzystywana jest platforma SOFiSTiK *Structural Desktop* (SSD). Opierając się na wbudowanej, specjalistycznej bazie norm można łatwo zauważyć, że program ten jest dedykowany głównie do rozwiązywania zagadnień w obszarze budownictwa [31]. Zależnie od rozpatrywanego typu konstrukcji wykorzystuje się moduły odpowiedzialne za:

- przyjęcie wstępnych założeń (PREPROCESSING),
- przeprowadzenie obliczeń (PROCESSING),
- prezentację i dalsze przetwarzanie uzyskanych wyników (POSTPROCESSING).

Opis konstrukcji najlepiej wykonać wykorzystując edytor tekstowy TEDDY, w którym za pomocą kodu tekstowego (CANDIP) w formacie alfanumerycznym definiuje się wszystkie parametry konstrukcji. W module AQUA, przeznaczonym do definicji cech materiałowych i przekrojów należy sprecyzować, w jakim zakresie pracuje element ciężnowy. W przypadku analizy w zakresie liniowo-sprężystym zakłada się stałą wartość współczynnika sprężystości liny (przyjęto na podstawie badań doświadczalnych liny  $E = 158$  GPa). W przypadku wyboru analizy w zakresie sprężysto-plastycznym, za pomocą komendy SSLA (Stress-strain curves) wprowadza się krzywoliniową zależność  $\sigma - \varepsilon$  liny poprzez definicję współrzędnych maksymalnie



20 punktów (naprężenia – SIG w [N/mm<sup>2</sup>], odkształcenia – EPS w [%]). W module SOFIMSHA opisywana jest geometria konstrukcji.

Definiuje się globalny układ współrzędnych (np. układ przestrzenny), wprowadza grupy elementów, definiuje węzły i warunki brzegowe. W przypadku elementów ciągnowych – podaje się podział na  $n$ - elementów składowych (w przykładach obliczeń zastosowano podział na 30 elementów). W module SOFILOAD definiowane jest obciążenie elementów konstrukcji. Osobno należy podać ciężar własny odciągów, sprężenie odciągów, inne obciążenia oraz ewentualnie odciążenie. Obliczenia przeprowadzane są w module ASE na podstawie zadeklarowanych kombinacji obciążeń. W przypadku konstrukcji z cięgnami – w pierwszym module ASE należy uwzględnić ciężar własny konstrukcji oraz wstępne sprężenie cięgien. Jest to moduł główny, bazowy do dalszych kombinacji. Należy wybrać odpowiedni typ analizy. W przypadku konstrukcji z elementami cięgien najlepiej jest przyjąć TH3 – odpowiednik klasycznej teorii II rzędu. Rozwiązanie zagadnienia geometrycznie nieliniowego jest możliwe w programie na drodze iteracyjnej. Wykorzystuje się zmodyfikowaną metodę Newtona-Raphsona (metoda iteracyjno-przyrostowa), w której przyjmuje się początkową macierz sztywności  $K_0$  – stałą we wszystkich iteracjach, a szybkość znalezienia rozwiązania jest zwiększona dzięki zastosowaniu metody Crisfielda. W module ASE należy podać m.in. liczbę iteracji, przyrost zadawanego obciążenia oraz dokładność rozwiązania. W celu aktywacji obliczeń cięgien w zakresie sprężysto-plastycznym należy wprowadzić komendę NSTR (Non-linear stress and strain). Informacje dotyczące możliwości przeprowadzenia analizy konstrukcji w systemie SOFiSTiK są zawarte w instrukcjach do programu, przykładach obliczeniowych dostępnych w literaturze i przestrzeni internetowej, jak również w specjalistycznych publikacjach m.in. [31, 142].

## 5. PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ

Na podstawie przedstawionych metod analizy konstrukcji masztowej (pkt. 4.4) i wykonanych badań doświadczalnych (rozdz. 3), przeprowadzono analizy numeryczne realnych konstrukcji masztów z odciągami, przy uwzględnieniu zarówno geometrycznej, jak i fizycznej nieliniowości odciągów. W tym rozdziale zaprezentowano kilka wybranych przykładów obliczeniowych wykonanych w programie SOFiSTiK Structural Desktop [247], z użyciem Metody Elementów Skończonych.

### 5.1. Wybrane przykłady testowe obliczeń pojedynczego cięga

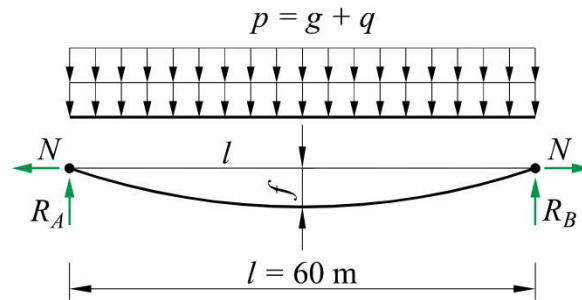
Testy sprawdzające możliwość wykorzystania środowiska SOFiSTiK do nieliniowej analizy statycznej konstrukcji masztowych i sprawdzenia poprawności opracowanego modelu obliczeniowego cięga rozpoczęto od wykonania przykładów obliczeniowych pojedynczego cięga, zarówno w zakresie liniowo-sprężystym jak i niesprężystym. W pierwszym przypadku cięga charakteryzuje się liniowym przebiegiem zależności  $\sigma - \varepsilon$ , przyjęto zatem do obliczeń stałą wartość współczynnika sprężystości liny  $E = 158$  GPa. Wartość ta ustalona jest na podstawie badań doświadczalnych, opisanych w pkt. 3.4. Drugi przypadek odnosi się do nieliniowej analizy cięga bez wstępnego przeciągnięcia, charakteryzującego się nieliniową zależnością  $\sigma - \varepsilon$ , również uzyskaną na podstawie badań doświadczalnych, przeprowadzonych na linie PG-40 firmy Pfeifer. Wyniki uzyskane w programie SOFiSTiK zostały skonfrontowane z wynikami obliczeń analitycznych, z użyciem przybliżonego równania cięga oraz wynikami z programu MAST autorstwa prof. Szymona Pałkowskiego.

#### 5.1.1. Pojedyncze cięgno o cięciwie poziomej w zakresie sprężysto-plastycznym

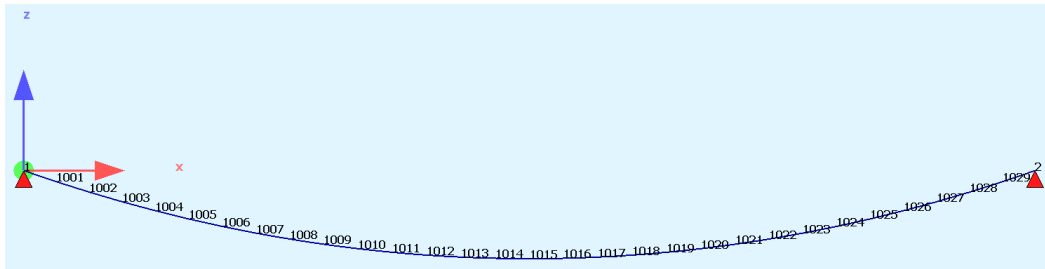
Dane jest cięgno poziome o rozpiętości  $l = 60$  m, obciążone ciężarem własnym  $g = 1,0$  kN/m i zmiennym obciążeniem użytkowym  $q = 1,0 \div 3,0$  kN/m, jak pokazano na rys. 5.1. Należy obliczyć i porównać siłę naciągu  $N$  w odciągu w stanie sprężystym i niesprężystym w dwóch etapach:

- cięgno poddane całkowitemu obciążeniu  $p = g + q$ ,
- cięgno odciążone – do ciężaru własnego  $p_1 = g$ , po usunięciu ciężaru użytkowego  $q$ .

Początkowa długość cięga  $s_0$  jest równa rozpiętości cięga  $l = 60,0$  m. Jego pole powierzchni wynosi  $A = 2,37$  cm<sup>2</sup>, a średnica  $d = 20,1$  mm. W programie SOFiSTiK element cięgowy został podzielony na 30 elementów skończonych (rys. 5.2).



Rys. 5.1. Schemat statyczny cięgna pod wpływem obciążenia  $g$  i  $q$



Rys. 5.2. Model cięgna poziomego w programie SOFiSTiK pod obciążeniem  $g$  i  $q$

### Wyniki analizy

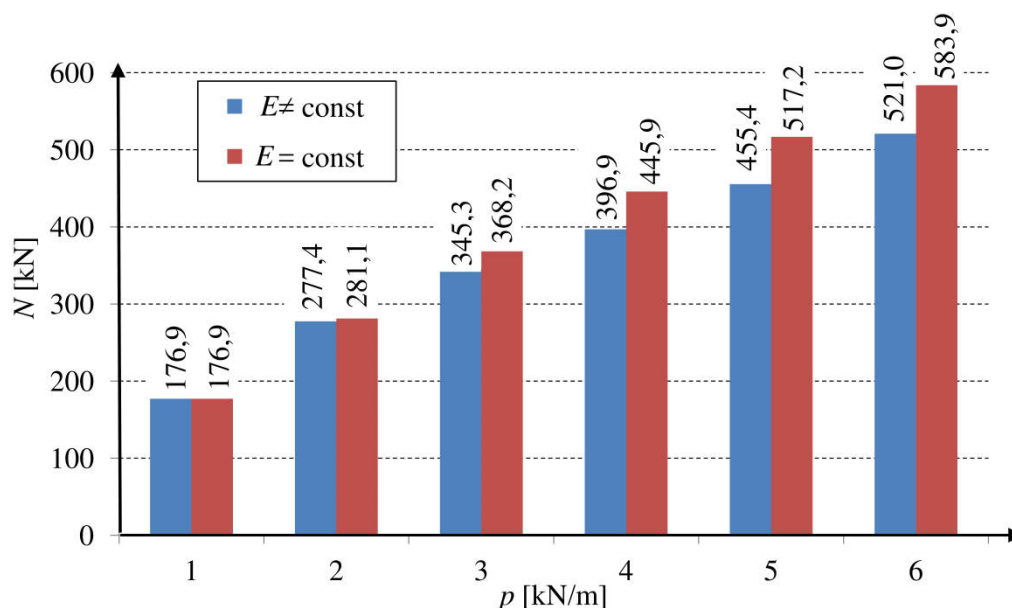
Uzyskane wyniki siły w cięgni  $N$  w dwóch etapach przedstawiono w formie tabelarycznej (tabl. 5.1), przy czym przypadek  $q = 0$  oznacza obciążenie tylko ciężarem własnym  $g$ , a pozostałe przypadki uwzględniają sumę obciążeń  $g + q$  w kolejnych krokach iteracyjnych. Każdorazowo nad kreską zamieszczono wartość naciągu cięgna obliczoną w programie SOFiSTiK, a pod kreską – na podstawie równania cięgna. Wartości sił  $N'$  dotyczą przypadku odciążenia cięgna do ciężaru własnego.

Tablica 5.1. Zestawienie wyników wartości siły  $N$  i  $N'$  w cięgni poziomym w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym

Wartość obciążenia zmiennego $q$ [kN/m]		0	1	2	3
Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )	Siła $N$ [kN] – obciążenie ( $g + q$ )	$\frac{176,9}{177,7}$	$\frac{281,1}{282,2}$	$\frac{368,2}{369,7}$	$\frac{445,9}{447,9}$
	Siła $N'$ [kN] – odciążenie $g$	–	$\frac{177,8}{178,0}$	$\frac{177,8}{178,0}$	$\frac{177,8}{178,0}$
Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )	Siła $N$ [kN] – obciążenie ( $g + q$ )	$\frac{176,9}{177,7}$	$\frac{277,4}{280,2}$	$\frac{347,5}{354,2}$	$\frac{397,9}{405,5}$
	Siła $N'$ [kN] – odciążenie $g$	–	$\frac{178,2}{176,1}$	$\frac{160,1}{163,5}$	$\frac{139,5}{141,9}$

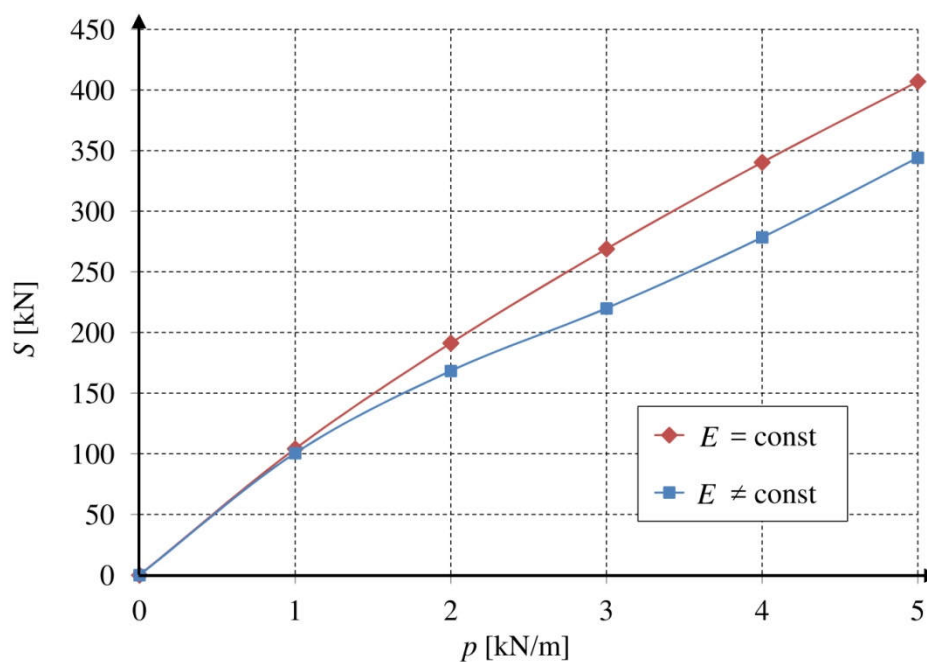
Na rys. 5.3. przedstawiono interpretację graficzną sił w cięgni  $N$  na podstawie obliczeń w programie SOFiSTiK – przy obciążeniu w kolejnych krokach iteracyjnych – od ciężaru

własnego  $g$  do obciążenia użytkowego  $p = g + q$ . Kolorem niebieskim oznaczono wartości sił naciągu  $N$  w cięgnię w stanie niesprężystym, a kolorem czerwonym – w stanie liniowo-sprężystym.



Rys. 5.3. Zestawienie graficzne sił naciągu  $N$  w cięgnię w dwóch stanach obciążenia w stanie niesprężystym (kolor niebieski) i w stanie liniowo-sprężystym (kolor czerwony)

Graficzną zależność pomiędzy zadaniem obciążeniem, a naciągiem cięgna  $N$ , obliczonym w programie SOFiSTiK o charakterystyce liniowo-sprężystej i niesprężystej zaprezentowano na rys. 5.4.



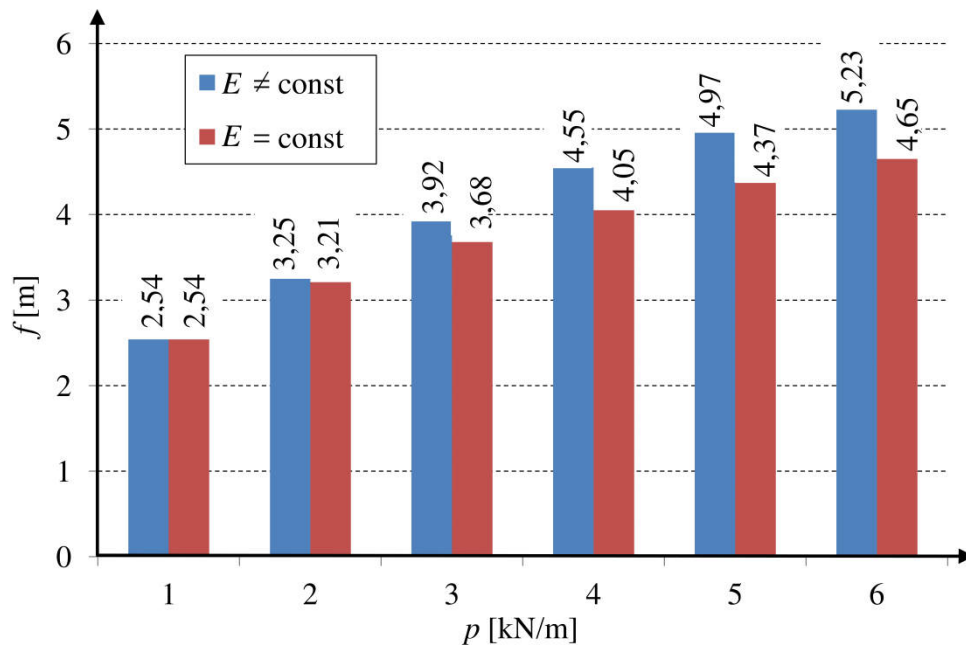
Rys. 5.4. Zmiana siły naciągu  $N$  cięgna [kN] pod wpływem zmiany obciążenia zmiennego  $q$  [kN/m] na podstawie danych z programu SOFiSTiK

W tabl. 5.2 pokazano strzałkę ugięcia  $f$  [m] rozważanego cięga pod wpływem zadanego obciążenia, na podstawie obliczeń wykonanych w programie SOFiSTiK.

Tablica 5.2. Porównanie strzałki zwisu cięga poziomego  $f$  [m] w stanie liniowo-sprężystym i niesprężystym

Wartość obciążenia zmiennego $q$ [kN/m]		0	1	2	3
Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )	$f$ [m] – obciążenie ( $g + q$ )	2,54	3,21	3,68	4,05
	$f'$ [m] – odciążenie $g$	–	2,54	2,54	2,54
Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )	$f$ [m] – obciążenie ( $g + q$ )	2,54	3,25	3,92	4,55
	$f'$ [m] – odciążenie $g$		2,54	2,83	3,25

Wyniki oznaczone jako  $f$  charakteryzują strzałkę zwisu cięga podczas obciążenia, a  $f'$  dotyczą odciążenia cięga do ciężaru własnego. Dodatkowo na rys. 5.5 zilustrowano graficznie zmianę zwisu cięga wskutek zmiany jego obciążenia w stanie niesprężystym (kolor niebieski) i w stanie liniowo-sprężystym (kolor czerwony). Przypadek  $p = 1$  [kN/m] dotyczy obciążenia cięga tylko ciężarem własnym, w pozostałych przypadkach uwzględnia się dodatkowe obciążenie zmienne  $q$  [kN/m].



Rys. 5.5. Zestawienie graficzne zmiany strzałki zwisu cięga  $f$  [m] wskutek zmiany obciążenia  $p$  [kN/m]; na niebiesko – w stanie niesprężystym; na czerwono – w stanie liniowo-sprężystym

### **Wnioski i uwagi końcowe**

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń cięgna o cięciwie poziomej można wyciągnąć kilka interesujących wniosków.

1. Stan sił i odkształceń w cięgnię zależy od przyjętej do obliczeń charakterystyki  $\sigma - \varepsilon$ . Cięgno nowe, wstępnie nieprzeciągnięte, o charakterystyce niesprężystej zachowuje się nieco inaczej, niż to samo cięgno o charakterystyce liniowo-sprężystej, poddane wcześniej obciążeniom rozciągającym (rys. 5.3).
2. Cięgna pracujące w zakresie niesprężystym wraz ze wzrostem obciążenia doznają odkształceń trwałych, które powodują wzrost zwisu i redukcję siły w cięgnię. Oznacza to, że cięgno po odciążeniu w zakresie sprężysto-plastycznym nie wraca do pierwotnej konfiguracji, a jego strzałka zwisu (krzywizna) jest większa niż w przypadku  $E = \text{const}$  (tabl. 5.2 i rys. 5.5).
3. Pewną zaletą cięgien o charakterystyce sprężysto-plastycznej jest możliwość przeniesienia większych obciążeń (kosztem większego zwisu cięgna) w stosunku do obciążeń cięgna o charakterystyce liniowo-sprężystej.
4. W praktyce inżynierskiej cięgna wykorzystywane jako odciały masztów powinny być wstępnie przeciągnięte, ponieważ czynność ta eliminuje zmiany konfiguracji masztu po jego obciążeniu i odciążeniu.
5. Uzyskane w programie SOFiSTiK wartości sił w cięgnię  $N$  (tabl. 5.1) w zakresie liniowo-sprężystym wykazują bardzo dobrą zbieżność w stosunku do obliczeń na podstawie równania cięgna przedstawionego w pkt. 2.7.2 (różnice mniejsze niż 1%). W analizie nieliniowej różnice wartości sił w cięgnię są nieco większe i sięgają 2%. Przyczyną różnic może być przyjęcie odmiennych modeli obliczeniowych cięgna w programie SOFiSTiK i w obliczeniach opartych na przybliżonym równaniu cięgna. Ponadto w obu przypadkach mają zastosowanie różne metody iteracyjne rozwiązania zagadnienia geometrycznej i fizycznej nieliniowości cięgna.

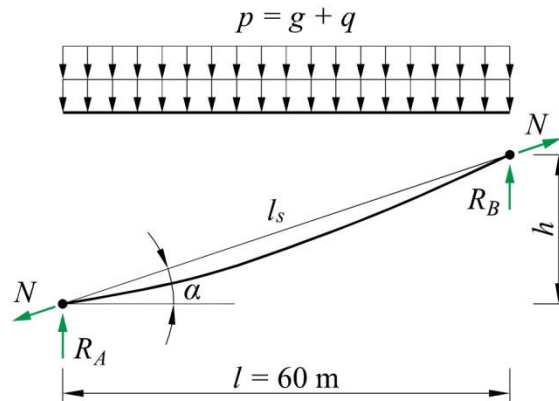
#### **5.1.2. Pojedyncze cięgno o cięciwie ukośnej w zakresie sprężysto-plastycznym**

Rozpatrzmy cięgno o cięciwie ukośnej o rozpiętości  $l_s = 60$  m, obciążone w sposób ciągły równomierny (rys. 5.6), w czterech wariantach nachylenia cięciwy do poziomu ( $\alpha = 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ$ ). Należy wyznaczyć maksymalną wartość siły w cięgnię i wartość strzałki zwisu w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym w trzech stanach obciążenia:

- obciążenie cięgna jedynie ciężarem własnym  $g = 1,0$  kN/m,

- całkowite obciążenie ciężna  $p = g + q$  (dodanie do ciężaru własnego dodatkowego obciążenia użytkowego  $q = 1,0 \div 5,0$  kN/m),
- odciążenie ciężna do ciężaru własnego  $g' = 1,0$  kN/m poprzez „usunięcie” obciążenia zmiennego  $q$ .

Parametry geometryczne ciężna przyjęto analogicznie jak w przykładzie 1. Zastosowano podział ciężna na 30 elementów skończonych.



Rys. 5.6. Schemat statyczny ciężna ukośnego pod wpływem obciążenia  $g$  i  $q$

### Wyniki analizy

W tabl. 5.3 zestawiono wartości naciągu  $N$  ciężna obliczone w programie SOFiSTiK. Dodatkowo, dla  $\alpha = 45^\circ$ , pod kreską podano wyniki obliczeń uzyskane metodą analityczną na podstawie równania ciężna. W przypadku ciężen nachylonych pod większym kątem ( $\alpha > 45^\circ$ ) z równania ciężna otrzymuje się mniej dokładne wyniki i dlatego pominięto je w tej tablicy.

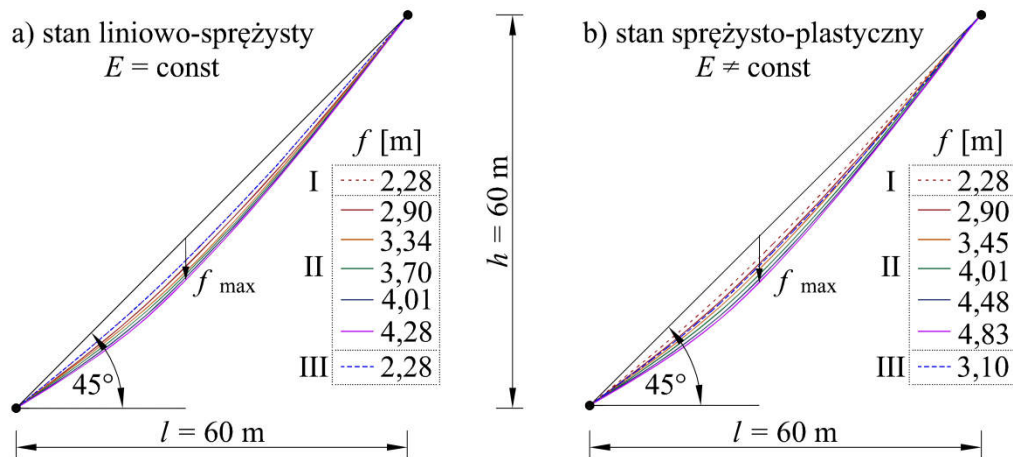
Tablica 5.3. Obliczone wartości naciągu  $N$  [kN] w ciężnie ukośnym

$\alpha = 45^\circ$						
Wartość obciążenia zmiennego $q$ [kN/m]		1	2	3	4	5
Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	$\frac{223,3}{223,9}$	$\frac{293,3}{293,5}$	$\frac{356,2}{355,5}$	$\frac{414,3}{412,5}$	$\frac{464,8}{465,8}$
	Odciążenie $g'$	$\frac{140,7}{141,2}$	$\frac{140,7}{141,2}$	$\frac{140,7}{141,2}$	$\frac{140,7}{141,2}$	$\frac{140,7}{141,2}$
Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	$\frac{222,7}{226,3}$	$\frac{285,5}{290,2}$	$\frac{339,4}{342,9}$	$\frac{381,6}{385,2}$	$\frac{409,9}{411,8}$
	Odciążenie $g'$	$\frac{145,6}{143,6}$	$\frac{136,8}{138,3}$	$\frac{127,7}{129,7}$	$\frac{115,8}{117,8}$	$\frac{102,3}{100,2}$

$\alpha = 50^\circ$						
Wartość obciążenia zmiennego $q$ [kN/m]		1	2	3	4	5
Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	210,3	276,6	333,4	388,1	439,6
	Odciążenie $g'$	131,5	131,5	131,5	131,5	131,5
Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	211,6	273,6	318,0	364,5	400,1
	Odciążenie $g'$	144,1	128,8	118,4	108,1	100,4
$\alpha = 55^\circ$						
Wartość obciążenia zmiennego $q$ [kN/m]		1	2	3	4	5
Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	196,0	258,5	315,1	367,8	407,7
	Odciążenie $g'$	123,1	123,1	123,1	123,1	123,1
Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	195,8	254,9	304,1	337,5	378,2
	Odciążenie $g'$	135,1	121,7	112,8	101,8	95,6
$\alpha = 60^\circ$						
Wartość obciążenia zmiennego $q$ [kN/m]		1	2	3	4	5
Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	180,5	238,7	284,9	332,9	378,4
	Odciążenie $g'$	112,9	112,9	112,9	112,9	112,9
Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )	Obciążenie ( $g + q$ )	180,3	236,5	278,5	316,5	354,9
	Odciążenie $g'$	124,6	113,5	105,4	95,7	89,2

Na rys. 5.7 przedstawiono zmianę krzywizny cięgna w stanie liniowo-sprężystym i sprężysto-plastycznym, przy czym w ramce I oznaczono strzałkę zwisu cięgna tylko od ciężaru własnego  $g = 1,0$  kN/m, w II – przyrost odciążenia zewnętrznego od 1 kN/m do 5 kN/m, a w III – odciążenie do ciężaru własnego  $g'$ . Cięgno jest nachylone do poziomu pod kątem  $45^\circ$ .





Rys. 5.7. Zmiana strzałki zwisu cięgna pod wpływem zmiany obciążenia

Dla porównania w tabl. 5.4 przedstawiono także wartości strzałki ugięcia dla cięgna nachylonego pod kątem  $60^\circ$ , obliczonych w programie SOFiSTiK.

Tablica 5.4. Strzałka zwisu cięgna  $f$  [m] w stanie liniowo-sprężystym i niesprężystym nachylonego do poziomu pod kątem  $60^\circ$

Wartość obciążenia zmiennego $q$ [kN/m]		0	1	2	3	4	5
Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )	$f$ [m] – obciążenie ( $g + q$ )	2,07	2,65	3,07	3,42	3,72	4,00
	$f'$ [m] – odciążenie $g$	–	2,07	2,07	2,07	2,07	2,07
Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )	$f$ [m] – obciążenie ( $g + q$ )	2,07	2,65	3,10	3,59	4,08	4,48
	$f'$ [m] – odciążenie $g$	–	2,07	2,08	2,26	2,52	2,73

Analogiczne jak w pkt. 5.1.1, zamieszczone w tabl. 5.4 symbole  $f$  oraz  $f'$  oznaczają odpowiednio strzałkę zwisu cięgna podczas jego obciążenia i odciążenia do ciężaru własnego. W przypadku  $q = 0$  [kN/m] uwzględnia się tylko ciężar własny, a w pozostałych przypadkach także przyrost obciążenia zmiennego  $q$ .

### Wnioski

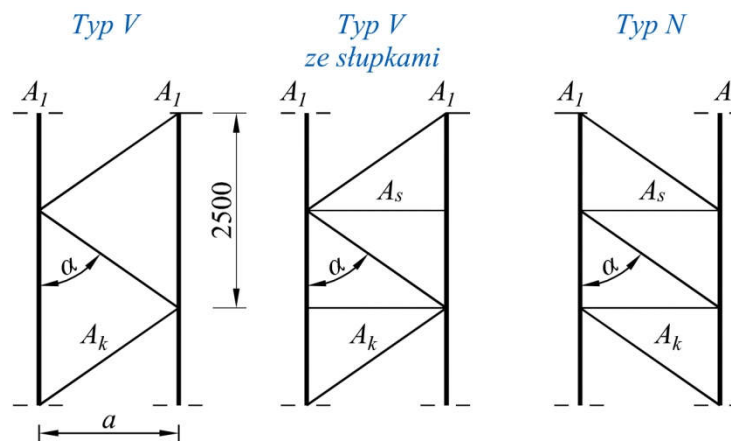
Przeprowadzona analiza parametryczna pozwala na wysunięcie pewnych wniosków.

1. Porównując obliczone wartości siły w cięgnie  $N$  dla  $\alpha = 45^\circ$ , za pomocą programu SOFiSTiK (wartości nad kreską), do wyników obliczeń otrzymanych metodą analityczną na podstawie równania cięgna (pod kreską) można stwierdzić zadowalającą zbieżność obu rozwiązań. W przypadku stanu liniowo-sprężystego ( $E = \text{const}$ ) różnice



wykonano z rur okrągłych  $\varnothing 193,7/10$  mm, a elementy skratowania z rur  $\varnothing 88,9/5$  mm. Trzon masztu jest złożony z 10-metrowych sekcji montażowych, połączonych ze sobą za pomocą połączeń kołnierzowych na śruby M36 klasy 8.8. Odciągi są zamocowane do trzonu na wysokościach: 55 m, 115 m, 175 m i 235 m i są wykonane ze stalowych lin jednozwitych o konstrukcji 1x61. Pierwsze dwa poziomy zostały zaprojektowane z lin stalowych o średnicy  $\varnothing 32$  mm, przekroju  $A = 5,96$  cm<sup>2</sup>, ciężarze własnym  $g = 0,045$  kN/m oraz minimalnej sile zrywającej  $N_{\min} = 823$  kN. Dwa pozostałe poziomy wykonano z lin o średnicy  $\varnothing 36$  mm, przekroju  $A = 7,54$  cm<sup>2</sup>, ciężarze własnym  $g = 0,059$  kN/m i minimalnej sile zrywającej  $N_{\min} = 1040$  kN. Przyjęto moduł sprężystości podłużnej odciągów równy  $E = 160$  GPa. Założone siły wstępne napięcia odciągów na poszczególnych poziomach wynoszą odpowiednio 80 kN (poziomy I i II) i 100 kN (poziomy III i IV).

Opierając się na wnioskach wstępnej analizy statycznej masztu omówionej w pracy [85], przyjęto trzy różne rodzaje skratowania trzonu masztu: A – skratowanie typu V, B – skratowanie typu V z dodatkowymi słupkami, C – skratowanie typu N (rys. 5.9).



Rys. 5.9. Rodzaje skratowania trzonu masztu przyjęte do analizy

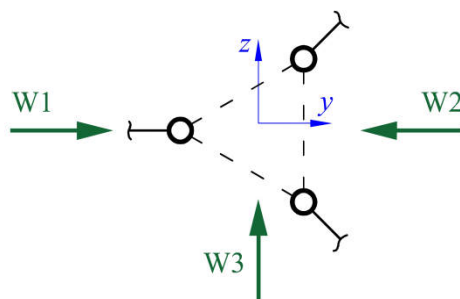
Wartości charakterystyk geometryczno-wytrzymałościowych przekroju zastępczego trzonu masztu dla rozpatrywanych typów skratowania przedstawiono w tabl. 5.5.

Tablica 5.5. Charakterystyki geometryczno-wytrzymałościowe przekroju zastępczego trzonu masztu

Typ skratowania trzonu	A	B	C
Pole powierzchni $A$ [cm <sup>2</sup> ]	173,13	173,13	173,13
Momenty bezwładności $I_y = I_z$ [cm <sup>4</sup> ]	2103530	2103530	2103530
Pole powierzchni na ścinanie trzonu masztu $A_{zy} = A_{zz}$ [cm <sup>2</sup> ]	17,73	17,73	10,15
Moment bezwładności na skręcanie trzonu masztu $I_T$ [cm <sup>4</sup> ]	216513	216513	123019

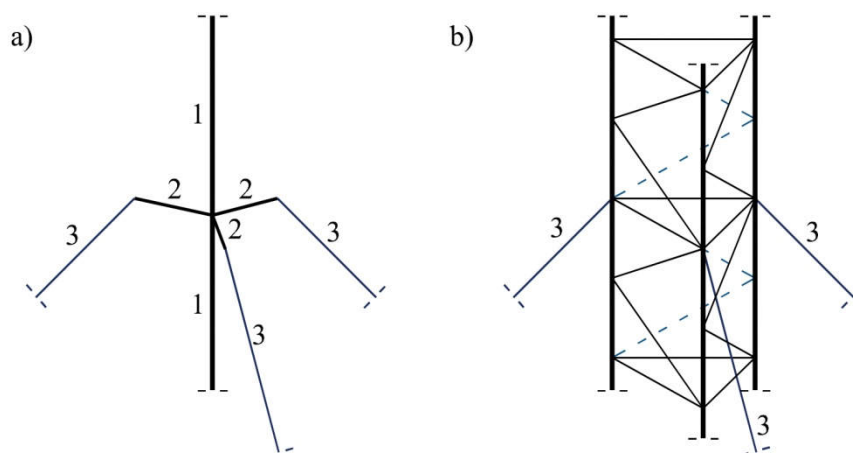
### Obciążenia i założenia przyjęte do analizy

Obciążenie ciężarem własnym elementów konstrukcyjnych trzonu masztu uwzględniono jako siły skupione przyłożone w węzłach konstrukcji, z 10-procentowym naddatkiem. Ciężar własny odciągów został zamodelowany jako obciążenie równomiernie rozłożone na długości elementu ciągnowego. Przyjęto siły wstępnego napięcia odciągów na poszczególnych poziomach zamocowania jako zmianę długości cięgna (skrócenie lub jego wydłużenie). Założono uproszczone oddziaływanie wiatru na konstrukcję w postaci średniego obciążenia wiatrem na wszystkich elementach konstrukcyjnych, zgodnie z [240], z pominięciem obciążenia odcinkowego. Lokalizację masztu przyjęto w 2. strefie obciążenia wiatrem dla terenu Polski, na terenie kategorii II, zgodnie z [236]. Przyjęto, że bazowa wartość ciśnienia prędkości wiatru  $q_b$  jest równa 0,42 kN/m<sup>2</sup>. Konstrukcja spełnia warunki 2. klasy niezawodności, dlatego też wartości współczynników częściowych dla obciążeń stałych i zmiennych wynoszą odpowiednio 1,1 i 1,4 [240]. Do obliczeń przyjęto trzy kierunki wiatru (rys. 5.10) dla trzech rozpatrywanych rodzajów skratowania trzonu masztu.



Rys. 5.10. Kierunki oddziaływania wiatru na maszt [240]

Analizę konstrukcji przeprowadzono dla dwóch modeli obliczeniowych: I – zastępczego, zgodnie z pkt. 4.2.1 i II – dokładnego według pkt. 4.2.2 (rys. 5.11).



Rys. 5.11. Schematy geometryczne trzonu masztu: a) zastępczego, b) dokładnego (1 – trzon masztu, 2 – pręty wirtualne, 3 – odciągi) [146]

Obliczenia statyczne masztu zostały przeprowadzone z uwzględnieniem analizy II rzędu. Każdy odciąg masztu został zamodelowany jako element ciągnowy, podzielony na 30 elementów skończonych.

### Wyniki obliczeń

Określone w analizie numerycznej maksymalne różnice wartości poziomych przemieszczeń trzonu masztu w obu modelach, bez względu na rodzaj skratowania trzonu masztu, były mniejsze niż 1%. W przypadku maksymalnych wartości sił w odciągach uzyskano podobne różnice. W celu porównania dwóch rozpatrywanych modeli MES, dla trzech wybranych rodzajów skratowania, zestawiono maksymalne wartości sił wewnętrznych w krawężnikach (dla wiatru na kierunku W2) (tabl. 5.6) i maksymalne wartości sił ściskających w prętach skratowania trzonu masztu (kierunek wiatru W1, W2, W3) (tabl. 5.7).

Tablica 5.6. Maksymalne wartości sił wewnętrznych w krawężnikach trzonu masztu uzyskane przy użyciu modelu zastępczego i dokładnego, dla trzech rozpatrywanych wariantów skratowania i kierunku wiatru W2

Skratowanie typu A				
Nr przęsła	Model zastępczy	Model dokładny		
	$N_1$ [kN]	$N_1$ [kN]	$M_y$ [kNm]	$M_z$ [kNm]
1	-693,2	-685,4	0,27	0,27
2	-658,1	-651,1	0,19	1,81
3	-517,3	-510,7	0,30	2,01
4	-395,1	-391,1	0,70	1,07
wspornik	-232,9	-225,1	0,94	0,92

Skratowanie typu B				
Nr przęsła	Model zastępczy		Model dokładny	
	$N_1$ [kN]	$N_1$ [kN]	$M_y$ [kNm]	$M_z$ [kNm]
1	-843,2	-828,4	3,39	0,56
2	-811,8	-797,8	3,11	0,66
3	-618,0	-606,9	2,35	2,28
4	-508,8	-500,4	1,25	2,46
wspornik	-313,1	-300,6	0,37	2,46
Skratowanie typu C				
Nr przęsła	Model zastępczy		Model dokładny	
	$N_1$ [kN]	$N_1$ [kN]	$M_y$ [kNm]	$M_z$ [kNm]
1	-842,7	-827,5	1,55	0,79
2	-811,2	-796,7	1,54	0,95
3	-619,1	-606,9	1,53	0,80
4	-509,6	-500,0	2,02	1,39
wspornik	-313,1	-299,8	0,11	2,97

Tablica 5.7. Maksymalne wartości sił ściskających w prętach skratowania trzonu masztu uzyskane przy użyciu modelu zastępczego i dokładnego, dla trzech rozpatrywanych wariantów skratowania i kierunków wiatru W1, W2 i W3 [kN]

Skratowanie typu A						
Nr przęsła	Kierunek wiatru W1		Kierunek wiatru W2		Kierunek wiatru W3	
	Model zastępczy	Model dokładny	Model zastępczy	Model dokładny	Model zastępczy	Model dokładny
1	-14,5	-16,2	-15,0	-16,3	-16,4	-17,7
2	-15,3	-15,5	-15,2	-15,1	-17,4	-18,6
3	-19,5	-21,8	-19,0	-20,6	-22,4	-24,1
4	-19,7	-19,5	-20,5	-20,4	-23,0	-13,1
wspornik	-18,8	-20,7	-18,9	-20,3	-21,7	-23,1
Skratowanie typu B						
Nr przęsła	Kierunek wiatru W1		Kierunek wiatru W2		Kierunek wiatru W3	
	Model zastępczy	Model dokładny	Model zastępczy	Model dokładny	Model zastępczy	Model dokładny
1	-19,5	-29,5	-20,2	-32,1	-22,2	-33,0
2	-20,4	-28,5	-19,8	-29,9	-23,4	-32,0
3	-26,4	-31,8	-26,2	-33,0	-30,2	-36,3
4	-26,2	-28,3	-27,3	-30,0	-31,0	-25,5
wspornik	-25,3	-25,1	-25,5	-26,6	-29,3	-29,7

Skratowanie typu C						
Nr przęsła	Kierunek wiatru W1		Kierunek wiatru W2		Kierunek wiatru W3	
	Model zastępczy	Model dokładny	Model zastępczy	Model dokładny	Model zastępczy	Model dokładny
1	-19,6	-12,8	-20,3	-30,9	-22,4	-20,2
2	-20,6	-28,2	-20,0	-29,8	-23,5	-31,5
3	-26,5	-33,2	-26,4	-34,4	-30,3	-30,8
4	-26,3	-30,3	-27,3	-31,7	-31,3	-35,6
wspornik	-25,4	-25,5	-25,5	-25,9	-29,3	-29,5

Dla celów projektowych przydatne jest określenie wpływu różnych wartości sił wewnętrznych na wyętnienie poszczególnych elementów konstrukcji. Z tego względu w tabl. 5.8 przedstawiono porównanie procentowego wykorzystania warunków nośności krawężników trzonu masztu w przypadku modelu zastępczego i dokładnego. Opierając się na zasadach podanych w [238], w pierwszym z nich uwzględniono ściskanie osiowe z wybozeniem, a w drugim – dodatkowo – zginanie spowodowane występowaniem momentów drugorzędnych. Wyniki analiz częściowo zostały przedstawione w pracy [126, 146].

Tablica 5.8. Wyętnienie krawężników trzonu masztu [%]

Nr przęsła	Model zastępczy			Model dokładny		
	Skratowanie					
	Typ A	Typ B	Typ C	Typ A	Typ B	Typ C
1	36	42	42	36	45	43
2	35	40	40	36	43	42
3	27	31	31	29	34	32
4	21	25	25	22	28	28
wspornik	12	16	16	13	18	18

### ***Uwagi i wnioski***

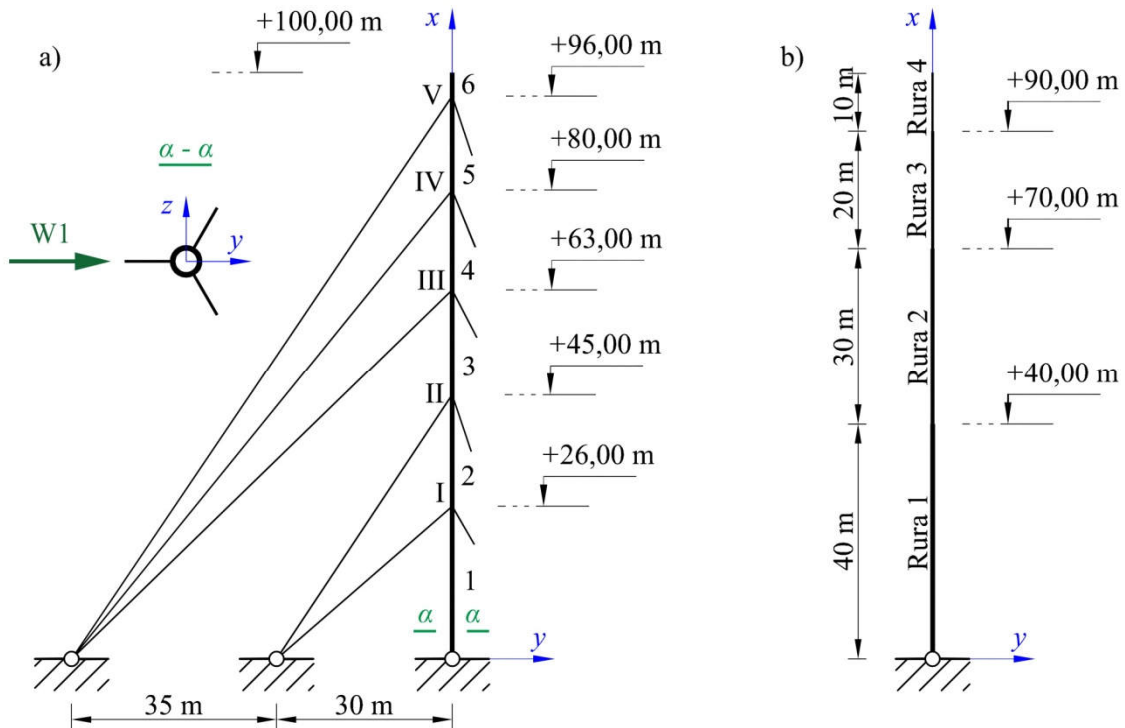
Analiza porównawcza modelu zastępczego i dokładnego prowadzi do interesujących spostrzeżeń.

1. Wyniki obliczeń statycznych przy użyciu obu modeli, podobnie jak w pracach [15, 199], charakteryzują się dobrą zbieżnością. W związku z tym w praktyce inżynierskiej dopuszcza się stosowanie modelu zastępczego, co znacznie upraszcza i skraca czas procesu obliczeniowego, szczególnie w przypadku wysokich masztów z odciągami o dużej liczbie elementów.

2. Największe różnice wartości sił normalnych w krawężnikach trzonu masztu występują w części wspornikowej i dotyczą wariantu skratowania typu C (4,2%). Najmniejsze zaś można zauważyć w przypadku skratowania typu A (maksymalnie 3,3%). W obrębie pozostałych przęseł, bez względu na typ skratowania trzonu, różnice te nie przekraczają 2%.
3. Większe rozbieżności między dwoma modelami można zauważyć w przypadku sił podłużnych w prętach skratowania. Największe różnice tych sił w skratowaniu typu A są równe 12%, w przypadku zaś skratowania typu B i C są one znacznie większe (nawet 50%), przy czym większe wartości tych sił występują na ogół w dokładnym modelu trzonu masztu. Niemniej jednak ważne są tutaj mniejsze różnice między maksymalnymi wartościami sił w prętach skratowania, które są dalej wykorzystywane do zaprojektowania ujednoczonych przekrojów skratowania w całej konstrukcji. W przypadku skratowania typu A w modelu dokładnym uzyskano o 5% większe maksymalne wartości sił podłużnych w skratowaniu w stosunku do wartości tych sił uzyskanych przy użyciu modelu zastępczego. Większe różnice (17%) dotyczą skratowania typu B i C.
4. Przy zastosowaniu skratowania typu A i B, mimo jednakowych charakterystyk geometryczno-wytrzymałościowych przekroju zastępczego trzonu masztu (tabl. 5.5), występują znaczne różnice w wynikach maksymalnych sił wewnętrznych w krawężnikach (tabl. 5.6) i sił normalnych w prętach skratowania (tabl. 5.7) trzonu masztu. Różnice te wynikają z różnych wartości obciążenia konstrukcji masztu wiatrem (skratowanie typu A ma znacznie mniejszy współczynnik wypełnienia  $\varphi$ ).
5. Z porównania wyteżenia krawężników masztu uzyskanych z obu modeli obliczeniowych (tabl. 5.8) można zauważyć, że mimo mniejszych sił podłużnych w modelu dokładnym (tabl. 5.6), ich procentowe wykorzystanie nośności jest zbliżone lub o kilka procent większe w stosunku do modelu zastępczego. Warto podkreślić, że najlepsza zbieżność obu modeli występuje w przypadku skratowania typu A, co wynika z najmniejszej podatności na efekty drugorzędne. Znacznie większe różnice dotyczą skratowania typu B i C, co może być spowodowane większymi różnicami sił w prętach skratowania (tabl. 5.7).
6. Należy zaznaczyć, że z praktycznego punktu widzenia trzon masztu o skratowaniu bezsłupkowym (typu A) jest bardziej ekonomiczny niż pozostałe dwa typy skratowania ze słupkami, co potwierdzają wyniki obliczeń zamieszczone w tabl. 5.8.



### 5.3. Analiza porównawcza masztu rurowego o odciągach z lin wielozwitych 6x19 i jednozwitych 1x37 w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym



Rys. 5.12. Układ konstrukcyjny masztu z zaznaczeniem: a) poziomów zamocowania odciągów, b) zmiany profilu rury stalowej w trzonie masztu

#### Analiza statyczna masztu

W tym przykładzie przyjęto maszt rurowy o wysokości 100 m, służący do pomiaru niezbędnych parametrów wiatru, tj. jego kierunku i prędkości. Maszt jest przytrzymywany na pięciu poziomach odciągami linowymi, umieszczonymi w trzech płaszczyznach pionowych. Kąty nachylenia odciągów wahają się w granicach 41-56°. Wszystkie odciągi zamocowane na wysokościach 26, 45, 63, 80 i 96 m są analizowane w dwóch wariantach jako:

- liny splotowe (dwuzwite), konstrukcji 6x19 WSC o średnicy 20,0 mm z drutów o nominalnej wytrzymałości na rozciąganie 1960 MPa,
- liny jednozwite, konstrukcji 1x37 o średnicy 20,1 mm z drutów o nominalnej wytrzymałości na rozciąganie 1770 MPa.

W pierwszym przypadku wszystkie odciągi zostały wstępnie naciągnięte siłą równą 25 kN, a w drugim siłą 32 kN. Przyjęte wartości sił wstępnego naciągu w obu wariantach stanowią niecałe 9% nominalnych sił zrywających liny. Założono, że oba rodzaje lin odciągowych mogą pracować zarówno w zakresie liniowo-sprężystym, jak i niesprężystym – według charakterystyk przedstawionych na rys. 3.23 i 3.28. Trzon masztu ma zmienny przekrój kołowy wykonany ze stali S355 i składa się z czterech odcinków rur o różnych średnicach i długościach:

- pierwszy odcinek (40 m) z rury  $\varnothing 406,4/14,2$  mm,
- drugi odcinek (30 m) z rury  $\varnothing 355,6/14,2$  mm,
- trzeci odcinek (20 m) z rury  $\varnothing 305,0/11,0$  mm,
- czwarty odcinek (10 m) z rury  $\varnothing 273,0/11,0$  mm.

Parametry geometryczno-wytrzymałościowe lin wykorzystanych do analizy konstrukcji zestawiono w tabl. 5.9.

Tablica 5.9. Parametry geometryczno-wytrzymałościowe liny wielozwitej 6x19 WSC [259] i jednozwitej PG 40 [226]

Dane techniczne liny	6x19 WSC	PG 40
Konstrukcja	6x19	1x37
Nominalna średnica liny [mm]	20,0	20,1
Metaliczny przekrój poprzeczny [mm <sup>2</sup> ]	167,2	237
Ciężar [kg/m]	1,52	1,9
Charakterystyczna siła zrywająca [kN]	283,8	367
Nominalna wytrzymałość na rozciąganie drutów [MPa]	1960	1770
Moduł sprężystości liny [GPa]	130	158

Przyjęto konstrukcję masztu w trzeciej klasie niezawodności, dla której częściowe współczynniki bezpieczeństwa dla oddziaływań stałych i zmiennych wynoszą odpowiednio 1,2 i 1,6. Podobnie jak w pkt 5.2, ciężar własny trzonu masztu uwzględniono w postaci sił skupionych w jego węzłach, a ciężar własny odciągów jako obciążenie równomiernie rozłożone na całej długości. Założono, że maszt znajduje się w Polsce, w III strefie wiatrowej, na terenie kategorii II, zgodnie z [240]. Obliczenia przeprowadzono uwzględniając wartość ciśnienia prędkości wiatru równą  $q_b = 2,54$  kN/m<sup>2</sup> i bazową prędkość wiatru  $v_{b,0} = 150$  m/s. Oddziaływanie wiatru na maszt modelowano jako obciążenie ciągłe, z pominięciem obciążeń odcinkowych dla jednego, wybranego kierunku działania wiatru W1 (rys. 5.12). Nieliniowa analiza statyczna w ujęciu teorii II rzędu została przeprowadzona w programie SOFiSTiK, biorąc pod uwagę odkształconą konfigurację masztu.

### Wyniki analizy

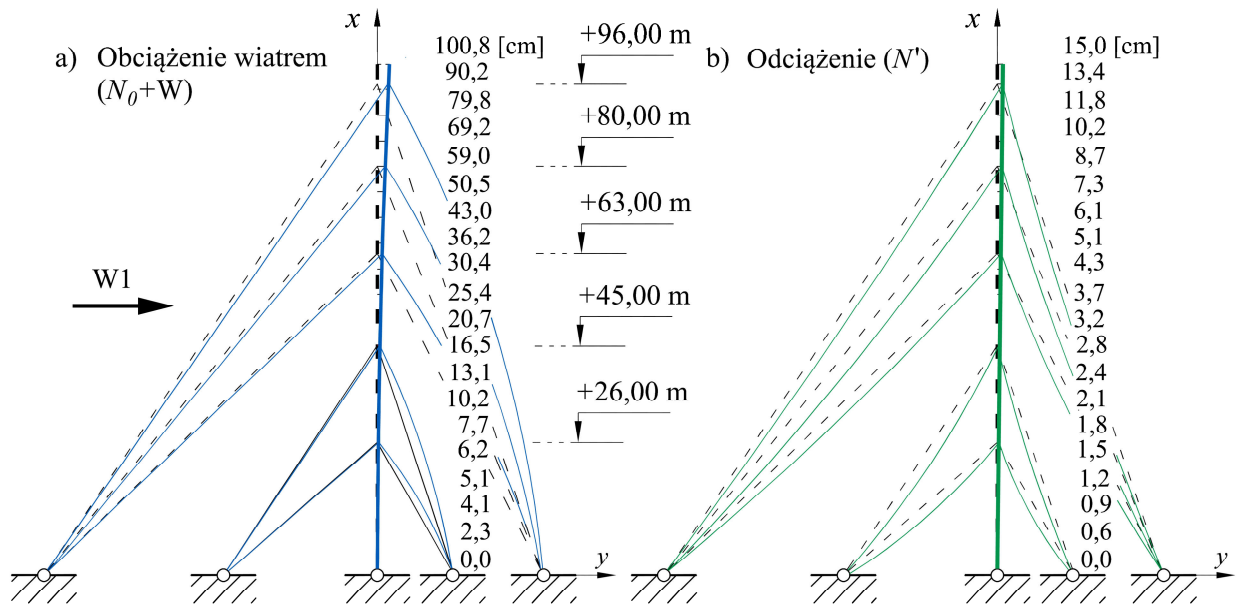
Wyniki obliczeń statycznych masztu w postaci maksymalnych wartości sił w odciągach dla trzech stanów obciążenia zostały zestawione w tabl. 5.10, przy czym  $N_0$  – siła wstępnego

naciągu,  $(N_0 + W)$  – wstępny naciąg ciężna powiększony o obciążenie wiatrem, a  $N'$  – odciążenie odciągów ( $W = 0$ )

Tablica 5.10. Maksymalne wartości sił w odciągach masztu [kN]

Lina	Poziom odciążu	Kierunek wiatru na odciąż	Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
			Wstępny naciąg $N_0$	Obciążenie $(N_0 + W)$	Odciążenie $N'$	Wstępny naciąg $N_0$	Obciążenie $(N_0 + W)$	Odciążenie $N'$
Wielozwita 6x19 WSC	I	0°	25,0	43,8	25,0	25,0	41,5	22,0
		120°	25,0	26,2	25,0	25,0	24,3	22,0
		240°	25,0	26,2	25,0	25,0	24,3	22,0
	II	0°	25,0	54,7	25,0	25,0	51,3	18,5
		120°	25,0	33,0	25,0	25,0	30,0	18,9
		240°	25,0	33,0	25,0	25,0	30,0	18,9
	III	0°	25,0	68,7	25,0	25,0	64,0	15,8
		120°	25,0	43,9	25,0	25,0	39,4	15,4
		240°	25,0	43,9	25,0	25,0	39,4	15,4
	IV	0°	25,0	83,6	25,0	25,0	78,4	13,3
		120°	25,0	49,2	25,0	25,0	43,7	13,4
		240°	25,0	49,2	25,0	25,0	43,7	13,4
	V	0°	25,0	98,1	25,0	25,0	92,5	11,8
		120°	25,0	54,7	25,0	25,0	48,4	11,7
		240°	25,0	54,7	25,0	25,0	48,4	11,7
Jednozwnita PG 40	I	0°	32,0	51,1	32,0	32,0	51,1	32,0
		120°	32,0	32,7	32,0	32,0	32,7	31,9
		240°	32,0	32,7	32,0	32,0	32,7	31,9
	II	0°	32,0	62,6	32,0	32,0	62,5	31,9
		120°	32,0	40,8	32,0	32,0	40,8	32,0
		240°	32,0	40,8	32,0	32,0	40,8	32,7
	III	0°	32,0	78,4	32,0	32,0	78,3	32,7
		120°	32,0	53,4	32,0	32,0	53,2	32,6
		240°	32,0	53,4	32,0	32,0	53,2	32,8
IV	IV	0°	32,0	94,0	32,0	32,0	93,9	32,8
		120°	32,0	59,9	32,0	32,0	59,7	32,9
		240°	32,0	59,9	32,0	32,0	59,7	32,7
	V	0°	32,0	109,4	32,0	32,0	109,3	32,7
		120°	32,0	66,7	32,0	32,0	66,6	32,0
		240°	32,0	66,7	32,0	32,0	66,6	32,0

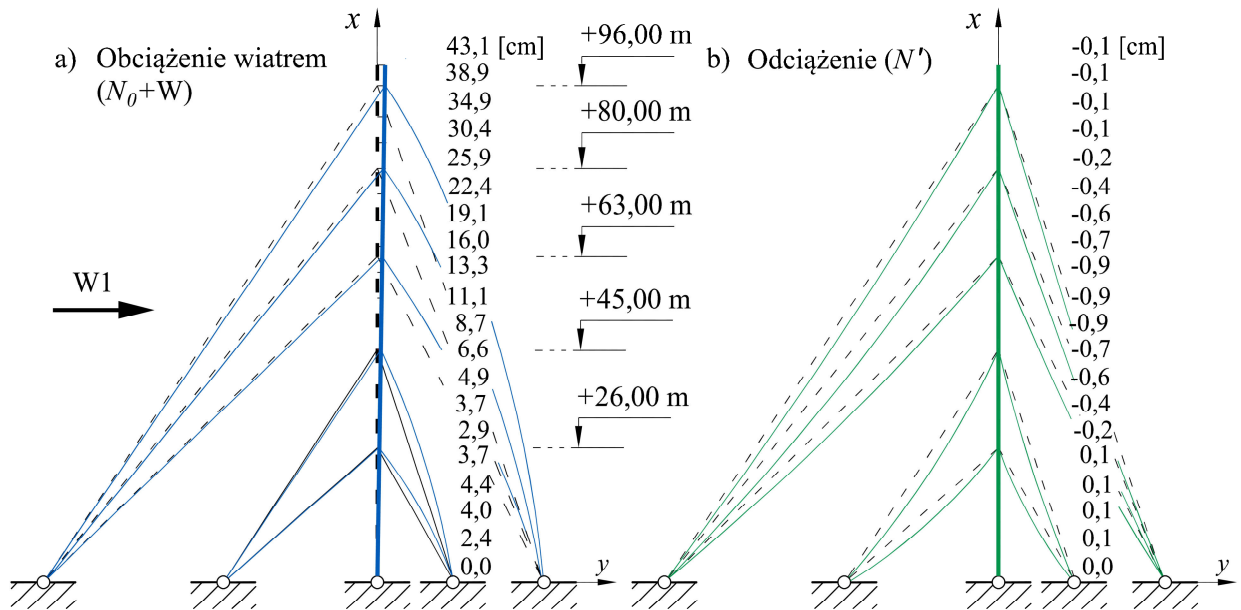
Poziome przemieszczenie wierzchołka trzonu masztu pod wpływem wiatru dla odciągów z lin wielozwitych 6x19 WSC w zakresie niesprężystym przedstawiono na rys. 5.13, a dla odciągów z lin jednozwitych PG 40 o tej samej charakterystyce – na rys. 5.14. Wyniki obliczeń maksymalnych wartości sił wewnętrznych w trzonie masztu dla dwóch rozpatrywanych rodzajów lin, w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym zestawiono w tabl. 5.11.



Rys. 5.13. Poziome przemieszczenie wierzchołka trzonu masztu dla odciągów niesprężystych z lin wielozwitych 6x19 WSC: a) pod wpływem wiatru ( $N_0+W$ ), b) po odciążeniu do ciężaru własnego ( $N'$ )

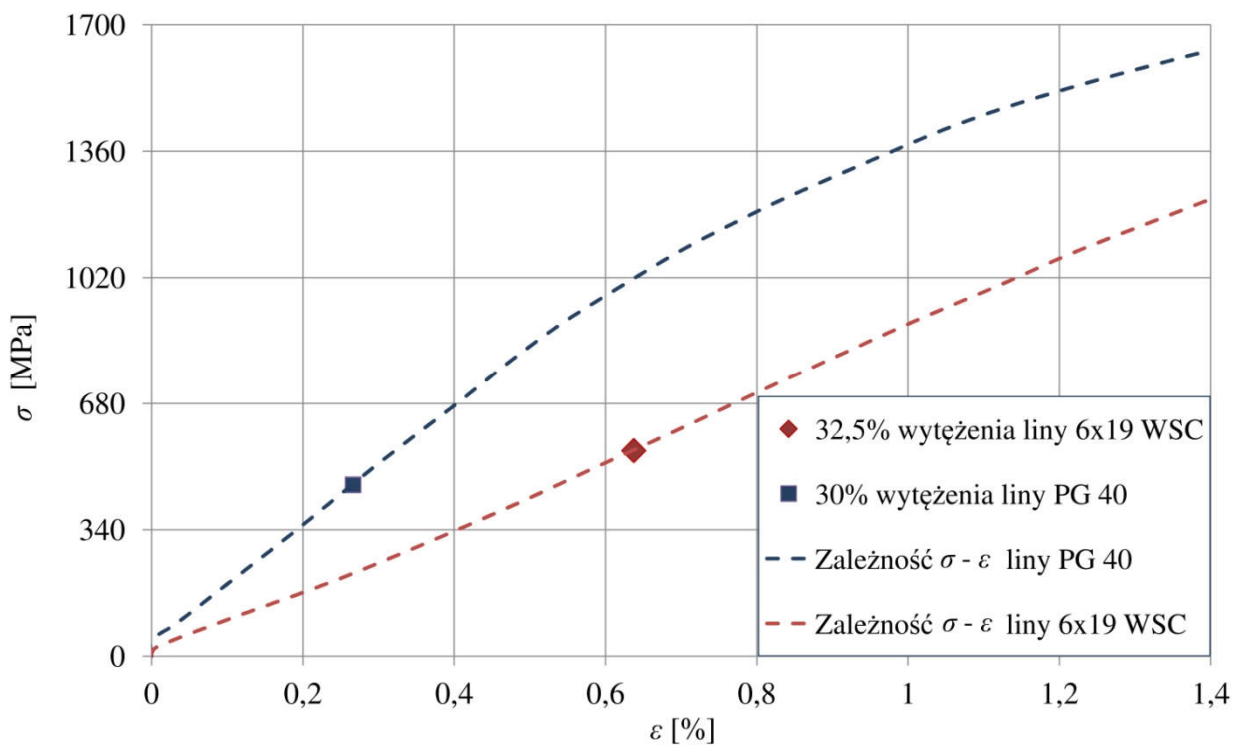
Tablica 5.11. Siły wewnętrzne w trzonie masztu

Przesięto	Lina wielozwita 6x19 WSC						Lina jednozwita PG 40					
	Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )			Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
	$N$ [kN]	$V_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$V_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$V_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$V_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]
1	-734,5	3,91	0,00	-685,4	3,36	0,00	-842,7	5,03	0,00	-842,1	5,04	0,00
2	-626,0	3,60	36,89	-580,7	3,58	38,53	-720,6	3,54	36,96	-720,0	3,50	36,89
3	-490,4	2,53	17,11	-453,0	2,26	18,80	-565,3	2,79	14,99	-564,7	2,81	15,33
4	-358,0	4,07	22,41	-330,2	3,94	26,10	-412,7	4,24	19,11	-412,3	4,23	18,93
5	-191,0	3,44	18,17	175,8	3,57	20,82	-220,7	3,33	15,65	-220,5	3,33	15,70
6	-4,7	2,09	8,35	-4,7	2,12	8,47	-4,7	2,06	8,22	-4,7	2,06	8,23



Rys. 5.14. Poziome przemieszczenie wierzchołka trzonu masztu dla odciągów niesprężystych z lin jednozwoitych PG 40: a) pod wpływem wiatru ( $N_0 + W$ ), b) po odciążeniu do ciężaru własnego ( $N'$ )

Relacja pomiędzy naprężeniem  $\sigma$  a odkształceniem  $\varepsilon$  liny jednozwoitej PG 40 i liny wielozwoitej 6x19 WSC, uwzględniająca osiągnięte procentowe wykorzystanie tych lin, jest przedstawiona na rys. 5.15.

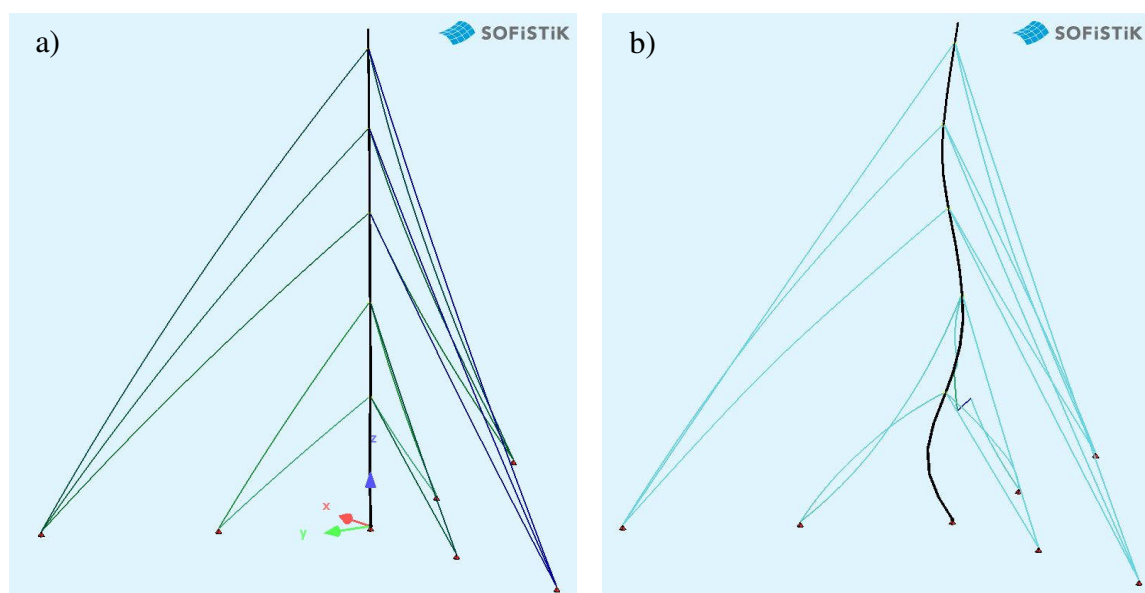


Rys. 5.15. Porównanie zależności  $\sigma - \varepsilon$  liny wielozwoitej 6x19 WSC i jednozwoitej PG 40 z uwzględnieniem osiągniętego w obliczeniach wyężenia tych lin

### **Wnioski i uwagi końcowe**

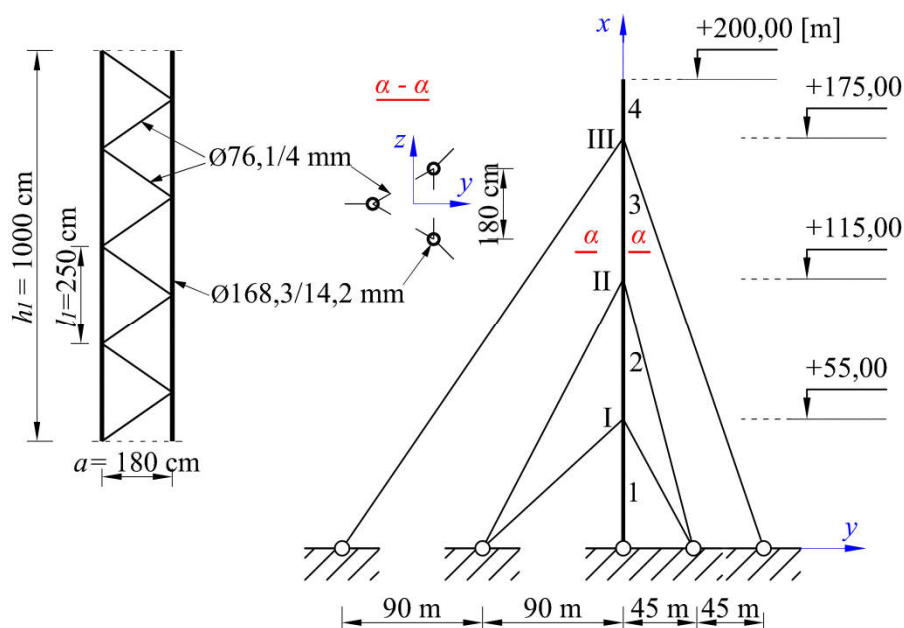
Powyższa analiza numeryczna została przeprowadzona w celu porównania odpowiedzi masztu pomiarowego o wysokości 100 m na obciążenie wiatrem dla dwóch rozpatrywanych wariantów lin o odmiennej konstrukcji i właściwościach w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym. Na podstawie przedstawionych w przykładzie wyników można dojść do kilku praktycznych wniosków.

- 1) W przypadku rozpatrywanej konstrukcji masztu o odciągach z lin wielozwitych 6x19 WSC oraz o charakterystyce niesprężystej pojawiły się odkształcenia trwałe, już przy niewielkim wyężeniu liny (32,5%). Po odciążeniu do ciężaru własnego, maszt uległ odchyleniu od pionu o wartość 15,0 cm (rys. 5.13b). Warto zauważyć, że po odciążeniu masztu w zakresie niesprężystym we wszystkich odciągach doszło do zmniejszenia siły w ciągnach  $N'$  w stosunku do sił wstępnego naciągu  $N_0$  (tabl. 5.10).
- 2) Odciągi masztu z lin jednozwitych PG 40, po „usunięciu” obciążenia wiatrem w zakresie niesprężystym wróciły do stanu pierwotnego tzn. przemieszczenie poziome wierzchołka trzonu masztu jest zerowe. Przyjęta do analiz numerycznych lina okazała się być bardzo sztywna, stąd przy nieznacznym wyężeniu liny (30%) nie pracuje ona w zakresie deformacji sprężysto-plastycznych. Lina ta, na rozpatrywanym poziomie naprężeń, wykazuje wyłącznie właściwości sprężyste – po odciążeniu konstrukcji do ciężaru własnego powraca do konfiguracji początkowej (rys. 5.14b).
- 3) Dalsze analizy konstrukcji masztu rurowego o odciągach z lin jednozwitych PG 40 wykazały, że pod wpływem zwiększonego oddziaływania wiatru, traci on stateczność z powodu zbyt małej sztywności trzonu. Na podstawie wizualizacji zachowania modelu obliczeniowego w programie SOFiSTiK (rys. 5.16), można stwierdzić, że utrata stateczności trzonu masztu nastąpiła wskutek wyboczenia najbardziej obciążonego przedziału trzonu. Jednocześnie, w odciągach z lin jednozwitych nadal nie powstały odkształcenia plastyczne, zatem nie osiągnęły one zakresu niesprężystego, co świadczy o małym wydłużeniu i dużej sztywności tej liny.
- 4) Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz numerycznych można zatem potwierdzić, że liny wielozwite o mniejszym module sprężystości ( $E = 130$  GPa) w stosunku do lin jednozwitych o module ( $E = 158$  GPa) odznaczają się znaczną wydłużalnością, już przy niewielkim wyężeniu.



Rys. 5.16. Wizualizacja zachowania się konstrukcji masztu pod działaniem wiatru w programie SOFiSTiK: a) w stanie równowagi statecznej, b) po utracie stateczności trzonu masztu

#### 5.4. Analiza porównawcza obliczeń masztu kratowego wysokości 200 m w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym



Rys. 5.17. Schemat masztu o wysokości 200 m

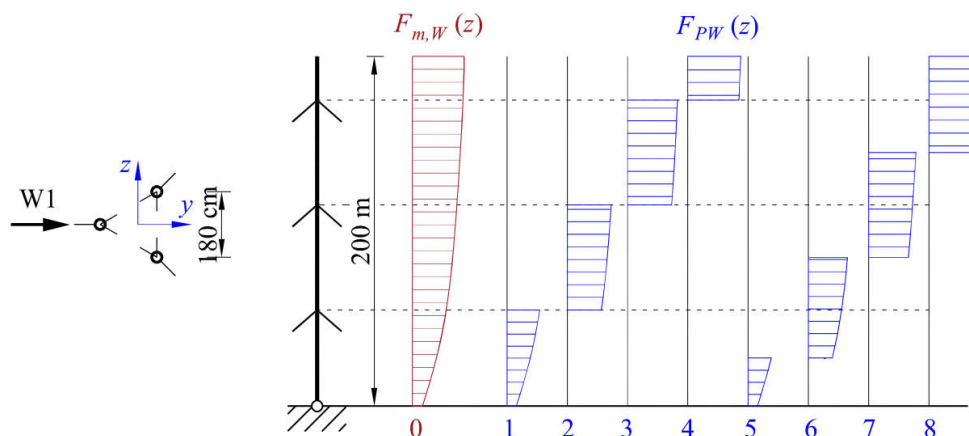
##### Opis konstrukcji

Do analizy numerycznej przyjęto maszt wysokości 200 m podparty za pomocą 9 odciągów rozmieszczonych w 3 poziomach, przedstawiony na rys. 5.17. Dla konstrukcji kratowego trzonu trójpasowego o osiowym rozstawie krawężników  $a = 1,8$  m przyjęto stal S355 i moduł sprężystości podłużnej  $E = 210$  GPa. Krawężniki wykonano z rur okrągłych  $\varnothing 168,3/14,2$  mm,

a elementy skratowania z rur  $\varnothing 76,1/4$  mm. Pręty skratowania są mocowane do krawężników za pomocą śrub M24 kl. 8.8. Profile rurowe przyjęte na krawężniki i skratowanie trzonu są scalone w 10-metrowe segmenty montażowe za pośrednictwem połączeń kołnierzowych na śruby sprężane M36 klasy 8.8. Odciąg podpierają trzon masztu na wysokościach: 55 m, 115 m, 175 m. Wszystkie odciąg zostały zaprojektowane z lin stalowych jednozwoitych PG 55 firmy Pfeifer o średnicy  $\varnothing 24,4$  mm, konstrukcji 1x37, z drutu o wytrzymałości na rozciąganie  $f_{u,k} = 1770$  MPa. Pozostałe parametry tych lin to pole przekroju poprzecznego  $A = 3,47 \text{ cm}^2$ , ciężar własny  $g = 0,027 \text{ kN/m}$  oraz minimalna siła zrywająca  $N_{\min} = 537 \text{ kN}$ . Na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych, omówionych w pkt. 3.4, przyjęto moduł sprężystości podłużnej  $E = 158 \text{ GPa}$ . Wszystkie odciąg zamocowane na poziomie I, II, III zostały wstępnie napięte siłą równą 60 kN.

### Obciążenia i założenia przyjęte do analizy

Celem analizy jest porównanie wyników obliczeń masztu kratowego wysokości 200 m w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym przy zastosowaniu zalecanej w [240] zastępczej metody statycznej obciążenia wiatrem. W analizie statycznej uwzględniono dwa stany obciążenia. W pierwszym z nich przyjęto obciążenie ciężarem własnym konstrukcji (trzonu i odciągów), z 10-procentowym naddatkiem na połączenia i wyposażenie, oraz wstępne sprężenie odciągów. W drugim przyjęto dodatkowe działanie wiatru z podziałem na obciążenie średnie na całej wysokości konstrukcji i obciążenie odcinkowe [240]. To pierwsze, podobnie jak współczynnik ekspozycji  $C_e(z)$ , zmienia się w sposób ciągły wraz z wysokością  $z$  nad poziomem terenu. Obciążenie odcinkowe (*patch loading*) stanowi natomiast odwzorowanie porywów wiatru, które są uwzględnione za pomocą umownych schematów, skokowo rozłożonych obciążeń tylko na pewnych fragmentach wzdłuż trzonu i odciągów (rys. 5.18). Metoda zastępcza obciążenia wiatrem szczegółowo została opisana w pkt. 1.2.2.1.



Rys. 5.18. Kierunek i schematy obciążenia wiatrem masztu:  $F_{m,W}(z)$  – obciążenie średnie (przypadek 0),  $F_{PW}(z)$  – obciążenia odcinkowe (1÷8) [240]



Do obliczeń przyjęto lokalizację masztu w Szklarskiej Porębie w III strefie obciążenia wiatrem, na terenie wystawionym na działanie wiatru o niskiej roślinności i pojedynczych przeszkodach (kategoria II). W analizie tej założono wartość ciśnienia prędkości wiatru równą  $q_b = 1,05 \text{ kN/m}^2$  i bazową prędkość wiatru  $v_{b,0} = 65 \text{ m/s}$ . Uwzględniono, że konstrukcja znajduje się w drugiej klasie niezawodności, co zgodnie z normą [240], oznacza wprowadzenie do obliczeń częściowych współczynników bezpieczeństwa dla oddziaływań stałych i zmiennych równych odpowiednio 1,1 i 1,4. W programie obliczeniowym SOFiSTiK zdefiniowano obciążenie ciężarem własnym trzonu jako skupione siły węzłowe i obciążenie odciągów – jako równomiernie rozłożone na całej długości. Obliczenia wykonano dla skratowania typu V trzonu masztu dla wybranego, najbardziej niekorzystnego kierunku obciążenia wiatrem W1, w którym występują największe wartości sił w odciągach. Zebranie obciążeń na maszt wysokości 200 m przedstawiono w załączniku Z2.

### **Obliczenia statyczne**

Obliczenia w programie SOFiSTiK zostały przeprowadzone przy zastosowaniu nieliniowej teorii II rzędu. Trzon masztu został zamodelowany w postaci kratownicy przestrzennej jako model ramowo-kratowy (*frame-truss model*), w którym krawężniki zadane są jako elementy belkowe, a dołączone do nich przegubowo skratowanie – jako dwuwęzłowe elementy kratowe. Odciaży podpierające trzon zamodelowano jako elementy ciągnowe. Siły wewnętrzne i przemieszczenia węzłów konstrukcji obliczono stosując procedurę zastępczej metody statycznej omówionej w pkt. 1.2.2.1.

### **Wyniki obliczeń**

Wyniki obliczeń maksymalnych sił rozciągających w odciągach masztu  $N_{TM}$ , wyznaczonych za pomocą zastępczej metody statycznej [240], dla wiatru W1 w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym zostały zestawione w tab. 5.12. Siły te oblicza się jako sumę sił  $N_m$  od obciążenia średniego wiatrem  $F_{m,W}(z)$  z łącznymi efektami obciążeń odcinkowych  $F_{PW}(z)$ :

$$N_{TM} = N_m + N_p . \quad (5.1)$$

Łączną siłę od obciążeń odcinkowych uzyskano sumując geometrycznie siły od niezależnych obciążeń odcinkowych zgodnie ze wzorem [240]:

$$N_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n N_{PLi}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (N_i - N_m)^2} \quad (5.2)$$

w którym:  $N_{PLi}$  – efekt obciążenia  $i$ -tego schematu obciążenia,

$N_m$  – siły od średniego obciążenia wiatrem,

$N_i$  – siły od średniego obciążenia wiatrem, powiększonego o  $i$ -te obciążenie odcinkowe,

$n$  – liczba wymaganych schematów obciążeń odcinkowych.

Tablica 5.12. Siły w odciągach masztu wyznaczone za pomocą zastępczej metody statycznej w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym

Poziom odciągu	Kierunek wiatru na odciąg	Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
		$N_m$ [kN]	$N_p$ [kN]	$N_{TM}$ [kN]	$N_m$ [kN]	$N_p$ [kN]	$N_{TM}$ [kN]
I	0°	121,2	187,1	308,6	121,0	187,6	308,3
	120°	44,8	23,5	68,3	44,6	23,4	68,0
	240°	44,8	23,5	68,3	44,6	23,4	68,0
II	0°	174,9	258,8	433,7	174,8	258,5	433,3
	120°	50,2	24,0	74,2	49,9	23,9	73,8
	240°	50,2	24,0	74,2	49,9	23,9	73,8
III	0°	205,4	289,2	494,6	205,3	287,5	492,8
	120°	69,7	29,2	98,9	69,3	28,5	97,8
	240°	69,7	29,2	98,9	69,3	28,5	97,8

Na podstawie tabl. 5.12 można łatwo zauważyć, że pod wpływem działających obciążeń w odciągach masztu uzyskano duże wartości ekstremalnych sił rozciągających, z 92-procentowym wykorzystaniem nośności zastosowanych lin (III poziom zamocowania lin – odciąg nawietrzny). Można zauważyć, że wartości sił w odciągach o charakterystyce liniowo-sprężystej i niesprężystej są bardzo podobne (różnica około 1%).

W analogiczny sposób obliczono ekstremalne wartości sił normalnych i momentów zginających w przęsłach trzonu masztu (tabl. 5.13), a także jego maksymalne przemieszczenia w węzłach (tabl. 5.14).

Tablica 5.13. Siły wewnętrzne w przęsłach trzonu masztu w zakresie liniowo-sprężystym i sprężysto-plastycznym jako suma efektów od obciążenia średniego i sumarycznego efektu od obciążeń odcinkowych

Przęsło masztu	Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
	$N$ [kN]	$M_y$ [kNm]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$M_y$ [kNm]	$M_z$ [kNm]
1	-1126,4	4,9	14,8	-1130,4	4,8	14,8
2	-991,1	-15,7	16,4	-998,3	-15,7	16,4
3	-920,1	-16,5	15,0	-928,6	-16,5	15,1
4	1217,2	-9,1	21,6	1218,5	-9,2	21,6

Tablica 5.14. Przemieszczenia trzonu masztu [cm]

Rzędna [m]	Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
	$P_m$ [cm]	$P_p$ [cm]	$P$ [cm]	$P_m$ [cm]	$P_p$ [cm]	$P$ [cm]
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	2,84	11,54	14,38	2,86	11,55	14,41
20	5,45	21,47	26,92	5,50	21,48	26,98
30	7,73	28,84	36,57	7,81	28,86	36,67
40	9,90	34,09	43,99	10,00	34,15	44,15
50	12,49	39,07	51,56	12,62	39,21	51,83
60	16,63	47,75	64,38	16,79	48,08	64,87
70	22,50	61,22	83,72	22,70	61,83	84,53
80	28,86	75,69	104,55	29,09	76,70	105,79
90	35,11	88,89	124,00	35,38	90,36	125,74
100	41,09	100,12	141,21	41,40	102,13	143,53
110	47,13	109,86	156,99	47,47	112,53	160,00
120	54,27	120,76	175,03	54,66	124,18	178,84
130	62,88	133,94	196,82	63,30	138,35	201,65
140	71,66	146,93	218,59	72,13	152,48	224,61
150	80,09	158,77	238,86	80,59	165,76	246,35
160	88,12	170,27	258,39	88,66	178,90	267,56
170	96,31	183,20	279,51	96,89	193,60	290,49
180	106,04	201,35	307,39	106,66	213,60	320,26
190	117,76	225,90	343,66	118,41	239,97	358,38
200	130,02	253,28	383,30	130,72	269,12	399,84

Z porównania ekstremalnych wartości sił wewnętrznych w trzonie masztu w obu rozważanych przypadkach widoczne są nieznaczne różnice wynoszące ok. 2,0%. Nieco większe różnice, nieprzekraczające 5%, można zauważyć w przypadku maksymalnych przemieszczeń trzonu masztu. Oznacza to, że przy 92-procentowym wykorzystaniu nośności liny odciągowej uzyskano maksymalną różnicę przemieszczenia górnego wierzchołka trzonu masztu równą 16,5 cm (tabl. 5.14).

### **Podsumowanie i wnioski**

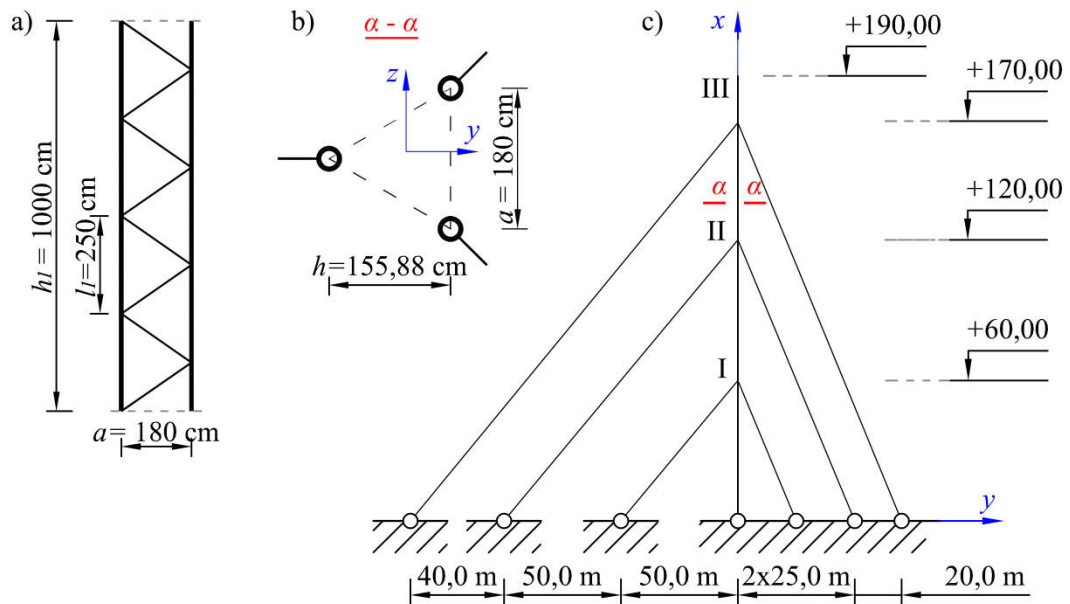
Zgodnie z postanowieniami normy [240], przy spełnieniu pewnych warunków, dynamiczna odpowiedź masztu na obciążenie wiatrem może być wyznaczona za pomocą zastępczej metody statycznej, omówionej w pkt. 1.2.2.1. Jak można łatwo zauważyć, różnice sił w odciągach obliczane w zakresie sprężystym i niesprężystym są nieduże (tabl. 5.12). Większe różnice występują w przypadku sił wewnętrznych  $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  (tabl. 5.13), co wynika z większych przemieszczeń trzonu masztu  $P$  (tabl. 5.14). Powyższe różnice byłyby większe w wypadku odciągów z lin wielozwitych o większej wydłużalności, których charakterystyka  $\sigma - \varepsilon$  bardziej

odbiega od charakterystyki liniowej. Bardziej istotne różnice byłyby również widoczne w przypadku lin jednozwitych o większej liczbie drutów. Przykładowo lina jednozwita konstrukcji 1x127 ma dużo większe właściwości niesprężyste niż lina tego samego typu konstrukcji 1x37.

Porównanie rozwiązań z odciągami w zakresie sprężystym i niesprężystym w ujęciu normowym ma przybliżony charakter, ponieważ maksymalne wartości sił wewnętrznych i przemieszczenia konstrukcji wyznaczone są jako suma algebraiczna efektów od obciążenia średniego z łącznym efektem obciążeń odcinkowych. Ten ostatni efekt jest obliczony w sztuczny sposób przez geometryczne sumowanie efektów niezależnych obciążeń odcinkowych. Wynika stąd, że obliczenia przeprowadzone za pomocą tej metody nie bazują na aktualnej wartości naprężeń odczytanej z krzywej  $\sigma - \varepsilon$ , uzyskanej na podstawie badań doświadczalnych. Wobec powyższego taka analiza powinna zostać przeprowadzana w dokładny sposób z rozpoznaniem rzeczywistych dynamicznych efektów oddziaływania wiatru, bez stosowania metod zastępczych.

Z praktycznego punktu widzenia należy zauważyć, że trzon masztu o charakterystyce sprężysto-plastycznej, po odciążeniu do ciężaru własnego, doznaje trwałych przemieszczeń (tabl. 5.14). Przemieszczenia te są tym większe, im mniejsze jest wstępne sprężenie odciągów. Oznacza to, że maszt z odciągami, pracujący w zakresie niesprężystym, nie powraca do pionu, lecz pozostaje lekko odchylony. Jednocześnie prowadzi to do spadku sił w odciągach (tabl. 5.12) i niekorzystnie wpływa na zmniejszenie sztywności masztu. To niekorzystne zjawisko trwałych odkształceń masztu wymaga stałej kontroli i okresowej rektyfikacji trzonu masztu, tj. przywrócenia jego geometrii do wymogów normowych poprzez zwiększenie wstępnego napięcia odciągów.

### 5.5. Porównanie pracy statycznej masztu kratownicowego wysokości 190 m z użyciem zastępczego i dokładnego modelu obliczeniowego masztu w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym



Rys. 5.19. Schemat masztu: a) widok pojedynczej ściany segmentu, b) przekrój poprzeczny, c) widok ogólny

#### Przyjęta geometria masztu

Przedmiotem analizy jest maszt kratownicowy wysokości 190 m z trzema poziomami odciągów, nachylonymi do poziomu pod kątem zbliżonym do  $50^\circ$ , zamocowanymi na wysokościach 60 m, 120 m i 170 m (rys. 5.19). Trzon masztu ze stali S355 ma stały przekrój poprzeczny na całej wysokości w formie trójkąta równobocznego o szerokości boku  $a = 1,8$  m. Podzielony jest on na 10-metrowe segmenty, zaprojektowane z rur  $\text{Ø } 168,3/14,2$  mm (krawężniki) i  $\text{Ø } 76,1/4,0$  mm (skratowanie), połączone ze sobą za pomocą śrub sprężanych M36 klasy 8.8. Do zamocowania prętów skratowania do krawężników wykorzystano śruby M24 klasy 8.8. Na wszystkie odciały przyjęto liny stalowe jednozwoite PG 55 firmy Pfeifer [226] o konstrukcji 1x37, z drutu o wytrzymałości  $f_{u,k} = 1770$  MPa. Średnica tych lin jest równa  $\text{Ø } 24,4$  mm, przekrój poprzeczny  $A = 3,47$  cm<sup>2</sup>, a minimalna siła zrywająca 537 kN. Założono moduł sprężystości podłużnej  $E = 158$  GPa. Wszystkie odciały zostały wstępnie napięte siłą równą 50 kN. Charakterystyki przyjętych przekrojów poprzecznych na trzon i odciały masztów przedstawiono w tabl. 5.15.

Tablica 5.15. Charakterystyki przyjętych przekrojów konstrukcji masztu

Trzon masztu		Odciąg
Krawężniki Ø 168,3 x 14,2	Skratowanie Ø 76,1 x 4,0	Lina 1x37 Ø 24,4 mm
$g = 0,53 \text{ kN/m}$	$g = 0,07 \text{ kN/m}$	$g = 0,027 \text{ kN/m}$
$A_I = 68,70 \text{ cm}^2$	$A = 9,06 \text{ cm}^2$	$A = 3,47 \text{ cm}^2$
$I_I = 2058 \text{ cm}^4$	$I = 59,1 \text{ cm}^4$	$E = 158 \text{ GPa}$
$W = 245 \text{ cm}^3$	$W = 15,5 \text{ cm}^3$	$f_{u,k} = 1770 \text{ MPa}$
$i = 5,47 \text{ cm}$	$i = 2,55 \text{ cm}$	$N_{min} = 537 \text{ kN}$

### Obliczenia statyczne i modele obliczeniowe

Obciążenia, jakie uwzględniono w analizie statycznej to ciężar własny całej konstrukcji, z 10-procentowym naddatkiem na wyposażenie i połączenia, wstępne sprężenie odciągów oraz uproszczone działanie wiatru na trzon i odciąg, z pominięciem obciążenia odcinkowego [240]. Analogicznie jak w poprzednich przykładach, zamodelowano ciężar własny elementów konstrukcyjnych trzonu (siły skupione) i ciężar własny odciągów (obciążenie równomiernie rozłożone na całej długości). Ustalono położenie masztu w 3. strefie obciążenia wiatrem dla terenu Polski, na terenie kategorii II [236]. Założono bazową prędkość wiatru  $v_{b,0} = 143 \text{ m/s}$  i ciśnienie prędkości wiatru  $q_{b,0} = 2,31 \text{ kN/m}^2$ . Zgodnie z normą [240], zaklasyfikowano konstrukcję masztu do 2. klasy niezawodności i przyjęto częściowe współczynniki oddziaływań równe 1,1 (obciążenia stałe) i 1,4 (obciążenie zmienne). Obliczenia statyczne przeprowadzono dla trzech różnych rodzajów skratowania trzonu masztu (rys. 5.9): A – skratowanie typu V, B – skratowanie typu V ze słupkami, C – skratowanie typu N. Zebranie obciążeń na maszt wysokości 190 m przedstawiono w załączniku Z2.

Dla rozważanych wariantów skratowania zastosowano dwa różne modele obliczeniowe (3D) trzonu masztu (rys. 5.11):

- zastępczy model o trzonie belkowym (*beam-column model*) (pkt. 4.2.1),
- model dokładny w postaci kratownicy przestrzennej (*frame-truss model*) (pkt. 4.2.2).

Obydwa modele obliczeniowe cechują te same wymiary geometryczne oraz taka sama wielkość i rozmieszczenie obciążenia. W analizie statycznej masztu, wykonanej w programie SOFiSTiK, uwzględniono nieliniowe zachowanie odciągów wywołane ich zmiennym zwisem. Kod modułu tekstowego programu SOFiSTiK, opracowany przez autora, dla analizowanego przykładu przedstawiono w załączniku Z3.

**Wyniki obliczeń - I wariant sił wstępnego naciągu ciągien**

Wyniki obliczeń statyczno-wytrzymałościowych elementów konstrukcji masztu zestawiono tabelarycznie.

Tablica 5.16. Maksymalne wartości sił w odciągach [kN] – kierunek wiatru W1

Model obliczeniowy		Model zastępczy									Model dokładny								
Skratowanie	Miejsce	Poziom I			Poziom II			Poziom III			Poziom I			Poziom II			Poziom III		
	Kierunek wiatru na odciąg	0°	120°	240°	0°	120°	240°	0°	120°	240°	0°	120°	240°	0°	120°	240°	0°	120°	240°
Typ A	Ciężar własny $g$	$\frac{50,7}{50,7}$	$\frac{50,7}{50,7}$	$\frac{50,7}{50,7}$	$\frac{52,6}{52,6}$	$\frac{52,5}{52,5}$	$\frac{52,5}{52,5}$	$\frac{52,0}{52,0}$	$\frac{52,0}{52,0}$	$\frac{52,0}{52,0}$	$\frac{50,5}{50,5}$	$\frac{50,5}{50,6}$	$\frac{50,5}{50,6}$	$\frac{52,5}{52,5}$	$\frac{52,4}{52,4}$	$\frac{52,4}{52,4}$	$\frac{51,9}{51,9}$	$\frac{52,0}{52,0}$	$\frac{52,0}{52,0}$
	Obciążenie ( $g + W1$ )	$\frac{359,0}{360,0}$	$\frac{29,5}{30,1}$	$\frac{29,5}{30,1}$	$\frac{413,6}{413,3}$	$\frac{62,1}{64,2}$	$\frac{62,1}{64,2}$	$\frac{446,8}{450,5}$	$\frac{87,5}{90,9}$	$\frac{87,5}{90,9}$	$\frac{357,7}{359,4}$	$\frac{29,6}{30,1}$	$\frac{29,6}{30,1}$	$\frac{413,1}{412,8}$	$\frac{62,2}{64,2}$	$\frac{62,2}{64,2}$	$\frac{448,3}{451,5}$	$\frac{87,5}{90,8}$	$\frac{87,5}{90,8}$
	Odciążenie $g'$	$\frac{48,9}{50,7}$	$\frac{47,7}{50,7}$	$\frac{47,7}{50,7}$	$\frac{47,0}{52,6}$	$\frac{45,0}{52,5}$	$\frac{45,0}{52,5}$	$\frac{43,0}{52,0}$	$\frac{43,1}{52,0}$	$\frac{43,1}{52,0}$	$\frac{48,7}{50,5}$	$\frac{48,0}{50,6}$	$\frac{48,0}{50,6}$	$\frac{47,3}{52,5}$	$\frac{45,3}{52,4}$	$\frac{45,3}{52,4}$	$\frac{42,7}{51,9}$	$\frac{43,2}{52,0}$	$\frac{43,2}{52,0}$
Typ B	Ciężar własny $g$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{52,3}{52,3}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{50,2}{50,2}$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{52,3}{52,3}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{51,8}{51,9}$	$\frac{51,8}{51,9}$
	Obciążenie ( $g + W1$ )	$\frac{433,5}{435,2}$	$\frac{25,9}{27,1}$	$\frac{25,9}{27,1}$	$\frac{483,0}{482,3}$	$\frac{56,0}{60,1}$	$\frac{56,0}{60,1}$	$\frac{507,9}{514,9}$	$\frac{80,2}{86,6}$	$\frac{80,2}{86,6}$	$\frac{430,5}{434,3}$	$\frac{26,0}{27,2}$	$\frac{26,0}{27,2}$	$\frac{482,3}{481,6}$	$\frac{56,1}{60,1}$	$\frac{56,1}{60,1}$	$\frac{510,9}{516,3}$	$\frac{79,9}{86,5}$	$\frac{79,9}{86,5}$
	Odciążenie $g'$	$\frac{41,4}{50,3}$	$\frac{38,5}{50,3}$	$\frac{38,5}{50,3}$	$\frac{36,6}{52,3}$	$\frac{34,0}{52,2}$	$\frac{34,0}{52,2}$	$\frac{33,2}{51,8}$	$\frac{33,5}{51,8}$	$\frac{33,5}{51,8}$	$\frac{42,0}{50,2}$	$\frac{39,7}{50,3}$	$\frac{39,7}{50,3}$	$\frac{37,1}{52,3}$	$\frac{34,2}{52,2}$	$\frac{34,2}{52,2}$	$\frac{32,3}{51,8}$	$\frac{33,3}{51,9}$	$\frac{33,3}{51,9}$
Typ C	Ciężar własny $g$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{50,3}{50,3}$	$\frac{52,3}{52,3}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{50,2}{50,2}$	$\frac{50,2}{50,2}$	$\frac{50,2}{50,2}$	$\frac{52,3}{52,3}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{52,2}{52,2}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{51,8}{51,8}$	$\frac{51,8}{51,8}$
	Obciążenie ( $g + W1$ )	$\frac{433,5}{435,2}$	$\frac{25,9}{27,1}$	$\frac{25,9}{27,1}$	$\frac{483,1}{482,3}$	$\frac{56,0}{60,1}$	$\frac{56,0}{60,1}$	$\frac{507,9}{514,9}$	$\frac{80,2}{86,6}$	$\frac{80,2}{86,6}$	$\frac{430,5}{434,3}$	$\frac{25,8}{26,9}$	$\frac{25,8}{27,4}$	$\frac{482,4}{481,7}$	$\frac{56,0}{59,9}$	$\frac{56,3}{60,3}$	$\frac{510,8}{516,2}$	$\frac{80,1}{86,7}$	$\frac{79,7}{86,3}$
	Odciążenie $g'$	$\frac{41,4}{50,3}$	$\frac{38,5}{50,3}$	$\frac{38,5}{50,3}$	$\frac{36,5}{52,3}$	$\frac{33,9}{52,2}$	$\frac{33,9}{52,2}$	$\frac{33,2}{51,8}$	$\frac{33,6}{51,8}$	$\frac{33,6}{51,8}$	$\frac{42,0}{50,2}$	$\frac{39,7}{50,2}$	$\frac{39,7}{50,2}$	$\frac{37,1}{52,3}$	$\frac{34,1}{52,2}$	$\frac{34,1}{52,2}$	$\frac{32,3}{51,8}$	$\frac{33,2}{51,8}$	$\frac{33,2}{51,8}$

Liczby górne – materiał sprężysto-plastyczny  
 Liczby dolne – materiał liniowo-sprężysty

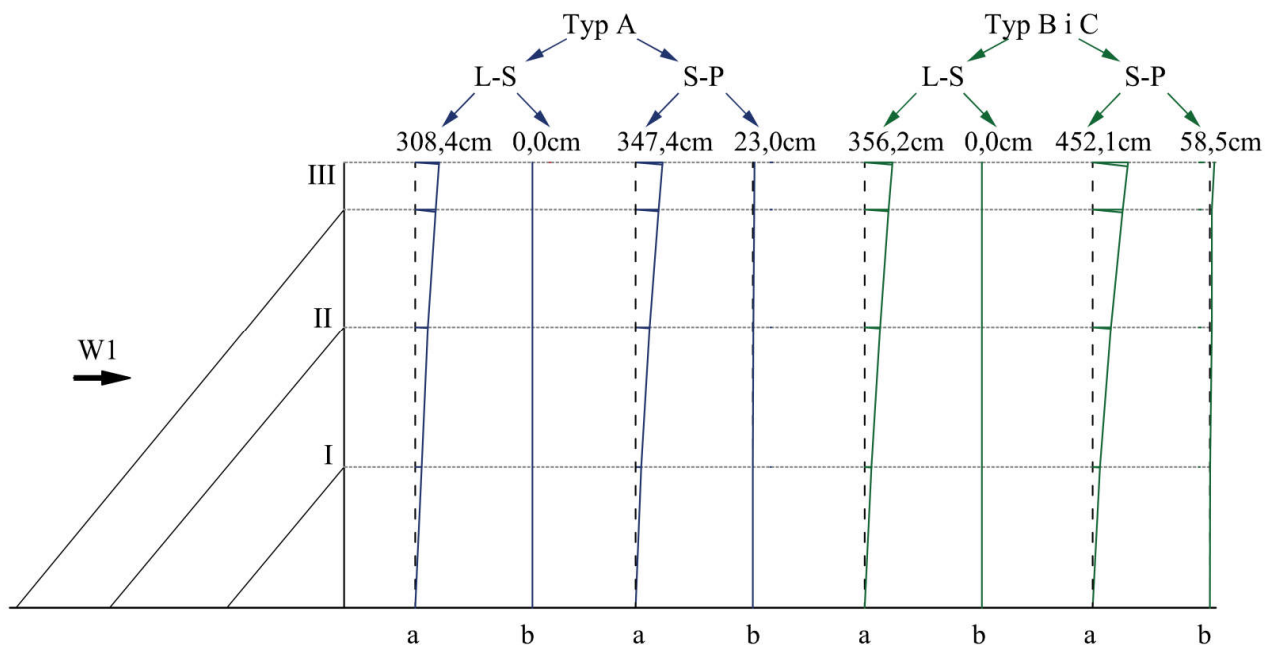
Tablica 5.17. Przemieszczenie trzonu masztu na kierunku wiatru W1 [cm] – kierunek wiatru W1

Rzędna [m]	Skratowanie typu A								Skratowanie typu B							
	Model zastępczy				Model dokładny				Model zastępczy				Model dokładny			
	Zakres L-S		Zakres S-P		Zakres L-S		Zakres S-P		Zakres L-S		Zakres S-P		Zakres L-S		Zakres S-P	
	g + W1	g'	g + W1	g'	g + W1	g'	g + W1	g'	g + W1	g'	g + W1	g'	g + W1	g'	g + W1	g'
0	0,0	0,0	0,0	-0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	8,3	0,0	8,3	-0,0	8,2	0,0	8,3	0,0	10,6	0,0	10,9	0,2	10,5	0,0	10,7	0,2
10	16,4	0,0	16,5	-0,0	16,3	0,0	16,3	-0,0	20,8	0,0	21,5	0,5	20,7	0,0	21,2	0,4
20	31,0	0,0	31,3	0,0	31,0	0,0	31,2	-0,0	39,5	0,0	41,0	1,0	39,3	0,0	40,4	0,8
30	43,1	0,0	43,6	0,1	43,0	0,0	43,5	0,1	54,6	0,0	57,2	1,7	54,4	0,0	56,4	1,4
40	52,5	0,0	53,5	0,3	52,4	0,0	53,4	0,3	66,2	0,0	70,4	2,6	66,0	0,0	69,4	2,3
50	60,6	0,0	62,3	0,6	60,5	0,0	62,2	0,6	75,9	0,0	82,2	3,9	75,7	0,0	81,1	3,5
55	64,8	0,0	67,1	0,9	64,8	0,0	66,8	0,8	80,9	0,0	88,5	4,6	80,7	0,0	87,4	4,2
60	69,8	0,0	72,5	1,1	69,7	0,0	72,3	1,1	86,8	0,0	95,8	5,4	86,6	0,0	94,6	5,0
65	76,9	0,0	80,2	1,4	76,8	0,0	79,9	1,4	95,2	0,0	105,9	6,4	95,1	0,0	104,5	6,0
70	85,0	0,0	89,0	1,8	84,9	0,0	88,7	1,7	104,9	0,0	117,3	7,4	104,7	0,0	115,9	7,0
80	102,8	0,0	108,3	2,7	102,7	0,0	107,9	2,6	126,1	0,0	142,4	9,9	125,7	0,0	140,7	9,5
90	120,4	0,0	127,7	3,7	120,2	0,0	127,2	3,6	146,6	0,0	167,6	12,7	146,2	0,0	165,8	12,3
100	136,4	0,0	145,8	5,0	136,1	0,0	145,2	4,8	164,9	0,0	191,1	15,9	164,5	0,0	189,4	15,6
110	150,8	0,0	162,8	6,4	150,7	0,0	162,2	6,3	181,0	0,0	213,0	19,4	180,6	0,0	211,6	19,3
115	158,0	0,0	171,2	7,2	157,8	0,0	170,6	7,1	188,8	0,0	223,9	21,4	188,4	0,0	222,7	21,3
120	165,5	0,0	180,0	8,0	165,3	0,0	179,5	7,9	197,0	0,0	235,3	23,3	196,7	0,0	234,4	23,4
125	174,8	0,0	190,8	8,9	174,7	0,0	190,4	8,8	207,4	0,0	248,9	25,4	207,1	0,0	248,5	25,6
130	184,8	0,0	202,3	9,8	184,7	0,0	202,1	9,8	218,6	0,0	263,6	27,6	218,4	0,0	263,5	27,9
140	205,7	0,0	226,4	11,7	205,7	0,0	226,4	11,8	242,0	0,0	294,0	32,0	241,8	0,0	294,9	32,7
150	225,9	0,0	249,9	13,8	226,1	0,0	250,3	13,9	264,3	0,0	323,7	36,7	264,4	0,0	325,8	37,7
160	244,9	0,0	272,1	15,9	245,3	0,0	273,1	16,1	285,1	0,0	351,8	41,4	285,5	0,0	355,3	42,8
165	254,1	0,0	283,0	17,0	254,6	0,0	284,3	17,3	295,1	0,0	365,5	43,9	295,7	0,0	369,9	45,5



170	263,5	0,0	294,1	18,1	264,2	0,0	295,8	18,4	305,5	0,0	379,5	46,3	306,4	0,0	385,0	48,1
175	274,5	0,0	306,8	19,2	274,7	0,0	308,1	19,5	317,9	0,0	395,5	48,7	318,1	0,0	401,0	50,7
180	286,1	0,0	320,0	20,3	285,8	0,0	321,1	20,7	331,0	0,0	412,1	51,1	330,5	0,0	417,8	53,3
185	298,0	0,0	333,6	21,3	297,1	0,0	334,2	21,8	344,4	0,0	429,2	53,6	343,3	0,0	434,8	55,9
190	309,9	0,0	347,1	22,4	308,4	0,0	347,4	23,0	357,8	0,0	446,2	56,0	356,2	0,0	452,1	58,5

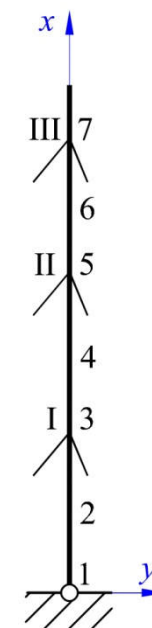
Linie ugięcia trzonu masztu dla rozpatrywanych wariantów skratowania pod wpływem wiatru W1 przedstawiono na rys. 5.20. Zarówno opisane w tabl. 5.17, jak i na rys. 5.20 wartości przemieszczeń dotyczą przypadku obciążenia ciężarem własnym powiększonego o wiatr W1 ( $g + W1$ ) oraz odciążenia konstrukcji do ciężaru własnego ( $g'$ ), po „usunięciu” wiatru W1. W obu przypadkach L-S oznacza stan liniowo-sprężysty, a S-P – stan sprężysto-plastyczny.



Rys. 5.20. Ugięcie trzonu masztu dla rozpatrywanych wariantów skratowania w modelu dokładnym pod wpływem wiatru W1: a – przypadek  $g + W1$ , b – przypadek  $g'$

Tablica 5.18. Maksymalne wartości sił ściskających w krawężnikach trzonu masztu [kN] – skratowanie typu A i B, kierunek wiatru W1 (rys. 5.21)

Skratowanie	Miejsce	Model zastępczy						Model dokładny					
		Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )			Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
		$g$	$g + W1$	$g'$	$g$	$g + W1$	$g'$	$g$	$g + W1$	$g'$	$g$	$g + W1$	$g'$
Typ A	1	-272,7	-559,0	-272,7	-272,7	-554,9	-259,6	-270,4	-564,0	-270,4	-270,4	-560,7	-258,2
	2	-256,9	-937,0	-256,9	-256,9	-912,9	-248,9	-252,8	-929,7	-252,8	-252,8	-904,6	-247,0
	3	-185,7	-875,7	-185,7	-185,7	-891,7	-187,4	-185,6	-891,4	-185,6	-185,6	-905,9	-187,7
	4	-162,3	-611,0	-162,3	-162,3	-561,8	-164,9	-162,3	-600,1	-162,3	-162,3	-546,2	-161,5
	5	-97,5	-602,0	-97,5	-97,5	-620,4	-104,4	-97,4	-616,5	-97,4	-97,4	-650,6	-104,3
	6	-73,4	-381,7	-73,4	-73,4	-364,5	-82,9	-73,4	-368,2	-73,4	-73,4	-348,6	-83,1
	7	-15,8	-351,8	-15,8	-15,8	-352,3	-16,1	-15,9	-339,1	-15,9	-15,9	-337,1	-16,4
Typ B	1	-295,2	-629,2	-295,2	-295,2	-620,8	-260,4	-289,7	-627,8	-289,7	-289,7	-622,1	-257,5
	2	-277,0	-1132,7	-277,0	-277,0	-1075,2	-250,8	-278,1	-1116,2	-278,1	-278,1	-1055,1	-250,2
	3	-201,2	-1021,1	-201,2	-201,2	-1061,4	-206,1	-198,8	-1026,0	-198,8	-198,8	-1062,7	-204,6
	4	-174,2	-753,8	-174,2	-174,2	-644,0	-175,6	-172,1	-734,1	-172,1	-172,1	-614,0	-171,6
	5	-105,9	-695,7	-105,9	-105,9	-729,4	-115,0	-104,6	-731,7	-104,6	-104,6	-743,6	-118,5
	6	-78,2	-445,6	-78,2	-78,2	-423,9	-86,9	-77,3	-428,1	-77,3	-77,3	-405,7	-87,8
	7	-18,2	-434,9	-18,2	-18,2	-411,2	-19,3	-18,6	-415,2	-18,6	-18,6	-393,9	-19,9



Rys. 5.21. Wybrane punkty trzonu masztu

Zastosowanie modelu zastępczego pozwala na wyznaczenie sił wewnętrznych oraz przemieszczeń konstrukcji, takich jak siły normalne  $N$ , tnące  $V$  i momenty zginające  $M$ , w poszczególnych przekrojach prętów. Wartość siły normalnej w prętach skratowania wyznaczana jest na podstawie siły tnącej  $V_I$  w pojedynczej ścianie trzonu (rys. 4.3). Siła  $V_I$  jest skutkiem działania siły tnącej  $V$  oraz ewentualnego momentu skręcającego  $M_T$  w przekroju trzonu masztu. Maksymalna siła ściskająca w krawężniku trzonu masztu jest obliczana na podstawie siły normalnej  $N$  i wartości momentu zginającego  $M$  (w zależności od jego znaku) w rozpatrywanym przekroju, na podstawie wzorów przedstawionych w tabl. 4.3 i na rys. 4.2.

Przykładowo siła ściskająca w krawężniku trzonu masztu dla wariantu skratowania A w stanie sprężysto-plastycznym, gdy na maszt działa obciążenie wiatrem ( $g + W1$ ), została policzona następująco:

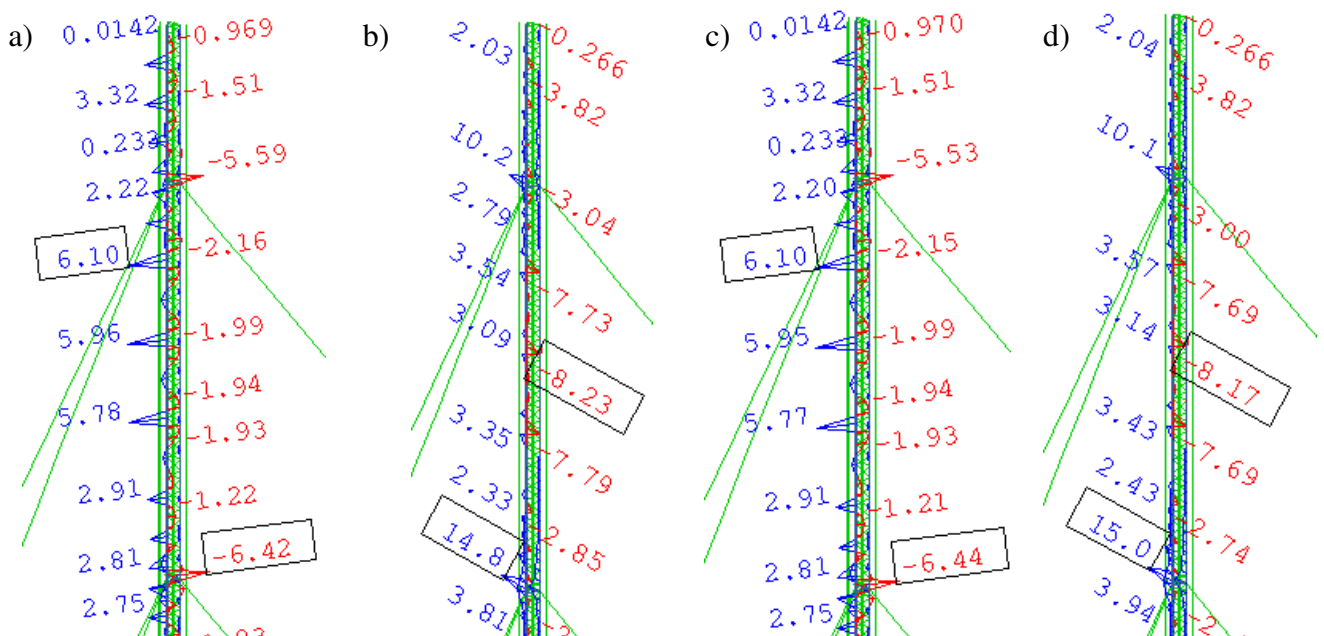
- Dla punktu 3 (I poziom zamocowania odciągów), gdy  $N = -1198,9$  kN i  $M = 1534,2$  kNm

$$N_1 = \frac{N}{3} + \frac{M}{2h} = \frac{1198,9}{3} + \frac{1534,2}{2 \cdot 1,559} = 891,7 \text{ kN}, \quad (5.3)$$

- Dla punktu 6 (połowa rozpiętości 3. przęsła trzonu masztu), gdy  $N = -573,9$  kN i  $M = -270,0$  kNm

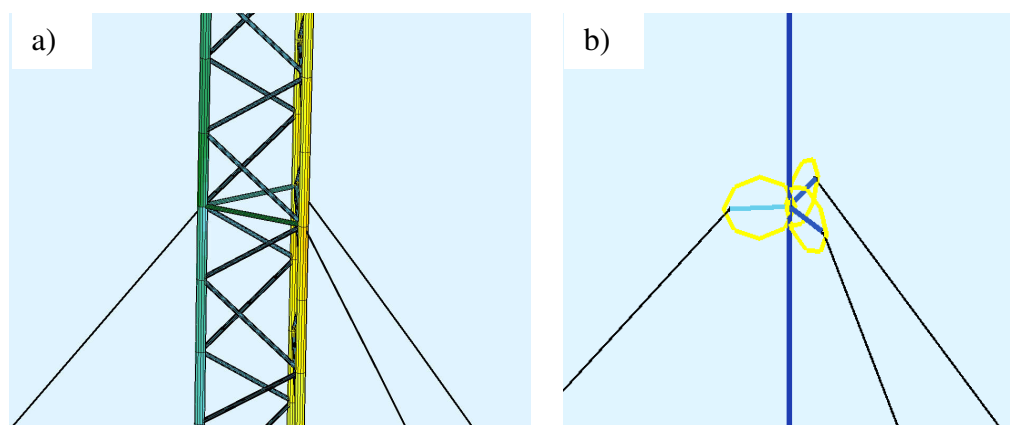
$$N_1 = \frac{N}{3} + \frac{M}{h} = \frac{573,9}{3} + \frac{270,0}{1,559} = 364,5 \text{ kN}. \quad (5.4)$$

Wartości sił normalnych w krawężnikach trzonu masztu w modelu dokładnym zostały odczytane bezpośrednio z programu SOFiSTiK. Pomiedzy modelem zastępczym, a modelem dokładnym są widoczne pewne różnice (około 5%), które wynikają z występowania pewnych lokalnych efektów drugorzędnych w miejscach zamocowania odciągów. W tych miejscach występują większe wartości momentów zginających, które także można odczytać bezpośrednio w programie. Dla przykładu, wykresy maksymalnych momentów zginających w krawężnikach trzonu masztu dla wariantu skratowania typu A, pokazano na rys. 5.22.



Rys. 5.22. Maksymalne wartości momentów zginających w krawężnikach trzonu masztu dla wariantu typu A w górnej części trzonu odczytane z programu SOFiSTiK a), b) odpowiednio  $M_y$  i  $M_z$  w stanie liniowo-sprężystym, c) i d)  $M_y$  i  $M_z$  w zakresie niesprężystym [kNm]

Na rys. 5.23 przedstawiono różnicę pomiędzy zamocowaniem odciągów do trzonu masztu w modelu dokładnym i zastępczym 3D w programie SOFiSTiK.



Rys. 5.23. Widok zamocowania odciągów do trzonu masztu w programie SOFiSTiK

a) model dokładny b) model zastępczy

### ***Uwagi i wnioski***

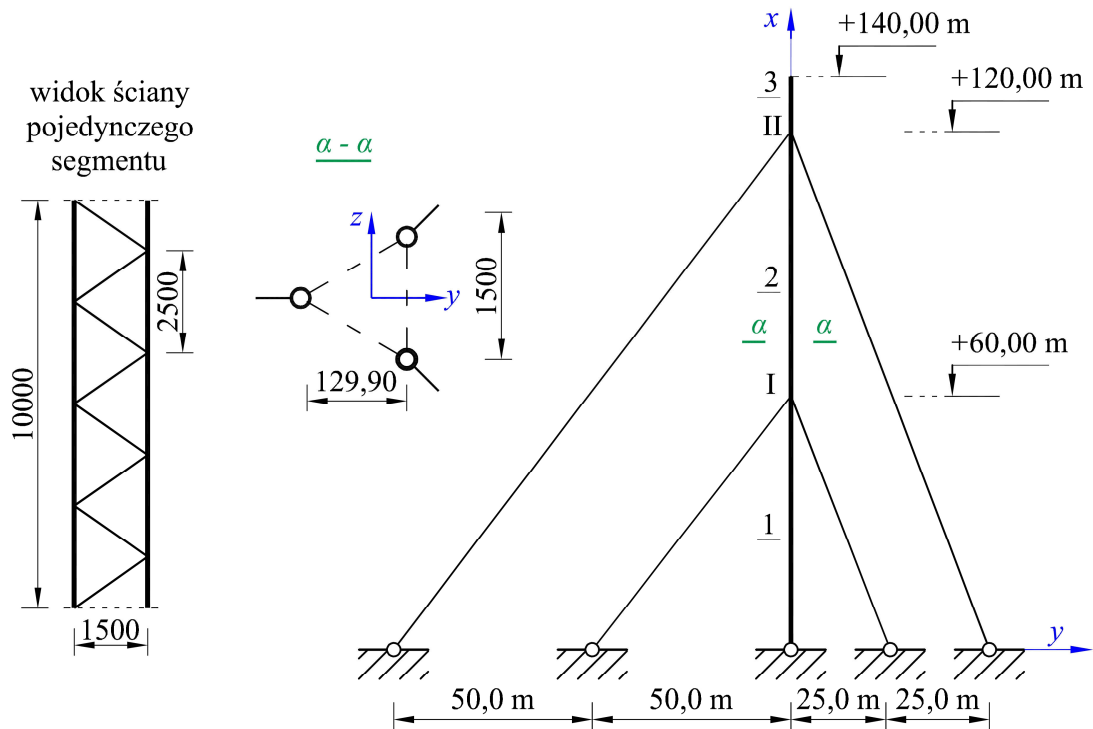
Z porównania wyników otrzymanych przy użyciu modelu zastępczego i dokładnego w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym można wyciągnąć kilka wniosków praktycznych.

1. Zarówno w zakresie liniowo-sprężystym, jak i niesprężystym potwierdza się dobrą zbieżność wyników przeprowadzonej analizy statyczno-wytrzymałościowej. Można zatem stwierdzić, że w przypadku konieczności uzyskania dokładnych wyników, a zarazem projektowania bardziej ekonomicznych masztów zalecane jest użycie modelu dokładnego. W pozostałych przypadkach możliwe jest zastosowanie modelu zastępczego, co znacznie ułatwia i skraca czas modelowania.
2. Różnice przemieszczeń między dwoma modelami są nieznaczne (tabl. 5.17 i rys. 5.20). W przypadku skratowania typu A maksymalne różnice występują w stanie niesprężystym po odciążeniu do ciężaru własnego  $g'$  i nie przekraczają 3%, a w przypadku skratowania typu B są równe około 4%. Dla przypadku skratowania typu C uzyskano takie same przemieszczenia trzonu masztu jak dla skratowania typu B.
3. Nieduże różnice w obydwu modelach uzyskano także w przypadku sił normalnych w odciągach (tabl. 5.16). Największe różnice tych wartości dotyczą skratowania typu B i C (około 3%), a najmniejsze – skratowania typu A (około 1%).
4. Maksymalne różnice sił normalnych w krawężnikach trzonu masztu między modelem zastępczym a modelem dokładnym wynoszą około 5% (tabl. 5.18). Największe różnice w wynikach są widoczne w stanie obciążenia konstrukcji wiatrem ( $g + W1$ ) w punktach 5-7, odnoszących się do 3. przęsła trzonu masztu i części wspornikowej. Najmniejsze różnice dotyczą skratowania typu A (maksymalnie 3,7% w części wspornikowej masztu) w stanie liniowo-sprężystym. W stanie niesprężystym różnice te wynoszą maksymalnie 4,6%. Wariant skratowania typu B odznacza się podobnymi różnicami wyników sił

normalnych w krawężnikach trzonu w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym, przy czym wynosi maksymalnie 4.9%. Różnice w wynikach tych sił można wyjaśnić występowaniem pewnych lokalnych efektów drugorzędnych, które powstają pod wpływem osiowej siły ściskającej w ciągłych krawężnikach trzonu. Jak wspomniano w pkt. 4.2.1.2, siły te praktycznie nie występują w przypadku skratowania typu V (wariant A), natomiast w przypadku skratowania typu V ze słupkami (wariant B) – siły te mogą osiągać znaczne wartości. Ze względu na mniejszą wrażliwość skratowania typu V na efekty drugorzędne można stwierdzić, że z praktycznego punktu widzenia jest to bardziej korzystne rozwiązanie.

5. Analizując pracę statyczną masztu obu modeli w zakresie liniowo-sprężystym można zauważyć, że trzon masztu po obciążeniu i odciążeniu do ciężaru własnego  $g'$  powraca do konfiguracji w stanie wstępnego sprężenia  $g$  (tabl. 5.17 i rys. 5.20). Takie zachowanie potwierdzają wartości sił normalnych w odciągach – są one praktycznie takie same w obu stanach obciążenia (tabl. 5.16).
6. Maszt o skratowaniu typu V dla modelu dokładnego w zakresie niesprężystym, pod wpływem wiatru doznaje przemieszczenia górnego wierzchołka trzonu masztu równego niecałe 3,5 m, a po odciążeniu do ciężaru własnego – powstają w nim trwałe odkształcenia równe 23,0 cm. W takich samych warunkach maszt ze skratowaniem typu V ze słupkami oraz typu N, w stanie obciążenia ( $g + W1$ ), ulega większemu przemieszczeniu (4,52 m) i jednocześnie większym odkształceniom trwałym równym 58,5 cm. Różnice pomiędzy wynikami są spowodowane różną powierzchnią nawietrzną trzonu masztu, co w efekcie końcowym prowadzi do różnego obciążenia trzonu masztu wiatrem. Powierzchnia ta jest taka sama w przypadku skratowania typu B i C, zatem wyniki przemieszczeń i sił wewnętrznych w elementach konstrukcji są praktycznie takie same.
7. Powstanie trwałych odkształceń w stanie niesprężystym po odciążeniu konstrukcji do ciężaru własnego jest związane ze spadkiem sił osiowych w odciągach, w stosunku do sił wstępnego napięcia. Redukcja tych sił jest widoczna w przypadku wszystkich wariantów skratowania trzonu masztu (tabl. 5.16). Jeżeli odchylenie osi trzonu masztu jest większe niż odchylenie dopuszczalne, wówczas należy przeprowadzić jego rektyfikację, poprzez odpowiedni naciąg lin. Z tego względu wymagana jest okresowa kontrola pionowości trzonu masztu.

## 5.6. Wpływ sił wstępnego napięcia odciągów na pracę statyczną masztu wysokości 140 m w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym, z wykorzystaniem różnych konstrukcji lin



Rys. 5.24. Schemat statyczny masztu wysokości 140 m

### Charakterystyka masztu

Analizie poddany został maszt trójścienny wysokości 140 m, z odciągami na dwóch poziomach. Trzon masztu wykonano ze stali S355 z krawężników rurowych  $\varnothing 168,3/14,2$  mm o rozstawie równym  $a = 1,5$  m. Krawężniki te są połączone ze sobą za pomocą skratowania z rur  $\varnothing 76,1/4$  mm, mocowanych za pomocą śrub M24 kl. 8.8. Połączenie pomiędzy 10-metrowymi segmentami wykonano za pomocą połączeń kołnierzowych na śruby sprężane M36 kl. 8.8. Trzon masztu jest podparty przegubowo na centralnym fundamencie, a odciągi są zakotwione w sześciu oddzielnych blokach kotwiących, zgodnie z rys. 5.24. Pierwszy poziom zamocowania odciągów znajduje się na wysokości 60 m, a drugi na wysokości 120 m. Przyjęto dwa warianty lin podpierających trzon masztu:

- liny jednozwite PG 40 konstrukcji 1x37 o średnicy 20,1 mm z drutów o nominalnej wytrzymałości na rozciąganie 1770 MPa,
- liny splotowe (dwuzwite) 6x19 WSC o średnicy 20,0 mm z drutów o nominalnej wytrzymałości na rozciąganie 1960 MPa.

Parametry geometryczno-wytrzymałościowe tych lin przedstawiono w tabl. 5.9. W obydwu wariantach przyjęto siły wstępnego naciągu o wartości równej około 9% nominalnej siły

zrywającej liny. W przypadku liny jednozwitej siła ta wynosi 36 kN, a w przypadku liny wielozwitej – 28 kN. Ponadto sprawdzono zachowanie konstrukcji masztu w sytuacji zmniejszenia sił wstępnego napięcia odciągów odpowiednio do 18 kN (lina jednozwita) i 14 kN (lina wielozwita). Wstępne sprężenie masztu zrealizowano wskutek skrócenia odciągów masztu. Do analizy statycznej przyjęto trzon masztu o skratowaniu typu V.

### ***Cel i przyjęte założenia obliczeniowe***

Celem tego przykładu jest pokazanie różnic w pracy statycznej masztu kratownicowego wysokości 140 m w przypadku podparcia za pomocą lin jednozwitych PG40 i wielozwitych 6x19 WSC, z uwzględnieniem ich zmiennego wstępnego naciągu, w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym. W programie obliczeniowym SOFiSTiK przyjęto doświadczalną zależność  $\sigma - \varepsilon$  przedstawioną na rys. 3.23 (lina jednozwita PG 40) i rys. 3.28 (lina wielozwita 6x19 WSC).

Ponadto, przyjęto stały współczynnik sprężystości liny  $E = 158$  GPa w przypadku liny jednozwitej oraz współczynnik  $E = 130$  GPa w przypadku liny wielozwitej. Wartości tych modułów zostały wyznaczone doświadczalnie (rozdz. 3) i są one ważne w przypadku odciążenia ciągien.

Model masztu wykonano w przestrzeni 3D jako model dokładny (*frame-truss model*), z ciągłymi krawężnikami i przegubowo dołączonymi do nich prętami skratowania typu V (rys. 5.24). Wszystkie odciaży zostały podzielone na 30 elementów skończonych. Obliczenia przeprowadzono, wykorzystując teorię nieliniową II rzędu, przy użyciu *zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona*, opisanej w pkt. 4.4.4.

W obliczeniach statycznych uwzględniono następujące obciążenia:

- ciężar własny elementów konstrukcyjnych trzonu masztu zamodelowany w programie jako obciążenie węzłowe,
- ciężar własny odciągów w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego na całej długości,
- ciężar własny wyposażenia (naddatek 10%),
- uproszczone ciągłe obciążenie wiatrem, z pominięciem obciążeń odcinkowych [240], działające na trzon i odciaży na kierunku wiatru W1.

W celu uchwycenia nieliniowych efektów w zakresie sprężysto-plastycznym uwzględniono w analizie numerycznej odciążenie konstrukcji do ciężaru własnego  $g$  („usunięcie” wiatru W1). Parcie wiatru na odciaży, z uwzględnieniem ich przestrzennego usytuowania obliczono na podstawie wzoru 1.25 (rys. 1.23). Obliczenia statyczne przeprowadzono dla masztu zlokalizowanego w Polsce w 3. strefie obciążenia, na terenie kategorii II, zgodnie z [236]. Przyjęto bazową

prędkość wiatru  $v_{b,0} = 100$  m/s i ciśnienie prędkości wiatru  $q_{b,0} = 1,60$  kN/m<sup>2</sup>. Rozpatrywany maszt zaklasyfikowano do 2. klasy niezawodności, stąd częściowe współczynniki oddziaływań wynoszą odpowiednio 1,1 – w przypadku obciążeń stałych oraz 1,4 – w przypadku obciążeń zmiennych.

### Wyniki analizy

Wartości sił osiowych w odciągach trzonu masztu w przypadku podparcia za pomocą lin wielozwitych 6x19 WSC zestawiono w tabl. 5.19, a w przypadku lin jednozwitych PG 40 – w tabl. 5.20. Przedstawione wyniki odnoszą się do trzech stanów obciążenia:

- obciążenie konstrukcji ciężarem własnym oraz wstępne sprężenie ustroju ( $g$ ),
- obciążenie konstrukcji wiatrem ( $g + W1$ ),
- odciążenie konstrukcji do ciężaru własnego  $g'$  poprzez „usunięcie” obciążenia wiatrem  $W1$ .

Tablica 5.19. Wartości sił osiowych w odciągach z lin wielozwitych 6x19 WSC [kN]

Siła wstępnego naciągu	Miejsce	Kierunek wiatru na odciąg	Lina wielozwita 6x19 WSC					
			Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
			$g$	$g + W1$	$g'$	$g$	$g + W1$	$g'$
28 kN	Poziom I	0°	28,0	234,0	28,0	28,0	238,0	10,4
		120°	28,0	13,9	28,0	28,0	11,3	5,6
		240°	28,0	13,9	28,0	28,0	11,3	5,6
	Poziom II	0°	28,0	252,4	28,0	28,0	249,7	10,6
		120°	28,0	30,8	28,0	28,0	25,9	9,6
		240°	28,0	30,8	28,0	28,0	25,9	9,6
14 kN	Poziom I	0°	14,0	234,4	14,0	14,0	238,8	8,1
		120°	14,0	12,6	14,0	14,0	10,5	4,1
		240°	14,0	12,6	14,0	14,0	10,5	4,1
	Poziom II	0°	14,0	249,5	14,0	14,0	248,0	8,7
		120°	14,0	27,9	14,0	14,0	23,7	6,8
		240°	14,0	27,9	14,0	14,0	23,7	6,8

Tablica 5.20. Wartości sił osiowych w odciągach z lin jednozwitych PG 40 [kN]

Siła wstępnego naciągu	Miejsce	Kierunek wiatru na odciąg	Lina jednozwita PG 40					
			Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
			$g$	$g + W1$	$g'$	$g$	$g + W1$	$g'$
36 kN	Poziom I	0°	36,0	233,8	36,0	36,0	234,2	35,2
		120°	36,0	18,4	36,0	36,0	18,0	34,2
		240°	36,0	18,4	36,0	36,0	18,0	34,2



18 kN	Poziom II	0°	36,0	258,7	36,0	36,0	257,9	33,7
		120°	36,0	39,0	36,0	36,0	38,1	33,5
		240°	36,0	39,0	36,0	36,0	38,1	33,5
	Poziom I	0°	18,0	233,0	18,0	18,0	233,5	18,0
		120°	18,0	16,0	18,0	18,0	15,8	17,2
		240°	18,0	16,0	18,0	18,0	15,8	17,2
Poziom II	0°	18,0	253,7	18,0	18,0	253,1	17,4	
	120°	18,0	34,1	18,0	18,0	33,5	17,2	
	240°	18,0	34,1	18,0	18,0	33,5	17,2	

Tablica 5.21. Maksymalne wartości sił ściskających i momentów zginających w krawężnikach trzonu masztu

Miejsce	Lina wielozwita 6x19 WSC											
	Siła wstępnego naciągu 28 kN						Siła wstępnego naciągu 14 kN					
	Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )			Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]
1	-518,3	2,69	-4,06	-500,2	2,69	-3,99	-507,0	2,69	-4,01	-494,7	2,69	-3,97
I	-510,1	-3,32	9,33	-532,8	-3,42	9,74	-518,2	-3,35	9,47	-537,5	-3,44	9,84
2	-294,8	3,45	-5,01	-268,7	3,45	-4,97	-280,9	3,45	-4,98	-261,7	3,45	-4,96
II	-234,6	-2,75	5,63	-234,1	-2,70	5,58	-233,5	-2,71	5,58	-233,1	-2,67	5,55
3	-202,5	3,56	-4,04	-203,5	3,57	-4,04	-202,7	3,56	-4,04	-204,1	3,57	-4,05
Miejsce	Lina jednozwita PG 40											
	Siła wstępnego naciągu 36 kN						Siła wstępnego naciągu 18 kN					
	Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )			Zakres liniowo-sprężysty ( $E = \text{const}$ )			Zakres niesprężysty ( $E \neq \text{const}$ )		
	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]	$N$ [kN]	$M_y$ [kN]	$M_z$ [kNm]
1	-535,3	2,70	-4,10	-529,6	2,69	-4,07	-520,2	2,69	-4,05	-515,8	2,69	-4,02
I	-502,1	-3,28	9,08	-507,7	-3,29	9,16	-508,6	-3,30	9,22	-513,4	-3,31	9,29
2	-315,2	3,45	-5,05	-307,7	3,45	-5,02	-298,4	3,44	-5,00	-292,3	3,44	-4,98
II	-238,8	-2,82	5,72	-238,9	-2,81	5,70	-236,3	-2,76	5,64	-236,5	-2,76	5,63
3	-201,5	3,55	-4,03	-201,6	3,55	-4,03	-201,7	3,55	-4,03	-201,8	3,55	-4,03

W tabl. 5.21 przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych dotyczące maksymalnych sił ściskających i momentów zginających w krawężnikach trzonu masztu. Z kolei tabl. 5.22 odnosi się do przemieszczeń węzłowych nawietrznego krawężnika trzonu masztu dla obydwu rozpatrywanych wariantów lin. W zestawieniu tabelarycznym pominięto stan wstępnego sprężenia konstrukcji  $g$ , z uwagi na zerowe odchylenie trzonu masztu w każdym jego węźle dla wszystkich analizowanych przypadków. Prezentowane wyniki uzyskano w 15 iteracjach przyrostowych.

Tablica 5.22. Przemieszczenia poszczególnych węzłów nawietrznego krawężnika trzonu masztu na kierunku wiatru W1 [cm]

Rzędna [m]	Lina wielozwita 6x19 WSC								Lina jednozwita PG 40							
	Siła wstępnego naciągu 28 kN				Siła wstępnego naciągu 14 kN				Siła wstępnego naciągu 36 kN				Siła wstępnego naciągu 18 kN			
	Zakres L-S		Zakres S-P		Zakres L-S		Zakres S-P		Zakres L-S		Zakres S-P		Zakres L-S		Zakres S-P	
	$g + W1$	$g'$	$g + W1$	$g'$	$g + W1$	$g'$	$g + W1$	$g'$	$g + W1$	$g'$	$g + W1$	$g'$	$g + W1$	$g'$	$g + W1$	$g'$
0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	23,1	0,0	33,7	8,8	24,5	0,0	36,2	10,9	14,8	0,0	15,1	0,1	15,7	0,0	16,0	0,0
20	44,7	0,0	65,9	17,3	47,5	0,0	70,9	21,4	28,1	0,0	28,8	0,1	30,0	0,0	30,6	0,0
30	64,1	0,0	96,0	25,4	68,3	0,0	103,6	31,6	39,1	0,0	40,1	0,2	42,0	0,0	43,0	0,1
40	81,4	0,0	124,2	33,4	87,2	0,0	134,4	41,4	47,9	0,0	49,4	0,4	51,9	0,0	53,3	0,1
50	97,8	0,0	151,8	41,2	105,3	0,0	164,6	50,9	55,7	0,0	57,6	0,6	61,0	0,0	62,8	0,2
60	115,6	0,0	181,1	49,0	125,0	0,0	196,7	60,4	64,7	0,0	67,2	0,8	71,4	0,0	73,8	0,4
70	138,7	0,0	216,1	56,9	150,1	0,0	234,6	69,8	78,6	0,0	81,8	1,2	87,0	0,0	90,0	0,5
80	163,8	0,0	253,6	65,0	177,4	0,0	275,0	79,1	94,4	0,0	98,4	1,5	104,6	0,0	108,2	0,8
90	188,6	0,0	290,9	73,0	204,4	0,0	315,3	88,4	109,6	0,0	114,5	2,0	121,7	0,0	126,2	1,0
100	211,9	0,0	327,0	81,2	230,2	0,0	354,5	97,7	123,3	0,0	129,1	2,4	137,5	0,0	142,7	1,3
110	234,1	0,0	362,0	89,3	254,8	0,0	392,6	106,8	135,8	0,0	142,5	2,9	152,0	0,0	158,1	1,6
120	256,7	0,0	397,6	97,5	279,9	0,0	431,3	116,0	148,7	0,0	156,4	3,4	167,1	0,0	174,0	1,9
130	281,9	0,0	435,8	105,6	307,6	0,0	472,6	125,2	164,2	0,0	172,8	3,9	184,7	0,0	192,5	2,2
140	308,5	0,0	475,4	113,8	336,7	0,0	515,3	134,4	181,0	0,0	190,7	4,4	203,7	0,0	212,3	2,5

Wszystkie przedstawione wyniki przemieszczeń i sił wewnętrznych dla obydwu przypadków podparcia masztu uzyskano przy takich samych wartościach obciążenia wiatrem trzonu i odciągów konstrukcji.

### **Podsumowanie i wnioski**

Przedmiotem analizy był stalowy trójścienny maszt wysokości 140 m, podparty na dwóch poziomach za pomocą linowych odciągów. Rozważając dwa różne rodzaje lin zbadano wpływ zmiany ich wstępnego naciągu na pracę statyczną masztu. Obliczenia przeprowadzono, z uwzględnieniem zarówno geometrycznej, jak i fizycznej nieliniowości materiału. Na podstawie prezentowanych wyników można wyciągnąć kilka interesujących spostrzeżeń.

1. Przyjęta charakterystyka materiału istotnie wpływa na wyniki obliczeń. Maszt z odciągami o charakterystyce niesprężystej, po obciążeniu i odciążeniu wiatrem W1, charakteryzuje się mniejszymi siłami w odciągach i większymi przemieszczeniami trzonu masztu. Taki maszt doznaje trwałych przemieszczeń i pozostaje odchyłony od pionu. O zachowaniu się masztu w stanie niesprężystym decyduje zatem aktualna wartość sił w odciągach. Maszt z odciągami o charakterystyce liniowo-sprężystej powraca po odciążeniu do początkowego stanu wstępnego sprężenia, przy czym wartości sił w odciągach w stanie wstępnego sprężenia i po odciążeniu są takie same.
2. Sztywność masztu na parcie wiatru w dużym stopniu zależy od budowy lin podpierających konstrukcję, przy czym najmniejszą sztywność (największe przemieszczenia trzonu masztu) wykazuje maszt podparty za pomocą lin wielozwitych (tabl. 5.22).
3. Największe trwałe odkształcenia konstrukcji występują w stanie sprężysto-plastycznym, w przypadku podparcia trzonu za pomocą odciągów z lin wielozwitych (tabl. 5.22). Liny te charakteryzują się dużą odkształcalnością (mała wartość współczynnika sprężystości  $E$  po wielokrotnym przeciągnięciu). W przypadku pierwszego obciążenia rozpatrywanej liny wielozwitej obowiązuje krzywa  $\sigma - \varepsilon$  (rys. 3.27), wskazująca na dużą nieliniowość fizyczną tej liny. Powstanie trwałych odkształceń masztu wiąże się ze spadkiem sił osiowych w odciągach, w stosunku do sił w stanie wstępnego napięcia. Jeżeli np. siła w odciągu w stanie wstępnego sprężenia wynosiła 28 kN, to po obciążeniu i odciążeniu wiatrem W1 całej konstrukcji nastąpiła duża redukcja tych sił (około 62% w odciągach nawietrznych oraz nawet 80% w przypadku odciągów zawietrznych (tabl. 5.19). Tak znaczna redukcja sił sprężenia powoduje znaczne zmniejszenie sztywności masztu, co wiąże się z utratą pionowego kierunku trzonu masztu.

4. Większe trwałe odkształcenia masztu podpartego za pomocą rozpatrywanych lin wielozwitych występują przy mniejszym wstępnym naciągu lin równym 14 kN. W przypadku większej, zalecanej przez normę [240], siły wstępnego naciągu równej 28 kN (9% nominalnej siły zrywającej linę) widać nieco mniejsze przemieszczenie węzłów trzonu masztu (tabl. 5.22). Należy podkreślić, że powyższe wyniki uzyskano w przypadku maksymalnego wyężenia liny wielozwitej na poziomie równym 88%.
5. Lina jednozwita PG 40 o nieznacznej liczbie drutów charakteryzuje się dużą sztywnością na rozciąganie (krzywa  $\sigma - \varepsilon$  (rys. 3.23) i znacznie mniejszą nieliniowością fizyczną w stosunku do rozpatrywanej liny wielozwitej. Bez względu na wartość siły wstępnego naciągu, trzon masztu po odciążeniu do ciężaru własnego, doznaje nieznacznych trwałych przemieszczeń (tabl. 5.22). Przemieszczenia te są bardzo zbliżone do stanu obciążenia wyjściowego  $g$ , w którym trzon masztu jest usytuowany pionowo, bez odchyień. Ponadto, uzyskane przemieszczenia są większe w przypadku większego wstępnego naciągu lin równego 36 kN. Takie zachowanie świadczy o dużym wpływie budowy lin stosowanych na odciaży na wartości sił i przemieszczeń elementów konstrukcyjnych masztu. W obydwu wariantach wstępnego naciągu dla tego rodzaju lin można zauważyć niewielkie spadki sił osiowych w odciażach, po odciążeniu do ciężaru własnego (tabl. 5.20). Istotny jest tu fakt, że wyniki analiz w przypadku liny jednozwitej zostały uzyskane przy jej 70% wyężeniu. Na tej podstawie można zauważyć, że efekty nieliniowe w tej linie pojawiają się przy bardzo dużym obciążeniu konstrukcji wiatrem.
6. Pośrednie wyniki między rozważanymi linami wielozwitymi 6x19 WSC i linami jednozwitymi PG 40, można byłoby uzyskać w przypadku lin jednozwitych o większej liczbie drutów, charakteryzujących się większą nieliniowością fizyczną.
7. Jak można zauważyć w tabl. 5.21, maksymalne wartości sił normalnych, a przede wszystkim wartości momentów zginających w trzonie masztu, w małym stopniu zależą od wstępnego napięcia odciągów. Przy 50% zmniejszeniu sił wstępnego naciągu, dla obu rozpatrywanych lin, uzyskano maksymalne różnice momentów zginających około 2%, a w przypadku maksymalnych sił normalnych różnice te wyniosły około 5% i dotyczyły przęsła nr 2. Z praktycznego punktu widzenia, korzystne jest zatem wprowadzenie większych sił wstępnego naciągu, co zapewnia większą sztywność trzonu, przy niewielkim wpływie na ostateczne wartości sił wewnętrznych. Istotnym ograniczeniem są tutaj zalecenia norm (m.in. [240]), w których z uwagi na możliwość wystąpienia niekorzystnych efektów dynamicznych w odciażach (trzeptanie,

galopowanie) wymaga się przyjmowania wstępnego napięcia odciągów tak, aby nie przekraczało ono 10% siły zrywającej odciąg.

8. Prezentowany maszt wysokości 140 m może być wykorzystany jako maszt do pomiaru prędkości i kierunku wiatru. Do budowy takich masztów stosuje się najczęściej liny wielozwite, kotwione za pomocą pętli z zaciskami kabłąkowymi, co stanowi dużo łatwiejsze i mniej pracochłonne rozwiązanie, niż w przypadku zakotwienia tulejowego (pkt. 2.6). Jak wykazano w przykładzie, liny takie doznają dużych wydłużeń, co wpływa na duże odchylenie trzonu masztu od pionu i jednocześnie duże odkształcenia trwałe. Takie zjawisko wpływa szczególnie niekorzystnie na pracę statyczną wysokich masztów, stabilizowanych wieloma poziomami odciągów. Z tego powodu, w takich przypadkach wymagana jest okresowa kontrola obiektu i w razie potrzeby regulacja sił sprężających w odciągach za pomocą urządzeń napinających, co pozwala na przywrócenie pionowości trzonu masztu.
9. Zmiana sił wstępnego napięcia odciągów masztu ma istotny wpływ na zachowanie się całej konstrukcji, co jest szczególnie widoczne w przypadku odciągów z lin wielozwitych, o dużej wydłużalności.

## 6. UWAGI KOŃCOWE

### 6.1. Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono wybrane zagadnienia analizy masztów z odciągami, ze szczególnym uwzględnieniem sprężysto-plastycznych właściwości odciągów. Ocena realnego zachowania się tych elementów była możliwa dzięki badaniom doświadczalnym lin fabrycznie nowych o dwóch różnych konstrukcjach (jednozwojowej 1x37 i dwuzwojowej 6x19). Badania te umożliwiły przeprowadzenie zaawansowanych analiz numerycznych masztów, z uwzględnieniem zarówno nieliniowości geometrycznej, jak i fizycznej. Uzyskane wyniki pozwalają na sformułowanie wniosków i zaleceń, które mogą być przydatne w praktyce inżynierskiej.

1. W badaniach doświadczalnych lin fabrycznie nowych potwierdzono znane w ogólności niesprężyste właściwości tych elementów przy rozciąganiu. Lina nowa (nie poddana wcześniej żadnemu obciążeniu) wydłuża się inaczej niż lina po wstępnym przeciągnięciu, co wpływa na wartość modułu sprężystości liny  $E$ , która decyduje o jej zachowaniu w procesie eksploatacji. Podane w normie [239], stałe wartości współczynnika sprężystości  $E$  dotyczą lin po wstępnym kilkukrotnym przeciągnięciu i odnoszą się do konkretnego typu liny. Ponadto pomijany jest tutaj istotny wpływ liczby drutów w linie. Badania zaś dowodzą, że im mniejsza liczba drutów w linie, tym większy moduł sprężystości liny  $E$  (mniejsza nieliniowość fizyczna) i odwrotnie. Mając powyższe na uwadze należy pamiętać, że przyjmowanie do obliczeń stałej (normowej) wartości tego współczynnika nie jest właściwym postępowaniem.
2. Przyjęte prawo materiałowe ma decydujący wpływ na stan sił i przemieszczeń masztów z odciągami. Uwzględnienie fizycznej nieliniowości odciągów wiąże się z powstaniem po odciążeniu trwałych odkształceń masztu i utratą pionowości trzonu. To niekorzystne zachowanie powoduje spadki sił wstępnego naciągu odciągów i redukcję sztywności całej konstrukcji. Inaczej jest w przypadku założenia liniowo-sprężystej charakterystyki  $\sigma - \varepsilon$ . W trakcie obciążenia maszt doznaje mniejszych przemieszczeń i większych sił w odciągach, a po usunięciu obciążenia powraca do konfiguracji początkowej.
3. Problem dotyczący niesprężystych właściwości materiału lin w praktycznych obliczeniach masztów może być rozwiązany w dwojaki sposób. Pierwszy z nich polega na założeniu stałej (normowej) wartości współczynnika sprężystości liny  $E$  i wstępnym przeciągnięciu wszystkich lin stosowanych na odciągi. Z tego względu, że proces ten jest kłopotliwy, przeciągnięcie wszystkich lin jest często nierealne. W takim przypadku

należy liczyć się z trwałymi odkształceniami lin, których skutki omówiono powyżej. Drugi, znacznie dokładniejszy, sposób opiera się na przyjęciu do obliczeń nieliniowej zależności  $\sigma - \varepsilon$ , uzyskanej z badań doświadczalnych. Takie rozwiązanie pozwala na wiarygodną ocenę zachowania się konstrukcji po odciążeniu.

4. Maszt podparty za pomocą odciągów z lin nieprzeciągniętych powinien być poddawany częstej rektyfikacji tak, aby nie dopuścić do nadmiernego odchylenia trzonu masztu od pionu i związanego z tym spadku sztywności masztu.
5. Z porównania wyników badań doświadczalnych i analiz numerycznych liny jednozwitej 1x37 i dwuzwitej 6x19 można stwierdzić, że pierwsza z nich cechuje się dużą sztywnością, a deformacje w zakresie sprężysto-plastycznym tej liny są widoczne dopiero przy dużym jej wyężeniu (70%). Przy mniejszym wyężeniu lina ta wykazuje jedynie właściwości liniowo-sprężyste – po odciążeniu masztu powraca do konfiguracji początkowej. Przyjęta dla porównania lina dwuzwita 6x19 charakteryzuje się znaczną wydłużalnością już przy niewielkim wyężeniu (32,5%). Średnia wartość współczynnika sprężystości liny jednozwitej 1x37 uzyskana na podstawie badań doświadczalnych jest równa 158 GPa, a w przypadku liny dwuzwitej 6x19 – wynosi 130 GPa. Z przytoczonych danych wynika, że liny jednozwite są bardziej odpowiednie na odciągi masztów (szczególnie masztów wysokich) niż liny wielozwite.
6. W symulacjach numerycznych potwierdzono dobrą zbieżność modelu zastępczego i modelu dokładnego. Należy wyraźnie zaznaczyć, że model zastępczy może być wykorzystywany w praktyce inżynierskiej, o ile nie wymaga się dokładnych obliczeń konstrukcji. Takie postępowanie pozwala na uproszczenie i skrócenie czasu obliczeń, szczególnie w przypadku wysokich konstrukcji o dużej liczbie elementów. Warto jednak podkreślić, że obecnie, ze względu na rozwój programów i metod obliczeniowych, przestrzenne modelowanie konstrukcji nie stanowi większych problemów.
7. Stosowanie trzonu masztu o skratowaniu bezsłupkowym (typu A) jest z ekonomicznego punktu widzenia korzystniejsze niż użycie dwóch pozostałych analizowanych typów skratowania ze słupkami (pkt. 5.2). Skratowanie typu A charakteryzuje się bowiem mniejszym współczynnikiem wypełnienia  $\phi$  niż skratowanie typu B i C, co wpływa na mniejszą wartość obciążenia konstrukcji masztu wiatrem.
8. Efekt obciążeń odcinkowych od porywistego działania wiatru proponowany przez normę [240], jest obliczany w sposób sztuczny, stąd też analiza porównawcza masztu z odciągami w zakresie sprężystym i niesprężystym ma przybliżony charakter.

W praktycznych obliczeniach zaleca się dokładną analizę konstrukcji, z uwzględnieniem dynamicznych efektów oddziaływania wiatru, bez stosowania metod zastępczych.

9. Na stan sił i przemieszczeń masztów z odciągami istotnie wpływa wartość wstępnego naciągu lin stosowanych na odciągi, szczególnie w przypadku lin wielozwitych o dużej nieliniowości fizycznej.

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że sformułowana w pkt. 1.4.2 teza pracy została udowodniona. Potwierdzono, iż fizyczna nieliniowość odciągów wpływa na sztywność konstrukcji masztu i powoduje zmiany stanu sił i przemieszczeń całej konstrukcji masztowej. Uwzględnienie tego rodzaju nieliniowości w analizie statycznej przyczynia się do wzrostu dokładności obliczeń masztu.

Przedstawione badania doświadczalne i analizy numeryczne masztów z odciągami w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym stanowią podsumowanie dotychczasowych kilkuletnich prac autorki.

## 6.2. Nowe elementy pracy

W niniejszej rozprawie oryginalnymi osiągnięciami autorki są:

- przygotowanie i realizacja badań doświadczalnych lin (jednozwitej 1x37 i dwuzwitej 6x19), pozwalających na określenie rzeczywistych właściwości mechanicznych tych elementów,
- opracowanie metodyki badań doświadczalnych,
- opracowanie autorskiego modelu numerycznego masztu o dowolnej geometrii w programie SOFiSTiK, pozwalającego na uwzględnienie zarówno geometrycznej, jak i fizycznej nieliniowości konstrukcji,
- własne obszerne analizy numeryczne pojedynczego cięgna i całych konstrukcji masztów z odciągami w zakresie liniowo-sprężystym i sprężysto-plastycznym, różniących się m. in. geometrią, konstrukcją i wysokością trzonu, rodzajami czy siłami wstępnego naciągu lin stosowanych na odciągi masztu,
- **wykazanie różnic w pracy statycznej masztów z odciągami z lin o charakterystyce liniowo-sprężystej i niesprężystej,**
- przeprowadzenie obszernego przeglądu literatury dotyczącego masztów z odciągami, z wyszczególnieniem wybranych charakterystycznych zagadnień odnoszących się do projektowania i obliczania tych konstrukcji, działających obciążeń, historii powstania i ewolucji, modeli i metod obliczeniowych masztów,



- zebranie i usystematyzowanie wszystkich aktualnych przepisów i wytycznych normowych dotyczących badań doświadczalnych lin stalowych przy rozciąganiu,
- sformułowanie wniosków, które mogą być wykorzystane w praktyce inżynierskiej.

### **6.3. Kierunki dalszych prac**

Celowym kierunkiem dalszych prac jest, według autorki, opracowanie metody obliczeniowej, pozwalającej na wyznaczenie pełnej dynamicznej odpowiedzi masztów z odciągami, w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym, która jednocześnie byłaby przystępna dla projektantów konstrukcji masztowych.

Prace związane z opracowaniem tej metody obejmują kilka zasadniczych etapów:

- I – przygotowania próbek lin i stanowisk badawczych,
- II – przeprowadzenie badań eksperymentalnych dotyczących ustalenia charakterystyk dynamicznych odciągów masztów stalowych tj.: częstości i amplitudy drgań oraz charakterystyki tłumienia,
- III – opracowanie i walidacja modelu numerycznego,
- IV – opracowanie algorytmu obliczeniowego pozwalającego na określenie pełnej dynamicznej odpowiedzi masztu.

W dążeniu do zrealizowania powyższych prac podjęto współpracę ze środowiskiem gospodarczym, zajmującym się projektowaniem i wykonawstwem masztów z odciągami.

## LITERATURA

### Źródła drukowane

- [1] Ajdukiewicz C., Gajewski M., Mossakowski P.: *Zastosowanie systemu optycznej korelacji obrazu „Aramis” do identyfikacji rys w elementach betonowych*. Logistyka, nr 6/2010, 27-34.
- [2] Amiri G.G.: *Seismic sensitivity indicators for tall guyed telecommunication towers*. Computers and Structures, vol. 80 (2002), 349-364.
- [3] Amiri G.G., McClure G.: *Seismic response of tall guyed telecommunication towers*. Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, June 23-28, 1996, Paper No. 1882.
- [4] Ansell A.: *The dynamic element method for analysis of frame and cable type structures*. Engineering Structures, vol. 27 (2005), 1906-1915.
- [5] Argatov I.: *Response of a wire rope strand to axial and torsional loads. Asymptotic modeling of the effect of interwire contact deformations*. International Journal of Solids and Structures, vol. 48 (2011), 1413-1423.
- [6] Argyris J.H., Scharpf D.W.: *Large deflection analysis of prestressed networks*. Journal of the Structural Division, March (1972), 633-654.
- [7] Ballaben J.S., Rosales M.B.: *Parametric study of the dynamic along-wind response of a guyed tower*. Proceedings of Segundo Congreso Latinoamericano de Ingeniería del Viento (CLIV2), La Plata, Argentina, 2012.
- [8] Ballaben J.S., Rosales M.B., Sampaio R.: *Dynamic analysis of a guyed mast with uncertainties on the guy initial tension and the wind load*. Mecánica Computacional vol. XXXIII, San Carlos de Bariloche, Argentina, 23-26 Setiembre 2014, 1751-1765.
- [9] Ballaben J.S., Rosales M.B., Sampaio R.: *Stochastic dynamics of a non-linear cable-beam system*. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, vol. 38 (2016), 307– 316.
- [10] Bar A., Nizioł J.: *Drgania masztów z odcciągami wywołane opływem wiatru*. Zeszyty Naukowe. Mechanika. Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy, z. 53, nr 241 (2002), 7-18.
- [11] Belevičius R., Jatulis D., Šešok D.: *Optimization of tall guyed masts using genetic algorithms*. Engineering Structures, vol. 56 (2013), 239-245.
- [12] Bell L.C., Brown D.M.: *Guyed tower optimization*. Computers and Structures, vol. 6 (1976), 447-450.
- [13] Ben Kahla N.: *Dynamic analysis of guyed towers*. Engineering Structures, vol. 16, no 4 (1994), 293-300.
- [14] Ben Kahla N.: *Dynamics of a single guy cable*. Computers and Structures, vol. 54 (1995), 1197-1211.
- [15] Ben Kahla N.: *Equivalent beam-column analysis of guyed towers*. Computers and Structures, vol. 55 (1995), 631-645.
- [16] Ben Kahla N.: *Influence of star mounts on guyed towers*. Computers and Structures, vol. 54 (1995), 989-995.
- [17] Ben Kahla N.: *Nonlinear dynamic response of a guyed tower to a sudden guy rupture*. Engineering Structures, vol. 19 (1997), 879-890.
- [18] Ben Kahla N.: *Response of a guyed tower to a guy rupture under no wind pressure*. Engineering Structures, vol. 22 (2000), 699-706.

- [19] Ben Kahla N., Mohamed Hechmi El Ouni: *Response of tall guyed masts to earthquake motion*. Third International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics, Hammamet, Tunisia, December 17-19, 2006.
- [20] Bęc J.: *Aerodynamika masztów z odciągami*. Budownictwo i Architektura, nr 1 (2007), 103-118.
- [21] Bęc J., Błazik-Borowa E., Lipecki T.: *Wind tunnel study of axial force variation in guys of flexible mast models*. MATEC Web of Conferences, 83, 05002 (2016).
- [22] Bęc J., Flaga A.: *Analiza statyczna i dynamiczna masztów z odciągami poddanych działaniu wiatru*. Mat. 51 Konf. Naukowej KILiW PAN i KN PZITB Gdańsk-Krynica 2005, t. II, 17-24.
- [23] Bęc J., Flaga A., Krasnodębski G.: *Analiza wpływu obciążenia wiatrem przy różnych kombinacjach obciążeń środowiskowych na sztywności podpór masztów utworzonych z trzech odciągów*. Mat. 46 Konf. Naukowej KILiW PAN i KN PZITB Wrocław-Krynica 2000, t. I, 27-34.
- [24] Bęc J., Lipecki T., Błazik-Borowa E.: *Pomiary drgań aeroelastycznych modeli masztów z odciągami w tunelu aerodynamicznym*. Budownictwo i Architektura, nr 12 (2013), 211-218.
- [25] Blakeborough A., Grey M., Williams M.S.: *Characterizing the Seismic Behavior of Guyed Masts*. Journal of Earthquake Engineering, nr 12 (2008), 36-53.
- [26] Błachowski B.D.: *Active vibration control of guyed masts*. AMAS Workshop on Smart Materials and Structures, SMART'03, Jadwisin 2003, 123-129.
- [27] Błachowski B.D.: *Optymalne sterowanie drganiami masztów z odciągami*. Rozprawa doktorska. Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polska Akademia Nauk. Warszawa 2004.
- [28] Błachowski B.D.: *Model based predictive control of guyed mast vibration*. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, vol. 45 (2007), 405-423.
- [29] Bolanowski K.: *Wpływ zawartości węgla i obróbki cieplnej na właściwości mechaniczne i mi-krostrukturę stali niestopowej*. Obróbka Metalu, nr 2/2015, 12-17.
- [30] Chen Y., Meng F., Gong X.: *Parametric modeling and comparative finite element analysis of spiral triangular strand and simple straight strand*. Advances in Engineering Software, vol 90 (2015), 63-75.
- [31] Chróścielewski J., Miśkiewicz M., Pyrzowski Ł.: *Wprowadzenie do modelowania MES w programie SOFiSTiK*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej. Gdańsk 2016.
- [32] Ciesielski R.: *O katastrofach i defektach stalowych masztów radiowo-telewizyjnych*. Inżynieria i Budownictwo, nr 3/1992, 73-78.
- [33] Ciesielski R., Koziół K.: *Nagłe odciążenie masztu odpadnięciem oblodzenia z odciągów - analiza odpowiedzi konstrukcji*. Mat. XLIX Konf. Naukowej KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2003, t. II, 21-28.
- [34] Ciesielski R., Koziół K.: *Odpowiedź wysokiego masztu z odciągami na wpływy parasejsmiczne*. X Sympozjum Naukowe Wpływy sejsmiczne i parasejsmiczne na budowie. Instytut Mechaniki Budowli Politechniki Krakowskiej oraz Komisja Budownictwa Oddziału PAN w Krakowie pod patronatem KILiW PAN, Kraków 2003, 97-106.

- [35] Clobes M., Peil U.: *Unsteady buffeting wind loads in the time domain and their effect on the life-cycle prediction of guyed masts*. Structure and Infrastructure Engineering, vol. 7 (2011), 187-196.
- [36] Clobes M., Willecke A., Peil U.: *A refined analysis of guyed masts in turbulent wind*. 5<sup>th</sup> European & African Conference on Wind Engineering (EACWES), 19-23 July 2009, Florence, Italy.
- [37] Coarita E., Flores L.: *Nonlinear analysis of structure cable - truss*. IACSIT International Journal of Engineering and Technology, vol. 7, no. 3 (2015), 160-169.
- [38] Cohen E., Perrin H.: *Design of multi-level guyed towers: wind loading*. Journal of Structural Division, Proc. ASCE, vol. 83, no. ST5 (1957a), 1355-1 – 1355-29.
- [39] Cohen E., Perrin H.: *Design of multi-level guyed towers: structural analysis*. Journal of Structural Division, Proc. ASCE, vol. 83, no. ST5 (1957b), 1356-29.
- [40] Davenport A.G.: *How can we simplify and generalize wind loads?* J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 54/55 (1995) 657-669.
- [41] Davenport A.G., Sparling B.F.: *Dynamic gust response factors for guyed towers*. J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 41-44 (1992) 2237-2248.
- [42] Desai Y.M., Punde S.: *Simple model for dynamic analysis of cable supported structures*. Engineering Structures, vol. 23 (2001), 271-279.
- [43] Dobiszewski K.: *Remont i wzmacnianie masztów stalowych*. XV Ogólnopolska Konferencja. Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji. Ustroń 2000.
- [44] Ekhande S.G., Madugula M.K.S.: *Geometric non-linear analysis of three-dimensional guyed towers*. Computers and Structures, vol. 29 (1988), 801-806.
- [45] El-Ghazaly, H.A., Al-Khaiat, H.A.: *Analysis and design of guyed transmission towers - Case study in Kuwait*, Computers and Structures, vol. 55 (1995), 413-431.
- [46] Fahleson C.: *Ice and wind loads on guyed masts*. Doctoral thesis, Luleå University of Technology, Sweden, 1995.
- [47] Faridafshin F., McClure G.: *Seismic response of tall guyed masts to asynchronous multiple-support and vertical ground motions*. ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 134, no. 8 (2008), 1374-1382.
- [48] Feyrer K.: *Drahtseile . Bemessung , Betrieb , Sicherheit .* Springer – Verlag Berlin – Heidelberg New York 2000.
- [49] Flaga A.: *Projektowanie ze względu na wiatr. Rola badań w tunelach aerodynamicznych*. Builder, t. 19, nr 8 (2015), 60-63.
- [50] Foder M.H.: *ISO 12494 “Atmospheric Icing of Structures” and How to Use It*. XI International Offshore and Polar Engineering Conference, Stavanger, Norway, June 17-22, 2001, 678-685.
- [51] Foti F., de Luca di Roseto A.: *Analytical and finite element modeling of the elastic-plastic behaviour of metallic strands under axial-torsional loads*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 115-116 (2016), 202-214.
- [52] Foti F., Martinelli L.: *Mechanical modeling of metallic strands subjected to tension, torsion and bending*. International Journal of Solids and Structures, vol 91 (2016), 1-17.

- [53] Gantes C., Khoury R., Connor J., Pouangare C.: *Modeling, loading, and preliminary design considerations for tall guyed towers*. Computers and Structures, vol. 49, no. 5 (1993), 797-805.
- [54] Gerstoft P., Davenport A.G.: *A simplified method for dynamic analysis of a guyed mast*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 23 (1986), 487-499.
- [55] Giofrè M., Cavalagli N., Gusella V.: *Movable guyed masts affected by wind loads: Buckling and stochastic response*. Structural Control and Health Monitoring, vol. 15 (2008), 299-314.
- [56] Giofrè M., Gusella V., Materazzi A.L., Venanzi I.: *Removable guyed mast for mobile phone networks: wind load modeling and structural response*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 92 (2004), 463-475.
- [57] Głowacka M. i in.: *Metaloznawstwo*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej. Gdańsk 1996.
- [58] Goldberg J.E., Gaunt J.T.: *Stability of guyed towers*. Journal of Structural Division, Proc. ASCE, vol. 99, no. ST4 (1973), 741-756.
- [59] Golis B., Pilarczyk J.W., Błażejowski Z.: *Druty stalowe*. Wydawnictwo Wydziału Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej. Częstochowa 2003.
- [60] Golis B., Pilarczyk J.W., Muskalski Z.J.; Błażejowski Z.: *Liny stalowe*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej. Częstochowa 2006.
- [61] Grabowski A., Podhorecki A.: *Obliczenia statyczne układów ciągnowych*. Zeszyty Naukowe. Mechanika. Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy, z. 53, nr 241 (2002), 91-100.
- [62] Greco L., Impollonia N., Cuomo M.: *A procedure for the static analysis of cable structures following elastic catenary theory*. International Journal of Solid and Structures, vol. 51, (2014), 1521-1533.
- [63] Greenberg D.P.: *Inelastic analysis of suspension roof structures*. Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, no. ST5 (1970), 905-930.
- [64] Grochowski I.: *Maszty radiowe i telewizyjne*, w: *Poradnik projektanta konstrukcji metalowych*, t.2, Arkady, Warszawa 1982, 473-508.
- [65] Grochowski I.: *Sztywności podpór masztów z odciągami*. VII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna "Konstrukcje Metalowe", Gdańsk, 1984, t.4, 64-71.
- [66] Grosel J., Klasztorny M.: *Zastosowanie systemu COSMOS do symulacji nagłego zerwania odciągów masztu*. Inżynieria i Budownictwo, nr 1/2002, 34-37.
- [67] Gutkowski W.: *Przyczyny i przebieg zniszczenia masztu radiowego w Gąbinie*. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/1992, 346-348.
- [68] Guzmán A.M., Calderón F.A., Roldan V.A.: *Dynamic response of guyed mast under seismic loadings*. International Journal of Science and Research (IJSR), vol. 7, no 7 (2018), 567-575.
- [69] Guzmán A.M., Rosales M.B., Filipich C.P.: *Natural vibrations and buckling of a spatial lattice structure using a continuous model derived from an energy approach*. International Journal of Steel Structures, vol. 17, no. 2 (2017), 565-578.
- [70] Guzmán A.M., Rosales M.B., Filipich C.P.: *Continuous one-dimensional model of a spatial lattice. Deformation, vibration and buckling problems*. Engineering Structures, vol. 182 (2019), 290-300.
- [71] Hajduk J., Osiecki J.: *Ustroje ciągnowe. Teoria i obliczanie*. WNT, Warszawa 1970.

- [72] Hankus J.: *Budowa i właściwości mechaniczne lin stalowych*. Główny Instytut Górnictwa, Katowice 1990.
- [73] Harikrishna P., Annadurai A., Gomathinayagam S., Lakshmanan N.: *Full scale measurements of the structural response of a 50 m guyed mast under wind loading*. Engineering Structures, vol. 25 (2003), 859-867.
- [74] He Y.L., Chen W.J., Dong S.L., Wang. Z.M.: *The dynamic stability analysis of guyed masts under random wind loads*. Wind and Structures, vol. 6, nr 2 (2003), 151-164.
- [75] He Y.L., Ma X., Wang. Z.M.: *Nonlinear discrete analysis method for random vibration of guyed masts under wind load*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 91 (2003), 513-525.
- [76] Hensley G.M.: *Finite element analysis of the seismic behavior of guyed masts*. MS thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia 2005.
- [77] Hensley G.M., Plaut R.H.: *Three-dimensional analysis of the seismic response of guyed masts*. Engineering Structures, vol. 29 (2007), 2254-2261.
- [78] Heydari M., Moharrami H., Yazdani-Paraei H.: *Nonlinear Analysis and Optimum Design of Guyed Masts*. J. Optim. Theory Appl., vol. 155 (2012), 1025-1046.
- [79] Horr A.M.: *Nonlinear spectral dynamic analysis of guyed towers. Part I: Theory*. Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 31 (2004), 1051-1060.
- [80] Horr A.M., Yibulayin A., Disney P.: *Nonlinear spectral dynamic analysis of guyed towers. Part II: Manitoba towers case study*. Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 31 (2004), 1061-1076.
- [81] Höbbel T., Thiele K., Clobes M.: *Wind turbulence parameters from three dimensional full-scale measurements at 344 m high guyed mast site Gartow 2*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 172 (2018), 341-350.
- [82] Hull F.H.: *Some problems in the analysis of tall multi-level guyed towers*. Ph.D. Dissertation, Princeton University, 1960.
- [83] Irvine M.H.: *Cable structures*. The MIT Press. Cambridge 1981.
- [84] Ismail A.: *Seismic assessment of guyed towers: A case study combining field measurements and pushover analysis*. HBRC Journal, vol. 12 (2016), 47-53.
- [85] Jakiel T.: *Wpływ rodzaju skratowania na występowanie sił drugorzędnych w trzonie masztu*. Praca zbiorowa pod red. J. Bzówki. Współczesny stan wiedzy w Inżynierii Ładowej, Gliwice 2015, 195-202.
- [86] Janiga Ł.: *Statyczna i dynamiczna analiza zerwania odciaгу masztu*. Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference on Metal Structures, Wrocław, 2011, 550-559.
- [87] Janiga Ł.: *Wpływ sztywności trzonu masztu oraz sił naciągów wstępnych lin na wartość zastępczej siły przy zerwaniu odciaгу*. Mat. XI Konf. Nauk. Doktorantów Wydz. Budownictwa, Szczyrk 2011, 545-553.
- [88] Janiga Ł.: *Dobór naciągów wstępnych odciaгów masztów o trzonach trójpasowych*. Rozprawa doktorska. Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2013.
- [89] Jatulis D., Kamaitis Z., Juozapaitis A.: *Static behaviour analysis of masts with combined guys*. Journal of Civil Engineering and Management, vol. XIII, nr 3 (2007), 177-182.
- [90] Jayaraman H.B., Knudson W.C.: *A curved element for the analysis of cable structures*. Computers and Structures, vol. 14, no. 3-4 (1981), 325-333.

- [91] Jonatowski J.J., Birnstiel Ch.: *Inelastic stiffened suspension space structures*. Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96 (1970), 1143-1166.
- [92] Juszczak-Andraszyk K.: *Dynamika smukłych konstrukcji stalowych pod obciążeniem o charakterze stochastycznym*. Rozprawa doktorska. Politechnika Łódzka. Łódź 2020.
- [93] Kaczurin W.K.: *Teoria konstrukcji wiszących*. Arkady, Warszawa 1965.
- [94] Kamiński M., Szafran J.: *Stochastyczna analiza drgań wymuszonych stalowych wież telekomunikacyjnych*. Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, t. XXXI, z. 61, nr 2/2014, 43-56.
- [95] Kastratović G., Vidanović N., Bakić V., Rašuo B.: *On finite element analysis of sling wire rope subjected to axial loading*. Ocean Engineering, vol. 88 (2014), 480-487.
- [96] Kim J., Chang S.P.: *Dynamic stiffness matrix of an inclined cable*. Engineering Structures, vol. 23 (2001), 1614-1621.
- [97] Kogul S., Gunathilaka A.M.L.N., Lewanagamage C.S., Jayasinghe M.T.R.: *Seismic analysis of guyed mast towers in Sri Lanka*. 6<sup>th</sup> International Conference on Structural Engineering and Construction Management, Kandy, Sri Lanka, December 11-13, 2015, 98-104.
- [98] Kowal J., Snamina J., Orkisz P.: *Symulacja numeryczna drgań masztu telekomunikacyjnego*. Modelowanie inżynierskie, nr 37/2009, Gliwice, 177-184.
- [99] Kozioł K.: *Prętowe konstrukcje z odciągami. Analiza odpowiedzi dynamicznej na obciążenia wyjątkowe*. Praca doktorska. Politechnika Krakowska. Kraków 2007.
- [100] Kozioł K., Stypuła K.: *Odpowiedź masztu z odciągami na wybrane obciążenia wyjątkowe*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, nr 276/2011, 357-364.
- [101] Kozłowski T.: *Stalowe maszty i wieże radiowe i telewizyjne*. Arkady, Warszawa 1965.
- [102] Kutterer M., Starossek U.: *Dynamic Cable Stiffness and Dynamic Interaction between Cable and Beam*. The Second International Offshore and Polar Engineering Conference San Francisco, USA, 14-19 June 1992, 361-368.
- [103] Lachodný J., Janata V.: *Full-scale measurements of towers and masts and comparison with theoretical simplified analysis*. J. of the International Association for Shell and Spatial Structures, vol. 55 (2014), nr 2, 107-116.
- [104] Laport E.A.: *Radio antenna engineering*. McGraw-Hill Publishing Co., New York 1952.
- [105] Liang B., Zhao Z., Wu X., Liu H.: *The establishment of a numerical model for structural cables including friction*. Journal of Constructional Steel Research, vol. 139 (2017), 424-436.
- [106] Livesley R.K., Poskitt T.J.: *Structural analysis of guyed masts*. Proc. Institution of Civil Engineers, London, vol. 24 (1963), 373-386.
- [107] Łubiński M., Żółtowski W.: *Konstrukcje metalowe. Część 2*. Arkady. Warszawa 1992.
- [108] Madugula M.K.S.: *Dynamic response of lattice towers and guyed mast*. ASCE, New York 2002.
- [109] Madugula M.K.S., Wahba Y.M.F., Monforton G.R.: *Dynamic response of guyed masts*. Engineering Structures, vol. 20, no. 12 (1998), 1097-1101.
- [110] Makkonen L., Thompson G., Nygaard B.E.K., Lehtonen P.: *Vertical distribution of ice load on tall masts and towers*. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, vol. 55, nr 3 (2014), 175-182.

- [111] Marshall D.G.: *Deflection and guy tensions of guyed masts subjected to direct and torsional loads*. M.A.Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, Windsor University, Ontario, Canada 1966.
- [112] Materazzi A.L., Venanzi I.: *A simplified approach for the wind response analysis of cable-stayed masts*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 95 (2007) 1272-1288.
- [113] Matuszkiewicz M.: *Analiza statyczna ustrojów ciągowych w zakresie sprężysto-plastycznym*. Rozprawa doktorska. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2000.
- [114] Matuszkiewicz M.: *Analiza odpowiedzi masztu na zerwanie odciągu*. Inżynieria i Budownictwo, nr 6/2008, 305-307.
- [115] Matuszkiewicz M.: *Obliczanie kratowych masztów z odciągami według PN-EN 1993-3-1*. Inżynieria i Budownictwo, nr 4/2010, 194-199.
- [116] Matuszkiewicz M.: *Obliczanie masztów o trzonach rurowych według Eurokodu 3*. Inżynieria i Budownictwo, nr 11/2011, 589-593.
- [117] Matuszkiewicz M.: *Calculacion of guyed masts in accordance with EN 1993-3-1 standard taking into account mast shaft geometrical imperfections*. Engineering Structures, vol. 33 (2011), 2044-2048.
- [118] Matuszkiewicz M.: *Obciążenie oblodzeniem konstrukcji masztów*. Inżynieria i Budownictwo, nr 3/2012, 135-139.
- [119] Matuszkiewicz M.: *Wybrane problemy obciążenia oblodzeniem masztów z odciągami*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, nr 283/2012, 249-256.
- [120] Matuszkiewicz M.: *Wpływ osiadania fundamentu na wybraną konstrukcję masztu*. Budownictwo i Architektura, nr 12/2013, 245-250.
- [121] Matuszkiewicz M.: *Analiza parametryczna wpływu osiadania fundamentu trzonu masztu na stan sił i przemieszczeń wybranej konstrukcji masztu*. Materiały Budowlane, nr 11/2013, 30-33.
- [122] Matuszkiewicz M.: *Badanie wpływu wstępnych imperfekcji trzonu masztu na wartości sił wewnętrznych i wyężenie konstrukcji masztu*. Budownictwo i Architektura, nr 13/2014, 259-266.
- [123] Matuszkiewicz M.: *Imperfections in calculations of guyed lattice masts*. Archives of Civil Engineering, LX, nr 4 (2014), 409-420.
- [124] Matuszkiewicz M.: *Influence of the initial guy forces on the static computations of mast taking into account the mast shaft buckling form*. Recent Progress in Steel and Composite Structures - Giżejowski et al., Taylor&Francis 2016, 571-575.
- [125] Matuszkiewicz M.: *Wybrane zagadnienia analizy masztów z odciągami*. Monografia. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej. Koszalin 2017.
- [126] Matuszkiewicz M., Orzłowska R.: *Wpływ efektów drugiego rzędu na wyniki obliczeń masztów o trzonie kratowym*. Inżynieria i Budownictwo, nr 6/2017, 329-332.
- [127] Matuszkiewicz M., Pałkowski Sz.: *Obliczenia masztów według norm PN-B-03204:2002 oraz PN-79/B-03204*. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/2005, 59-63.
- [128] Matuszkiewicz M., Pałkowski Sz.: *Analiza statyczna masztu z uwzględnieniem zerwania odciągu*. Inżynieria i Budownictwo, nr 4/2007, 196-198.
- [129] Mendera Z., Szojda L., Wandzik G.: *Stalowe konstrukcje wsporcze napowietrznych linii wysokiego napięcia*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.



- [130] Meng F., Chen Y., Du M., Gong X.: *Study on effect of inter-wire contact on mechanical performance of wire rope strand based on semi-analytical method*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 115-116, (2016), 416-427.
- [131] Meshmesha H.M., Kennedy J.B., Sennah K., Moradi S.: *Static and dynamic analysis of guyed steel lattice towers*. Structural Engineering and Mechanics, vol. 69 (2019), 567-577.
- [132] Meyers V.J.: *A study of guyed towers considered as conservative non-linear structural systems*. Ph.D. Dissertation, Purdue University, Michigan 1963.
- [133] Miklofsky H.A., Abegg M.G.: *Design of guyed towers by interaction diagrams*. Journal of Structural Division, Proc. ASCE, vol. 92, no. ST1 (1966), 245-266.
- [134] Murzewski J.: *Nieliniowe modele działania wiatru i oddziaływań masztu*. Mat. 46 Konf. Naukowej KILiW PAN i KN PZITB Wrocław-Krynica 2000, t. I, 123-130.
- [135] Murzewski J.: *Projektowanie masztów stalowych według normy PN-B-03204:2002*. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/2003, 83-87.
- [136] Nelofer A.J., Kumar N.S.: *Finite Element Analysis of guyed masts under seismic excitation*. International Journal of Science and Research (IJSR), vol. 5, no. 5 (2016), 580-586.
- [137] Nielsen M.G.: *The Analysis of Masts and Towers*. International Journal of Space Structures, vol. 24, nr 2 (2009), 97-102.
- [138] Nielsen M.G., Støttrup-Andersen U.: *Comparison of the Advantages of guyed masts to self-supporting towers*. ASCE Congress, St. Louis, 2006.
- [139] Niewiadomski J., Głąbik J., Grochowski I.: *Analiza przyczyn katastrofy masztu w Gąbinie*. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/1992, 349-352.
- [140] O'Brien W.T., Francis A.J.: *Cable movement under two-dimensional loads*. Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 90, no. ST3 (1964), 89-123.
- [141] Odley E.G.: *Analysis of high guyed towers*. Journal of Structural Division, Proc. ASCE, vol. 92, no. ST1 (1966), 168-198.
- [142] Oleszek R.: *Modelowanie mostowych konstrukcji sprężonych w środowisku SOFiSTiK*. Mosty, nr 5/2016, 38-44.
- [143] Oliveira S.A.L. de, Silva J.G.S. da, Vellasco P.C.G. da S., Andrade A.A.L. de, Lima L.R.O. de: *Structural Analysis of Guyed Steel Telecommunication Towers for Radio Antennas*. J. of the Braz. Soc. Of Mech. Sci. & Eng., vol XXIX, nr 2/185 (2007).
- [144] Onur Y.A.: *Experimental and theoretical investigation of prestressing steel strand subjected to tensile load*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 118 (2016), 91-100.
- [145] Orlando D., Gonçalves P.B., Rega G., Lenci S.: *Buckling and integrity analysis of cable stayed tower*. The 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications Serra Negra, June 07-11, 2010, 593-598.
- [146] Orzłowska R.: *Analiza porównawcza masztu stalowego wysokości 260 m w programie Sofistik*. Współczesne budownictwo w badaniach młodych naukowców. Monografia. Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Gdańsk 2017, 29-39.
- [147] Orzłowska R.: *Experimental study of mechanical properties of steel cables*. 2<sup>nd</sup> Baltic Conference for Students and Young Researchers BalCon 2018. MATEC Web of Conferences, 219.
- [148] Otto F.: *Dachy wiszące. Forma i konstrukcja*. Arkady, Warszawa 1959.
- [149] Pałkowski Sz.: *Zur statischen Berechnung von Seilen*. Bautechnik, 66 (1989), H. 8, 265-269.

- [150] Pałkowski Sz.: *Analiza statyczna masztu z odciegami*. Inżynieria i Budownictwo, nr 3/1992, 84-86.
- [151] Pałkowski Sz.: *Zur statischen Berechnung von Seilkonstruktionen im elastisch-plastischen Bereich*. Bauingenieur, 67 (1992), 359-364.
- [152] Pałkowski Sz.: *Analiza statyczna ustrojów ciągnowych z uwzględnieniem sprężysto-plastycznych właściwości lin*. Inżynieria i Budownictwo, nr 3/1993, 125-128.
- [153] Pałkowski Sz.: *Konstrukcje ciągnowe*. WNT, Warszawa 1994.
- [154] Pałkowski Sz.: *Sprężysto-plastyczne właściwości ustrojów ciągnowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, nr 520 (1995), 233-244.
- [155] Pałkowski Sz.: *Wybrane zagadnienia statyki i stateczności masztów*. Mat. IX Międzyn. Konf. Nauk.-Techn. "Konstrukcje Metalowe", Kraków, 1995, t.1, 55-64.
- [156] Pałkowski Sz.: *Uwagi dotyczące obliczania cięgien*. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/1996, 114-116.
- [157] Pałkowski Sz.: *O obliczaniu masztów według teorii II rzędu*. Inżynieria i Budownictwo, nr 8/2002, 436-438.
- [158] Pałkowski Sz.: *O obliczaniu masztów według PN-B-03204:2002*. Inżynieria i Budownictwo, nr 7/2003, 371-374.
- [159] Pałkowski Sz.: *Obliczanie, projektowanie i wykonanie stalowych masztów i wież telekomunikacyjnych*. Mat. XIX Ogólnopolskiej Konf. Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji Ustroń, 25-28 lutego 2004, 49-81.
- [160] Pałkowski Sz.: *Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczania i projektowania*. PWN, Warszawa 2009.
- [161] Pałkowski Sz.: *Analiza wybranych metod obliczania odciegów masztów*. Inżynieria i Budownictwo, nr 4/2015, 187-189.
- [162] Pałkowski Sz.: *Wybrane właściwości konstrukcji ciągnowych*. Inżynieria i Budownictwo, nr 7-8/2019, 319-324.
- [163] Pałkowski Sz., Maliszewski G., Matuszkiewicz M.: *Obliczanie cięgien w zakresie sprężysto-plastycznym metodą kolejnych przybliżeń*. Inżynieria i Budownictwo, nr 1/2000, 26-29.
- [164] Páez P.M., Sensale B.: *Analysis of guyed masts by the stability functions based on the Timoshenko beam-column*. Engineering Structures, vol. 152 (2017), 597-606.
- [165] Peil U.: *Bauen mit Selen*. Stahlbau-Kalender 2000, 690-755.
- [166] Peil U., Nölle H.: *Zur Auswirkung von Vereisung auf die Beanspruchung abgespannter Maste*. Bauingenieur, 68 (1993), 237-245.
- [167] Peil U., Nölle H., Wang Z.H.: *Dynamic behaviour of guys under turbulent wind load*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 65 (1996), 43-54.
- [168] Petersen Chr.: *Chaotische Taumelschwingungen abgespannter Maste*. Stahlbau, 61 (1992), H. 6, 179-185.
- [169] Petersen Chr.: *Stahlbau*. Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 1993.
- [170] Pezo M.L., Bakić V.V., Marković Z.J.: *Structural analysis of guyed mast exposed to wind action*. Thermal Science, vol 20 (2016), 1473-1483.
- [171] Pietrzak L.: *O przyczynach zawalenia się masztu w Gąbinie*. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/1992, 352-353.

- [172] Rakowski G., Kacprzyk Z.: *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [173] Rakowski J., Świtka R.: *Sprężysto-plastyczne odkształcenia i proces niszczenia siatek ciągnowych*. Archiwum Inżynierii Łądowej, Poznań, 1/1989, t. XXXV, 15-29.
- [174] Raman N.V., Surya Kumar G.V., Sreedhara Rao V.V.: *Large displacement analysis of guyed towers*. Computers and Structures, vol. 28 (1988), 93-104.
- [175] Rawska-Skotniczny A.: *Obciążenia budynków i konstrukcji budowlanych według Eurokodów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
- [176] Ribeiro D., Bragança C., Montenegro P.A., Carvalho H., Costa B., Marques F.: *Wind-induced fatigue analysis of high-rise guyed lattice steel towers*. Structures, vol. 36 (2022), 719-734.
- [177] Ruchwa M., Matuszkiewicz M.: *Zastosowanie Metody Elementów Skończonych w obliczeniach statycznych konstrukcji ciągnowych*. Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, Tom LIX, nr 4/2010, 363-378.
- [178] Rykaluk K.: *Dobór naciągów wstępnych w odciągach masztów trójpasowych*. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/1997, 452-453.
- [179] Rykaluk K.: *Ustalenie zastępczego równomiernego obciążenia wiatrem odciagu masztu*. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/2000, 92-93.
- [180] Rykaluk K.: *Konstrukcje stalowe. Kominy, wieże, maszty*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004.
- [181] Rykaluk K.: *Konstrukcje metalowe. Część III. DWE*, Wrocław 2018.
- [182] Sadrnejad S.A.: *Numerical solution of base shear in high tensioned cable antenna*. Numerical Methods in Civil Engineering, vol. 1, no. 2 (2014), 21-30.
- [183] Saudi G.: *Structural assessment of a guyed mast through measurement of natural frequencies*. Engineering Structures, vol. 59 (2014), 104-112.
- [184] Scheer J., Peil U.: *Zum Ansatz von Vorspannung und Windlast bei abgespannten Masten*. Bauingenieur, 60 (1985), 185-190.
- [185] Scheer J., Ullrich U.: *Zur Berechnung abgespannter Maste*. Bauingenieur, 53 (1978), 43-50.
- [186] Shi H., Salim H.: *Geometric nonlinear static and dynamic analysis of guyed towers using fully nonlinear element formulations*. Engineering Structures, vol. 99 (2015), 492-501.
- [187] Smith B.W.: *Communication structures*. Thomas Telford Publishing, London, UK, 2007.
- [188] Smith B.W.: *50 years in the design of towers and masts*. From IASS recommendations to current procedures. Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia, 139-152.
- [189] Sparling B.F.: *The dynamic behavior of guys and guyed masts in turbulent winds*. Ph.D. Thesis, University of Western Ontario. London. Ontario 1995.
- [190] Sparling B.F., Davenport A.G.: *Nonlinear dynamic behaviour of guy cables in turbulent winds*. Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 28 (2001), 98-110.
- [191] Szmelter J., Dacko M., Dobrociński S., Wieczorek M.: *Metoda elementów skończonych w statyce konstrukcji*. Arkady, Warszawa 1979.
- [192] Ślęczka D., Ziemiański L.: *Analiza modeli obliczeniowych masztu stalowego wysokości 320 m*. Inżynieria i Budownictwo, nr 4/2008, 204-206.
- [193] Śmierchalski D., Radke M.: *Pomiary odkształceń lokalnych w przestrzeni*. PAK, vol. 58, nr 1/2012, 115-118.

- [194] Tesar A.: *Tuned vibration control of slender structures*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 45 (1999), 1243-1255.
- [195] Timoshenko S.P., Gere J.M.: *Teoria stateczności sprężystej*. Arkady, Warszawa 1963.
- [196] Tytko A.: *Liny stalowe. Budowa, właściwości, eksploatacja, zastosowania*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2021.
- [197] Wahba Y.M.F.: *Static and dynamic analysis of guyed antenna towers*. Ph.D. Dissertation, Windsor University, Ontario, Canada 1999.
- [198] Wahba Y.M.F., Madugula M.K.S., Monforton G.R.: *Effect of icing on the free vibration of guyed antenna towers*. Atmospheric Research, vol. 46 (1998), 27-35.
- [199] Wahba Y.M.F., Madugula M.K.S., Monforton G.R.: *Evaluation of non-linear analysis of guyed antenna towers*. Computers and Structures, vol. 68 (1998), 207-212.
- [200] Waszczyszyn Z., Cichoń Cz., Radwańska M.: *Metoda elementów skończonych w stateczności konstrukcji*. Arkady, Warszawa 1990.
- [201] Weiss S., Giżejowski M.: *Stateczność konstrukcji metalowych. Układy prętowe*. Arkady, Warszawa 1991.
- [202] Wichtowski B.: *Siły w odciągach masztów telekomunikacyjnych od naciągu wstępnego*. Mat. 51 Konf. Naukowej KILiW PAN i KN PZITB Gdańsk-Krynica 2005, t. 2, 227-234.
- [203] Wichtowski B., Wichtowski M.: *Naciągi wstępne w linach odciągowych kominów stalowych*. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/2017, 455-458.
- [204] Williamson, R.A.: *Stability study of guyed towers under ice loads*. Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 99, no. ST12 (1973), 2391-2408.
- [205] Yang Y.B., Tsay J.Y.: *Geometric nonlinear analysis of cable structures with a two-node cable element by generalized displacement control method*. International Journal of Structural Stability and Dynamics, vol.7, no. 4 (2007), 571-588.
- [206] Zhang M., He J., Meng F., Gong X.: *Study on stress relaxation of simple spiral strand subjected to tensile load based on semi-analytical method*. Advances in Engineering Software, vol 128 (2019), 34-45.
- [207] Zhang Z., Wang X., Li Q.: *Responds of a helical triple-wire strand with interwire contact deformation and friction under axial and torsional loads*. European Journal of Mechanics/ A Solid, vol. 73 (2019), 34-46.
- [208] Zhu N.: *Wind tunnel test for guyed mast dynamic characteristics under wind loads*. M. Sc. Thesis, University of Saskatchewan, Saskatoon, Sask 2007.
- [209] Zhu N., Sparling B.F., King J.P.C.: *Comparison of aeroelastic wind tunnel tests and frequency domain analyses of guyed mast dynamic response*. Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 38 (2011), 984-997.
- [210] Zienkiewicz O. C.: *Metoda elementów skończonych*. Arkady, Warszawa 1972.
- [211] Żółtowski W., Kleśła L.: *Katastrofa masztu radiowego w Gąbinie. Przyczyny, przebieg, skutki*. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/1992, 340-346.
- [212] Żółtowski W., Dobiszewski K.: *Główne problemy modernizacji konstrukcji wieżowych i masztowych*. XXIII Ogólnopolska Konferencja Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji. Szczyrk, t. 3 (2008), 481-505.
- [213] Żółtowski W., Król P.A., Dobiszewski K.: *Współczesne tendencje projektowania kratowych konstrukcji typu wieżowego i masztowego*. XXVII Ogólnopolskie Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji. Szczyrk, t. 3 (2012), 381-401.

## **Normy, aprobaty, rozporządzenia**

- [214] ANSI/TIA-222-G. Structural Standard for Antenna Supporting Structures and Antennas.
- [215] CSA S37-01. Canadian standards association: Antennas, towers and antenna supporting structures.
- [216] DIN 1055-5: 2005. Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 5: Schnee- und Eislasten.
- [217] DIN EN 10264-3: 2012. Stahldraht und Drahterzeugnisse. Stahldraht für Seile. Teil 3. Runder und profilierter Draht aus unlegiertem Stahl für hohe Beanspruchungen.
- [218] EN 1998-6: 2005. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 6: Towers, masts and chimneys.
- [219] EN 10027-1: 2016. Designation systems for steel. Part 1: Steel names.
- [220] EN 10264-1: 2012. Steel wire and wire products. Steel wire for ropes. Part 1: General requirements.
- [221] EN 10264-2: 2021. Steel wire and wire products. Steel wire for ropes. Part 2: Cold drawn non alloy steel wire for ropes for general applications.
- [222] European Technical Assessment ETA-11/0160 PFEIFER Wire Ropes.
- [223] ISO 12494: 2001. Atmospheric icing of structures.
- [224] ISO 3108: 2017. Steel wire ropes. Test method. Determination of measured breaking force.
- [225] Millfield Enterprises Manufacturing Limited, *WIRELOCK. Technical data manual* 2017.
- [226] Pfeifer Seil –und Hebeteknik GmbH, *Pfeifer Tension Members* (2015)
- [227] PN-77/B-02011 - Obciążenia w obliczeniach statycznych - Obciążenie wiatrem.
- [228] PN-79/B-03204: 1979. Konstrukcje stalowe. Maszty oraz wieże radiowe i telewizyjne. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [229] PN-82/B-02001: 1982. Obciążenia budowli. Obciążenia stałe.
- [230] PN-86/B-02015: 1986. Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne środowiskowe. Obciążenie temperaturą.
- [231] PN-87/B-02013: 1987. Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne środowiskowe. Obciążenie oblodzeniem.
- [232] PN 90/B-03200: 1990. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [233] PN-B-03204: 2002. Konstrukcje stalowe. Wieże i maszty. Projektowanie i wykonywanie.
- [234] PN-EN 1990: 2004. Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.
- [235] PN-EN 1991-1-1: 2004. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Cz. 1-1: Oddziaływania ogólne. Ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach.
- [236] PN-EN 1991-1-4: 2005. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Cz. 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru.
- [237] PN-EN 1991-1-5: 2005. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Cz. 1-5: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania termiczne.

- [238] PN-EN 1993-1-1: 2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [239] PN-EN 1993-1-11: 2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Cz. 1-11: Konstrukcje ciągnowe.
- [240] PN-EN 1993-3-1: 2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 3-1. Wieże, maszty i kominy. Wieże i maszty.
- [241] PN-EN 12385-1+A1: 2009. Liny stalowe. Bezpieczeństwo. Część 1: Wymagania ogólne.
- [242] PN-EN 12385-2+A1: 2008. Liny stalowe. Bezpieczeństwo. Część 2: Definicje, oznaczenia i klasyfikacja.
- [243] PN-EN 12385-10+A1: 2008. Liny stalowe. Bezpieczeństwo. Część 10: Liny jednozwite do ogólnych zastosowań w konstrukcjach technicznych.
- [244] PN-EN 13411-4: 2011. Zakończenia lin stalowych. Bezpieczeństwo. Część 4: Zalewanie metalem i żywicą.
- [245] *Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 25 czerwca 2003 r. w sprawie sposobu zgłaszania oraz oznakowania przeszkód lotniczych* (Dz.U. nr 130, poz. 1193).
- [246] *Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 26 października 2005 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać telekomunikacyjne obiekty budowlane i ich usytuowanie* (Dz.U. nr 219, poz. 1864 z późn. zm.).
- [247] SOFISTIK 2016 FEA. Oberschleissheim. Germany 2016.

#### Źródła cyfrowe

- [248] <https://encyklopedia.pwn.pl/haslo/Hertz-Heinrich-Rudolf;3911378.html>
- [249] <https://en.wikipedia.org/wiki/T-antenna>
- [250] <https://perfektwerner.pl/>
- [251] [https://pl.wikipedia.org/wiki/KVLY/KTHI\\_TV\\_Mast](https://pl.wikipedia.org/wiki/KVLY/KTHI_TV_Mast)
- [252] [https://pl.wikipedia.org/wiki/Lista\\_najwyzszych\\_budowli\\_w\\_Polsce](https://pl.wikipedia.org/wiki/Lista_najwyzszych_budowli_w_Polsce)
- [253] [https://pl.wikipedia.org/wiki/Lista\\_najwyzszych\\_masztow](https://pl.wikipedia.org/wiki/Lista_najwyzszych_masztow)
- [254] <https://www.dlupal.com/pl/pliki-do-pobrania-i-informacje/referencje/projekty-klientow/001212>
- [255] <https://www.hegewald-peschke.com/products/material-testing-software/testing-software-labmaster/>
- [256] <http://www.instsani.pl/416/urządzenia-do-pomiaru-wiatru>
- [257] <http://www.techsar.pl/portfolio/>
- [258] <https://www.windhunter.com/service/pl/oferta.html>
- [259] <https://www.4-tech.com.pl/liny-stalowe/>

## **Załączniki (płyta CD)**

- Z1 Świadczenia wzorcowania maszyny wytrzymałościowej
- Z2 Zebranie obciążeń odpowiednio na maszt wysokości 190 m (jako uzupełnienie pkt. 5.5) i maszt wysokości 200 m (pkt. 5.4)
- Z3 Kod modułu tekstowego programu SOFiSTiK do wybranego przykładu 5.5.

## Spis rysunków

Rys. 1.1.	Konstrukcja dwóch masztów kratowych Radiowo-Telewizyjnego Centrum Nadawczego RTCN Gołogóra o wysokościach 270 i 114,8 m: a) widok ogólny, b) kratowe trzony z wyposażeniem.....	14
Rys. 1.2.	Anteny paraboliczne talerzowe (a) i anteny TV (b) na maszcie RTCN Gołogóra.....	15
Rys. 1.3.	Schemat konstrukcyjny masztu trójpasowego: $H_i$ – rzędne wysokościowe zamocowania odciągów, $L_i$ – rozpiętości przęseł trzonu masztu, $l_i$ – długości cięciwy odciągów, $\alpha_i$ – kąty nachylenia cięciw cięgien do poziomu, $a$ – szerokość boku ściany trzonu w przekroju, $b$ – sekcja masztu, $c$ – pojedynczy segment [180].....	16
Rys. 1.4	a) Montaż masztu RTCN Przysucha/ Kozłowiec b) żuraw pełzający do montażu masztów firmy „Perfekt Werner” [250].....	17
Rys. 1.5.	Montaż przy użyciu śmigłowca: a) elementów trzonu masztu pomiarowego na Radstadt Tauern w Austrii o wysokości 100 m n.p.m. [254], b) i c) kolejno demontaż i montaż anten w RTCN Ryki [257].....	19
Rys. 1.6.	Schematy masztów typu kratowego a) o stałym, b) o zmiennym przekroju poprzecznym trzonu na całej wysokości.....	19
Rys. 1.7.	Maszt o trzonie trójpasowym w Tåsjö w Szwecji o wysokości 323 m [250].....	20
Rys. 1.8.	Przekroje poprzeczne trzonu masztu w zależności wybranego typu konstrukcji [125].....	20
Rys. 1.9.	Wybrane rodzaje skratowania trzonu masztu (opis w tekście) [240].....	22
Rys. 1.10.	Przepony trzonu masztu a) trójkątne, b) nie w pełni trójkątne [240].....	22
Rys. 1.11.	Demontaż masztu pomiarowego w Głównycach.....	23
Rys. 1.12.	Zamocowanie odciągów do krawężników kratowego trzonu masztu RTCN Gołogóra.....	24
Rys. 1.13.	Podstawa trzonu masztu (przegub centralny) i zakotwienie dwóch poziomów odciągów w jednym fundamencie RTCN Gołogóra.....	24
Rys. 1.14.	Maszt z odciągami w dwóch konfiguracjach zamocowania: a) model standardowy, b) model z odciągami dodatkowymi, c) trójkątne i kwadratowe przekroje poprzeczne z odciągami, 1) trzon, 2) odciągi główne, 3) odciągi drugorzędne [89].....	25
Rys. 1.15.	Model połączenia gwieżdźzistego odciągów: 1) trójkątny przekrój poprzeczny trzonu, 2) dodatkowe pręty rurowe, 3) odciągi masztu [16].....	26
Rys. 1.16.	Rurowy maszt trójprzęsłowy z rejami [180].....	27
Rys. 1.17.	Zależność między siłą $P$ a przemieszczeniem $\delta$ odpowiednio dla masztu a) o charakterystyce liniowej b) o charakterystyce nieliniowej.....	27
Rys. 1.18.	Maszt z odciągami a) w zakresie liniowo-sprężystym, b) w zakresie sprężysto-plastycznym, $\delta$ – odchylenie trzonu masztu od pionu pod wpływem siły $P$ , $\delta_I$ – stan po ustaniu obciążenia [162].....	28
Rys. 1.19.	Podstawowe kierunki działania wiatru na maszt trójścienny [240].....	32
Rys. 1.20.	Podstawowe kierunki działania wiatru na maszt czterościenny [240].....	32
Rys. 1.21.	Typowa odpowiedź masztu z odciągami w warunkach porywistego wiatru: a) przebieg czasowy, b) widmo mocy [41].....	33



Rys. 1.22. Schematy obciążenia wiatrem trzonu trójprzęsłowego ze wspornikiem: a) obciążenie średnie, b) obciążenie odcinkowe $i$ - tego odcinka [240].....	40
Rys. 1.23. Zastąpienie obciążenia $W$ obciążeniem $W'$ [125, 160].....	44
Rys. 1.24. Oblodzenie na maszcie w Finlandii (fot. WINDHUNTER) .....	45
Rys. 1.25. Oblodzone zakotwienie odciągów masztu na Kaszubach (fot. WINDHUNTER) .....	46
Rys. 1.26. Oblodzenie segmentu trzonu masztu w formie chorągiewek szadzi (fot. WINDHUNTER) .....	47
Rys. 1.27. Oblodzenie szklivem elementów konstrukcyjnych, przy czym $t$ – grubość lodu [mm] [223] .....	48
Rys. 1.28. Przyrost oblodzenia szadzią dla elementów typu A i B według [223] .....	49
Rys. 1.29 a) Oblodzenie szadzią w przypadku pręta nachylonego pod pewnym kątem do poziomu [223], b) Odkład szadzi na elemencie o przekroju okrągłym i średnicy większej niż 300 mm [223] .....	50
Rys. 1.30. Zerwanie odciążu masztu na najwyższym poziomie przyłączenia odciągów [86, 125] .....	57
Rys. 1.31. Zależność siły od przemieszczenia: krzywa a – odciążi 2 i 3, krzywa b – maszt bez odciągów 1,2 i 3 [86,125] .....	57
Rys. 1.32. Dodatkowe przepony wzmacniające trzon masztu RTCN Gołogóra, zainstalowane po kilku latach użytkowania konstrukcji .....	60
Rys. 1.33. Zabytkowa T-antena stacji amatorskiej z 1922 roku mająca 60 stóp wysokości i 90 stóp długości [249] .....	63
Rys. 1.34. Schemat statyczny masztu z odciągami a) rzeczywisty; b) uproszczony model dwuwymiarowy (2D) [125] .....	66
Rys. 1.35 a) zmiana długości cięciwy rozciąganego odciążu masztu, b) graficzna zależność przyrostu siły $\Delta N$ od przyrostu długości cięciwy $\Delta l_s$ [160] .....	67
Rys. 1.36. Sztywności odciążu na rozciąganie na kierunkach osi $x$ , $y$ , $z$ [160] .....	68
Rys. 1.37. Przyłączenie odciągów do trzonu masztu a) bezpośrednio do krawężników, b) za pomocą specjalnych wysięgników; 1– trzon, 2 – wysięgniki, 3 – odciążi [111].....	69
Rys. 1.38. Modele trzonu masztu a) zastępczy, b) kratowy; 1– trzon, 2 – pręty wirtualne, 3 – odciążi [146] .....	72
Rys. 2.1. Rodzaje lin stalowych na odciążi masztów: a) spiralna (jednozowita) otwarta, b) spiralna (jednozowita) zamknięta, c) lina splotowa (dwuzowita) [160].....	84
Rys. 2.2. Wpływ zawartości węgla na właściwości mechaniczne stali w stanie wyżarzonym [57] .....	87
Rys. 2.3. Krzywe $\sigma - \epsilon$ dla różnych gatunków stali budowlanych: 1 – stal S235, 2 – stal S355, 3 – drut stalowy na liny [113, 153].....	89
Rys. 2.4. Zależność $\sigma - \epsilon$ pewnej liny stalowej uzyskana w procesie wstępnego napinania [196]....	91
Rys. 2.5. Graficzne zobrazowanie trzech różnych współczynników sprężystości liny [113, 160]... ..	93
Rys. 2.6. Typowy uchwyt stożkowy zalany komponentem żywicznym Wirelock .....	100
Rys. 2.7. Kabłąkowy zacisk śrubowy: a) rozkład obciążeń $F$ przenoszonych przez zaciski, b) najbardziej typowy zacisk śrubowy symetryczny; $d$ –średnica nominalna liny [mm], $R$ – siła zacisku [kN], $F$ – obciążenie liny [kN] [196].....	101

Rys. 2.8. Odciąg masztu o kształcie katenoidy [125, 129].....	102
Rys. 2.9. Odciąg ukośny pod wpływem obciążenia $q$ [125, 161] .....	104
Rys. 2.10. Zamiana obciążenia $g$ na obciążenie prostopadłe do cięciwy ciężna $q_1$ [125, 161] ....	106
Rys. 2.11. Nierównomierne obciążeniem $q(x)$ w przypadku stromych odciągów $\alpha > 60^\circ$ [125, 161] .....	107
Rys. 3.1. Maszyna wytrzymałościowa Inspekt 600 firmy Hegewald&Peschke Meß- Und Prüftechnik GmbH.....	109
Rys. 3.2 a) Przekrój poprzeczny b) odcinek liny do badań .....	110
Rys. 3.3. Minimalne wymiary tulei kotwiącej, zgodnie z [113, 244] .....	111
Rys. 3.4. Wymiary próbki liny do badań .....	111
Rys. 3.5. Wymiary przedstawiające miejsce zamocowania i szerokość opaski trwałej [225]: $e$ – długość kosza uchwytu stożkowego, $d$ – średnica liny, $2d$ – szerokość opaski..	112
Rys. 3.6 a) Końcówka liny rozpleciona na pojedyncze druty b) Równomiernie rozmieszczenie drutów liny w koszu uchwytu stożkowego.....	112
Rys. 3.7. Stanowisko do zalewania końcówek lin .....	113
Rys. 3.8. Dwuskładnikowy komponent żywiczny do zalewania na zimno Wirelock .....	114
Rys. 3.9. Wymiary wewnętrzne tulei stożkowej niezbędne do wyznaczenia wymaganej ilości żywicy [225].....	114
Rys. 3.10. Zalewanie końcówki linowej przy użyciu żywicy Wirelock.....	115
Rys. 3.11. Wyciek żywicy na skutek niepoprawnego zabezpieczenia .....	115
Rys. 3.12. Etapy wiązania żywicy z utwardzaczem .....	116
Rys. 3.13. Przygotowane próbek lin do badań .....	116
Rys. 3.14. Widok próbki liny w maszynie wytrzymałościowej: 1 – badana lina; 2 – uchwyt hydrauliczny do próbek okrągłych; 3 – ekstensometr mechaniczny MFA 25; 4 – czujnik indukcyjny PSx 200 PELTRON; 5 – rama nośna stanowiska.....	119
Rys. 3.15 a) Szczęki do próbek okrągłych o średnicy 30-60 mm mocujące próbki lin w maszynie wytrzymałościowej Inspekt 600 b) sposób mocowania czujników indukcyjnych PSx 200 PELTRON .....	120
Rys. 3.16. Komputerowy system aktywizacji danych SAD 256 .....	121
Rys. 3.17. System optycznej koleracji obrazu Aramis .....	121
Rys. 3.18. Zależność $\sigma - \varepsilon$ liny jednozwoitej 1x37 poddanej statycznej próbie rozciągania.....	123
Rys. 3.19. Wykres nieliniowej zależności $\sigma - \varepsilon$ w czasie cyklicznego obciążania i odciążania...123	123
Rys. 3.20. Etapy zniszczenia próbki liny w badaniu doświadczalnym rzeczywistej siły zrywającej linę w całości, uzyskane za pomocą systemu optycznej koleracji obrazu.....	126
Rys. 3.21. Widok zerwanych próbek lin od R1 do R7.....	126
Rys. 3.22. a) Widok zerwania drutów w próbce liny pod wpływem rzeczywistej siły zrywającej b) uszkodzenie żywicy w tulei stożkowej.....	127
Rys. 3.23. Dopasowanie wielomianu aproksymacyjnego do wyników doświadczalnych, przedstawiających zależność $\sigma - \varepsilon$ liny jednozwoitej 1x37.....	128
Rys. 3.24 a) Przekrój poprzeczny b) odcinek liny wielozwoitej 6x19 do badań .....	129
Rys. 3.25. Wybrane etapy przygotowania i wykonania zakotwienia liny wielozwoitej 6x19.....	129
Rys. 3.26. Pomiar wydłużeń liny za pomocą ekstensometru MFA 25 i systemu Aramis.....	130
Rys. 3.27. Zależność $\sigma - \varepsilon$ liny wielozwoitej 6x19 poddanej statycznej próbie rozciągania.....	130

Rys. 3.28. Dopasowanie wielomianu aproksymacyjnego do wyników doświadczalnych, przedstawiających zależność $\sigma - \varepsilon$ liny wielozwitej 6x19.....	131
Rys. 4.1. Schemat statyczny zastępczego modelu belkowego trzonu masztu: 1 – elementy belkowe, 2 – pręty wirtualne, 3 – odciążenia masztu [125].....	133
Rys. 4.2. Siły ściskające $N_I$ przypadające na pojedynczy pas trzonu masztu trójpasowego: a) wiatr W1, b) wiatr W2 .....	136
Rys. 4.3. Siły poprzeczne $V_I$ przypadające na poszczególne ściany masztu trójściennego wywołane: a) i b) siłą tnącą $V_{Ed}$ , c) momentem skręcającym $M_T$ [169].....	137
Rys. 4.4. Siły poprzeczne $V_I$ przypadające na poszczególne ściany masztu czterościennego wywołane: a) i b) siłą tnącą $V_{Ed}$ , c) momentem skręcającym $M_T$ [169].....	137
Rys. 4.5. Metoda wyznaczenia siły normalnej w krzyżulcu $N_k$ .....	138
Rys. 4.6 a) przemieszczenie węzłów i elementów trzonu masztu wskutek siły ściskającej N, b) skrócenia (wydłużenia) poszczególnych prętów skratowania, c) dodatkowy lokalny moment zginający w krawężniku [125, 181].....	138
Rys. 4.7. Przestrzenny ramowo-kratowy model masztu: 1 – krawężniki trzonu, 2 – skratowanie, 3 – odciążenia [125].....	140
Rys. 4.8. Element belkowy $i-k$ [125, 153].....	142
Rys. 4.9. Element ciągnowy $i-k$ dowolnie zorientowany w przestrzeni [125, 153].....	147
Rys. 4.10. Aproksymacja zależności $\sigma - \varepsilon$ linią łamaną [113] .....	149
Rys. 4.11. Interpretacja procedury przyrostowej [172] .....	150
Rys. 4.12. Interpretacja zmodyfikowanej metody przyrostowej [172] .....	152
Rys. 4.13. Interpretacja geometryczna rozwiązania liniowego i nieliniowego [153, 160, 163]...	152
Rys. 4.14. Rozwiązanie zagadnienia nieliniowego metodą siecznych [113, 160, 163] .....	153
Rys. 4.15. Interpretacja metody Newtona-Raphsona [172].....	154
Rys. 4.16. Geometryczna interpretacja <i>zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona</i> [172].....	155
Rys. 4.17. Geometryczna interpretacja metody mieszanej: a) wykorzystanie stałej macierzy sztywności b) wykorzystanie stycznej macierzy sztywności [172].....	155
Rys. 5.1. Schemat statyczny ciągu pod wpływem obciążenia $g$ i $q$ .....	159
Rys. 5.2. Model ciągu poziomego w programie SOFiSTiK pod obciążeniem $g$ i $q$ .....	159
Rys. 5.3. Zestawienie graficzne sił naciągu $N$ w ciągu w dwóch stanach obciążenia w stanie niesprężystym (kolor niebieski) i w stanie liniowo-sprężystym (kolor czerwony).....	160
Rys. 5.4. Zmiana siły naciągu $N$ ciągu [kN] pod wpływem zmiany obciążenia zmiennego $q$ [kN/m] na podstawie danych z programu SOFiSTiK .....	160
Rys. 5.5. Zestawienie graficzne zmiany strzałki zwisu ciągu $f$ [m] wskutek zmiany obciążenia $p$ [kN/m]; na niebiesko – w stanie niesprężystym; na czerwono – w stanie liniowo-sprężystym .....	161
Rys. 5.6. Schemat statyczny ciągu ukośnego pod wpływem obciążenia $g$ i $q$ .....	163
Rys. 5.7. Zmiana strzałki zwisu ciągu pod wpływem zmiany obciążenia .....	165
Rys. 5.8. Schemat statyczny masztu wysokości 260 m .....	166
Rys. 5.9. Rodzaje skratowania trzonu masztu przyjęte do analizy .....	167
Rys. 5.10. Kierunki oddziaływania wiatru na maszt [240] .....	168
Rys. 5.11. Schematy geometryczne trzonu masztu: a) zastępczego, b) dokładnego (1 –trzon masztu, 2 – pręty wirtualne, 3 – odciążenia) [146] .....	169

Rys. 5.12. Układ konstrukcyjny masztu z zaznaczeniem: a) poziomów zamocowania odciągów, b) zmiany profilu rury stalowej w trzonie masztu.....	173
Rys. 5.13. Poziome przemieszczenie wierzchołka trzonu masztu dla odciągów niesprężystych z lin wielozwitych 6x19 WSC: a) pod wpływem wiatru ( $N_0 + W$ ), b) po odciążeniu do ciężaru własnego ( $N'$ ).....	176
Rys. 5.14. Poziome przemieszczenie wierzchołka trzonu masztu dla odciągów niesprężystych z lin jednozwitych PG 40: a) pod wpływem wiatru ( $N_0 + W$ ), b) po odciążeniu do ciężaru własnego ( $N'$ ).....	177
Rys. 5.15. Porównanie zależności $\sigma - \varepsilon$ liny wielozwitej 6x19 WSC i jednozwitej PG 40 z uwzględnieniem osiągniętego w obliczeniach wyężenia tych lin.....	177
Rys. 5.16. Wizualizacja zachowania się konstrukcji masztu pod działaniem wiatru w programie SOFiSTiK: a) w stanie równowagi statecznej, b) po utracie stateczności trzonu masztu .....	179
Rys. 5.17. Schemat masztu o wysokości 200 m.....	179
Rys. 5.18. Kierunek i schematy obciążenia wiatrem masztu: $F_{m,W}(z)$ – obciążenie średnie (przypadek 0), $F_{pW}(z)$ – obciążenia odcinkowe (1 ÷ 8) [240].....	180
Rys. 5.19. Schemat masztu a) widok pojedynczej ściany segmentu, b) przekrój poprzeczny, c) widok ogólny .....	185
Rys. 5.20. Ugięcie trzonu masztu dla rozpatrywanych wariantów skratowania w modelu dokładnym pod wpływem wiatru W1: a – przypadek $g + W1$ , b – przypadek $g'$ .....	189
Rys. 5.21. Wybrane punkty trzonu masztu .....	190
Rys. 5.22. Maksymalne wartości momentów zginających w krawężnikach trzonu masztu dla wariantu typu A w górnej części trzonu odczytane z programu SOFiSTiK a), b) odpowiednio $M_y$ i $M_z$ w stanie liniowo-sprężystym, c) i d) $M_y$ i $M_z$ w zakresie nie sprężystym [kNm].....	191
Rys. 5.23. Widok zamocowania odciągów do trzonu masztu w programie SOFiSTiK a) model dokładny b) model zastępczy .....	192
Rys. 5.24. Schemat statyczny masztu wysokości 140 m .....	194

## Spis tablic

Tabl. 1.1.	Najwyższe maszty na świecie według [253] .....	15
Tabl. 1.2.	Typowe wysokości masztów pomiarowych w zależności od rodzaju przekroju poprzecznego trzonu masztu [m] [258].....	18
Tabl. 1.3.	Dobór liczby poziomów zamocowania odciągów na podstawie wysokości masztu [181].....	23
Tabl. 1.4.	Współczynniki siły oddziaływania wiatru $C_{f,G}$ w przypadku lin drobnozwoitych [240] .....	42
Tabl. 1.5.	Różne rodzaje oblodzenia zależne od warunków atmosferycznych [125, 223] .....	46
Tabl. 1.6.	Grubości i masy lodu przyporządkowane klasom oblodzenia dla szkliwa [223].....	48
Tabl. 1.7.	Wymiary nawisu szadzi o gęstości $500 \text{ kg/m}^3$ dla elementów konstrukcyjnych (typ A i B), według [223].....	49
Tabl. 1.8.	Wymiary i masy przylegającego lodu w przypadku szerokich kształtowników o przekroju okrągłym dla gęstości szadzi równej $500 \text{ kg/m}^3$ [223].....	51
Tabl. 1.9.	Wartość charakterystyczna obciążenia $g_k$ w zależności od typu przekroju [231] .....	51
Tabl. 1.10.	Współczynniki częściowe dla oddziaływań stałych i zmiennych [240] .....	59
Tabl. 1.11.	Wartości współczynnika redukcji ciśnienia wiatru $k$ dla klas oblodzenia szkliwem [223] .....	61
Tabl. 1.12.	Wartości współczynnika redukcji ciśnienia wiatru $k$ dla klas oblodzenia szadzią [223] .....	61
Tabl. 2.1.	Grupy i rodzaje cięgien [239] .....	83
Tabl. 2.2.	Oznaczenia lin jednozwoitych otwartych wraz z odpowiadającą im liczbą drutów [153] .....	84
Tabl. 2.3.	Parametry lin spiralnych otwartych w grupie B [239] .....	85
Tabl. 2.4.	Rodzaje rdzeni lin odciągowych i ich oznaczenia [196] .....	88
Tabl. 2.5.	Dopuszczalne odchyłki dodatnie wytrzymałości na rozciąganie drutów na liny w zależności od nominalnej średnicy drutów [220].....	90
Tabl. 2.6.	Klasy wytrzymałości drutów na rozciąganie przyporządkowane do konkretnej konstrukcji liny jednozwoitej [234] .....	90
Tabl. 2.7.	Współczynnik sprężystości liny $E$ [239].....	94
Tabl. 2.8.	Wartości współczynnika straty nośności liny na zakotwieniu $k_e$ [239] .....	97
Tabl. 3.1.	Minimalne długości próbek lin bez zakotwień do badań [241] .....	110
Tabl. 3.2.	Parametry techniczne liny spiralnej PG 40 podane przez producenta [226] .....	110
Tabl. 3.3.	Analiza statystyczna badania modułu sprężystości podłużnej $E$ .....	124
Tabl. 3.4.	Analiza statystyczna zerwanych próbek lin .....	125
Tabl. 3.5.	Parametry techniczne liny wielozwoitej 6x19 WSC, podane przez producenta [259]..	128
Tabl. 4.1.	Charakterystyki przekroju zastępczego dla przekroju trójkątnego i kwadratowego [125, 146] .....	134

Tabl. 4.2.	Podatność na ścinanie pojedynczej ściany [125, 160] .....	135
Tabl. 4.3.	Wzory do obliczania sił ściskających $N_I$ w pojedynczym pasie trzonu masztu dla najbardziej charakterystycznych kierunków wiatru W1 i W2 [125].....	135
Tabl. 4.4.	Wzory do obliczania sił drugorzędnych w elementach trzonu masztu [125, 180, 181]..	139
Tabl. 4.5.	Współczynniki $m, n, p$ i $q$ w podmacierzach macierzy sztywności $K'$ [153].....	144
Tabl. 4.6.	Wzory do wyznaczenia naprężenia w poszczególnych przedziałach odkształcenia [113]	150
Tabl. 5.1.	Zestawienie wyników wartości siły $N$ i $N'$ w ciągu poziomym w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym.....	159
Tabl. 5.2.	Porównanie strzałki zwisu ciągu poziomego $f$ [m] w stanie liniowo-sprężystym i niesprężystym .....	161
Tabl. 5.3.	Obliczone wartości naciągu $N$ [kN] w ciągu ukośnym .....	163
Tabl. 5.4.	Strzałka zwisu ciągu $f$ [m] w stanie liniowo-sprężystym i niesprężystym nachylonego do poziomu pod kątem $60^\circ$ .....	165
Tabl. 5.5.	Charakterystyki geometryczno-wytrzymałościowe przekroju zastępczego trzonu masztu.....	168
Tabl. 5.6.	Maksymalne wartości sił wewnętrznych w krawężnikach trzonu masztu uzyskane przy użyciu modelu zastępczego i dokładnego, dla trzech rozpatrywanych wariantów skratowania i kierunku wiatru W2.....	169
Tabl. 5.7.	Maksymalne wartości sił ściskających w prętach skratowania trzonu masztu uzyskane przy użyciu modelu zastępczego i dokładnego, dla trzech rozpatrywanych wariantów skratowania i kierunków wiatru W1, W2 i W3 [kN].....	170
Tabl. 5.8.	Wyteżenie krawężników trzonu masztu [%].....	171
Tabl. 5.9.	Parametry geometryczno-wytrzymałościowe liny wielozwitej 6x19 WSC [259] i jednozwitej PG 40 [226] .....	174
Tabl. 5.10.	Maksymalne wartości sił w odcągach masztu [kN] .....	175
Tabl. 5.11.	Siły wewnętrzne w trzonie masztu .....	176
Tabl. 5.12.	Siły w odcągach masztu wyznaczone za pomocą zastępczej metody statycznej w zakresie liniowo-sprężystym i niesprężystym .....	182
Tabl. 5.13.	Siły wewnętrzne w przęsłach trzonu masztu w zakresie liniowo-sprężystym i sprężysto-plastycznym jako suma efektów od obciążenia średniego i sumarycznego efektu od obciążeń odcinkowych .....	182
Tabl. 5.14.	Przemieszczenia trzonu masztu [cm] .....	183
Tabl. 5.15.	Charakterystyki przyjętych przekrojów konstrukcji masztu .....	186
Tabl. 5.16.	Maksymalne wartości sił w odcągach [kN] – kierunek wiatru W1 .....	187
Tabl. 5.17.	Przemieszczenie trzonu masztu na kierunku wiatru W1 [cm] – kierunek wiatru W1.....	188
Tabl. 5.18.	Maksymalne wartości sił ściskających w krawężnikach trzonu masztu [kN] – skratowanie typu A i B, kierunek wiatru W1 (rys. 5.21) .....	190
Tabl. 5.19.	Wartości sił osiowych w odcągach z lin wielozwitych 6x19 WSC [kN].....	196
Tabl. 5.20.	Wartości sił osiowych w odcągach z lin jednozwitych PG 40 [kN].....	196

Tabl. 5.21. Maksymalne wartości sił ściskających i momentów zginających w krawężnikach trzonu masztu .....	197
Tabl. 5.22. Przemieszczenia poszczególnych węzłów nawietrznego krawężnika trzonu masztu na kierunku wiatru W1 [cm] .....	198

## STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono wybrane zagadnienia analizy masztów, ze szczególnym uwzględnieniem sprężysto-plastycznych właściwości odciągów. Głównym celem przedstawionych analiz było wykazanie różnic w pracy statycznej masztów o odciągach z lin po wstępnym przeciągnięciu ( $E = \text{const}$ ), w stosunku do masztów podpartych za pomocą lin bez wstępnego przeciągnięcia ( $E \neq \text{const}$ ). W pierwszym przypadku, stała wartość współczynnika sprężystości  $E$  liny sprawia, że trzon masztu po obciążeniu i odciążeniu powraca do pierwotnej konfiguracji. Natomiast maszt z odciągami o charakterystyce sprężysto-plastycznej ( $E \neq \text{const}$ ), po ustaniu obciążenia nie powraca do początkowej pozycji pionowej, lecz pozostaje lekko odchylony od pionu. Takie zachowanie wynika z powstania trwałych odkształceń lin po odciążeniu, co prowadzi do spadku sił wstępnego napięcia w odciągach i zmniejszenia sztywności masztu. Wymagana jest więc tu okresowa rektyfikacja i korekta sił wstępnego naciągu lin, szczególnie w początkowym okresie eksploatacji. Uwzględnienie tego rodzaju nieliniowości w analizie statycznej przyczynia się do wzrostu dokładności obliczeń masztu. Do przeprowadzenia analiz numerycznych w stanie niesprężystym wykorzystano nieliniowe zależności  $\sigma - \varepsilon$  dwóch lin o różnej konstrukcji, uzyskane z badań doświadczalnych.

W rozdziale 1. przedstawiono charakterystykę masztów z odciągami. Omówiono rodzaje, zastosowania, zasady konstruowania wraz z przykładami rozwiązań oraz technologię montażu. Zebrano i usystematyzowano wiadomości na temat obciążeń stałych, środowiskowych (oddziaływania wiatru, oblodzenia i temperatury) i wyjątkowych, tj. zerwania pojedynczego odciążu, czy zróżnicowanego osiadania podstawy masztu i fundamentów odciągów, a także kombinacji tych obciążeń. Przedstawiono aktualny stan wiedzy dotyczący obliczeń masztów z odciągami, zawierający rys historyczny powstania masztów oraz ewolucję stosowanych modeli obliczeniowych trzonu masztu i odciągów. Powołano się tutaj na najważniejsze pozycje literaturowe i wytyczne normowe. Wyjaśniono również zjawiska nieliniowości geometrycznej oraz nieliniowości fizycznej lin stosowanych na odciągi. Podano też przedmiot, cel, zakres i tezę niniejszej pracy.

W rozdziale 2. zebrano i opisano podstawowe informacje techniczne dotyczących odciągów masztu. Opisano rodzaje, materiały do produkcji, właściwości mechaniczne, zabezpieczenia antykorozyjne, obowiązujące wytyczne normowe dotyczące wymiarowania i rodzaje zakotwień lin stosowanych na odciągi masztów. Omówiono statykę pojedynczego ciągnia, z uwzględnieniem przybliżonego i ścisłego rozwiązania.



W kolejnym, 3. rozdziale opisano badania doświadczalne liny jednozwoitej 1x37 i dwuzwoitej 6x19, przeprowadzone przez autorkę na Wydziale Inżynierii Lądowej, Środowiska i Geodezji Politechniki Koszalińskiej. Celem tych badań było wyznaczenie rzeczywistych właściwości tych lin stalowych, tj. określenie zależności  $\sigma - \varepsilon$ , ustalenie stałego współczynnika sprężystości  $E$  liny po wstępnym jej przeciągnięciu oraz określenie rzeczywistej wartości siły zrywającej linę. Wszystkie badania doświadczalne przeprowadzono na podstawie statycznej próby rozciągania lin w maszynie wytrzymałościowej INSPEKT 600. Opis przebiegu badań poprzedzono szczegółowym omówieniem procedury przygotowania próbek lin oraz opisem aparatury pomiarowej i oprogramowania wykorzystanego w trakcie badań.

Rozdział 4. poświęcono na przedstawienie aktualnych zasad obliczania masztów. Omówiono modele obliczeniowe trzonu masztu z uwzględnieniem modelu zastępczego o trzonie belkowym i modeli dokładnych tj. model kratowy (*truss model*) i model ramowo-kratowy (*frame-truss model*). Opisano wybrane metody rozwiązania konstrukcji prętowo-ciężnowych w zakresie nieliniowym. Przedstawiono teoretyczne podstawy zastosowania MES do analizy masztów z odciągami. Scharakteryzowano środowisko systemu SOFiSTiK, które zostało wykorzystane do przeprowadzenia analiz numerycznych konstrukcji masztów z odciągami.

Rozdział 5. dotyczy wybranych zaawansowanych analiz numerycznych masztów z odciągami, przeprowadzonych w programie SOFiSTiK, przy wykorzystaniu metody elementów skończonych MES. Przedstawione przykłady zostały zróżnicowane pod względem geometrii, lokalizacji, klasy niezawodności konstrukcji, wysokości, szerokości boku trzonu masztu, liczby poziomów zamocowania odciągów oraz różnych konstrukcji i właściwości lin odciągowych. Główne analizy numeryczne poprzedzono wybranymi przykładami testowymi pojedynczego ciężna i wybranej konstrukcji masztowej. Wyniki tych analiz skonfrontowano z wynikami obliczeń analitycznych, z wykorzystaniem przybliżonego równania ciężna oraz wynikami z programu MAST autorstwa prof. Szymona Pałkowskiego.

Uwagi końcowe, zawierające podsumowanie, nowe elementy rozprawy, jak również proponowane kierunki dalszych prac zawarto w rozdziale 6. Informacje uzupełniające załączono w wersji elektronicznej na płycie CD. Są to m. in. dwa załączniki przedstawiające zebranie obciążeń odpowiednio na maszt wysokości 190 m (jako uzupełnienie pkt. 5.5) i maszt wysokości 200 m (pkt. 5.4). Pracę kończy zestawienie literatury, obejmujące 259 pozycji, a także spis rysunków i tablic.

## SUMMARY

This paper presents selected problems of masts analysis, particularly taking into account the elasto-plastic properties of the guys. The main purpose of the presented analysis was to investigate the differences in the static work of masts with guys made from the cables after prestretching ( $E = \text{const}$ ), in relation to masts supported by cables without prestretching ( $E \neq \text{const}$ ). In the first case, the constant value of elastic modulus  $E$  for cables causes that a mast shaft after loading and unloading returns to its original configuration. Whereas the mast shaft with cables with elasto-plastic dependence ( $E \neq \text{const}$ ), after stopping load, does not return to its original vertical position, but remains slightly tilted from the vertical. This behaviour results from permanent strains of the cables after unloading, which leads to a decrease in initial guys forces and the reduction of mast stiffness. Therefore, a periodic rectification and adjustment of initial guys forces, especially in the initial period of service life, is required. Taking into account this type of non-linearity in the static analysis contributes to the increase in the accuracy of the mast calculations. To carry out numerical analysis in the inelastic range, nonlinear  $\sigma - \varepsilon$  relations of two cables of different construction, obtained from experimental tests, were used.

Chapter 1 presents the characteristics of guyed masts. The types, applications, principles of construction with examples of solutions and assembly technology were discussed. Information about permanent loads, environmental loads (wind, icing and temperature loads) and special loads such as sudden guy reapture or differential settlement of the mast shaft base and guys foundations, and combinations of those loads, were collected and systematized. The current state of knowledge concerning the calculation of guyed masts, including a historical outline of mast construction and the evolution of the applied calculation models of the mast shaft and guys was presented. The most important literature items and standard guidelines are referred to here. The phenomena of geometric non-linearity and physical non-linearity of cables used for guys were also explained. The subject, purpose, scope and thesis of this work are also given.

In chapter 2, the basic technical information concerning the mast guys was collected and described. The types, materials for production, mechanical properties, anti-corrosion protection, applicable standard guidelines for dimensioning and types of cable anchors used for the mast guys are described. Additionally, the statics of a single cable is discussed, taking into account an approximate and accurate solution.

In the next, third chapter, the experimental tests of the 1x37 spiral strand rope and the 6x19 wire rope, carried out by the author at the Faculty of Civil Engineering, Environmental and Geodetic Sciences of the Koszalin University of Technology, are described. The purpose of those

tests was to determine the real properties of the aforementioned ropes such as determination of the  $\sigma - \varepsilon$  relationship, finding the constant elastic modulus  $E$  of the cable after its initial prestretching, and determination of the real value of the cable breaking force. All experimental tests were carried out on the basis of a static tensile test in the INSPEKT 600 testing machine. The description of the research was preceded by a detailed discussion about the cable sample preparation procedure and the description of the measuring equipment and software used during the tests.

Chapter 4 is devoted to the presentation of the current rules for calculating masts. Computational models of the mast shaft, taking into account a beam-column model and exact models such as truss model and frame-truss model are analysed. Selected methods of solution of cable beam structures in the non-linear range are described. The theoretical basis of FEM application for guyed mast analysis was presented. The SOFiSTiK system environment, used to carry out numerical analysis of guyed mast structures, was characterised.

Chapter 5 concerns selected advanced numerical analysis of guyed masts, carried out in the SOFiSTiK program, using the FEM method. The presented examples have been varied in terms of geometry, location, reliability class of the structure, height, width of the mast shaft side, number of guys attachment levels as well as different constructions and properties of guy cables. The main numerical analysis were preceded by selected test examples of a single cable and a selected mast structure. The results of those analysis were confronted with the results of analytical calculations with the use of the approximate equation of the cable and the results from the MAST program by prof. Szymon Pałkowski.

Final remarks containing summarizing, new elements of the dissertation, as well as proposed directions for further work are included in chapter 6. Supplementary information was attached in the electronic version on the CD. These are, among others two attachments presenting the collection of loads respectively for a 190 m high mast (as a supplement to point 5.5) and a 200 m high mast (point 5.4). The work ends with a list of references, including 259 items, as well as a list of figures and tables.